

Richiami sulle correnti a pelo libero



Antonino Cancelliere

*Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale
Università di Catania
acance@dica.unict.it*

Correnti a pelo libero

- Correnti idriche caratterizzate dall'avere una parte del loro contorno a contatto con un gas (nella più grande generalità l'atmosfera)
- Corsi d'acqua naturali, canali artificiali di bonifica, irrigazione, fognatura, impianti idroelettrici, navigazione interna

Esempi di canali artificiali



Esempi di canali artificiali



Esempi di canali artificiali



Esempi di canali artificiali

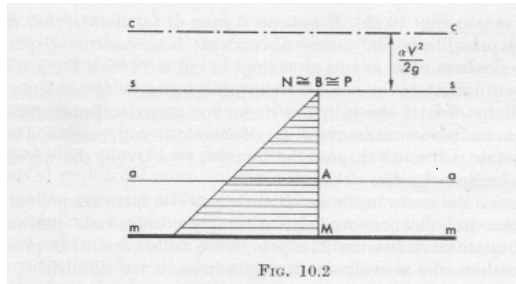


Fiumi



Ipotesi di base

- Correnti lineari, caratterizzate cioè da una curvatura trascurabile
- Sezioni trasversali praticamente verticali (pendenza molto piccola)
- Segue che:
 - A tutte le traiettorie della corrente compete la stessa linea piezometrica e dei carichi totali
 - La linea piezometrica coincide con il pelo libero



Moto uniforme

- Velocità indipendente dal tempo e dalla posizione
- Possibile soltanto nei casi di alvei cilindrici
- Cadente J uguale alla pendenza i
- Legge di Chezy del moto uniforme:

$$V = C\sqrt{R \cdot i}$$

Dove:

V velocità di moto uniforme

C coefficiente scabrezza

R raggio idraulico (A/P)

i pendenza

$$Q = AC\sqrt{R \cdot i}$$

Moto uniforme

- C può essere espresso come:

Bazin $C = \frac{87}{1 + \gamma / \sqrt{R}}$ $\gamma [m^{1/2}]$

Kutter $C = \frac{100}{1 + m / \sqrt{R}}$ $m [m^{1/2}]$

Strickler $C = c \cdot R^{\frac{1}{6}}$ $c \left[\frac{m^{1/2}}{s} \right]$

Utilizzando Strickler:

$$Q = cAR^{\frac{2}{3}}i^{\frac{1}{2}}$$

Coefficienti di scabrezza

Tabella 2.1 Valori degli indici di scabrezza γ di Bazin e m di Kutter ^[49].

Tipo di canale	Bazin γ ($m^{1/2}$)	Kutter m ($m^{1/2}$)
Pareti di cemento perfettamente liscio. Pareti di legno piallato. Pareti metalliche, senza risalti nei giunti.	0.06	0.12
Stessi materiali ma in presenza di curve.	0.10	0.18
Pareti di cemento non perfettamente liscio. Muratura di mattoni molto regolare. Pareti metalliche con chiodatura ordinaria.	0.16	0.20-0.25
Pareti di cemento in non perfette condizioni. Muratura ordinaria più o meno accurata. Pareti di legno grezzo eventualmente con fessure.	0.23-0.36	0.35-0.55
Pareti di cemento solo in parte intonacate. Muratura irregolare o di pietrame. Terra regolarissima senza vegetazione.	0.46	0.55-0.75
Terra abbastanza regolare. Muratura vecchia, in condizioni non buone, con depositi di limo al fondo.	0.60-0.85	0.75-1.25
Terra con erba sul fondo. Corsi d'acqua naturali regolari.	1.30	1.50
Terra in cattive condizioni. Corsi d'acqua naturali con ciottoli e ghiaia.	1.75	2.00
Canali in abbandono con grande vegetazione. Corsi d'acqua con alveo in ghiaia e movimento di materiale sul fondo, oppure scavati in roccia con sporgenze.	2.00-2.30	3.00

(Ferro, 2002)

Coefficienti di scabrezza

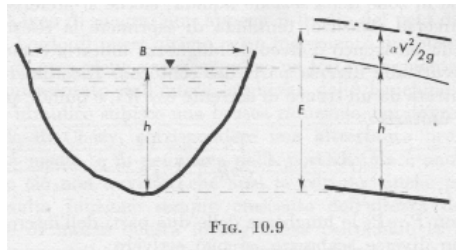
Tabella 2.2 Valori dell'indice di scabrezza c ($m^{1/3}s^{-1}$) di Strickler per i corsi d'acqua naturali [16].

