

Progettazione strutturale e nuove normative

Corso di aggiornamento

Ordine degli ingegneri
della provincia di Catanzaro

Progetto/verifica agli stati limite di sezioni in c.a.

Catanzaro, 16 e 23 febbraio 2007

Aurelio Ghersi

Argomento delle lezioni

Dalle tensioni ammissibili agli stati limite:

- Che scelte "filosofiche" ci stanno sotto?
- Come si opera?
Modo di procedere e formule
completamente nuove
oppure simili a quelle vecchie?
- Come cambiano i risultati:
in assenza di sisma?
e in presenza di sisma?

Dalle tensioni ammissibili agli stati limite

Catanzaro, 16 febbraio 2007

Aurelio Ghersi

Verifica delle sezioni e sicurezza strutturale

Quali sono gli obiettivi della progettazione strutturale?

Una struttura deve essere progettata e costruita in modo che:

- Con accettabile probabilità rimanga adatta all'uso per il quale è prevista, tenendo nel dovuto conto la sua vita presupposta e il suo costo
- Con adeguati livelli di accettabilità sia in grado di sopportare tutte le azioni o influenze, cui possa essere sottoposta durante la sua realizzazione e il suo esercizio, e abbia adeguata durabilità in relazione ai costi di manutenzione

Eurocodice 2, punto 2.1

Come garantire che
"la struttura sopporti le azioni ..." ?

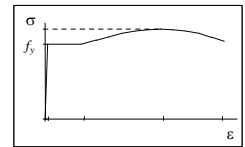


Modello del materiale
Modello della struttura
Modello dei carichi

Materiale

Problemi:

- Incertezze sul valore della resistenza
- Non linearità del legame costitutivo



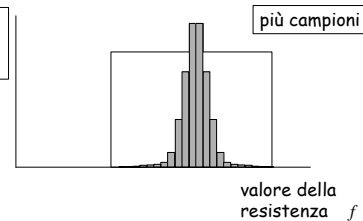
Incertezza sulla resistenza

provino	f_y [MPa]
1	387.9
2	395.2
3	403.9
4	421.8
5	429.1
6	430.1
7	430.4
...	...
49	447.2
...	...
99	460.2
100	469.5

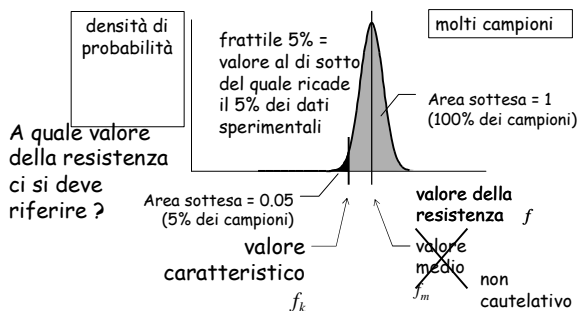
Portando a rottura
100 provini si ottengono
risultati fortemente diversi
A quale fare riferimento?

Incertezza sulla resistenza

numero di
campioni
(frequenza)

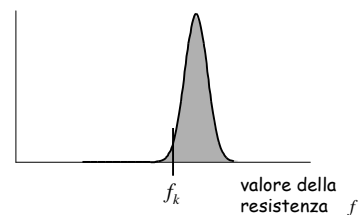


Incertezza sulla resistenza



Incertezza sulla resistenza

A quale valore della resistenza ci si deve riferire ?



Il riferimento fondamentale è sempre il valore caratteristico

Incertezza sulla resistenza

provino	f_y [MPa]
1	387.9
2	395.2
3	403.9
4	421.8
5	429.1
6	430.1
7	430.4
...	...
49	447.2
...	...
99	460.2
100	469.5

Portando a rottura 100 provini si ottengono risultati fortemente diversi
A quale fare riferimento?

430 MPa f_{yk}

Valore caratteristico

frattile 5% = valore al di sotto del quale ricade il 5% dei dati sperimentali

Azioni

Azioni permanenti G peso proprio, altri carichi che non variano nel tempo

Azioni variabili Q carichi variabili di esercizio, carichi da vento o da neve

Azioni eccezionali A esplosioni, urti di veicoli, terremoti

Incertezza sulle azioni

Valori nominali peso di elementi di dimensioni e caratteristiche ben definite
Esempio: peso proprio della soletta di un solaio

Siamo sicuri che verranno realizzati esattamente come previsto?

Incertezza sulle azioni

Valori "massimi" Esempio: massimo carico variabile su un solaio (in base alla destinazione d'uso)

Siamo sicuri che non saranno mai superati?

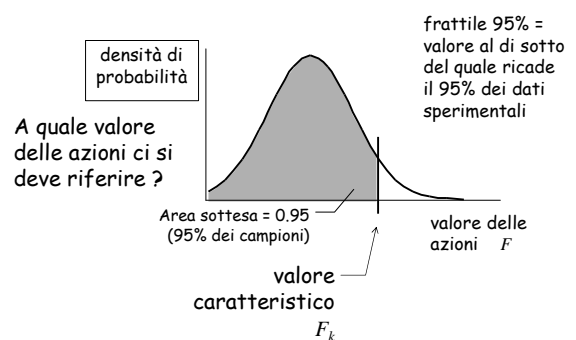
Incertezza sulle azioni

solaio	q [kN/m ²]
1	0.44
2	0.59
...	...
49	1.12
...	...
94	1.92
95	1.97
96	2.08
97	2.19
98	2.35
99	2.51
100	2.94

Esaminando il sovraccarico massimo in 100 solai per abitazione si trovano valori fortemente diversi

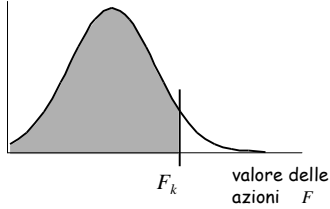
A quale fare riferimento?

Incertezza sulle azioni



Incertezza sulle azioni

A quale valore delle azioni ci si deve riferire ?



Il riferimento fondamentale è sempre il valore caratteristico
(anche quando non viene indicato esplicitamente)

Incertezza sulle azioni

solaio	q [kN/m ²]
1	0.44
2	0.59
...	...
49	1.12
...	...
94	1.92
95	1.97
96	2.08
97	2.19
98	2.35
99	2.51
100	2.94

Esaminando il sovraccarico massimo in 100 solai per abitazione si trovano valori fortemente diversi

A quale fare riferimento?

2.0 kN/m² q_k

Valore caratteristico

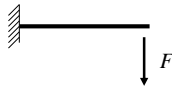
frattile 95% = valore al di sotto del quale ricade il 95% dei dati sperimentali

E' possibile fare il calcolo utilizzando i valori caratteristici della resistenza e delle azioni ?

"A occhio", non sembra abbastanza sicuro.

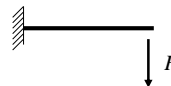
Ma come si può valutare la probabilità di avere un crollo ?

Esempio

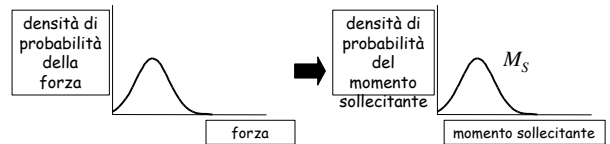


Per esprimere un giudizio dobbiamo confrontare il momento M_S che sollecita la sezione col momento M_R che essa può sopportare

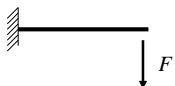
Probabilità di crollo



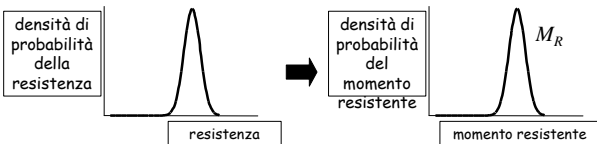
Il momento massimo M_S che sollecita la sezione dipende dal valore della forza



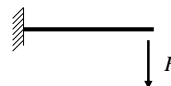
Probabilità di crollo



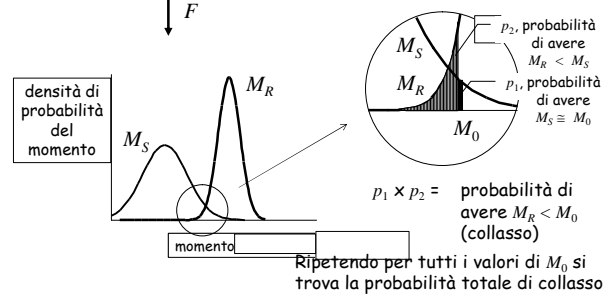
Il momento massimo M_R che la sezione può sopportare dipende dalla resistenza del materiale



Probabilità di crollo



Confronto tra M_S e M_R



E' possibile fare il calcolo utilizzando i valori caratteristici della resistenza e delle azioni ?

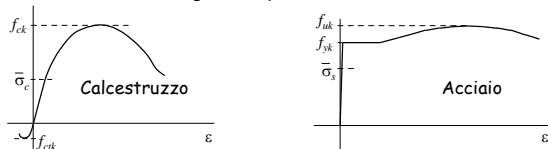
No, perché la possibilità di avere resistenza inferiore o azioni superiori porta ad un rischio di crollo non sufficientemente basso

E' necessario applicare coefficienti di sicurezza

In che modo ?

Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza

Diagrammi sperimentali

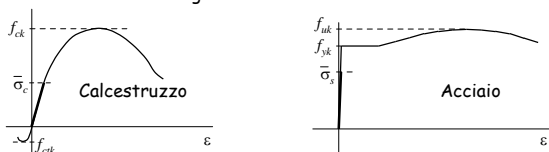


Si considerano "ammissibili" valori delle tensioni molto ridotti rispetto a quelli di rottura

$$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c = \frac{f_{ck}}{\gamma} \quad \sigma_s \leq \bar{\sigma}_s = \frac{f_{yk}}{\gamma}$$

Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza

Diagrammi di calcolo



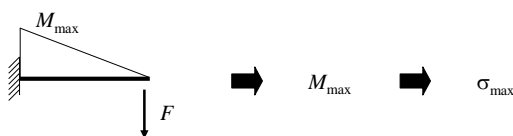
Per valori delle tensioni inferiori a quelli ammissibili il legame tensioni-deformazioni è lineare

E' possibile quindi applicare tutte le formule della teoria di elasticità lineare, il principio di sovrapposizione degli effetti, ecc. ecc.

Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza

Metodo delle tensioni ammissibili

La verifica consiste nel calcolare la tensione massima (prodotta dalle azioni, prese col valore caratteristico)

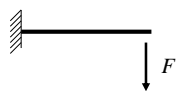
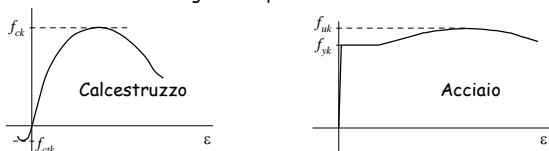


e controllare che sia inferiore a quella ammissibile

$$\sigma_{max} \leq \bar{\sigma}$$

Seconda possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza ai carichi

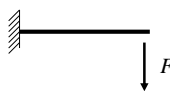
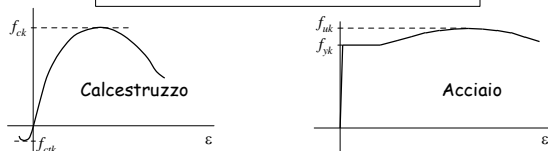
Diagrammi sperimentali



Usando i legami costitutivi sperimentali, si valuta il carico che porta a collasso la struttura

Seconda possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza ai carichi

Calcolo a rottura

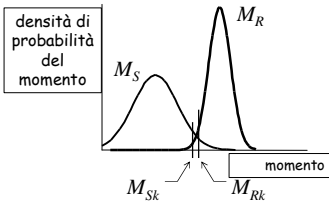


Si considera accettabile un carico ridotto rispetto a quello di collasso

$$F_k \leq \frac{F_u}{\gamma} \quad \gamma F_k \leq F_u$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

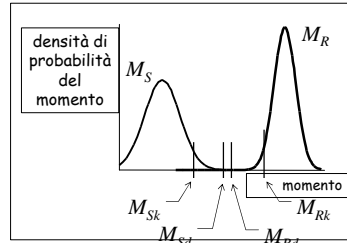
Si parte da considerazioni probabilistiche



Effettuare i calcoli usando i valori caratteristici, cioè controllare che $M_{Sk} \leq M_{Rk}$ non garantisce una probabilità di crollo sufficientemente bassa

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

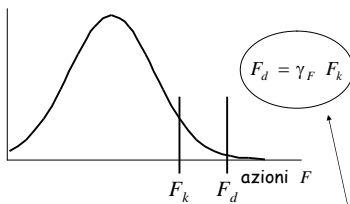
Si parte da considerazioni probabilistiche



Per avere una bassa probabilità di crollo le due distribuzioni di probabilità devono essere ben distinte. Ciò può essere ottenuto facendo riferimento a valori di carichi e resistenza corrispondenti a differenti probabilità di occorrenza

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Azioni



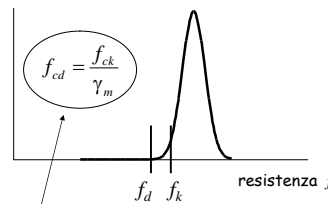
Al posto del valore caratteristico F_k (frattile 95%) si usa come valore di calcolo F_d un frattile più alto (99.5%)

Convenzionalmente, si passa dal valore caratteristico al valore di calcolo applicando un opportuno coefficiente di sicurezza

$$F_d = \gamma_F F_k$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Resistenza



Al posto del valore caratteristico f_k (frattile 5%) si usa come valore di calcolo f_d un frattile più basso (0.5%)

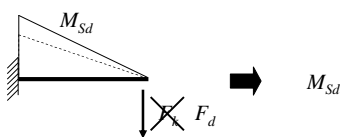
Convenzionalmente, si passa dal valore caratteristico al valore di calcolo applicando un opportuno coefficiente di sicurezza

$$f_d = \frac{f_{ck}}{\gamma_m}$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Verifica allo stato limite ultimo

La verifica consiste nel calcolare le caratteristiche di sollecitazione, prodotta da azioni maggiorate



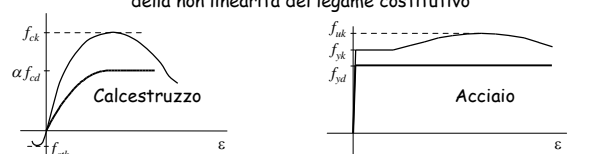
e controllare che siano inferiori a quelle resistenti, determinate con una resistenza ridotta

$$M_{Sd} \leq M_{Rd}$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Verifica allo stato limite ultimo

Le caratteristiche di sollecitazione che la sezione può sopportare devono essere valutate tenendo conto della non linearità del legame costitutivo



Le caratteristiche di sollecitazione prodotte dai carichi possono essere valutate con analisi non lineare, ma più comunemente si usa un'analisi lineare

... Tornando agli obiettivi

Metodo degli stati limite

- Sopportare tutte le azioni ...

cioè evitare il collasso ...

Verifica allo stato limite ultimo (SLU)

- Rimanere adatta all'uso ...

ovvero limitare:

- deformazioni
- fessurazione (per c.a.) ecc.

Verifica allo stato limite di esercizio (SLE)

E per strutture in zona sismica ...

- Sopportare tutte le azioni ...

cioè evitare il collasso nel caso di terremoto con periodo di ritorno molto alto

Verifica allo stato limite ultimo (SLU)

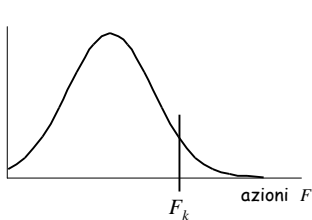
- Rimanere adatta all'uso ...

ovvero limitare i danni nel caso di terremoto con periodo di ritorno più basso

Verifica allo stato limite di danno (SLD)

Tornando alle azioni ...

Basandosi su considerazioni probabilistiche



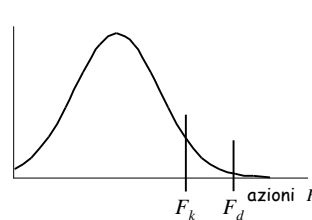
F_k

Usato nel metodo delle T.A.
Usato per stati limite di esercizio

F_k Valore caratteristico (frattile 95%)

Tornando alle azioni ...

Basandosi su considerazioni probabilistiche



F_k

$$F_d = \gamma_F F_k$$

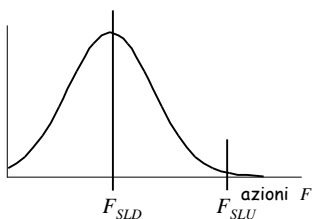
$\gamma_F = 1.4$ per azioni permanenti
 1.5 per azioni variabili

Usato per stato limite ultimo

F_d Valore di calcolo (un frattile più alto, 99.5%)

Tornando alle azioni ...

o, nel caso del sisma



possibilità di superamento

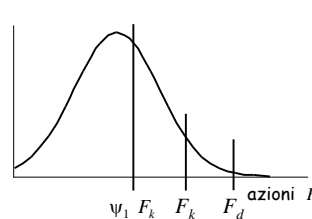
F_{SLD} 50% in 50 anni

F_{SLU} 10% in 50 anni

Valori corrispondenti a differente probabilità di superamento in un tempo assegnato (50 anni)

Tornando alle azioni ...

Inoltre, per azioni variabili



F_k

$$F_d = \gamma_F F_k$$

$$\psi_1 F_k$$

ψ_1 dipende dal tipo di carico

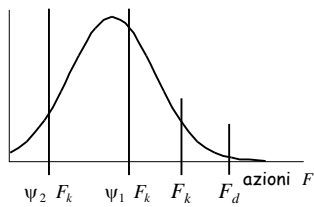
$\psi_1 = 0.5$ carico variabile per abitazione

0.2 per vento

$\psi_1 F_k$ Valore frequente (un frattile basso)

Tornando alle azioni . . .

Inoltre, per azioni variabili



$$F_k$$

$$F_d = \gamma_F F_k$$

$$\psi_1 F_k$$

$$\psi_2 F_k$$

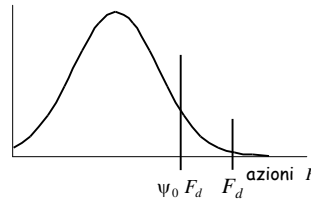
ψ_2 dipende dal tipo di carico

$\psi_2 = 0.3$ c. var. per abitazione
0 per vento

$\psi_2 F_k$ Valore quasi permanente (un frattile ancora più basso)

Tornando alle azioni . . .

Infine, quando si accoppiano più azioni variabili indipendenti, sia per lo stato limite ultimo . . .



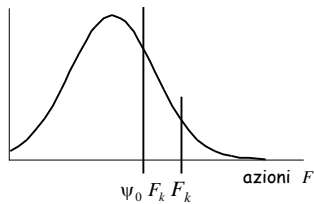
Si usa per l'azione meno gravosa un frattile più basso

$$\psi_0 F_d$$

$\psi_0 F_d$ Valore di combinazione (un frattile più basso)

Tornando alle azioni . . .

Infine, quando si accoppiano più azioni variabili indipendenti, sia per lo stato limite ultimo . . . che per gli stati limite di esercizio



Si usa per l'azione meno gravosa un frattile più basso

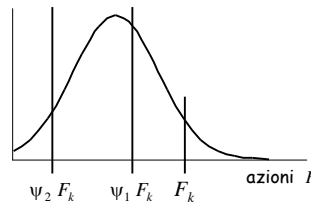
$$\psi_0 F_k$$

$\psi_0 = 0.7$ c. var. per abitazione
0.6 per vento

$\psi_0 F_k$ Valore di combinazione (un frattile più basso)

Tornando alle azioni . . .

Infine, quando si accoppiano più azioni variabili indipendenti



Si usa per l'azione meno gravosa un frattile più basso

$$\psi_0 F_k$$

o frattili ancora minori

$$\psi_1 F_k$$

$$\psi_2 F_k$$

Il cemento armato dalle tensioni ammissibili agli stati limite

Riferimenti normativi

Per il metodo delle tensioni ammissibili:

D.M. 14/2/92

Per il metodo degli stati limite:

~~D.M. 9/1/96~~

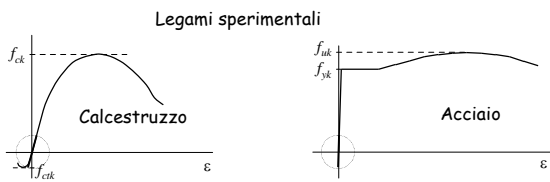
(include il NAD per EC2;

sezione III della parte prima del D.M.)

Eurocodice 2

D.M. 14/9/05

Legami costitutivi del materiale

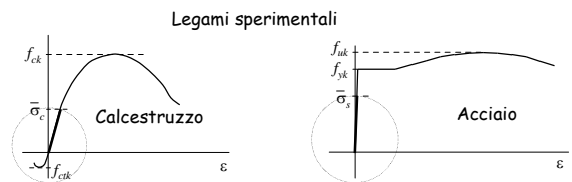


Modelli di comportamento

1 - per deformazioni e tensioni molto basse:
comportamento elastico lineare
calcestruzzo resistente anche a trazione

Usato solo per
situazioni
particolari
Ad esempio:
fessurazione

Legami costitutivi del materiale

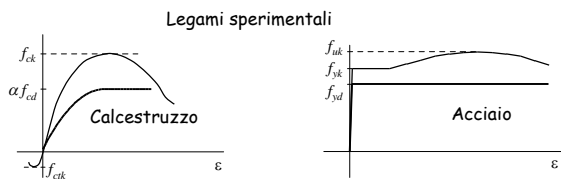


Modelli di comportamento

2 - per deformazioni e tensioni maggiori:
comportamento elastico lineare
calcestruzzo non resistente a trazione

Usato per il
metodo delle
tensioni
ammissibili
Ma anche per
verifiche S.L.E.

