

Catania, 22 febbraio - 29 marzo 2007

Corso di aggiornamento sul calcolo agli stati limite e
sulle nuove normative tecniche

Edifici antisismici con struttura in cemento
armato: armature negli elementi strutturali

Catania, 13 marzo 2007

Marco Muratore

Processo progettuale

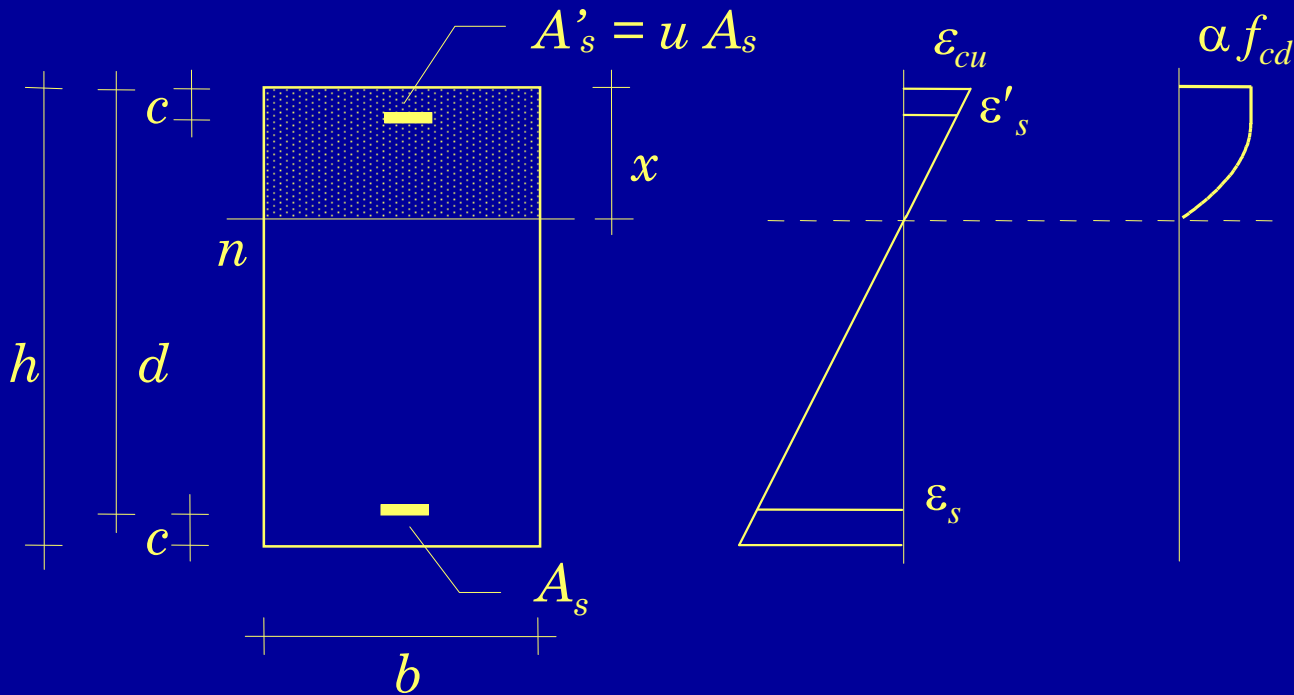
- ✓ 1. Concezione generale della struttura, nel rispetto di principi base di buona progettazione
- ✓ 2. Impostazione della carpenteria dell'edificio
- ✓ 3. Dimensionamento delle sezioni e verifica di massima della struttura
- ✓ 4. Analisi strutturale dettagliata e verifica del comportamento della struttura
- 5. Definizione delle armature ed elaborati grafici

Processo progettuale

- ✓ 1. Concezione generale della struttura, nel rispetto di principi base di buona progettazione
- ✓ 2. Impostazione della carpenteria dell'edificio
- ✓ 3. Dimensionamento delle sezioni e verifica di massima della struttura
- ✓ 4. Analisi strutturale dettagliata e verifica del comportamento della struttura
- ✓ 5. Definizione delle armature ed elaborati grafici

Verifica di sezioni inflesse

Verifica - stato limite ultimo



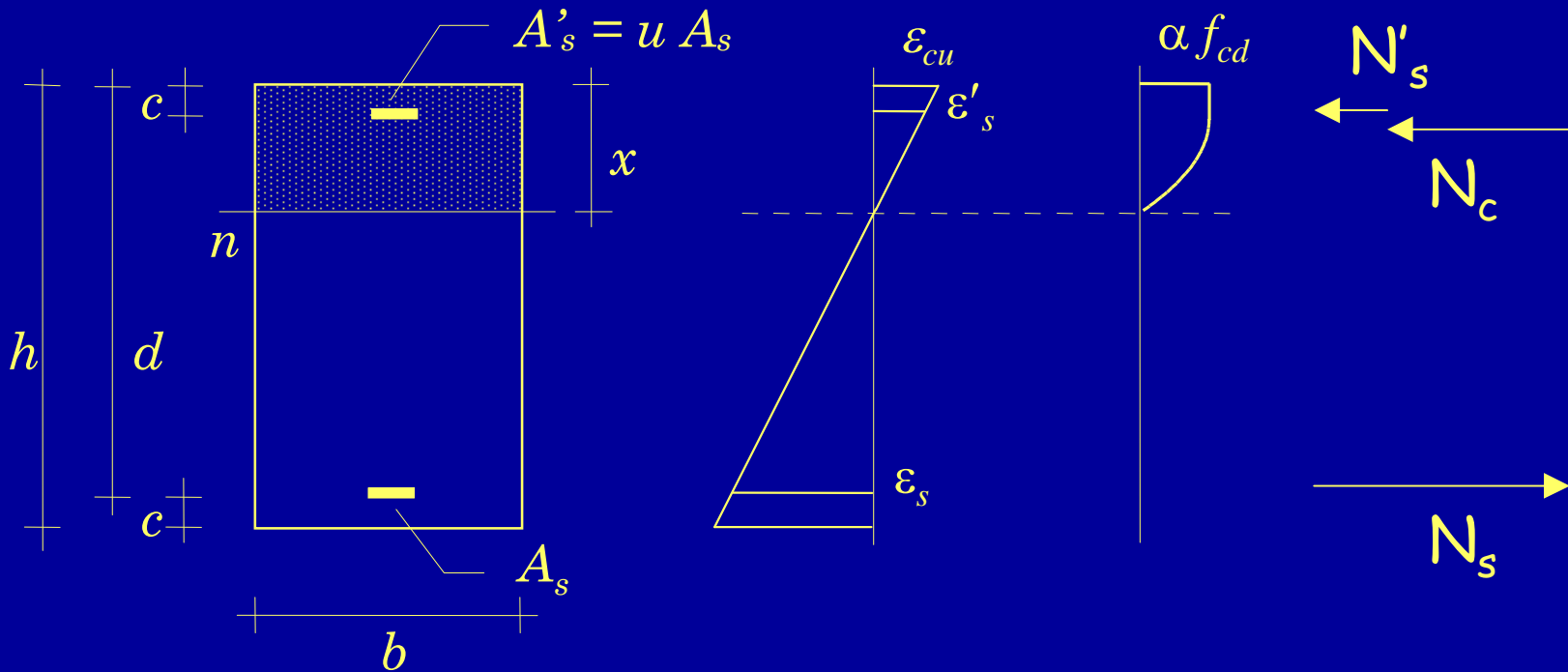
Dati:

Geometria della sezione
Armature

Incognite:

Posizione dell'asse neutro
Momento resistente

Verifica - stato limite ultimo

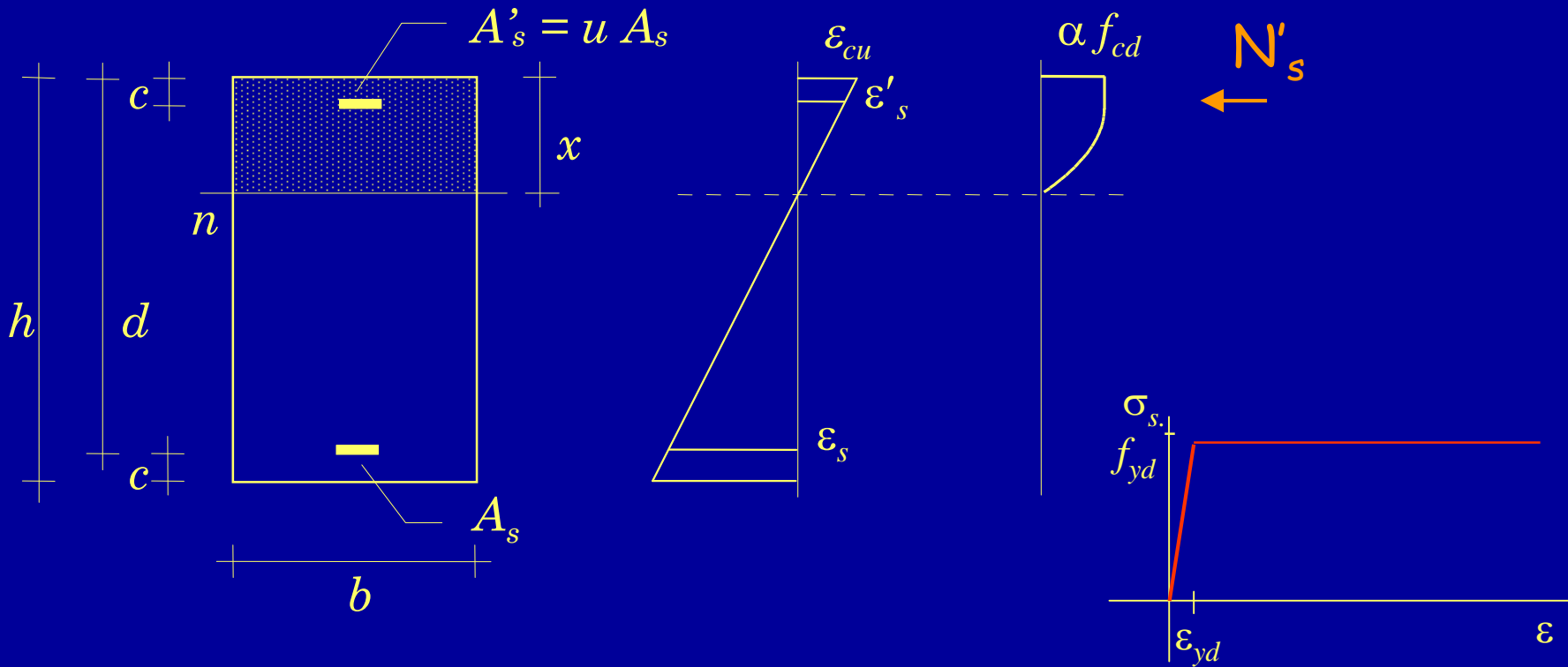


Per trovare l'asse neutro:

$$N_c + N'_s + N_s = 0$$

(equilibrio alla traslazione)

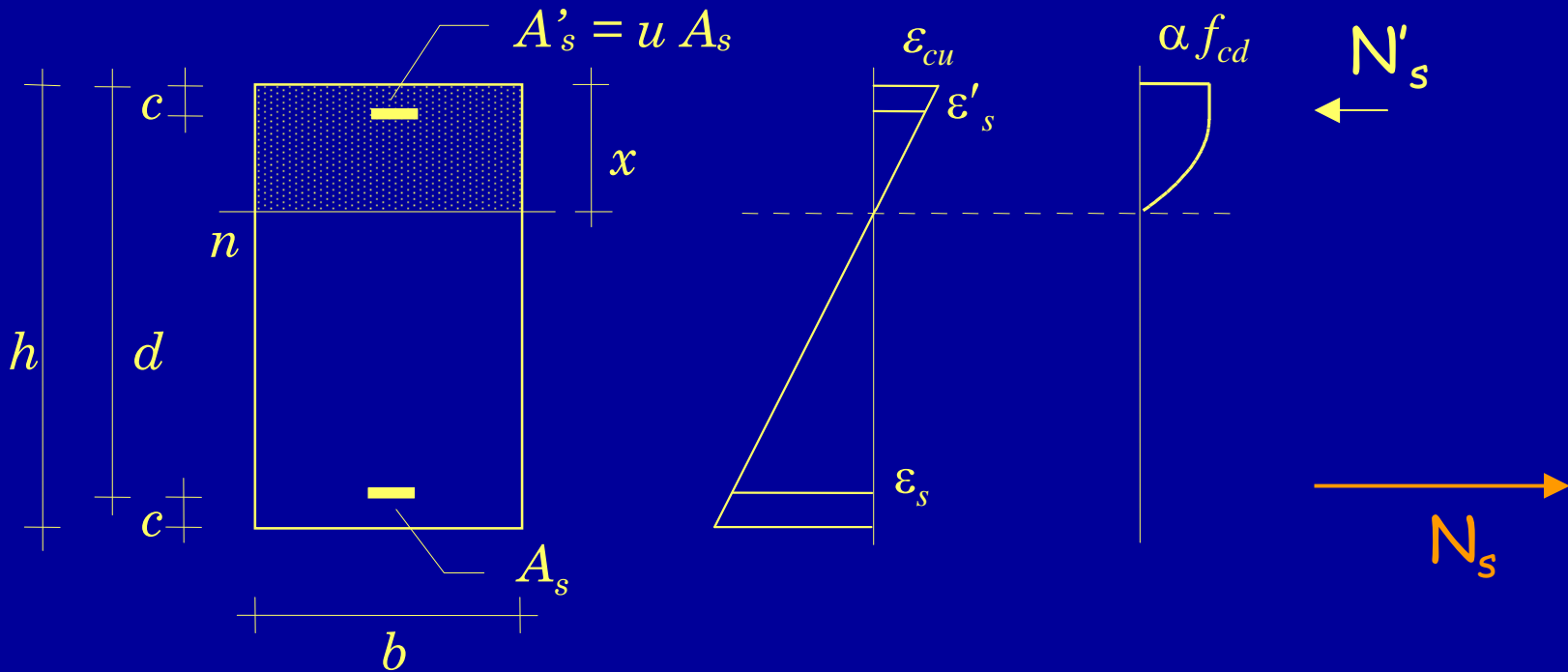
Imporre questa condizione è facile, perché:



$$\epsilon'_s = \frac{x - c}{x} \epsilon_{cu}$$

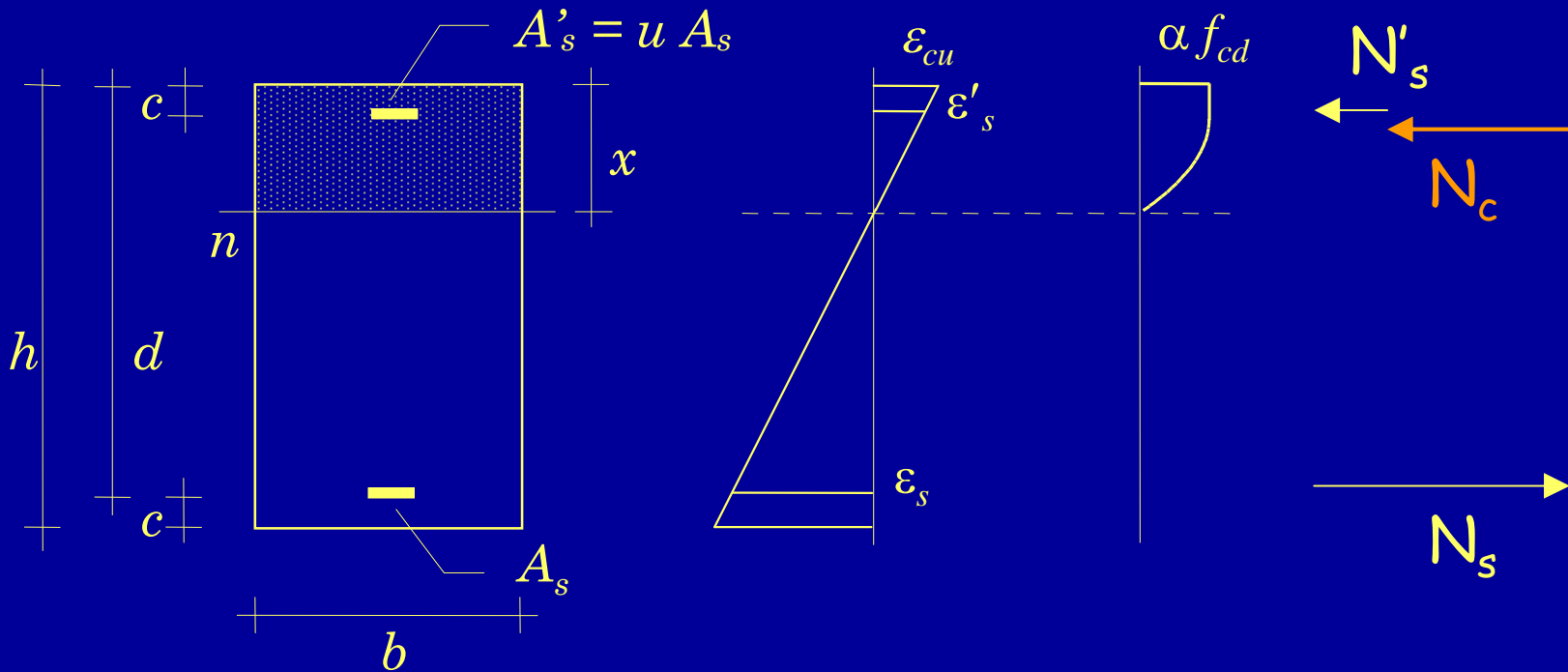
in molti casi $\epsilon'_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow N'_s = A'_s f_{yd}$

Imporre questa condizione è facile, perché:



si ha sempre $\epsilon_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow N_s = A_s f_{yd}$

Imporre questa condizione è facile, perché:



Il coefficiente β tiene conto del fatto che la tensione nella parte compressa non è costante

$$N_c = \beta \ b \ x \ \alpha \ f_{cd}$$

per sezione rettangolare, $\beta = 0.810$

Individuazione dell'asse neutro

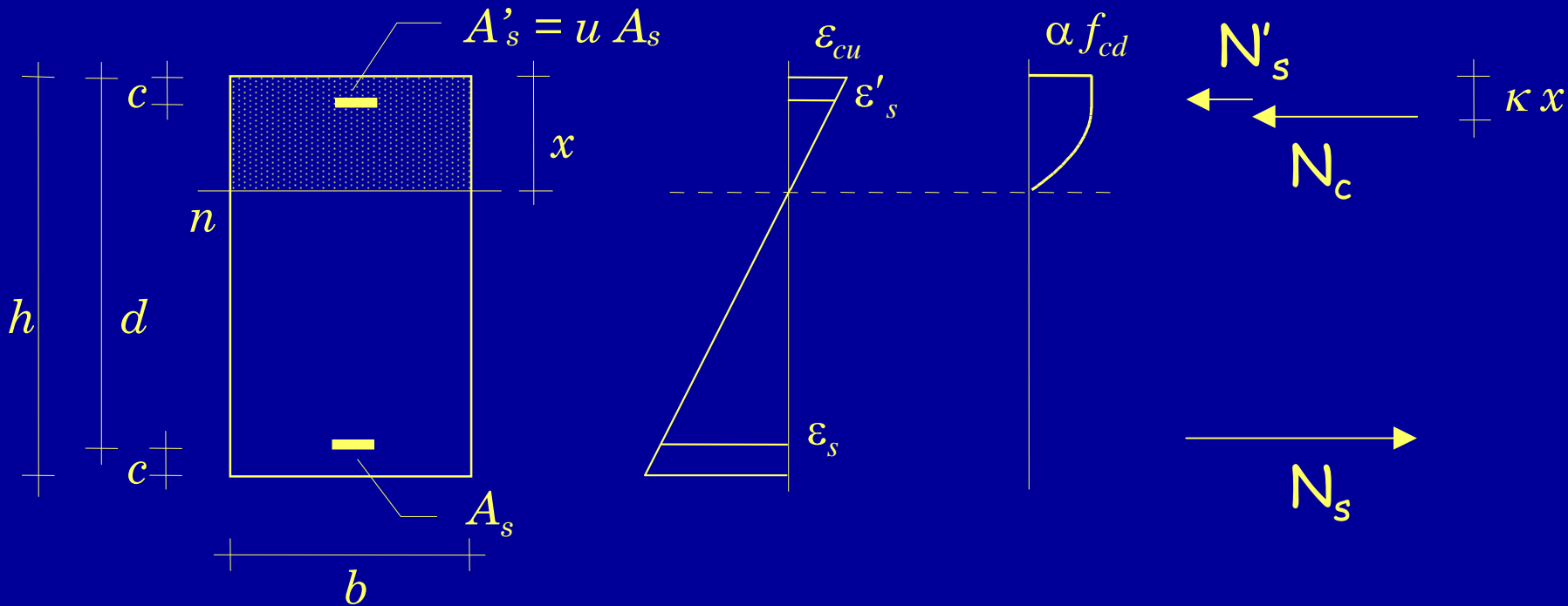
Se $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b \alpha f_{cd}}$$

In caso contrario diventa una equazione di secondo grado, con soluzione analoga a quella delle tensioni ammissibili

$$x = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right) \frac{f_{yd}}{2\beta b \alpha f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta b \alpha f_{cd}} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s c f_{yd}}{\beta b \alpha f_{cd}}}$$

Momento resistente



Si determina imponendo
l'equilibrio alla rotazione
(rispetto a un punto qualsiasi)

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

per sezione rettangolare, $\kappa = 0.416$

Verifica - tensioni ammissibili

Equazione di secondo grado, con soluzione:

$$x = \frac{n(A_s + A'_s)}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A_s d + A'_s c)}{n(A_s + A'_s)^2}} \right]$$

E poi: $\sigma = -\frac{M}{I} y$

con: $I = \frac{b x^3}{3} + n A'_s (x - c)^2 + n A_s (d - x)^2$

Esempio

verifica di sezione rettangolare

Dati:

$$M_{Sd} = 160 \text{ kNm}$$

Sezione 30x50

Calcestruzzo $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Armature $A_s = 4\varnothing 20$

Acciaio FeB44k

$$A'_s = 4\varnothing 14$$

Procedura:

1 - individuazione dell'asse neutro

(si può ipotizzare che l'armatura compressa sia snervata, controllare se è vero e in caso contrario passare all'equazione di secondo grado)

2 - determinazione del momento resistente

3 - confronto tra M_{Sd} e M_{Rd}

Esempio - individuazione dell'asse neutro

Se l'armatura compressa è snervata:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b \alpha f_{cd}} = \frac{(12.56 - 6.16) \times 374}{0.810 \times 30 \times 11.0} = 8.95 \text{ cm}$$

Con questa posizione dell'asse neutro:

$$\varepsilon'_s = \frac{x - c}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{8.95 - 4}{8.95} \times 3.5 \times 10^{-3} = 1.94 \times 10^{-3}$$

Poiché $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ la posizione trovata è esatta

Esempio - calcolo del momento resistente

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

$$N_s = 12.56 \times 374 \times 10^{-1} = 469.7 \text{ kN}$$

$$\kappa = 0.416$$

$$N'_s = 6.16 \times 374 \times 10^{-1} = 230.4 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = [469.7 \times (46 - 0.416 \times 8.95) + 230.4 \times (0.416 \times 8.95 - 4)] \times 10^{-2}$$

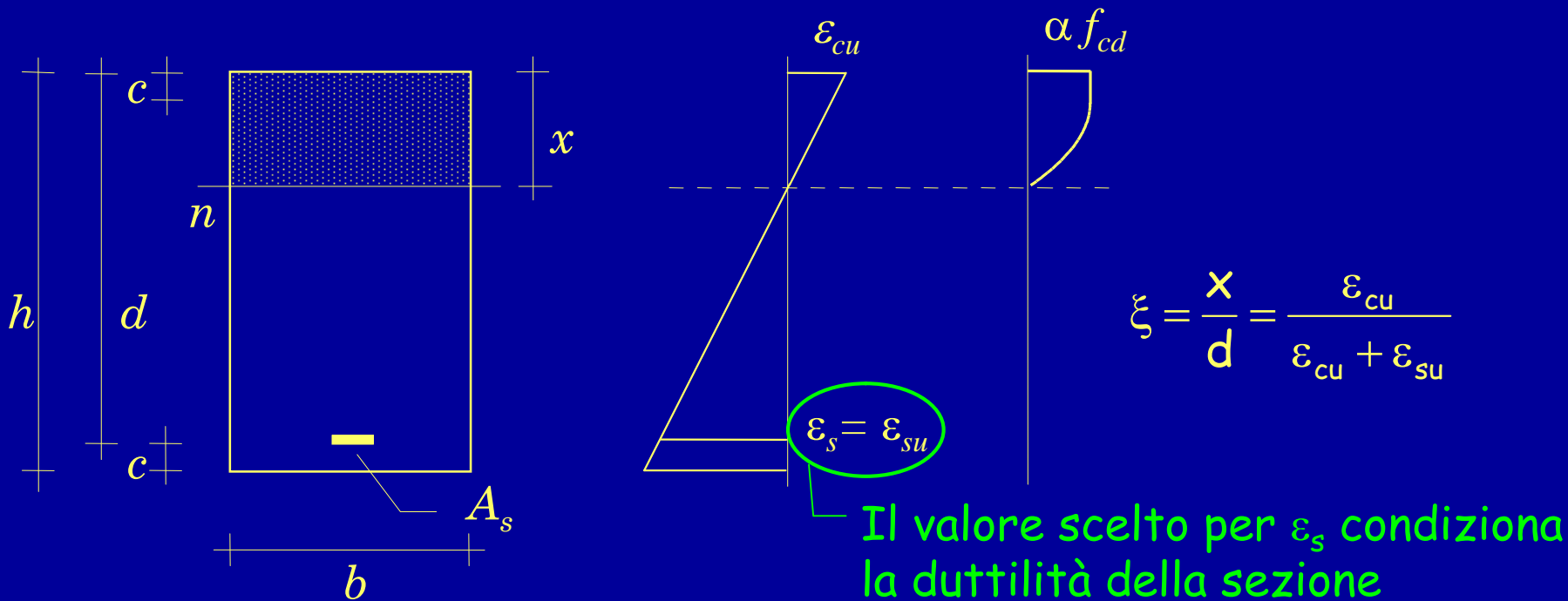
$$M_{Rd} = 197.9 \text{ kNm}$$

Si noti che
 $\kappa x \cong c$

Poiché M_{Sd} è minore di M_{Rd} la sezione è verificata

Progetto
di sezioni inflesse
e duttilità locale

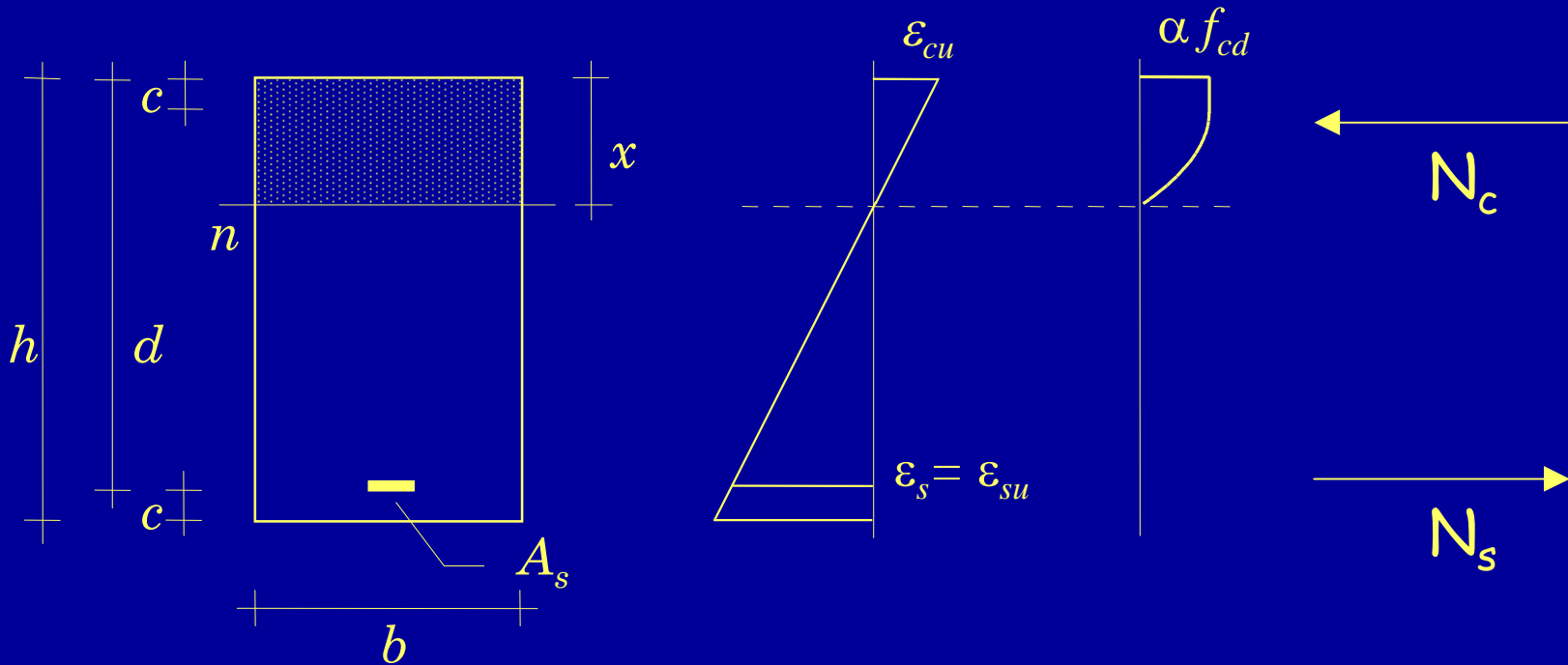
Progetto - stato limite ultimo



1 - Si assegna il diagramma di deformazioni che si vuole avere nella sezione

Buona
duttilità con
 $\varepsilon_{su} = 10 \times 10^{-3}$

Progetto - stato limite ultimo

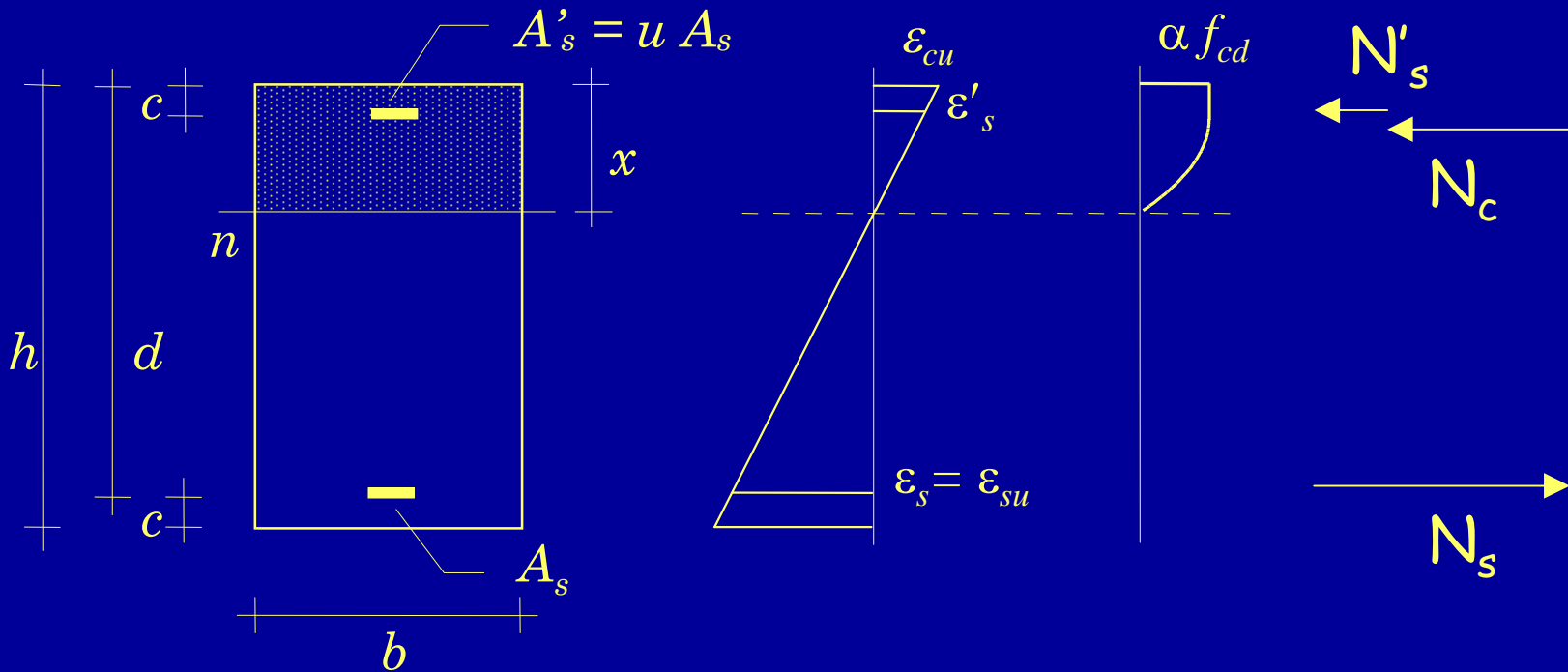


2 - Dall'equilibrio alla rotazione
rispetto all'armatura si ottiene

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$\text{con: } r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi) \alpha f_{cd}}}$$

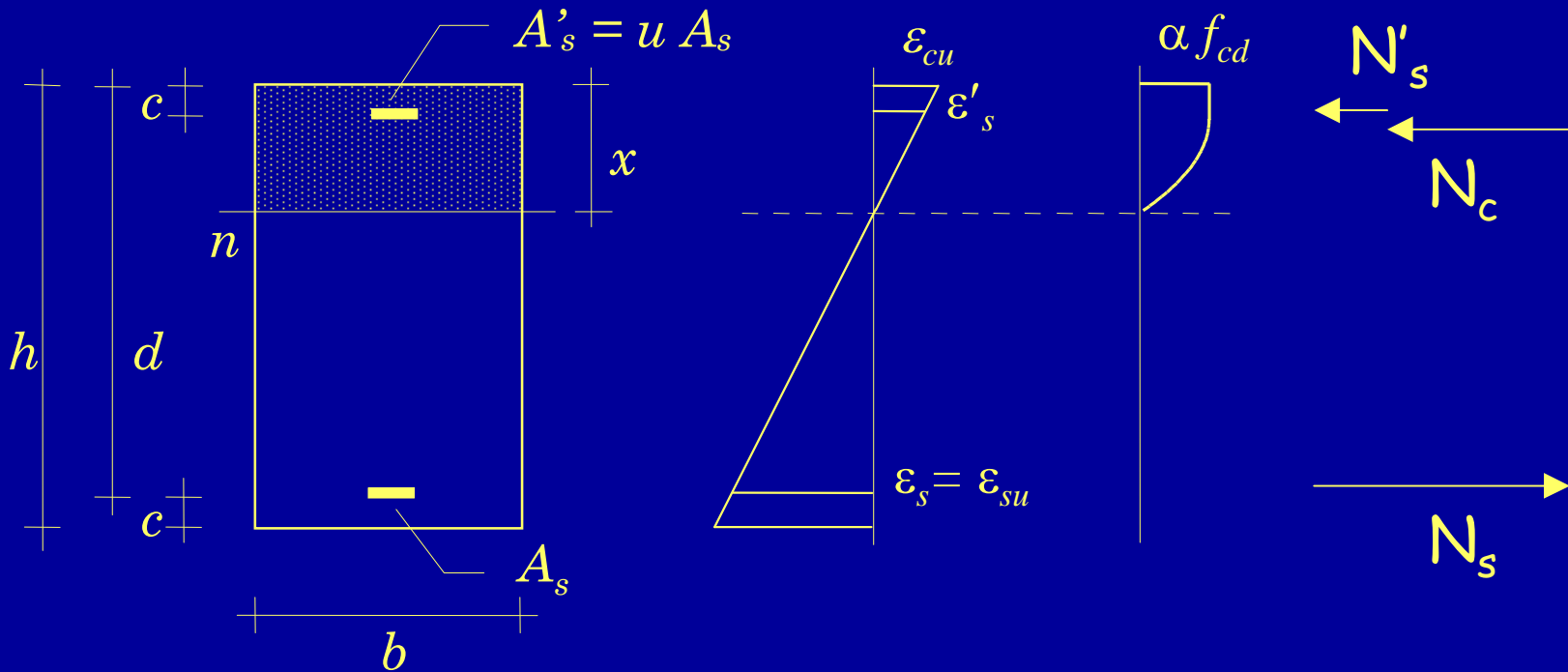
Progetto - stato limite ultimo



ovvero, in presenza di doppia armatura

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Progetto - stato limite ultimo



3 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante di compressione si ottiene

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

Duttilità della sezione

Un parametro fondamentale nel valutare il modo in cui la sezione giunge al collasso è la duttilità.

Duttilità = rapporto tra rotazione ultima e rotazione corrispondente allo snervamento dell'armatura tesa

Una sezione che presenti una rottura duttile dà chiari segnali di preavviso (elevata fessurazione, notevole incremento della deformazione) che possono mettere in allarme e consentire interventi prima del crollo

In zona sismica la capacità di deformarsi plasticamente permette di dissipare con cicli isteretici

Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50

$u=0.6$

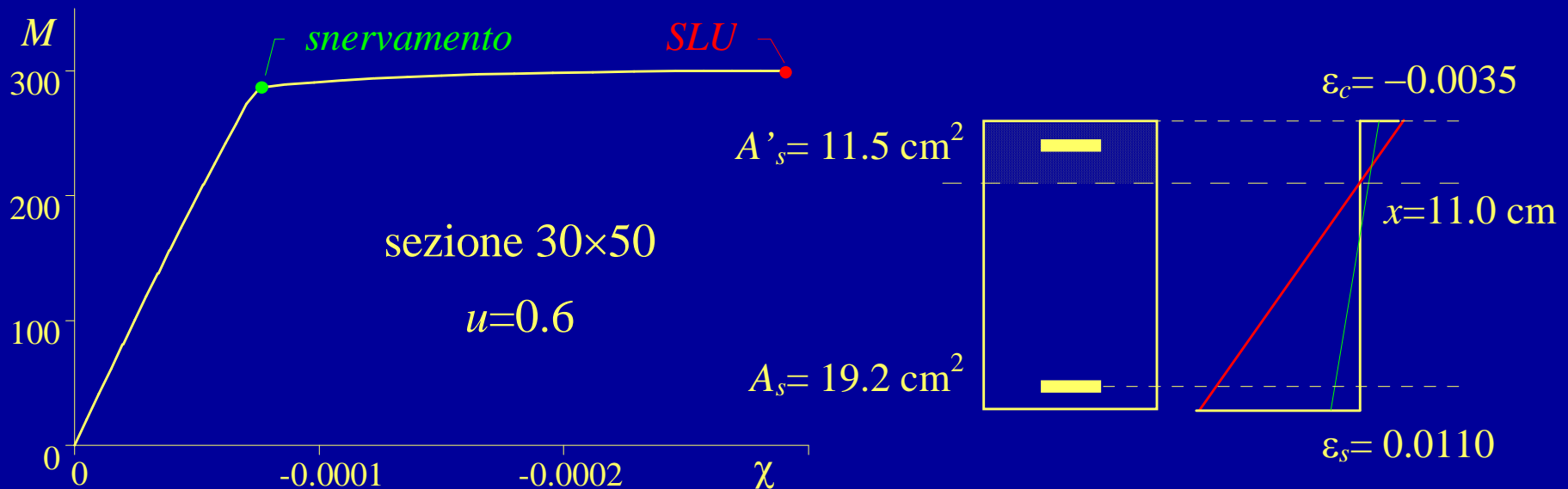
$M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$

$\varepsilon_{su} > 10 \times 10^{-3}$

$x=11.0 \text{ cm}$

$\chi=-0.000286$

Buona duttilità



Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50

$u=0.3$

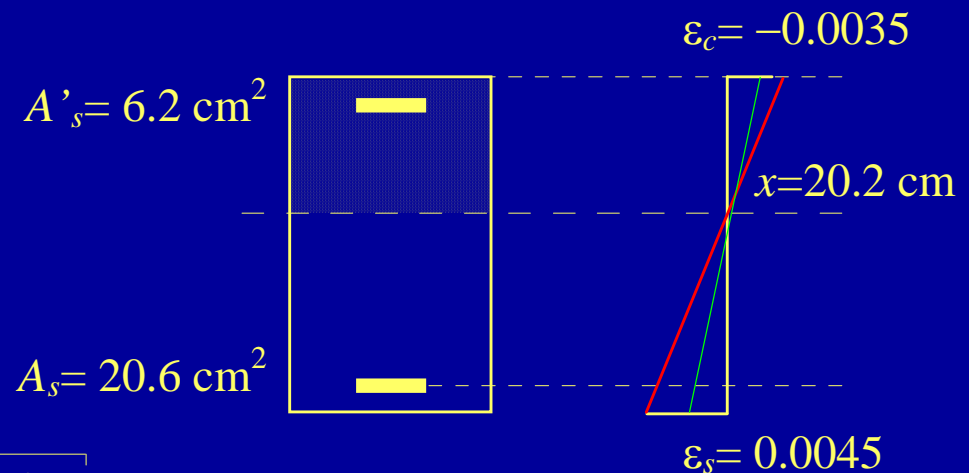
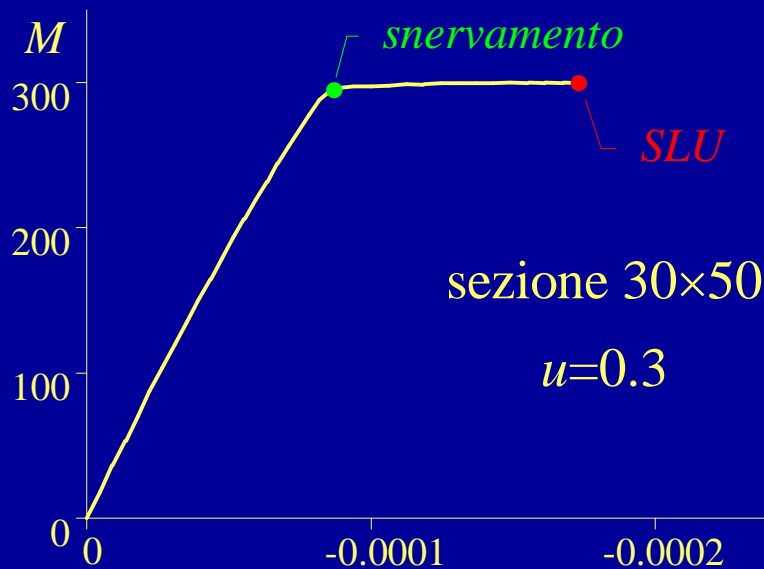
$M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$

$\varepsilon_{su} = 4.5 \times 10^{-3}$

$x=20.2 \text{ cm}$

$\chi=-0.000184$

Duttilità discreta



Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50

$u=0.08$

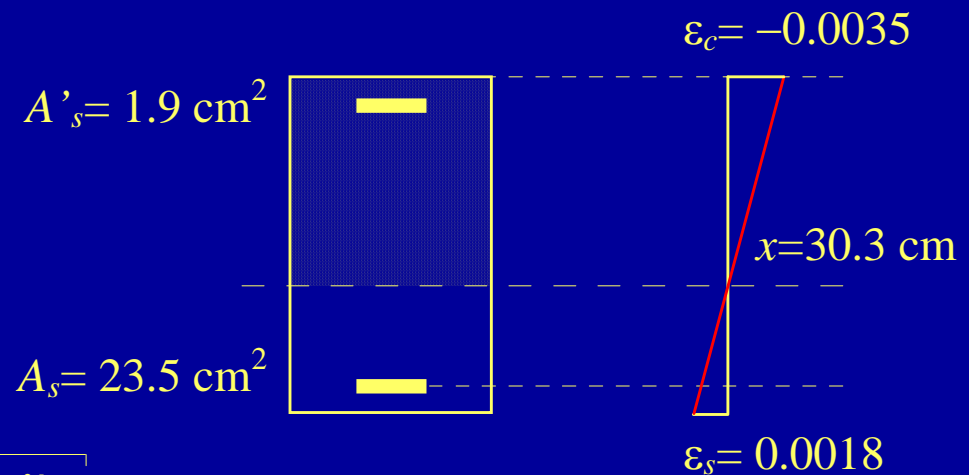
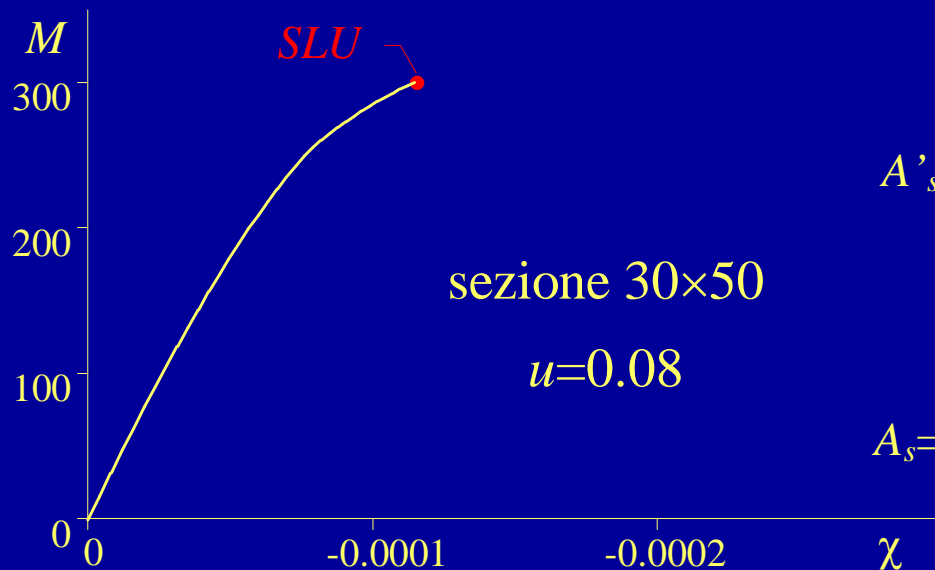
$M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$

$\varepsilon_{su} = 1.8 \times 10^{-3}$

$x=30.3 \text{ cm}$

$\chi=-0.000116$

Bassa duttilità



Quanto vale il coefficiente r ?

