

Sezioni in c. a. dalle tensioni ammissibili agli stati limite

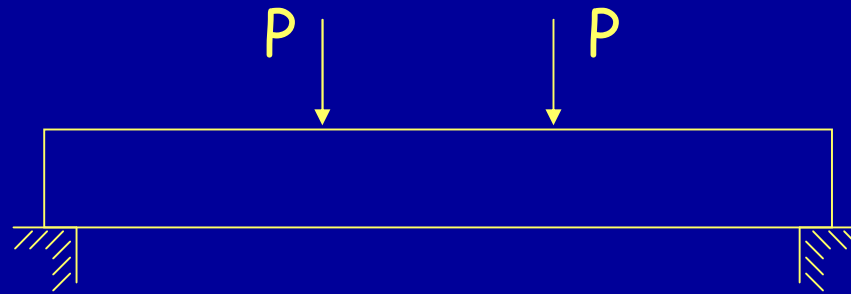
Taglio e torsione

Catanzaro, 23 febbraio 2007

Aurelio Ghersi

Taglio

Comportamento di una trave



trave



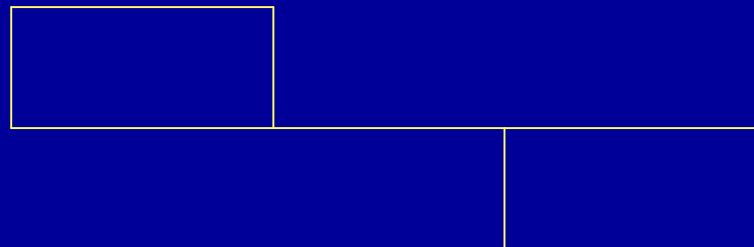
schema

M



Momento
flettente

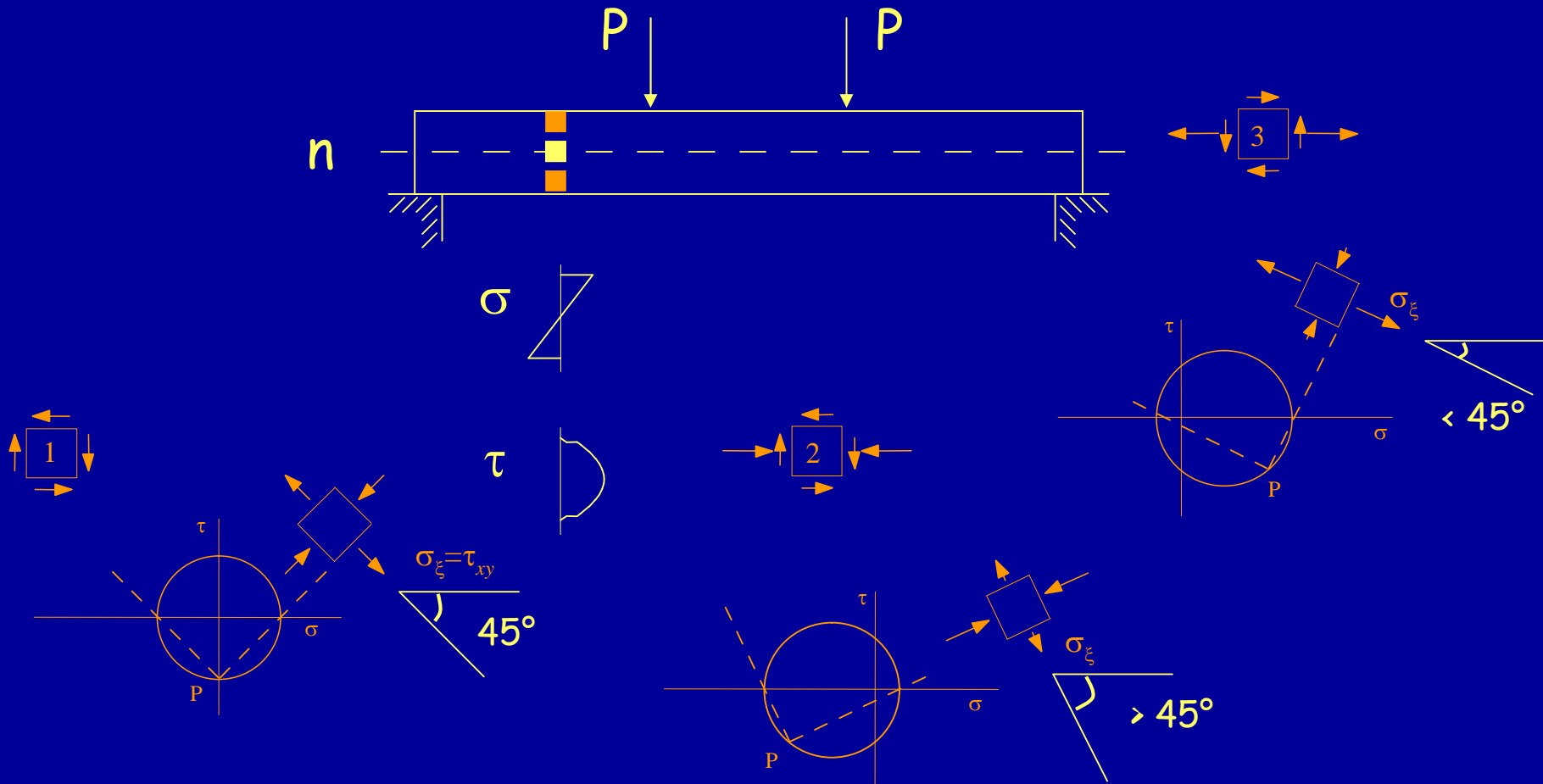
V



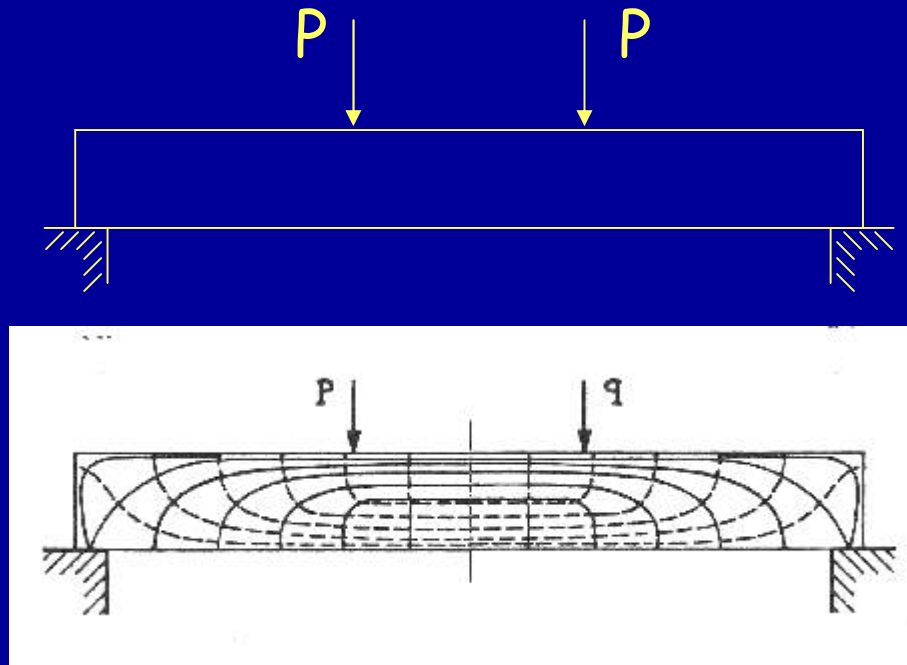
Taglio

Comportamento di una trave

1 - calcestruzzo resistente a trazione



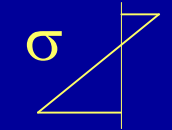
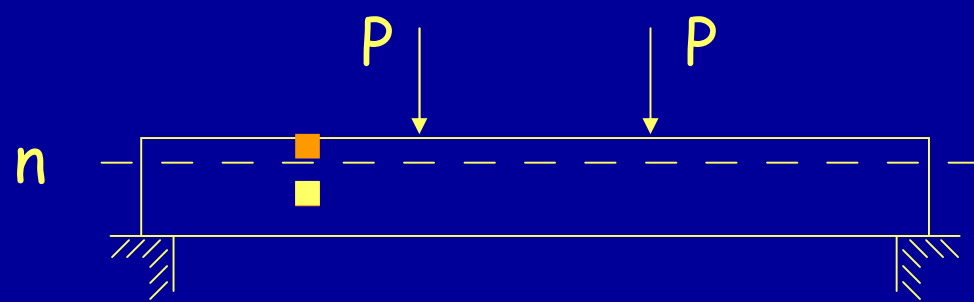
Comportamento di una trave 1 - calcestruzzo resistente a trazione



isostatiche

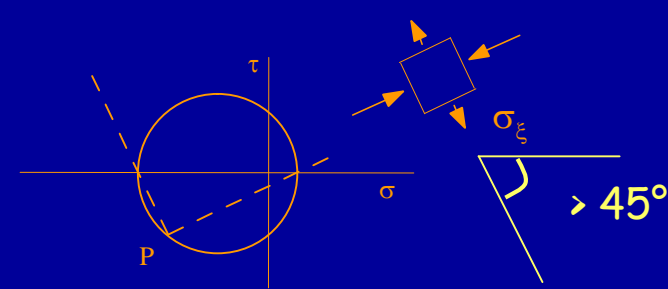
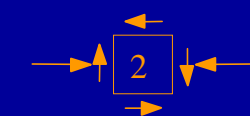
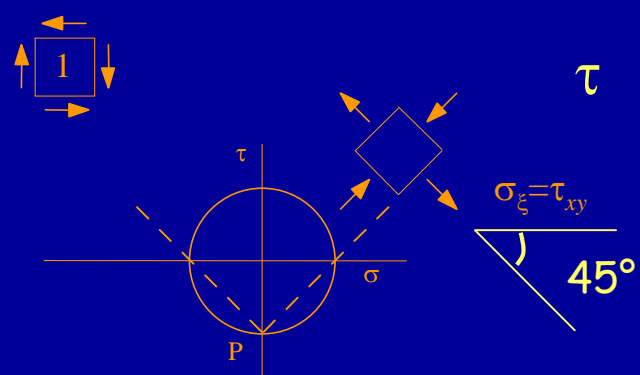
Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione



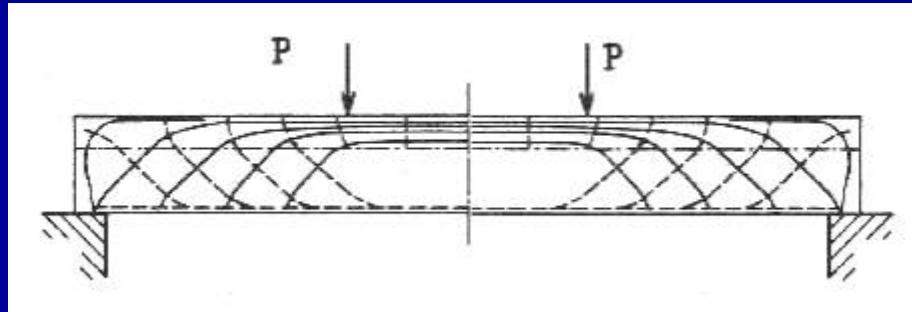
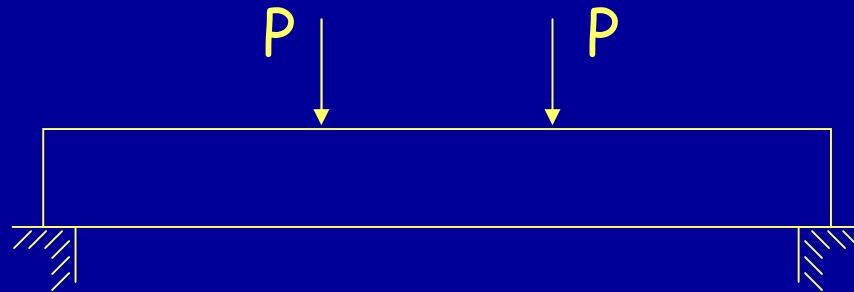
Shear stress distribution diagram labeled τ showing a parabolic profile. The maximum shear stress is given by the equation:

$$\tau_{\max} = \frac{V}{0.9 b d}$$

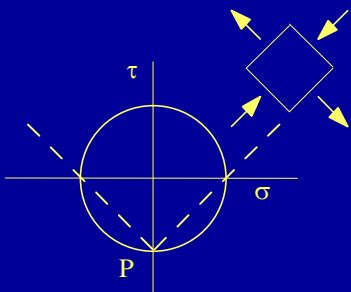


Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione



isostatiche



$$\sigma_{\xi} = \tau_{xy}$$

ma questa tensione di trazione è incompatibile con l'ipotesi fatta per il materiale

Resistenza di trave non armata a taglio

Verifica - tensioni ammissibili

Non è necessaria armatura a taglio se $\tau < \tau_{c0}$

Vuol dire che:

- Non si accetta trazione dovuta alla flessione
- Si accettano modeste trazioni dovute al taglio

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

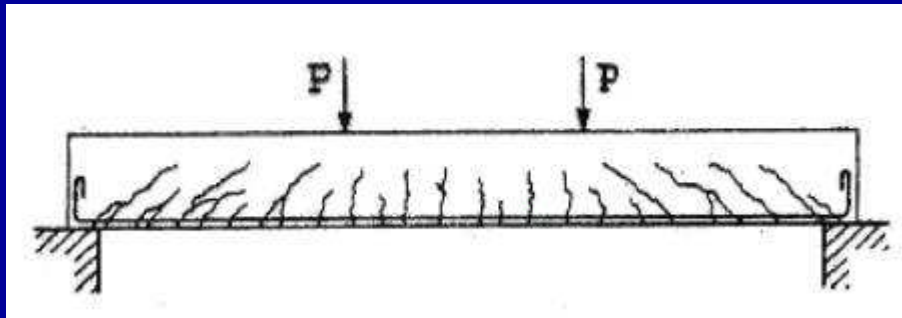
$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d$$

Nota: si devono comunque disporre armature minime a taglio, tranne che nei solai

Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

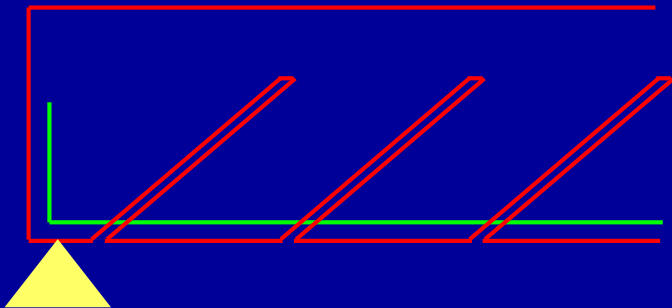
Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio



Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

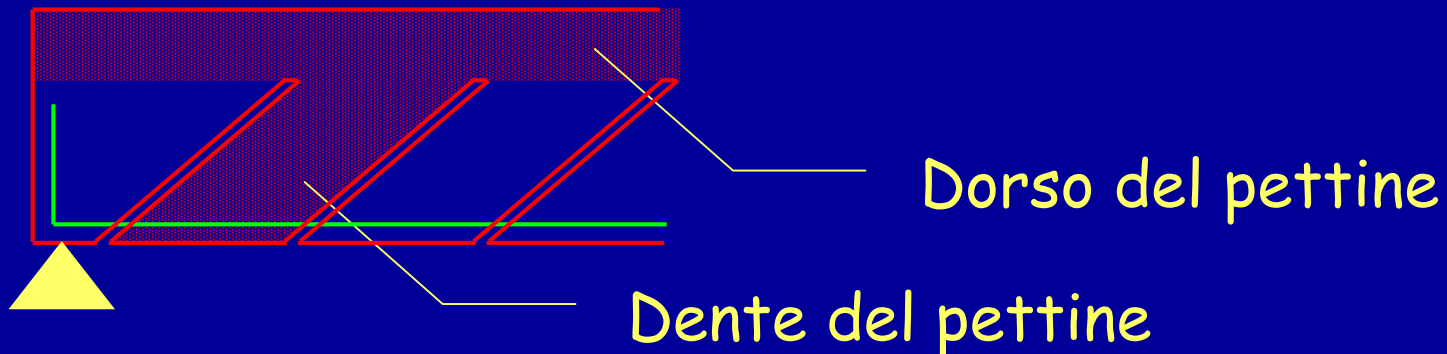


Verifica - stato limite ultimo

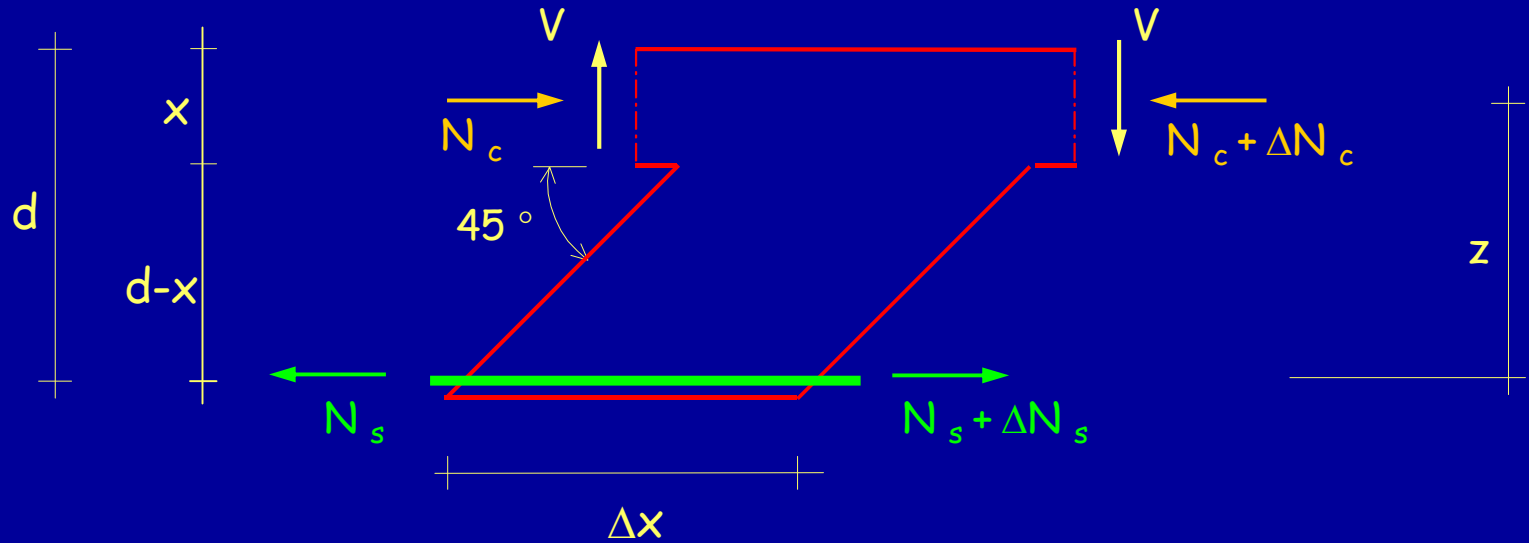
Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

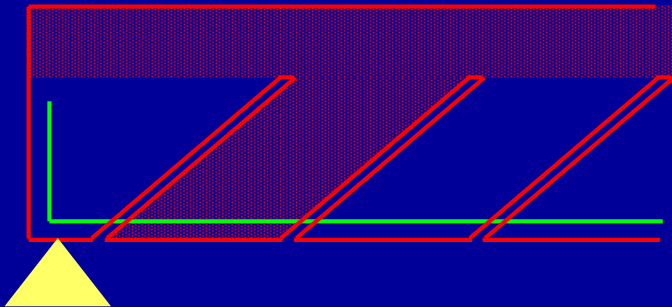
Modello a pettine



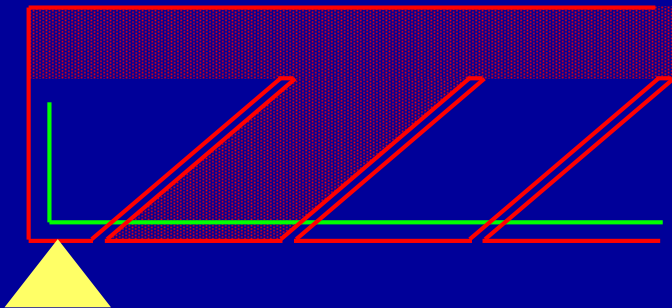
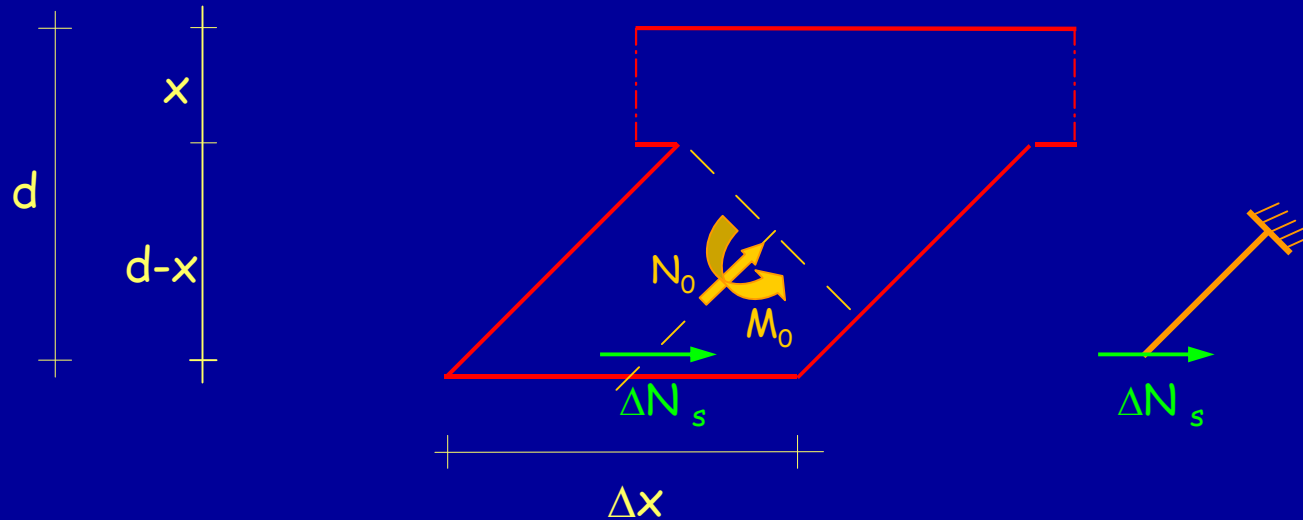
Resistenza del dente



$$\Delta N_s = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V \Delta x}{z}$$