Tipo di canale	massimo	normale	minimo
Canali artificiali			
<i>Canali in terra liscia e uniforme</i>			
Pulita, scavata di recente	62	56	50
Pulita, dopo prolungata esposizione	56	45	40
Ghiaia, sezione uniforme, pulita	45	40	33
Erba corta, pochi cespugli	45	37	30
<i>Canali in terra con ondulazioni o irregolari</i>			
Senza vegetazione	43	40	33
Con erba e pochi cespugli	40	33	30
Cespugli o piante acquatiche in canali profondi	33	29	25
Fondo in terra e sponde in pietrisco	36	33	29
Fondo in pietrame e sponde in cespugli	40	29	25
Fondo in ciottoli e sponde pulite	33	25	20
<i>Canali scavati o dragati</i>			
Senza vegetazione	40	36	30
Cespugli sparsi sulle sponde	29	20	17
<i>Canali in roccia</i>			
Lisci e uniformi	40	29	25
Frastagliati e irregolari	29	25	20
<i>Canali senza manutenzione, sterpaglia e cespugli</i>			
Sterpaglia densa, alta quanto il tirante idrico	20	12	8
Fondo pulito, cespugli sulle sponde	25	20	12
Fondo pulito, cespugli sulle sponde, in piena	22	14	9
Cespugli densi e acque profonde	12	10	7
Corsi d'acqua naturali			
<i>Corsi d'acqua minori (tirante inferiore a 3.5 m)</i>			
<i>Corsi d'acqua di pianura</i>			
Puliti, rettilinei, in piena senza scavi localizzati	40	33	30
Puliti, rettilinei, in piena senza scavi localizzati, con sassi e sterpaglia	33	29	25
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi	30	25	22
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, con cespugli e pietre	29	22	20
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, in magra	25	21	18
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, con cespugli e più pietrame	22	20	17
Tratti lenti, sterpaglia e buche profonde	20	14	12
Tratti molto erbosi, buche profonde e grossi arbusti e cespugli	13	10	7
<i>Corsi d'acqua montani, senza vegetazione in alveo, sponde ripide, alberi e cespugli lungo le sponde sommergibili durante le piene</i>			
Fondo: ghiaia, ciottoli e massi sparsi	33	25	20
Fondo: ciottoli e massi grossi	25	20	14

(Ferro, 2002)

Caratteristiche energetiche di una corrente

- Ipotesi: moto gradualmente variato
- Fissata una sezione, indichiamo con E l'energia specifica, somma dell'altezza piezometrica e di quella cinetica



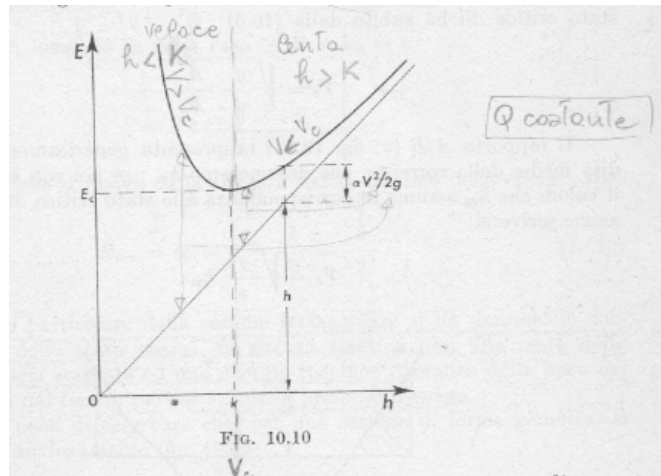
$$E = h + \alpha \frac{V^2}{2g} = h + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Caratteristiche energetiche di una corrente

$$E = h + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$

per $h \rightarrow 0$, $A \rightarrow 0$, $E \rightarrow \infty$

per $h \rightarrow \infty$, $E \rightarrow h$



Caratteristiche energetiche di una corrente

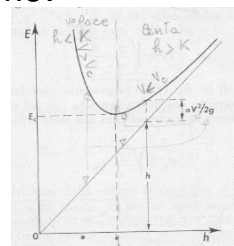
- L'energia specifica E avrà un minimo:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \alpha \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} = 1 - \alpha \frac{Q^2}{gA^3} B$$