Tensioni ammissibili:
dipende da calcestruzzo e acciaio

per $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$ e FeB44k: $r = 0.0282$

Stato limite ultimo:
dipende solo dal calcestruzzo

per $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$: $r = 0.0220$

Esempio

progetto di sezione a semplice armatura

Tensioni ammissibili:

$$M = 115 \text{ kNm}$$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0282 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.552 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 60$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.56 \times 255} = 8.95 \text{ cm}^2$$

Stato limite ultimo:

$$M_{Sd} = 170 \text{ kNm}$$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0220 \sqrt{\frac{170}{0.30}} = 0.524 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 60$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = \frac{170 \times 10}{0.9 \times 0.56 \times 374} = 9.02 \text{ cm}^2$$

Che relazione c'è tra r ed r' ?

Sia per TA che per SLU:

$$r' \cong r \sqrt{1 - s' u} \quad \text{con} \quad s' = \frac{\sigma'_s}{\sigma_{s,\max}} \quad u = \frac{A'_s}{A_s}$$

Si noti che s' dipende principalmente dal copriferro c (o meglio, dal rapporto $\gamma = c/d$)

Ma per TA s' è sempre basso (meno di 0.5)

mentre per SLU s' è molto spesso pari a 1 (è minore solo per travi a spessore)

Valori di r' ($R_{ck} = 25 \text{ MPa}$, FeB44k)

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.43$	$s' = 0.35$	$s' = 0.20$
0	0.0282	0.0282	0.0282
0.25	0.0265	0.0269	0.0275
0.50	0.0248	0.0256	0.0269
0.75	0.0230	0.0242	0.0262
1.00	0.0211	0.0227	0.0255

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.44$
0	0.0220	0.0220	0.0220
0.25	0.0189	0.0190	0.0209
0.50	0.0153	0.0155	0.0197

Valori di r'/r ($R_{ck} = 25 \text{ MPa}$, FeB44k)

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.43$	$s' = 0.35$	$s' = 0.20$
0	1.000	1.000	1.000
0.25	0.940	0.954	0.975
0.50	0.879	0.908	0.954
0.75	0.816	0.858	0.929
1.00	0.748	0.805	0.904

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.44$
0	1.000	1.000	1.000
0.25	0.859	0.864	0.950
0.50	0.695	0.705	0.895

Contributo dell'armatura compressa

Il contributo dell'armatura compressa nelle verifiche di resistenza allo SLU è diverso da quello fornito nelle verifiche alle TA

Come si vede, ciò è dovuto al fatto che nel caso di stato limite ultimo l'armatura compressa lavora al massimo o quasi ($s' \cong 1$) mentre nel metodo delle tensioni ammissibili essa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile ($s' \cong 0.3 \div 0.5$)

Esempio

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.25$)

Tensioni ammissibili:

$$M = 115 \text{ kNm}$$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0265 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.519 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 60$$

era 0.552 m per $u=0$

Stato limite ultimo:

$$M_{Sd} = 170 \text{ kNm}$$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0189 \sqrt{\frac{170}{0.30}} = 0.450 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 50$$

era 0.524 m per $u=0$

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto della sezione assumere un valore
 $r' = 0.019$ o 0.020 (corrisponde a $u \cong 25\%$)

Per travi molto basse (a spessore) assumere valori
un po' maggiori
 $r' = 0.021$ (corrisponde a $u \cong 25\%$)

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto dell'armatura tesa considerare un braccio della coppia interna pari a $0.9 d$

Per sezioni a forte armatura (sconsigliate per la carenza di duttilità) il braccio della coppia interna dovrebbe essere minore ($0.8 d$)

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto dell'armatura compressa
determinare la differenza tra M_{sd} e momento
resistente per $u = 0$

$$M_0 = \frac{bd^2}{r^2}$$

$$\Delta M = M_{sd} - M_0$$

$$A'_s = \frac{\Delta M}{(d - c) f_{yd}}$$

Prescrizioni sull'armatura limiti imposti dal D.M. 14/09/2005

Armatura minima: $A_{s,tot} \geq 0.30 \% b h$

Nelle sezioni a spigoli vivi è necessario disporre una barra per ciascuno spigolo; l'interasse tra le barre longitudinali non può superare 200 mm.

Armatura compressa: $A'_s \geq 0.50 A_s$ (zona sismica)

Armatura massima (EC2):

$$A_s \leq 3 \% b h$$

$$A'_s \leq 3 \% b h$$

Prescrizioni sull'armatura limiti imposti dall' O.P.C.M. 3431

Posto: $\rho = \frac{A_s}{b h}$ deve essere $\frac{1.4}{f_{yk}} < \rho < \rho_{comp} + \frac{3.5}{f_{yk}}$
 $\rho_{comp} = \frac{A_{s, comp}}{b h}$

L'armatura superiore per momento negativo alle estremità delle travi deve essere contenuta per almeno il 75% entro la larghezza dell'anima e comunque, per sezioni a T, rispettivamente entro una fascia di soletta pari alla larghezza del pilastro o alla larghezza del pilastro aumentata di 2 volte lo spessore della soletta da ciascun lato del pilastro, a seconda che nel nodo manchi o sia presente una trave ortogonale.

Almeno due barre di diametro ≥ 12 mm devono essere presenti superiormente e inferiormente per tutta la lunghezza della trave.

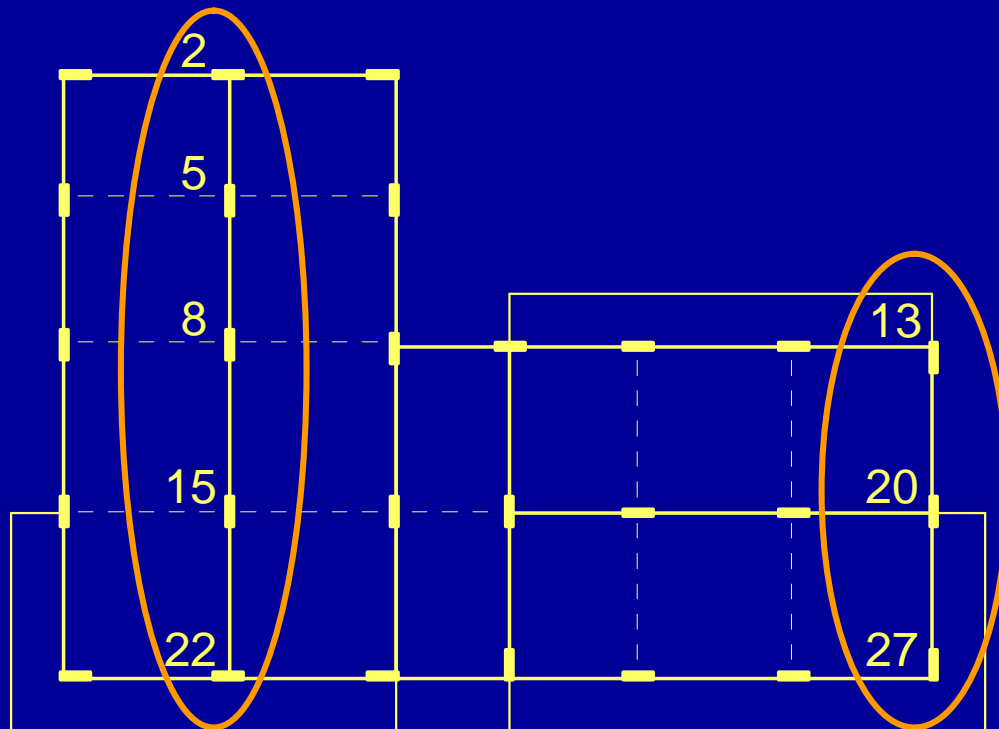
Almeno un quarto dell'armatura superiore necessaria alle estremità della trave deve essere mantenuta per tutto il bordo superiore.

Definizione delle armature - travi

Travi esaminate

(come esempio)

Si esaminano la trave 22-2 (molto caricata da carichi verticali) e la trave 27-13 (maggiormente sollecitata da sisma, anche per effetto della rotazione)



Trave 22-2

momento flettente per schemi di carico base

II impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
22	-63.56	-36.45	-1.21	137.78	-5.61	-8.38
15	-78.57	-45.44	1.42	-166.82	6.78	10.14
15	-76.24	-43.89	-1.72	206.51	-8.39	-12.54
8	-76.26	-43.95	1.71	-203.05	8.25	12.33
8	-66.85	-38.48	-1.83	215.60	-8.76	-13.10
5	-62.76	-36.25	1.83	-217.12	8.82	13.19
5	-52.84	-30.60	-1.58	182.71	-7.43	-11.11
2	-47.40	-27.23	1.30	-146.08	5.95	8.89

Trave 22-2

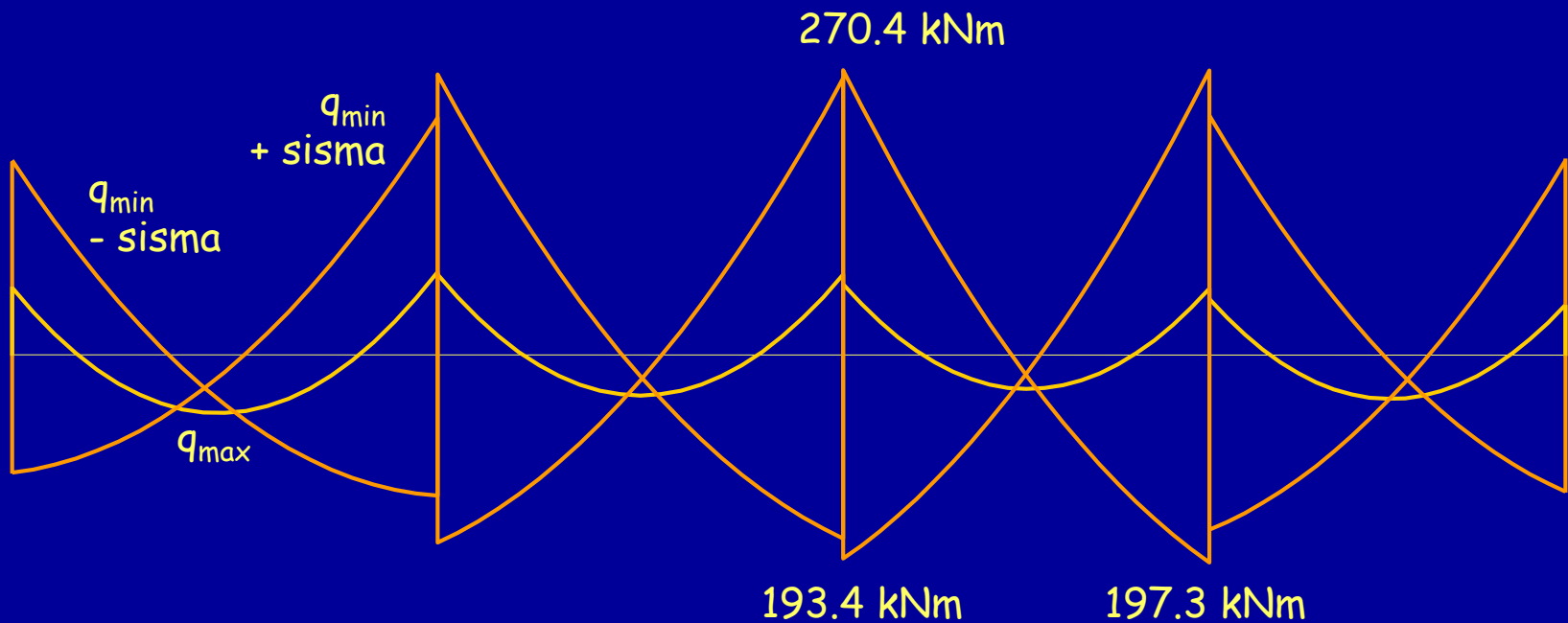
momento flettente

II impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)	sisma x	sisma y	y+0.3 x
22	-63.56	-36.45	-1.21	137.78	-5.61	-8.38	-6.82	146.16	148.21
15	-78.57	-45.44	1.42	-166.82	6.78	10.14	8.20	-176.95	-179.41
15	-76.24	-43.89	-1.72	206.51	-8.39	-12.54	-10.11	219.05	222.08
8	-76.26	-43.95	1.71	-203.05	8.25	12.33	9.96	-215.38	-218.37
8	-66.85	-38.48	-1.83	215.60	-8.76	-13.10	-10.59	228.70	231.88
5	-62.76	-36.25	1.83	-217.12	8.82	13.19	10.65	-230.30	-233.50
5	-52.84	-30.60	-1.58	182.71	-7.43	-11.11	-9.01	193.81	196.52
2	-47.40	-27.23	1.30	-146.08	5.95	8.89	7.25	-154.97	-157.14

Trave 22-2

diagramma del momento flettente



Trave 22-2

verifica della sezione

Momento sollecitante massimo (negativo):

$$M_{Sd} = 270.4 \text{ kNm}$$

Momento resistente:

con semplice armatura
($r = 0.0220$)

$$M_{Rd} = \frac{b d^2}{r^2} = 201.4 \text{ kNm}$$

con doppia armatura
($u=0.25$, $r'=0.0189$)

$$M_{Rd} = \frac{b d^2}{r'^2} = 272.9 \text{ kNm}$$

La sezione richiede il 25% di armatura in compressione (pienamente accettabile)

Trave 22-2

progetto dell'armatura longitudinale

Momento sollecitante (negativo): $M_{Sd} = 270.4 \text{ kNm}$

Area di acciaio: $A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = 14.35 \text{ cm}^2$

Momento sollecitante (positivo): $M_{Sd} = 193.4 \text{ kNm}$

Area di acciaio: $A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = 10.26 \text{ cm}^2$

Armatura: $5 \varnothing 20 \text{ sup}$ $3 \varnothing 20 + 1 \varnothing 14 \text{ inf}$
(pienamente accettabile)

Progetto dell'armatura longitudinale limiti di normativa

Posto: $\rho = \frac{A_s}{b h}$ $\rho_{comp} = \frac{A_{s, comp}}{b h}$

Deve essere: $\frac{1.4}{f_{yk}} < \rho < \rho_{comp} + \frac{3.5}{f_{yk}}$

Nel caso in esame questo implica che

$$5.86 \text{ cm}^2 < A_s < A_{s, comp} + 14.65 \text{ cm}^2$$

La condizione è soddisfatta

The drawing consists of two main parts: a longitudinal section at the top and a reinforcement detail at the bottom.

SEZIONE LONGITUDINALE (Longitudinal Section): This part shows the cross-section of the slab with a total thickness of 22 cm. It features three support points where the reinforcement is bent upwards. The reinforcement is labeled as $3 \varnothing 20$ at the top and $1 \varnothing 14 + 2 \varnothing 20$ at the bottom. The bending is indicated by orange lines, with values 15, 8, and 5 shown at the supports. The section is labeled "SEZIONE LONGITUDINALE".

DISTINTA DELLE ARMATURE (Reinforcement Detail): This part shows the distribution of reinforcement bars along the length of the slab. It is divided into four sections by vertical dashed lines, with dimensions 430, 410, 370, and 360 cm indicated. The reinforcement is labeled as $2 \varnothing 20$, $3 \varnothing 20$, $1 \varnothing 14 + 2 \varnothing 20$, and $1 \varnothing 20$. The lengths of the reinforcement bars are specified as $L=280$, $L=600$, $L=705$, $L=460$, $L=280$, $L=635$, $L=755$, and $L=485$. The drawing also shows the distribution of reinforcement bars along the width of the slab, with dimensions 140, 140, 140, and 140 cm indicated. The reinforcement is labeled as $2 \varnothing 20$, $3 \varnothing 20$, $1 \varnothing 14 + 2 \varnothing 20$, and $1 \varnothing 20$. The drawing also shows the distribution of reinforcement bars along the width of the slab, with dimensions 140, 140, 140, and 140 cm indicated.

DISTINTA DELLE ARMATURE

Trave 27-13

momento flettente per schemi di carico base

I impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
27	-27.15	-17.92	14.41	331.44	37.61	56.17
20	-25.43	-17.16	-13.02	-301.83	-34.25	-51.16
20	-18.25	-13.67	13.02	301.83	34.25	51.16
13	-32.12	-20.49	-14.41	-331.44	-37.61	-56.17

Trave 27-13

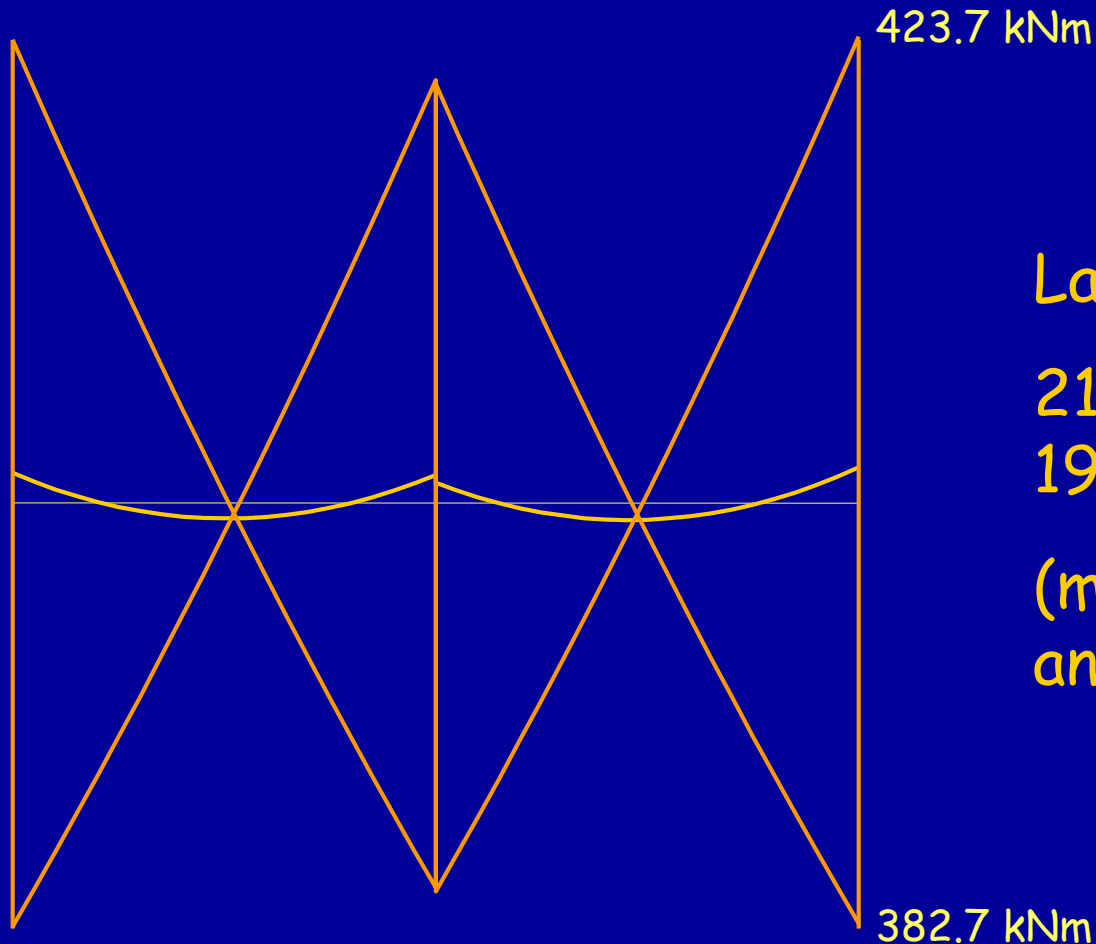
momento flettente

I impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)	sisma x	sisma y	y+0.3 x
27	-27.15	-17.92	14.41	331.44	37.61	56.17	52.02	387.61	403.21
20	-25.43	-17.16	-13.02	-301.83	-34.25	-51.16	-47.27	-352.99	-367.17
20	-18.25	-13.67	13.02	301.83	34.25	51.16	47.27	352.99	367.17
13	-32.12	-20.49	-14.41	-331.44	-37.61	-56.17	-52.02	-387.61	-403.21

Trave 27-13

diagramma del momento flettente



La sezione richiede:

21.8 cm² sup

19.6 cm² inf

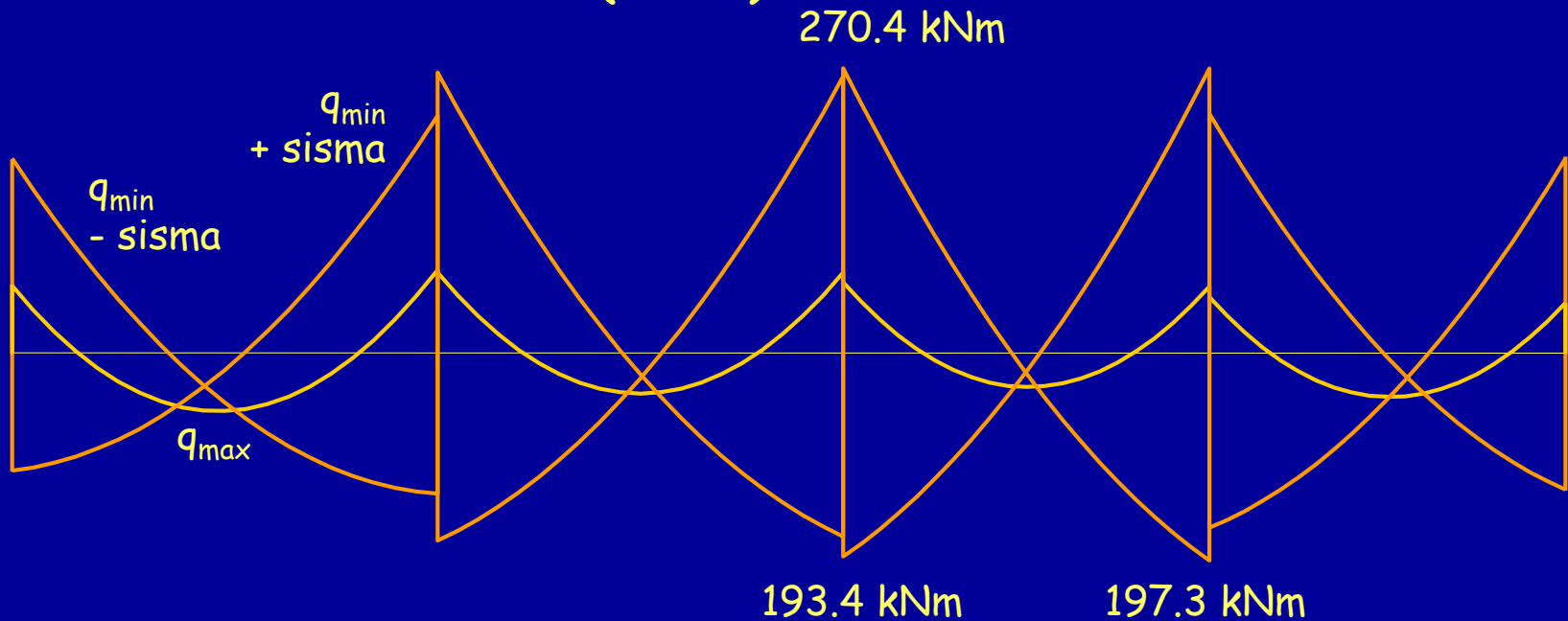
(molto forti, ma
ancora accettabili)

Progetto ad alta duttilità
Cosa cambia per le travi?

Trave 22-2

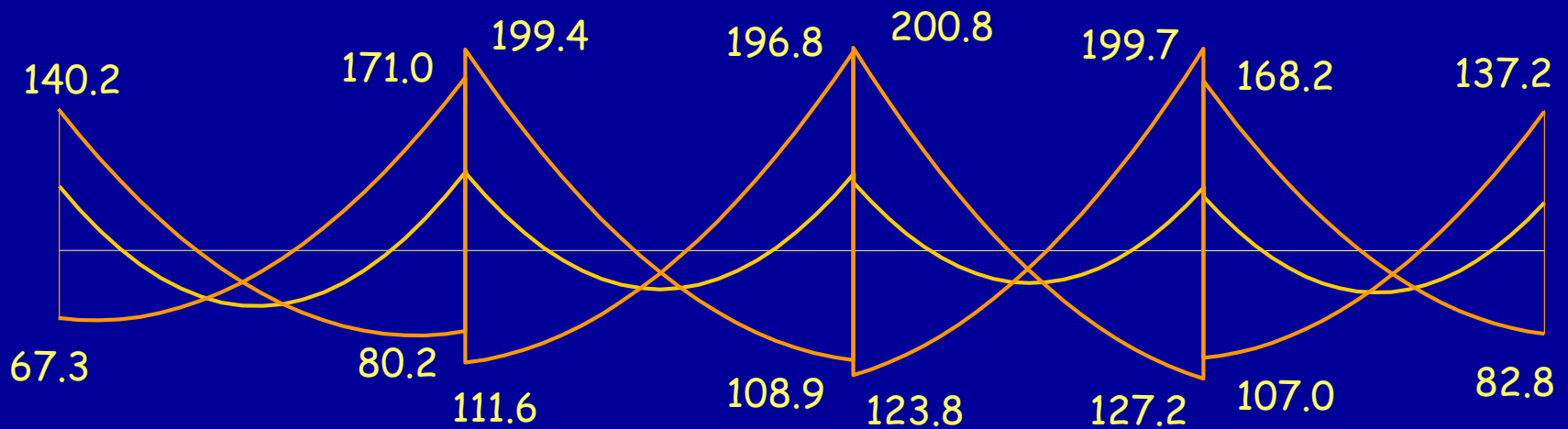
nel caso di duttilità bassa (B)

Momenti flettenti (kNm)



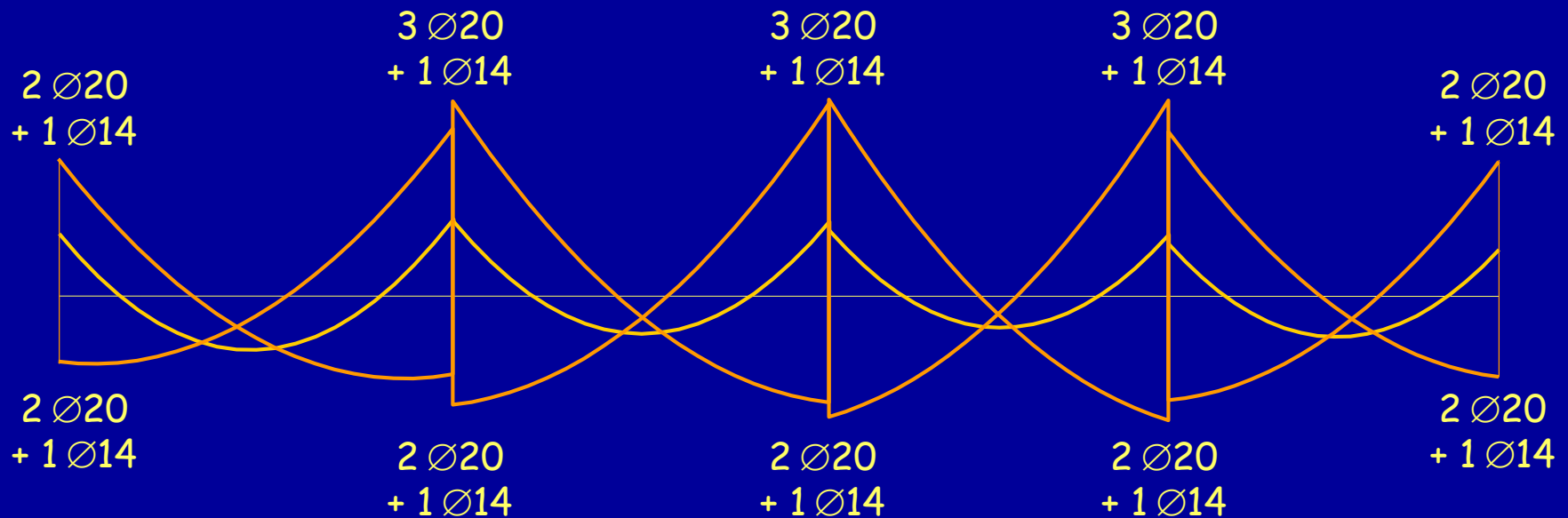
Trave 22-2 nel caso di duttilità alta (A)

Momenti flettenti (kNm)

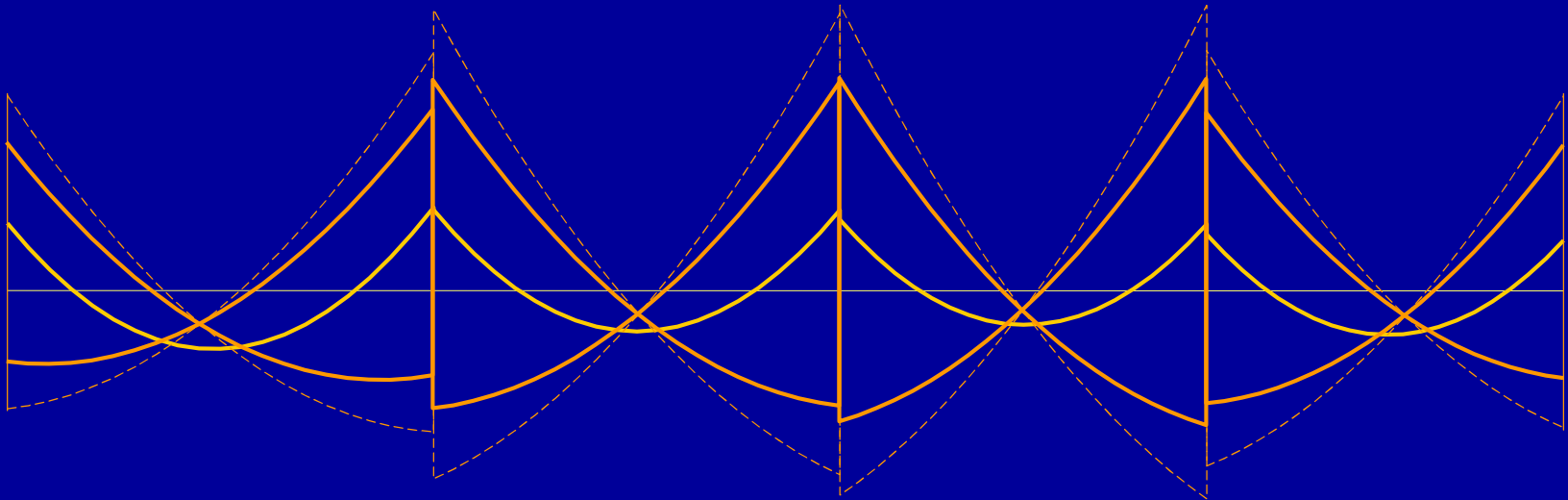


Trave 22-2 nel caso di duttilità alta (A)

Armatura disposta

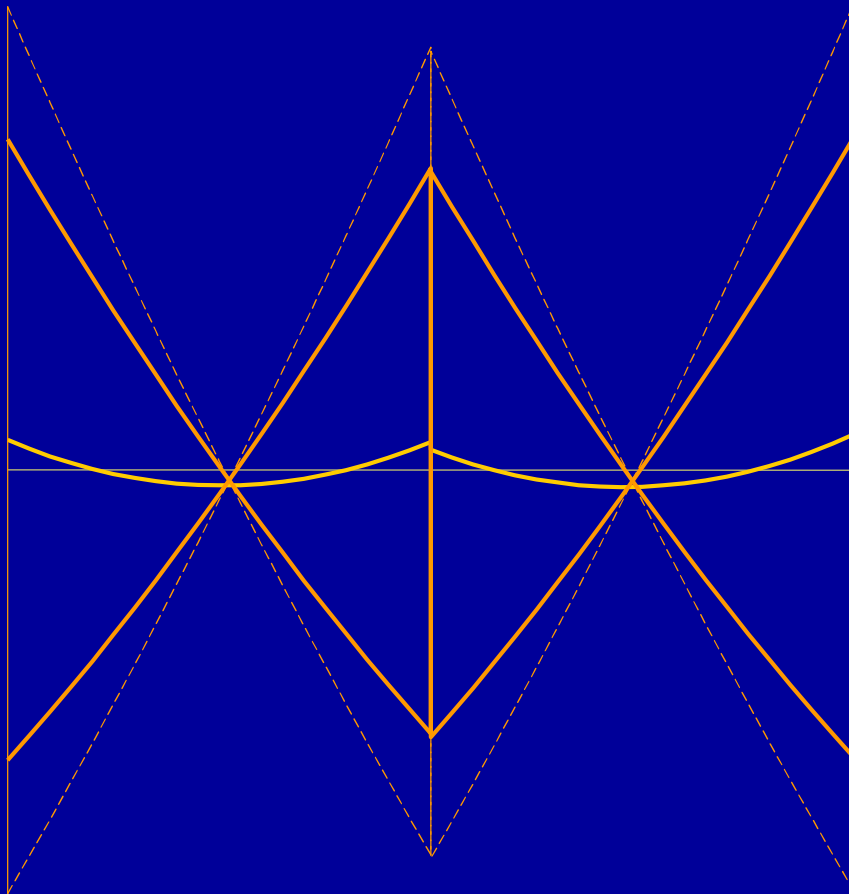


Trave 22-2 nel caso di duttilità alta (A)



I momenti flettenti e le armature a flessione
sono minori
(il taglio richiede ulteriori considerazioni...)

Trave 27-13 nel caso di duttilità alta (A)



I momenti flettenti sono minori

La sezione richiede:

15.5 cm² sup

13.4 cm² inf

(pienamente
accettabili)

In classe CDB erano:

21.8 cm² sup

19.6 cm² inf

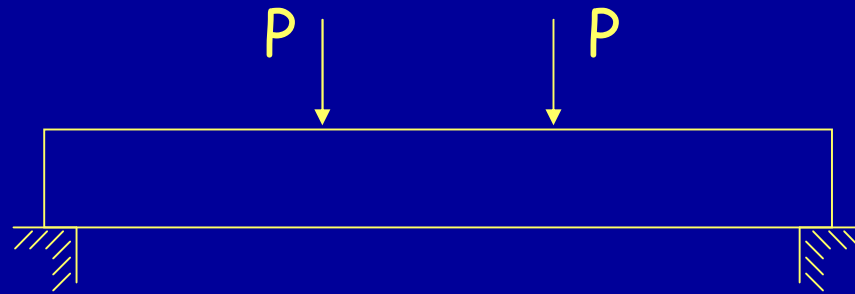
Travi - considerazioni

Il progetto ad alta duttilità comporta un risparmio di armatura longitudinale (nell'esempio, circa il 25%)

		CDB	CDA
Trave 22-2:	sup.	5 ϕ 20	3 ϕ 20+1 ϕ 14
	inf.	3f20+1f14	2f20+1f14
Trave 17-13:	sup.	7f20	5f20
	inf.	6f20+1f14	4f20+1f14

Taglio

Comportamento di una trave



trave



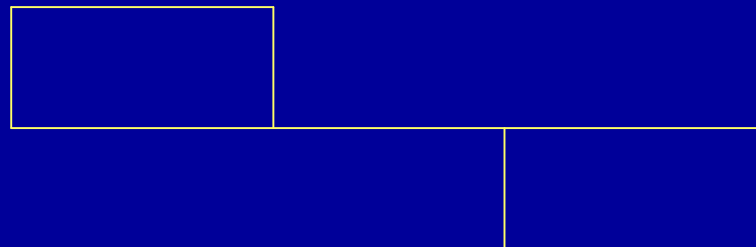
schema

M



Momento
flettente

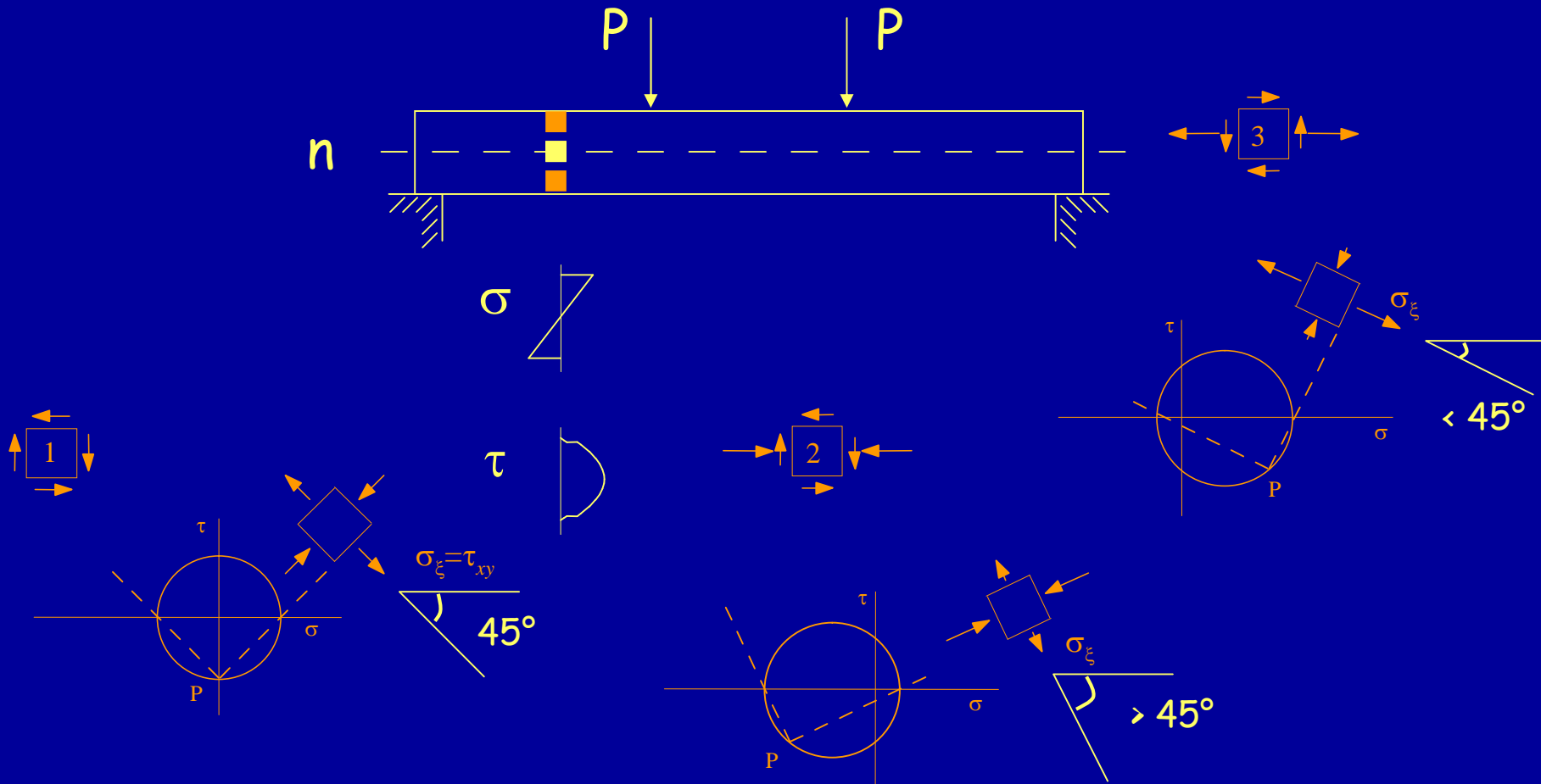
V



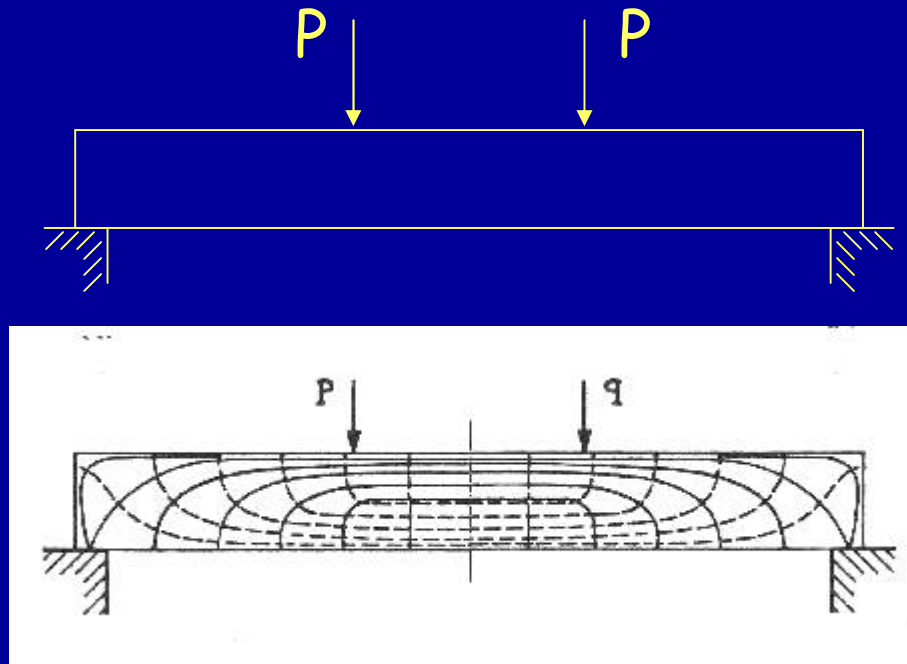
Taglio

Comportamento di una trave

1 - calcestruzzo resistente a trazione



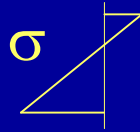
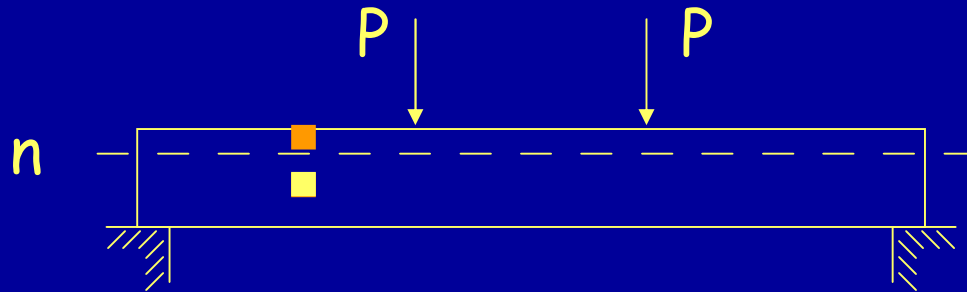
Comportamento di una trave 1 - calcestruzzo resistente a trazione