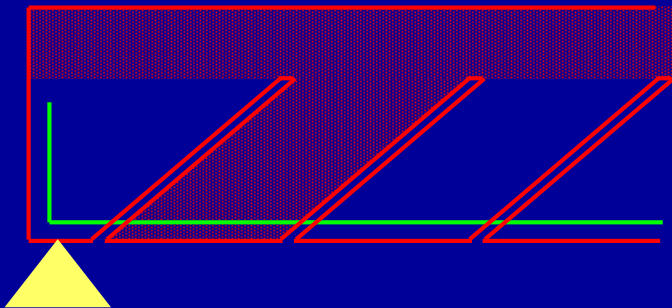
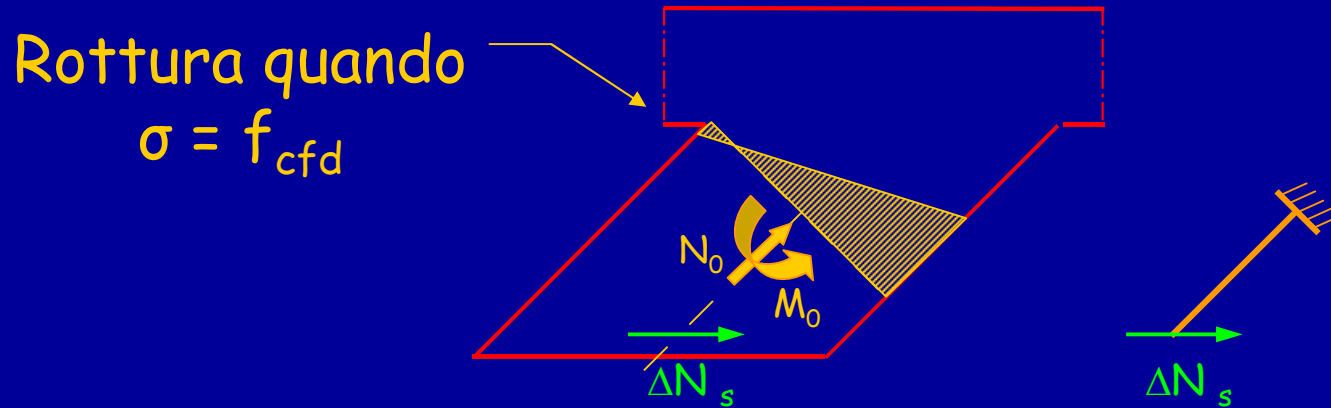
Resistenza del dente



$$N_0 = -\frac{\Delta N_s}{\sqrt{2}} = -\frac{V \Delta x}{\sqrt{2} z}$$

$$M_0 = -\Delta N_s \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right) = -\frac{V \Delta x}{z} \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right)$$

Resistenza del dente

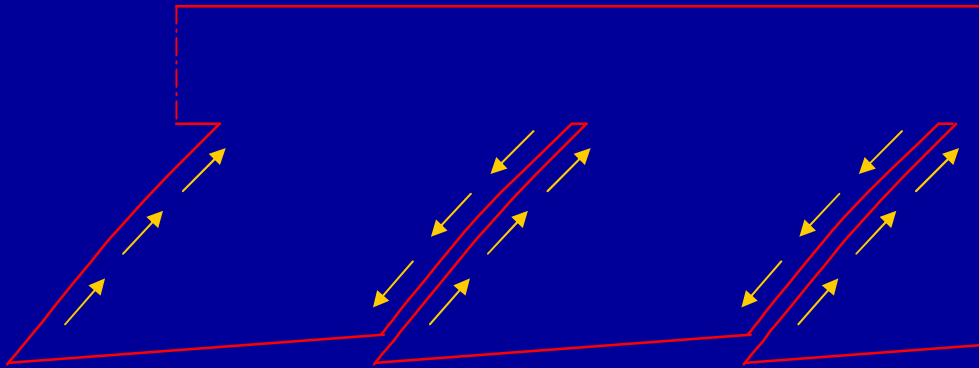


Resistenza del dente:

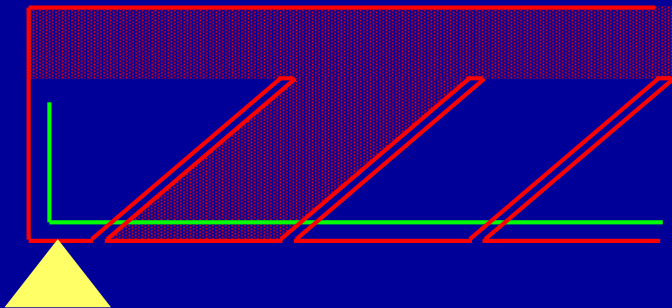
$$V_{Rd} = \tau_{Rd} b d$$

$$\tau_{Rd} = 0.25 f_{ctd}$$

Altri contributi alla resistenza del dente



Ingranamento degli inerti

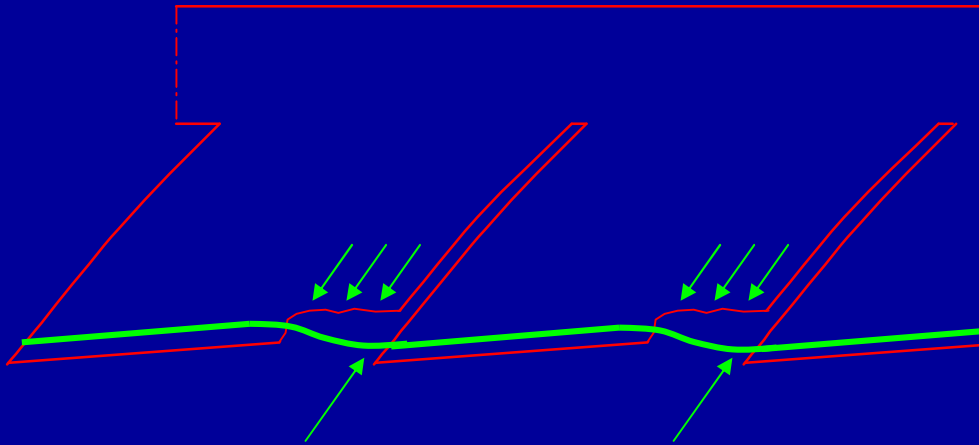


Resistenza del dente:

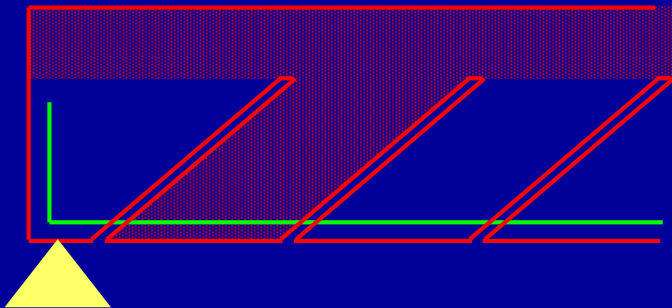
$$V_{Rd} = \tau_{Rd} k b d$$

$$k = 1.6 - d \geq 1$$

Altri contributi alla resistenza del dente



Effetto spinotto



Resistenza del dente:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} \leq 0.02$$

Esempio - tensioni ammissibili

Travetti di solaio:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\emptyset 10 \text{ a travetto}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$3.1 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d =$$

$$= 0.9 \times 0.53 \times 20 \times 22 \times 10^{-1} = 21.0 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo

Travetti di solaio:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\emptyset 10 \text{ a travetto}$$

$$3.1 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d$$

$$V_{Rd1} = 22.2 \text{ kN}$$

$$\tau_{Rd} = 0.25 \text{ MPa}$$

$$k = 1.6 - 0.22 = 1.38$$

$$\rho_l = \frac{3.1}{20 \times 24} = 0.00646$$

$$1.2 + 40 \rho_l = 1.46$$

Confronto

Tensioni ammissibili:

$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d = 21.0 \text{ kN}$$

0.48 $0.48 \times 1.45 = 0.72$

Stato limite ultimo:

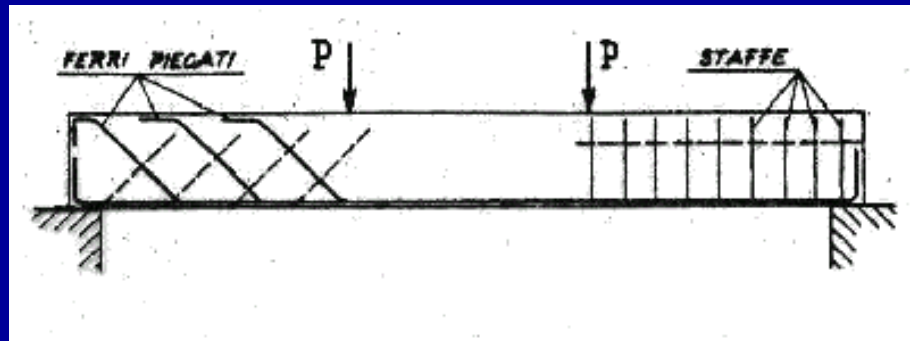
$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d = 22.2 \text{ kN}$$

0.50 $0.25 \div 0.80$

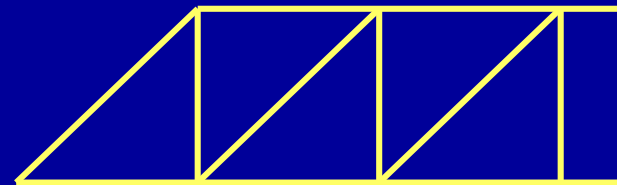
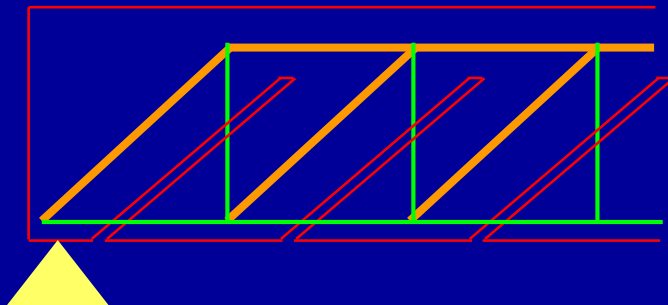
Ma i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, quindi la resistenza è, in proporzione, minore

Resistenza di trave armata a taglio

Modello di calcolo



Traliccio di Mörsch



Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi: $V_{c1} = 0.9 \tau_{c1} b d$

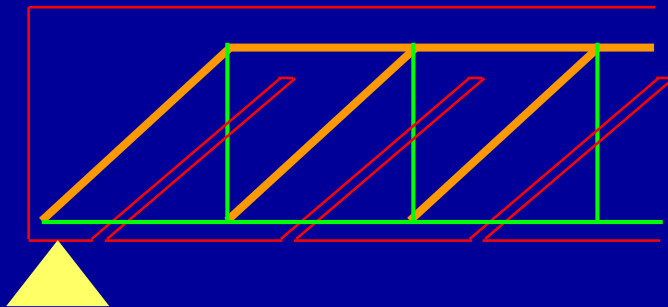
La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Mörsch - schema isostatico

Per staffe: $V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s$

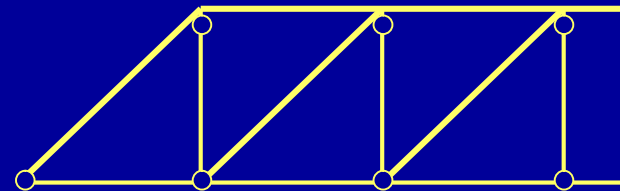
Verifica - stato limite ultimo

Sia la resistenza del calcestruzzo che quella dell'armatura vengono valutate col modello di traliccio

Attenzione: occorre tener conto del fatto che il traliccio è iperstatico



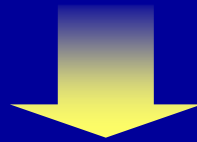
Traliccio iperstatico



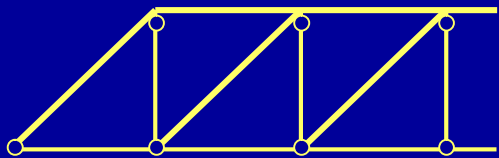
Verifica - stato limite ultimo

In campo lineare, l'iperstaticità del traliccio è irrilevante

Rigidezza estensionale \gg Rigidezza flessionale

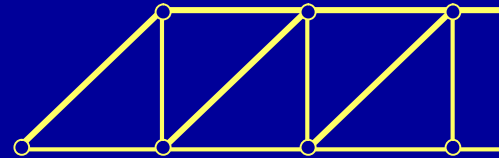


Traliccio iperstatico



=

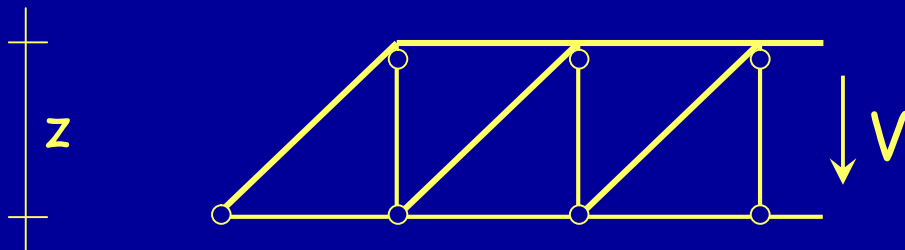
Traliccio isostatico



Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza del calcestruzzo:



$$N_c = V \sqrt{2}$$

$$A_c = b z \sqrt{2}$$

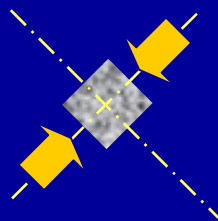
Ponendo

$$\sigma_c = v f_{cd}$$

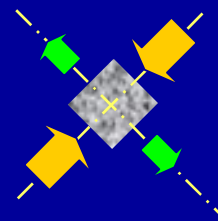
si ottiene

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} b z$$

Notare:



$$\alpha f_{cd}$$



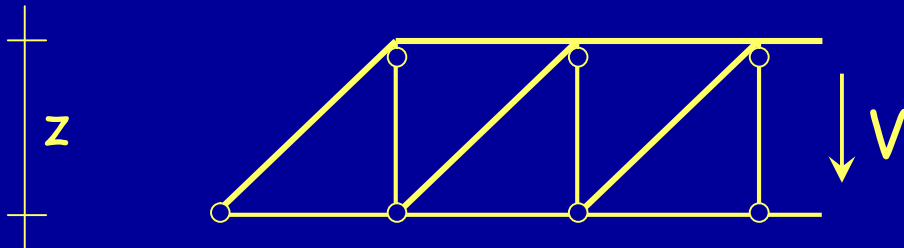
$$v f_{cd}$$

$$v = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200}$$

Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza dell'armatura:



$$N_s = V$$

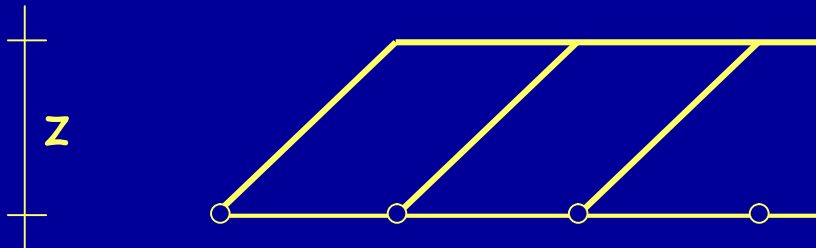
Ponendo $\sigma_s = f_{yd}$ si ottiene

$$V_{wd} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z$$

Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "normale"



Se si rompe prima il calcestruzzo: fine

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} b z$$

Se si snerva l'armatura
scompare l'armatura a taglio

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd}$$

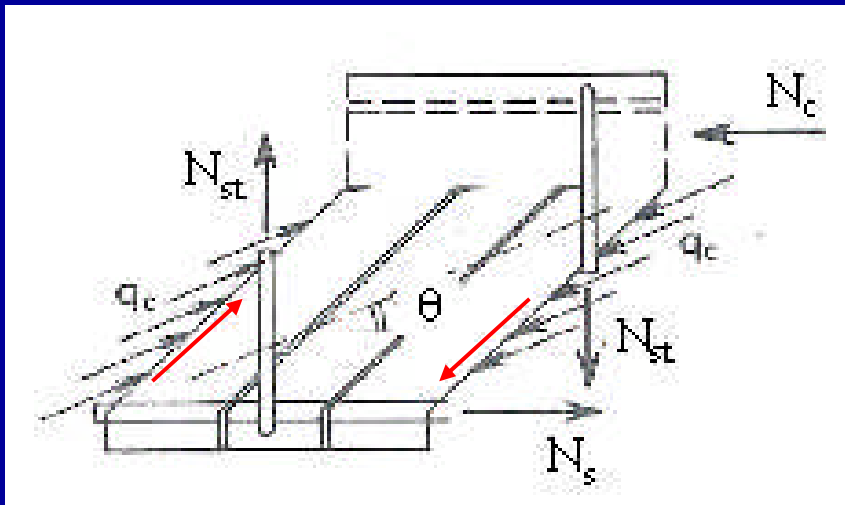
rimane ancora il "pettine"
con la sua resistenza

con $V_{cd} = V_{Rd1}$

Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"



Quando si snerva l'armatura scompare l'armatura a taglio ma per l'ingranamento degli inerti la direzione di compressione si inclina

$$1 \leq \cot \theta \leq 2$$

$$V_{Rd2} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} b z$$

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

Esempio - tensioni ammissibili

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{c1} = 0.9 \tau_{c1} b d =$$

$$= 0.9 \times 1.69 \times 30 \times 46 \times 10^{-1} = 210 \text{ kN}$$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s =$$

$$= 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 255 \times 10^{-3} = 70.7 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo modello "normale"

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 4\text{Ø}14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$\begin{aligned} V_{Rd2} &= \frac{1}{2} v f_{cd} b z = \\ &= \frac{0.596}{2} \times 13.0 \times 30 \times 0.9 \times 46 \times 10^{-1} = 481 \text{ kN} \end{aligned}$$

Esempio - stato limite ultimo modello "normale"

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza dell'armatura si calcola così

$$V_{cd} = V_{Rd1} = 54.3 \text{ kN}$$

$$V_{wd} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d f_{yd} =$$

$$= 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 374 \times 10^{-3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} = 158 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo "inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rd2} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} b z$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rd2} = 481 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow V_{Rd2} = 385 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo

"inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd3} = 207.4 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo "inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)}$$

In definitiva, poiché

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rd2} = 481 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow V_{Rd2} = 385 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 207.4 \text{ kN}$$

si può assumere $\cot \theta = 2$ e $V_{Rd} = 207.4 \text{ kN}$

Confronto - calcestruzzo

Tensioni ammissibili:

$$V_{c1} = 0.9 \tau_{c1} b d = 210 \text{ kN}$$

$$1.52 \quad 1.52 \times 1.45 = 2.28$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$V_{Rd2} = \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta} v f_{cd} 0.9 b d = 385 \text{ kN}$$

$$3.10$$

$$\cot\theta = 1 \Rightarrow 3.87$$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è, in proporzione, maggiore

Confronto - armatura

Tensioni ammissibili:

$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \overline{\sigma}_s = 70.7 \text{ kN}$$

255 $255 \times 1.45 = 370$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d f_{yd} \cot\theta = 207.4 \text{ kN}$$