- Il minimo è la soluzione di:

$$1 - \alpha \frac{Q^2}{gA^3} B = 0 \quad \frac{A^3}{B} = \frac{\alpha}{g} Q^2$$

- La soluzione di questa equazione individua una altezza della corrente **k detta altezza critica**. In corrispondenza a tale altezza si ha lo stato critico della corrente



Caratteristiche energetiche di una corrente

- Caso particolare: sezione rettangolare di larghezza B

$$\frac{A^3}{B} = \frac{\alpha}{g} Q^2$$

$$\frac{B^3 k^3}{B} = \frac{\alpha}{g} Q^2$$

- Da cui segue:

$$k = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{B^2}}$$

Caratteristiche energetiche di una corrente

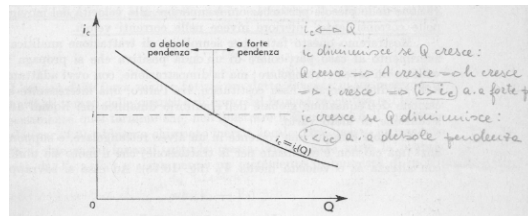
- In generale, velocità critica:

$$V_c = \sqrt{\frac{g}{\alpha} \frac{A}{B}}$$

- Pendenza critica: pendenza del fondo in corrispondenza della quale la velocità di moto uniforme è pari a quella critica. Dalla formula di Chezy:

$$V_c = \sqrt{\frac{g}{\alpha} \frac{A}{B}} = C \sqrt{R \cdot i}$$

$$i_c = \frac{g}{\alpha C^2} \frac{A(k)}{R(k)B(k)}$$



Caratteristiche energetiche di una corrente

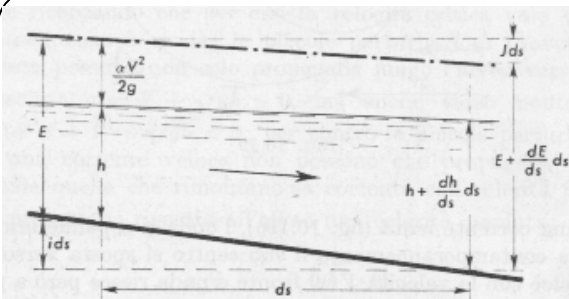
- Caso particolare: sezione rettangolare molto larga (R circa uguale ad h)

$$i_c = \frac{g}{\alpha C^2} \frac{A(k)}{R(k)B(k)} = \frac{g}{\alpha C^2}$$

- Usando Strickler:

$$i_c = \frac{g}{\alpha c^2 k^{1/3}}$$

Profili del pelo libero in moto permanente



$$i ds + E = E + \frac{dE}{ds} ds + J ds$$

$$\frac{dE}{ds} = i - J$$

- Sostituendo l'espressione della E , e tenendo conto del fatto che la sezione A può variare con s , trovo l'equazione differenziale generale:

$$\frac{dh}{ds} \left(1 - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} B \right) - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \frac{\partial A}{\partial s} = i - J$$

Profili del pelo libero in moto permanente

$$\frac{dE}{ds} = i - J$$

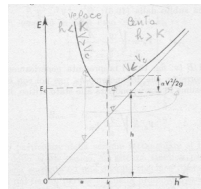
Osservando che:

$$\frac{dE}{ds} = \frac{dE}{dh} \frac{dh}{ds}$$

Si ottiene:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}}$$

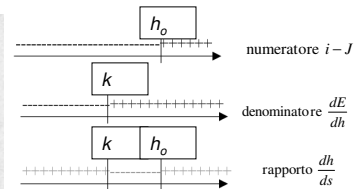
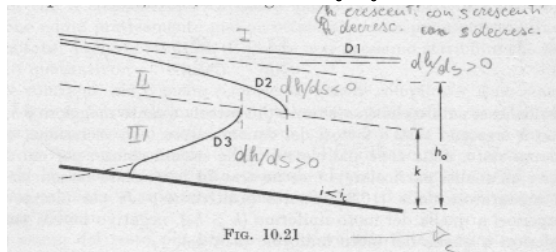
Da Chezy $J = \frac{Q^2}{C^2 R A^2}$ Decrescente con h e uguale a i per $h = h_0$