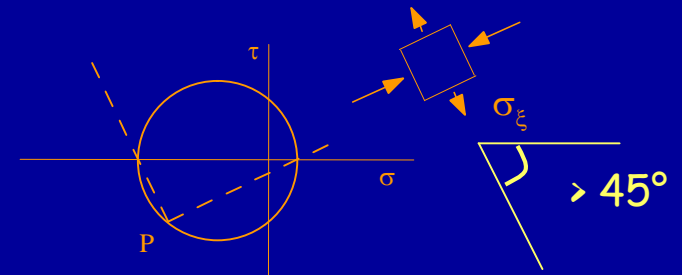
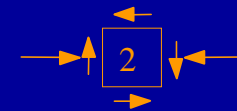
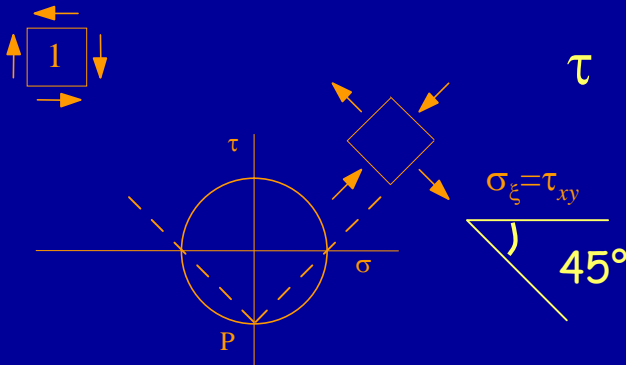
isostatiche

Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione

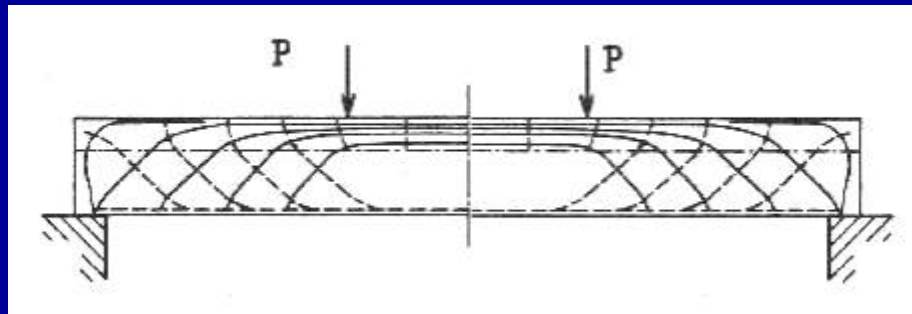
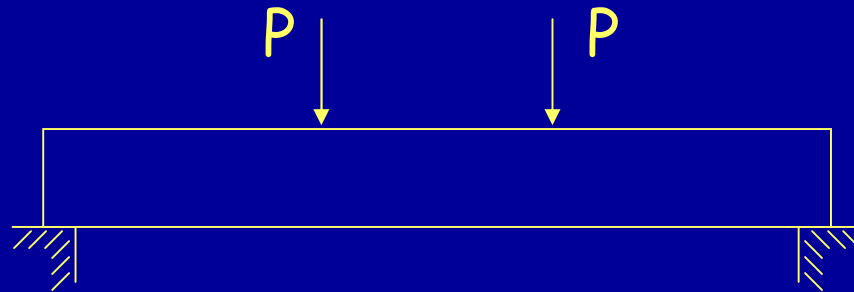


τ
 $\tau_{\max} = \frac{V}{0.9 b d}$

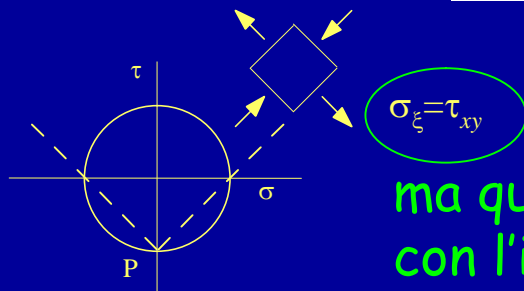


Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione



isostatiche



$$\sigma_{\xi} = \tau_{xy}$$

ma questa tensione di trazione è incompatibile
con l'ipotesi fatta per il materiale

Resistenza di trave non armata a taglio

Verifica - tensioni ammissibili

Non è necessaria armatura a taglio se $\tau < \tau_{c0}$

Vuol dire che:

- Non si accetta trazione dovuta alla flessione
- Si accettano modeste trazioni dovute al taglio

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

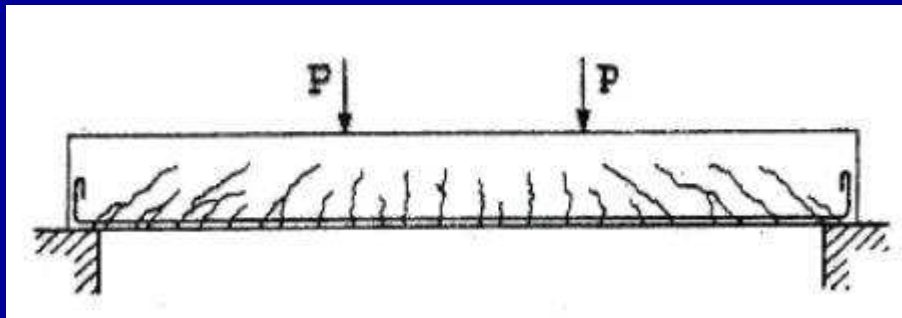
$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d$$

Nota: si devono comunque disporre armature minime a taglio, tranne che nei solai

Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

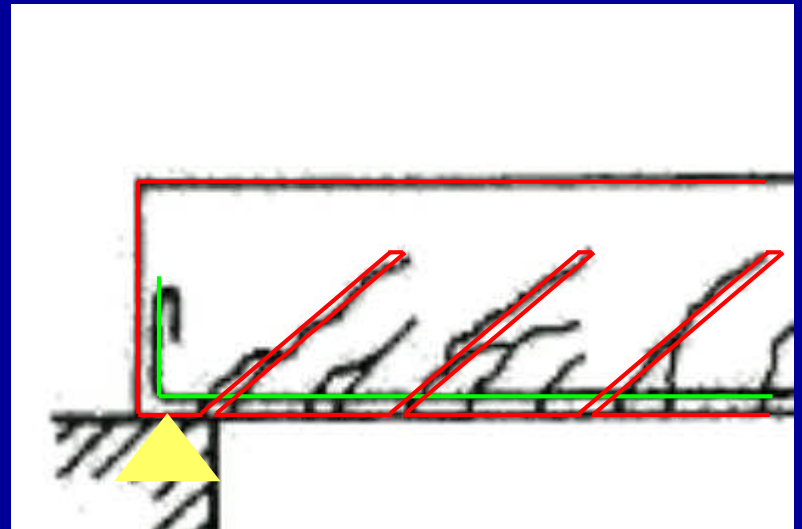
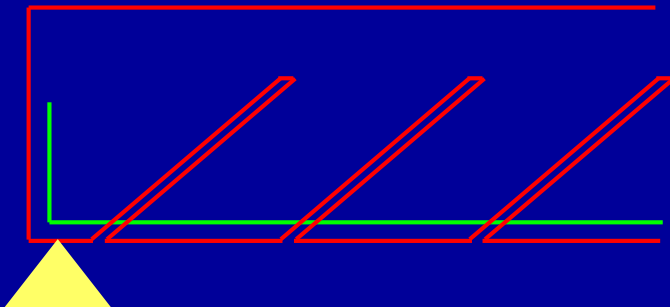
Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio



Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

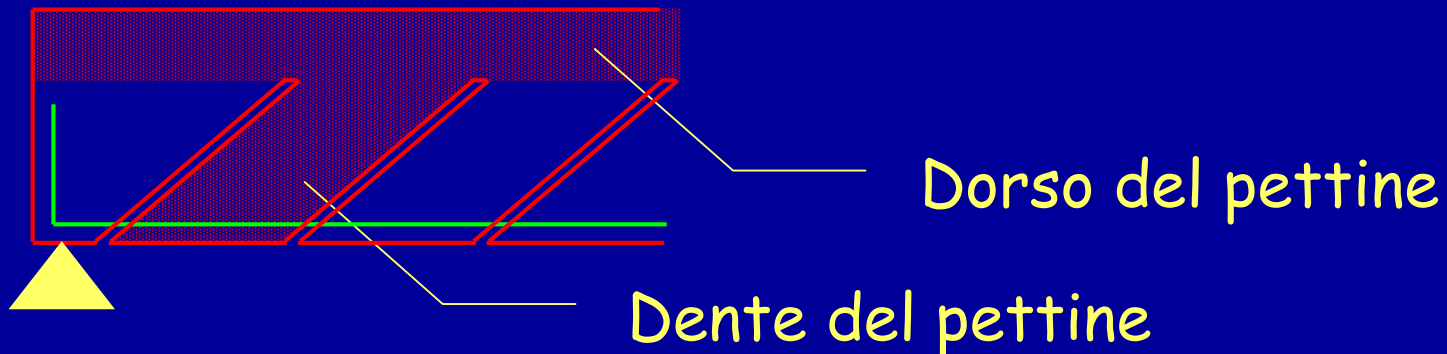


Verifica - stato limite ultimo

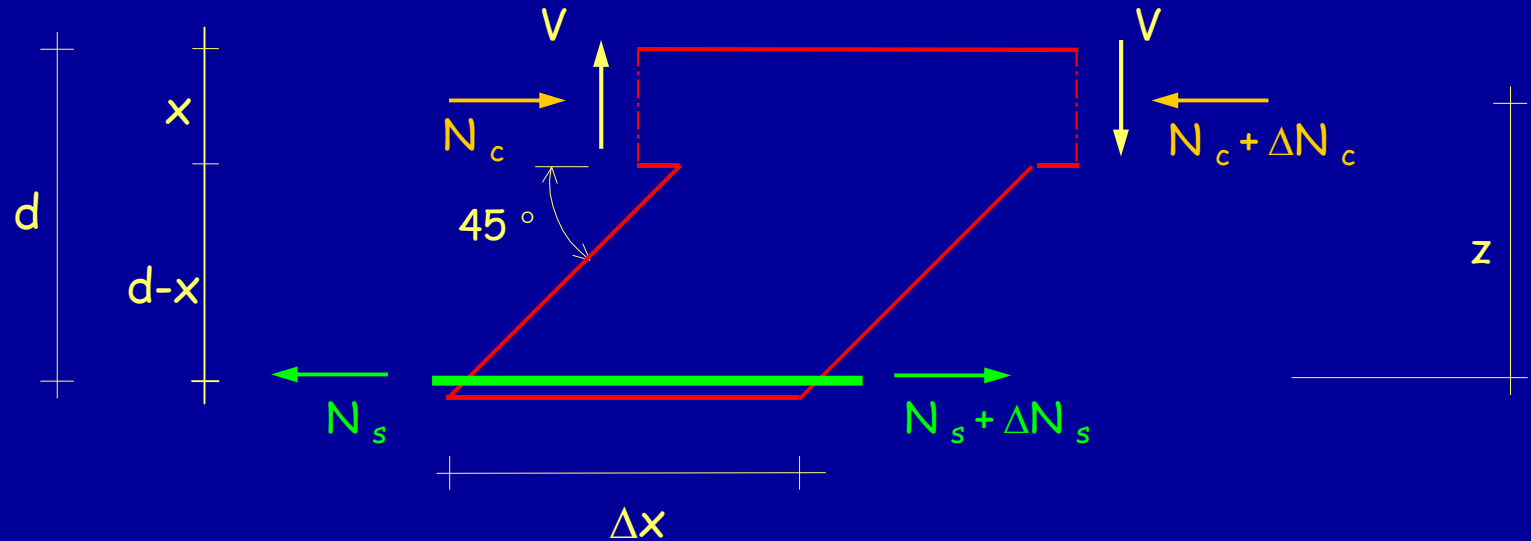
Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

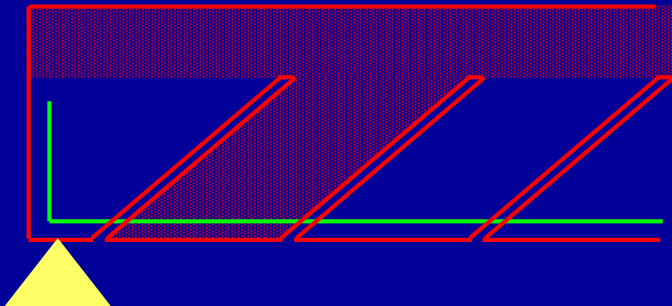
Modello a pettine



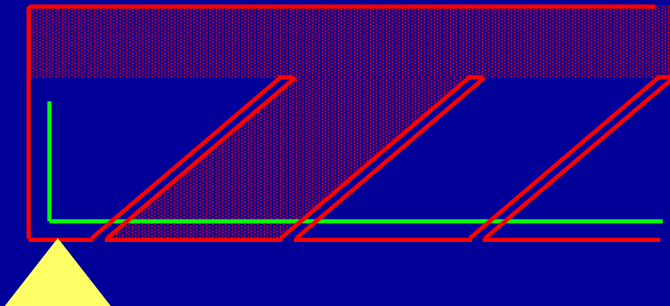
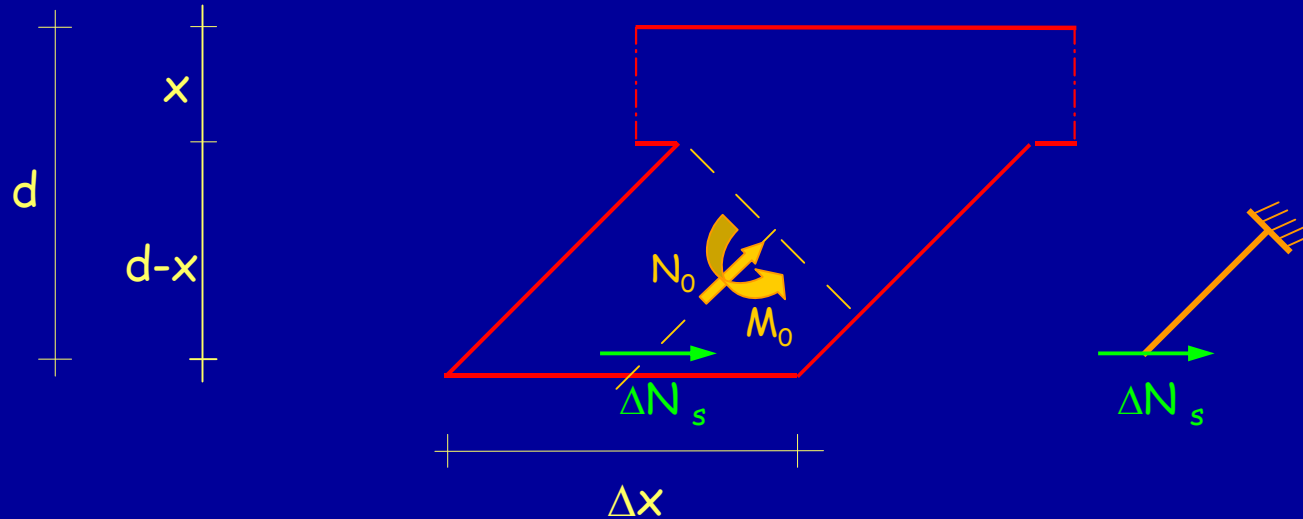
Resistenza del dente



$$\Delta N_s = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V \Delta x}{z}$$



Resistenza del dente

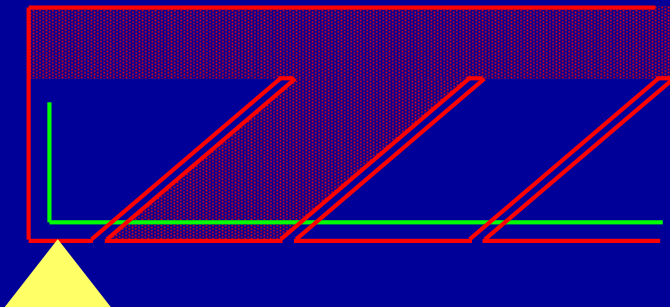
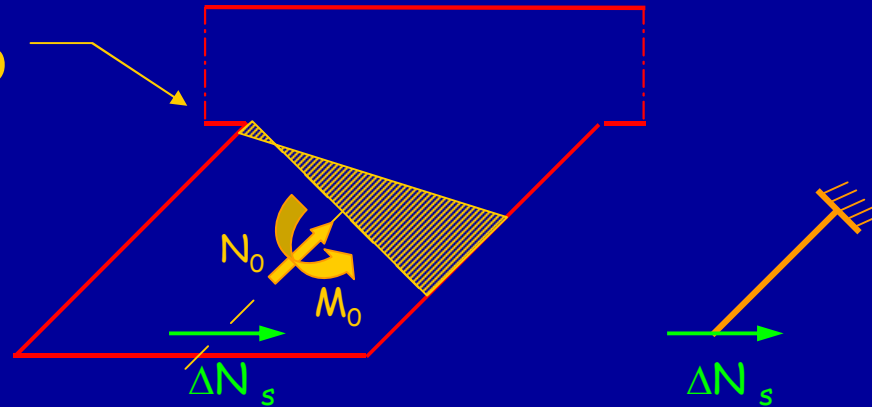


$$N_0 = -\frac{\Delta N_s}{\sqrt{2}} = -\frac{V}{\sqrt{2}} \frac{\Delta x}{z}$$

$$M_0 = -\Delta N_s \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right) = -\frac{V}{z} \frac{\Delta x}{\sqrt{2}} \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right)$$

Resistenza del dente

Rottura quando
 $\sigma = f_{ctd}$

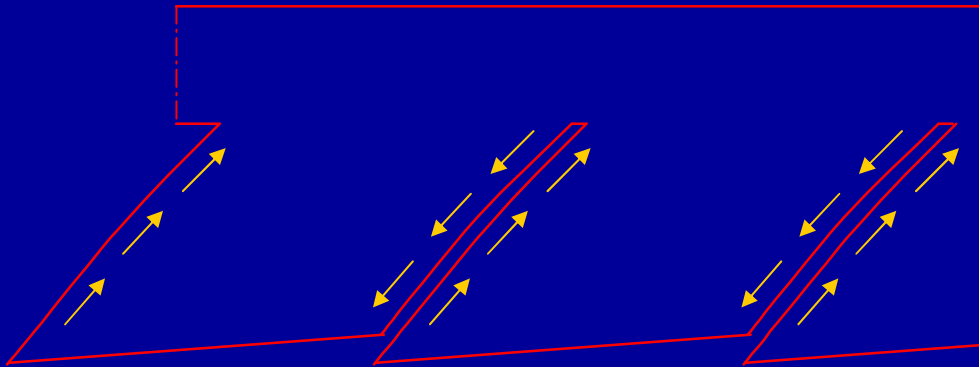


Resistenza del dente:

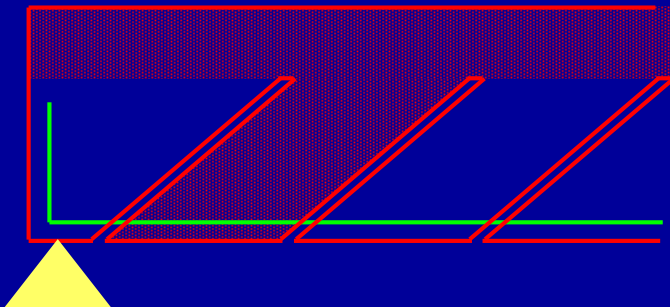
$$V_{Rd} = \tau_{Rd} b d$$

$$\tau_{Rd} = 0.25 f_{ctd}$$

Altri contributi alla resistenza del dente



Ingranamento degli inerti

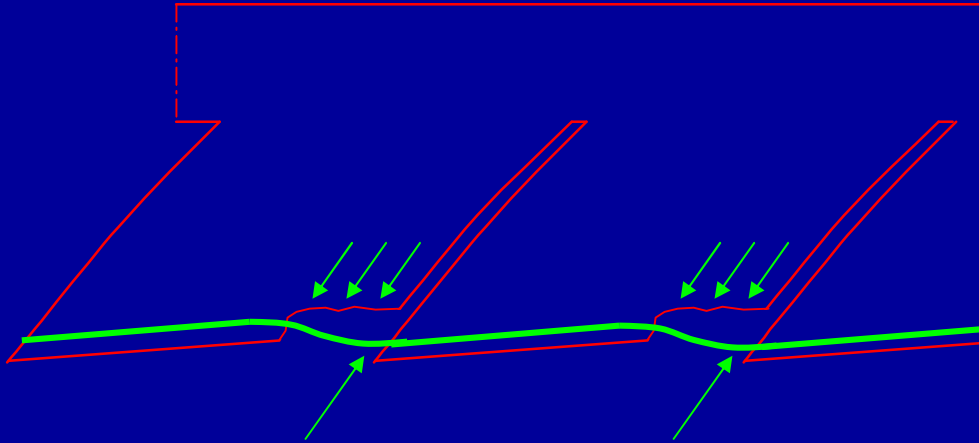


Resistenza del dente:

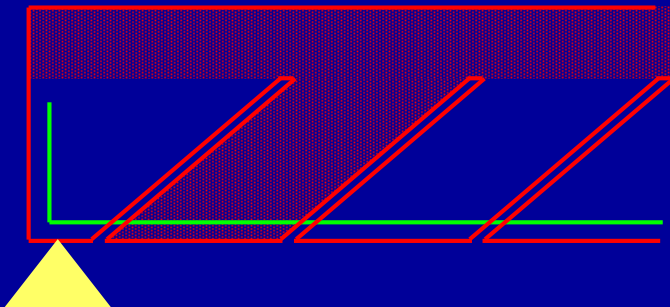
$$V_{Rd} = \tau_{Rd} k b d$$

$$k = 1.6 - d \geq 1$$

Altri contributi alla resistenza del dente



Effetto spinotto



Resistenza del dente:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} \leq 0.02$$

Esempio - tensioni ammissibili

Travetti di solaio:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\varnothing 10 \text{ a travetto}$$

$$3.1 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d =$$

$$= 0.9 \times 0.53 \times 20 \times 22 \times 10^{-1} = 21.0 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo

Travetti di solaio:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\varnothing 10 \text{ a travetto}$$

$$3.1 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria
armatura a taglio è

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d$$

$$V_{Rd1} = 22.2 \text{ kN}$$

$$\tau_{Rd} = 0.25 \text{ MPa}$$

$$k = 1.6 - 0.22 = 1.38$$

$$\rho_l = \frac{3.1}{20 \times 24} = 0.00646$$

$$1.2 + 40 \rho_l = 1.46$$

Confronto

Tensioni ammissibili:

$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d = 21.0 \text{ kN}$$

0.48 $0.48 \times 1.45 = 0.72$

Stato limite ultimo:

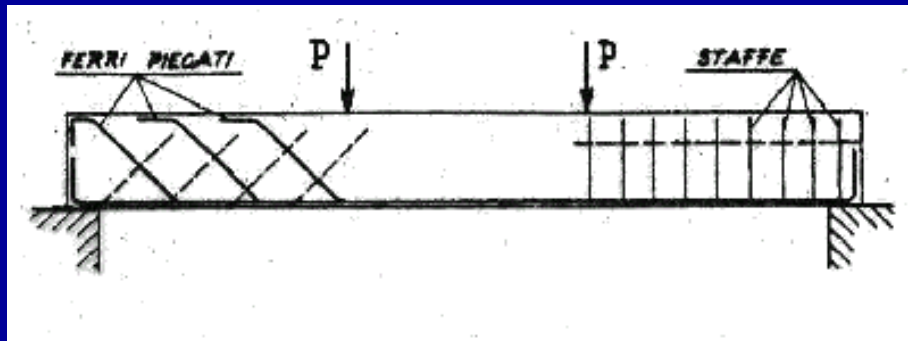
$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d = 22.2 \text{ kN}$$

0.50 $0.30 \div 0.80$

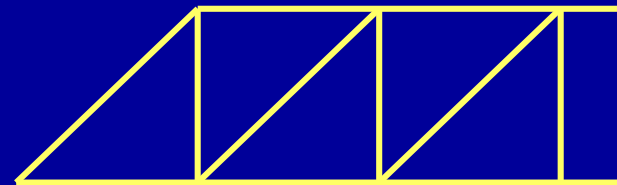
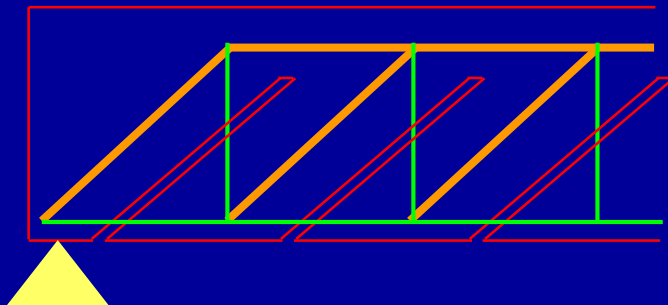
Ma i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, quindi la resistenza è, in proporzione, minore

Resistenza di trave armata a taglio

Modello di calcolo



Traliccio di Mörsch



Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi:
$$V_{c1} = 0.9 \tau_{c1} b d$$

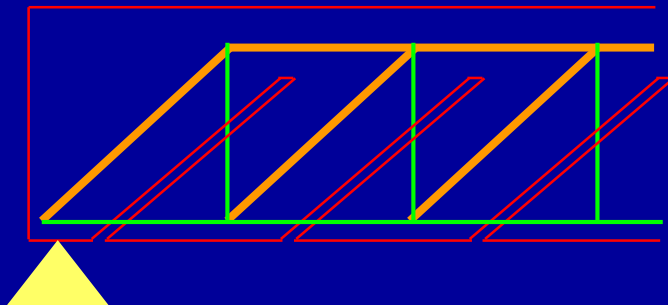
La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Mörsch - schema isostatico

Per staffe:
$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s$$

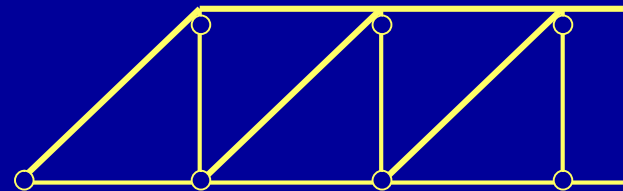
Verifica - stato limite ultimo

Sia la resistenza del calcestruzzo che quella dell'armatura vengono valutate col modello di traliccio

Attenzione: occorre tener conto del fatto che il traliccio è iperstatico



Traliccio iperstatico



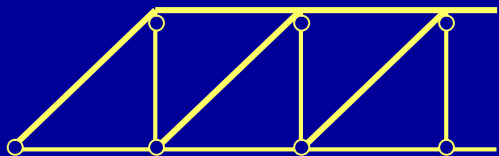
Verifica - stato limite ultimo

In campo lineare, l'iperstaticità del traliccio è irrilevante

Rigidezza estensionale \gg Rigidezza flessionale

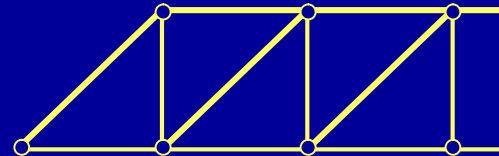


Traliccio iperstatico



=

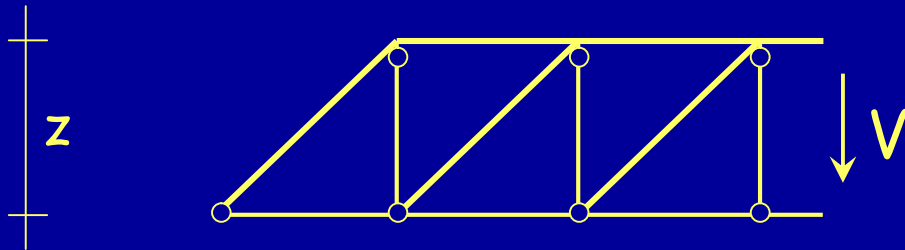
Traliccio isostatico



Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase *elastica*

Resistenza del calcestruzzo:

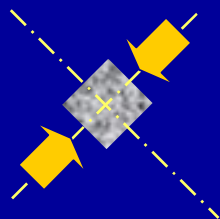


$$N_c = V \sqrt{2}$$

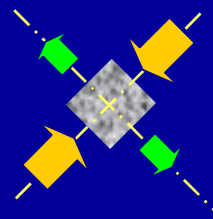
$$A_c = b z \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ponendo $\sigma_c = v f_{cd}$ si ottiene $V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} b z$

Notare:



$$\alpha f_{cd}$$



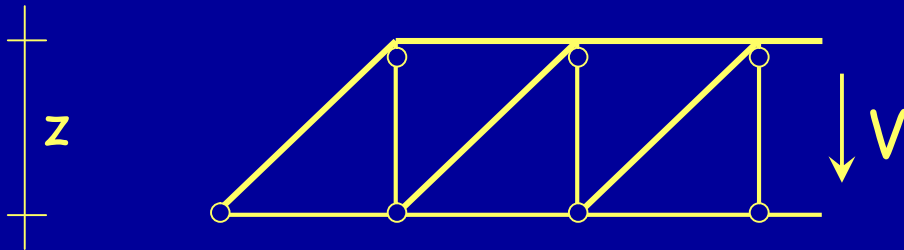
$$v f_{cd}$$

$$v = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200}$$

Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase *elastica*

Resistenza dell'armatura:



$$N_s = V$$

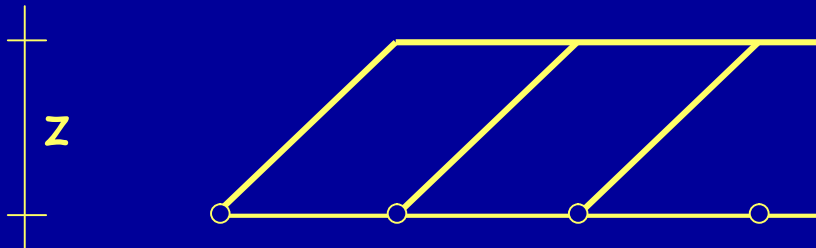
Ponendo $\sigma_s = f_{yd}$ si ottiene

$$V_{wd} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z$$

Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "normale"



Se si rompe prima il calcestruzzo: fine

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} b z$$

Se si snerva l'armatura
scompare l'armatura a taglio

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd}$$

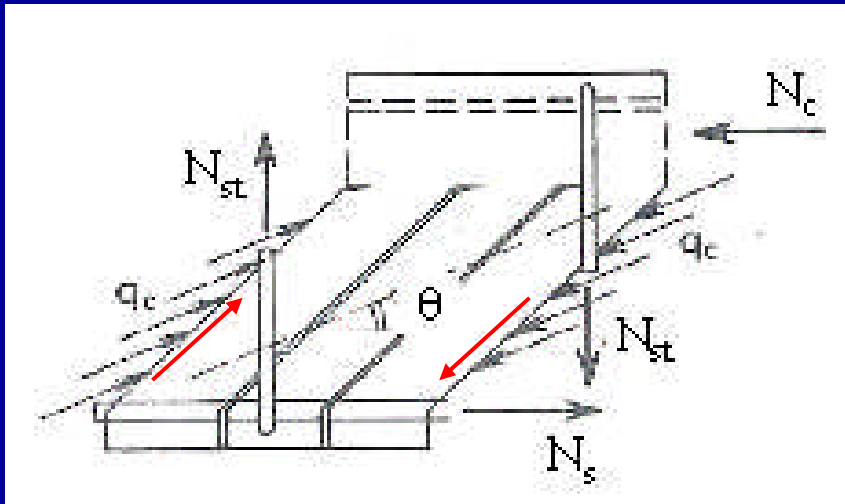
rimane ancora il "pettine"
con la sua resistenza

$$\text{con } V_{cd} = V_{Rd1}$$

Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"



Quando si snerva l'armatura
scompare l'armatura a taglio
ma per l'ingranamento degli
inerti la direzione di
compressione si inclina

$$1 \leq \cot \theta \leq 2$$

$$V_{Rd2} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} b z$$

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

Esempio - tensioni ammissibili

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_s = 4\varnothing 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)} \\ & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \varnothing 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$\begin{aligned} V_{c1} &= 0.9 \tau_{c1} b d = \\ &= 0.9 \times 1.69 \times 30 \times 46 \times 10^{-1} = 210 \text{ kN} \end{aligned}$$

La resistenza dell'armatura è

$$\begin{aligned} V_{st} &= \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s = \\ &= 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 255 \times 10^{-3} = 70.7 \text{ kN} \end{aligned}$$

Esempio - stato limite ultimo modello "normale"

Trave emergente:

$b = 30 \text{ cm}$	$h = 50 \text{ cm}$	$A_s = 4\varnothing 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$
	$d = 46 \text{ cm}$	staffe $\varnothing 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$

La resistenza della trave a taglio è

$$\begin{aligned} V_{Rd2} &= \frac{1}{2} v f_{cd} b z = \\ &= \frac{0.596}{2} \times 13.0 \times 30 \times 0.9 \times 46 \times 10^{-1} = 481 \text{ kN} \end{aligned}$$

Esempio - stato limite ultimo modello "normale"

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_s = 4\varnothing 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)} \\ & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \varnothing 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza dell'armatura si calcola così

$$V_{cd} = V_{Rd1} = 54.3 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} V_{wd} &= \frac{A_{st}}{s} 0.9 d f_{yd} = \\ &= 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 374 \times 10^{-3} = 103.7 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} = 158 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo

"inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$b = 30 \text{ cm}$	$h = 50 \text{ cm}$	$A_s = 4\varnothing 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$
	$d = 46 \text{ cm}$	staffe $\varnothing 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rd2} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} b z$$

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 481 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 385 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo

"inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$b = 30 \text{ cm}$	$h = 50 \text{ cm}$	$A_s = 4\varnothing 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$
	$d = 46 \text{ cm}$	staffe $\varnothing 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd3} = 207.4 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo

"inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$b = 30 \text{ cm}$	$h = 50 \text{ cm}$	$A_s = 4\varnothing 14 \text{ (} 6.2 \text{ cm}^2 \text{)}$
	$d = 46 \text{ cm}$	staffe $\varnothing 8/15 \text{ (} 6.7 \text{ cm}^2/\text{m)}$

In definitiva, poiché

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 481 \text{ kN} \quad V_{Rd3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 385 \text{ kN} \quad V_{Rd3} = 207.4 \text{ kN}$$

si può assumere $\cot \theta = 2$ e $V_{Rd} = 207.4 \text{ kN}$

Confronto - calcestruzzo

Tensioni ammissibili:

$$V_{c1} = 0.9 \tau_{c1} b d = 210 \text{ kN}$$

$$1.52 \quad 1.52 \times 1.45 = 2.28$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$V_{Rd2} = \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta} v f_{cd} 0.9 b d = 385 \text{ kN}$$

$$3.10$$

$$\cot\theta = 1 \Rightarrow 3.87$$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è, in proporzione, maggiore

Confronto - armatura

Tensioni ammissibili:

$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d (\overline{\sigma}_s) = 70.7 \text{ kN}$$

255

255 × 1.45 = 370

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d (f_{yd} \cot\theta) = 207.4 \text{ kN}$$

748

$\cot\theta = 1 \Rightarrow 374$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio è il doppio)

Progetto dell'armatura

Tensioni ammissibili:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$V = 85 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{V}{0.9 d \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{85}{0.9 \times 46 \times 255} \times 10^3 = 8.1 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$V_{Sd} = 120 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{V_{Sd}}{0.9 d f_{yd} \cot\theta} \\ &= \frac{120}{0.9 \times 46 \times 374 \times 2} \times 10^3 = 3.9 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Minimi di armature (EC2)

Area minima delle staffe:

$$\rho = \frac{A_{st}}{b s} \geq \rho_{min}$$

ρ_{min} dipende dalle caratteristiche dei materiali
impiegati

Valori di ρ_{min}

Classi di calcestruzzo	Classi di acciaio		
	S220	S400	S500
C12/15 - C20/25	0.0016	0.0009	0.0007
C25/30 - C35/45	0.0024	0.0013	0.0011
C40/50 - C50/60	0.0030	0.0016	0.0013

Minimi di armature (EC2)

Area minima delle staffe:

$$\rho = \frac{A_{st}}{b s} \geq \rho_{min}$$

ρ_{min} dipende dalle caratteristiche dei materiali impiegati

Passo delle staffe:

deve essere non superiore a

$$s \leq 0.8 d \leq 30 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} \leq 1/5 V_{Rd2}$$

$$s \leq 0.6 d \leq 30 \text{ cm}$$

$$1/5 V_{Rd2} < V_{Sd} \leq 2/3 V_{Rd2}$$

$$s \leq 0.3 d \leq 20 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} > 2/3 V_{Rd2}$$

Prescrizioni sull'armatura limiti imposti dal D.M. 14/09/2005

Le travi devono prevedere armatura trasversale costituita da staffe con sezione non inferiore a:

$$A_{st} \geq 1.5 b \text{ (mm}^2 \text{ / m)}$$

con un minimo di 3 staffe per metro lineare e comunque interasse non superiore a 0.8 d.

In prossimità degli appoggi il passo deve essere:

$$s \leq 12 \varphi_{l,\min}$$

Per le strutture in zona sismica i limiti suddetti vanno raddoppiati nelle zone critiche per una lunghezza pari a 2 volte l'altezza della trave

Prescrizioni sull'armatura limiti imposti dall' O.P.C.M. 3431

Nelle zone di attacco con i pilastri, per un tratto pari a due volte l'altezza utile della sezione trasversale per il CD"A" e pari a una volta tale altezza per il CD"B", devono essere previste staffe di contenimento. La prima staffa di contenimento deve distare non più di 5 cm dalla sezione a filo pilastro; le successive devono essere disposte ad un passo non maggiore della più piccola delle grandezze seguenti:

- un quarto dell'altezza utile della sezione trasversale;
- 15 cm;
- $6 \phi_{l,min}$ (solo per CDA).

Il diametro minimo delle staffe è di 6 mm.