748 $\cot\theta = 1 \Rightarrow 374$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio è il doppio)

Progetto dell'armatura

Tensioni ammissibili:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$V = 85 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{V}{0.9 d \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{85}{0.9 \times 46 \times 255} \times 10^3 = 8.1 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$V_{Sd} = 120 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{V_{Sd}}{0.9 d f_{yd} \cot\theta} \\ &= \frac{120}{0.9 \times 46 \times 374 \times 2} \times 10^3 = 3.9 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Minimi di armature

Area minima delle staffe:

$$\rho = \frac{A_{st}}{b s} \geq \rho_{min}$$

ρ_{min} dipende dalle caratteristiche dei materiali impiegati

Valori di ρ_{min}

Classi di calcestruzzo	Classi di acciaio		
	S220	S400	S500
C12/15 - C20/25	0.0016	0.0009	0.0007
C25/30 - C35/45	0.0024	0.0013	0.0011
C40/50 - C50/60	0.0030	0.0016	0.0013

Minimi di armature

Area minima delle staffe:

$$\rho = \frac{A_{st}}{b s} \geq \rho_{min}$$

ρ_{min} dipende dalle caratteristiche dei materiali impiegati

Passo delle staffe:

deve essere non superiore a

$$s \leq 0.8 d \leq 30 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} \leq 1/5 V_{Rd2}$$

$$s \leq 0.6 d \leq 30 \text{ cm}$$

$$1/5 V_{Rd2} < V_{Sd} \leq 2/3 V_{Rd2}$$

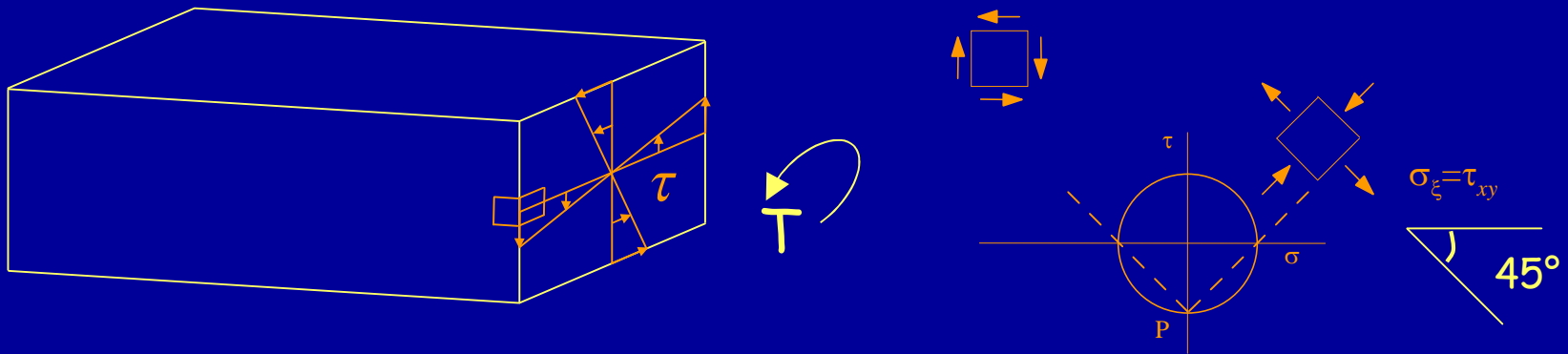
$$s \leq 0.3 d \leq 20 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} > 2/3 V_{Rd2}$$

Torsione

Comportamento di una trave

1 - calcestruzzo resistente a trazione

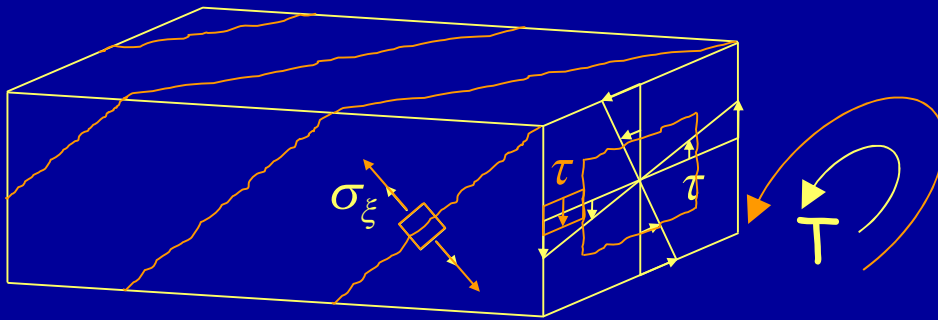


Per bassi livelli di sollecitazioni, la torsione è fronteggiata dallo stato tensionale che si sviluppa nel calcestruzzo.

Le armature non partecipano efficacemente alla resistenza strutturale.

Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione



Aumentando il momento torcente ...

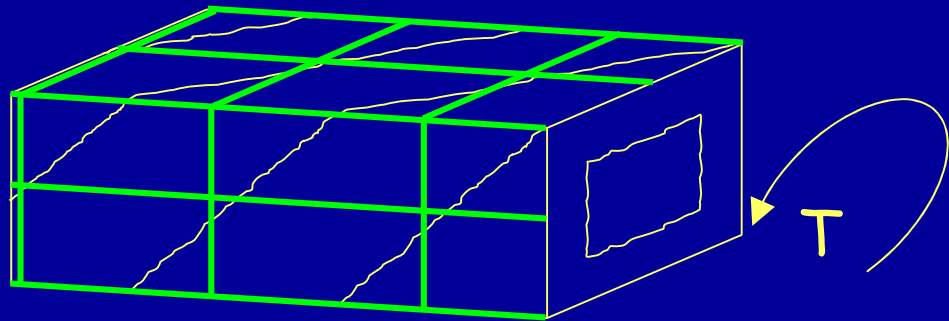
... il calcestruzzo si fessura

Armatura a torsione

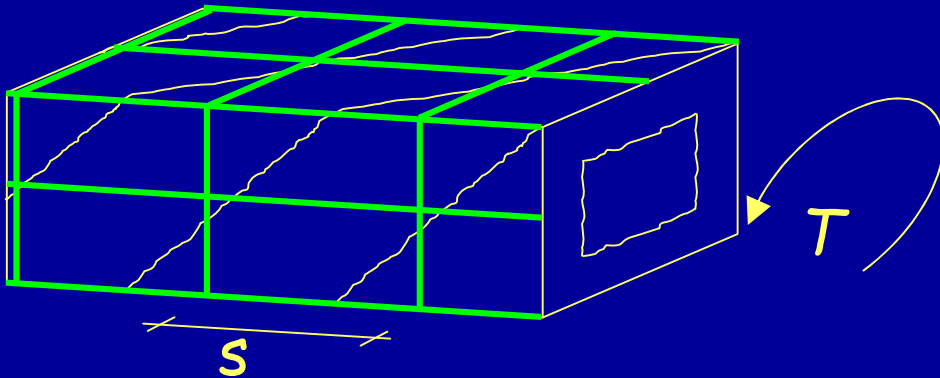


... a spirale

... con staffe e
ferri longitudinali



Modello di calcolo



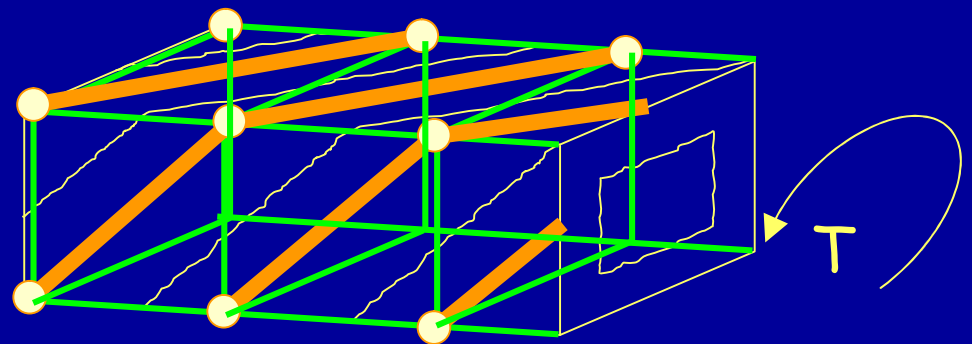
Stirrenti tesi

Erretridizionali

Digestatuzo compressi

Aste incernierate

Traliccio di Rausch

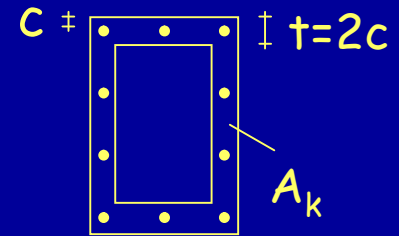


Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi:

$$T_{c1} = 2 A_k \tau_{c1}$$



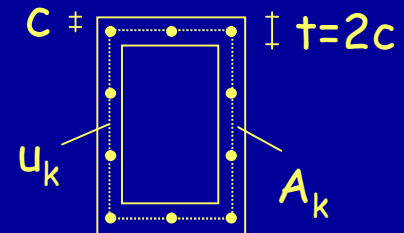
La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Rausch

Per le staffe:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s$$

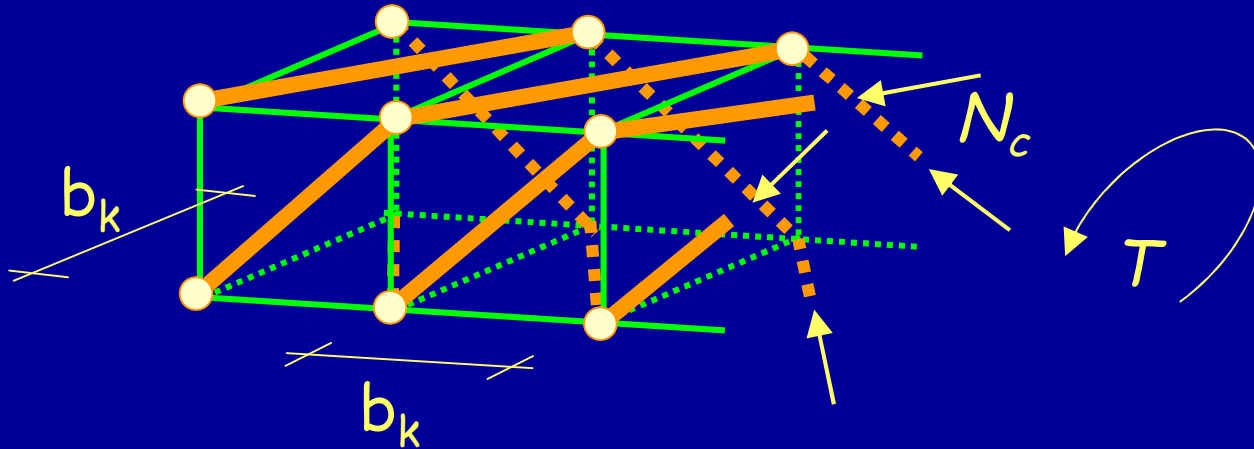
Per i ferri longitudinali:

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s$$



Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$
$$A_c = \frac{t b_k}{\sqrt{2}}$$

con $t = 2c$

Ponendo $\sigma_c = v f_{cd}$ si ottiene $T_{Rd1} = v f_{cd} t A_k$

$$v = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0.5$$

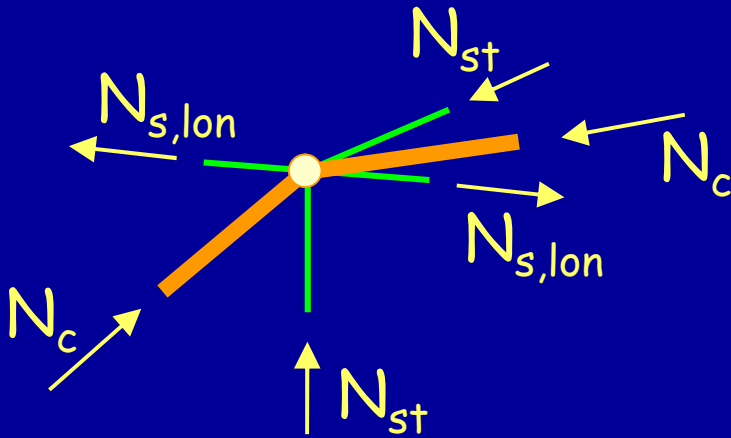
$$v = 0.7 \left(0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \right) \geq 0.35$$

Travi a cassone con armatura su entrambe le facce

Armatura sul perimetro esterno

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza dell'armatura:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$

$$N_{st} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

$$N_{s,lon} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

Ponendo $\sigma_{st} = f_{yd}$ si ottiene

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s}$$

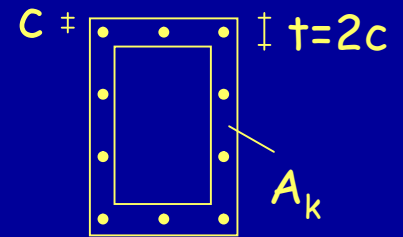
Ponendo $\sigma_{s,lon} = f_{yd}$ si ottiene

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k}$$

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo

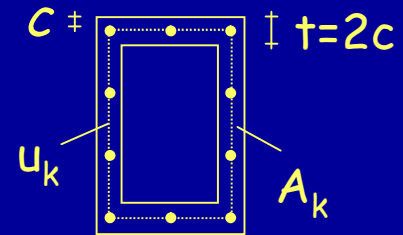
$$T_{Rd1} = \nu f_{cd} t A_k$$



Resistenza dell'armatura

Staffe:

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s}$$



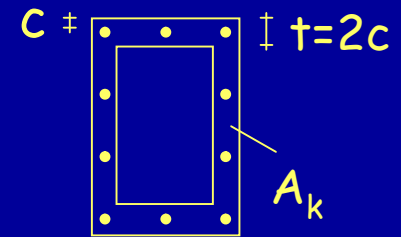
Ferri longitudinali:

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k}$$

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo

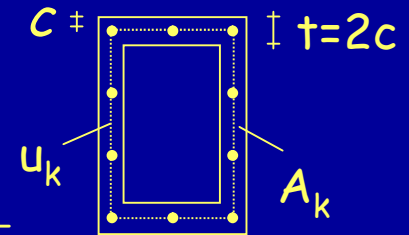
$$T_{Rd1} = \frac{2 v f_{cd} t A_k}{\cot \theta + \tan \theta}$$



Resistenza dell'armatura

Staffe: $T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s} \cot \theta$

Ferri longitudinali: $T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \frac{1}{\cot \theta}$



Per effetto dell'ingranamento degli inerti i puntoni di calcestruzzo si inclinano ($1 \leq \cot \theta \leq 2$)

Esempio - tensioni ammissibili

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)} \\ c = 4 \text{ cm} & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza della trave a torsione è

$$\begin{aligned} T_{c1} &= 2 A_k t \tau_{c1} = \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 8 \times 1.69 \times 10^{-3} = 25 \text{ kN m} \end{aligned}$$

La resistenza dell'armatura è

$$\begin{aligned} T_{st} &= 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s = \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 3.4 \times 255 \times 10^{-5} = 16 \text{ kN m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{s,lon} &= 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 0.096 \times 255 \times 10^{-3} = 45 \text{ kN m} \end{aligned}$$

Esempio - stato limite ultimo

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza della trave a torsione è

$$T_{Rd1} = \frac{2 v f_{cd} t A_k}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad T_{Rd1} = 40 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad T_{Rd1} = 32 \text{ kN m}$$

Esempio - stato limite ultimo

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza dell'armatura è

Staffe:
$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s} \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rd2} = 24 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow T_{Rd2} = 47 \text{ kN m}$$

Ferri longitudinali:
$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rd2} = 66 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow T_{Rd1} = 33 \text{ kN m}$$

Confronto - calcestruzzo

Tensioni ammissibili:

$$T_{c1} = 2 \tau_{c1} A_k t = 25 \text{ kN m}$$

$$1.68 \quad 1.68 \times 1.45 = 2.44$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd1} = 2 \frac{v f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta} A_k t = 32 \text{ kN m}$$

$$2.17 \quad \cot\theta = 1 \Rightarrow 2.70$$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è, in proporzione, simile

Confronto - staffe

Tensioni ammissibili:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s = 16 \text{ kN m}$$

$$255 \quad 255 \times 1.45 = 370$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd2} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd} \cot\theta = 47 \text{ kN m}$$

$$748 \quad \cot\theta = 1 \Rightarrow 374$$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio è il doppio)

Confronto - armatura longitudinale

Tensioni ammissibili:

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \left(\bar{\sigma}_s \right) = 45 \text{ kN m}$$

255 $255 \times 1.45 = 370$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd2} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \left(\frac{f_{yd}}{\cot\theta} \right) = 33 \text{ kN m}$$

187 $\cot\theta = 1 \Rightarrow 374$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente minore (nell'esempio è la metà)

Progetto delle staffe

Tensioni ammissibili:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{T}{2 A_k \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{T_{Sd}}{2 A_k f_{yd} \cot \theta}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$T = 18 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{T}{2 A_k \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{18}{2 \times (22 \times 42) \times 255} \times 10^5 = 3.8 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Sd} = 26 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{T_{Sd}}{2 A_k f_{yd} \cot\theta} \\ &= \frac{26}{2 \times (22 \times 42) \times 374 \times 2} \times 10^5 = 1.9 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Progetto dell'armatura longitudinale

Tensioni ammissibili:

$$A_{s,lon} = \frac{T u_k}{2 A_k \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$A_{s,lon} = \frac{T_{Sd} u_k \cot \theta}{2 A_k f_{yd}}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$T = 18 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} A_{s,lon} &= \frac{T u_k}{2 A_k \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{18 \times (2 \times (22 + 42))}{2 \times (22 \times 42) \times 255} \times 10^3 = 4.9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Sd} = 26 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} A_{s,lon} &= \frac{T_{Sd} u_k \cot\theta}{2 A_k f_{yd}} \\ &= \frac{26 \times (2 \times (22 + 42)) \times 2}{2 \times (22 \times 42) \times 374} \times 10^3 = 9.6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Torsione e taglio

Calcestruzzo:

$$\left(\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} \right)^2 + \left(\frac{T_{Sd}}{T_{Rd1}} \right)^2 \leq 1$$

Staffe:

- si progettano separatamente, per la torsione e per il taglio e si sommano.
- l'angolo θ deve essere uguale per la torsione e per il taglio.

Minimi di armature

Staffe:

- limiti validi per il taglio
- la distanza longitudinale fra le staffe deve essere non maggiore di $u_k/8$

Armatura longitudinale:

- almeno una barra per spigolo
- distanza tra le barre non superiore a 35 cm

Seconda parte

Considerazioni sul calcolo in zona sismica

Catanzaro, 23 febbraio 2007

Aurelio Ghersi

Norme Tecniche per le Costruzioni

capitolo 10

10.7.1

Giudizio motivato di accettabilità dei risultati

Il progettista deve effettuare una valutazione complessiva circa l'affidabilità dei risultati ottenuti dall'analisi automatica.

Tale valutazione consisterà nel confronto con i risultati di semplici calcoli, anche di larga massima, eseguiti con metodi tradizionali e adottati, ad esempio, in fase di primo proporzionamento della struttura.

Come fare?

Inoltre, sulla base di considerazioni riguardanti gli stati tensionali e deformativi determinati, valuterà la consistenza delle scelte operate in sede di schematizzazione e di modellazione della struttura e delle azioni.

Nella relazione devono essere elencati e sinteticamente illustrati i controlli svolti, quali verifiche di equilibrio tra reazioni vincolari e carichi applicati, comparazioni tra i risultati delle analisi e quelli di valutazioni semplificate, etc.

Siamo in grado di valutare in maniera approssimata le azioni sulla struttura (carichi verticali, azione sismica)?

Siamo in grado di valutare in maniera approssimata l'effetto di tali azioni sulla struttura?

Siamo in grado di valutare in maniera approssimata l'effetto delle diverse combinazioni di carico?