Legami costitutivi del materiale



Modelli di comportamento

3 - per deformazioni e tensioni ancora maggiori:
comportamento non lineare
calcestruzzo non resistente a trazione

Usato per le
verifiche allo
stato limite
ultimo

Calcestruzzo - tensione di rottura

Possibili valori di riferimento per la tensione di rottura:

R_{ck} resistenza di provini cubici
usata dalla normativa
italiana



f_{ck} resistenza di provini cilindrici
usata dalla normativa
europea (EC2)



Relazione tra R_{ck} e f_{ck}

Provino cubico

R_{ck}



Piatto della
macchina di prova



il provino, compresso,
si accorcia e si dilata



per attrito tra piatto e provino
nascono forze trasversali

La presenza di queste forze
riduce il rischio di rottura



Aumenta la
resistenza

Relazione tra R_{ck} e f_{ck}

Provino cilindrico

f_{ck}



Piatto della
macchina di prova

$$f_{ck} = 0.83 R_{ck}$$



il provino, compresso,
si accorcia e si dilata;
nascono forze trasversali
... ma la rottura avviene
lontano dagli estremi

$$f_{ck} < R_{ck}$$

La presenza delle forze non
influisce sul rischio di rottura



La resistenza
è minore

Relazione tra R_{ck} e f_{ck}

La versione originaria dell'EC2 classifica il calcestruzzo in base a entrambe le resistenze

$C20/25$ ← Resistenza cubica 25 MPa
 ← Resistenza cilindrica 20 MPa

Secondo il NAD italiano (DM96), si classifica il calcestruzzo in base alla resistenza cubica e da questa si determina la resistenza cilindrica

$$R_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad f_{ck} = 0.83 \times 25 = 20.75 \text{ MPa}$$

NOTA BENE: per i parametri meccanici del calcestruzzo fare riferimento alla normativa vigente

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

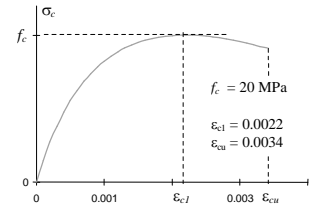
Legame più realistico

$$\sigma_c = \frac{k \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \eta} f_c$$

con $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}$
 $\varepsilon_{c1} = 2.2 \times 10^{-3}$

$$\varepsilon_{cu} = \left(3.7 - 0.8 \frac{f_{cm} - 15}{40} \right) \times 10^{-3}$$

$$k = \frac{E_{c0} \varepsilon_{c1}}{f_c}$$



Si usa solo in casi particolari: analisi plastiche; determinazione della duttilità

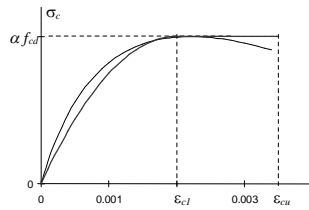
EC2, punto 4.2.1.3.3

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

Legame semplificato

$$\sigma_c = (2 \eta - \eta^2) \alpha f_{cd}$$

con $\varepsilon_{c1} = 2.0 \times 10^{-3}$
 $\varepsilon_{cu} = 3.5 \times 10^{-3}$



Si usa per valutare la resistenza della sezione

EC2, punto 4.2.1.3.3

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

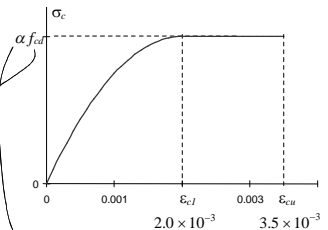
Valore di calcolo della resistenza

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

con

$\gamma_c = 1.6$ per strutture in c.a. ordinario

$\gamma_c = 1.5$ per strutture in c.a.p.



Coefficiente che tiene conto della riduzione di resistenza per carichi di lunga durata

$\alpha = 0.85$ Potrebbe diventare $\alpha=1$

EC2, punto 2.3.3.2 + NAD

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

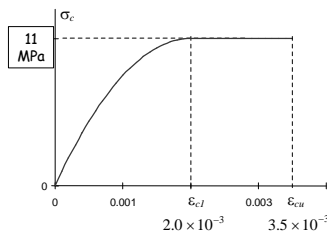
Esempio

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$
 $f_{ck} = 20.75 \text{ MPa}$

$$f_{cd} = \frac{20.75}{1.6} = 13.0 \text{ MPa}$$

$$\alpha f_{cd} = 0.85 \times 13.0 = 11.0 \text{ MPa}$$

Si ricorda che $\bar{\sigma}_c = 8.5 \text{ MPa}$



Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

Esempio

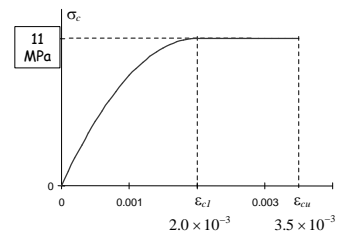
Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$
 $f_{ck} = 20.75 \text{ MPa}$

$$f_{cd} = \frac{20.75}{1.6} = 13.0 \text{ MPa}$$

$$\alpha f_{cd} = 0.85 \times 13.0 = 11.0 \text{ MPa}$$

Ma che fine ha fatto α ?

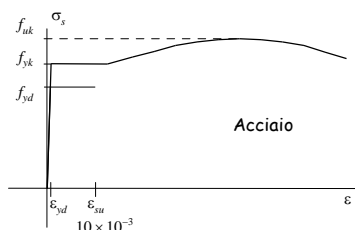
$$\text{DM05: } f_{cd} = \frac{R_{ck}}{1.9} = \frac{25}{1.9} = 13.2 \text{ MPa}$$



Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Possibili alternative

- 1 - Legame elastico-perfettamente plastico, con limite 10×10^{-3}



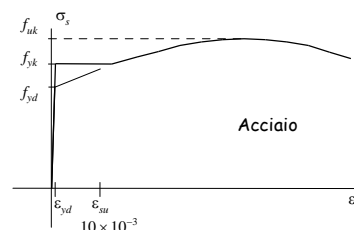
Legame "tradizionale"

EC2, punto 4.2.2.3.2

Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Possibili alternative

- 1 - Legame elastico-perfettamente plastico, con limite 10×10^{-3}
- 2 - Legame elasto-plastico con incrudimento, con limite 10×10^{-3}



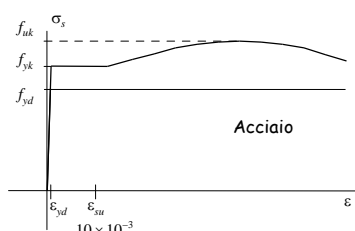
Legame poco usato

EC2, punto 4.2.2.3.2

Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Possibili alternative

- 1 - Legame elastico-perfettamente plastico, con limite 10×10^{-3}
- 2 - Legame elasto-plastico con incrudimento, con limite 10×10^{-3}
- 3 - Legame elastico-perfettamente plastico, senza limiti



In molti casi può semplificare la trattazione

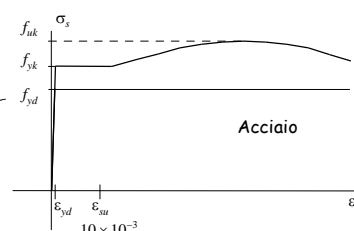
Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Valore di calcolo della resistenza

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

con

$$\gamma_s = 1.15$$



EC2, punto 2.3.3.2

Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Esempio

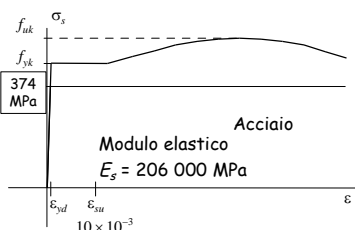
Acciaio Fe B 44 k
 $f_{yk} = 430 \text{ MPa}$

$$f_{yd} = \frac{430}{1.15} = 373.9 \text{ MPa}$$

Acciaio Fe B 38 k

$f_{yk} = 375 \text{ MPa}$

$$f_{yd} = \frac{375}{1.15} = 326.1 \text{ MPa}$$



Acciaio Fe B 44 k

$$\epsilon_{yd} = \frac{373.9}{206000} = 0.00182$$

Acciaio Fe B 38 k

$$\epsilon_{yd} = \frac{326.1}{206000} = 0.00168$$

Verifica - tensioni ammissibili

- 1 - Analisi dei carichi
 si utilizzano i valori caratteristici
- 2 - Risoluzione (analisi strutturale)
 si utilizza sempre un'analisi lineare;
 si ottengono le caratteristiche di sollecitazione (es. M)
- 3 - Verifica della sezione
 si determinano le tensioni massime e le si confronta con quelle ammissibili
 in alternativa, si determina la massima caratteristica di sollecitazione sopportabile (es M_{max}) - che corrisponde al raggiungimento della tensione ammissibile - e la si confronta con quella sollecitante

Verifica - stato limite ultimo

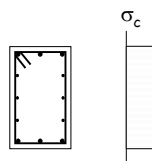
- Analisi dei carichi** si utilizzano i valori di calcolo circa 1.45 x quelli caratteristici
- Risoluzione (analisi strutturale)** si utilizza normalmente un'analisi lineare; si ottengono le caratteristiche di sollecitazione (es. M_{sd}) a volte, analisi non lineare
- Verifica della sezione** si determina la massima caratteristica di sollecitazione sopportabile (es. M_{Rd}) - che corrisponde al raggiungimento della deformazione limite - e la si confronta con quella sollecitante

Verifica - confronto

	T.A.	S.L.U.
Carichi	valori caratteristici	valori di calcolo (circa 1.45 maggiori)
Risoluzione	solo analisi lineare	di solito analisi lineare (car.soll. circa 1.45 maggiori)
Verifica	controllo delle tensioni valutazione di car.soll. massime	--- valutazione di car.soll. resistenti (maggiori - di quanto?)

Sforzo normale

Verifica - tensioni ammissibili



$\sigma_s = n \sigma_c \quad n = 15$
 ~~$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c$~~
 $\sigma_c \leq 0.7 \bar{\sigma}_c$

altrimenti la sezione non può portare alcun momento flettente

$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c (A_c + n A_s)$$

Verifica - stato limite ultimo

Quando il legame tensioni-deformazioni non è lineare non è più possibile applicare le formule della Scienza delle costruzioni ma occorre rifarsi direttamente alle condizioni di equilibrio tra tensioni e deformazioni

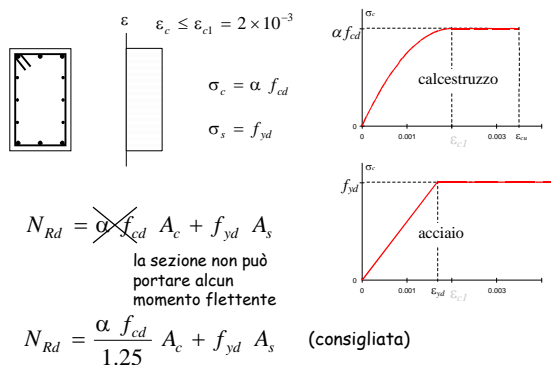
$$N = \int \sigma dA$$

~~$$M_y = \int \sigma z dA$$~~

~~$$M_z = \int \sigma y dA$$~~

Trazione
Compressione

Verifica - stato limite ultimo



$\epsilon_c \leq \epsilon_{c1} = 2 \times 10^{-3}$
 $\sigma_c = \alpha f_{cd}$
 $\sigma_s = f_{yd}$

~~$N_{Rd} = \alpha f_{cd} A_c + f_{yd} A_s$~~
 la sezione non può portare alcun momento flettente

$N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$ (consigliata)

Verifica - confronto

TA $N_{max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c + n 0.7 \bar{\sigma}_c A_s$

5.9 89

Stesso rapporto dei carichi $\frac{8.8}{5.9} \cong 1.5$ $\frac{374}{89} \cong 4.2$

SLU $N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$

8.8 374

Rapporto molto maggiore

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa Acciaio Fe B 44 k

Verifica - confronto

TA $N_{max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c + n 0.7 \bar{\sigma}_c A_s$

5.9 89

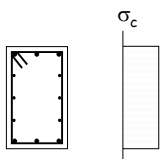
Allo stato limite ultimo, l'acciaio compresso conta molto di più