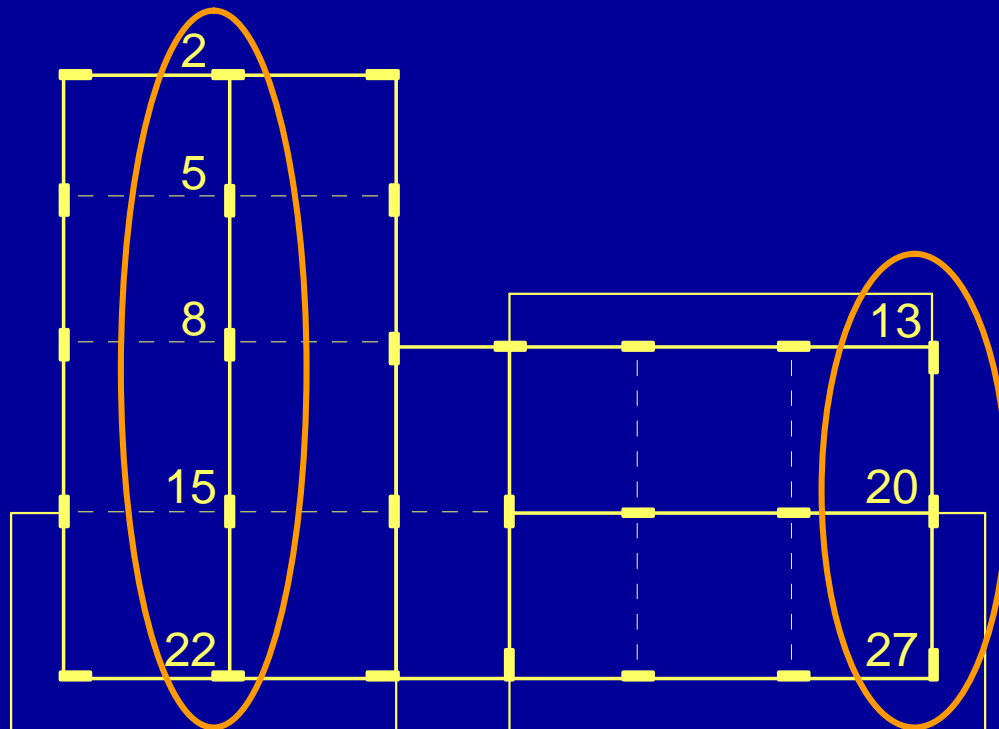
Esempio

armatura a taglio delle travi

Travi esaminate

(come esempio)

Si esaminano la trave 22-2 (molto caricata da carichi verticali) e la trave 27-13 (maggiormente sollecitata da sisma, anche per effetto della rotazione)



Armature trasversali (staffe)

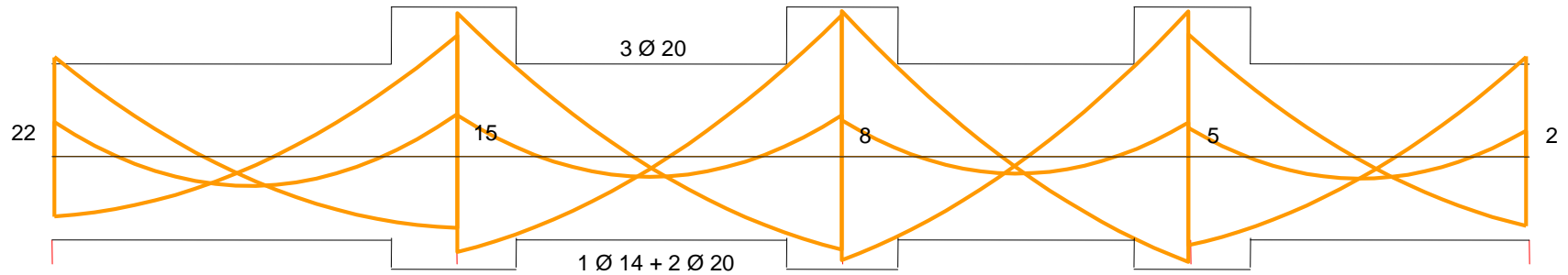
“Per le strutture in classe di duttilità B, le verifiche a taglio ed il calcolo delle armature si eseguono come per le situazioni non sismiche”

Prescrizioni di normativa:

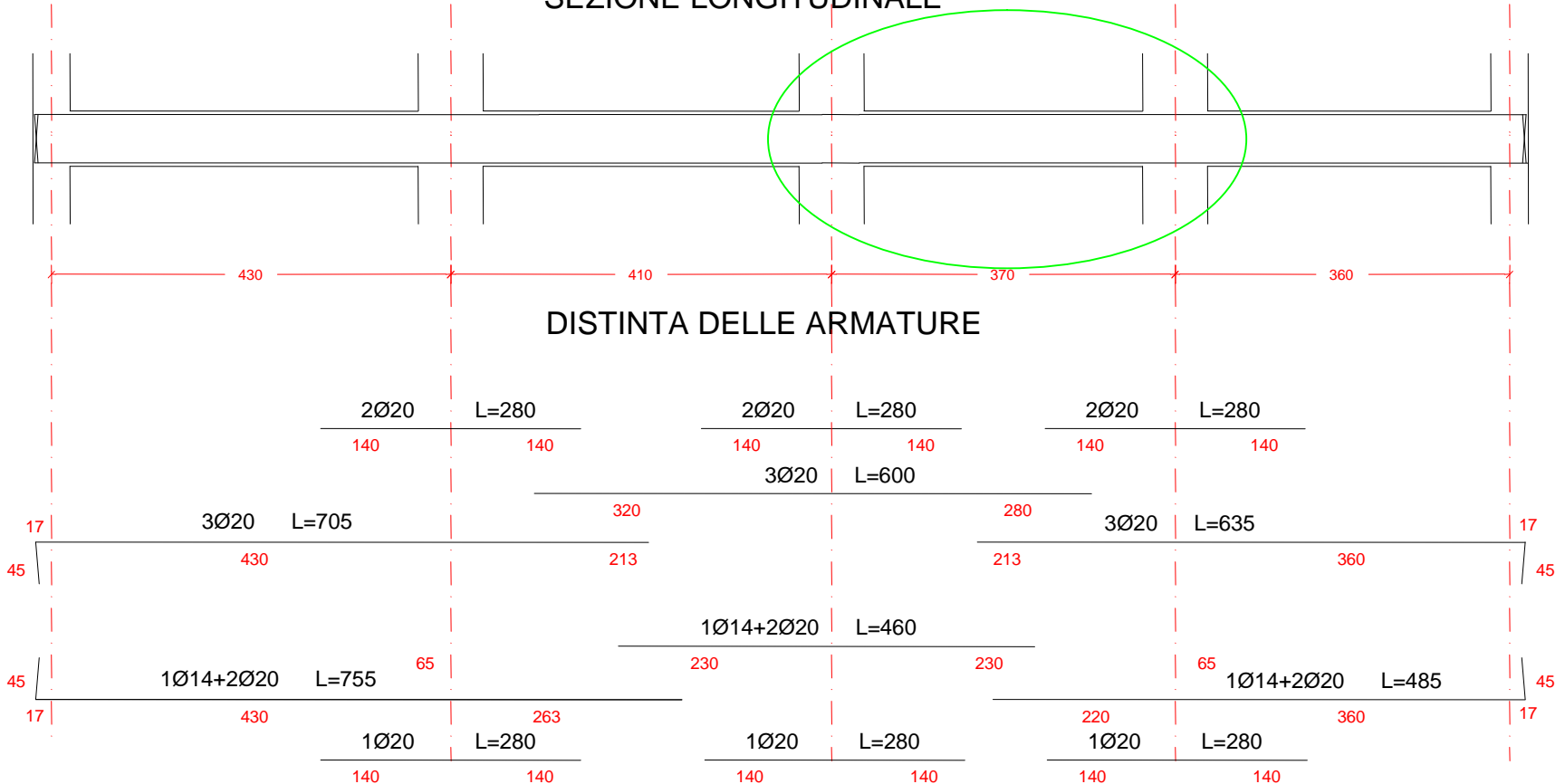
“La prima staffa di contenimento deve distare non più di 5 cm dalla sezione a filo pilastro; le successive devono essere disposte ad un passo non maggiore della più piccola delle grandezze seguenti:

- un quarto dell'altezza utile della sezione trasversale
- 15 cm”

Armature trasversali (staffe)



SEZIONE LONGITUDINALE



Armature trasversali (staffe) trave 22 - 2

Nel caso in esame si ha, ad esempio:

$$V = \frac{q l}{2} + \frac{M_1 - M_2}{l} = \frac{32.8 \times 3.70}{2} + \frac{270.4 + 197.3}{3.70} = 187.1 \text{ kN}$$

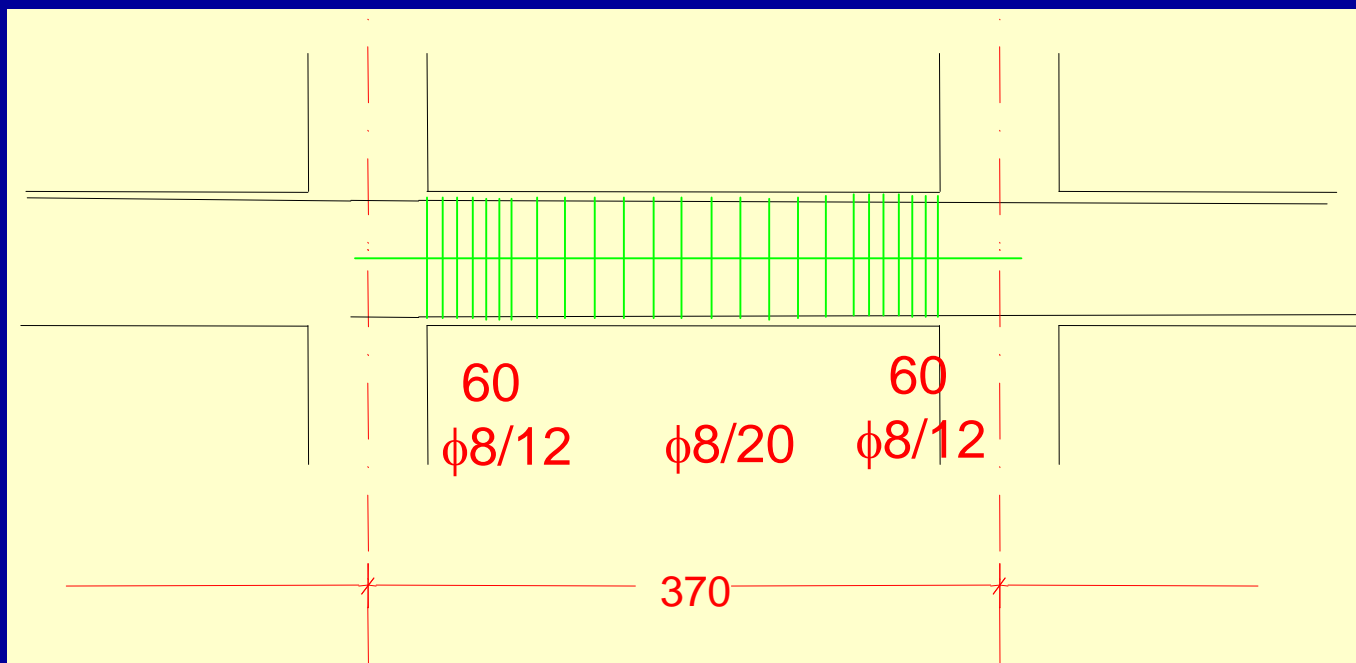
che richiede $\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{z f_{ywd} \cot \theta} = \frac{187.1 \times 10}{0.9 \times 0.56 \times 373.9 \times 2} = 5.0 \text{ cm}^2/\text{m}$

I limiti del passo sono

- un quarto dell'altezza utile della sezione trasversale = 14 cm
- 15 cm

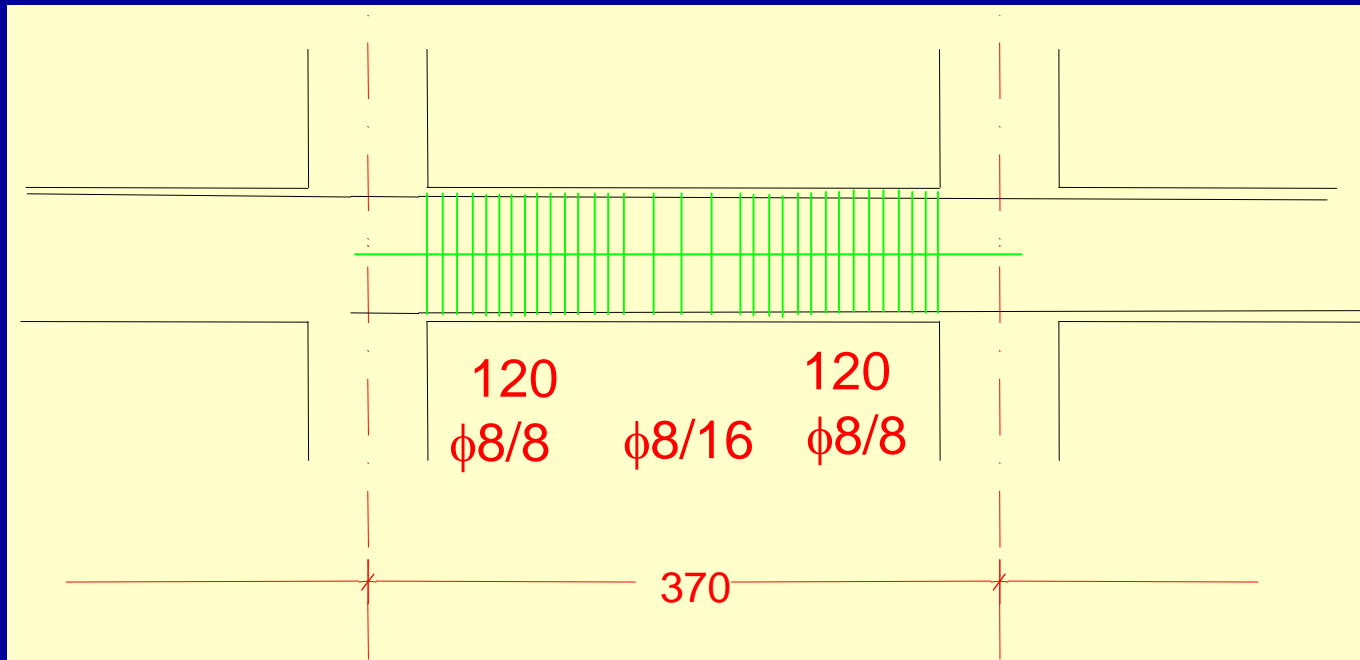
Si possono disporre $\varnothing 8 / 12 \text{ cm}$ alle estremità
($\varnothing 8 / 20 \text{ cm}$ nella parte centrale della campata)

Armature trasversali (staffe)



Si possono disporre $\phi 8 / 12$ cm alle estremità
($\phi 8 / 20$ cm nella parte centrale della campata)

Armature trasversali (staffe)



Considerando i requisiti di robustezza richiesti dal D.M. 14/09/2005 punto 5.1.6.1.2

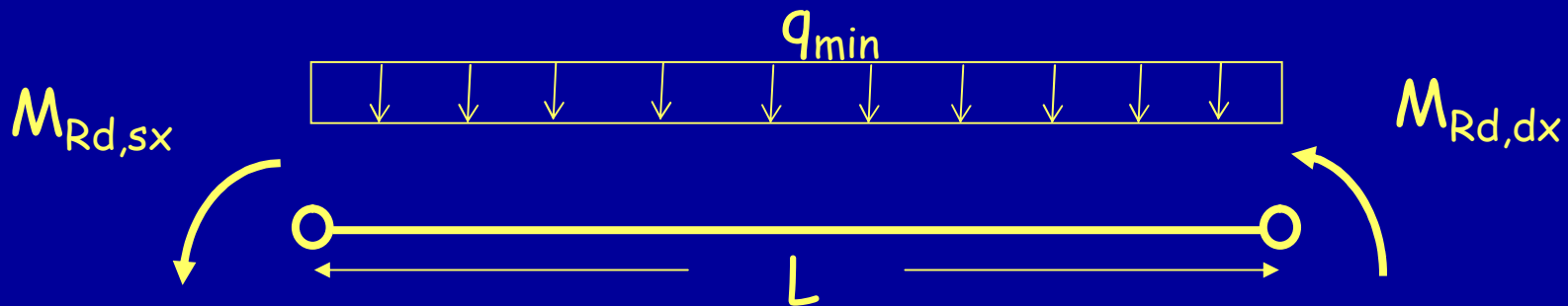
$$s \leq 6 \varphi_{l,\min} = 8.4 \text{ cm per un tratto } 2 h = 120 \text{ cm}$$

Progetto ad alta duttilità
Cosa cambia per l'armatura a taglio
delle travi?

Progetto in classe di duttilità alta (A)

Travi - taglio

Per le strutture in CD"A", al fine di escludere la formazione di meccanismi inelastici dovuti al taglio, gli sforzi di taglio di calcolo si ottengono sommando il contributo dovuto ai carichi gravitazionali agenti sulla trave, considerata incernierata agli estremi, allo sforzo di taglio prodotto dai momenti resistenti delle sezioni di estremità, amplificati del fattore $\gamma_{Rd}=1,20$.



$$V_{Sd} = q_{min} l/2 + \gamma_{Rd} (M_{Rd,dx} - M_{Rd,sx}) / L$$

Progetto in classe di duttilità alta (A)

Travi - taglio

I momenti resistenti di estremità sono da calcolare sulla base delle armature flessionali effettivamente disposte, con gli stessi coefficienti parziali di sicurezza γ_m applicabili per le situazioni non sismiche.

Si considereranno due valori dello sforzo di taglio, massimo e minimo, assumendo rispettivamente la presenza e l'assenza dei carichi variabili e momenti di estremità con i due possibili segni, da assumere in ogni caso concordi.

Progetto in classe di duttilità alta (A)

Travi - taglio

Per le strutture in CD "A", vale quanto segue:

- il contributo del calcestruzzo alla resistenza a taglio viene considerato nullo ($V_{cd}=0$) e si considera esclusivamente il contributo dell'acciaio; per le travi di fondazione le verifiche a taglio ed il calcolo delle armature si eseguono come per le situazioni non sismiche.

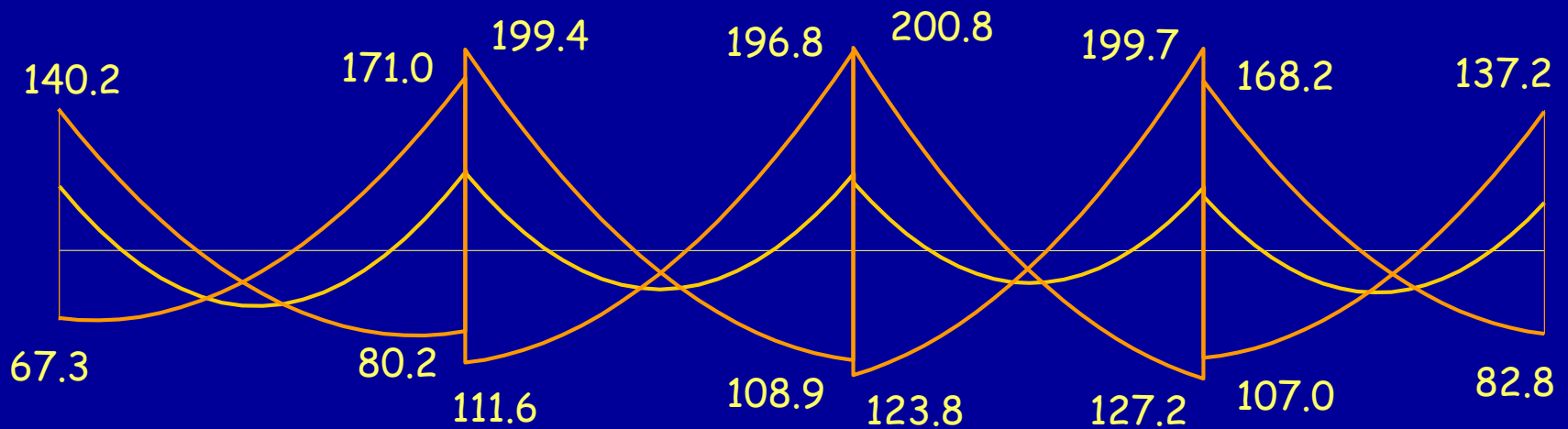
- se il più grande dei valori assoluti di V_{\max} e V_{\min} supera il valore $V_{R1} = 10 \tau_{Rd} b_w d$ allora la resistenza deve essere affidata ad apposita armatura diagonale con inclinazione di 45° rispetto all'asse della trave;

- in ogni caso $\max(|V_{\max}|; |V_{\min}|) \leq 15 \tau_{Rd} b_w d$

$$\tau_{Rd} = R_{ck}^{2/3} / 28$$

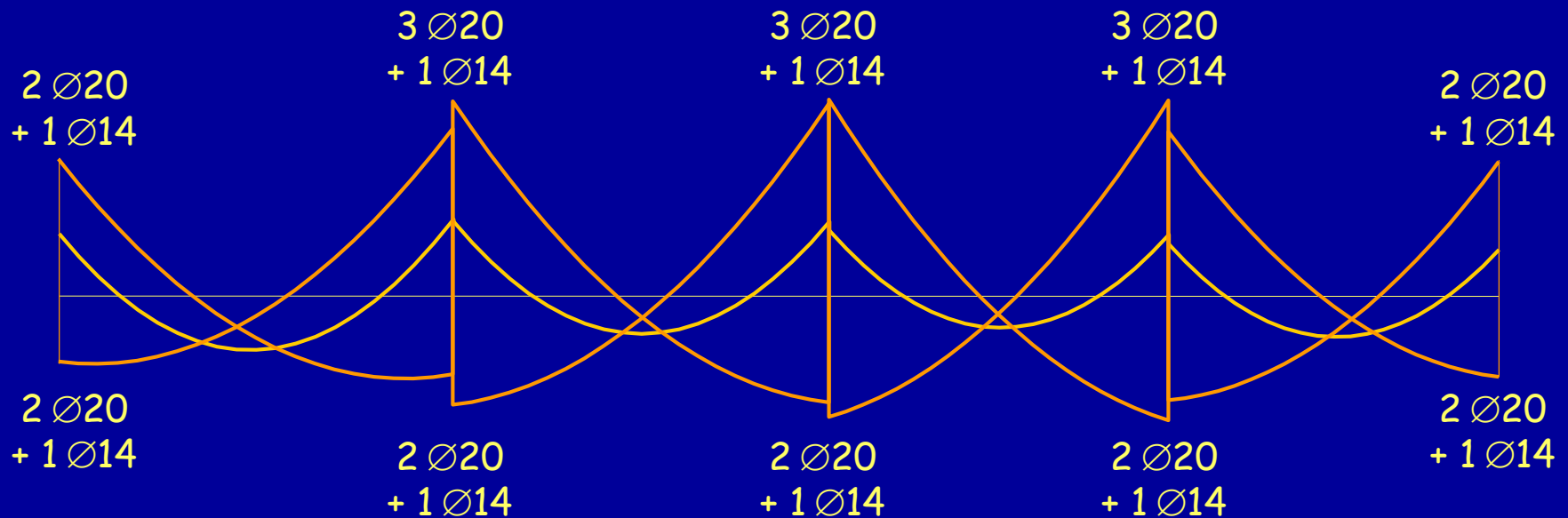
Trave 22-2 nel caso di duttilità alta (A)

Momenti flettenti (kNm)



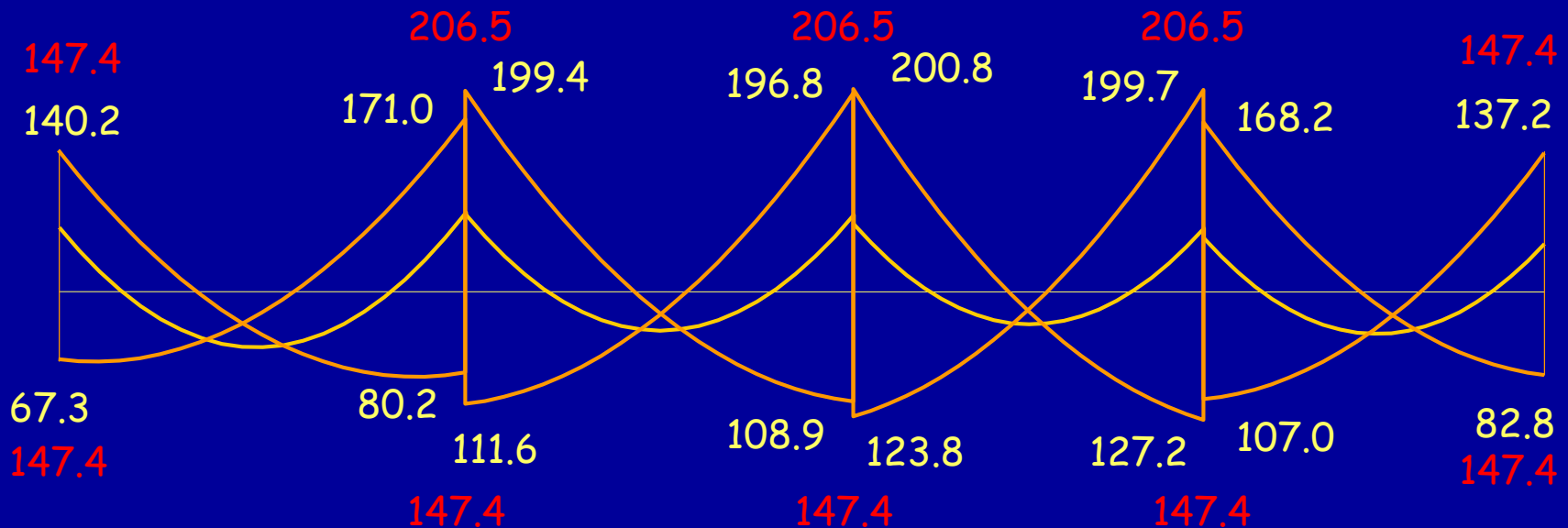
Trave 22-2 nel caso di duttilità alta (A)

Armatura disposta



Trave 22-2 nel caso di duttilità alta (A)

Momenti flettenti e **resistenti** (kNm)



$$V_{sd} = \frac{q l}{2} + \frac{M_1 - M_2}{l} = \frac{32.8 \times 3.70}{2} + \frac{1.2 \times (206.5 + 147.4)}{3.70} = 175.5 \text{ kN}$$

Armature trasversali (staffe)

Nel caso in esame si ha $V_{Sd} = 175.5 \text{ kN}$

L'armatura a taglio deve essere calcolata con $\cot \theta = 1$

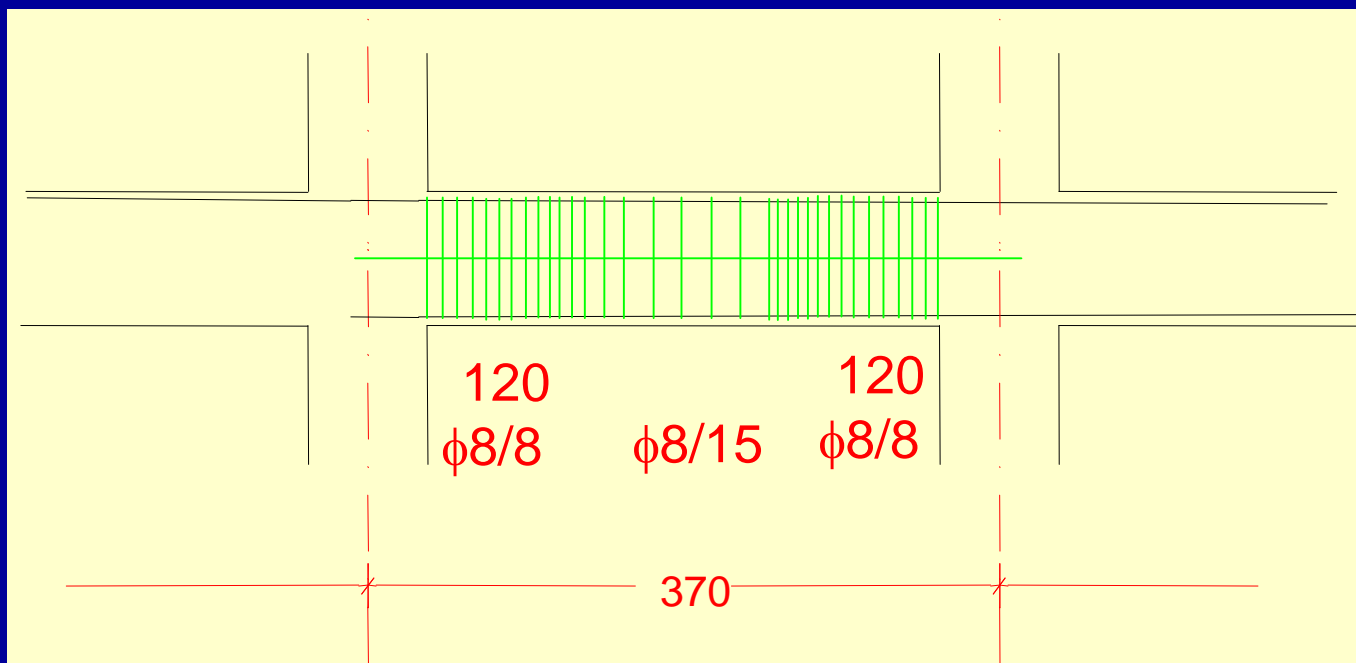
$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{z f_{ywd}} = \frac{175.5 \times 10}{0.9 \times 0.56 \times 373.9} = 9.3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

I limiti del passo sono

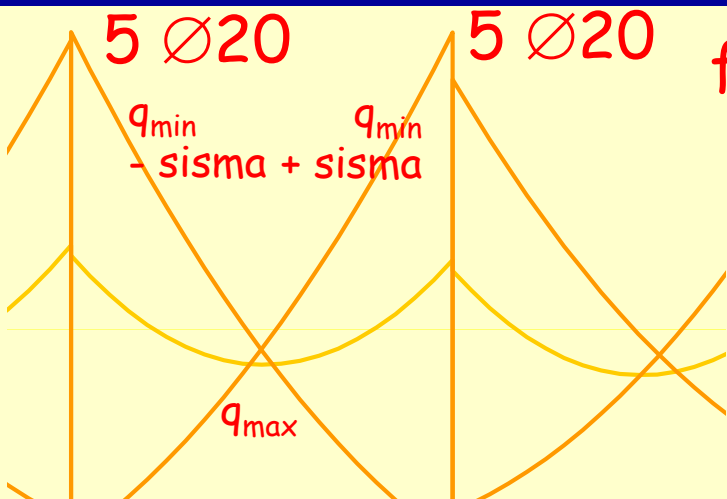
- un quarto dell'altezza utile della sezione trasversale = 14 cm
- 15 cm
- sei volte il diametro minimo delle barre longitudinali considerate ai fini delle verifiche = 8.4 cm

Si possono disporre $\varnothing 8 / 8 \text{ cm}$ alle estremità
($\varnothing 8 / 15 \text{ cm}$ nella parte centrale della campata)

Armature trasversali (staffe)

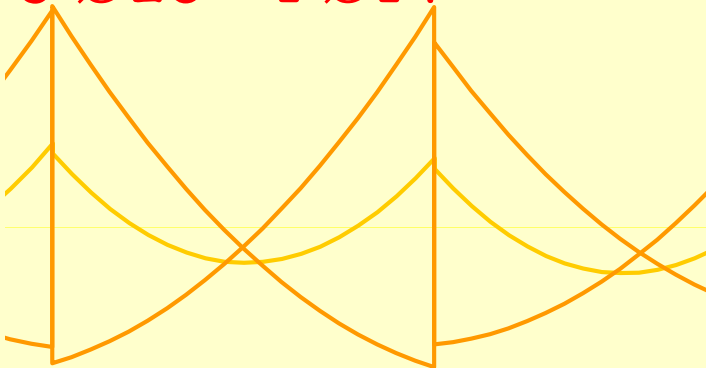


Confronto CDA e CDB sulle travi



3 Ø20 + 1 Ø14

3 Ø20 + 1 Ø14



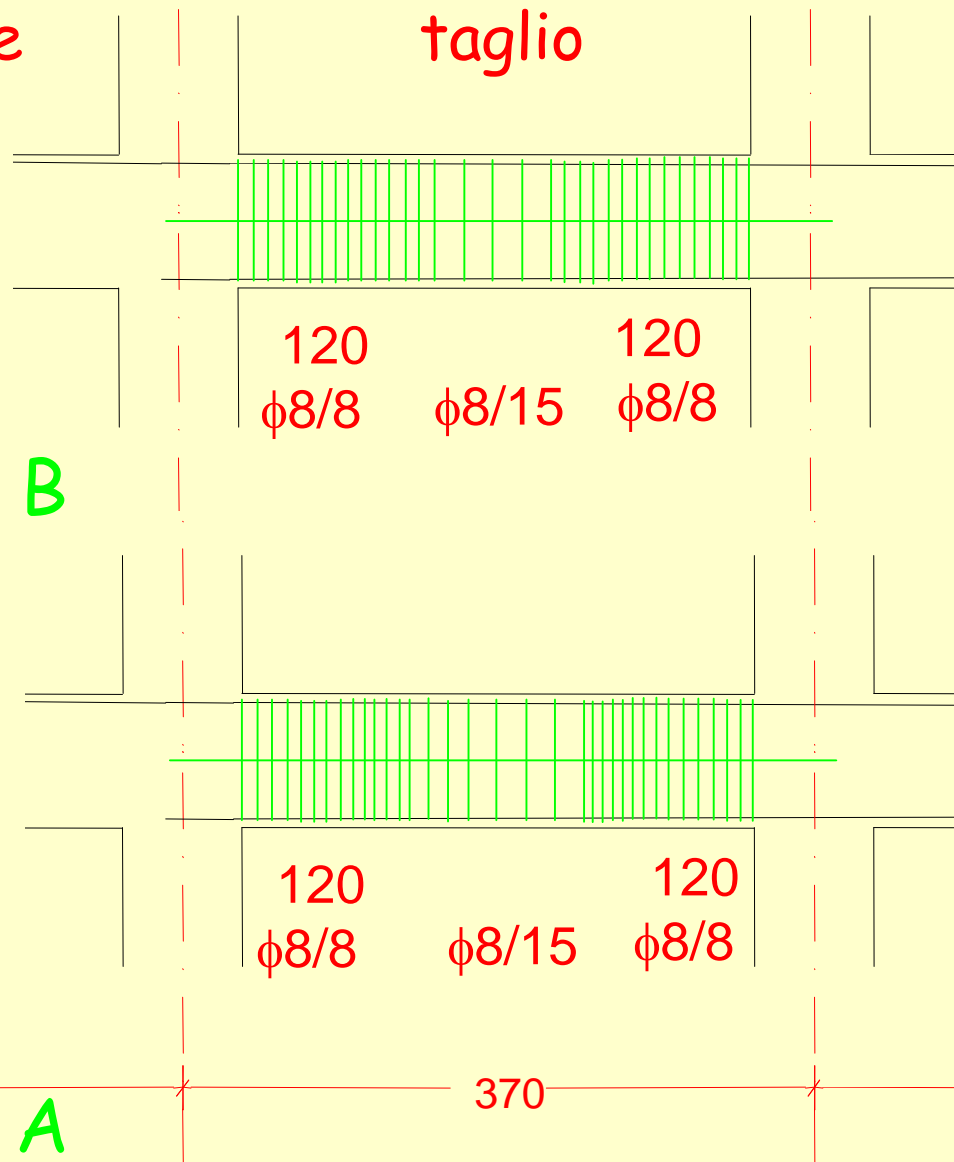
2 Ø20 + 1 Ø14

flessione

taglio

CD B

CD A



Travi - considerazioni

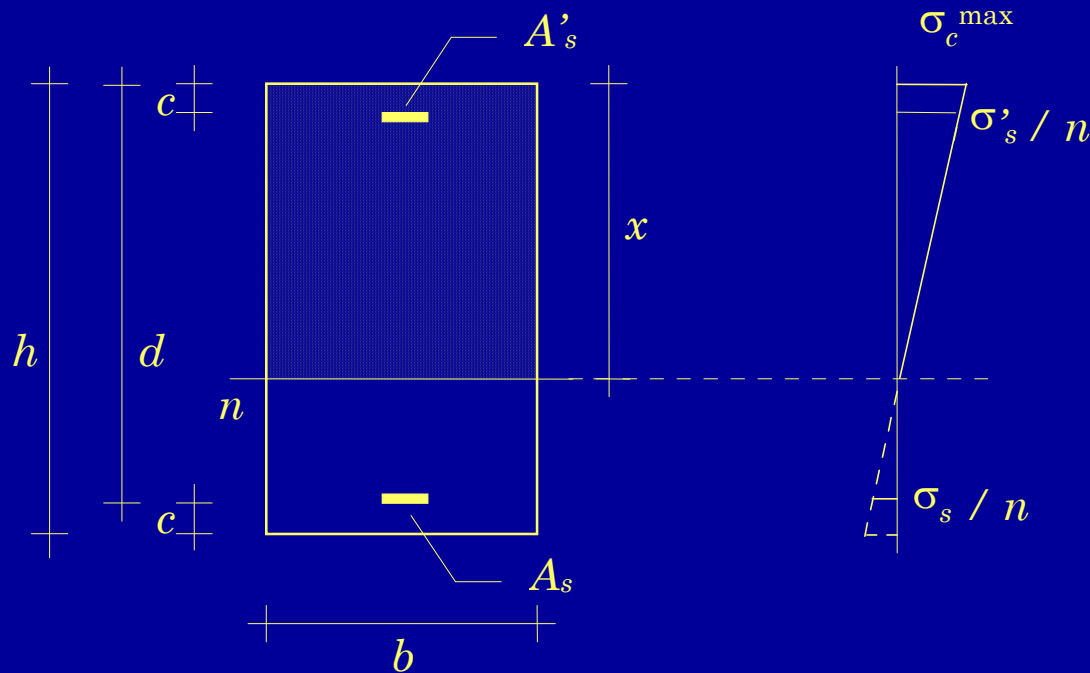
Il progetto ad alta duttilità comporta un risparmio di armatura longitudinale (nell'esempio, circa il 25%)

Le staffe in CDA sono in quantità maggiore (nell'esempio oltre il 30%) principalmente a causa dei minimi imposti dalla norma di dettaglio indipendentemente dal calcolo.

Tuttavia i minimi richiesti dal DM 14/09/2005 sono indipendenti dalla classe e molto onerosi e nell'esempio condizionanti.

Verifica di sezioni soggette flessione composta

Verifica - tensioni ammissibili



Dati:

Geometria della sezione
Armature

Coppia M-N

Incognite:

Posizione dell'asse neutro
Tensioni massime

Verifica - tensioni ammissibili

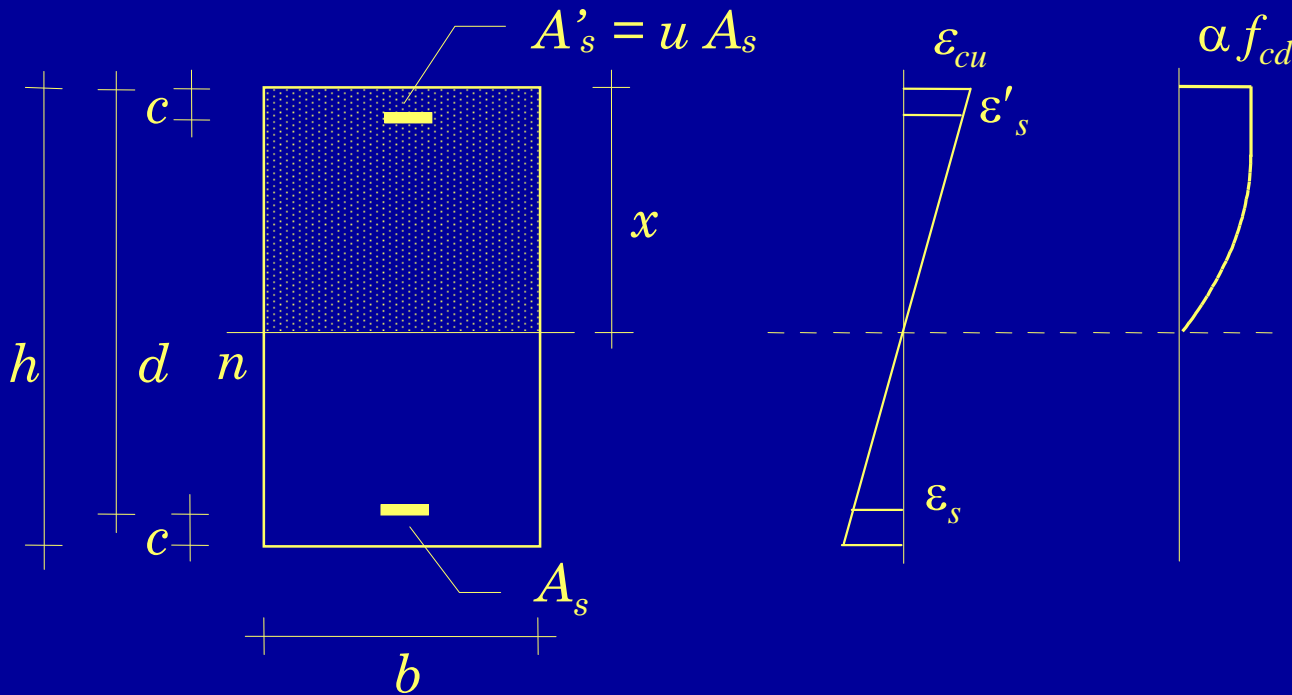
Il procedimento è abbastanza lungo e complesso, perché occorre:

Controllare se il centro di sollecitazione è interno al nocciolo d'inerzia

- delle sole armature (se N è di trazione)
- di armature omogeneizzate e calcestruzzo (se N è di compressione)

Imporre la condizione $I_n = e_n S_n$ se il centro di sollecitazione è esterno al nocciolo
(equazione di terzo grado, per sezione rettangolare)

Verifica - stato limite ultimo



Dati:

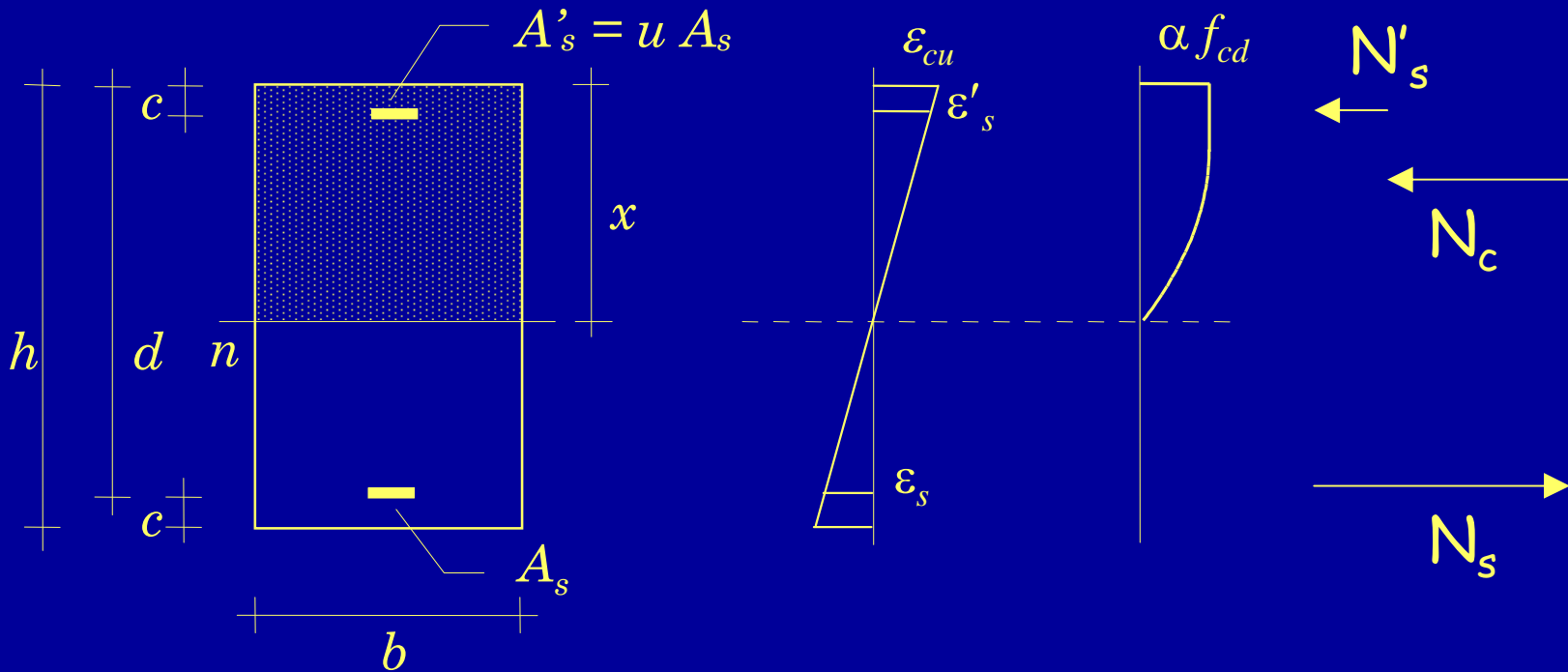
Geometria della sezione
Armature

Coppia M-N

Incognite:

Posizione dell'asse neutro
Momento resistente

Verifica - stato limite ultimo



Per trovare l'asse neutro:

$$N_c + N'_s + N_s = N_{Sd}$$

(equilibrio alla traslazione)

E poi calcolare M_{Rd} , con equilibrio alla rotazione

Verifica - stato limite ultimo

La risoluzione presenta difficoltà analoghe a quelle viste per la flessione semplice

Per sezione rettangolare, parzializzata e con armature snervate, si ottiene un'equazione di primo grado che ha come soluzione

$$x = \frac{N_{Sd} + (A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b \alpha f_{cd}}$$

altrimenti si ottiene una equazione di secondo grado

Individuato il diagramma, si calcola facilmente il momento resistente M_{Rd} , da confrontare con M_{Sd}