Azioni

- **Carichi verticali**
La valutazione dei carichi verticali sulle travi è ben nota
- **Azioni da sisma**
È possibile determinare con buona approssimazione le masse e le forze statiche (vedremo tra poco)
Con un po' di esperienza si può gestire il "passaggio" da analisi statica ad analisi modale

Effetto delle azioni

- Carichi verticali

L'effetto dei carichi verticali sulle travi può essere ben stimato con formule approssimate (Es. $q l^2 / 10$)

- Azioni da sisma

È possibile determinare con discreta approssimazione l'effetto delle forze statiche (vedremo tra poco)

Combinazioni di carico

- Quante combinazioni di carico?
Con le nuove norme si arriva ad almeno 33 combinazioni di carico
È possibile (e necessario, per non impazzire) valutare in maniera sintetica l'effetto delle varie combinazioni
È essenziale distinguere tra schemi base e loro combinazione (vedremo tra poco)

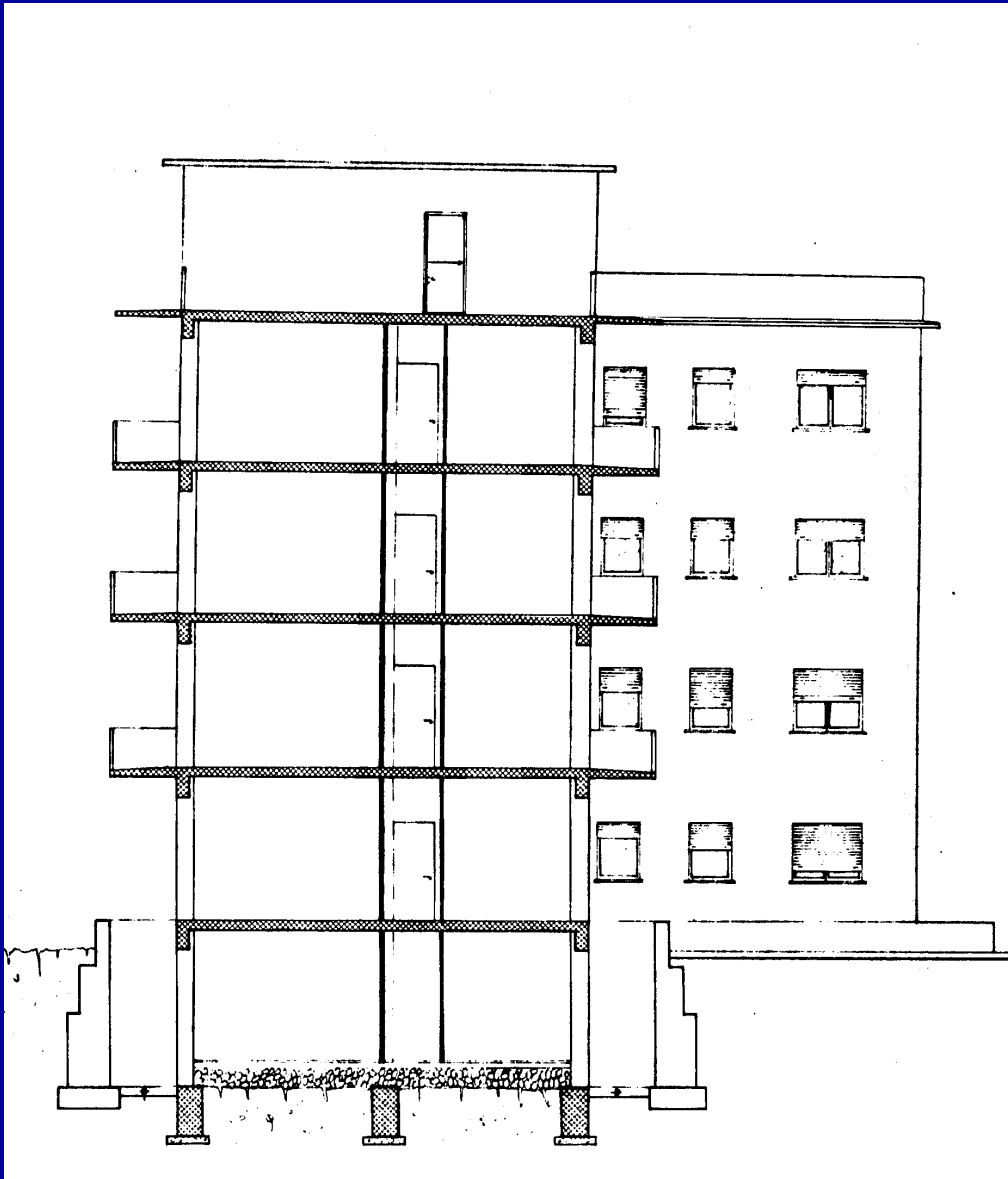
Masse e forze

Masse

In un edificio in cemento armato il peso delle masse di piano corrisponde in genere ad una incidenza media di $8\div 11 \text{ kN/m}^2$

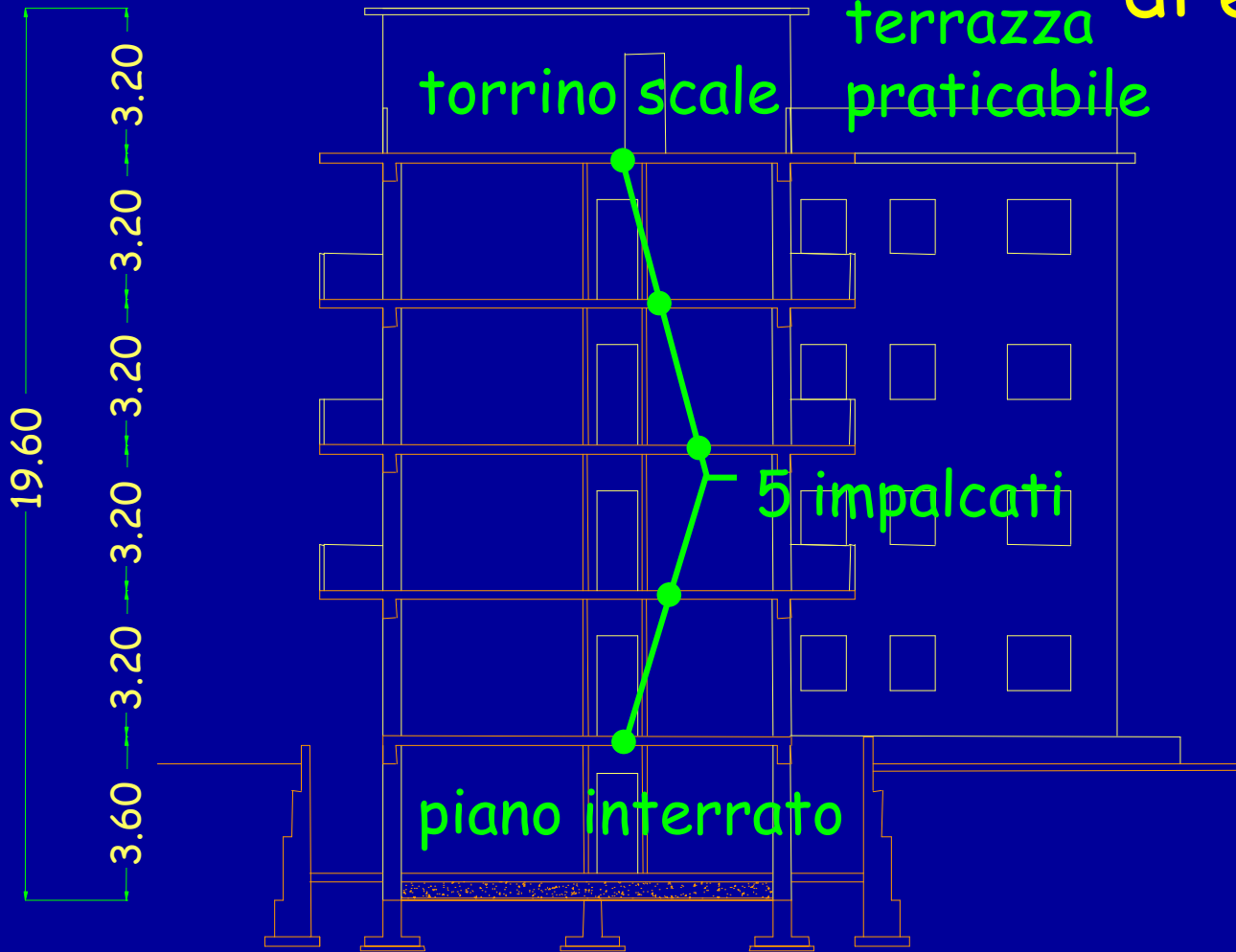
Una valutazione di prima approssimazione del peso delle masse a ciascun piano può essere ottenuta moltiplicando la superficie totale dell'impalcato per 10 kN/m^2 (9 kN/m^2 in copertura, per la minore incidenza delle tamponature)

Edificio di esempio



Sezione

Edificio di esempio

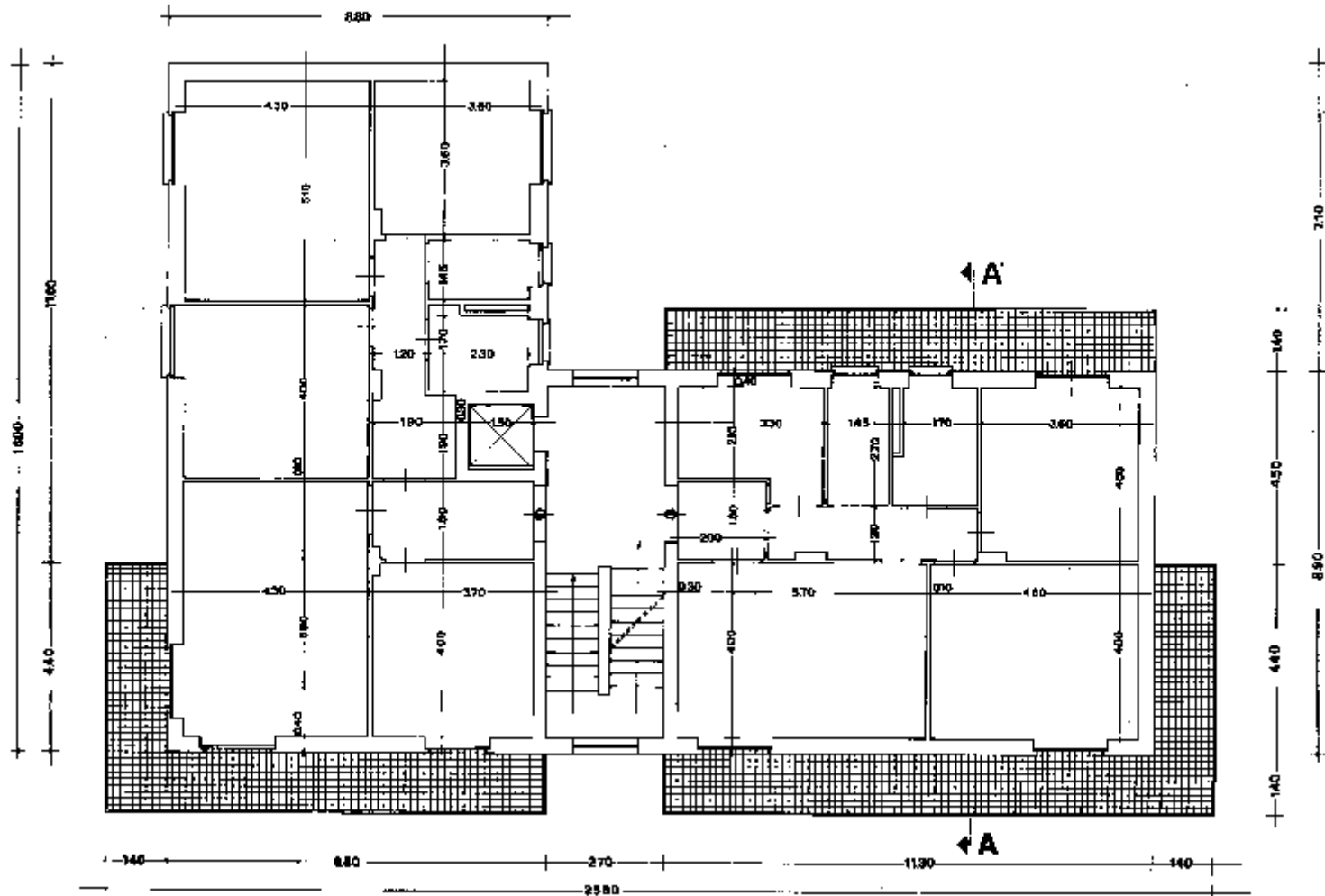


Sismicità media
= zona 2

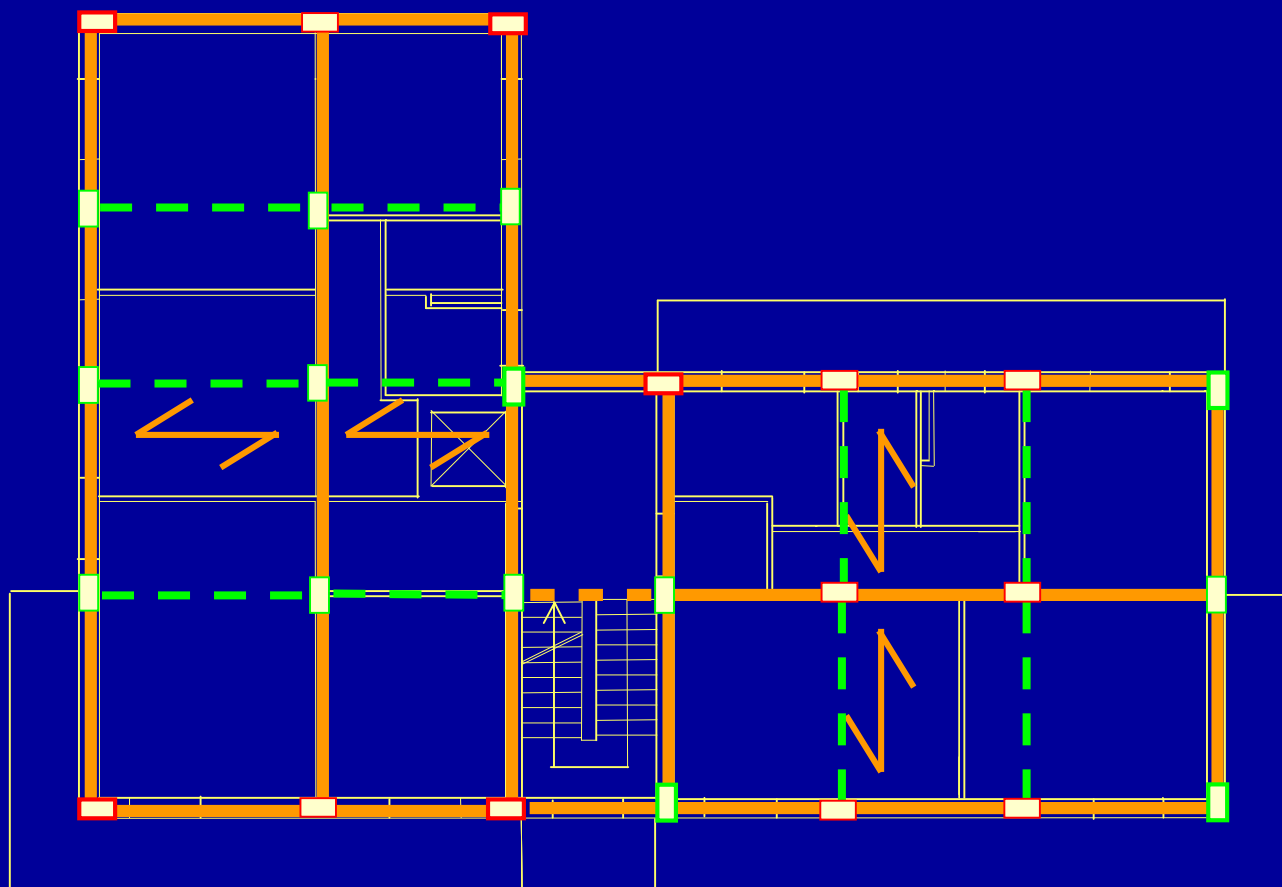
Terreno
costituito da
sabbie e ghiaie
mediamente
addensate

Sezione

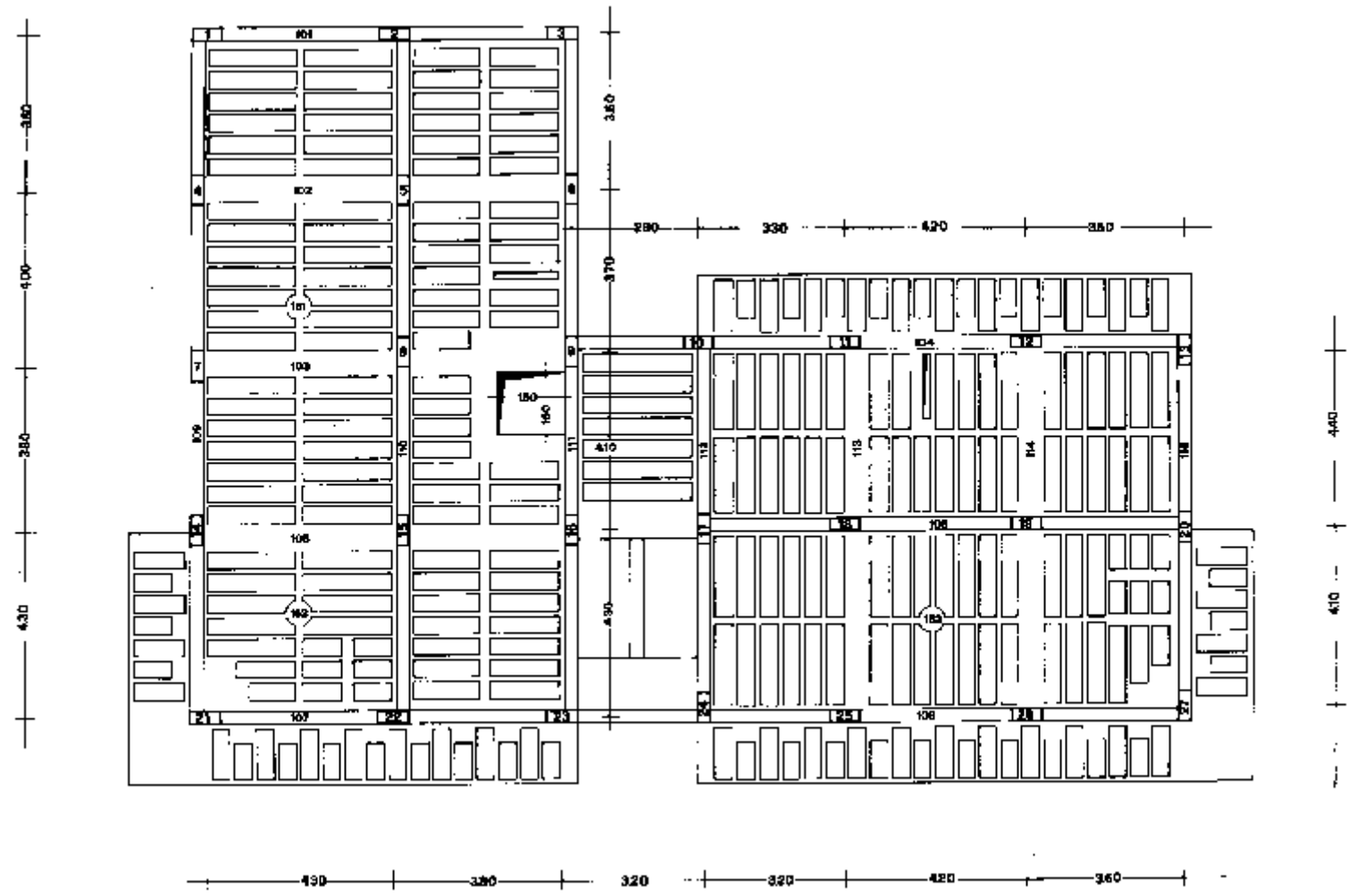
Piano tipo



Schema della carpenteria



Carpenteria



Stima delle masse

La superficie degli impalcati nell'edificio in esame è

Torrino scala: $S = 48.0 \text{ m}^2$

V impalcato: $S = 331.9 \text{ m}^2$

Piano tipo: $S = 323.5 \text{ m}^2$

Per il piano terra: $S = 263.2 \text{ m}^2$

Nota: il torrino scala può essere accorpato al 5° impalcato, ottenendo

Torrino + V impalcato: $S = 379.9 \text{ m}^2$

Stima delle masse

Impalcato	Superficie m ²	Incidenza kN/m ²	Peso kN
Torrino + V	379.9	9.0	3419
IV, III, II	323.5	10.0	3235
I	263.2	10.0	2632

Peso totale = 15756 kN

Stima delle forze

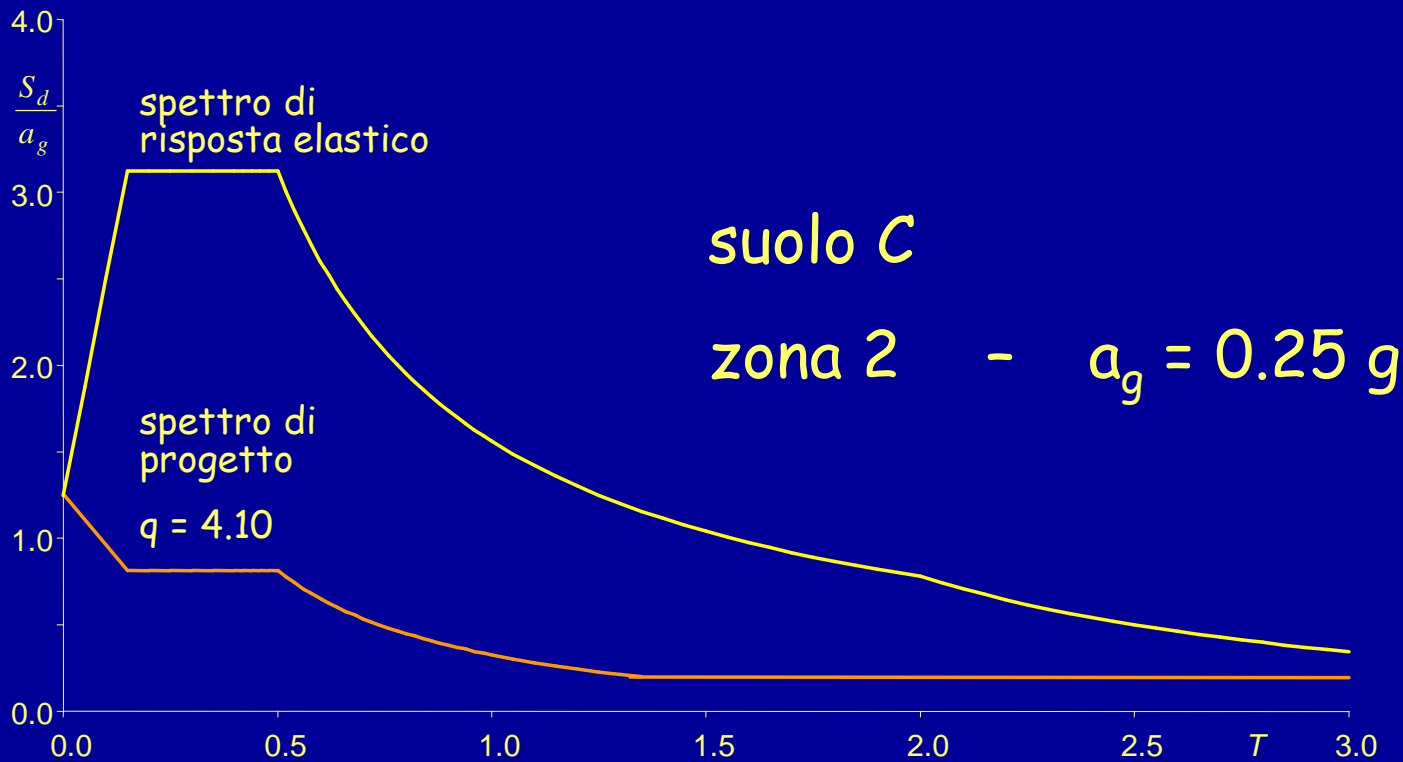
1. Scelta dello spettro

Nel caso in esempio, quello per suolo C

2. Assegnazione del fattore di struttura

Nel caso in esempio (struttura intelaiata a più piani e più campate, regolare in altezza, classe di duttilità B) $q = 4.10$

Spettro di progetto



Stima delle forze

3. Stima del periodo

Si può assumere

$$T_1 = C_1 H^{3/4}$$

con

$$C_1 = 0.075$$

per strutture intelaiate in c.a.