SLU $N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$

8.8 374

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa Acciaio Fe B 44 k

Progetto - tensioni ammissibili



La norma impone $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0.008$

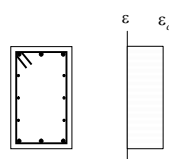
$n = 15$

$N_{max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c (1 + n \rho)$

Si determina la sezione di calcestruzzo $A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$

e poi l'armatura $A_s \geq 0.008 A_c$

Progetto - stato limite ultimo



La norma impone che l'armatura porti almeno il 15% dello sforzo normale

$0.85 N_{Sd} \geq 0.15 N_{Sd}$

$N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$

Si determina la sezione di calcestruzzo $A_c \geq \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$

e l'armatura $A_s \geq \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}}$

Progetto - confronto

Si ipotizza che $N_{Sd} (SLU) = 1.45 N (TA)$

TA $A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$ $A_s \geq 0.008 A_c = \frac{0.008 N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$

1/6.66 1/833

La sezione è quasi invariata (7% in meno allo SLU) $\frac{1}{6.66} \cong \frac{1.45}{10.4}$ $\frac{1}{833} \cong 2 \times \frac{1.45}{2493}$

L'armatura è molto diversa (circa la metà allo SLU)

SLU $A_c \geq \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$ $A_s \geq \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}}$

1/10.4 1/2493

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa Acciaio Fe B 44 k

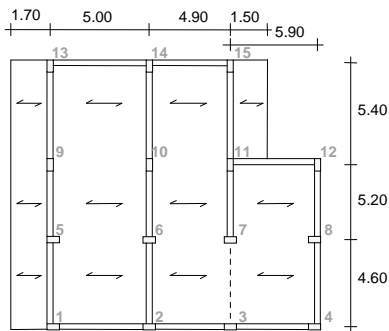
Progetto - commento

Operando allo stato limite ultimo è possibile ridurre l'armatura nelle sezioni soggette a solo sforzo normale

o - in alternativa - è possibile ridurre la sezione lasciando invariata la percentuale di armatura

Questa affermazione non vale in zona sismica, perché le sezioni sono soggette anche a forte momento flettente e devono essere molto resistenti per garantire un comportamento duttile della struttura

Esempio - edificio a 6 impalcati



Materiali utilizzati

Calcestruzzo	$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$
	$E_c = 5700\sqrt{R_{ck}} = 28500 \text{ MPa}$
	$f_{ctk} = 0.7 \times 0.27 \sqrt[3]{R_{ck}^2} = 1.62 \text{ MPa}$
	$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ MPa}$
Acciaio	Fe B 44 k
	$E_s = 206000 \text{ MPa}$
	$f_{yd} = 373.9 \text{ MPa}$
	$\epsilon_{yd} = \frac{373.9}{206000} = 1.82 \times 10^{-3}$

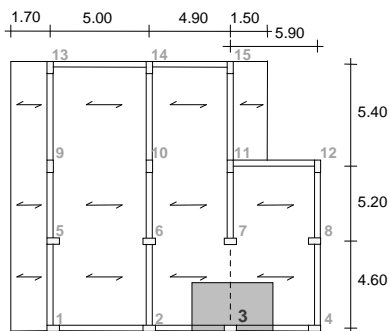
Carichi unitari

	per TA	per SLU
Solaio	$g_k = 5.3 \text{ kN/m}^2$	$g_d = 1.4 \times 5.3 = 7.5 \text{ kN/m}^2$
	$q_k = 2.0 \text{ kN/m}^2$	$q_d = 1.5 \times 2.0 = 3.0 \text{ kN/m}^2$
Balconi	$g_k = 3.9 \text{ kN/m}^2$	$g_d = 1.4 \times 3.9 = 5.5 \text{ kN/m}^2$
	$q_k = 4.0 \text{ kN/m}^2$	$q_d = 1.5 \times 4.0 = 6.0 \text{ kN/m}^2$
Tompagno	$g_k = 7.2 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 7.2 = 10.1 \text{ kN/m}$
Travi 30x60	$g_k = 3.7 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 3.7 = 5.2 \text{ kN/m}$
70x24	$g_k = 2.4 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 2.4 = 3.4 \text{ kN/m}$

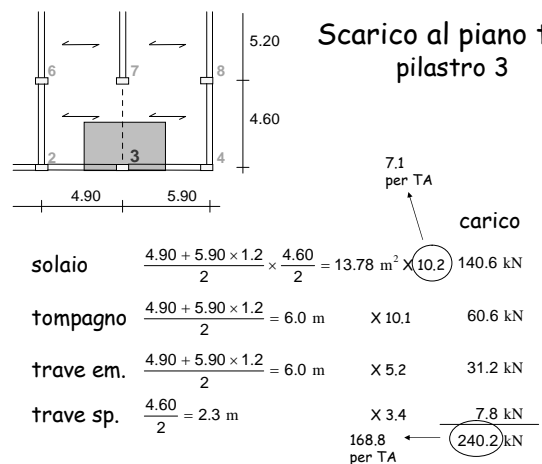
Riepilogo carichi (per pilastri)

	per TA	per SLU
Solaio ($g + 0.9 q$)	7.1 kN/m ²	10.2 kN/m ²
Balconi ($g + 0.9 q$)	7.5 kN/m ²	10.9 kN/m ²
Tompagno	7.2 kN/m	10.1 kN/m
Travi 30x60	3.7 kN/m	5.2 kN/m
70x24	2.4 kN/m	3.4 kN/m

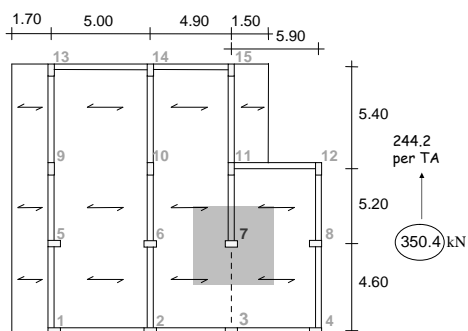
Scarico al piano tipo pilastro 3



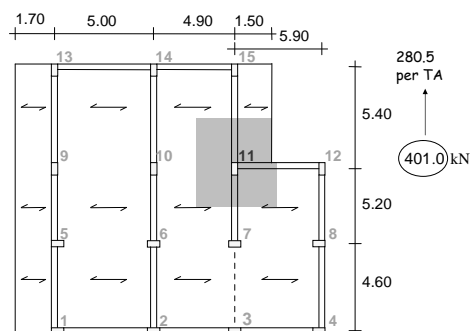
Scarico al piano tipo pilastro 3



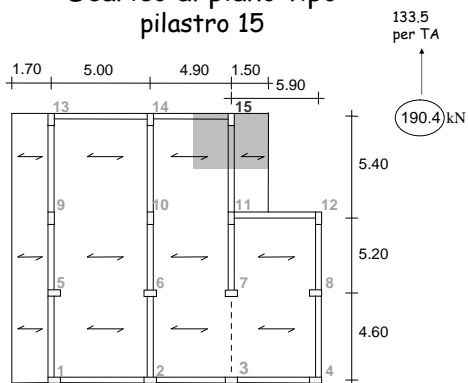
Scarico al piano tipo pilastro 7



Scarico al piano tipo pilastro 11



Scarico al piano tipo pilastro 15



Dimensionamento - pilastro 3

Scarico al piano 240.2 kN

Peso proprio medio
14.4 kN

254.6 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A _c (cm ²)	sezione
6	254.6	245	30×30
5	509.2	491	30×30
4	763.8	736	30×30
3	1018.4	982	40×30
2	1273.0	1227	50×30
1	1527.6	1473	50×30

Con TA, alla base 1073.4 1611 60×30

Dimensionamento - pilastro 7

Scarico al piano 350.4 kN

Peso proprio medio
21.0 kN

371.4 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A _c (cm ²)	sezione
6	371.4	358	30×30
5	742.8	716	30×30
4	1114.2	1074	40×30
3	1485.6	1432	50×30
2	1857.0	1790	60×30
1	2228.4	2149	60×40

Con TA, alla base 1553.4 2331 60×40

Dimensionamento - pilastro 11

Scarico al piano 401.0 kN

Peso proprio medio
24.1 kN

425.1 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A _c (cm ²)	sezione
6	425.1	410	30×30
5	850.2	820	30×30
4	1275.3	1230	30×50
3	1700.4	1639	30×60
2	2125.2	2049	30×70
1	2550.6	2459	40×70

Con TA, alla base 1783.8 2677 40×70

Dimensionamento - pilastro 15

Scarico al piano 190.4 kN
 Peso proprio medio $\frac{11.4 \text{ kN}}{201.8 \text{ kN}}$

piano	N (kN)	A_c (cm ²)	sezione
6	201.8	195	30×30
5	403.6	389	30×30
4	605.4	584	30×30
3	807.2	778	30×30
2	1009.0	973	30×40
1	1210.8	1167	30×40

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

Con TA, alla base 849.0 1274 30×50

Armature longitudinali dei pilastri (EC2 punto 5.4.1.2.1)

- (1) Di regola le barre d'armatura devono avere diametro non minore di 12 mm.
- (2) La quantità minima di armatura longitudinale totale $A_{s,min}$ deve di regola essere determinata con la seguente equazione:

$$A_{s,min} = \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}} \geq |0.003| A_c$$

dove:

f_{yd} è la tensione di snervamento di calcolo dell'armatura;

N_{Sd} è la forza di compressione assiale di calcolo;

A_c è l'area della sezione trasversale del calcestruzzo.

NOTA BENE: in zona sismica le armature sono maggiori (min 1%)

Armatura minima nei pilastri (EC2 5.4.1.2.1)

$$A_{s,min} = \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}} \quad \frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0.15 N_{Sd} / f_{yd}}{0.85 N_{Sd} / \alpha f_{cd}} = 0.176 \frac{\alpha f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{c,nec} = \frac{0.85 N_{Sd}}{f_{cd}}$$

Ad esempio

Acciaio FeB 44 K: $f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$

Calcestruzzo R_{ck} 25: $\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = 0.176 \frac{f_{yd}}{\alpha f_{cd}} = 0.176 \times \frac{373.9}{11.0} = 0.005 = 0.5\%$$

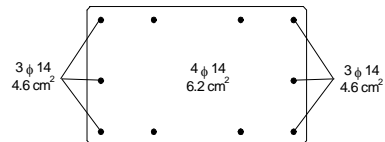
Armature del pilastro 11 al primo ordine

40x70



Armatura minima (su tutta la sezione):

$$A_{s,min} = 0.5\% A_c = 14.0 \text{ cm}^2$$



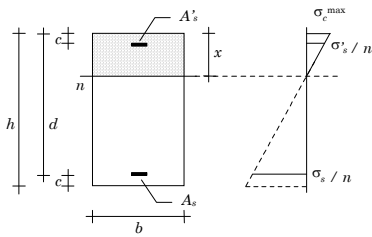
$$A_{s,tot} = 15.4 \text{ cm}^2 > A_{s,min}$$

Armature longitudinali dei pilastri (EC2 punto 5.4.1.2.1)

- (3) Di regola, anche nelle sovrapposizioni, l'area dell'armatura non deve essere maggiore di $|0,08A_c|$.
- (4) Le barre longitudinali devono, di regola, essere distribuite lungo il perimetro della sezione. Per pilastri aventi sezione trasversale poligonale, almeno una barra sarà disposta in ogni spigolo. Per pilastri di sezione circolare, il numero minimo di barre è $|6|$.