Negativa o positiva a seconda se $h < k$ o $h > k$

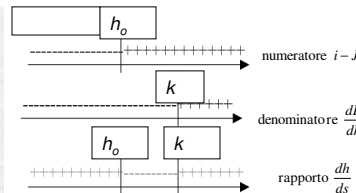
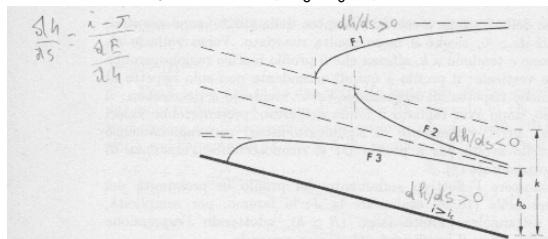
Profili del pelo libero in moto permanente

Alveo a debole pendenza ($i < i_c$, $h_0 > k$)



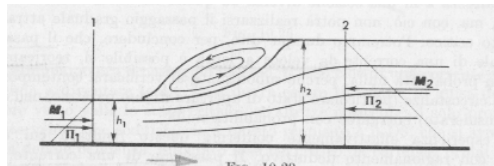
$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}}$$

Alveo a forte pendenza ($i > i_c$, $h_0 > k$)



Il risalto idraulico

- Il passaggio da corrente veloce a lenta non avviene quasi mai in maniera graduale, ma attraverso una discontinuità caratterizzata da un brusco sollevamento che prende il nome di risalto idraulico
- A causa delle notevoli dissipazioni localizzate, il suo studio non può essere condotto tramite considerazioni energetiche
- Generalmente si ricorre quindi all'applicazione dell'equazione globale dell'equilibrio dinamico



L'idea è che le spinte totali a monte e a valle devono essere uguali

$$\Pi_1 + M_1 = \Pi_2 + M_2$$



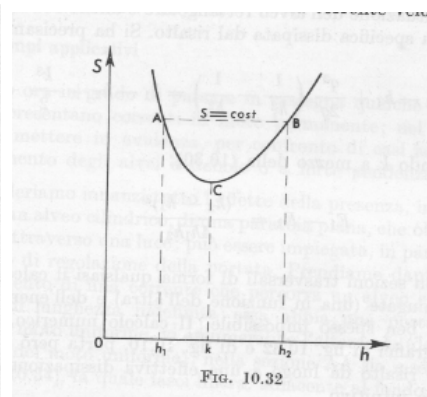
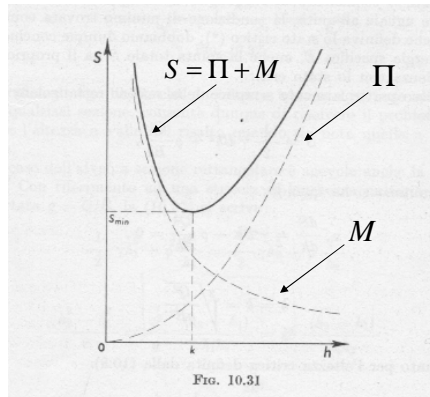
Il risalto idraulico

- La generica spinta totale è somma della spinta idrostatica e della quantità di moto M

$$\Pi = \gamma A h_g$$

$$S = \Pi + M$$

$$M = \rho \frac{Q^2}{A}$$



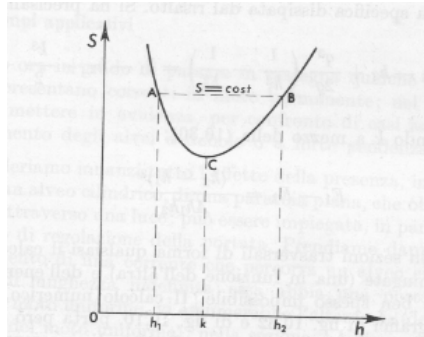
Il risalto idraulico

- Per alvei a sezione rettangolare:

$$\Pi = \gamma A h_g = \frac{1}{2} \gamma B h^2$$

$$M = \rho \frac{Q^2}{A} = \rho \frac{Q^2}{Bh}$$

$$S = \frac{1}{2} \gamma B h^2 + \rho \frac{Q^2}{Bh}$$



$$\frac{1}{2} \gamma B h_1^2 + \rho \frac{Q^2}{B h_1} = \frac{1}{2} \gamma B h_2^2 + \rho \frac{Q^2}{B h_2}$$

Da cui segue:

$$h_1 + h_2 = \frac{2k^3}{h_1 h_2}$$