H = altezza dell'edificio dal piano di fondazione (m)

Nell'esempio:

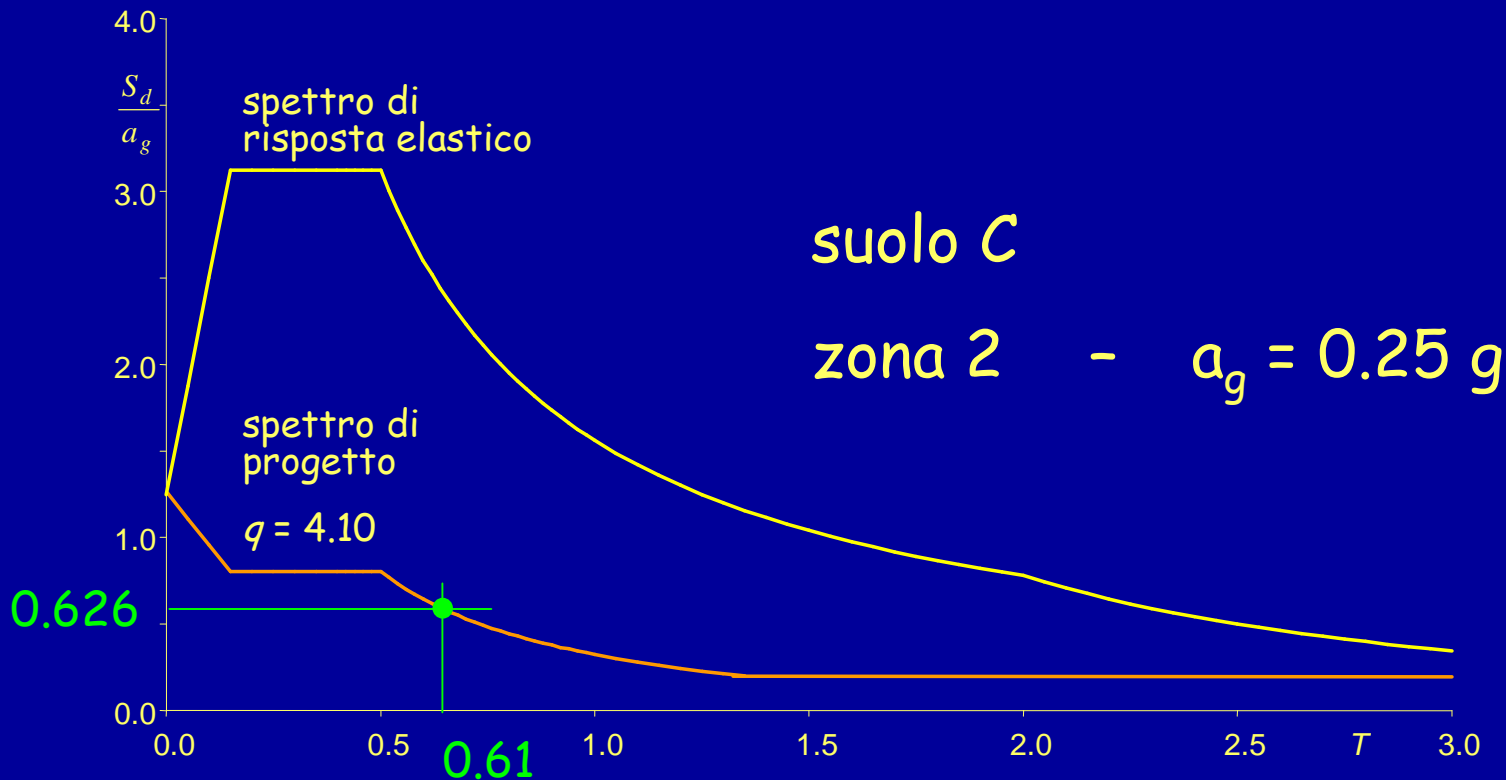
$$H = 16.40 \text{ m} \quad (\text{escluso torrino})$$

$$T_1 = 0.075 \times 16.40^{3/4} = 0.61 \text{ s}$$

Stima delle forze

4. Valutazione dell'ordinata spettrale

$$S_d = 0.626 \times 0.25 \text{ g} = 0.156 \text{ g}$$



Stima delle forze

5. Valutazione delle forze (per analisi statica)

Taglio alla base $V_b = 0.85 \sum_{i=1}^n m_i S_d(T_1) =$
 $= 0.85 \times 15756 \times 0.156 = 2089.2 \text{ kN}$

Forza al piano $F_k = \frac{m_k z_k}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} V_b$

Stima delle forze

5. Valutazione delle forze (per analisi statica)

Piano	Peso W (kN)	Quota z (m)	Wz (kNm)	Forza F (kN)	Taglio V (kN)
5+torrino	3419	16.40	56072	720.5	720.5
4	3235	13.20	42702	548.7	1269.2
3	3235	10.00	32350	415.7	1684.8
2	3235	6.80	21998	282.7	1967.5
1	2632	3.60	9475	121.7	2089.2
somma	15756		162597		

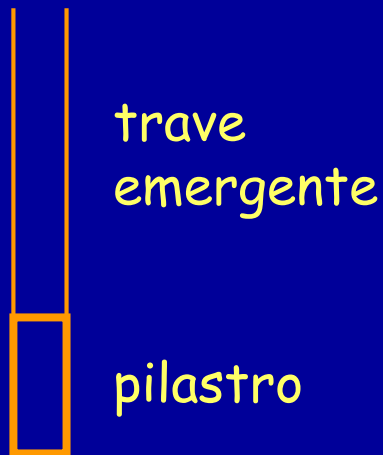
Effetto delle forze

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri
"che contano"

Elementi resistenti alle azioni orizzontali

Nell'edificio si hanno travi sia emergenti che a spessore e pilastri rettangolari



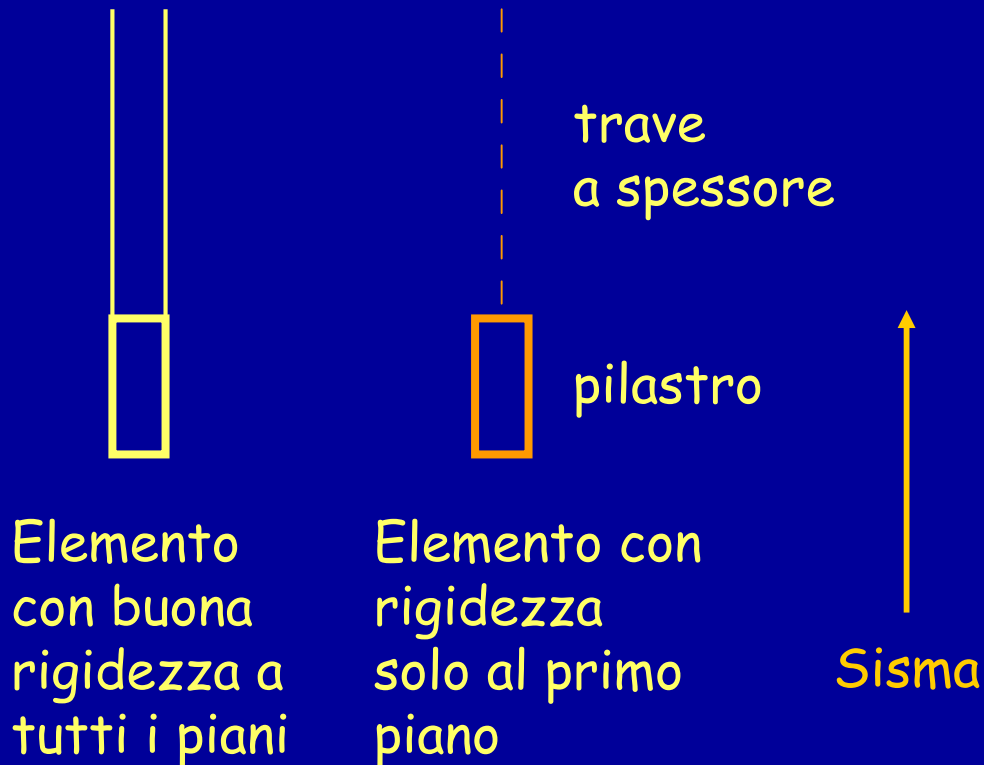
Elemento
con buona
rigidezza a
tutti i piani

La resistenza all'azione
sismica è affidata
ai pilastri allungati nella
direzione del sisma
ed accoppiati a travi
emergenti



Elementi resistenti alle azioni orizzontali

In realtà si hanno travi sia emergenti che a spessore
e pilastri rettangolari



Un pilastro rigido accoppiato ad una trave a spessore fornisce un contributo basso a tutti i piani, tranne che al primo

Elementi resistenti alle azioni orizzontali

In realtà si hanno travi sia emergenti che a spessore
e pilastri rettangolari



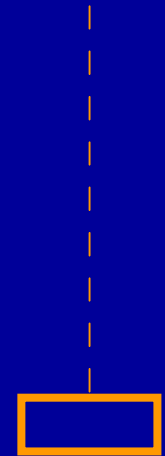
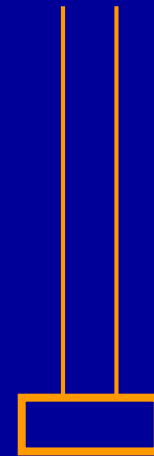
Elemento
con buona
rigidezza a
tutti i piani



Elemento con
rigidezza
solo al primo
piano



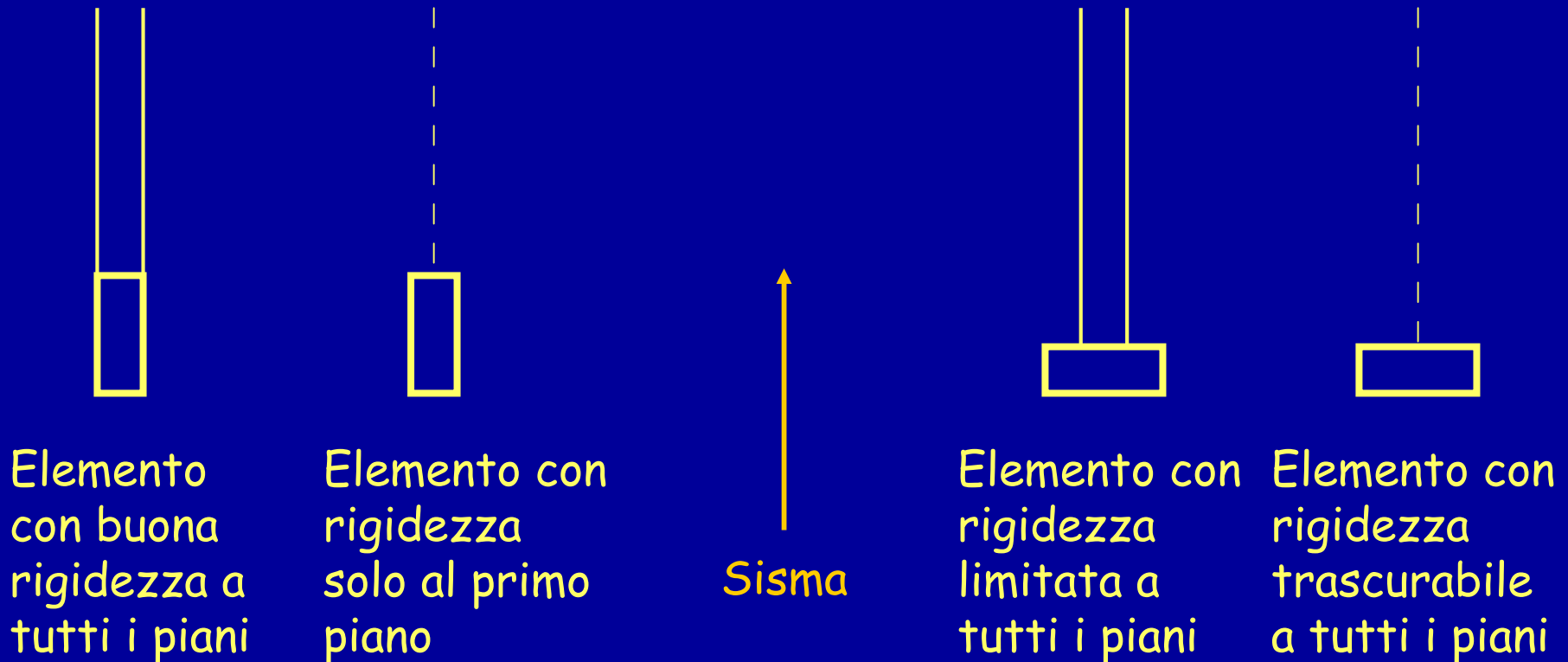
Sisma



I pilastri con inerzia
minima danno contributo
in prima approssimazione
trascurabile

Elementi resistenti alle azioni orizzontali

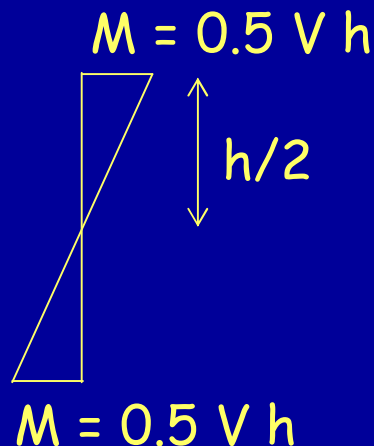
In realtà si hanno travi sia emergenti che a spessore
e pilastri rettangolari



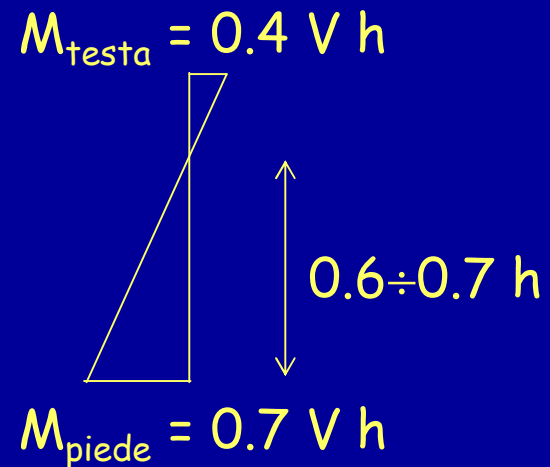
Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri "che contano" (pilastri allungati nella direzione del sisma e collegati con una trave emergente)
2. Valutare il momento nei pilastri

ai piani superiori

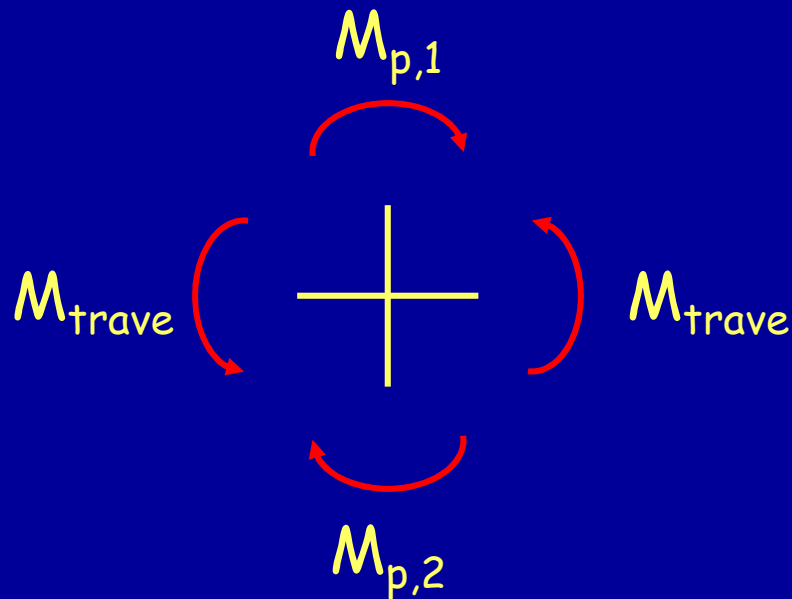


al primo ordine



Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

3. Valutare i momenti nelle travi



Per l'equilibrio:

$$M_{trave} = \frac{M_{p,1} + M_{p,2}}{2}$$

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

4. Incrementare i momenti per tenere conto di:

Eccentricità propria

Dipende da quanto è dissimmetrica la struttura

Eccentricità accidentale

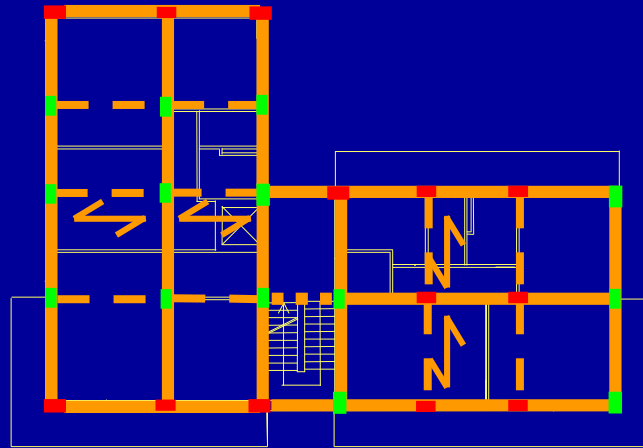
Se la struttura è sufficientemente rigida
torsionalmente, incrementare del 15%

Effetto del sisma nell'altra direzione

Dipende anche questo dalla dissimmetria della
struttura

Caratteristiche della sollecitazione 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)
5	720.5
4	1269.2
3	1684.8
2	1967.5
1	2089.2



I pilastri (tutti uguali) sono:
13 allungati in direzione x
14 allungati in direzione y

Ripartisco il taglio globale
tra 13 pilastri (direzione x)

Caratteristiche della sollecitazione 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)
5	720.5	55.4
4	1269.2	97.6
3	1684.8	129.6
2	1967.5	151.3
1	2089.2	160.7

Volendo, potrei ridurre il taglio di un 20%, per tener conto del contributo dei pilastri "deboli"

Caratteristiche della sollecitazione

2 - momento nei pilastri

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kN)
5	720.5	55.4	88.7
4	1269.2	97.6	156.2
3	1684.8	129.6	207.4
2	1967.5	151.3	242.2
1 testa	2089.2	160.7	231.4
piede			405.0

$$M = V h / 2$$

$$M = V 0.4 h$$

$$M = V 0.7 h$$

Caratteristiche della sollecitazione

3 - momento nelle travi

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kN)	Momento trave (kN)
5	720.5	55.4	88.7	44.3
4	1269.2	97.6	156.2	122.4
3	1684.8	129.6	207.4	181.8
2	1967.5	151.3	242.2	224.8
1 testa	2089.2	160.7	231.4	236.8
piede			405.0	

$$M_{+} = M_{p5}/2$$

$$M_{+} = (M_{p5} + M_{p4})/2$$

Caratteristiche della sollecitazione 4 - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kN)	Momento trave (kN)
5	720.5	55.4	88.7	44.3
4	1269.2	97.6	156.2	122.4
3	1684.8	129.6	207.4	181.8
2	1967.5	151.3	242.2	224.8
1 testa	2089.2	160.7	231.4	236.8
piede			405.0	

Caratteristiche della sollecitazione

4 - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kN)	Momento trave (kN)
5	720.5	55.4	102.0	44.3
4	1269.2	97.6	179.6	122.4
3	1684.8	129.6	238.5	181.8
2	1967.5	151.3	278.5	224.8
1 testa	2089.2	160.7	266.1	236.8
piede			465.7	

+15%

Caratteristiche della sollecitazione 4 - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kN)	Momento trave (kN)
5	720.5	55.4	102.0	51.0
4	1269.2	97.6	179.6	140.8
3	1684.8	129.6	238.5	209.1
2	1967.5	151.3	278.5	258.5
1 testa	2089.2	160.7	266.1	272.3
piede			465.7	

+15%

Combinazioni di carico

Quante combinazioni di carico?