Verifica di sezioni inflesse

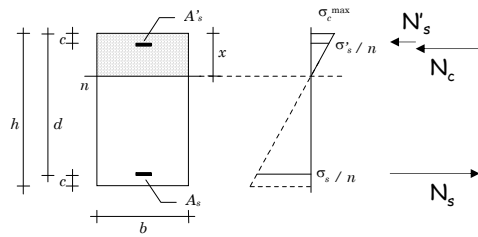
Verifica - tensioni ammissibili



Dati:
Geometria della sezione
Armature

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Tensioni massime

Verifica - tensioni ammissibili



Per trovare l'asse neutro: $N_n = 0$
(l'asse neutro è baricentrico)

oppure: $N_c + N'_s + N_s = 0$
(equilibrio alla traslazione)

Verifica - tensioni ammissibili

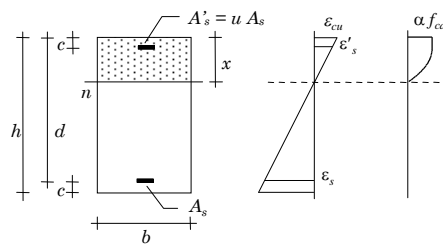
Equazione di secondo grado, con soluzione:

$$x = \frac{n(A_s + A'_s)}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A_s d + A'_s c)}{n(A_s + A'_s)^2}} \right]$$

E poi: $\sigma = -\frac{M}{I} y$

con: $I = \frac{b x^3}{3} + n A'_s (x - c)^2 + n A_s (d - x)^2$

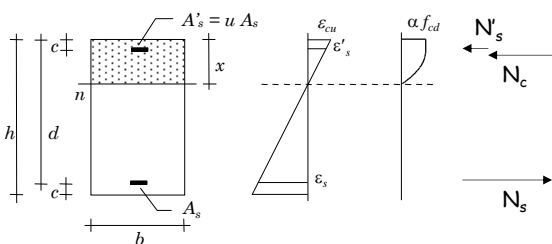
Verifica - stato limite ultimo



Dati:
Geometria della sezione
Armature

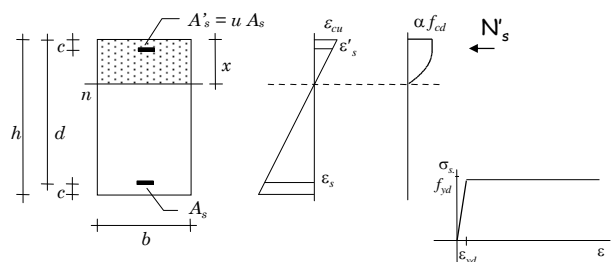
Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Momento resistente

Verifica - stato limite ultimo



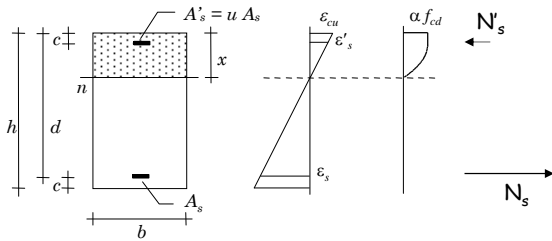
Per trovare l'asse neutro: $N_c + N'_s + N_s = 0$
(equilibrio alla traslazione)

Imporre questa condizione è facile, perché:



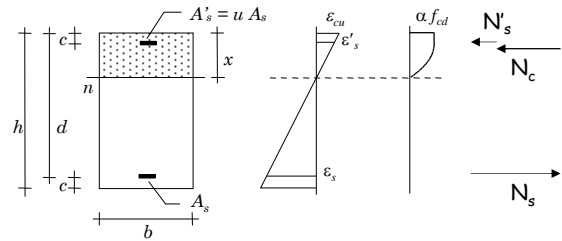
$\epsilon'_s = \frac{x-c}{x} \epsilon_{cu}$ in molti casi $\epsilon'_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow N'_s = A'_s f_{yd}$

Imporre questa condizione è facile, perché:



si ha sempre $\epsilon'_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow N_s = A_s f_{yd}$

Imporre questa condizione è facile, perché:



Il coefficiente β tiene conto del fatto che la tensione nella parte compressa non è costante

$N_c = \beta b x \alpha f_{cd}$

per sezione rettangolare, $\beta = 0.810$

Individuazione dell'asse neutro

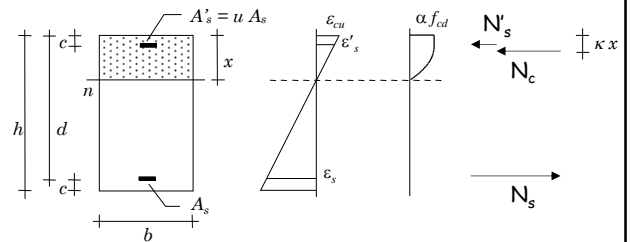
Se $\epsilon'_s > \epsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b \alpha f_{cd}}$$

In caso contrario diventa una equazione di secondo grado, con soluzione analoga a quella delle tensioni ammissibili

$$x = \left(A_s - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{yd}} A'_s \right) \frac{f_{yd}}{2\beta b \alpha f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{yd}} A'_s \right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta b \alpha f_{cd}} \right)^2 + \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{yd}} \frac{A'_s c f_{yd}}{\beta b \alpha f_{cd}}}$$

Momento resistente



Si determina imponendo l'equilibrio alla rotazione (rispetto a un punto qualsiasi)

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

per sezione rettangolare, $\kappa = 0.416$

Esempio verifica di sezione rettangolare

Dati:		$M_{Sd} = 160 \text{ kNm}$
Sezione	30x50	Calcestruzzo $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$
Armature	$A_s = 4\varnothing 20$ $A'_s = 4\varnothing 14$	Acciaio FeB44k

Procedura:

- 1 - individuazione dell'asse neutro
(si può ipotizzare che l'armatura compressa sia snervata, controllare se è vero e in caso contrario passare all'equazione di secondo grado)
- 2 - determinazione del momento resistente
- 3 - confronto tra M_{Sd} e M_{Rd}

Esempio - individuazione dell'asse neutro

Se l'armatura compressa è snervata:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b \alpha f_{cd}} = \frac{(12.56 - 6.16) \times 374}{0.810 \times 30 \times 11.0} = 8.95 \text{ cm}$$

Con questa posizione dell'asse neutro:

$$\epsilon'_s = \frac{x - c}{x} \epsilon_{cu} = \frac{8.95 - 4}{8.95} \times 3.5 \times 10^{-3} = 1.94 \times 10^{-3}$$

Poiché $\epsilon'_s > \epsilon_{yd}$ la posizione trovata è esatta

Esempio - calcolo del momento resistente

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

$$N_s = 12.56 \times 374 \times 10^{-1} = 469.7 \text{ kN}$$

$$N'_s = 6.16 \times 374 \times 10^{-1} = 230.4 \text{ kN}$$

$$\kappa = 0.416$$

$$M_{Rd} = [469.7 \times (46 - 0.416 \times 8.95) + 230.4 \times (0.416 \times 8.95 - 4)] \times 10^{-2}$$

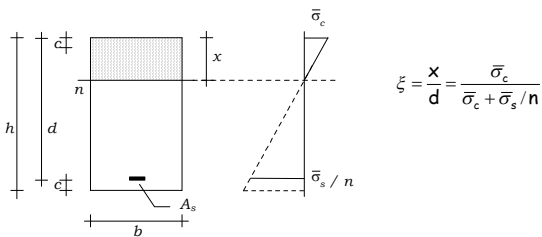
$$M_{Rd} = 197.9 \text{ kNm}$$

Si noti che
 $\kappa x \cong c$

Poiché M_{Sd} è minore di M_{Rd} la sezione è verificata

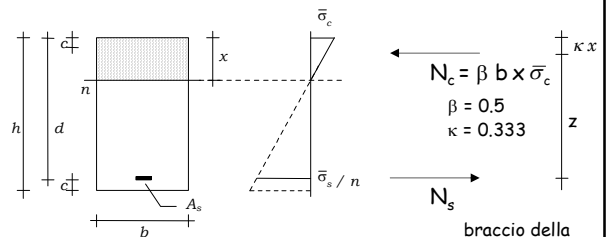
Progetto di sezioni inflesse

Progetto - tensioni ammissibili



1 - Si assegna il diagramma di tensioni che si vuole avere nella sezione

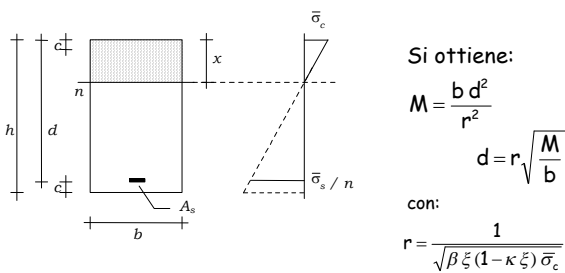
Progetto - tensioni ammissibili



2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c z \quad M = \beta b \xi d \bar{\sigma}_c (d - \kappa \xi d)$$

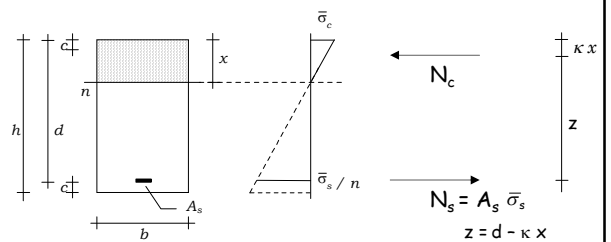
Progetto - tensioni ammissibili



2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c z \quad M = \beta b \xi d \bar{\sigma}_c (d - \kappa \xi d)$$

Progetto - tensioni ammissibili

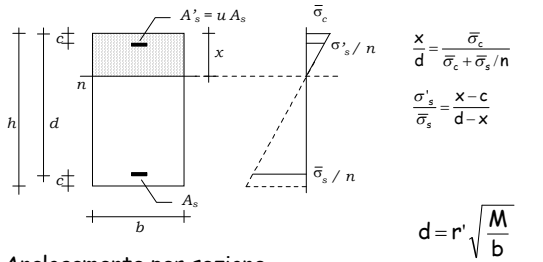


3 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante N_c

$$M = N_s z \quad M = A_s \bar{\sigma}_s z$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

Progetto - tensioni ammissibili



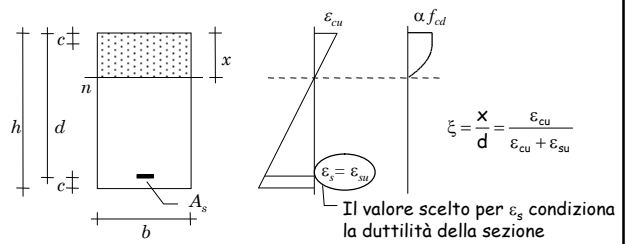
Analogamente per sezione a doppia armatura

r' dipende da u (e da c/d)

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

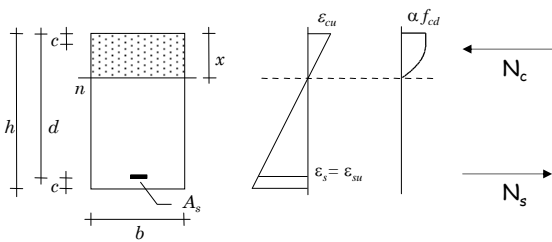
Progetto - stato limite ultimo



1 - Si assegna il diagramma di deformazioni che si vuole avere nella sezione

Buona duttilità con $\epsilon_{su} = 10 \times 10^{-3}$

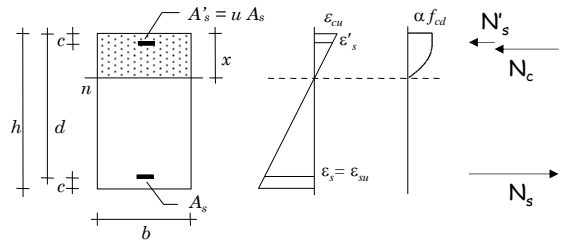
Progetto - stato limite ultimo



2 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura si ottiene

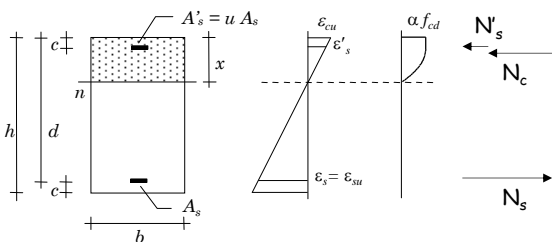
$$\text{con: } r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi)} \alpha f_{cd}}$$

Progetto - stato limite ultimo



ovvero, in presenza di doppia armatura $d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$

Progetto - stato limite ultimo



3 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante di compressione si ottiene

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

Duttilità della sezione

Un parametro fondamentale nel valutare il modo in cui la sezione giunge al collasso è la duttilità.