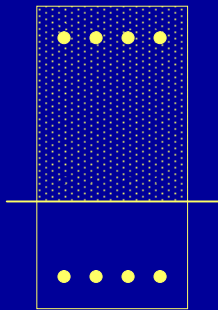
Domini M-N
per flessione composta retta

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

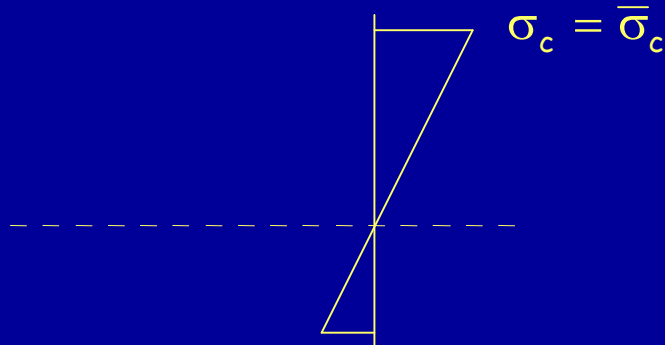
Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{\max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio

sezione



si assegna un
diagramma



si calcolano
M ed N

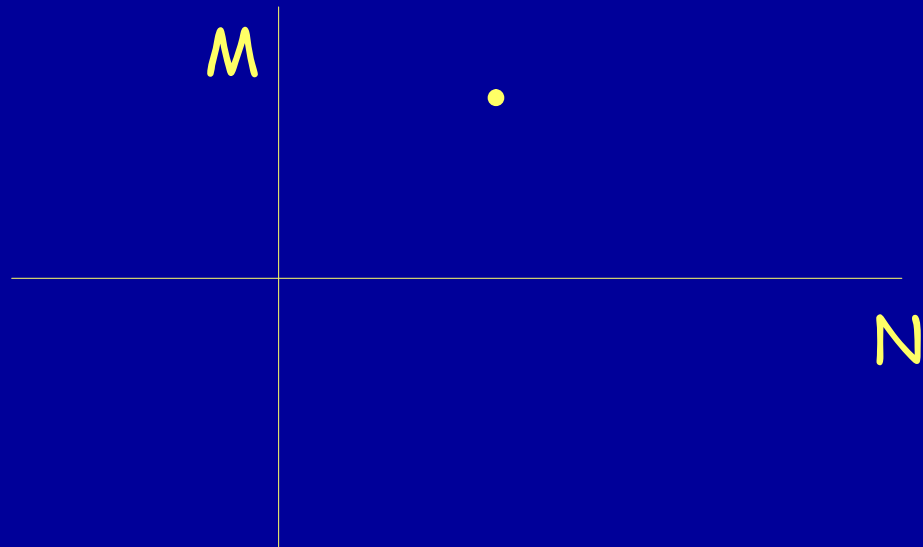
$$N = \int \sigma \, dA$$

$$M = - \int \sigma \, y \, dA$$

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{\max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio



si calcolano
M ed N

$$N = \int \sigma \, dA$$

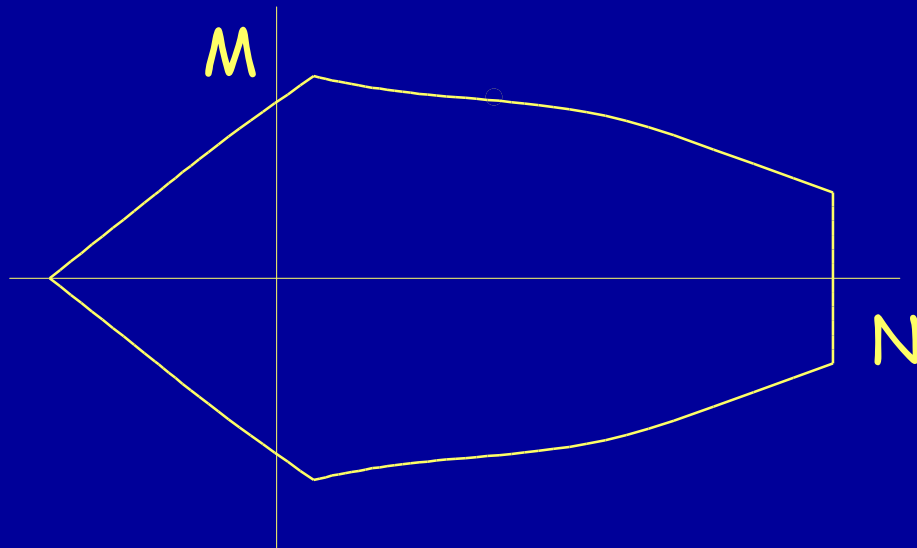
$$M = - \int \sigma \, y \, dA$$

e si riporta la coppia
M - N nel diagramma

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{\max} è uguale a $\bar{\sigma}$

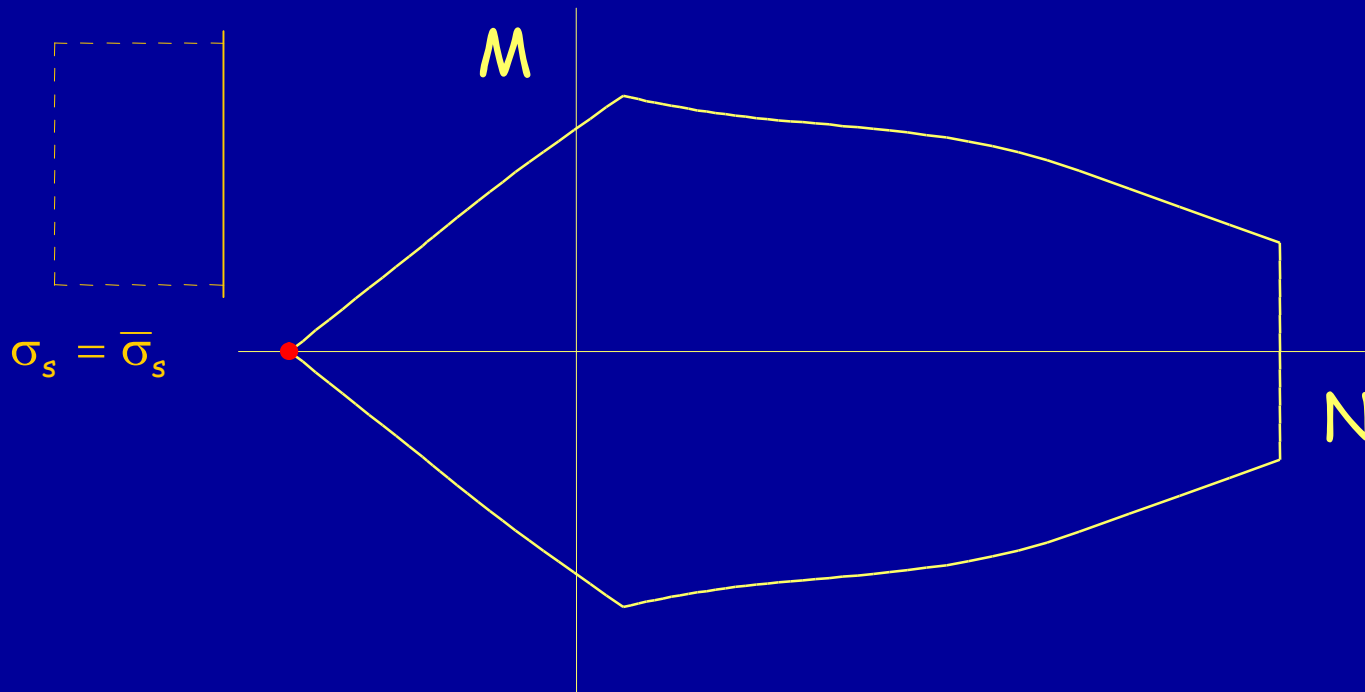
Ripetendo con tutti i possibili diagrammi ...



si ottiene il
dominio
completo

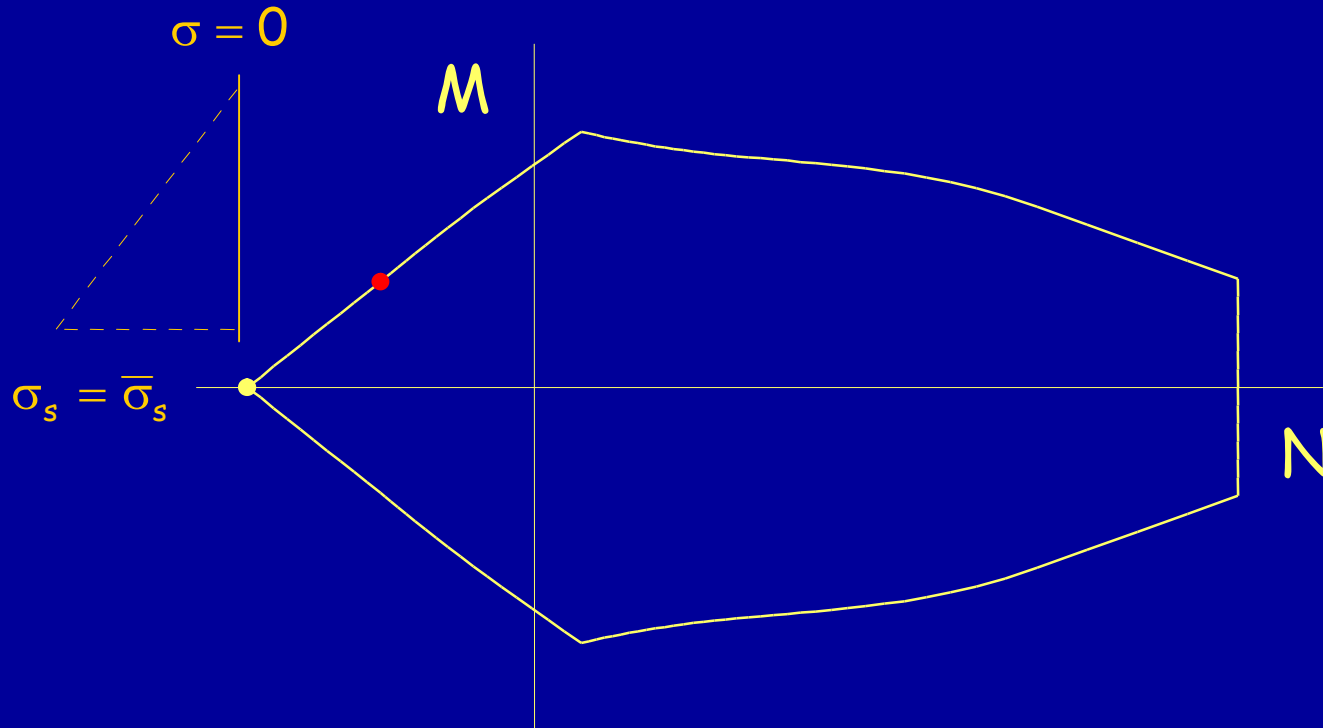
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



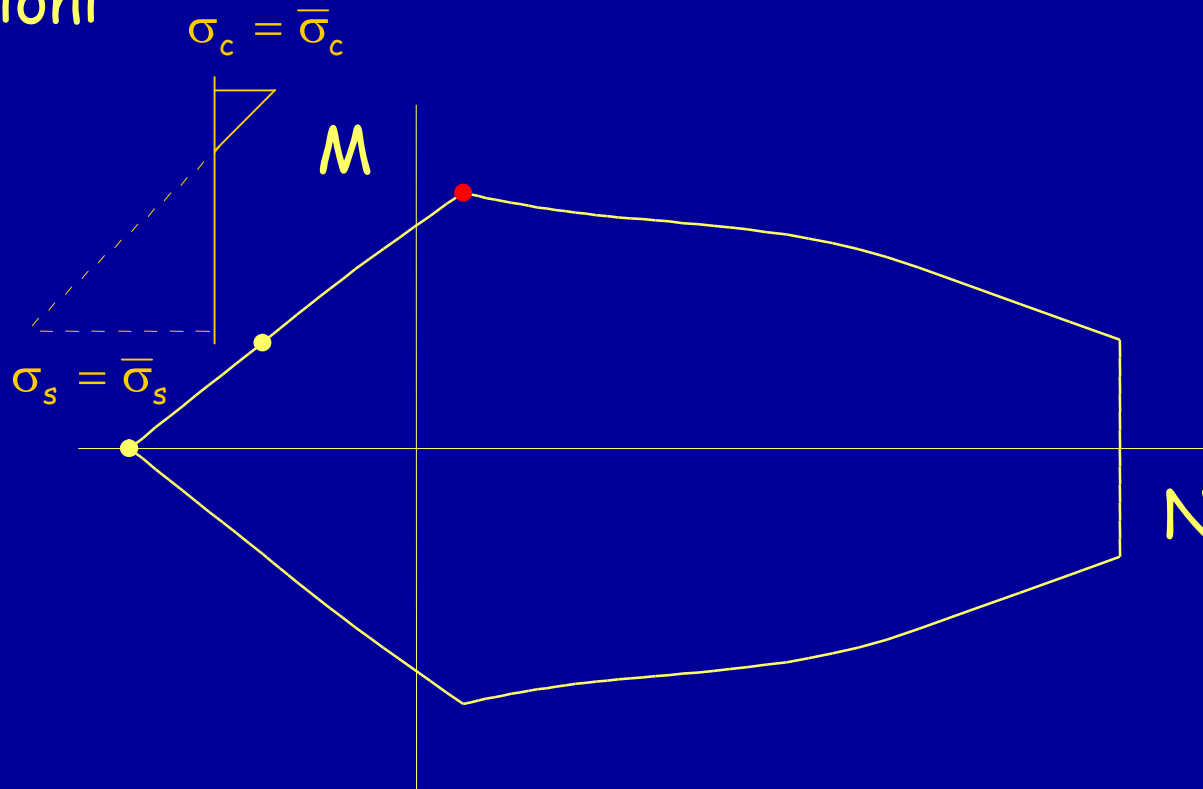
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



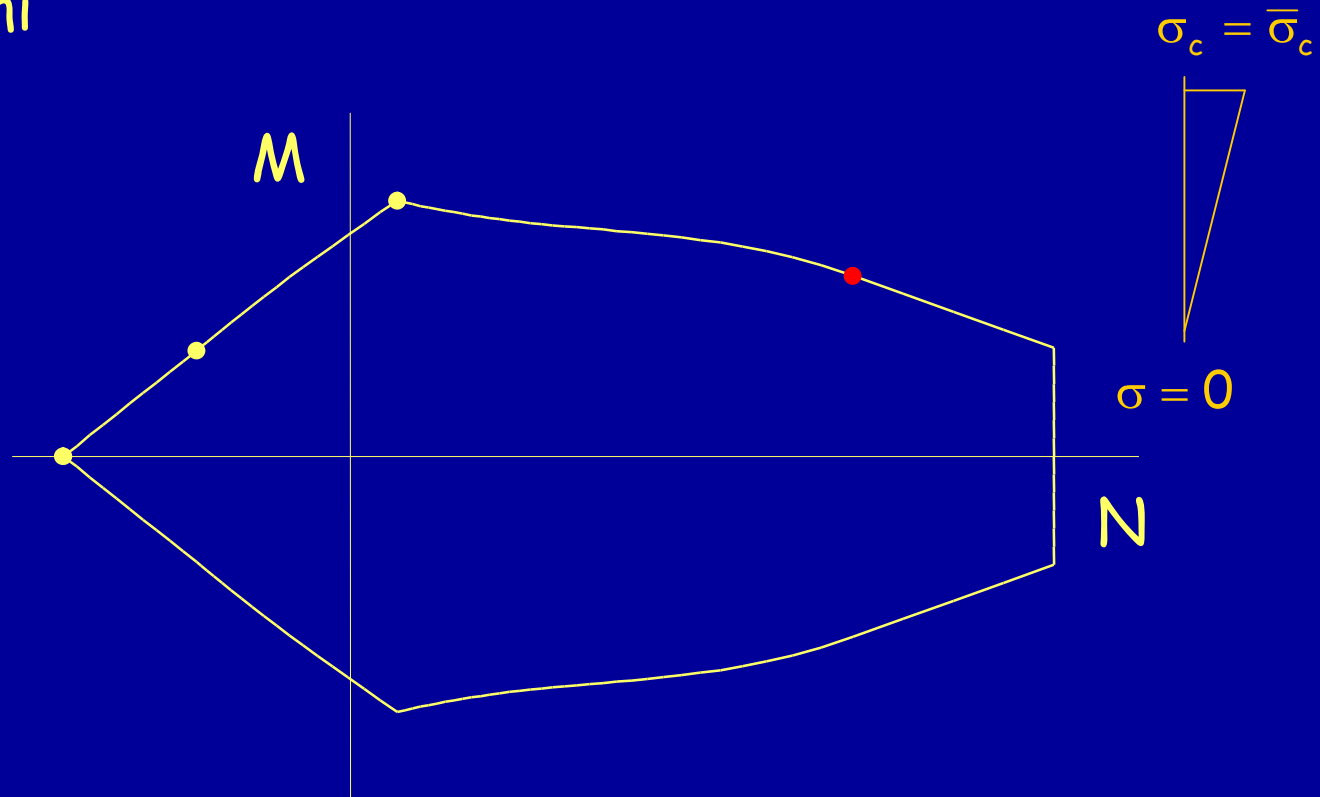
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



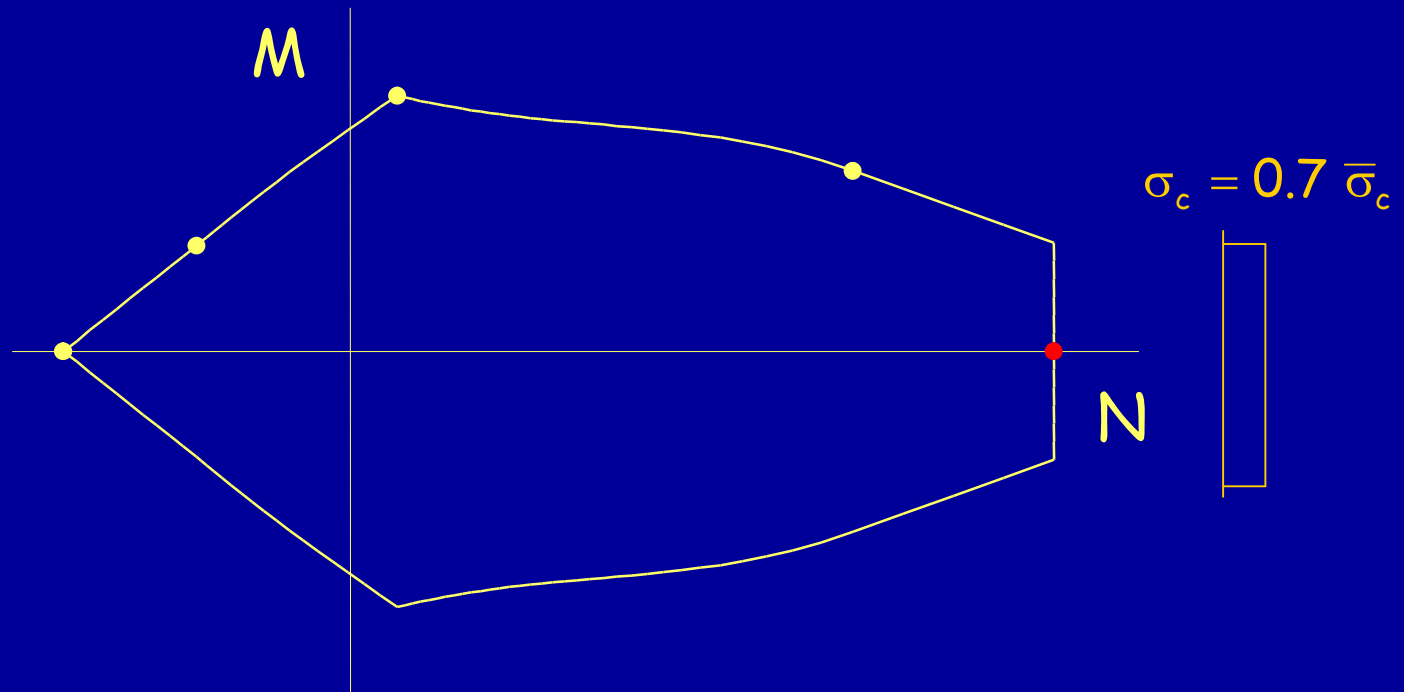
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



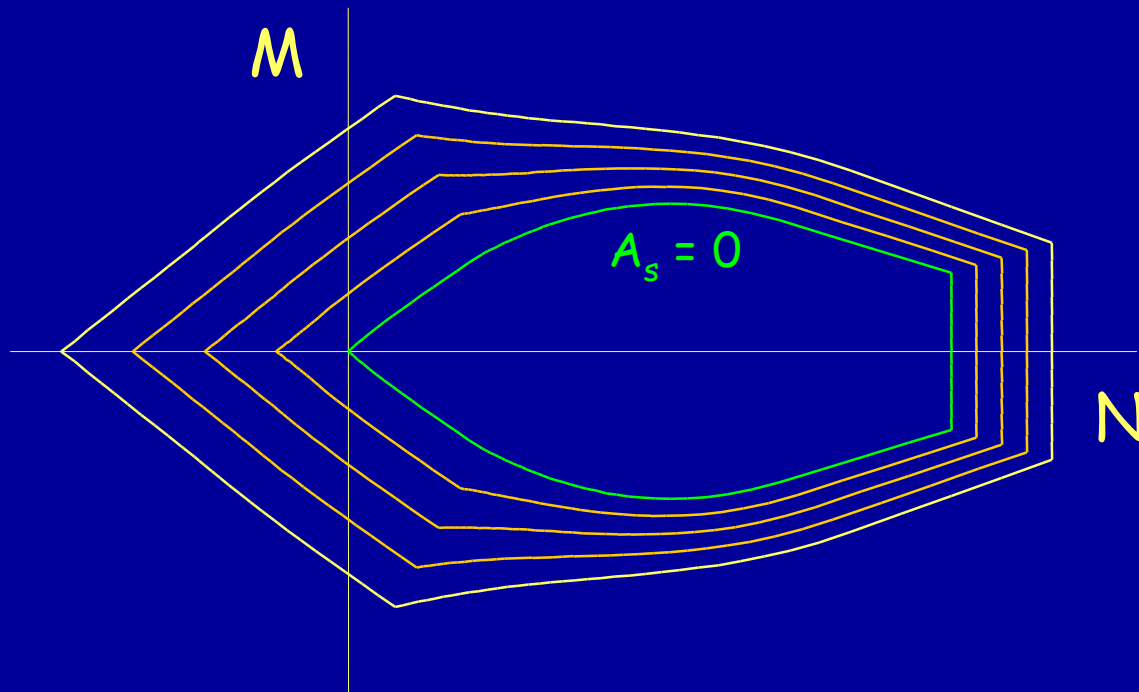
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi

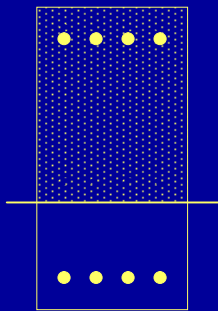


Domini di resistenza - stato limite ultimo

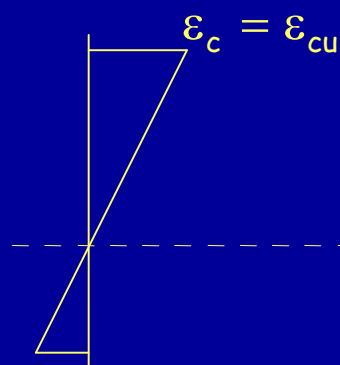
Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ε_{\max} è uguale a ε_{\lim}

Per ricavare una coppia M-N del dominio

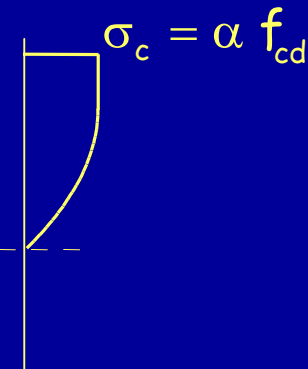
sezione



si assegna un diagramma di ε



di σ



si calcolano M ed N

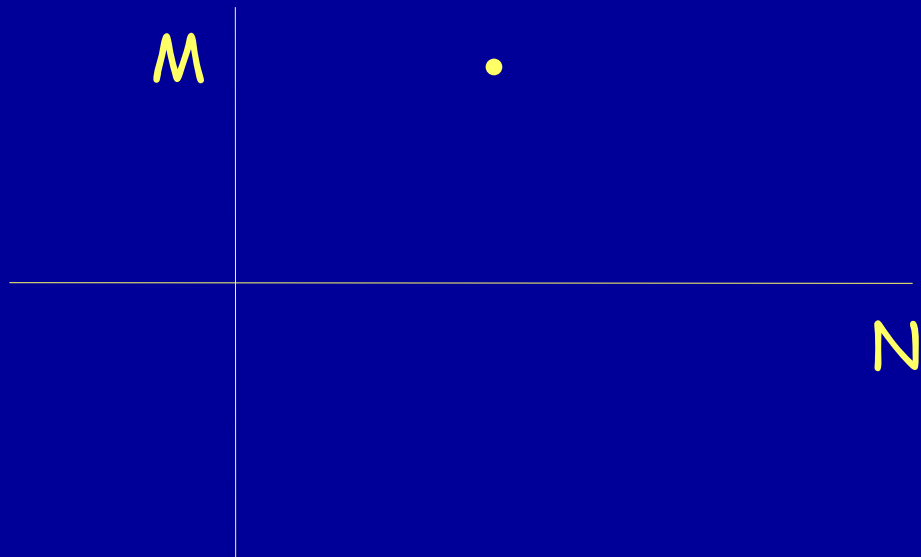
$$N = \int \sigma dA$$

$$M = - \int \sigma y dA$$

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ε_{\max} è uguale a ε_{\lim}

Per ricavare una coppia M-N del dominio



si calcolano
M ed N

$$N = \int \sigma \, dA$$

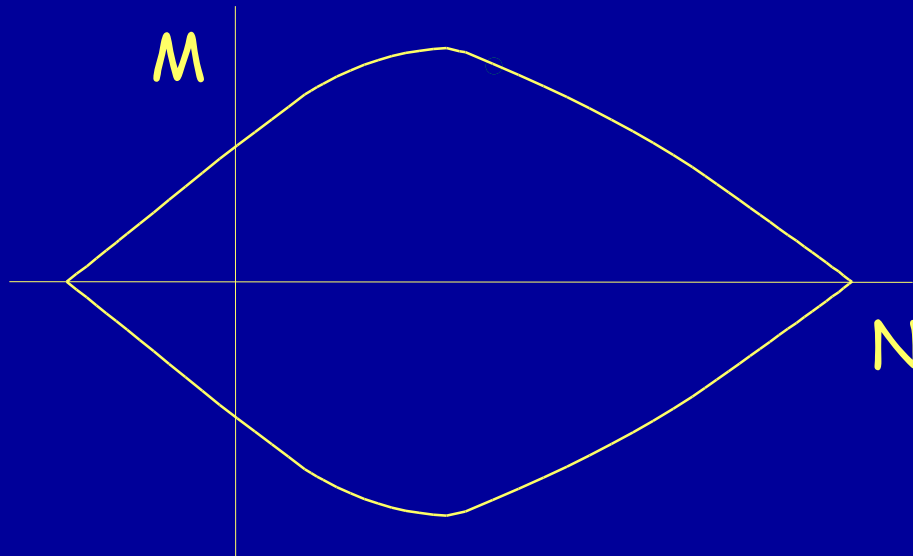
$$M = - \int \sigma \, y \, dA$$

e si riporta la coppia
M - N nel diagramma

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ε_{\max} è uguale a ε_{\lim}

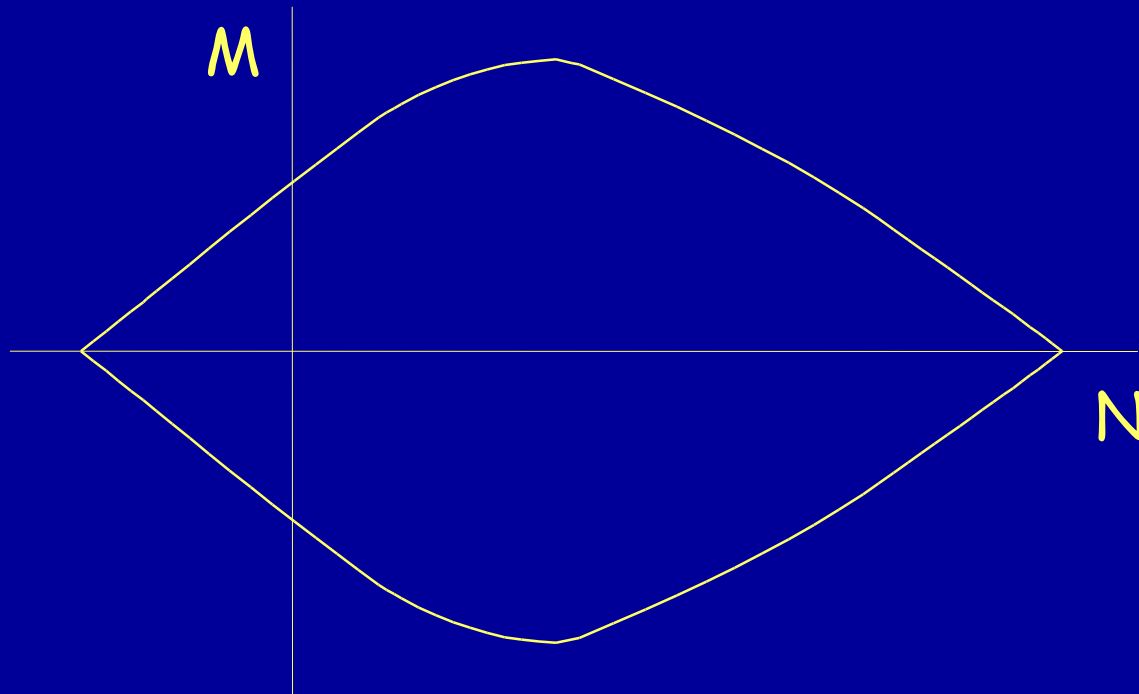
Ripetendo con tutti i possibili diagrammi ...



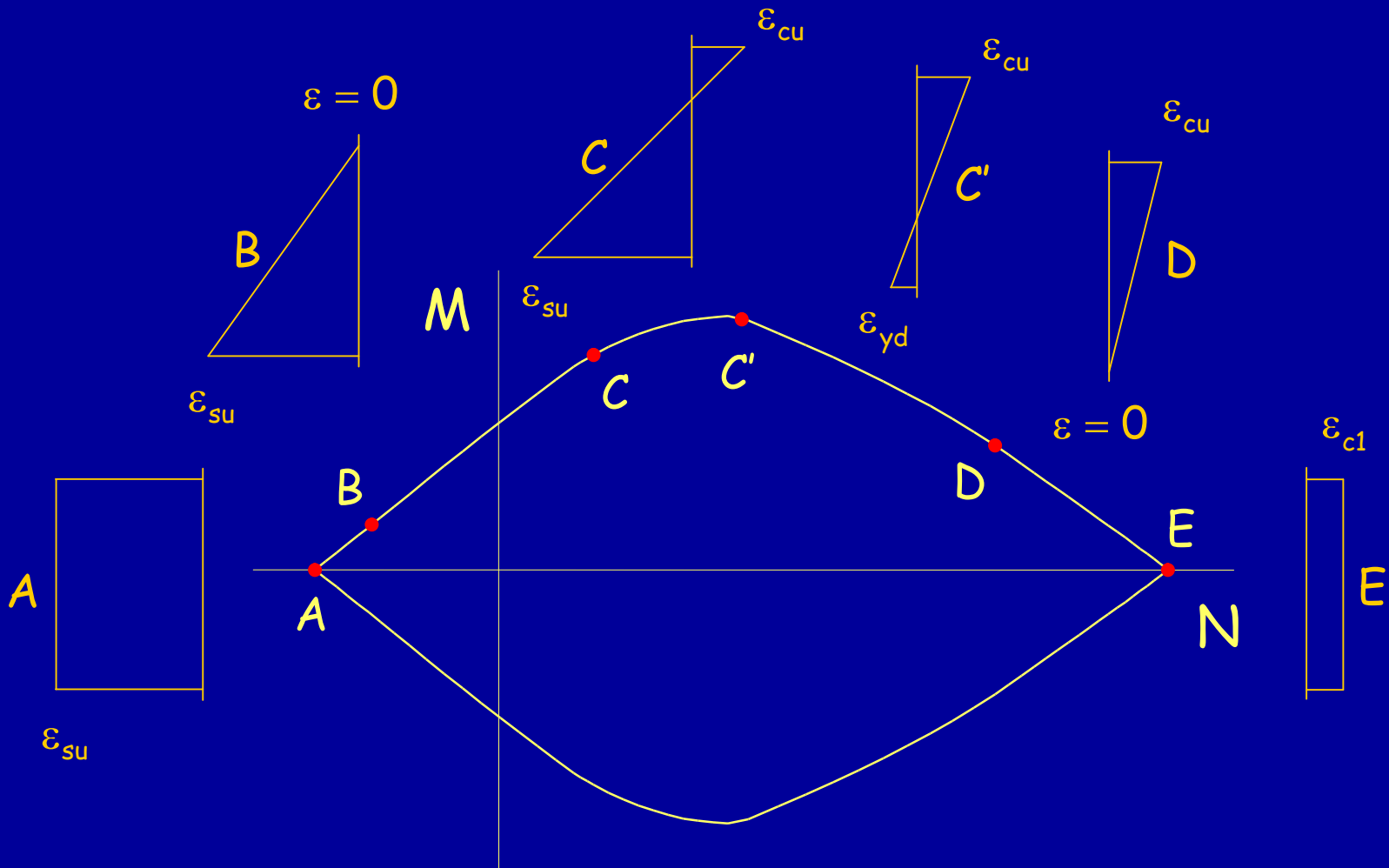
si ottiene il
dominio
completo

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di deformazioni

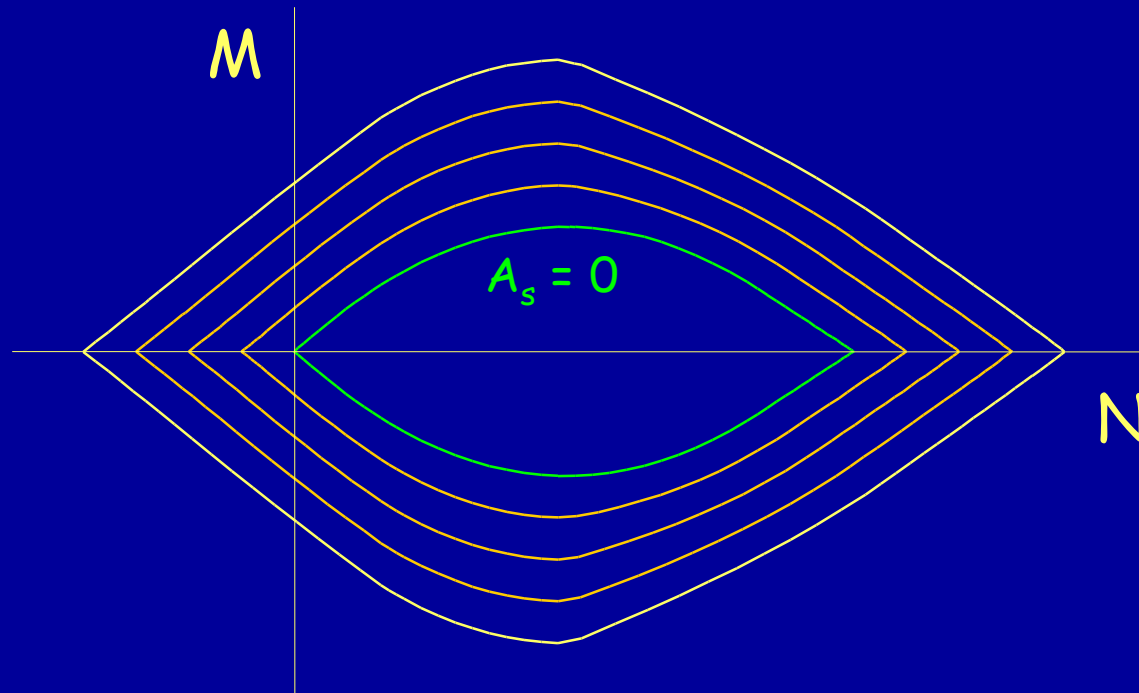


Domini di resistenza - stato limite ultimo



Domini di resistenza - stato limite ultimo

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi

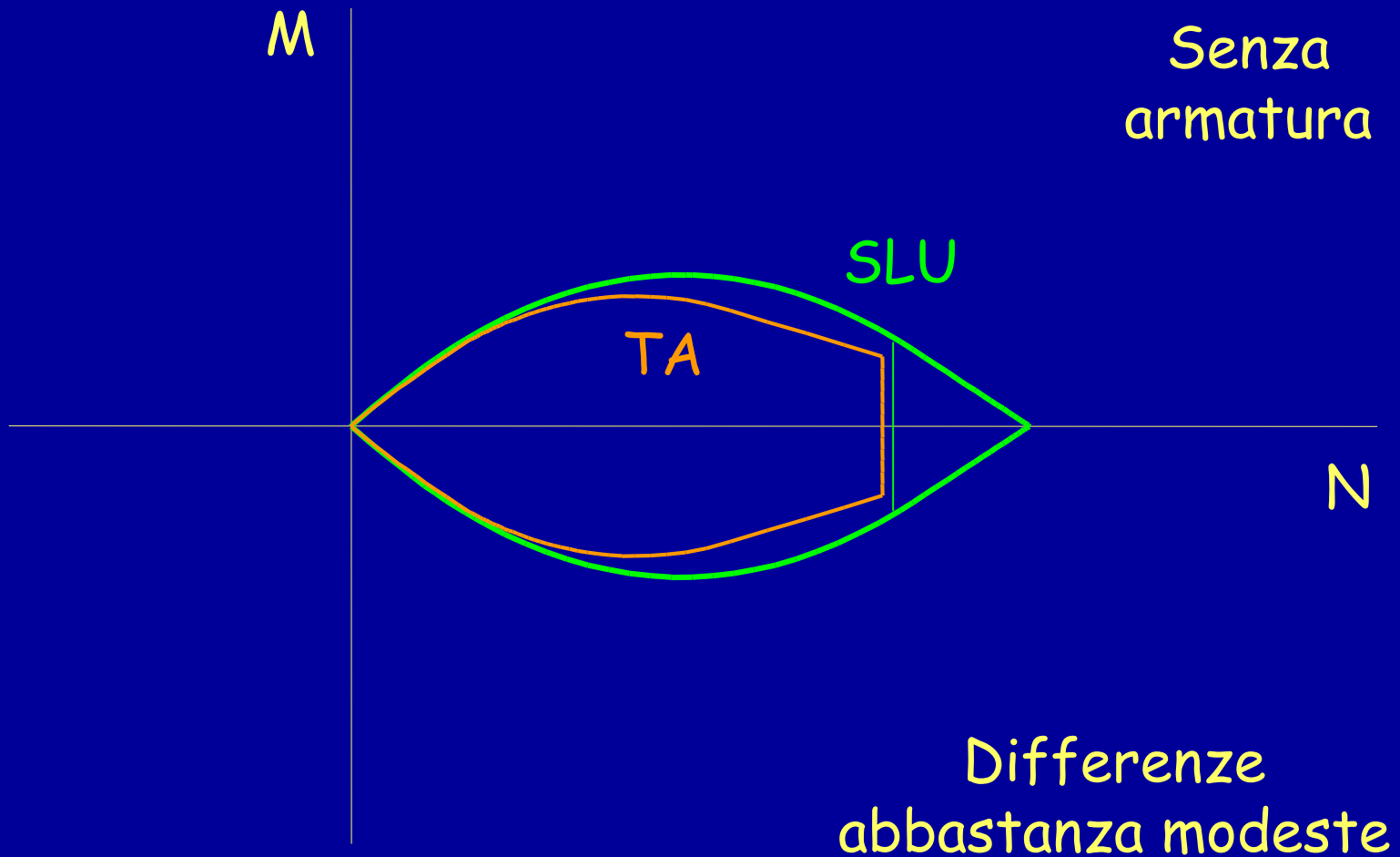


Domini: confronto tra TA e SLU

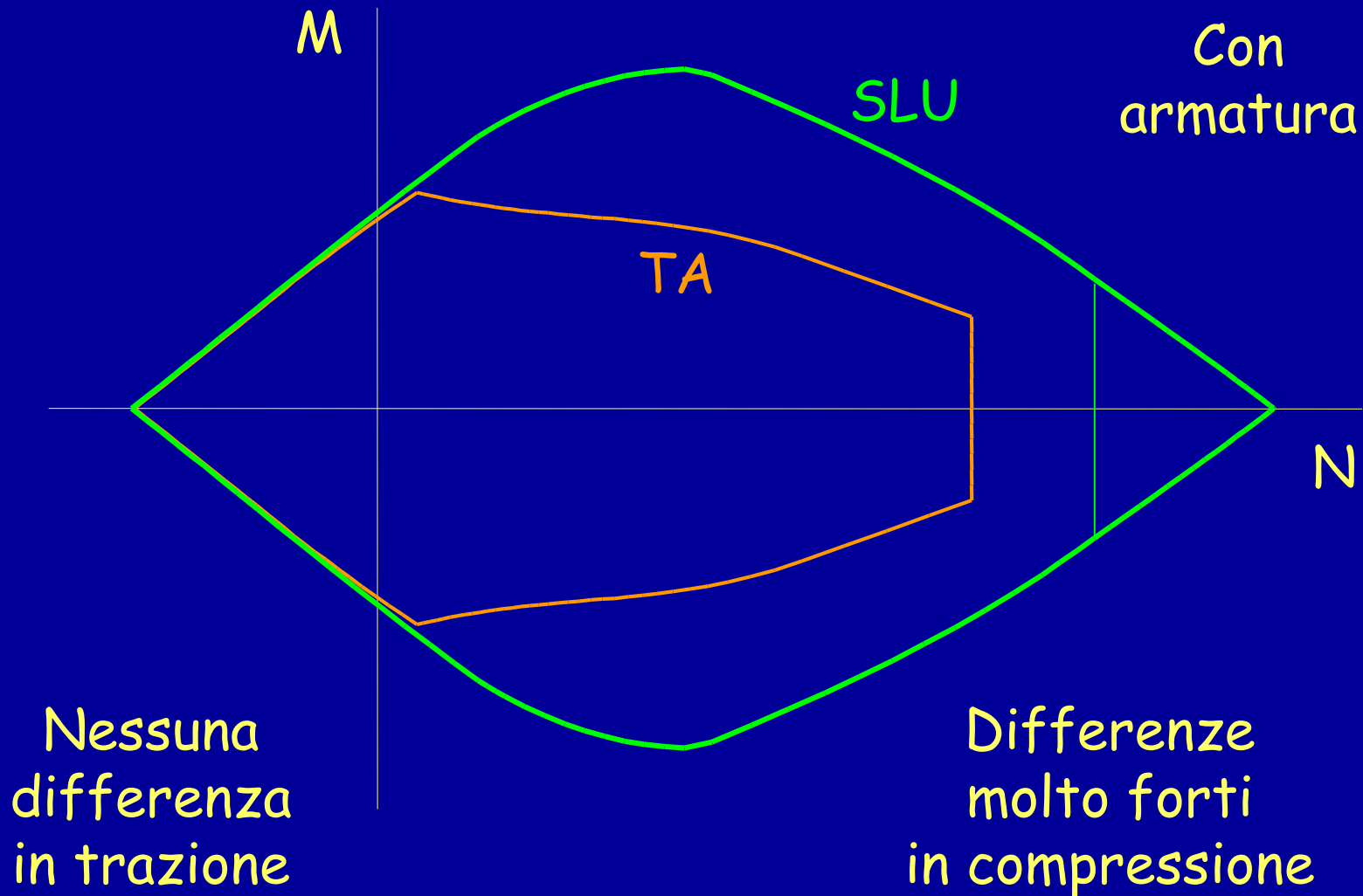
Il confronto può essere effettuato sovrapponendo i domini ricavati per TA e SLU

Poiché i carichi allo SLU sono maggiori (di $1.4 \div 1.5$) di quelli alle TA, il dominio relativo alle TA deve essere opportunamente scalato (ad esempio $\times 1,45$)