In assenza di sisma:

- schema base, col carico verticale massimo ($g_d + q_d$) su tutte le campate di trave
- eventuali altri schemi col carico variabile a scacchiera

Nota: l'effetto del carico variabile a scacchiera può essere stimato in maniera approssimata

Con le vecchie norme l'effetto dei soli carichi verticali era compreso tra i valori dovuti a $q \pm F$

Ora invece no, perché in presenza di sisma i carichi verticali sono ridotti

Quante combinazioni di carico?

In presenza di sisma:

- 1 • carico verticale con valore ridotto ($g_k + \psi_2 q_k$) su tutte le campate di trave
- 2 • forze sismiche (statiche o modali) in direzione x / y
- 4 • verso delle forze sismiche: positivo / negativo
- 8 • eccentricità accidentale: positiva / negativa
- 16 • forze in una direzione più 0.3 forze nell'altra direzione, prese col segno: positivo / negativo
- 32 • eccentricità nell'altra direzione: positiva / negativa

Azione sismica principale	segno	eccentricità	Azione sismica secondaria	eccentricità	N° comb.
E_x	+	$+ e_y$	$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	1
				$- e_x$	2
			$- 0.3 E_y$	$+ e_x$	3
				$- e_x$	4
		$- e_y$	$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	5
				$- e_x$	6
			$- 0.3 E_y$	$+ e_x$	7
				$- e_x$	8
	-	$+ e_y$	$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	9
				$- e_x$	10
			$- 0.3 E_y$	$+ e_x$	11
				$- e_x$	12
		$- e_y$	$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	13
				$- e_x$	14
			$- 0.3 E_y$	$+ e_x$	15
				$- e_x$	16
E_y	+	$+ e_x$	$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	17
				$- e_y$	18
			$- 0.3 E_x$	$+ e_y$	19
				$- e_y$	20
		$- e_x$	$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	21
				$- e_y$	22
			$- 0.3 E_x$	$+ e_y$	23
				$- e_y$	24
	-	$+ e_x$	$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	25
				$- e_y$	26
			$- 0.3 E_x$	$+ e_y$	27
				$- e_y$	28
		$- e_x$	$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	29
				$- e_y$	30
			$- 0.3 E_x$	$+ e_y$	31
				$- e_y$	32

Tante combinazioni di carico... Come gestirle?

Risultati dettagliati per tutte le combinazioni di carico?

Una montagna di valori (e di carta) che nessuno avrà mai il coraggio di esaminare
(inoltre: che senso ha per me giudicare l'effetto di, ad esempio,
 $q - F_x + e_{ay} - 0.3 F_y - e_{ax}$?)

Inviluppo dei risultati di tutte le combinazioni di carico?

Mi dice solo se la verifica è soddisfatta o no;
ma come capire il comportamento della struttura?

Tante combinazioni di carico... Come gestirle?

Risultati dettagliati degli schemi base, più involuppo dei risultati di tutte le combinazioni di carico?

Dai risultati di ciascuno schema base posso capire il comportamento della struttura

L'involuppo mi fornisce il giudizio complessivo

Schemi base suggeriti:

1. carichi verticali max (senza sisma)
2. carichi verticali min (con sisma)
3. forze in direzione x (statiche o modali)
4. forze in direzione y (statiche o modali)

coppie (statiche) ←

5. eccentricità accidentale per forze in dir. x
6. eccentricità accidentale per forze in dir. y

Giudicare gli schemi base e le combinazioni di carico

Carichi verticali:
siamo già abituati ad esaminarli e giudicarli

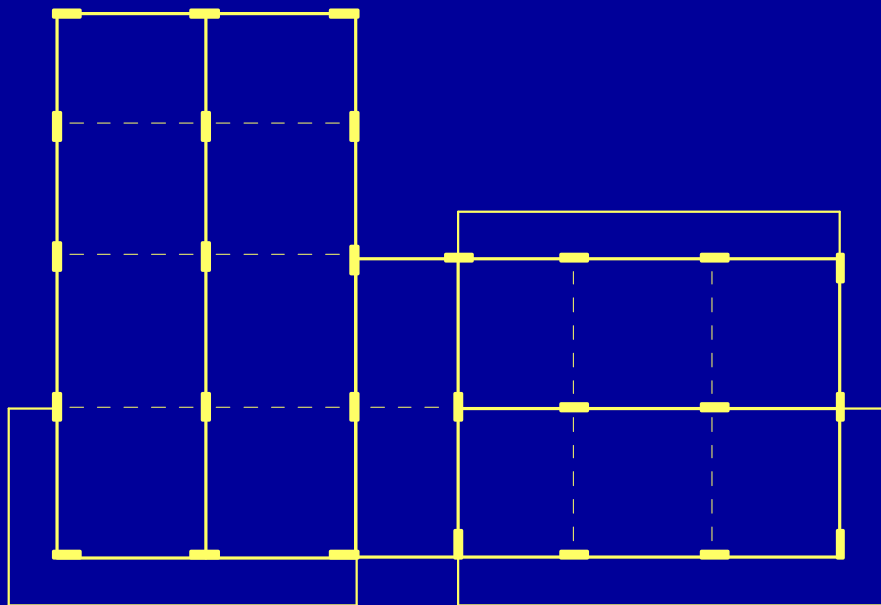
Forze orizzontali (analisi statica o modale):
qualche breve considerazione...

Un mare di numeri. Come non perdersi?

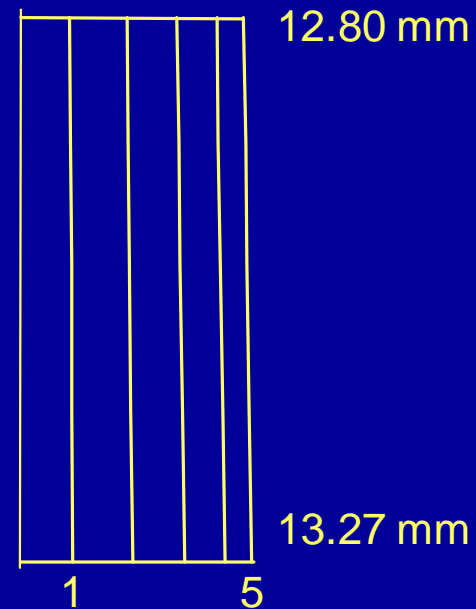
Analisi statica

- Esaminare gli spostamenti prodotti dalle forze nelle due direzioni
 - spostamenti analoghi nelle due direzioni o molto diversi?
 - solo traslazione, rotazione dell'impalcato modesta oppure forte?
- Stimare e controllare il periodo
- Esaminare i momenti massimi nei pilastri e nelle travi
 - rispettano le previsioni o no?

Spostamenti

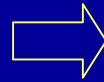


Spostamenti per F_x

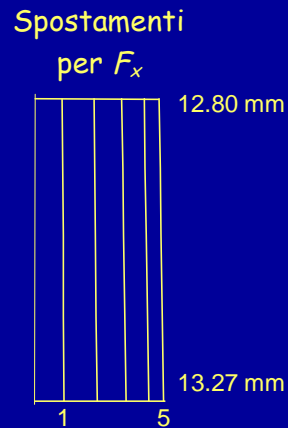
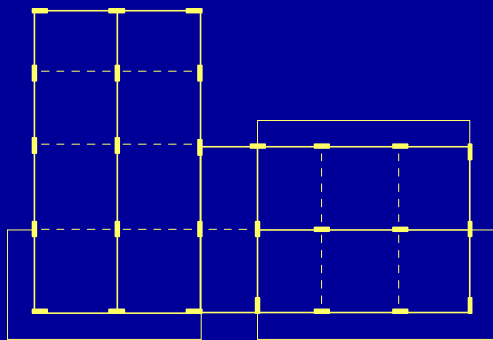


Spostamenti

Rotazione non trascurabile per forze in direzione y



La parte destra andrebbe irrigidita



mediamente, spostamenti analoghi nelle due direzioni (ma i massimi per F_y sono maggiori di circa il 25%)

Spostamenti per forze in direzione x uniformi

Periodo proprio della struttura (Metodo di Rayleigh)

Una buona stima del periodo si ottiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

m_i : massa di piano

F_i : Forza di piano

u_i : spostamento del baricentro di piano
(provocato dalla forze F_i)

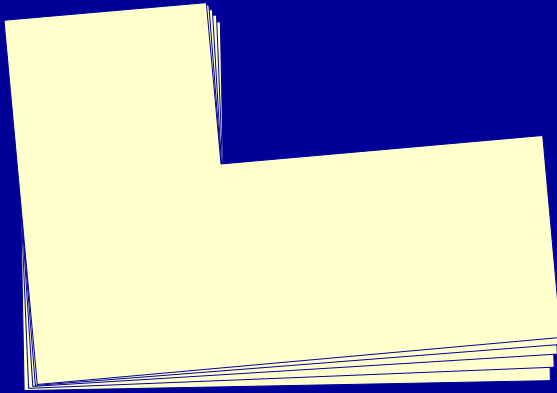
Un mare di numeri. Come non perdersi?

Analisi modale

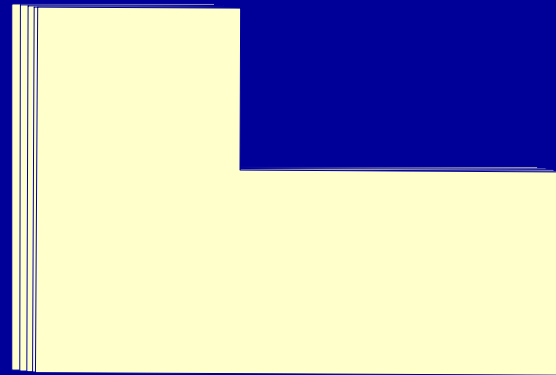
- Esaminare l'inviluppo delle deformate modali, per le due direzioni del sisma
 - spostamenti analoghi nelle due direzioni o molto diversi?
 - solo traslazione, rotazione dell'impalcato modesta oppure forte?
- Esaminare i momenti massimi nei pilastri e nelle travi
 - rispettano le previsioni o no?

Deformate modali

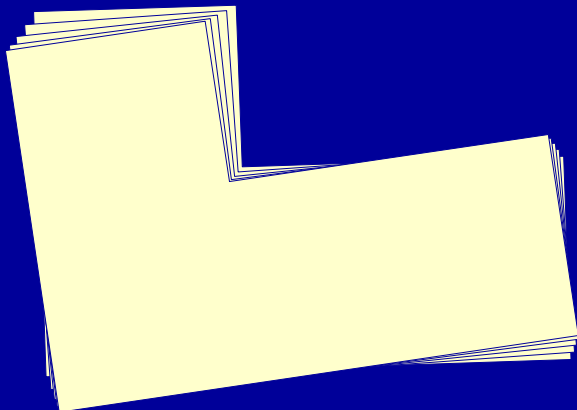
Modo 1 $T = 0.538 \text{ s}$



Modo 2 $T = 0.512 \text{ s}$



Modo 3 $T = 0.428 \text{ s}$

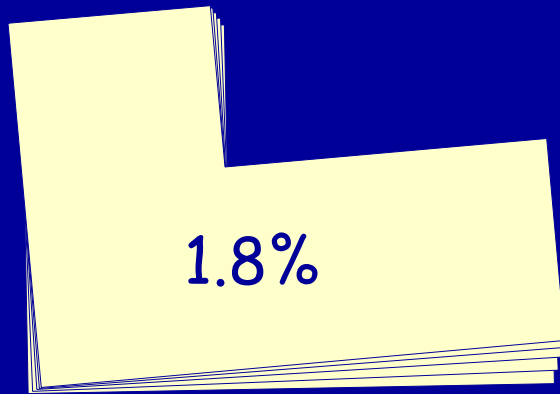


Il modo 2 è sostanzialmente di traslazione secondo x

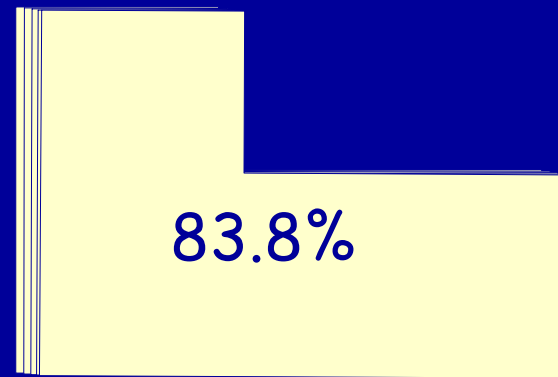
I modi 1 e 3 sono accoppiati (traslazione secondo y e rotazione)

Masse partecipanti, sisma x

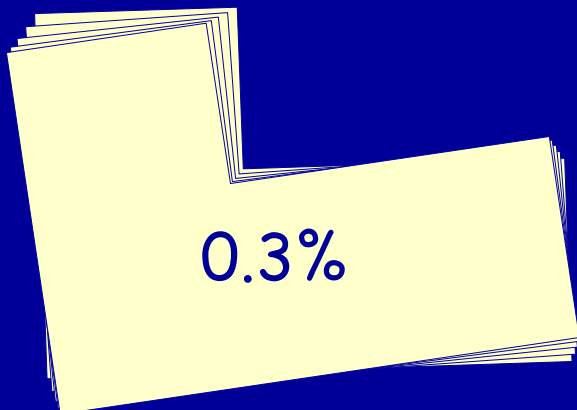
Modo 1 $T = 0.538 \text{ s}$



Modo 2 $T = 0.512 \text{ s}$



Modo 3 $T = 0.428 \text{ s}$

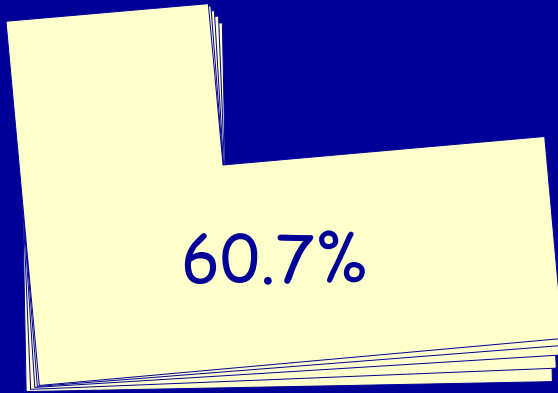


Il modo 2 dà il contributo massimo

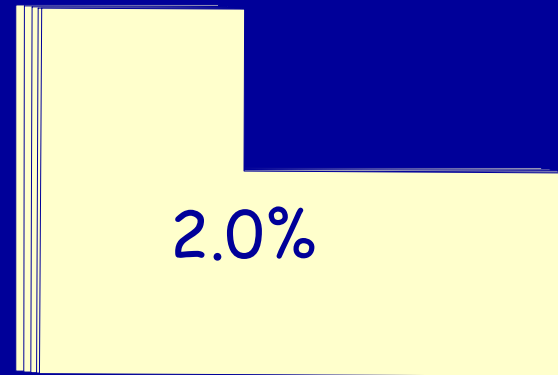
Il modo 5, di traslazione x con spostamenti nei due versi, dà un ulteriore contributo (9.0%)

Masse partecipanti, sisma y

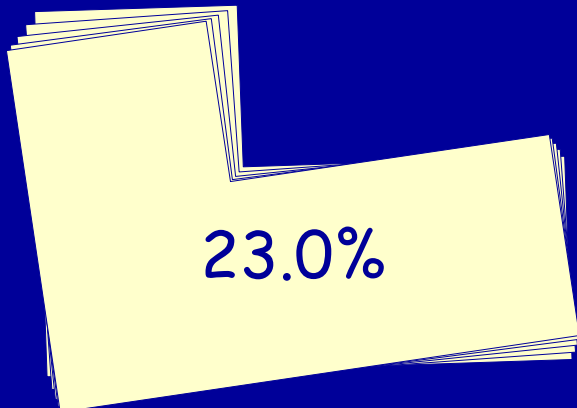
Modo 1 $T = 0.538 \text{ s}$



Modo 2 $T = 0.512 \text{ s}$



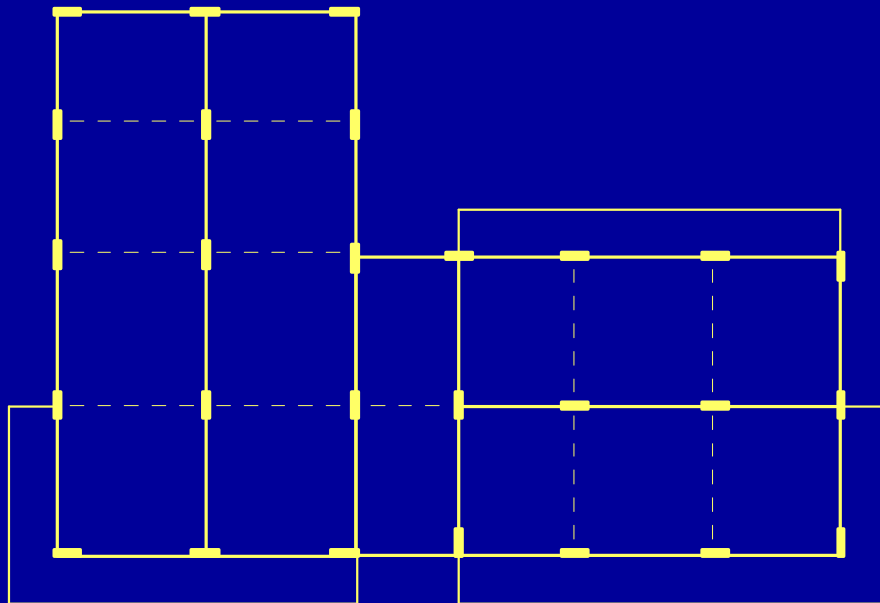
Modo 3 $T = 0.428 \text{ s}$



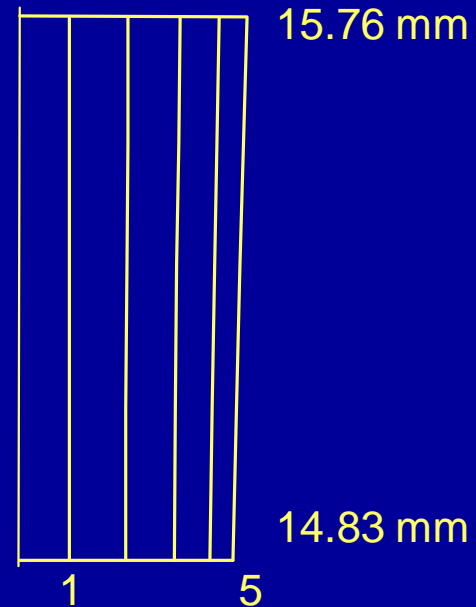
Il modo 1 e 3 danno il contributo massimo

Il modo 4, di traslazione y e rotazione con spostamenti nei due versi, dà un ulteriore contributo (7.0%)