Duttilità = rapporto tra rotazione ultima e rotazione corrispondente allo snervamento dell'armatura tesa

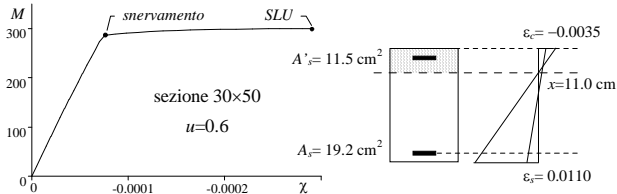
Una sezione che presenti una rottura duttile dà chiari segnali di preavviso (elevata fessurazione, notevole incremento della deformazione) che possono mettere in allarme e consentire interventi prima del crollo

In zona sismica la capacità di deformarsi plasticamente permette di dissipare con cicli isteretici

Duttività della sezione - esempio

Sezione 30x50 $u=0.6$ $M_{Rd} = 300$ kNm
 $\varepsilon_{su} > 10 \times 10^{-3}$ $x=11.0$ cm $\chi=-0.000286$

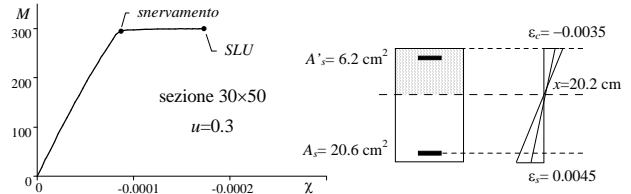
Buona duttività



Duttività della sezione - esempio

Sezione 30x50 $u=0.3$ $M_{Rd} = 300$ kNm
 $\varepsilon_{su} = 4.5 \times 10^{-3}$ $x=20.2$ cm $\chi=-0.000184$

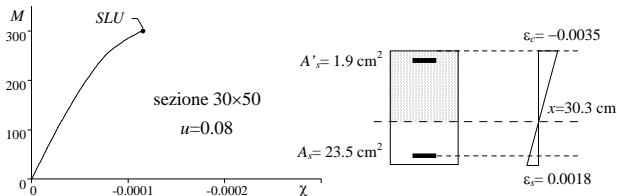
Duttività discreta



Duttività della sezione - esempio

Sezione 30x50 $u=0.08$ $M_{Rd} = 300$ kNm
 $\varepsilon_{su} = 1.8 \times 10^{-3}$ $x=30.3$ cm $\chi=-0.000116$

Bassa duttività



Quanto vale il coefficiente r?

Tensioni ammissibili:
 dipende da calcestruzzo e acciaio

per $R_{ck} = 25$ MPa e FeB44k: $r = 0.0282$

Stato limite ultimo:
 dipende solo dal calcestruzzo

per $R_{ck} = 25$ MPa: $r = 0.0220$

Esempio

progetto di sezione a semplice armatura

Tensioni ammissibili: $M = 115$ kNm

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0282 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.552 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 60$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.56 \times 255} = 8.95 \text{ cm}^2$$

Stato limite ultimo: $M_{sd} = 170$ kNm

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0220 \sqrt{\frac{170}{0.30}} = 0.524 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 60$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = \frac{170 \times 10}{0.9 \times 0.56 \times 374} = 9.02 \text{ cm}^2$$

Che relazione c'è tra r ed r'?

Sia per TA che per SLU:

$$r' \cong r \sqrt{1 - s' u} \quad \text{con} \quad s' = \frac{\sigma'_s}{\sigma_{s,max}} \quad u = \frac{A'_s}{A_s}$$

Si noti che s' dipende principalmente dal copriferro c (o meglio, dal rapporto $\gamma = c/d$)

Ma per TA s' è sempre basso (meno di 0.5)

mentre per SLU s' è molto spesso pari a 1 (è minore solo per travi a spessore)

Valori di r' ($R_{ck} = 25 \text{ MPa}$, FeB44k)

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.43$	$s' = 0.35$	$s' = 0.20$
0	0.0282	0.0282	0.0282
0.25	0.0265	0.0269	0.0275
0.50	0.0248	0.0256	0.0269
0.75	0.0230	0.0242	0.0262
1.00	0.0211	0.0227	0.0255

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.44$
0	0.0220	0.0220	0.0220
0.25	0.0189	0.0190	0.0209
0.50	0.0153	0.0155	0.0197

Valori di r'/r ($R_{ck} = 25 \text{ MPa}$, FeB44k)

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.43$	$s' = 0.35$	$s' = 0.20$
0	1.000	1.000	1.000
0.25	0.940	0.954	0.975
0.50	0.879	0.908	0.954
0.75	0.816	0.858	0.929
1.00	0.748	0.805	0.904

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.44$
0	1.000	1.000	1.000
0.25	0.859	0.864	0.950
0.50	0.695	0.705	0.895

Contributo dell'armatura compressa

Il contributo dell'armatura compressa nelle verifiche di resistenza allo SLU è diverso da quello fornito nelle verifiche alle TA

Come si vede, ciò è dovuto al fatto che nel caso di stato limite ultimo l'armatura compressa lavora al massimo o quasi ($s' \cong 1$) mentre nel metodo delle tensioni ammissibili essa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile ($s' \cong 0.3 \div 0.5$)

Esempio

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.25$)

Tensioni ammissibili: $M = 115 \text{ kNm}$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0265 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.519 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 60$$

era 0.552 m per $u=0$

Stato limite ultimo: $M_{sd} = 170 \text{ kNm}$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0189 \sqrt{\frac{170}{0.30}} = 0.450 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 50$$

era 0.524 m per $u=0$

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto della sezione assumere un valore $r' = 0.019$ o 0.020 (corrisponde a $u \cong 25\%$)

Per travi molto basse (a spessore) assumere valori un po' maggiori $r' = 0.021$ (corrisponde a $u \cong 25\%$)

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto dell'armatura tesa considerare un braccio della coppia interna pari a $0.9 d$

Per sezioni a forte armatura (sconsigliate per la carenza di duttilità) il braccio della coppia interna dovrebbe essere minore ($0.8 d$)

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto dell'armatura compressa determinare la differenza tra M_{sd} e momento resistente per $u = 0$

$$M_0 = \frac{bd^2}{r^2}$$

$$\Delta M = M_{sd} - M_0$$

$$A'_s = \frac{\Delta M}{(d-c)f_{yd}}$$

Prescrizioni sull'armatura

Armatura minima:

$$A_s \geq \frac{0,6}{f_{yk}} b d \geq 0,15 \% b d$$

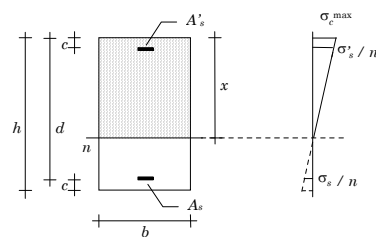
Armatura massima:

$$A_s \leq 3 \% b h$$

$$A'_s \leq 3 \% b h$$

Verifica di sezioni soggette flessione composta

Verifica - tensioni ammissibili



Dati:
Geometria della sezione
Armature
Coppia M-N

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Tensioni massime

Verifica - tensioni ammissibili

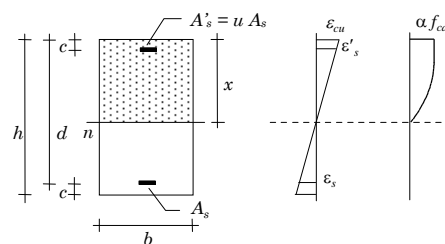
Il procedimento è abbastanza lungo e complesso, perché occorre:

Controllare se il centro di sollecitazione è interno al nocciolo d'inerzia

- delle sole armature (se N è di trazione)
- di armature omogeneizzate e calcestruzzo (se N è di compressione)

Imporre la condizione $I_n = e_n S_n$ se il centro di sollecitazione è esterno al nocciolo (equazione di terzo grado, per sezione rettangolare)

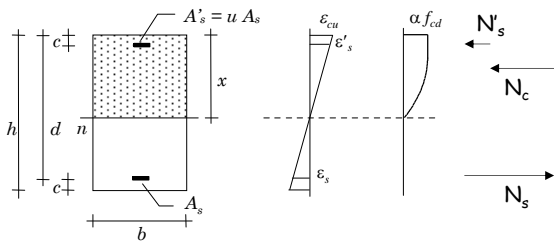
Verifica - stato limite ultimo



Dati:
Geometria della sezione
Armature
Coppia M-N

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Momento resistente

Verifica - stato limite ultimo



Per trovare l'asse neutro: $N_c + N'_s + N_s = N_{Sd}$
(equilibrio alla traslazione)

E poi calcolare M_{Rd} , con equilibrio alla rotazione

Verifica - stato limite ultimo

La risoluzione presenta difficoltà analoghe a quelle viste per la flessione semplice

Per sezione rettangolare, parzializzata e con armature snervate, si ottiene un'equazione di primo grado che ha come soluzione

$$x = \frac{N_{Sd} + (A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b \alpha f_{cd}}$$

altrimenti si ottiene una equazione di secondo grado

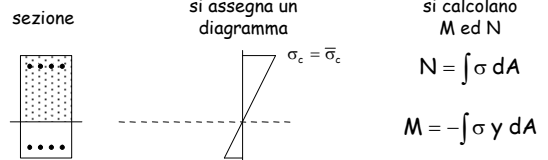
Individuato il diagramma, si calcola facilmente il momento resistente M_{Rd} , da confrontare con M_{Sd}

Domini M-N per flessione composta retta

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{max} è uguale a $\bar{\sigma}$

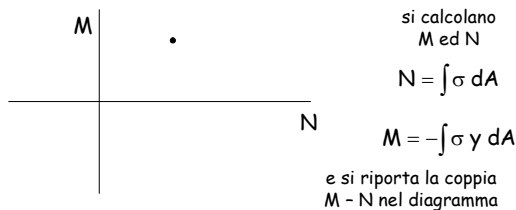
Per ricavare una coppia M-N del dominio



Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{max} è uguale a $\bar{\sigma}$

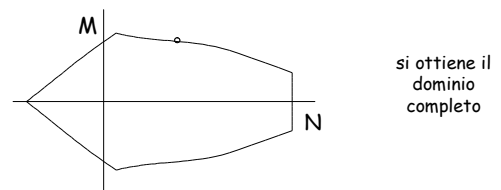
Per ricavare una coppia M-N del dominio



Domini di resistenza - tensioni ammissibili

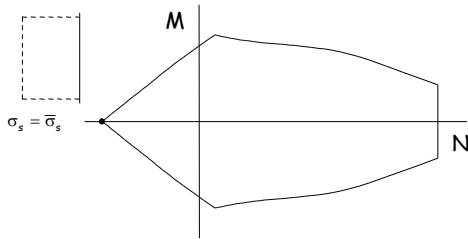
Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Ripetendo con tutti i possibili diagrammi ...