Domini: confronto tra TA e SLU



Domini: confronto tra TA e SLU

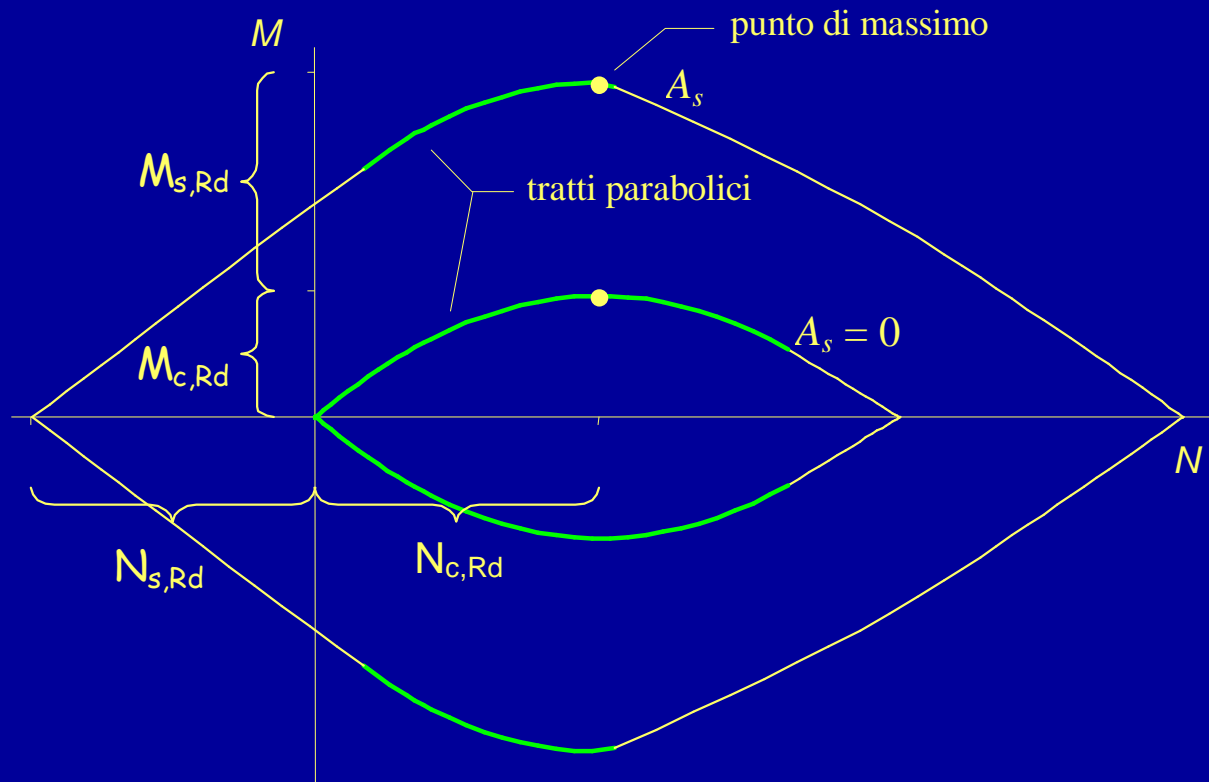


Progetto e verifica allo SLU
con i domini M-N

(sezioni rettangolari, $A_s = A'_s$)

Dominio M-N allo SLU

L'andamento delle curve è in più tratti parabolico



Dominio M-N allo SLU

Il punto di massimo momento si ottiene derivando M

$$M = \beta b x \alpha f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \kappa x \right) + 2 A_s f_{yd} \left(\frac{h}{2} - c \right)$$

$$\frac{dM}{dx} = 0 \Rightarrow \beta b \alpha f_{cd} \left(\frac{h}{2} - 2 \kappa x \right) = 0$$

$$x = \frac{h}{4 \kappa} = \frac{119}{198} h \cong 0.60 h$$

Il punto di massimo
è individuato da

$$N = N_{cRd}$$

$$M = M_{cRd} + M_{sRd}$$

$$N_{c,Rd} = \frac{289}{594} b h \alpha f_{cd}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{289}{2376} b h^2 \alpha f_{cd}$$

$$M_{s,Rd} = A_s (h - 2 c) f_{yd}$$

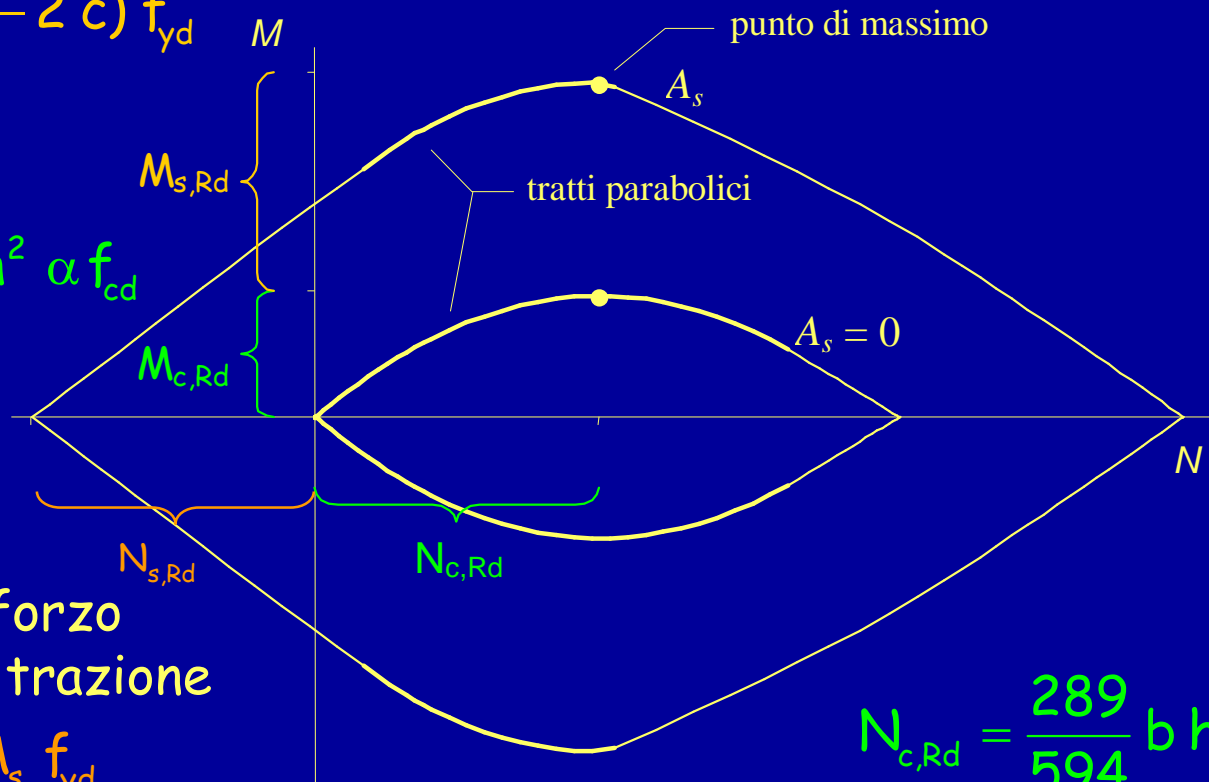
Dominio M-N allo SLU

$$M_{s,Rd} =$$

$$= A_s (h - 2c) f_{yd}$$

$$M_{c,Rd} =$$

$$= \frac{289}{2376} b h^2 \alpha f_{cd}$$



Massimo sforzo
normale di trazione

$$N_{s,Rd} = 2 A_s f_{yd}$$

$$N_{c,Rd} = \frac{289}{594} b h \alpha f_{cd}$$

Valori base per dominio M-N

	Calcestruzzo	Acciaio
N	$N_{c,Rd} = \frac{289}{594} b h \alpha f_{cd}$	$N_{s,Rd} = 2 A_s f_{yd}$
M	$M_{c,Rd} = \frac{289}{2376} b h^2 \alpha f_{cd}$	$M_{s,Rd} = A_s (h - 2 c) f_{yd}$

Formulazione analitica

Momento resistente:

$$M_{Rd} = (M_{c,Rd} + M_{s,Rd}) \left[1 - \left| \frac{N_{Rd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right|^m \right]$$

con $m = 1 + \frac{N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}}$

Formulazione analitica

Verifica di resistenza:

$$\frac{M_{Sd}}{M_{c,Rd} + M_{s,Rd}} + \left| \frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right|^m \leq 1$$

con $m = 1 + \frac{N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}}$

Formule alternative

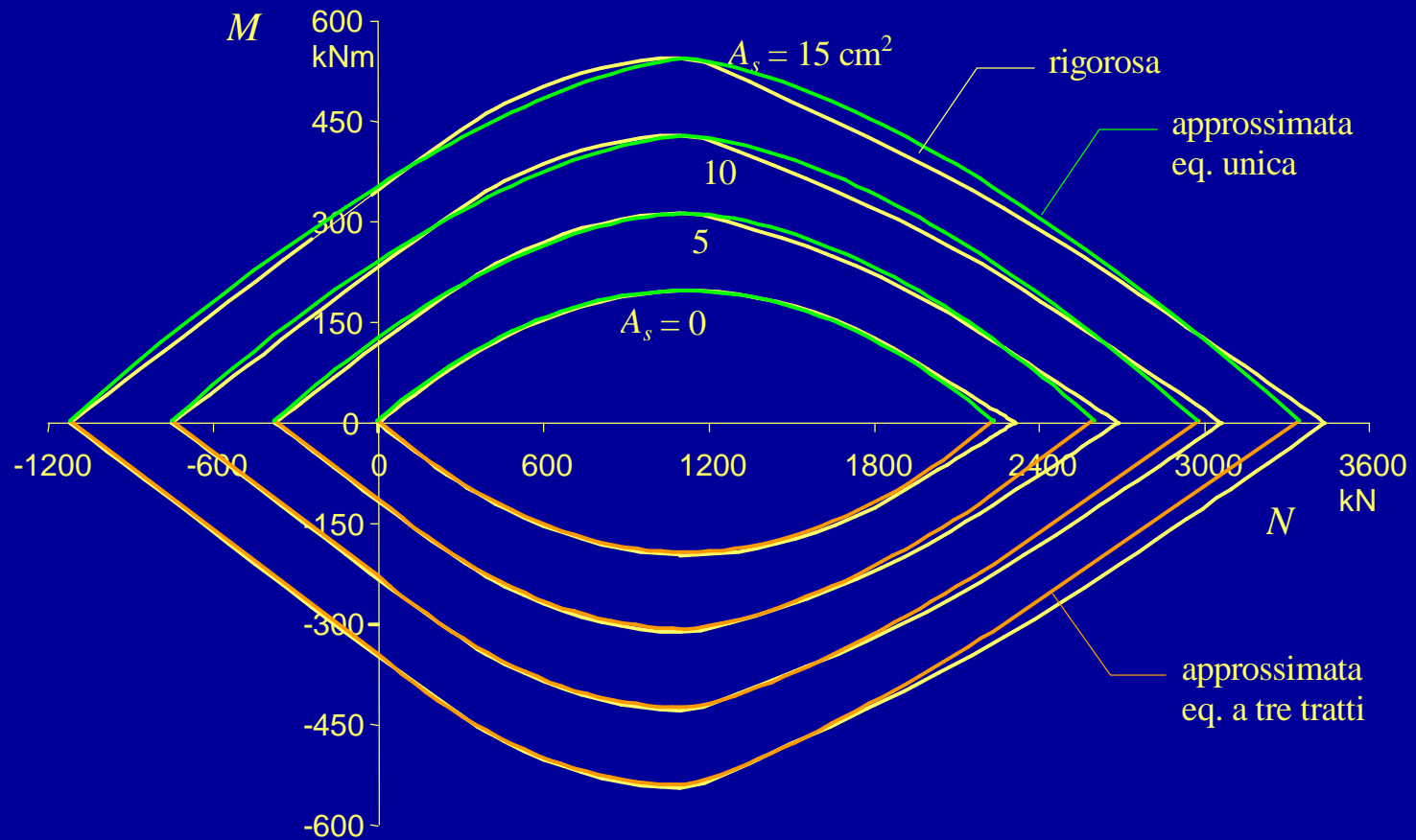
– per $N_{Sd} < 0$ (tensoflessione) $\frac{M_{Sd}}{M_{s,Rd}} - \frac{N_{Sd}}{N_{s,Rd}} \leq 1$

– per $0 < N_{Sd} < N_{c,Rd}$ $\frac{M_{Sd} - M_{s,Rd}}{M_{c,Rd}} + \left(\frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd}} \right)^2 \leq 1$

– per $N_{Sd} > N_{c,Rd}$ $\frac{M_{Sd}}{M_{c,Rd} + M_{s,Rd}} + \left(\frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right)^n \leq 1$

con $n = 1 + \left(\frac{N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right)^2$

Confronto



Esempio - verifica a pressoflessione

Dati geometrici

Sezione 40x70

$$A_s = A'_s = 3 \text{ } \varnothing 14$$

Materiale

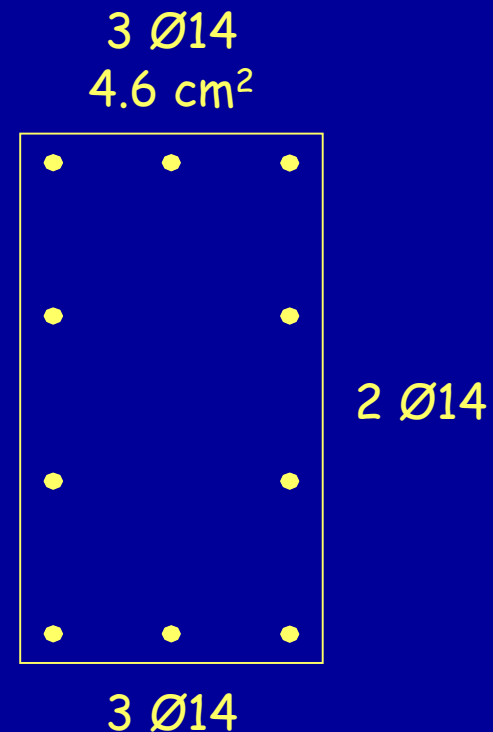
Calcestruzzo $R_{ck}=25 \text{ MPa}$

Acciaio FeB44k

Sollecitazioni

$$N_{sd} = 1300 \text{ kN}$$

$$M_{sd} = 350 \text{ kNm}$$



Esempio - verifica a pressoflessione

Valori resistenti del calcestruzzo:

$$N_{c,Rd} = \frac{289}{594} b h \alpha f_{cd} = 0.486 \times 0.40 \times 0.70 \times 11.0 \times 10^3$$

$$N_{c,Rd} = 1497 \text{ kN}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{289}{2376} b h^2 \alpha f_{cd} = 0.1216 \times 0.40 \times 0.70^2 \times 11.0 \times 10^3$$

$$M_{c,Rd} = 262.2 \text{ kNm}$$

Esempio - verifica a pressoflessione

Valori resistenti dell'acciaio:

$$N_{s,Rd} = 2 A_s f_{yd} = 2 \times 4.62 \times 373.9 \times 10^{-1}$$

$$N_{s,Rd} = 345.5 \text{ kN}$$

$$M_{s,Rd} = A_s (h - 2c) f_{yd} = 4.62 \times (0.70 - 2 \times 0.04) \times 373.9 \times 10^{-1}$$

$$M_{s,Rd} = 107.1 \text{ kNm}$$

Esempio - verifica a pressoflessione

Momento resistente:

$$m = 1 + \frac{N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} = 1 + \frac{1497}{1497 + 355.5} = 1.808$$

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= (M_{c,Rd} + M_{s,Rd}) \left[1 - \left| \frac{N_{Rd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right|^m \right] = \\ &= (262.2 + 107.1) \left[1 - \left| \frac{1300 - 1497}{1497 + 355.5} \right|^{1.808} \right] = \\ &= 362.9 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$M_{Sd} < M_{Rd}$$

Sezione
verificata

Esempio - verifica a pressoflessione

Oppure:

$$m = 1.808$$

$$\frac{M_{Sd}}{M_{c,Rd} + M_{s,Rd}} + \left| \frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right|^m \leq 1$$

$$\frac{350}{262.2 + 107.1} + \left| \frac{1300 - 1497}{1497 + 355.5} \right|^{1.808} =$$
$$= 0.948 + 0.017 = 0.965 \leq 1$$

Sezione
verificata

Progetto della sezione

Le espressioni possono essere trasformate in formule per il progetto della sezione

$$d = r'' \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Il coefficiente r'' è in questo caso dipendente da:

- sforzo normale adimensionalizzato $v = N_{Sd} / 2 N_{c,Rd}$
- percentuale geometrica di armatura che si vuole disporre $\rho = A_s / b h$
- caratteristiche dei materiali

Valori di r''

v	$\rho=0$	$\rho=0.002$	$\rho=0.004$	$\rho=0.006$	$\rho=0.008$	$\rho=0.010$
0.0	-	0.0368	0.0260	0.0212	0.0184	0.0165
0.1	0.0410	0.0274	0.0220	0.0189	0.0168	0.0153
0.2	0.0307	0.0236	0.0199	0.0175	0.0158	0.0145
0.3	0.0268	0.0217	0.0187	0.0167	0.0152	0.0140
0.4	0.0251	0.0207	0.0181	0.0162	0.0148	0.0138
0.5	0.0246	0.0204	0.0179	0.0161	0.0147	0.0137
0.6	0.0251	0.0210	0.0184	0.0165	0.0152	0.0141
0.7	0.0268	0.0222	0.0193	0.0173	0.0158	0.0146
0.8	0.0307	0.0243	0.0208	0.0184	0.0166	0.0153
0.9	0.0410	0.0281	0.0229	0.0198	0.0177	0.0161
1.0	-	0.0357	0.0262	0.0218	0.0190	0.0171

Progetto dell'armatura

Il momento affidato alle armature è

$$M_{Sd,red} = M_{Sd} - M_{c,Rd} \left[1 - \left(\frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd}} \right)^2 \right]$$

L'armatura necessaria è quindi

$$A_s = \frac{M_{Sd,red}}{z f_{yd}}$$

z è il braccio della coppia interna
costituita dalle armature

$$z = h - 2c \cong 0.9 d$$

Nota: la formula vale rigorosamente solo per $0 \leq N_{Sd} \leq N_{c,Rd}$

Esempio - progetto dell'armatura

Dati geometrici

Sezione 40x70

Sollecitazioni

$$N_{sd} = 1300 \text{ kN}$$

$$M_{sd} = 350 \text{ kNm}$$

$$M_{Sd,red} = 350 - 262.2 \left[1 - \left(\frac{1300 - 1497}{1497} \right)^2 \right] = 92.3 \text{ kNm}$$

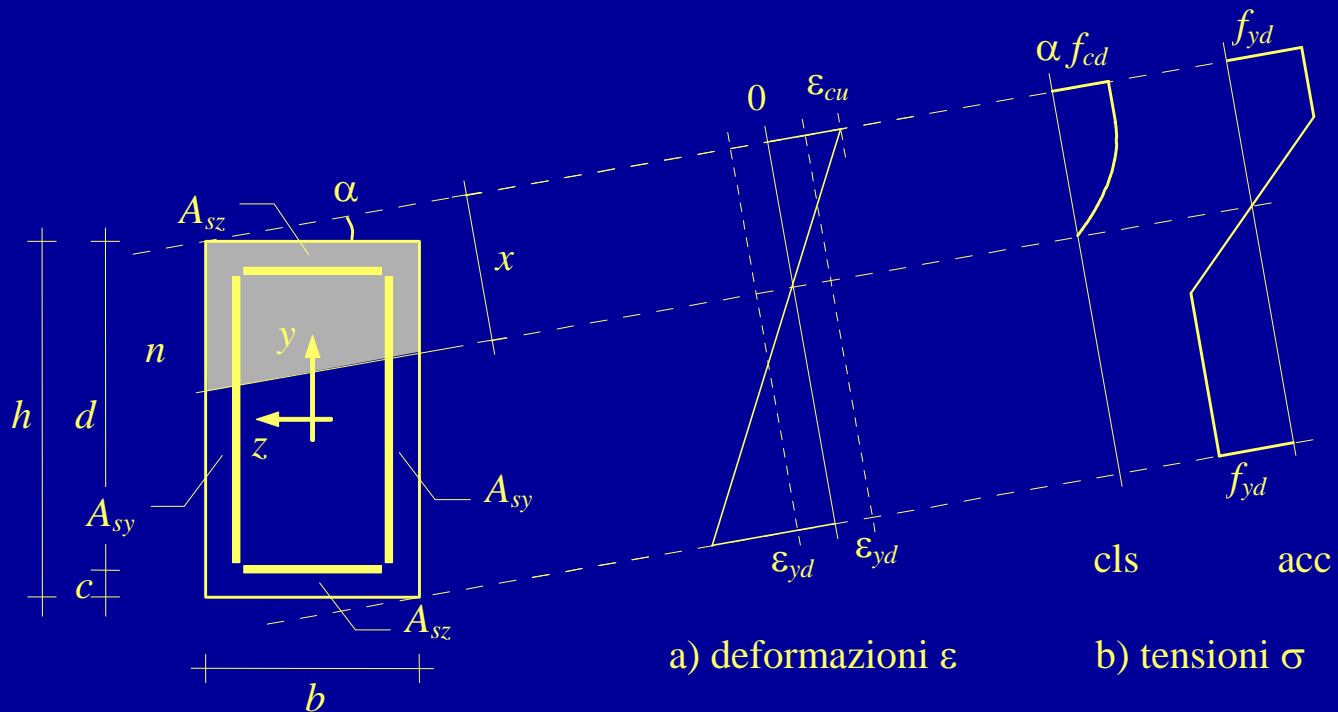
Armatura necessaria:

$$A_s = \frac{92.3}{0.9 \times 0.66 \times 373.9} \times 10 = 4.2 \text{ cm}^2$$

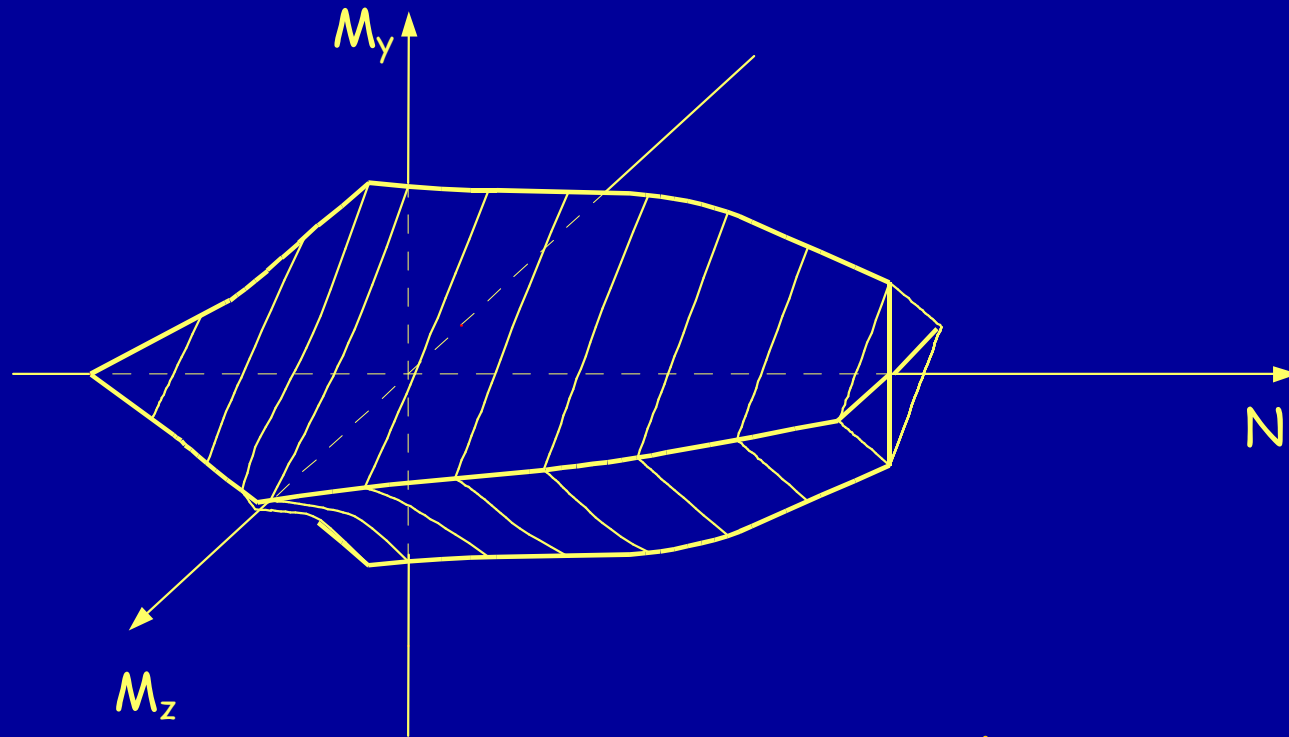
Domini M-N
per flessione composta deviata

Pressoflessione deviata

- Procedimento per la costruzione del dominio M_y - M_z - N
- analogo a quello descritto per pressoflessione retta
 - più complicato per l'inclinazione dell'asse neutro

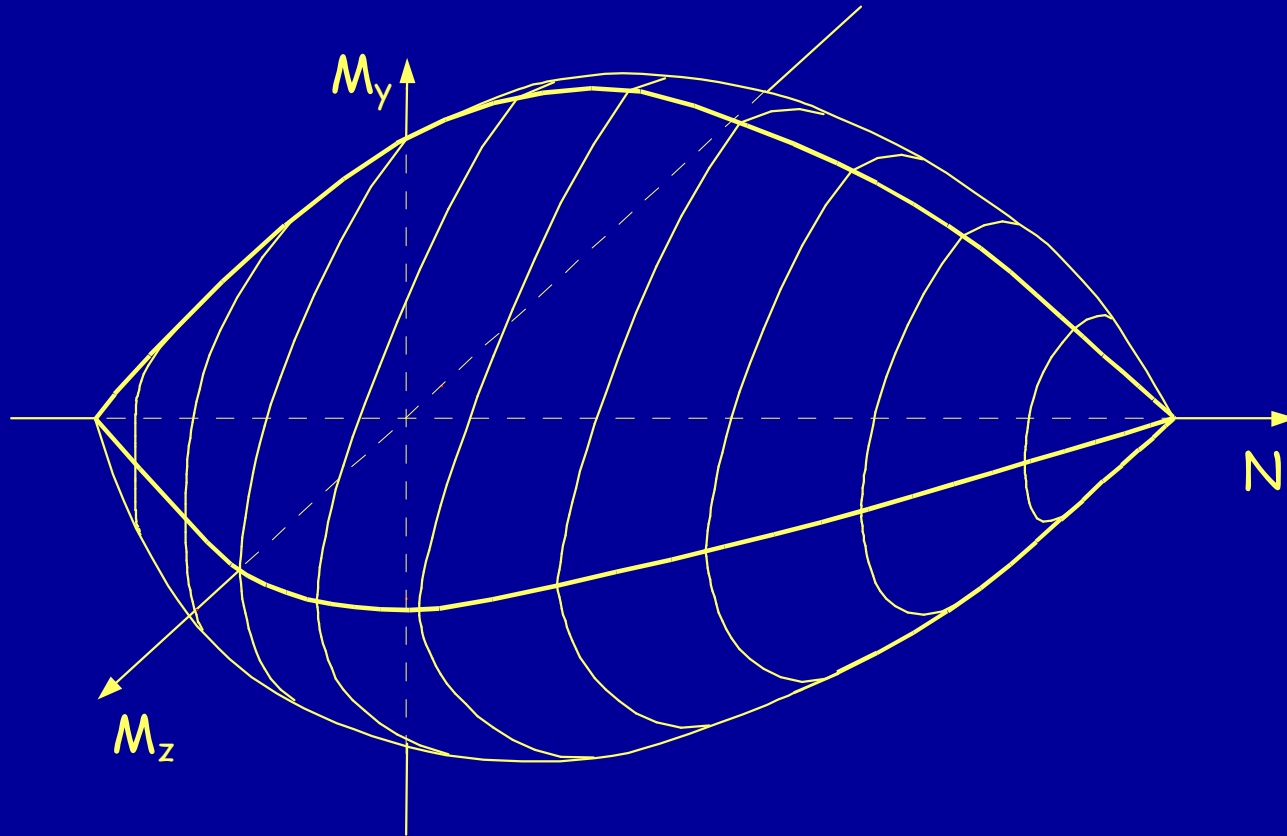


Dominio alle TA

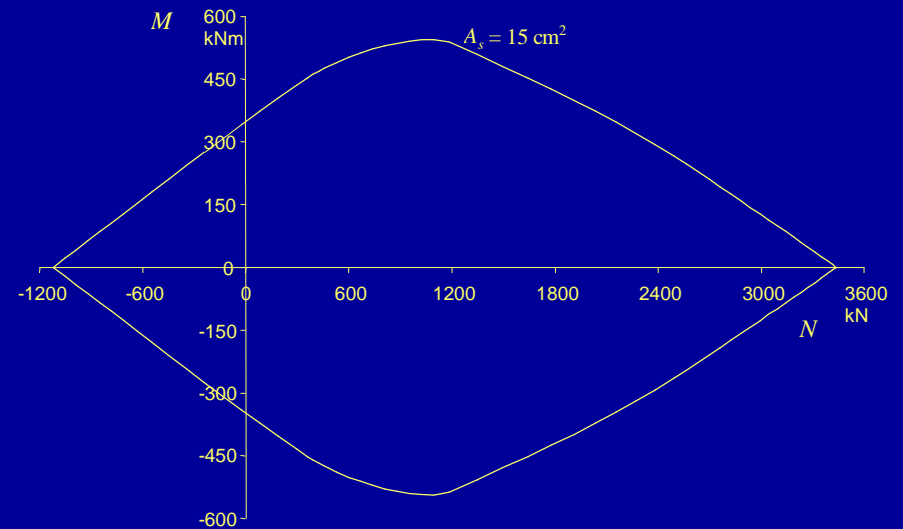
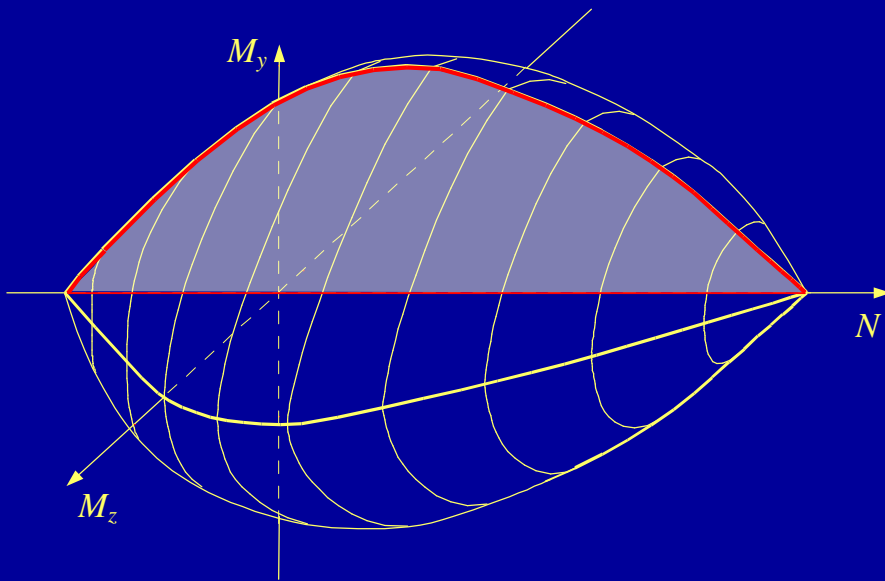


Notare la sezione trasversale:
la presenza contemporanea di
 M_y e M_z è molto penalizzante

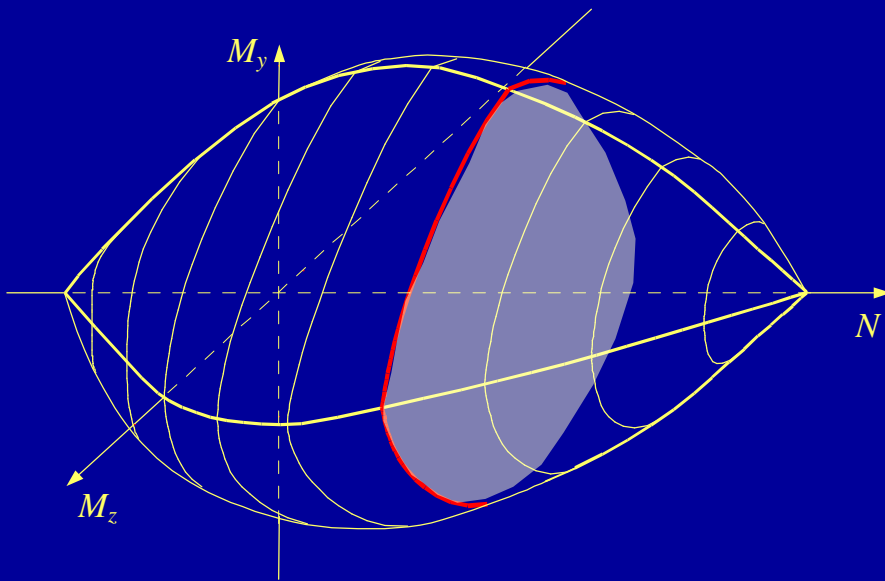
Dominio allo SLU



Dominio allo SLU

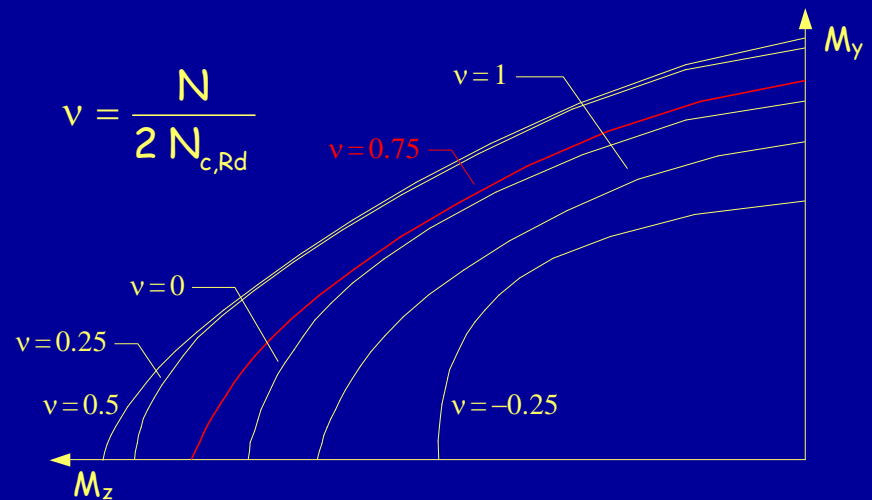


Dominio allo SLU



$$\left(\frac{M_z}{M_{z,Rd}} \right)^p + \left(\frac{M_y}{M_{y,Rd}} \right)^q = 1$$

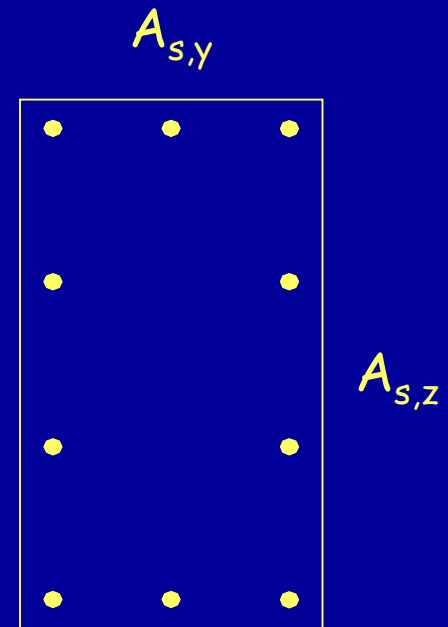
Consiglio:
usare $p = q = 1.5$



Considerazioni

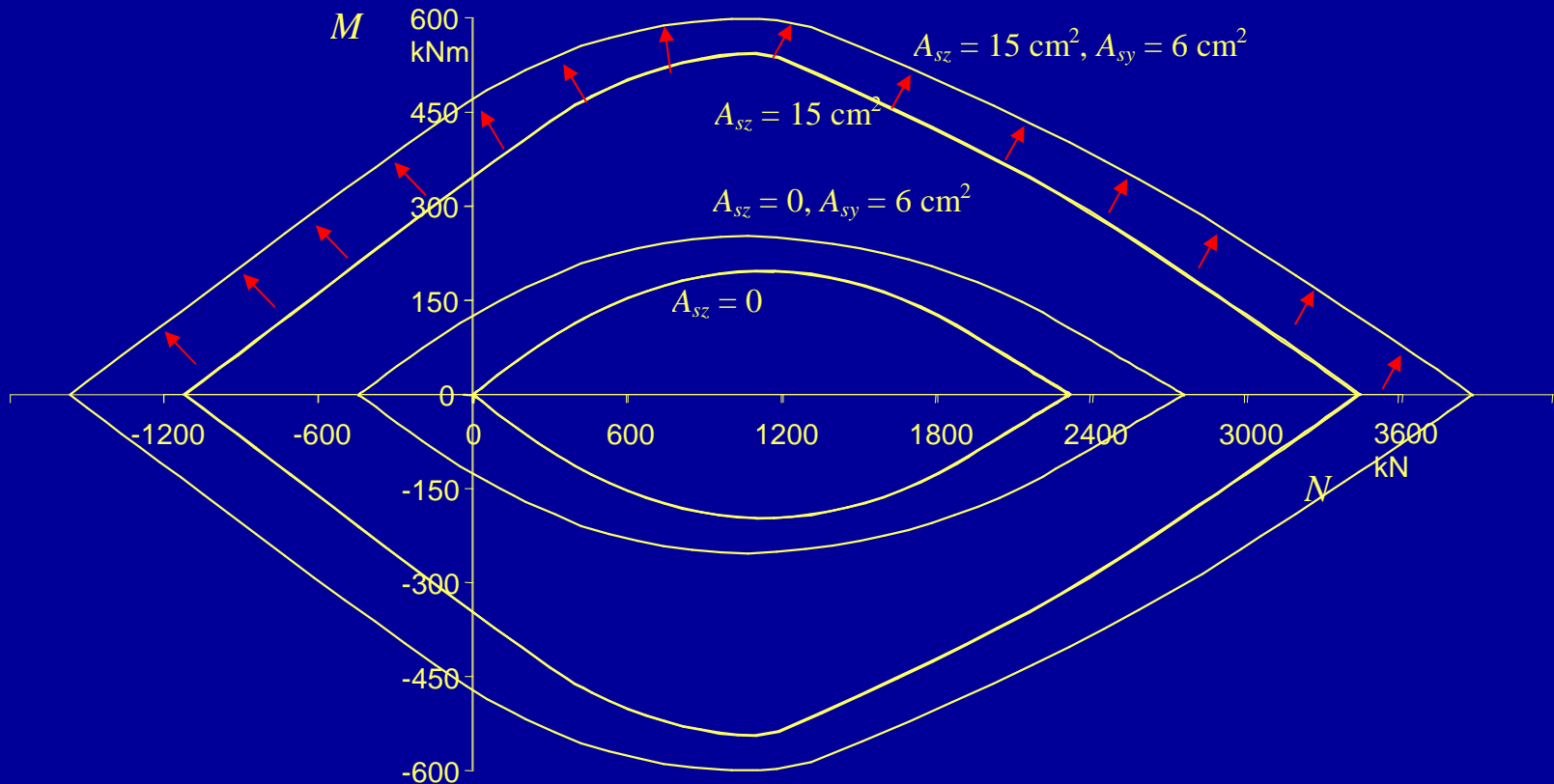
Nel calcolare il momento resistente $M_{Rd,y}$ si dovrebbe prendere in considerazione anche l'armatura sul lato verticale

e viceversa



Considerazioni

Ciò porterebbe ad un incremento del momento resistente



Considerazioni

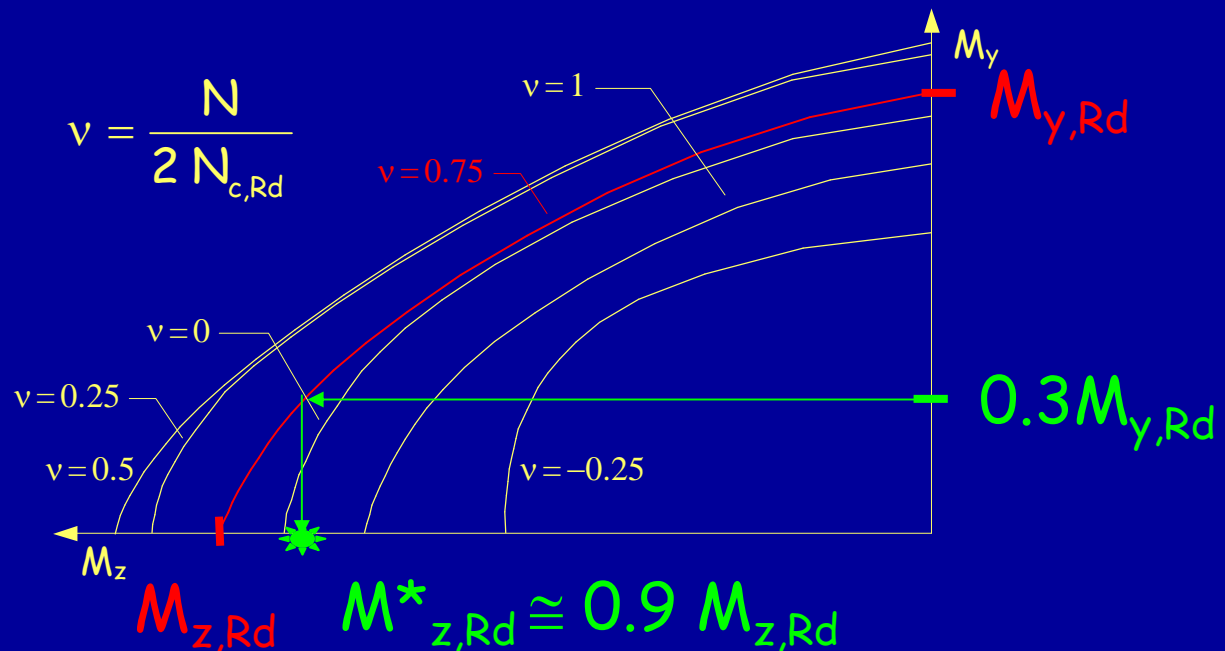
Ciò porterebbe ad un incremento del momento resistente

$$M_{Rd} = (M_{c,Rd} + M_{sz,Rd} + M_{sy,Rd}) \left[1 - \left(\frac{N_{Rd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{sz,Rd} + N_{sy,Rd}} \right)^m \right]$$

$$\text{con} \quad m = 1 + \left(\frac{N_{c,Rd} + N_{sy,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{sz,Rd} + N_{sy,Rd}} \right)$$

Considerazioni

Contemporaneamente, la presenza di momento nella direzione trasversale riduce il momento resistente



Indicazioni operative

Finché il momento trasversale non è eccessivo, i due effetti si compensano

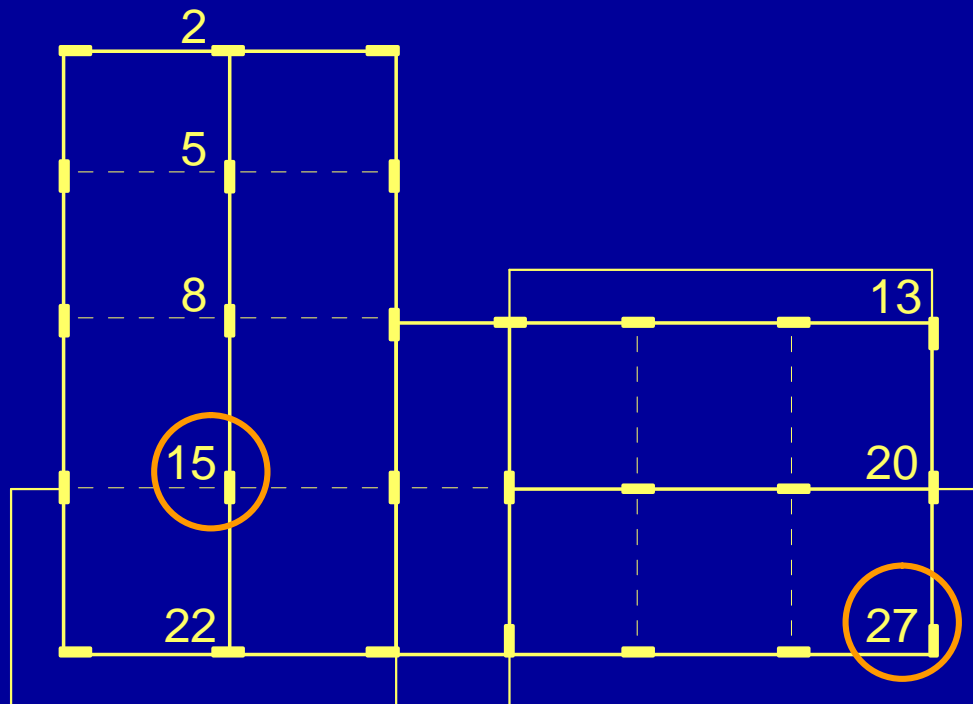
E' possibile progettare a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni,

e poi effettuare un controllo a pressoflessione deviata

Definizione delle armature - pilastri

Pilastri esaminati (come esempio)