Spostamenti, involuppo modale

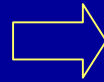


Spostamenti per sisma x

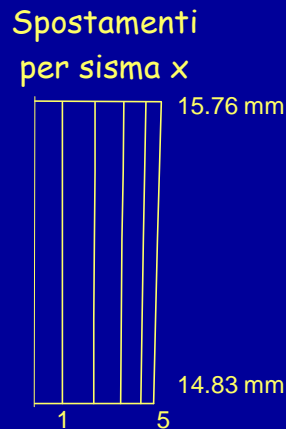
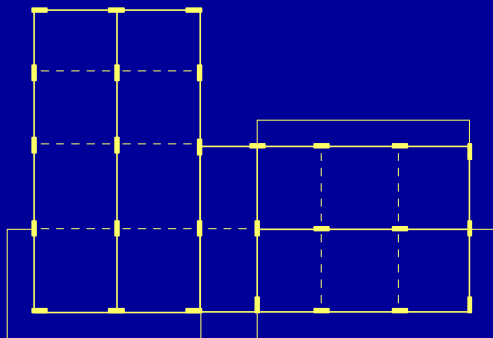


Spostamenti, inviluppo modale

Rotazione non trascurabile per sisma y (spostamenti dovuti ai modi 1 e 3)



La parte destra andrebbe irrigidita



gli spostamenti massimi per sisma y sono maggiori di circa il 50% rispetto a quelli per sisma x

Spostamenti per sisma x uniformi (vicini a quelli del modo 2)

Giudicare gli schemi base e le combinazioni di carico

Carichi verticali:

siamo già abituati ad esaminarli e giudicarli

Forze orizzontali (analisi statica o modale):
appena discussi

Restano da discutere:

- effetto dell'eccentricità accidentale
- combinazione delle azioni nelle due direzioni

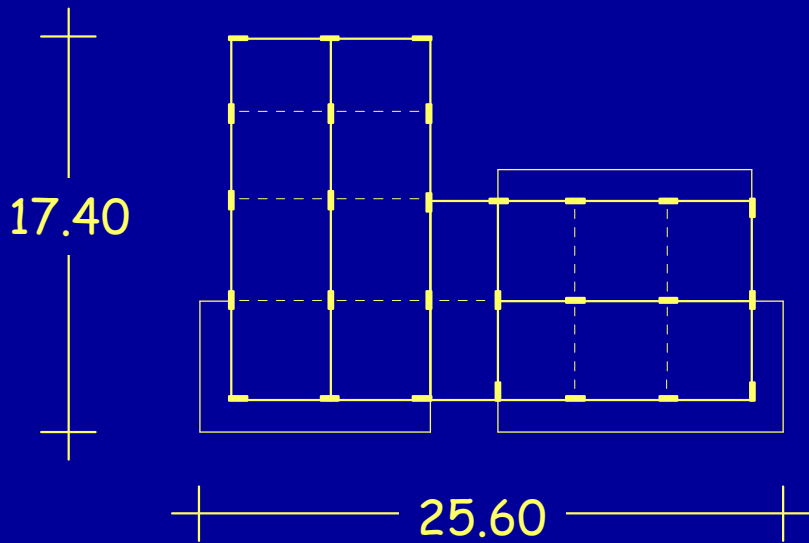
Eccentricità accidentale

Eccentricità accidentale

“Quale che sia il modello adottato, in aggiunta alla eccentricità effettiva dovrà essere considerata un'eccentricità accidentale che tenga conto della incertezza relativa all'effettiva posizione del centro di massa”

“In aggiunta all'eccentricità effettiva, dovrà essere considerata un'eccentricità accidentale e_{ai} , spostando il centro di massa di ogni piano i , in ogni direzione considerata, di una distanza pari a $\pm 5\%$ della dimensione massima del piano in direzione perpendicolare all'azione sismica”

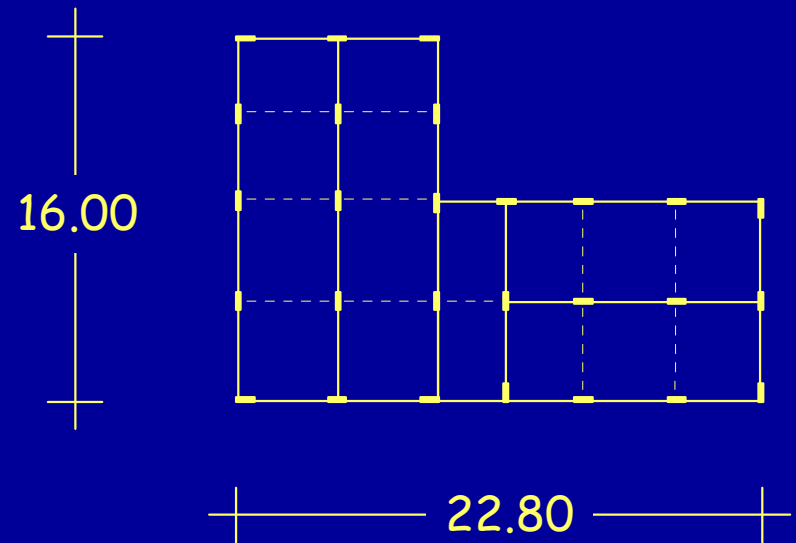
Eccentricità accidentale Nell'esempio



Impalcato tipo (con sbalzi)

per F_x $e_a = 0.05 \times 17.40 = 0.87 \text{ m}$

per F_y $e_a = 0.05 \times 25.60 = 1.28 \text{ m}$



I impalcato (senza sbalzi)

$e_a = 0.05 \times 16.00 = 0.80 \text{ m}$

$e_a = 0.05 \times 22.80 = 1.14 \text{ m}$

Eccentricità accidentale

Come tenerne conto?

Effettuando più volte l'analisi modale, considerando il centro di massa spostato di una quantità pari a e_a

oppure

Considerando le forze statiche applicate al centro di massa spostato di una quantità pari a e_a

ovvero

Considerando l'effetto di coppie pari alle forze statiche per l'eccentricità e_a

Eccentricità accidentale

Come tenerne conto?

Preferisco questa impostazione perché così:

- riduco il numero di schemi base di calcolo da controllare
- giudico più facilmente l'effetto della eccentricità accidentale
- evito di accentuarne l'effetto (l'eccentricità e_a è già amplificata per tener conto di effetti dinamici)

Considerando l'effetto di coppie pari alle forze statiche per l'eccentricità e_a

Eccentricità accidentale

Coppie da considerare

Piano	Forze in direzione x			Forze in direzione y		
	F (kN)	e_a (m)	M (kNm)	F (kN)	e_a (m)	M (kNm)
Torrino+V	784.9	0.87	682.9	797.4	1.28	1020.7
IV	668.0	0.87	581.1	678.6	1.28	868.7
III	506.0	0.87	440.3	514.1	1.28	658.1
II	344.1	0.87	299.4	349.6	1.28	447.5
I	165.2	0.80	132.1	167.8	1.14	191.3

Nota: le forze sono calcolate col periodo aggiornato, separatamente per direzione x e direzione y

Eccentricità accidentale

Esame dei risultati

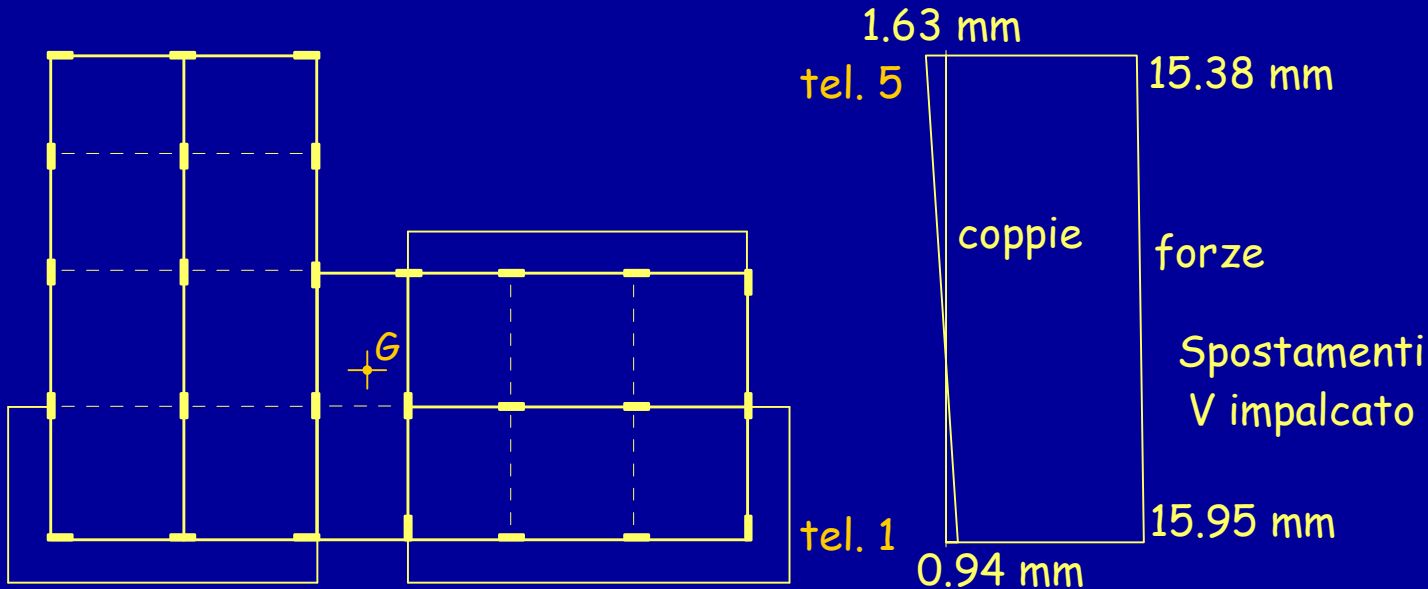
- Esaminare per ciascuna delle due direzioni gli spostamenti prodotti dalle coppie e confrontarli con quelli prodotti dalle forze
 - l'effetto delle coppie è lo stesso a tutti i piani?
 - la sua entità è comparabile con quanto previsto?
- Esaminare i momenti massimi nei pilastri e nelle travi e confrontarli con quelli prodotti dalle forze
 - l'incremento dovrebbe essere analogo a quello degli spostamenti

Spostamenti per forze e coppie direzione x

	telaio 1	telaio 5
piano 5	0.0590	0.1063
piano 4	0.0587	0.1054
piano 3	0.0584	0.1045
piano 2	0.0578	0.1029
piano 1	0.0570	0.0999

rapporto tra
spostamenti
prodotti da
coppie e
forze

non dipende
(quasi)
dal piano



Spostamenti per forze e coppie direzione x

	telaio 1	telaio 5
piano 5	0.0590	0.1063
piano 4	0.0587	0.1054
piano 3	0.0584	0.1045
piano 2	0.0578	0.1029
piano 1	0.0570	0.0999

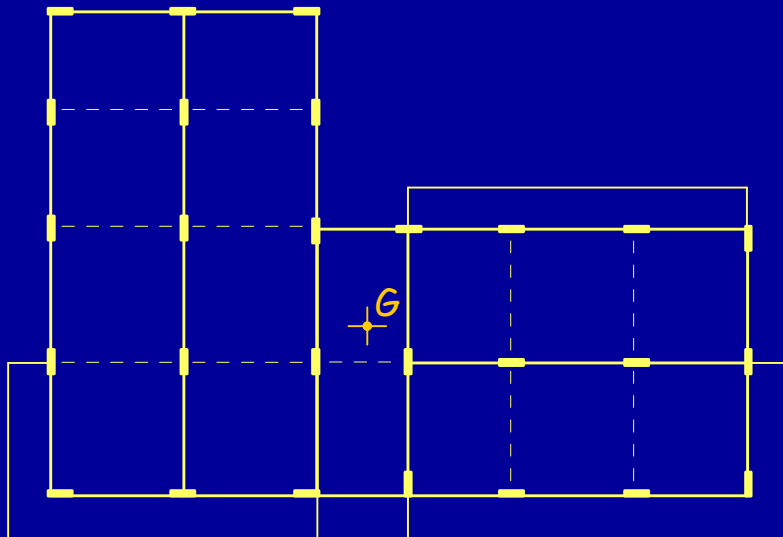
rapporto tra
spostamenti
prodotti da
coppie e
forze

può essere
stimato con
l'espressione

$$\delta = k \frac{x}{L_e}$$

con $k = 0.16$

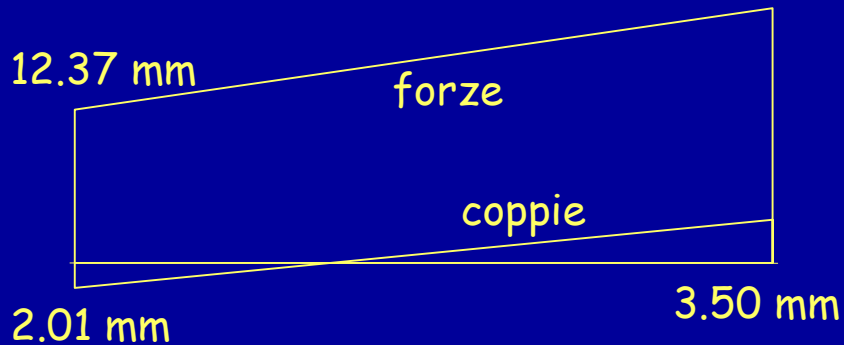
x distanza da G
 L_e dimensione $\perp x$



Spostamenti
V impalcato

Spostamenti per forze e coppie direzione y

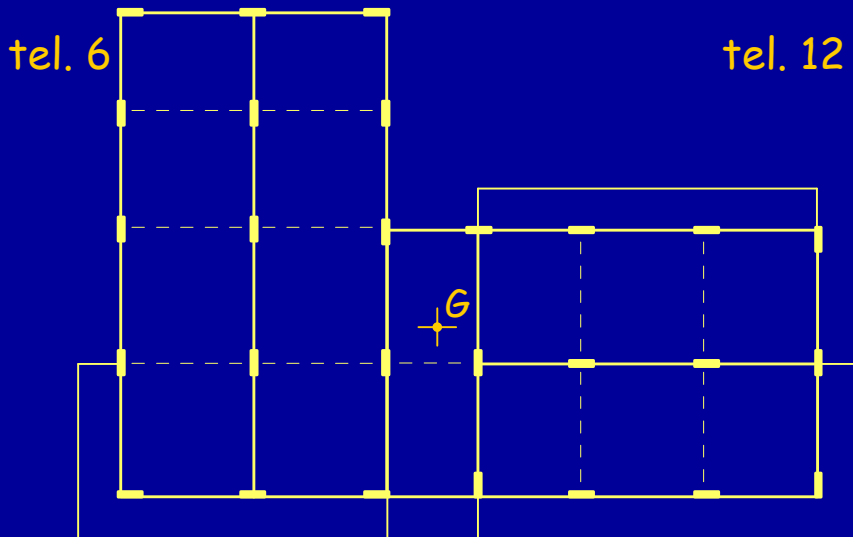
Spostamenti V impalcato 20.50 mm



	telaio 6	telaio 12
piano 5	0.1628	0.1708
piano 4	0.1616	0.1704
piano 3	0.1603	0.1700
piano 2	0.1578	0.1696
piano 1	0.1528	0.1688

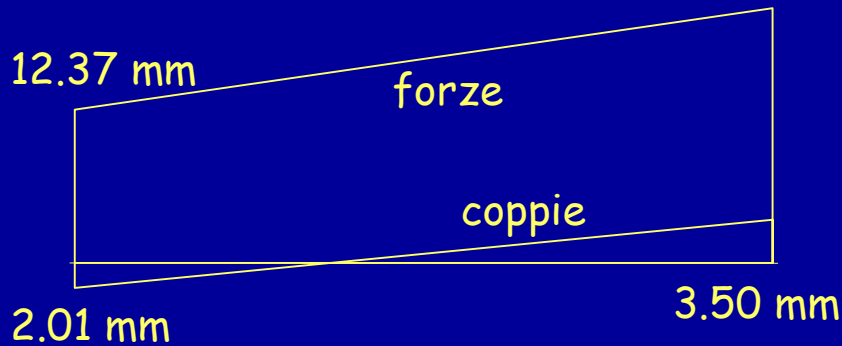
rapporto tra
spostamenti prodotti
da coppie e forze

non dipende
(quasi)
dal piano



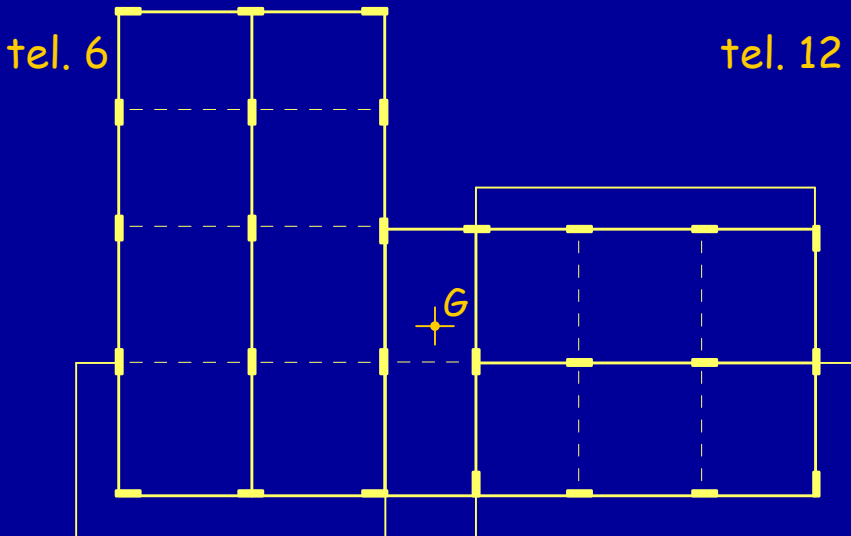
Spostamenti per forze e coppie direzione y

Spostamenti V impalcato 20.50 mm



	telaio 6	telaio 12
piano 5	0.1628	0.1708
piano 4	0.1616	0.1704
piano 3	0.1603	0.1700
piano 2	0.1578	0.1696
piano 1	0.1528	0.1688

rapporto tra
spostamenti prodotti
da coppie e forze



può essere
stimato con
l'espressione

$$\delta = k \frac{x}{L_e}$$

con $k \cong 0.33$

x distanza da G

L_e dimensione $\perp y$

Spostamenti per forze e coppie considerazioni

- Le coppie provocano un incremento di spostamento percentualmente analogo a tutti i piani
- L'incremento va dal 6% (inf) al 10% (sup) nel caso di azioni in direzione x
- L'incremento va dal 16% (sin) al 17% (des) nel caso di azioni in direzione y
- Gli incrementi percentuali δ possono essere stimati con l'espressione semplificata con opportuni valori di k
$$\delta = k \frac{x}{L_e}$$
- Nel caso in esame: k=0.16 per dir.x, k=0.33 per dir.y
- La formula è suggerita anche dall'OPCM 3431, ma con k=0.6

Caratteristiche della sollecitazione per forze e coppie

- L'incremento percentuale di sollecitazione dovuto alle coppie è lo stesso di quanto riscontrato per gli spostamenti:
 - dal 6% (inf) al 10% (sup) nel caso di azioni in direzione x
 - dal 16% (sin) al 17% (des) nel caso di azioni in direzione y
- L'incremento percentuale di sollecitazione può essere stimato con la stessa espressione indicata per gli spostamenti

Combinazione delle azioni
nelle due direzioni

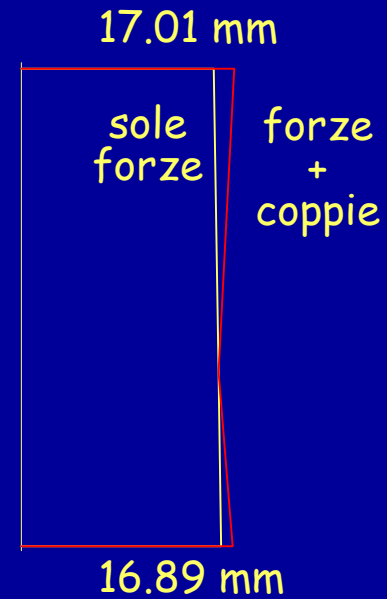
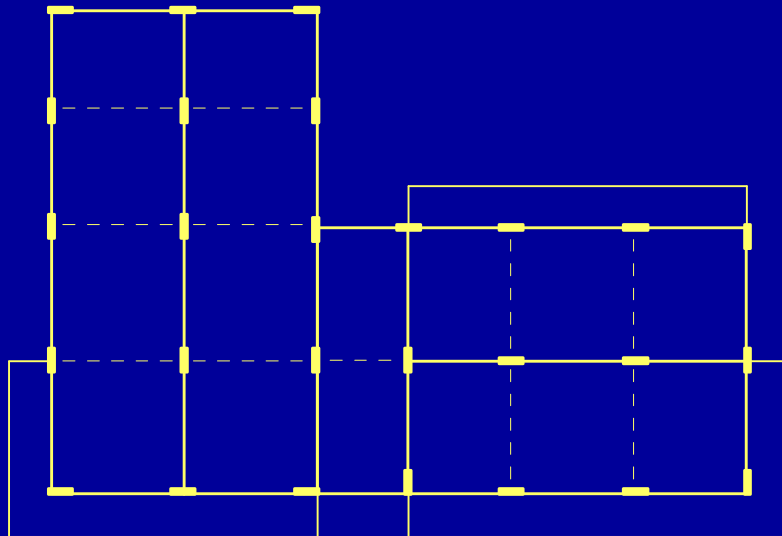
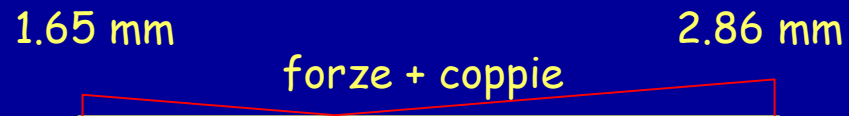
Le componenti orizzontali