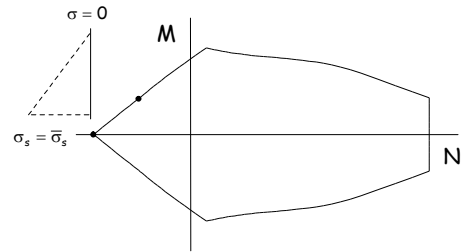
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



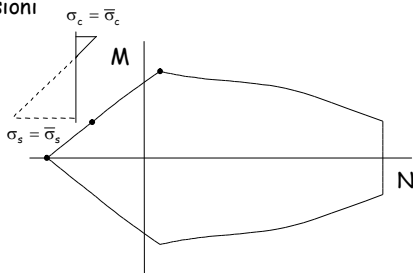
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



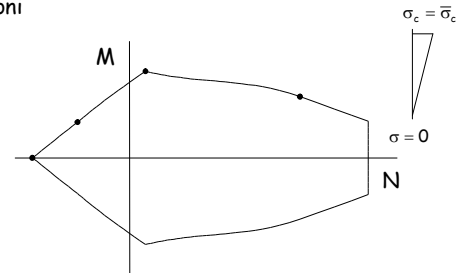
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



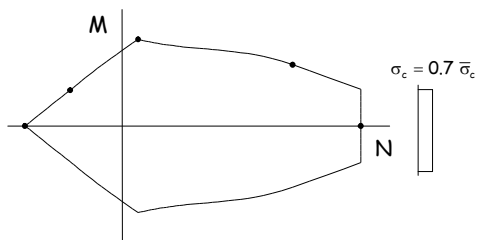
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



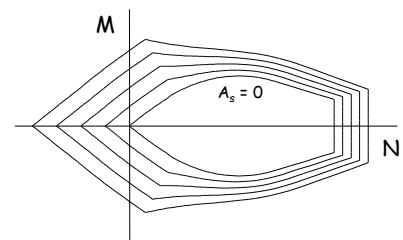
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



Domini di resistenza - tensioni ammissibili

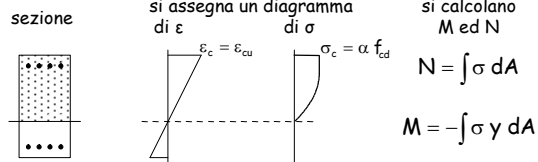
Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi



Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{max} è uguale a ϵ_{lim}

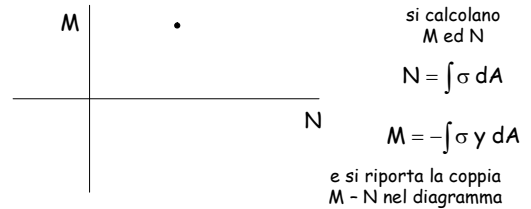
Per ricavare una coppia M-N del dominio



Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{max} è uguale a $\bar{\epsilon}_{cu}$

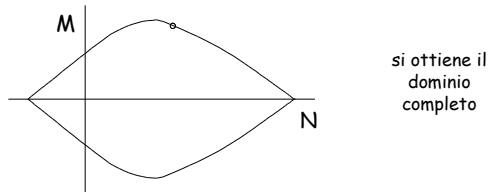
Per ricavare una coppia M-N del dominio



Domini di resistenza - stato limite ultimo

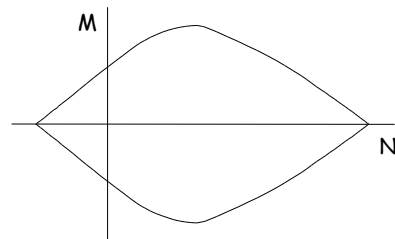
Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{max} è uguale a $\bar{\epsilon}_{cu}$

Ripetendo con tutti i possibili diagrammi ...

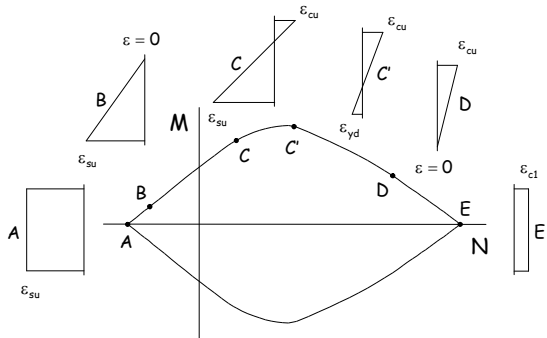


Domini di resistenza - stato limite ultimo

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni

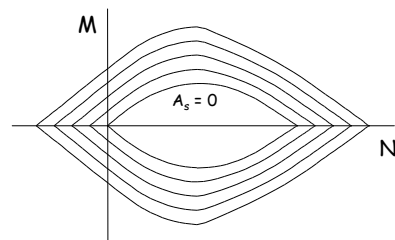


Domini di resistenza - stato limite ultimo



Domini di resistenza - stato limite ultimo

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi

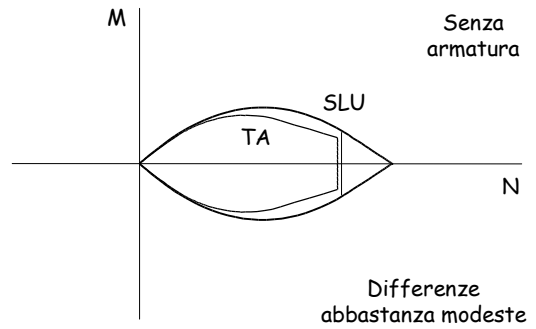


Domini: confronto tra TA e SLU

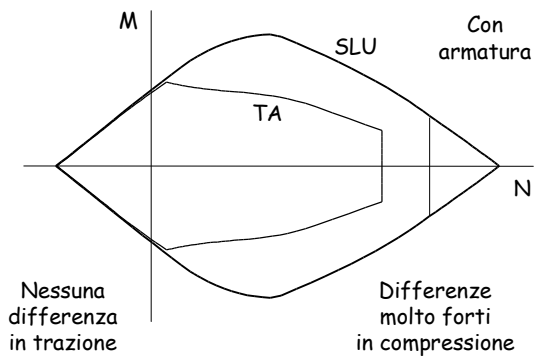
Il confronto può essere effettuato sovrapponendo i domini ricavati per TA e SLU

Poiché i carichi allo SLU sono maggiori (di 1.4 ÷ 1.5) di quelli alle TA, il dominio relativo alle TA deve essere opportunamente scalato (ad esempio x 1,45)

Domini: confronto tra TA e SLU



Domini: confronto tra TA e SLU

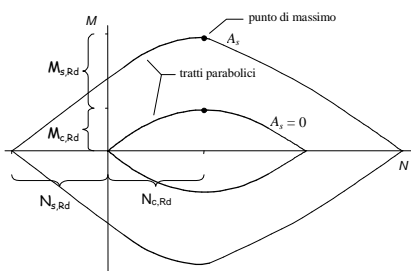


Progetto e verifica allo SLU con i domini M-N

(sezioni rettangolari, $A_s = A'_s$)

Dominio M-N allo SLU

L'andamento delle curve è in più tratti parabolico



Dominio M-N allo SLU

Il punto di massimo momento si ottiene derivando M

$$M = \beta b x \alpha f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \kappa x \right) + 2 A_s f_{yd} \left(\frac{h}{2} - c \right)$$

$$\frac{dM}{dx} = 0 \Rightarrow \beta b \alpha f_{cd} \left(\frac{h}{2} - 2 \kappa x \right) = 0 \quad x = \frac{h}{4 \kappa} = \frac{119}{198} h \cong 0.60 h$$

Il punto di massimo è individuato da

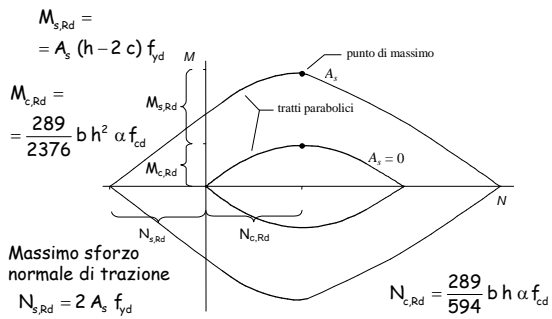
$$N = N_{c,Rd} \quad M = M_{c,Rd} + M_{s,Rd}$$

$$N_{c,Rd} = \frac{289}{594} b h \alpha f_{cd}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{289}{2376} b h^2 \alpha f_{cd}$$

$$M_{s,Rd} = A_s (h - 2c) f_{yd}$$

Dominio M-N allo SLU



Valori base per dominio M-N

	Calcestruzzo	Acciaio
N	$N_{c,Rd} = \frac{289}{594} b h \alpha f_{cd}$	$N_{s,Rd} = 2 A_s f_{yd}$
M	$M_{c,Rd} = \frac{289}{2376} b h^2 \alpha f_{cd}$	$M_{s,Rd} = A_s (h - 2c) f_{yd}$

Formulazione analitica

Momento resistente:

$$M_{Rd} = (M_{c,Rd} + M_{s,Rd}) \left[1 - \frac{N_{Rd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right]^m$$

con $m = 1 + \frac{N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}}$

Formulazione analitica

Verifica di resistenza:

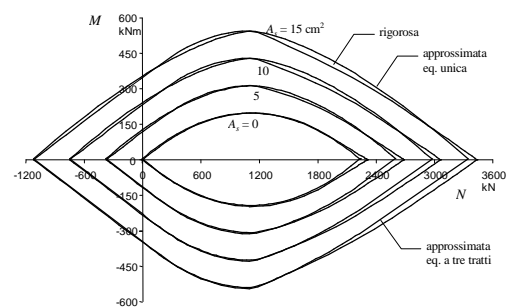
$$\frac{M_{Sd}}{M_{c,Rd} + M_{s,Rd}} + \left| \frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right|^m \leq 1$$

con $m = 1 + \frac{N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}}$

Formule alternative

- per $N_{Sd} < 0$ (tensoflessione) $\frac{M_{Sd}}{M_{s,Rd}} - \frac{N_{Sd}}{N_{s,Rd}} \leq 1$
- per $0 < N_{Sd} < N_{c,Rd}$ $\frac{M_{Sd} - M_{s,Rd}}{M_{c,Rd}} + \left(\frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd}} \right)^2 \leq 1$
- per $N_{Sd} > N_{c,Rd}$ $\frac{M_{Sd}}{M_{c,Rd} + M_{s,Rd}} + \left(\frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right)^n \leq 1$
 con $n = 1 + \left(\frac{N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right)^2$

Confronto



Esempio - verifica a pressoflessione

Dati geometrici

Sezione 40x70

$A_s = A'_s = 3 \text{ } \varnothing 14$

Materiale

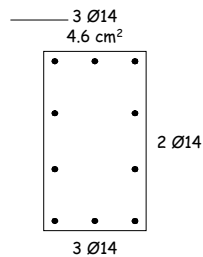
Calcestruzzo $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Acciaio FeB44k