Si esaminano i pilastri 15 e 27

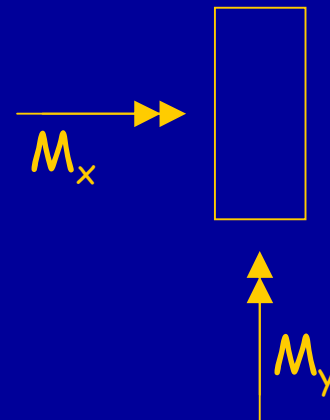


Pilastro 15, base del I ordine

Schemi di carico base

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
M_x	-2.15	-1.25	8.04	-326.02	14.18	21.16
M_y	-1.76	-1.02	-61.93	-1.38	-0.97	-1.45
N	1396.02	798.41	-15.28	-111.86	4.31	6.44

N positivo = compressione



Pilastro con rilevanti carichi verticali

Sollecitato prevalentemente in una direzione (y)

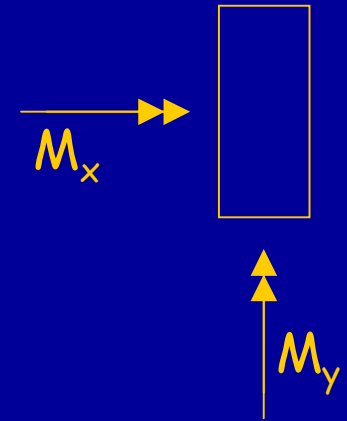
Effetto dell'eccentricità propria ed accidentale
abbastanza modesto

Pilastro 15, base del I ordine

Schemi di carico base

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
M_x	-2.15	-1.25	8.04	-326.02	14.18	21.16
M_y	-1.76	-1.02	-61.93	-1.38	-0.97	-1.45
N	1396.02	798.41	-15.28	-111.86	4.31	6.44

N positivo = compressione



Combinazione

	sisma x	sisma y	x + 0.3 y	y + 0.3 x
M_x	22.22	-347.18	126.37	-353.85
M_y	-62.90	-2.83	-63.74	-21.70
N	-19.59	-118.30	-55.08	-124.18

$$M_{x,max} = 355.1 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = 674 \div 923 \text{ kN}$$

$$M_{y,max} = 64.8 \text{ kNm}$$

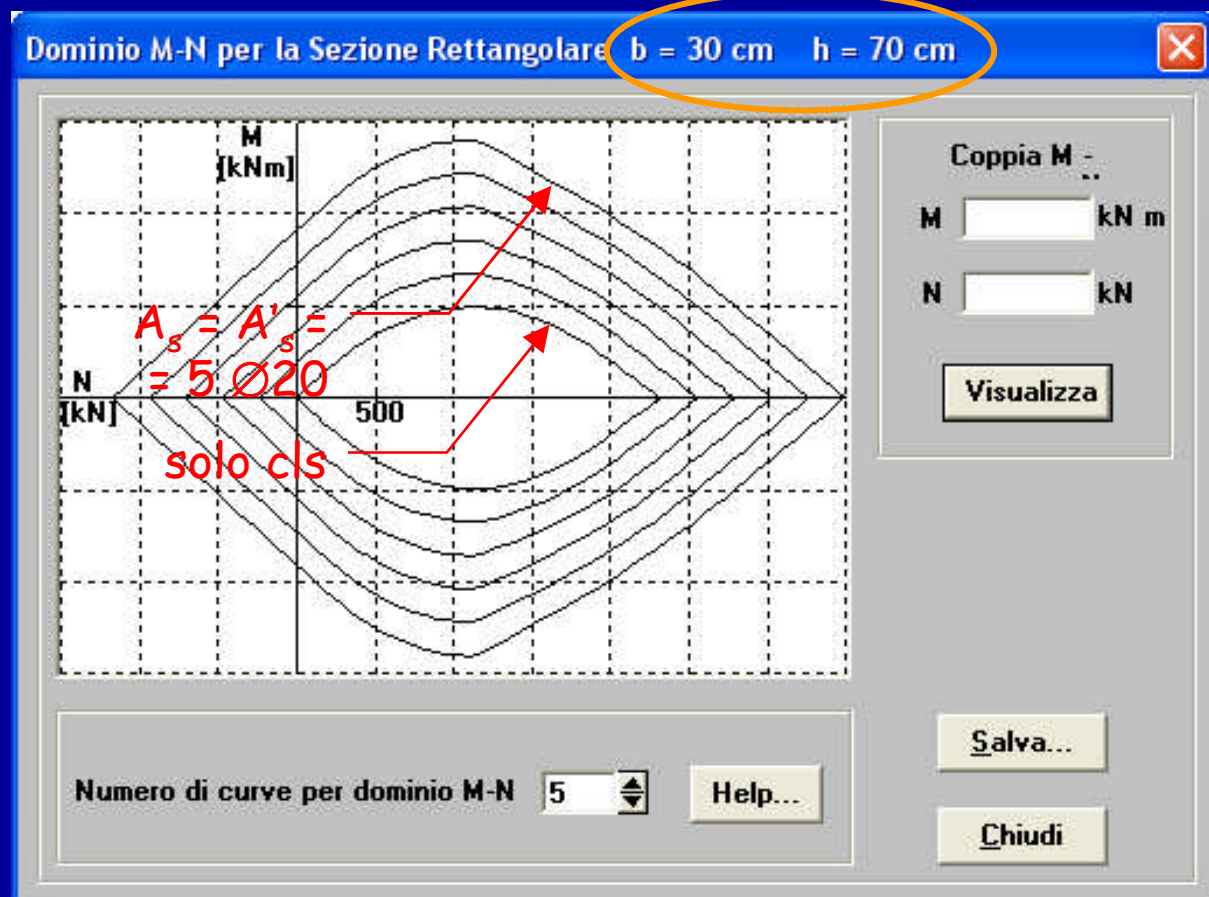
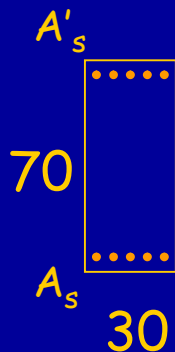
$$\text{con } N = 743 \div 854 \text{ kN}$$

Pilastro 15, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni

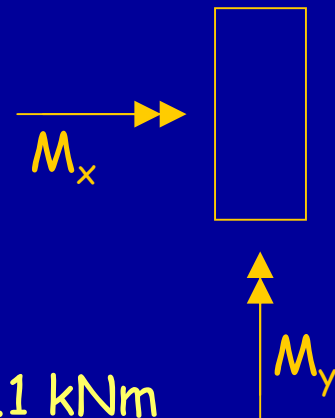
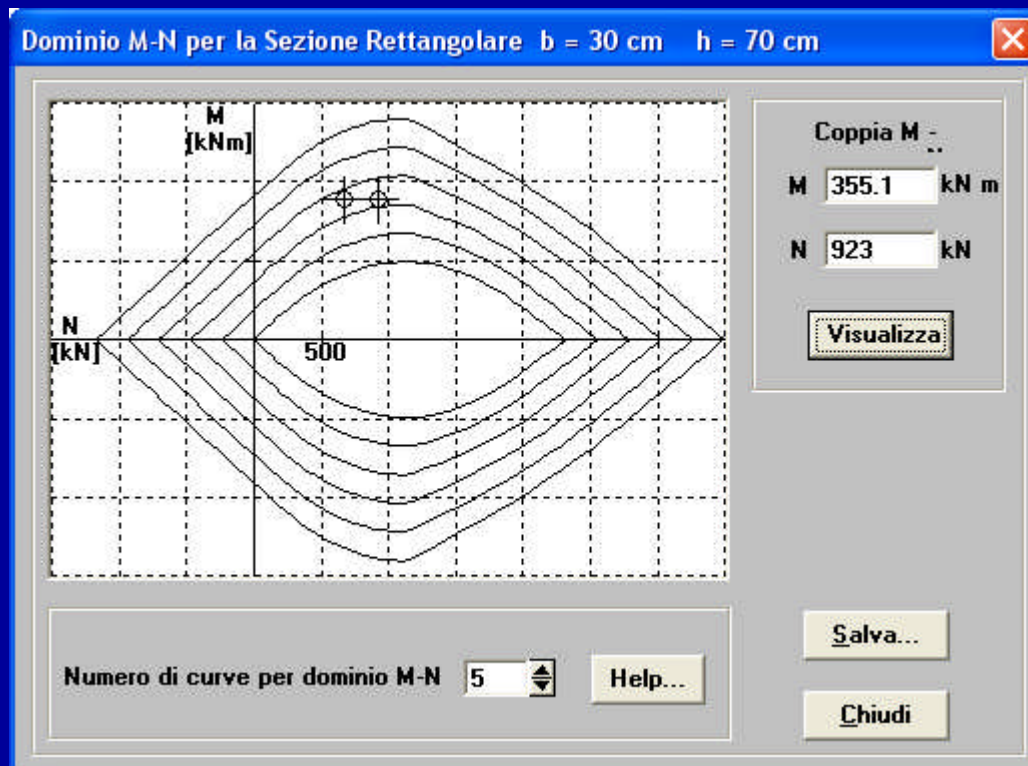
Si visualizza bene con domini M-N

Ad esempio col programma EC2



Pilastro 15, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



direzione y

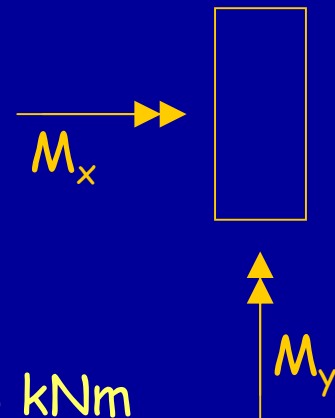
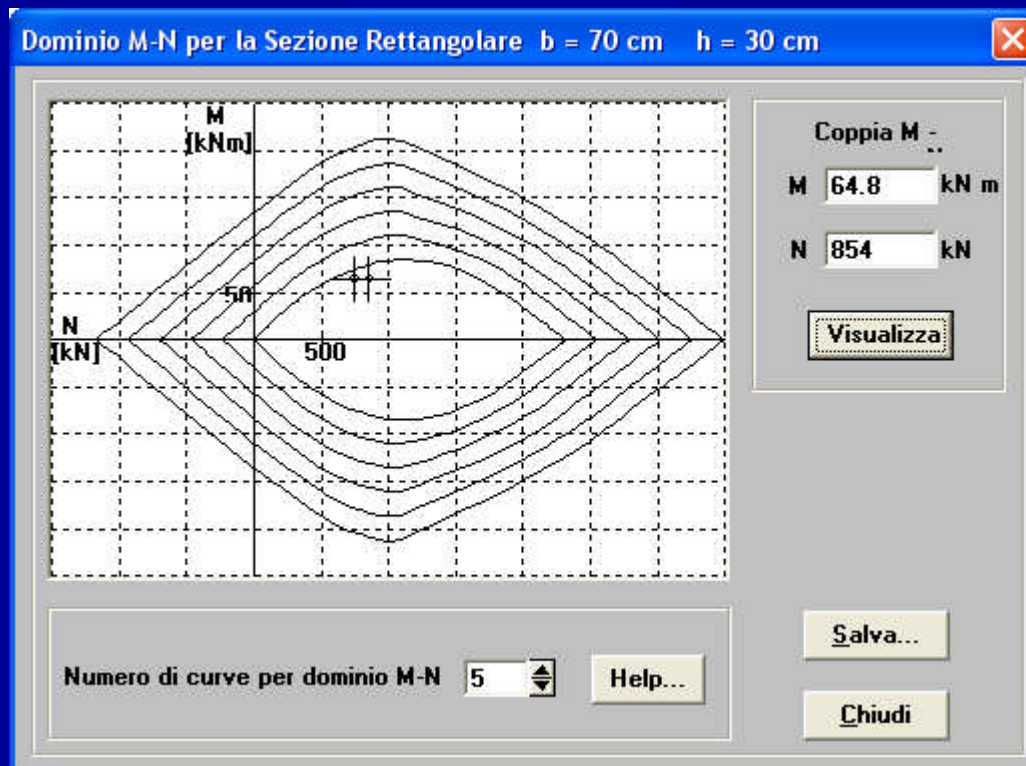
$$M_{x,\max} = 355.1 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = 674 \div 923 \text{ kN}$$

occorrono 3 $\varnothing 20$
su ciascun lato corto

Pilastro 15, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



direzione x

$$M_{y,\max} = 64.8 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = 743 \div 854 \text{ kN}$$

non occorrerebbero
armature
sul lato lungo

Armatura longitudinale nei pilastri limiti imposti dal D.M. 14/09/2005

Armatura minima: $A_{s,tot} \geq 0.30 \% b h$

Nelle sezioni a spigoli vivi è necessario disporre una barra per ciascuno spigolo; l'interasse tra le barre longitudinali non può superare 200 mm.

Armatura compressa: $A'_s \geq 0.50 A_s$ (zona sismica)

Diametro minimo barre longitudinali $\phi 12$ mm

Armatura longitudinale nei pilastri limiti imposti dall' O.P.C.M. 3431

"Nella sezione corrente del pilastro la percentuale di armatura longitudinale deve essere compresa tra i seguenti limiti:

$$1\% \leq \frac{A_s}{A_c} \leq 4\%$$

con A_s area totale dell'armatura longitudinale e A_c area della sezione lorda del pilastro

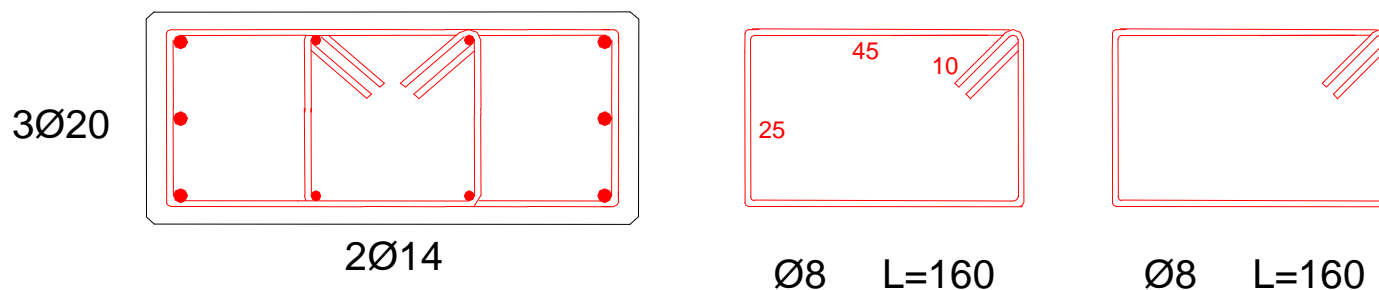
Per tutta la lunghezza del pilastro l'interasse tra le barre non deve essere superiore a 25 cm"

Per una sezione 30x70:

$$21 \text{ cm}^2 \leq A_s \leq 84 \text{ cm}^2$$

Pilastro 15, base del I ordine

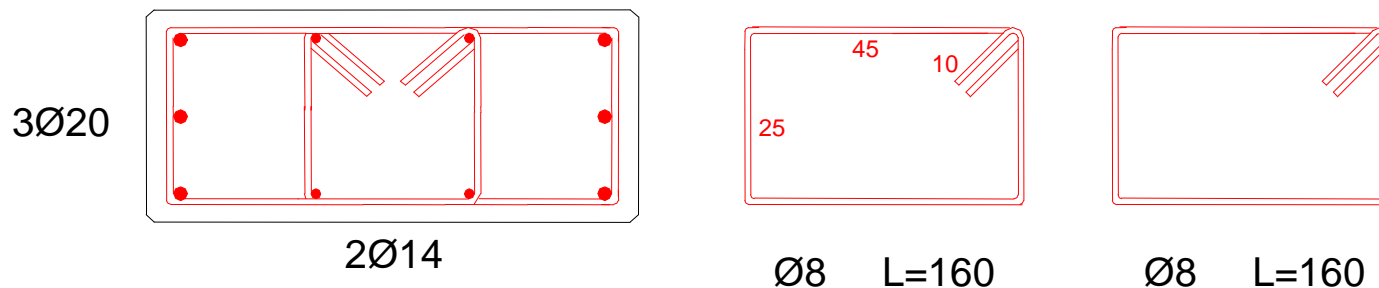
Il pilastro può essere armato con 6 $\varnothing 20$ e 4 $\varnothing 14$, con doppia staffa



Poiché i momenti trasversali sono molto bassi non occorre una verifica a pressoflessione deviata

Pilastro 15, base del I ordine

Il pilastro può essere armato con 6 $\varnothing 20$ e 4 $\varnothing 14$,
con doppia staffa



Ai piani superiori le caratteristiche di sollecitazioni si riducono,
ma le armature non possono scendere al di sotto di 21 cm^2 , cioè
4 $\varnothing 20$ e 6 $\varnothing 14$ (quindi 2 $\varnothing 20$ e 1 $\varnothing 14$ nel lato corto)

Armatura trasversale nei pilastri limiti imposti dal D.M. 14/09/2005

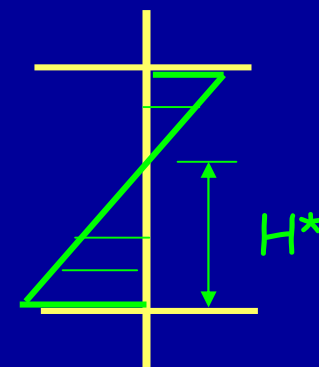
Le armature trasversali devono essere poste ad interasse non superiore a $10 \phi_{l,min}$ con un massimo di 25cm.

In zona sismica per un tratto lungo $1/3 H^*$ l'interasse deve essere non superiore a **5 volte il diametro minimo** delle barre longitudinali e comunque $\leq 100\text{mm}$

Il diametro minimo delle staffe è 8mm e $1/3$ del diametro massimo delle barre longitudinali.

Per il pilastro 30x70:

$$s = 7 \text{ cm}$$



Armatura trasversale nei pilastri limiti imposti dall' O.P.C.M. 3431

"Alle due estremità del pilastro si devono disporre staffe di contenimento e legature per una lunghezza, misurata a partire dalla sezione di estremità, pari alla maggiore delle seguenti quantità:

- il lato maggiore della sezione trasversale
- un sesto dell'altezza netta del pilastro
- 45 cm"

Per il pilastro 30x70:

70 cm

Armatura trasversale nei pilastri limiti imposti dall' O.P.C.M. 3431

"In ciascuna delle due zone di estremità del pilastro devono essere rispettate le condizioni seguenti:

- le barre disposte sugli angoli della sezione devono essere contenute dalle staffe;
- almeno una barra ogni due, di quelle disposte sui lati, dovrà essere trattenuta da staffe interne o da legature;
- le barre non fissate devono trovarsi a meno di 15 cm da una barra fissata"

Le staffe disegnate vanno bene

Armatura trasversale nei pilastri limiti imposti dall' O.P.C.M. 3431

“Il diametro delle staffe di contenimento e legature non deve essere inferiore a 8 mm.

In ciascuna delle due zone di estremità esse saranno disposte ad un passo pari alla più piccola delle quantità seguenti:

- un quarto del lato minore della sezione trasversale
- 15 cm

Nei tratti di estremità si devono quindi disporre $\varnothing 8 / 7.5$

Nella parte centrale si metteranno $\varnothing 8 / 15$

Armatura trasversale

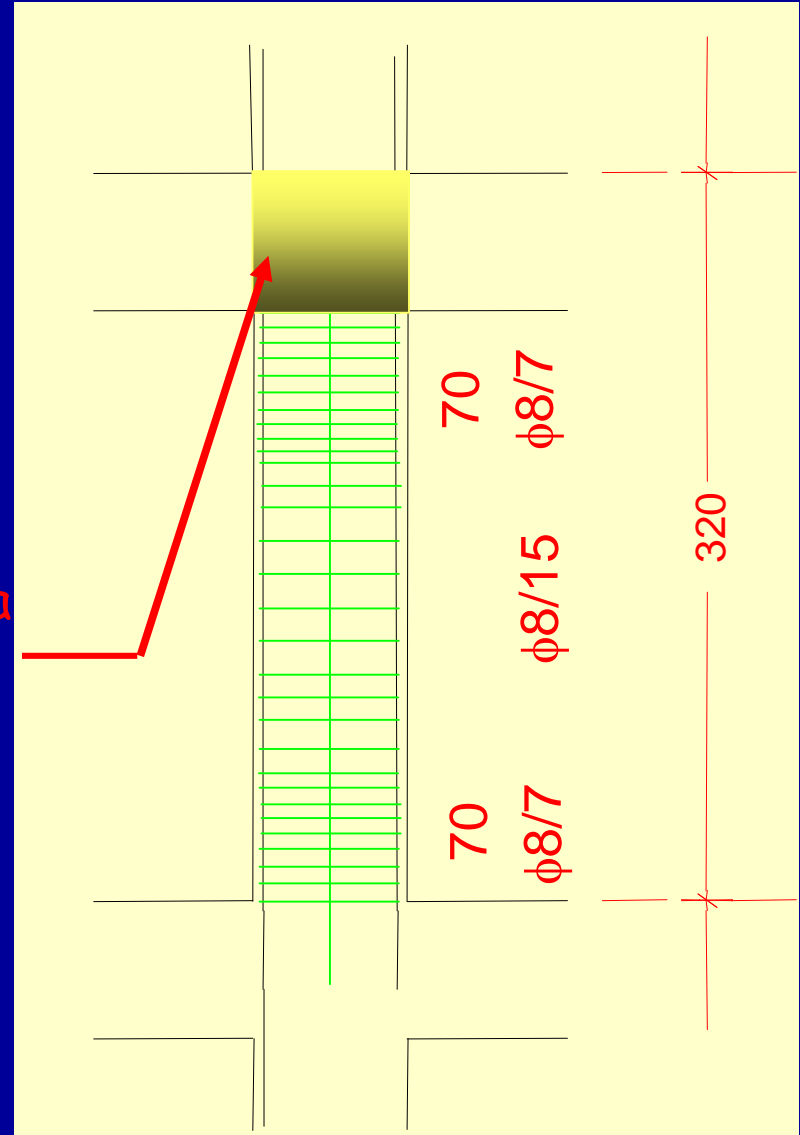
Nei tratti di estremità si devono quindi disporre

$\varnothing 8 / 7$

Nella parte centrale si metteranno

$\varnothing 8 / 15$

Nei nodi si dovrà disporre la staffatura delle zone di estremità salvo ulteriori verifiche

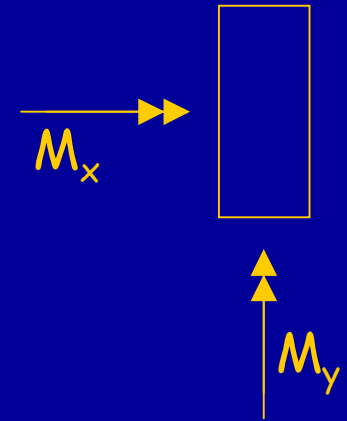


Pilastro 27, base del I ordine

Schemi di carico base

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
M_x	3.06	2.41	-23.35	-379.98	-42.94	-64.07
M_y	-5.00	-3.04	-84.04	-7.53	-4.77	-7.12
N	842.84	473.69	353.27	-494.18	-40.53	-60.56

N positivo = compressione



Pilastro con bassi carichi verticali

Più sollecitato del pilastro 15 in direzione y a causa della rotazione

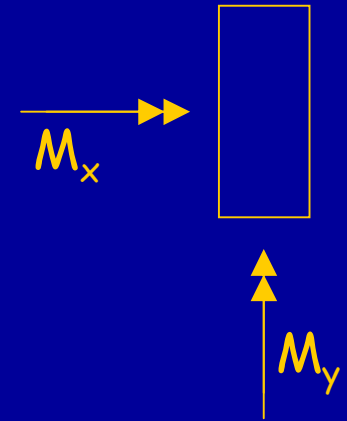
Forte sforzo normale da sisma (perché è un pilastro d'angolo)

Pilastro 27, base del I ordine

Schemi di carico base

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
M_x	3.06	2.41	-23.35	-379.98	-42.94	-64.07
M_y	-5.00	-3.04	-84.04	-7.53	-4.77	-7.12
N	842.84	473.69	353.27	-494.18	-40.53	-60.56

N positivo = compressione



Combinazione

	sisma x	sisma y	x + 0.3 y	y + 0.3 x
M_x	-66.29	-444.04	-199.50	-463.93
M_y	-88.81	-14.64	-93.20	-41.28
N	393.80	-554.74	560.22	-672.88

$$M_{x,max} = 466.3 \text{ kNm}$$

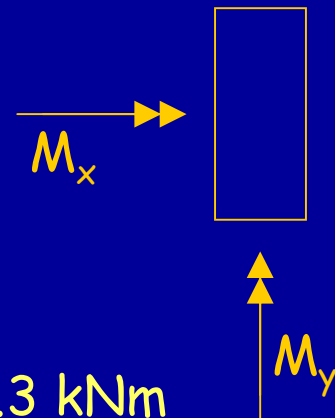
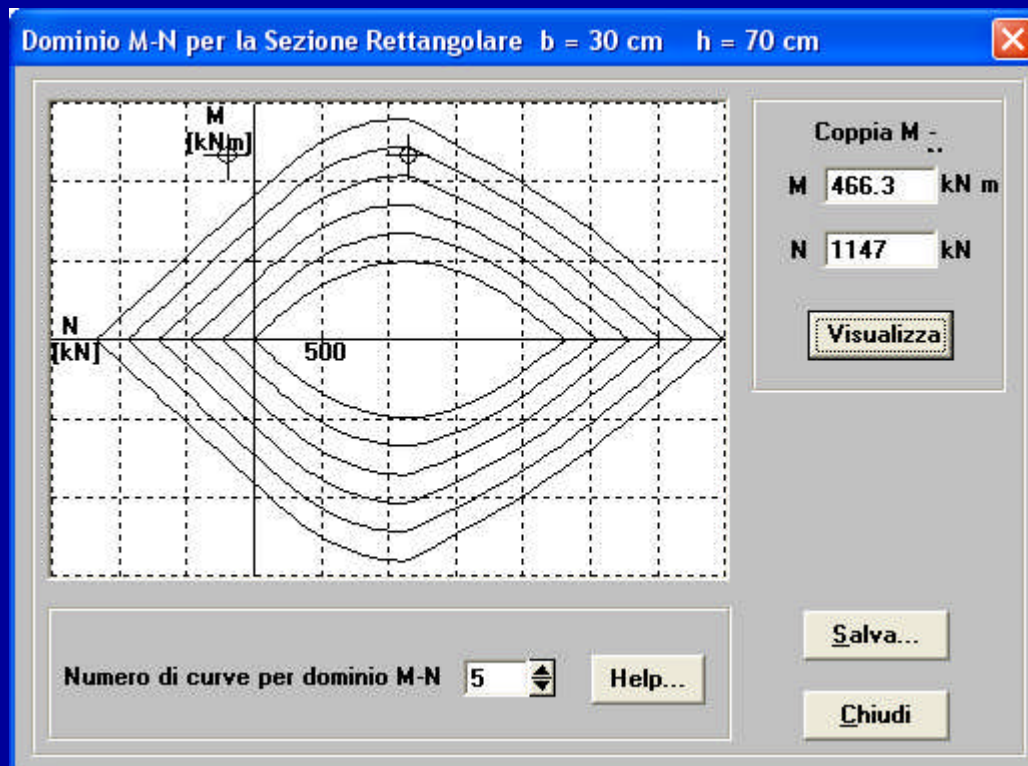
$$\text{con } N = -199 \div 1147 \text{ kN}$$

$$M_{y,max} = 96.2 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = -87 \div 1034 \text{ kN}$$

Pilastro 27, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



direzione y

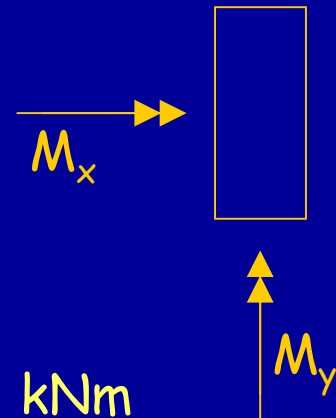
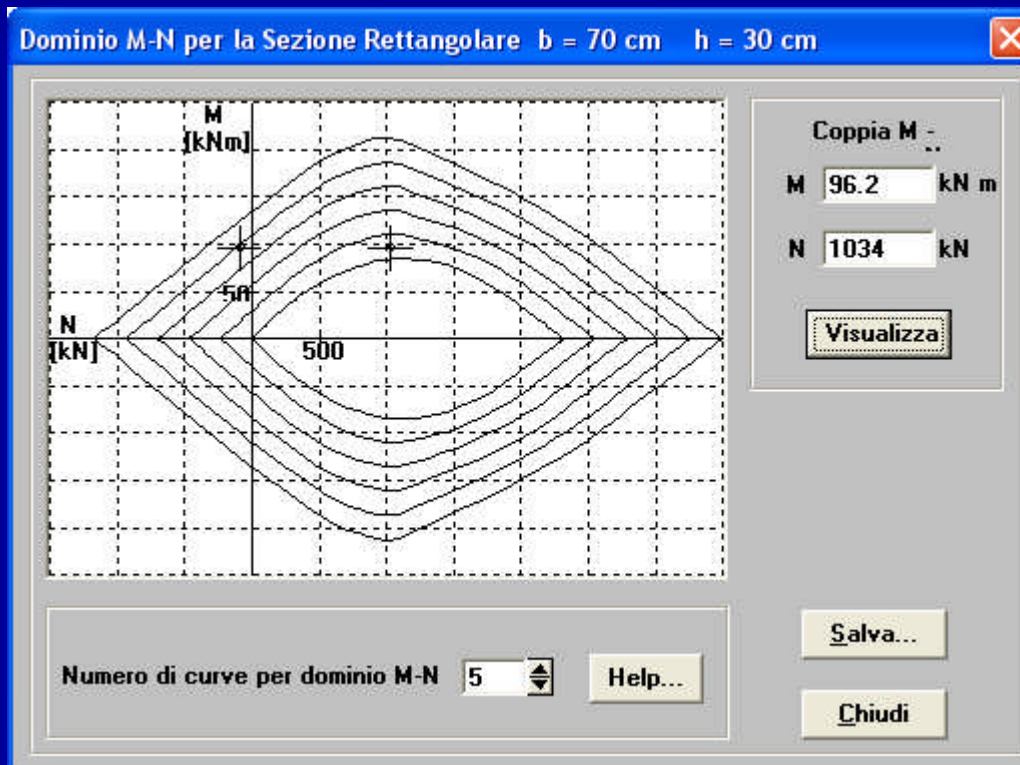
$$M_{x,\max} = 466.3 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = -199 \div 1147 \text{ kN}$$

occorrono 7 $\varnothing 20$
su ciascun lato corto

Pilastro 27, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



direzione x

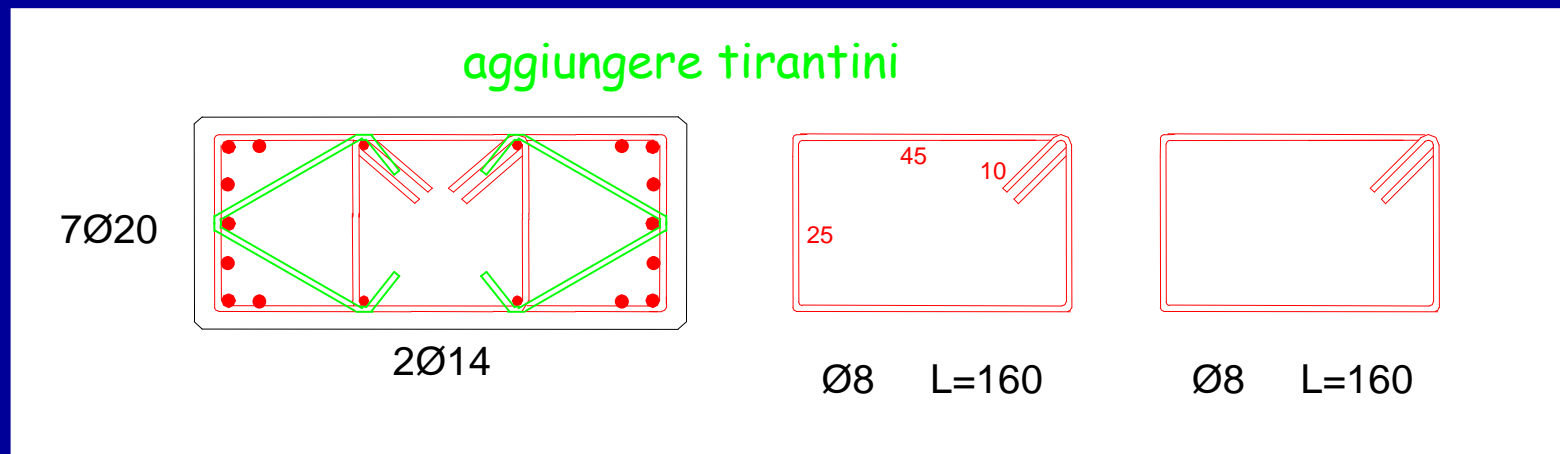
$$M_{y,max} = 96.2 \text{ kNm}$$

con $N = -87 \div 1034 \text{ kN}$

occorrono 4 $\varnothing 20$
su ciascun lato lungo

Pilastro 27, base del I ordine

Il pilastro può essere armato con 14 $\varnothing 20$ e 4 $\varnothing 14$,
con doppia staffa



Poiché i momenti trasversali sono forti occorre una
verifica a pressoflessione deviata

Pilastro 27, base del I ordine

verifica a pressoflessione deviata

Per sisma x + 0.3y

$$M_x = 201.9 \text{ kNm}$$

$$M_y = 96.2 \text{ kNm}$$

$$N = -87 \text{ kN}$$

1 - Calcolo il momento resistente $M_{Rd,x}$ per $N = -87 \text{ kN}$

$$M_{Rd,x} = 531.2 \text{ kNm}$$

2 - Calcolo il momento resistente $M_{Rd,y}$ per $N = -87 \text{ kN}$

$$M_{Rd,y} = 191.4 \text{ kNm}$$

3 - Calcolo

$$\left(\frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} \right)^{1.5} + \left(\frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right)^{1.5} = \left(\frac{201.9}{531.2} \right)^{1.5} + \left(\frac{96.2}{191.4} \right)^{1.5} = 0.59$$

La verifica è soddisfatta

Pilastro 27, base del I ordine

verifica a pressoflessione deviata

Per sisma y + 0.3x

$$M_x = 466.3 \text{ kNm}$$

$$M_y = 44.3 \text{ kNm}$$

$$N = -199 \text{ kN}$$

1 - Calcolo il momento resistente $M_{Rd,x}$ per $N = -199 \text{ kN}$

$$M_{Rd,x} = 499.4 \text{ kNm}$$

2 - Calcolo il momento resistente $M_{Rd,y}$ per $N = -199 \text{ kN}$

$$M_{Rd,y} = 182.1 \text{ kNm}$$

3 - Calcolo

$$\left(\frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} \right)^{1.5} + \left(\frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right)^{1.5} = \left(\frac{466.3}{499.4} \right)^{1.5} + \left(\frac{44.3}{182.1} \right)^{1.5} = 1.022$$

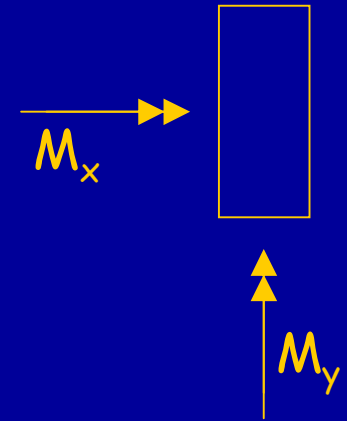
La verifica non è soddisfatta: devo aumentare (di poco) l'armatura

Pilastro 27, base del II ordine

Schemi di carico base

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
M_x	20.59	12.69	-0.83	-179.94	-20.61	-30.83
M_y	-18.92	-11.12	-92.87	-12.35	-5.47	-8.17
N	-740.72	-408.82	-253.64	351.57	29.15	43.56

N positivo = compressione



Pilastro con bassi carichi verticali

Più sollecitato del pilastro 15 in direzione y a causa della rotazione

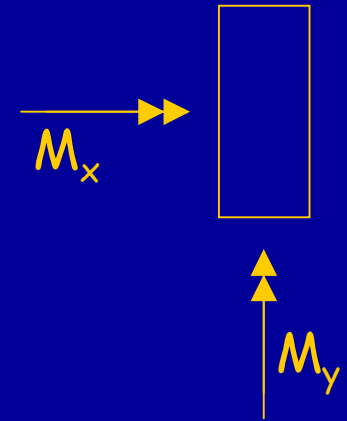
Forte sforzo normale da sisma (perché è un pilastro d'angolo)

Pilastro 27, base del II ordine

Schemi di carico base

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
M_x	20.59	12.69	-0.83	-179.94	-20.61	-30.83
M_y	-18.92	-11.12	-92.87	-12.35	-5.47	-8.17
N	-740.72	-408.82	-253.64	351.57	29.15	43.56

N positivo = compressione



Combinazione

	sisma x	sisma y	x + 0.3 y	y + 0.3 x
M_x	-21.44	-210.77	-84.67	-217.20
M_y	-98.34	-20.52	-104.50	-50.02
N	-282.79	395.13	-401.32	479.96

$$M_{x,max} = 229.9 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = -71 \div 889 \text{ kN}$$

$$M_{y,max} = 115.6 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = 9 \div 810 \text{ kN}$$

Pilastro 27, base del II ordine

Al secondo ordine il pilastro sta molto meglio, perché il massimo momento M_x è meno della metà di quello del primo ordine, ed è anche quasi scomparsa la trazione

Resta rilevante il momento M_y (che però era meno condizionante)

Progetto ad alta duttilità
Cosa cambia per i pilastri?

Pilastri

momenti flettenti di progetto

Per le strutture in CD"A", i momenti flettenti di calcolo nei pilastri si ottengono moltiplicando i momenti derivanti dall'analisi per il fattore di amplificazione α

$$\alpha = \gamma_{Rd} \frac{\sum M_{Rd,tra}}{\sum M_{Sd,pil}}$$

$\sum M_{Rd,tra}$ è la somma dei momenti resistenti delle travi convergenti in un nodo, aventi verso concorde

$\sum M_{Sd,pil}$ è la somma dei momenti nei pilastri al di sopra ed al di sotto del medesimo nodo, ottenuti dall'analisi.

Nel caso in cui i momenti nei pilastri siano di verso discorde, il solo valore maggiore va posto al denominatore della formula mentre il minore va sommato ai momenti resistenti delle travi.

Pilastri

momenti flettenti di progetto

Per la **sezione di base dei pilastri del piano terreno** si applica il maggiore tra il momento risultante dall'analisi ed il momento utilizzato per la sezione di sommità del pilastro.

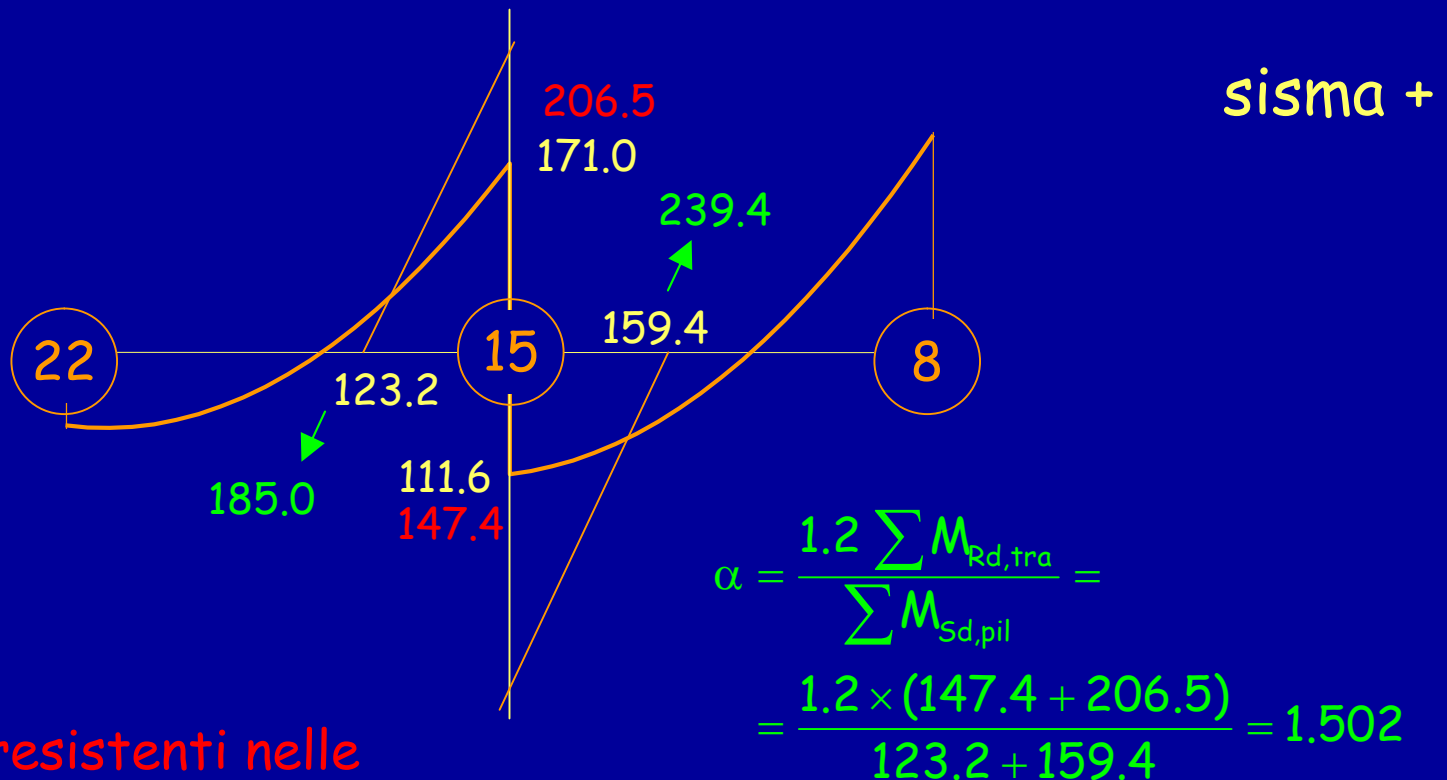
Non si applicano fattori di amplificazione alle sezioni di sommità dei **pilastri dell'ultimo piano**.

Al valore del momento di calcolo ottenuto applicando la procedura suddetta deve essere associato il più **sfavorevole valore dello sforzo normale** ottenuto dall'analisi, per ciascun verso dell'azione sismica.