“I valori massimi della risposta ottenuti da ciascuna delle due azioni orizzontali applicate separatamente potranno essere combinati sommando, ai massimi ottenuti per l'azione applicata in una direzione, il 30% dei massimi ottenuti per l'azione applicata nell'altra direzione”

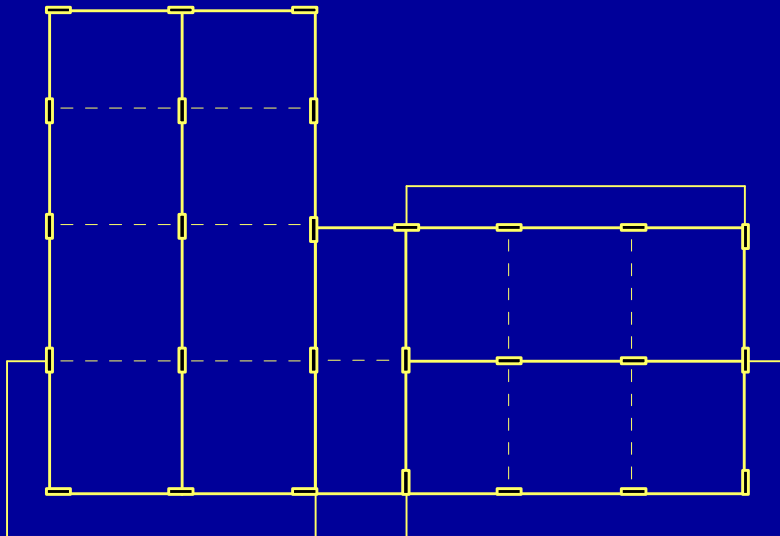
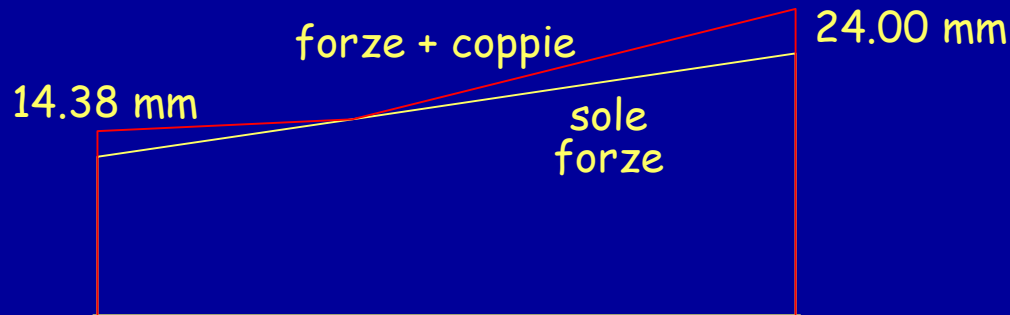
In che modo capire quanta importanza ha questa combinazione?

Ragioniamo ancora esaminando gli spostamenti

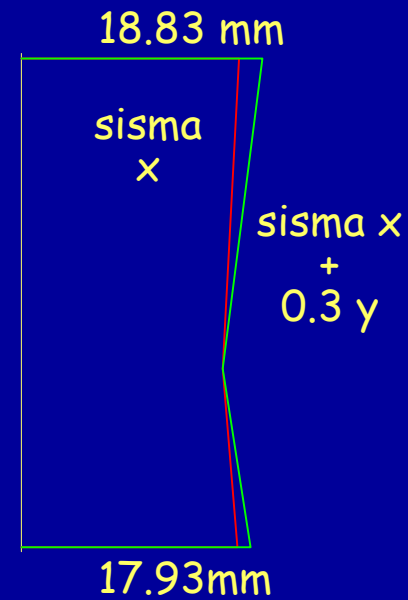
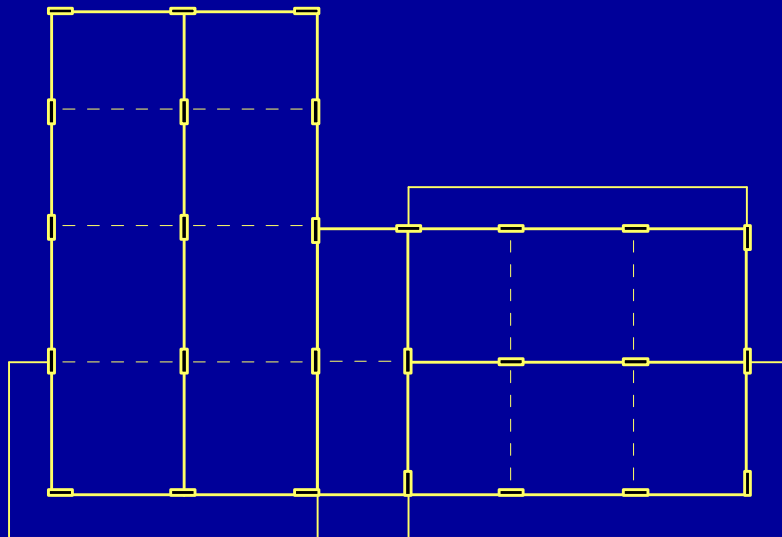
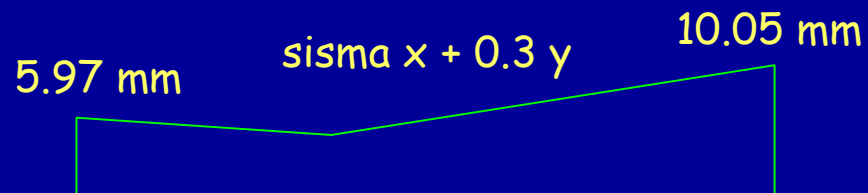
Spostamenti per sisma x (involuppo forze + coppie)



Spostamenti per sisma y (involuppo forze + coppie)



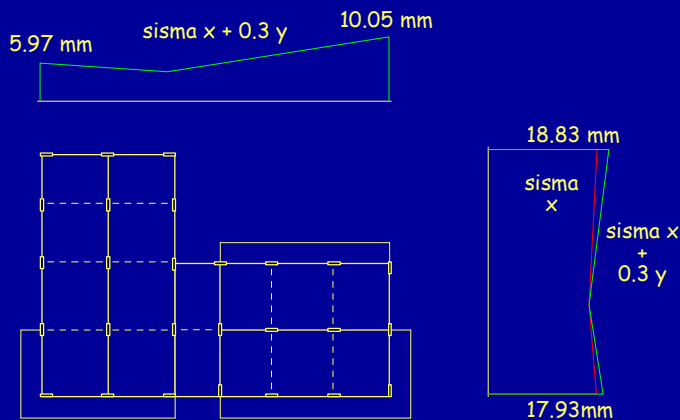
Inviluppo: $sisma\ x + 0.3\ sisma\ y$



Inviluppo: $sisma\ x + 0.3\ sisma\ y$

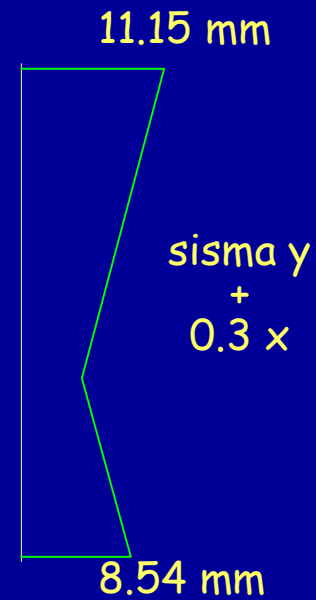
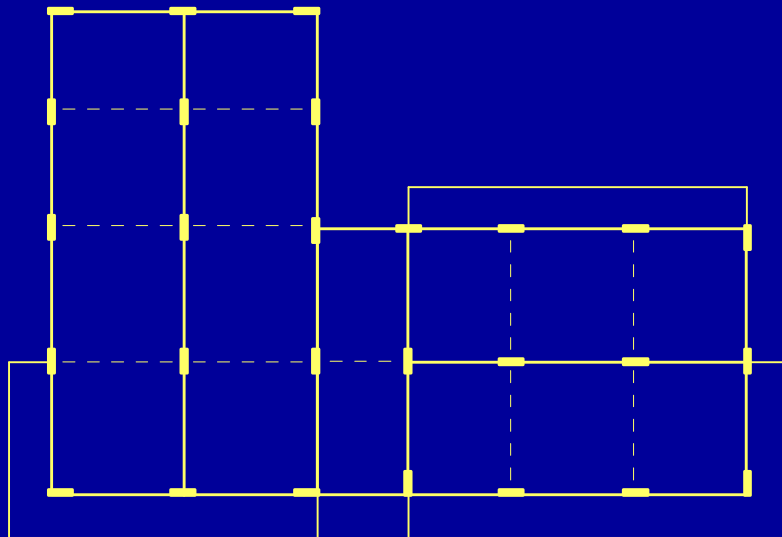
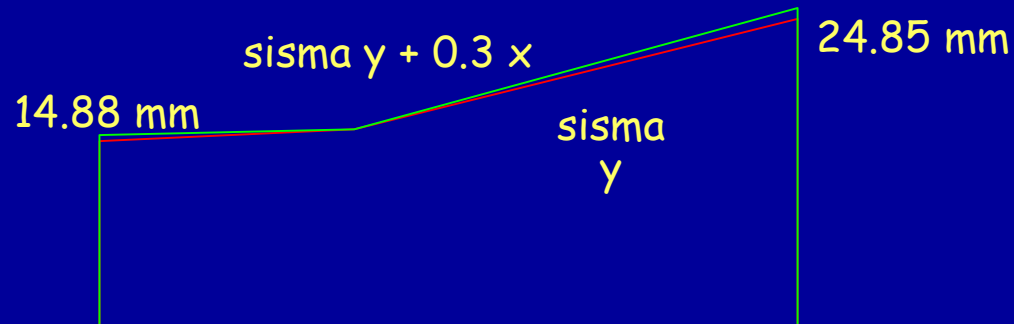
Si noti che:

- gli spostamenti in direzione x sono cresciuti di un ulteriore 6% (inf) e 11% (sup) - in totale un incremento del 12% (inf) e 22% (sup) rispetto allo schema con sole forze in direzione x (ma incremento nullo nella parte centrale)



- contemporaneamente sono presenti spostamenti non trascurabili in direzione y (pari al 30-40% degli spostamenti massimi per solo $sisma\ y$)

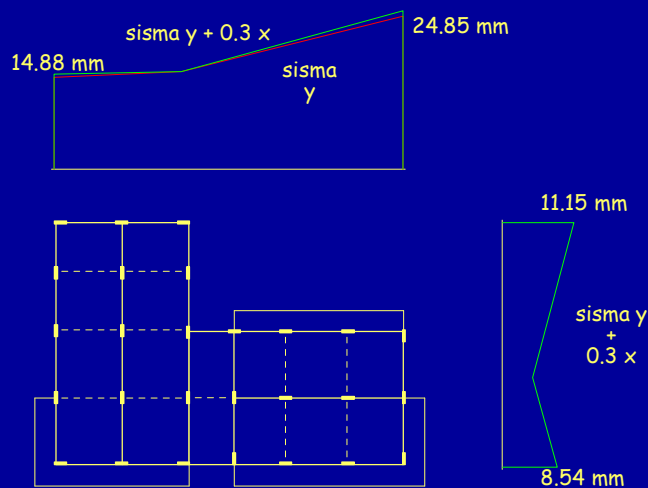
Inviluppo: $s_{isma\ y} + 0.3\ s_{isma\ x}$



Inviluppo: $sisma\ y + 0.3\ sisma\ x$

Si noti che:

- gli spostamenti in direzione y sono cresciuti di un ulteriore 3% (*des* e *sin*) - in totale un incremento del 21% (*des*) e 22% (*sin*) rispetto allo schema con sole forze in direzione y (ma incremento nullo nella parte centrale)



- contemporaneamente sono presenti spostamenti non trascurabili in direzione x (dal 30% al 60% degli spostamenti massimi per solo $sisma\ x$)

Effetto complessivo di eccentricità accidentale e combinazione x y

Travi:

- le travi dei telai centrali ne risentono in misura minima
- le travi dei telai di estremità hanno, rispetto allo schema con sole forze, un incremento di caratteristiche di sollecitazione fino a circa il 20%

Effetto complessivo

di eccentricità accidentale e combinazione x y

Pilastri:

- i pilastri nella parte centrale dell'edificio non hanno variazioni rilevanti delle caratteristiche di sollecitazione massima, ma devono essere verificati a pressoflessione deviata con momenti trasversali pari a circa il 30% del massimo
- i pilastri perimetrali hanno un incremento di caratteristiche di sollecitazione fino a circa il 20%, ed inoltre devono essere verificati a pressoflessione deviata con momenti trasversali pari a circa il 40%-60% del massimo

Si noti che:

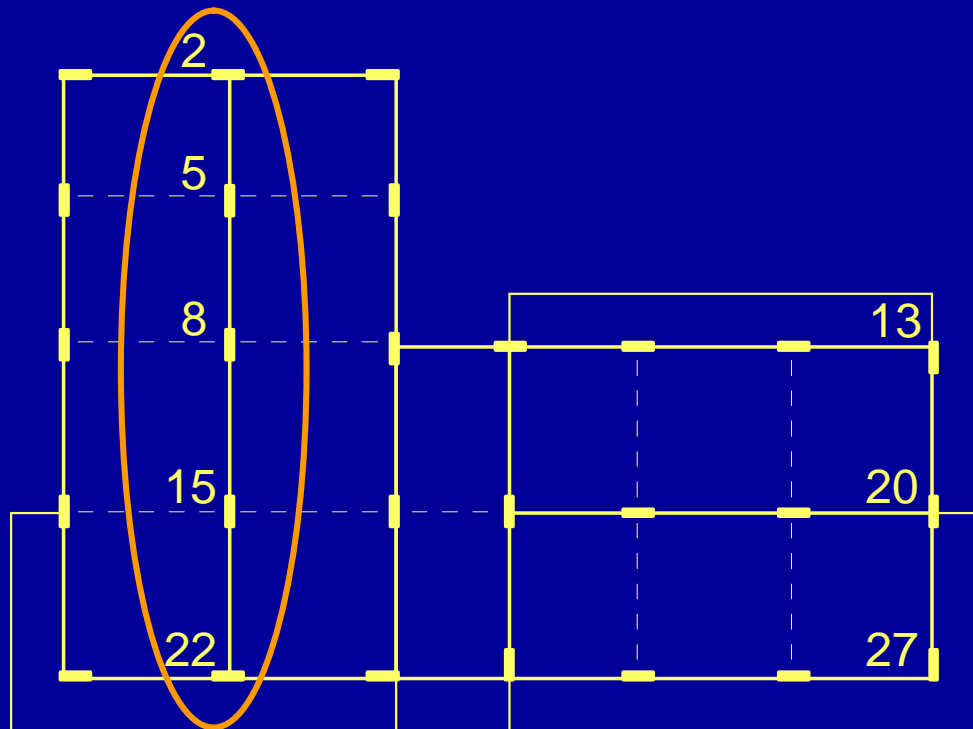
Per ciascun telaio si può valutare l'effetto complessivo del sisma (come effetto di forza, coppia, sisma nell'altra direzione, cumulati col segno più gravoso)

Quindi (per il singolo telaio) è come se avessimo l'effetto di un solo schema di carico (forze), anche se un po' maggiorato

Si potrebbe tornare al classico modo di procedere ($q+F$, $q-F$)

Esempio

Si esamina ad esempio la trave del telaio 22-2



Trave 22-2

momento flettente per schemi di carico base

II impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
22	-63.56	-36.45	-1.21	137.78	-5.61	-8.38
15	-78.57	-45.44	1.42	-166.82	6.78	10.14
15	-76.24	-43.89	-1.72	206.51	-8.39	-12.54
8	-76.26	-43.95	1.71	-203.05	8.25	12.33
8	-66.85	-38.48	-1.83	215.60	-8.76	-13.10
5	-62.76	-36.25	1.83	-217.12	8.82	13.19
5	-52.84	-30.60	-1.58	182.71	-7.43	-11.11
2	-47.40	-27.23	1.30	-146.08	5.95	8.89

Trave 22-2

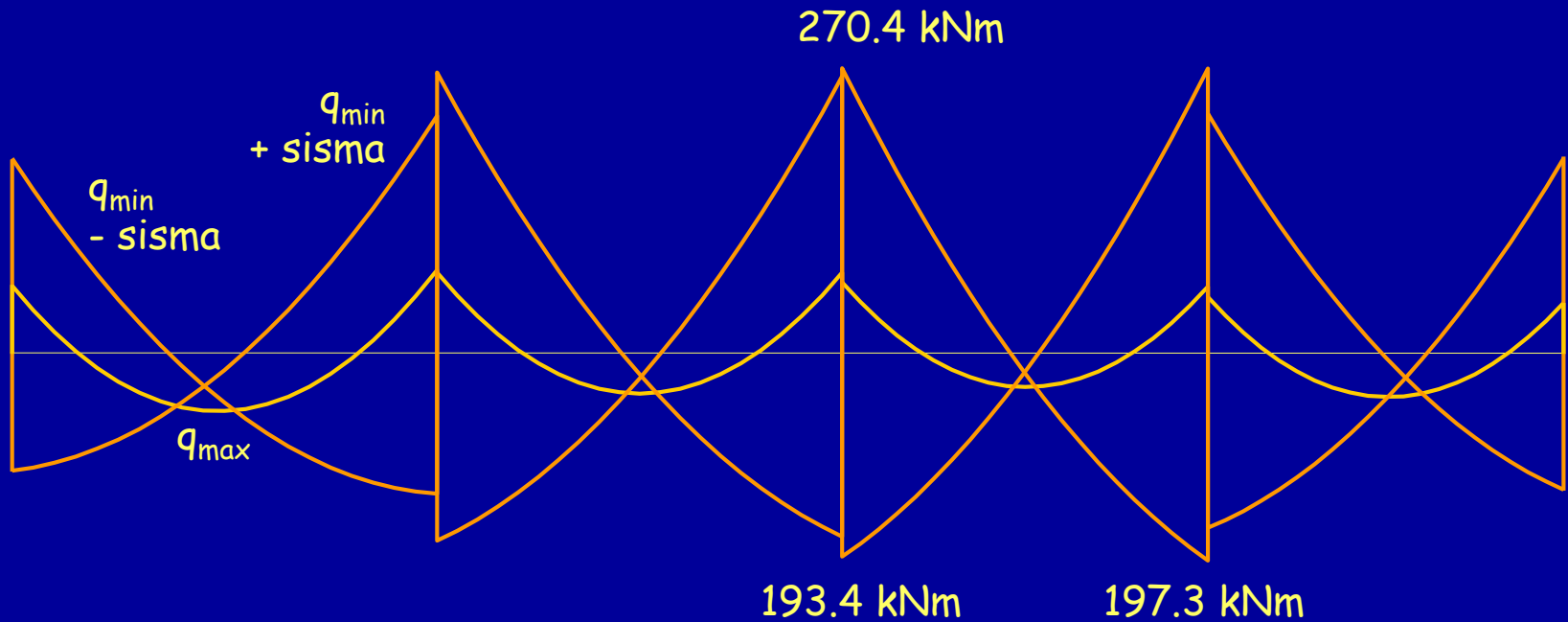
momento flettente

II impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)	sisma x	sisma y	y+0.3 x
22	-63.56	-36.45	-1.21	137.78	-5.61	-8.38	-6.82	146.16	148.21
15	-78.57	-45.44	1.42	-166.82	6.78	10.14	8.20	-176.95	-179.41
15	-76.24	-43.89	-1.72	206.51	-8.39	-12.54	-10.11	219.05	222.08
8	-76.26	-43.95	1.71	-203.05	8.25	12.33	9.96	-215.38	-218.37
8	-66.85	-38.48	-1.83	215.60	-8.76	-13.10	-10.59	228.70	231.88
5	-62.76	-36.25	1.83	-217.12	8.82	13.19	10.65	-230.30	-233.50
5	-52.84	-30.60	-1.58	182.71	-7.43	-11.11	-9.01	193.81	196.52
2	-47.40	-27.23	1.30	-146.08	5.95	8.89	7.25	-154.97	-157.14

Trave 22-2

diagramma del momento flettente



FINE

Per questa presentazione:

coordinamento

A. Ghersi

realizzazione

A. Ghersi,
E.M. Marino

ultimo aggiornamento

20/2/2007