Sollecitazioni

$N_{sd} = 1300 \text{ kN}$

$M_{sd} = 350 \text{ kNm}$



Esempio - verifica a pressoflessione

Valori resistenti del calcestruzzo:

$$N_{c,Rd} = \frac{289}{594} b h \alpha f_{cd} = 0.486 \times 0.40 \times 0.70 \times 11.0 \times 10^3$$

$$N_{c,Rd} = 1497 \text{ kN}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{289}{2376} b h^2 \alpha f_{cd} = 0.1216 \times 0.40 \times 0.70^2 \times 11.0 \times 10^3$$

$$M_{c,Rd} = 262.2 \text{ kNm}$$

Esempio - verifica a pressoflessione

Valori resistenti dell'acciaio:

$$N_{s,Rd} = 2 A_s f_{yd} = 2 \times 4.62 \times 373.9 \times 10^{-1}$$

$$N_{s,Rd} = 345.5 \text{ kN}$$

$$M_{s,Rd} = A_s (h - 2c) f_{yd} = 4.62 \times (0.70 - 2 \times 0.04) \times 373.9 \times 10^{-1}$$

$$M_{s,Rd} = 107.1 \text{ kNm}$$

Esempio - verifica a pressoflessione

Momento resistente:

$$m = 1 + \frac{N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} = 1 + \frac{1497}{1497 + 355.5} = 1.808$$

$$M_{Rd} = (M_{c,Rd} + M_{s,Rd}) \left[1 - \left| \frac{N_{Rd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right|^m \right] =$$

$$= (262.2 + 107.1) \left[1 - \left| \frac{1300 - 1497}{1497 + 355.5} \right|^{1.808} \right] =$$

$$= 362.9 \text{ kNm}$$

$M_{sd} < M_{Rd}$ Sezione verificata

Esempio - verifica a pressoflessione

Oppure:

$$m = 1.808$$

$$\frac{M_{sd}}{M_{c,Rd} + M_{s,Rd}} + \left| \frac{N_{sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{s,Rd}} \right|^m \leq 1$$

$$\frac{350}{262.2 + 107.1} + \left| \frac{1300 - 1497}{1497 + 355.5} \right|^{1.808} =$$

$$= 0.948 + 0.017 = 0.965 \leq 1$$

Sezione verificata

Progetto della sezione

Le espressioni possono essere trasformate in formule per il progetto della sezione

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Il coefficiente r è in questo caso dipendente da:

- sforzo normale adimensionalizzato $v = N_{sd} / 2 N_{c,Rd}$
- percentuale geometrica di armatura che si vuole disporre $\rho = A_s / b h$
- caratteristiche dei materiali

Valori di r

v	$\rho=0$	$\rho=0.002$	$\rho=0.004$	$\rho=0.006$	$\rho=0.008$	$\rho=0.010$
0.0	-	0.0368	0.0260	0.0212	0.0184	0.0165
0.1	0.0410	0.0274	0.0220	0.0189	0.0168	0.0153
0.2	0.0307	0.0236	0.0199	0.0175	0.0158	0.0145
0.3	0.0268	0.0217	0.0187	0.0167	0.0152	0.0140
0.4	0.0251	0.0207	0.0181	0.0162	0.0148	0.0138
0.5	0.0246	0.0204	0.0179	0.0161	0.0147	0.0137
0.6	0.0251	0.0210	0.0184	0.0165	0.0152	0.0141
0.7	0.0268	0.0222	0.0193	0.0173	0.0158	0.0146
0.8	0.0307	0.0243	0.0208	0.0184	0.0166	0.0153
0.9	0.0410	0.0281	0.0229	0.0198	0.0177	0.0161
1.0	-	0.0357	0.0262	0.0218	0.0190	0.0171

Progetto dell'armatura

Il momento affidato alle armature è

$$M_{Sd,red} = M_{Sd} - M_{c,Rd} \left[1 - \left(\frac{N_{Sd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd}} \right)^2 \right]$$

L'armatura necessaria è quindi $A_s = \frac{M_{Sd,red}}{z f_{yd}}$

z è il braccio della coppia interna costituita dalle armature $z = h - 2c \cong 0.9d$

Nota: la formula vale rigorosamente solo per $0 \leq N_{Sd} \leq N_{c,Rd}$

Esempio - progetto dell'armatura

Dati geometrici

Sezione 40x70

Sollecitazioni

$N_{sd} = 1300$ kN

$M_{sd} = 350$ kNm

$$M_{Sd,red} = 350 - 262.2 \left[1 - \left(\frac{1300 - 1497}{1497} \right)^2 \right] = 92.3 \text{ kNm}$$

Armatura necessaria:

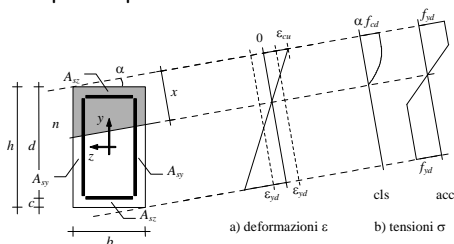
$$A_s = \frac{92.3}{0.9 \times 0.66 \times 373.9} \times 10 = 4.2 \text{ cm}^2$$

Domini M-N per flessione composta deviata

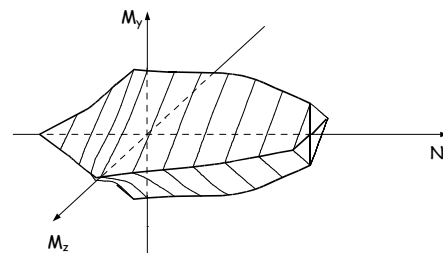
Pressoflessione deviata

Procedimento per la costruzione del dominio $M_y - M_z - N$

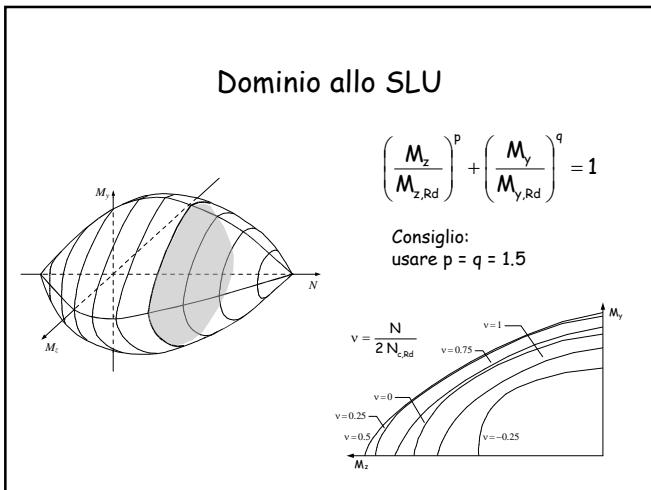
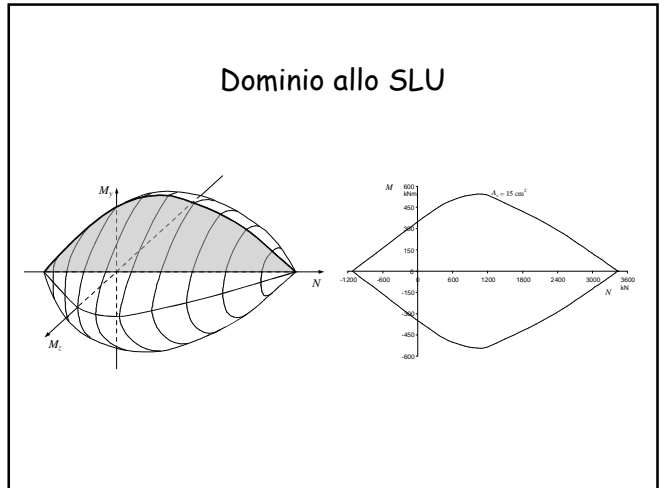
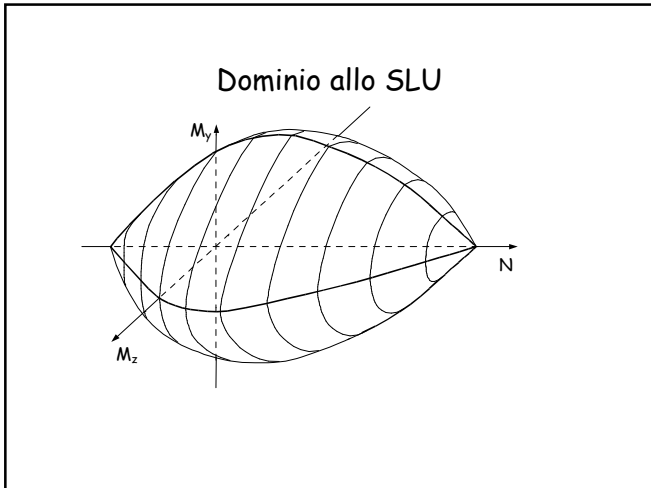
- analogo a quello descritto per pressoflessione retta
- più complicato per l'inclinazione dell'asse neutro



Dominio alle TA



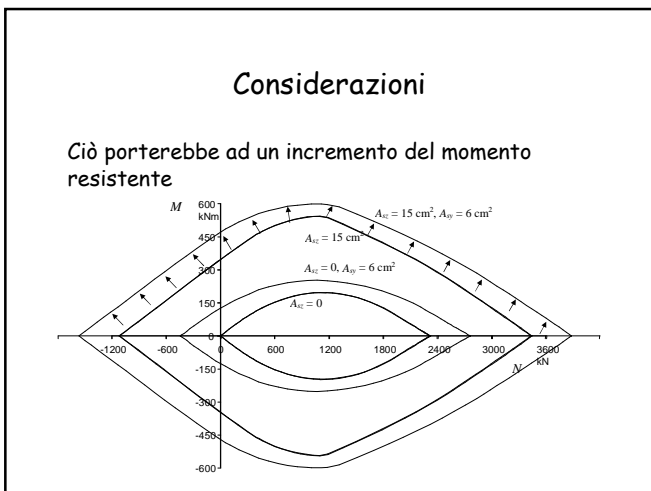
Notare la sezione trasversale: la presenza contemporanea di M_y e M_z è molto penalizzante



Considerazioni

Nel calcolare il momento resistente $M_{Rd,y}$ si dovrebbe prendere in considerazione anche l'armatura sul lato verticale

e viceversa



Considerazioni

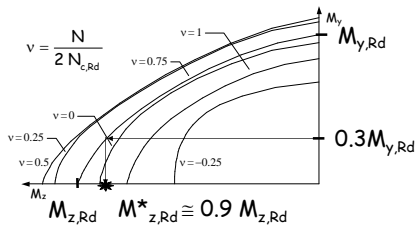
Ciò porterebbe ad un incremento del momento resistente

$$M_{Rd} = (M_{c,Rd} + M_{sz,Rd} + M_{sy,Rd}) \left[1 - \left(\frac{N_{Rd} - N_{c,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{sz,Rd} + N_{sy,Rd}} \right)^m \right]$$

con $m = 1 + \left(\frac{N_{c,Rd} + N_{sy,Rd}}{N_{c,Rd} + N_{sz,Rd} + N_{sy,Rd}} \right)$

Considerazioni

Contemporaneamente, la presenza di momento nella direzione trasversale riduce il momento resistente



Indicazioni operative

Finché il momento trasversale non è eccessivo, i due effetti si compensano

E' possibile progettare a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni, e poi effettuare un controllo a pressoflessione deviata

FINE

Per questa presentazione:
coordinamento A. Gherzi
realizzazione A. Gherzi,
M. Muratore,
E. Marino
ultimo aggiornamento 15/02/2007