Pilastri

fattore di amplificazione

Momenti flettenti nel nodo 15, II impalcato (kNm)

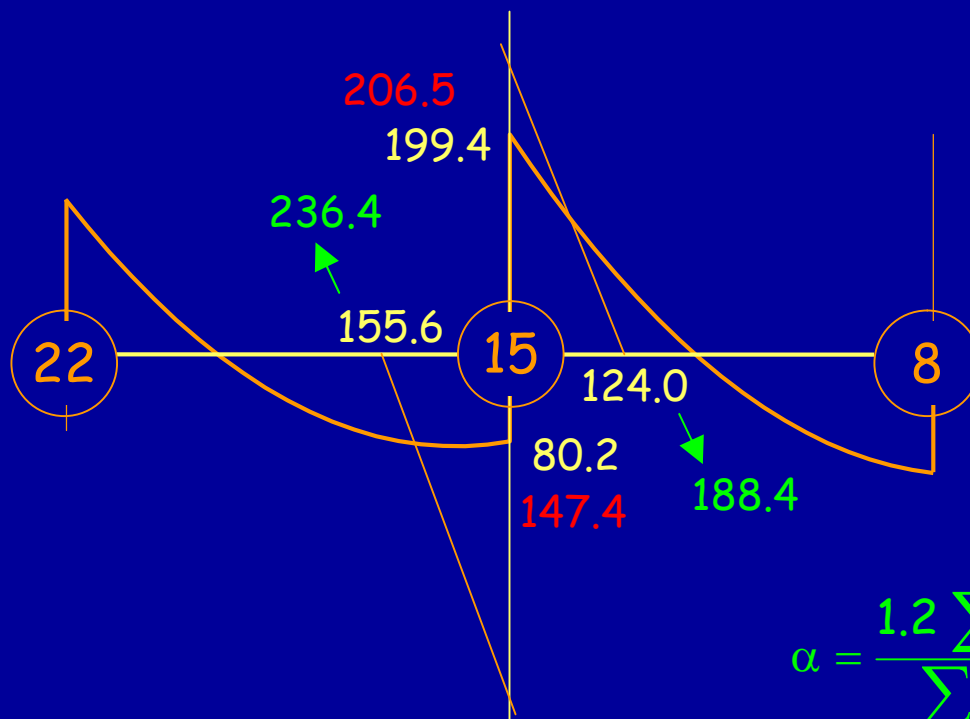


Momenti resistenti nelle
travi che convergono nel
nodo (kNm)

Pilastri

fattore di amplificazione

Momenti flettenti nel nodo 15, II impalcato (kNm)



sistema -

Momenti resistenti nelle
travi che convergono nel
nodo (kNm)

$$\alpha = \frac{1.2 \sum M_{Rd,tra}}{\sum M_{Sd,pil}} =$$

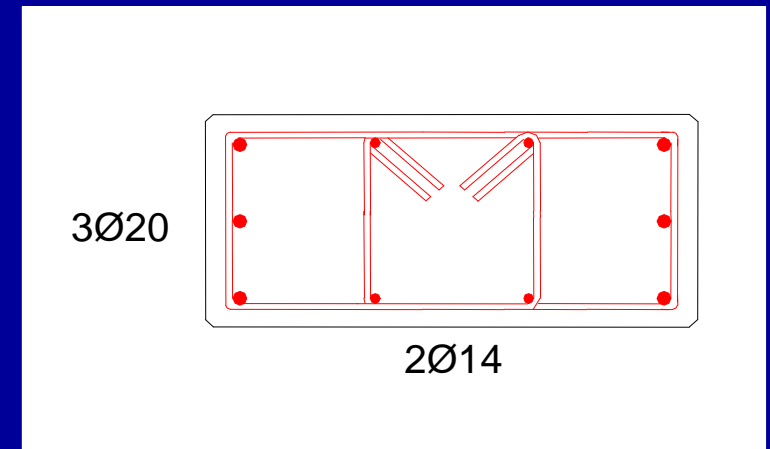
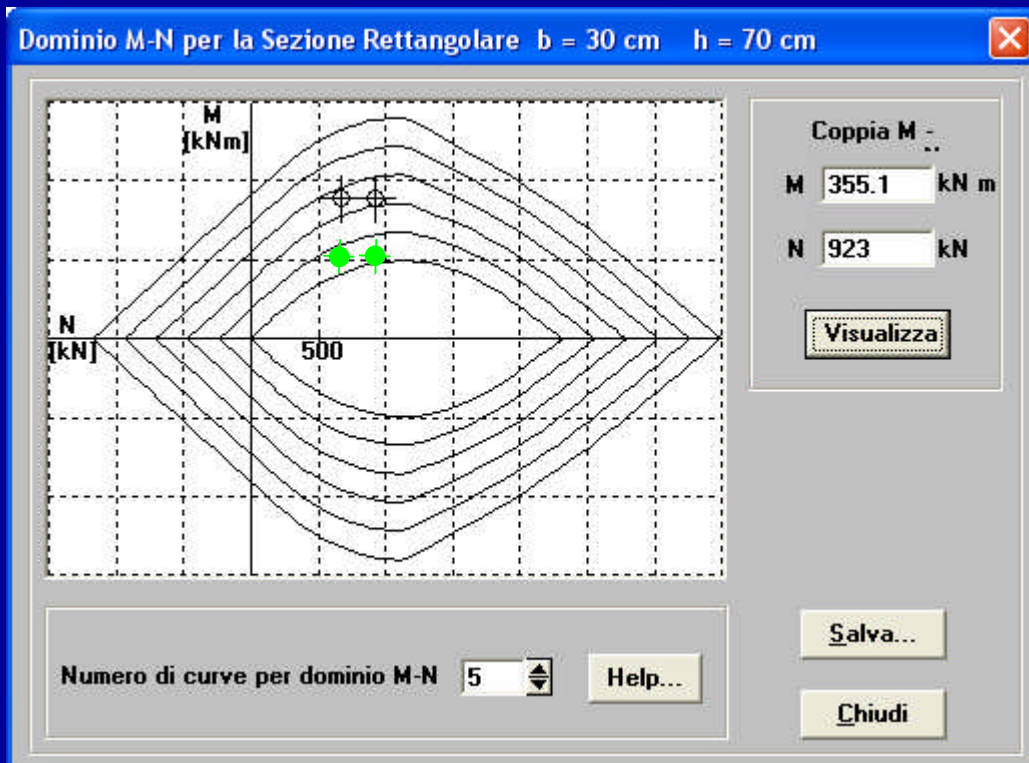
$$= \frac{1.2 \times (147.4 + 206.5)}{124.0 + 155.6} = 1.519$$

Pilastri verifica della sezione

Momento di progetto del pilastro 15 (in testa)

$$M_{x,Sd} = 239.4 \text{ kNm}$$

$$N = 674 \div 923 \text{ kN}$$



La sezione va bene!

Pilastri

taglio di progetto

Per le strutture in CD"A", gli sforzi di taglio di calcolo nei pilastri si ottengono dalla condizione di equilibrio del pilastro soggetto all'azione dei momenti resistenti nelle sezioni di estremità per il fattore di sovraresistenza:

$$V_{Sd} = \gamma_{Rd} \frac{\sum M_{Rd,pil}}{L_p}$$

Pilastro 27, base del I ordine verifica a taglio

$$M_{Rd,inf} = 531.2 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd,sup} = 531.2 \text{ kNm}$$

$$L_p = 3.20 \text{ m}$$

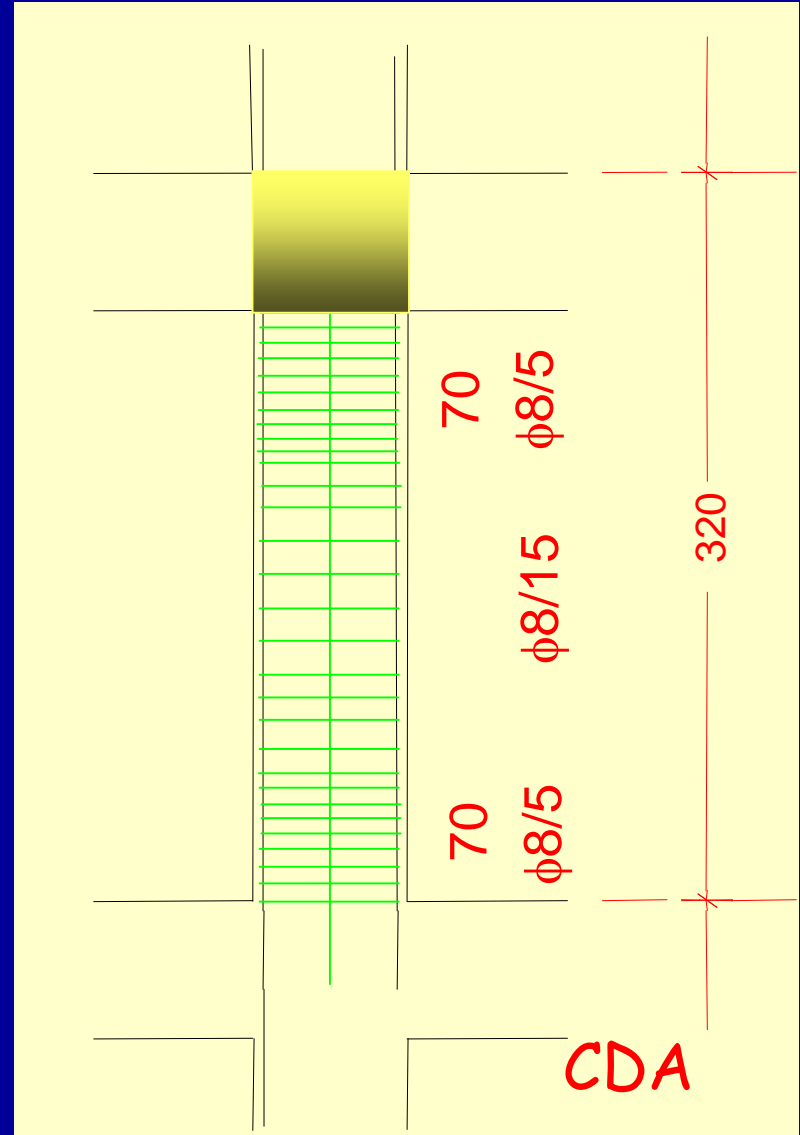
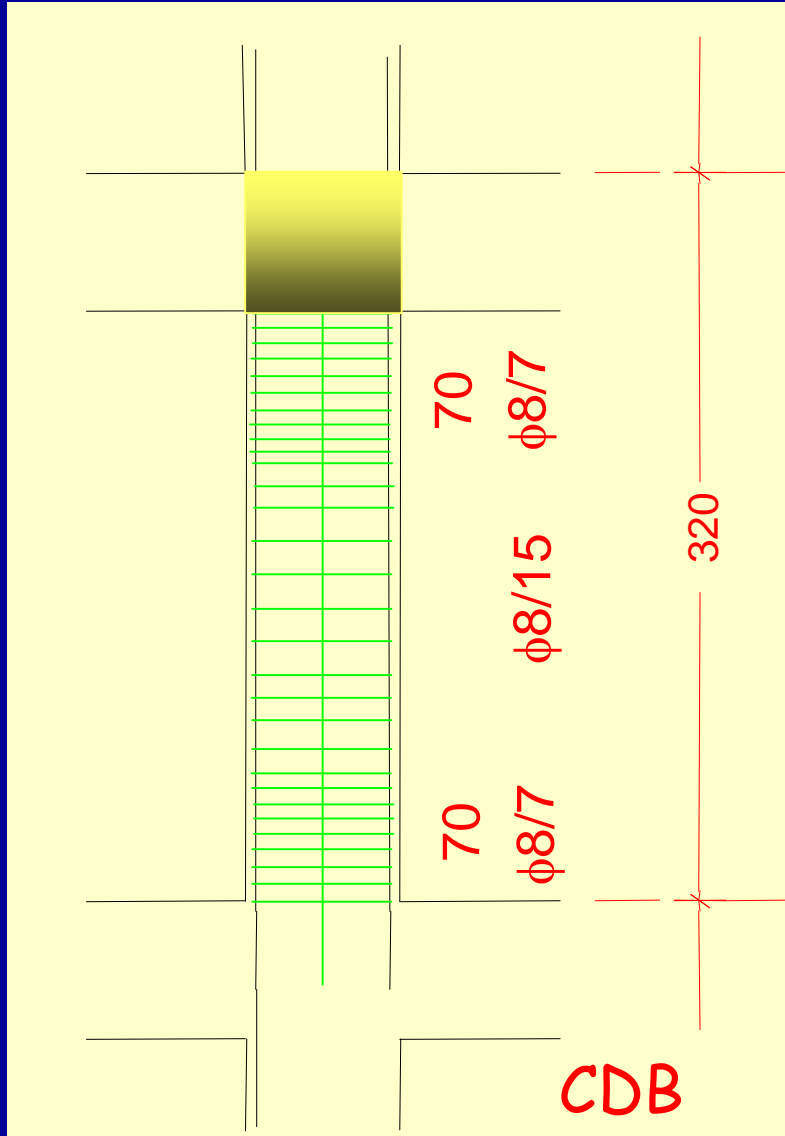
$$\gamma_{Rd} = 1.20$$

$$V_{Sd} = 1.20 \frac{2 \times 531.2 \text{ kNm}}{3.20 \text{ m}} = 398.4 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{z f_{ywd}} = \frac{398.4 \times 10}{0.9 \times 0.66 \times 373.9} = 17.9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

E' necessario disporre una staffa $\phi 8/5 \text{ cm}$

Armatura trasversale



Pilastri - considerazioni

Il progetto ad alta duttilità comporta un risparmio di armatura longitudinale (nell'esempio, circa il 25%) solo per elementi fortemente armati. Per pilastri poco sollecitati valgono i minimi di normativa (1% A_c).

Le staffe in CDA sono in quantità maggiore (nell'esempio oltre il 30%) ma solo per i pilastri più sollecitati principalmente a causa del criterio di calcolo basato sui momenti resistenti dei pilastri.

Nodi

Si definisce nodo la zona del pilastro che si incrocia con le travi ad esso concorrenti. Si distinguono due tipi di nodo:

- **nodi interamente confinati**, così definiti quando in ognuna delle quattro facce verticali si innesta una trave. Il confinamento si considera realizzato quando su ogni faccia la sezione della trave si sovrappone per almeno i $3/4$ della larghezza del pilastro, e su entrambe le coppie di facce opposte del nodo le sezioni delle travi si ricoprono per almeno i $3/4$ dell'altezza;
- **nodi non interamente confinati**: tutti i nodi non appartenenti alla categoria precedente

Nodi

Per i nodi non confinati, appartenenti a strutture di CD "A" e "B" le staffe orizzontali presenti lungo l'altezza del nodo devono verificare la seguente condizione:

$$\frac{n_{st} A_{st}}{i b} \geq 0.05 \frac{R_{ck}}{f_{yd}}$$

nella quale n_{st} ed A_{st} sono rispettivamente il numero di braccia e l'area della sezione trasversale di tondino della singola staffa orizzontale, i è l'interasse delle staffe, e b è la larghezza utile del nodo determinata come segue:

- se la trave ha una larghezza b_w superiore a quella del pilastro b_c , allora b è il valore minimo fra b_w e $b_c + h_c/2$, essendo h_c la dimensione della sezione della colonna parallela alla trave;
- se la trave ha una larghezza b_w inferiore a quella del pilastro b_c , allora b è il valore minimo fra b_c e $b_w + h_c/2$.

Nodi

Nel caso della trave 27-13 si ha:

$$b_w = b_c = 30 \text{ cm} \quad h_c = 70 \text{ cm} \quad \bar{b} = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{A_{st}}{i} \geq 0.05 \frac{\bar{b} R_{ck}}{n_{st} f_{yd}} = 0.05 \frac{30 \text{ cm} \cdot 25 \text{ MPa}}{2 \cdot 374.9 \text{ MPa}} = 5.0 \text{ cm}^2 / m$$

E' necessaria una staffa $\phi 8/10$ cm circa.

Si disporranno come alle estremità dei pilastri:

$\phi 8/5''$ cm in CDA e $\phi 8/7''$ cm in CDB

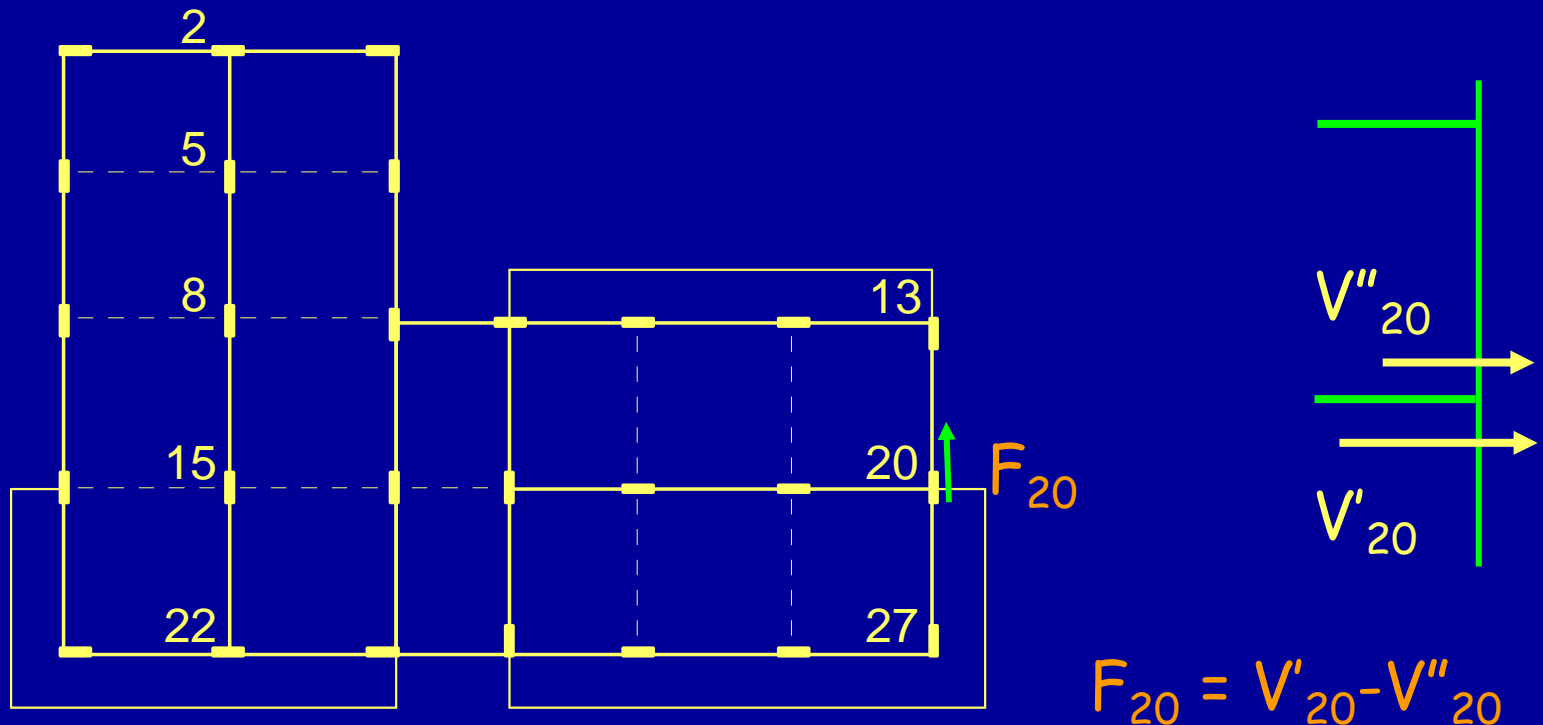
Impalcato

Le verifiche si effettuano considerando le azioni trasmesse dagli elementi resistenti verticali aumentate del 30%.

In assenza di peculiarità il solaio si potrà definire infinitamente rigido nel suo piano se dotato di soletta di adeguato spessore (minimo 40 mm).

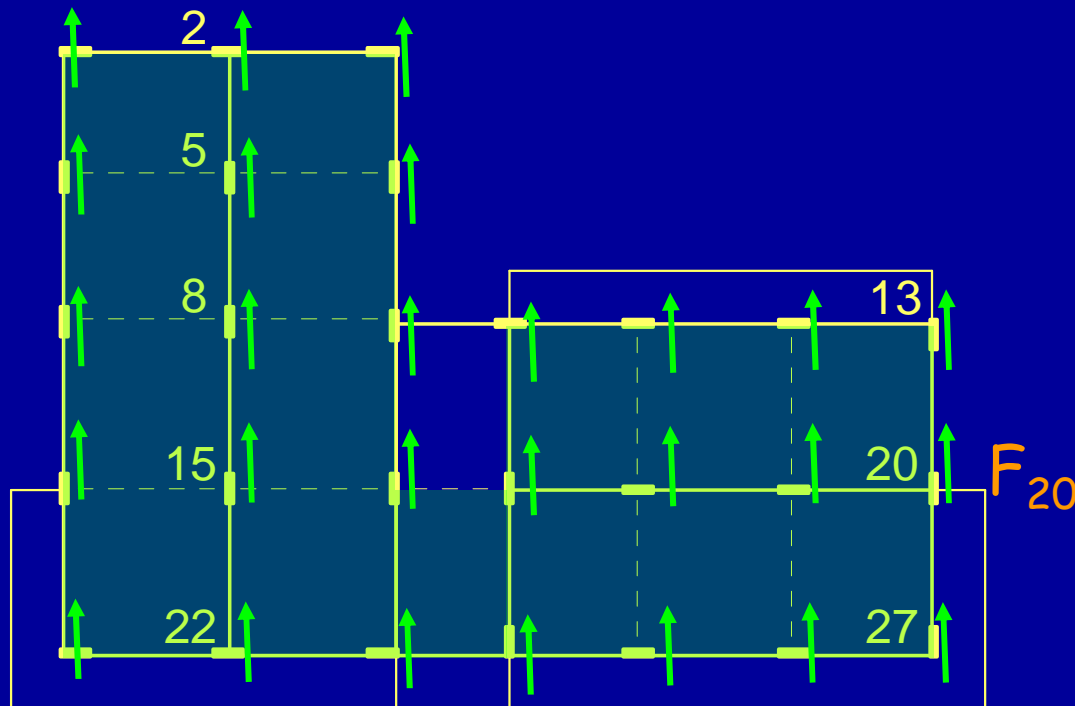
Impalcato

Le azioni trasmesse dagli elementi resistenti verticali sono le differenze dei tagli agenti sui pilastri al di sotto e al di sopra dell'impalcato

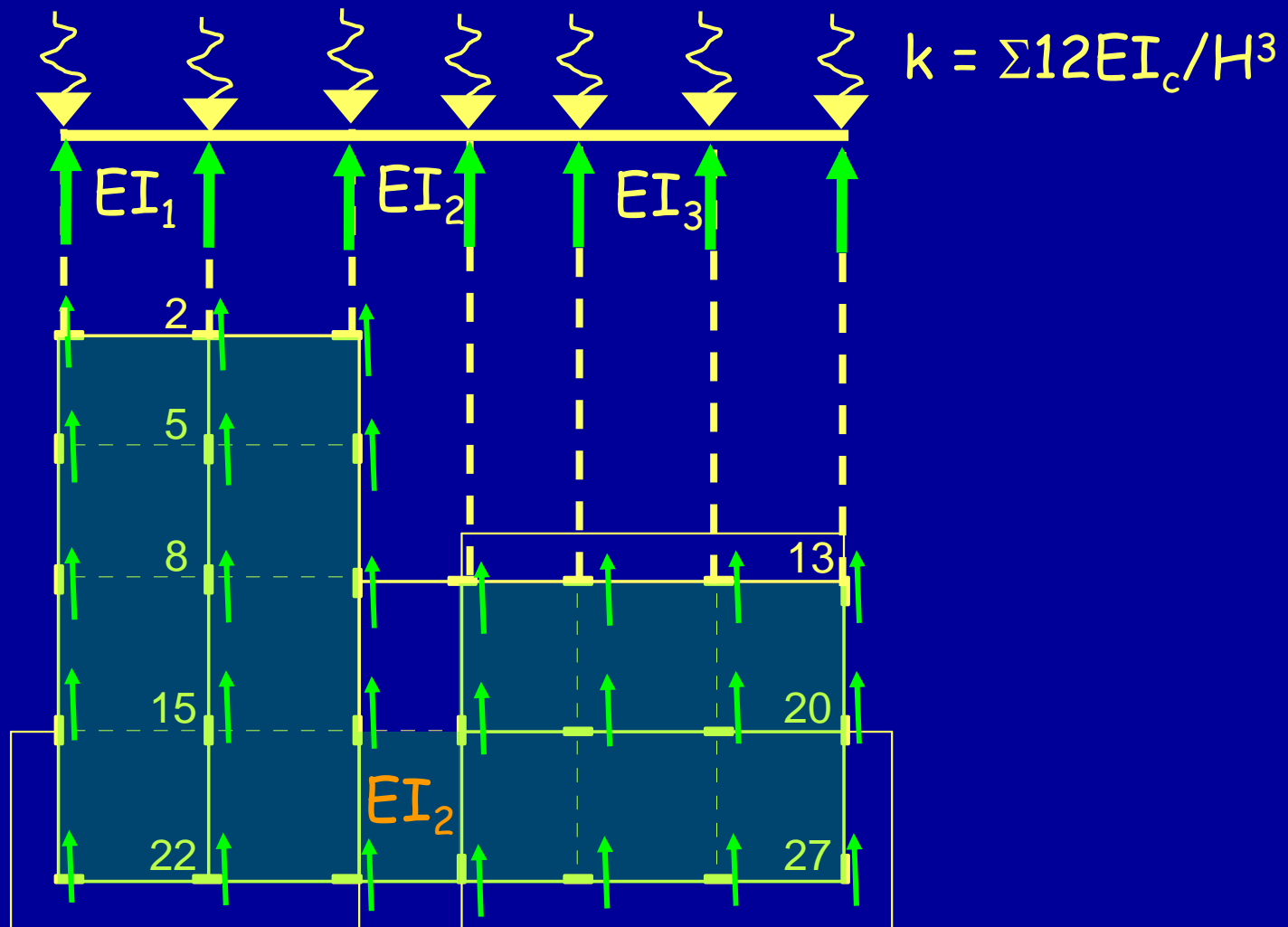


Impalcato

Le azioni trasmesse dagli elementi resistenti verticali sono le differenze dei tagli agenti sui pilastri al di sotto e al di sopra dell'impalcato



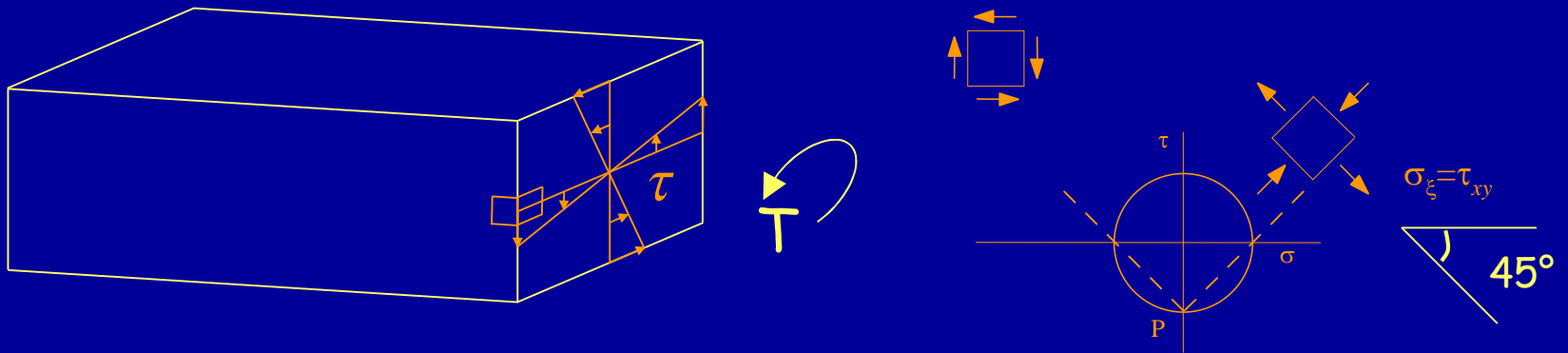
Impalcato



Torsione

Comportamento di una trave

1 - calcestruzzo resistente a trazione

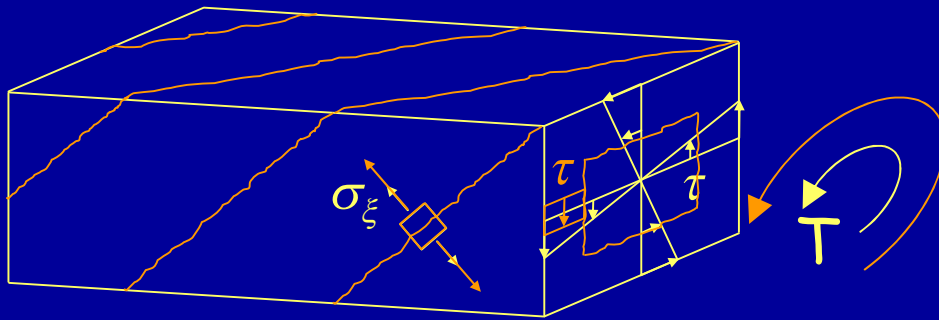


Per bassi livelli di sollecitazioni, la torsione è fronteggiata dallo stato tensionale che si sviluppa nel calcestruzzo.

Le armature non partecipano efficacemente alla resistenza strutturale.

Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione



Aumentando il momento torcente ...

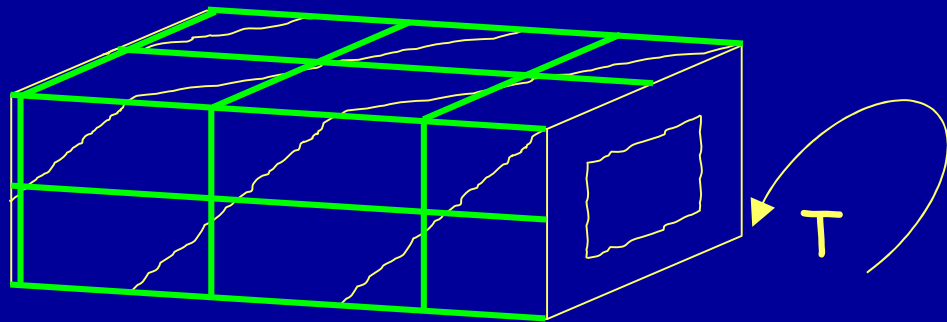
... il calcestruzzo si fessura

Armatura a torsione

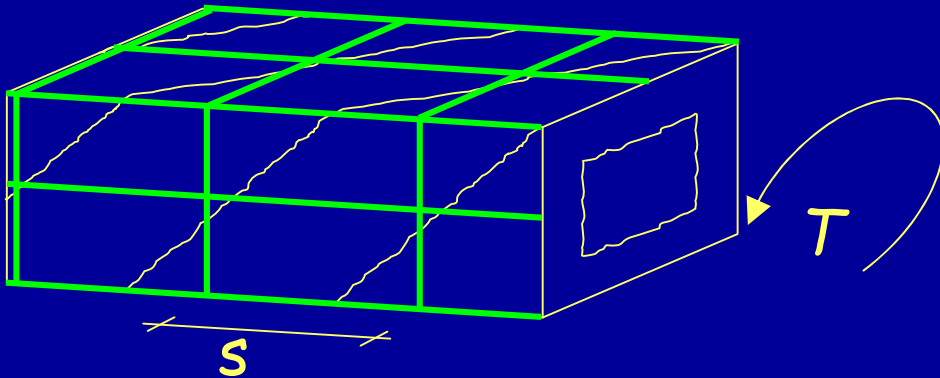


... a spirale

... con staffe e
ferri longitudinali



Modello di calcolo



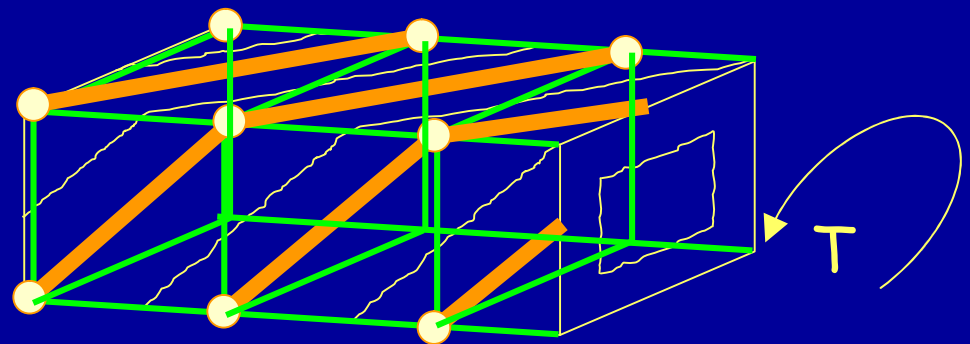
Stati di tensione

Effetti di torsione

Condizioni di carico

Aste incernierate

Traliccio di Rausch

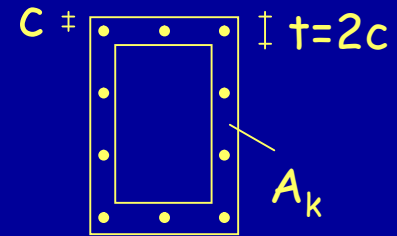


Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi:

$$T_{c1} = 2 A_k \tau_{c1}$$



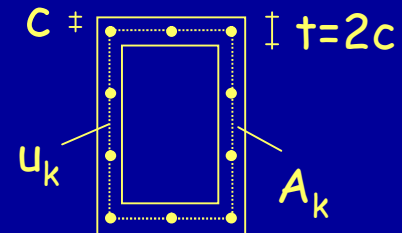
La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Rausch

Per le staffe:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s$$

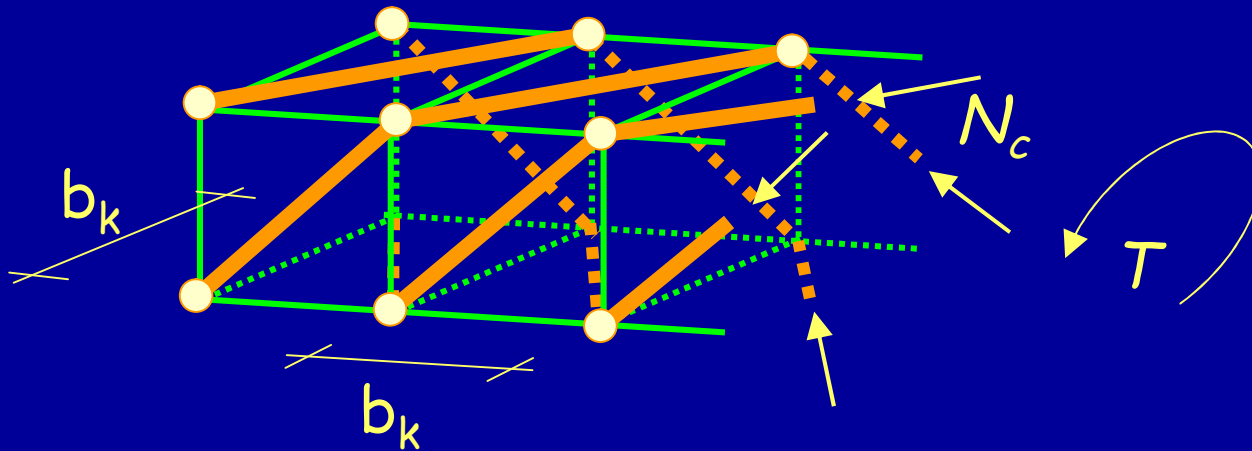
Per i ferri longitudinali:

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s$$



Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$
$$A_c = \frac{t b_k}{\sqrt{2}}$$

con $t = 2 c$

Ponendo $\sigma_c = v f_{cd}$ si ottiene $T_{Rd1} = v f_{cd} A_k$

$$v = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0.5$$

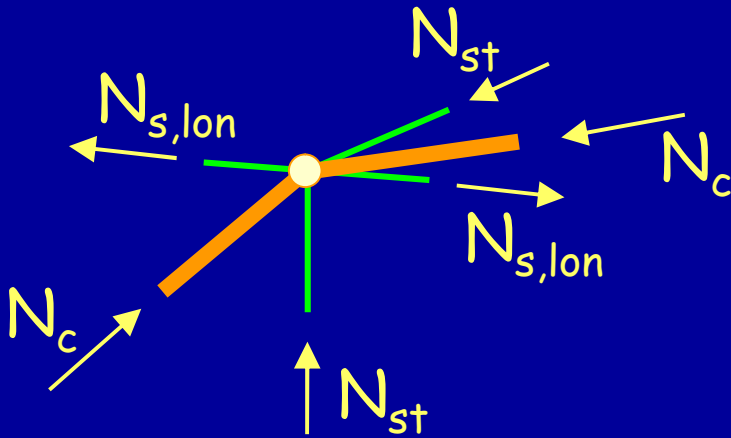
$$v = 0.7 \left(0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \right) \geq 0.35$$

Travi a cassone con armatura su entrambe le facce

Armatura sul perimetro esterno

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza dell'armatura:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$

$$N_{st} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

$$N_{s,lon} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

Ponendo $\sigma_{st} = f_{yd}$ si ottiene

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s}$$

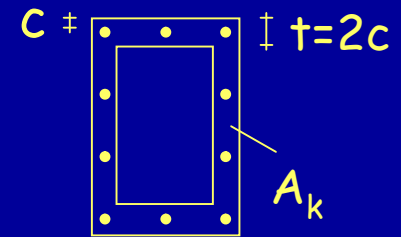
Ponendo $\sigma_{s,lon} = f_{yd}$ si ottiene

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k}$$

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo

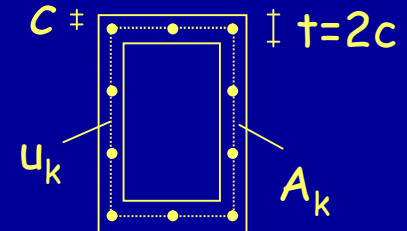
$$T_{Rd1} = \eta \cdot f_{cd} \cdot A_k$$



Resistenza dell'armatura

Staffe:

$$T_{Rd2} = 2 \cdot f_{yd} \cdot A_k \cdot \frac{A_{st}}{s}$$



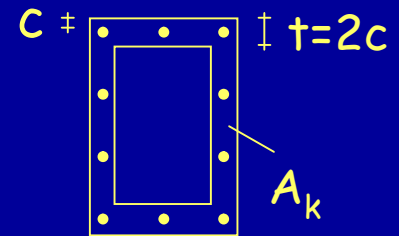
Ferri longitudinali:

$$T_{Rd2} = 2 \cdot f_{yd} \cdot A_k \cdot \frac{A_{s,lon}}{u_k}$$

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo

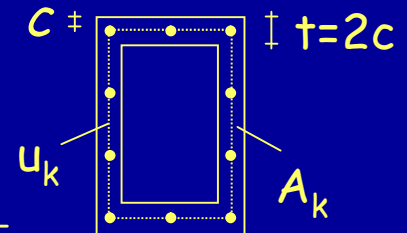
$$T_{Rd1} = \frac{2 v f_{cd} t A_k}{\cot \theta + \tan \theta}$$



Resistenza dell'armatura

Staffe: $T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s} \cot \theta$

Ferri longitudinali: $T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \frac{1}{\cot \theta}$



Per effetto dell'ingranamento degli inerti i puntoni di calcestruzzo si inclinano ($1 \leq \cot \theta \leq 2$)

Esempio - tensioni ammissibili

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_{s,lon} = 8\varnothing 14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)} \\ c = 4 \text{ cm} & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \varnothing 8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza della trave a torsione è

$$\begin{aligned} T_{c1} &= 2 A_k \tau_{c1} = \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 8 \times 1.69 \times 10^{-3} = 25 \text{ kN m} \end{aligned}$$

La resistenza dell'armatura è

$$\begin{aligned} T_{st} &= 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s = \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 3.4 \times 255 \times 10^{-5} = 16 \text{ kN m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{s,lon} &= 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 0.096 \times 255 \times 10^{-3} = 45 \text{ kN m} \end{aligned}$$

Esempio - stato limite ultimo

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_{s, \text{lon}} = 8\varnothing 14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)} \\ c = 4 \text{ cm} & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \varnothing 8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza della trave a torsione è

$$T_{Rd1} = \frac{2 v f_{cd} t A_k}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad T_{Rd1} = 40 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad T_{Rd1} = 32 \text{ kN m}$$

Esempio - stato limite ultimo

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_{s,lon} = 8\varnothing 14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)} \\ c = 4 \text{ cm} & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \varnothing 8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza dell'armatura è

Staffe:
$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s} \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rd2} = 24 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow T_{Rd2} = 47 \text{ kN m}$$

Ferri longitudinali:
$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rd2} = 66 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow T_{Rd1} = 33 \text{ kN m}$$

Confronto - calcestruzzo

Tensioni ammissibili:

$$T_{c1} = 2 \tau_{c1} A_k t = 25 \text{ kN m}$$

$$1.68 \quad 1.68 \times 1.45 = 2.44$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd1} = 2 \frac{v f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta} A_k t = 32 \text{ kN m}$$

$$2.17 \quad \cot\theta = 1 \Rightarrow 2.70$$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è, in proporzione, simile

Confronto - staffe

Tensioni ammissibili:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \left(\bar{\sigma}_s \right) = 16 \text{ kN m}$$

$$255 \quad 255 \times 1.45 = 370$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd2} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \left(f_{yd} \cot\theta \right) = 47 \text{ kN m}$$

$$748 \quad \cot\theta = 1 \Rightarrow 374$$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio è il doppio)

Confronto - armatura longitudinale

Tensioni ammissibili:

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \left(\frac{\bar{\sigma}_s}{255} \right) = 45 \text{ kN m}$$

255 255 × 1.45 = 370

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd2} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \left(\frac{f_{yd}}{\cot\theta} \right) = 33 \text{ kN m}$$

187 $\cot\theta = 1 \Rightarrow 374$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente minore (nell'esempio è la metà)

Progetto delle staffe

Tensioni ammissibili:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{T}{2 A_k \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{T_{Sd}}{2 A_k f_{yd} \cot \theta}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$T = 18 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{T}{2 A_k \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{18}{2 \times (22 \times 42) \times 255} \times 10^5 = 3.8 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Sd} = 26 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{T_{Sd}}{2 A_k f_{yd} \cot\theta} \\ &= \frac{26}{2 \times (22 \times 42) \times 374 \times 2} \times 10^5 = 1.9 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Progetto dell'armatura longitudinale

Tensioni ammissibili:

$$A_{s,lon} = \frac{T u_k}{2 A_k \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$A_{s,lon} = \frac{T_{Sd} u_k \cot \theta}{2 A_k f_{yd}}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$T = 18 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} A_{s,lon} &= \frac{T u_k}{2 A_k \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{18 \times (2 \times (22 + 42))}{2 \times (22 \times 42) \times 255} \times 10^3 = 4.9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Sd} = 26 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} A_{s,lon} &= \frac{T_{Sd} u_k \cot\theta}{2 A_k f_{yd}} \\ &= \frac{26 \times (2 \times (22 + 42)) \times 2}{2 \times (22 \times 42) \times 374} \times 10^3 = 9.6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Torsione e taglio

Calcestruzzo:

$$\left(\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} \right)^2 + \left(\frac{T_{Sd}}{T_{Rd1}} \right)^2 \leq 1$$

Staffe:

- si progettano separatamente, per la torsione e per il taglio e si sommano.
- l'angolo θ deve essere uguale per la torsione e per il taglio.

Minimi di armature

Staffe:

- limiti validi per il taglio $A_{st} \geq 2.0 b (mm^2 / m)$
- la distanza longitudinale fra le staffe deve essere non maggiore di $u_k/8$ e comunque minore di 200mm

DM 14/9/2005, punto 5.1.6.1.2 - Robustezza di travi e pilastri

Armatura longitudinale:

- almeno una barra per spigolo
- distanza tra le barre non superiore a 35 cm

Ordinanza 3431, punti 5.4.1.2 e 5.5.2.3

FINE

Bibliografia:

A. Gherzi, L. Blandini

"Progetto di elementi strutturali in
cemento armato"

A. Gherzi, M. Muratore

Verifica e progetto allo stato limite ultimo
di pilastri in c.a. a sezione rettangolare: un
metodo semplificato

Per questa presentazione:

coordinamento

realizzazione

ultimo aggiornamento

A. Gherzi

A. Gherzi,
M. Muratore,
E. Marino

12/03/2007