Corso di aggiornamento

Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.

4 – Flessione composta

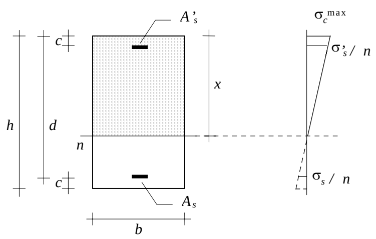
Bologna

3-4 maggio 2012

Edoardo M. Marino

Verifica di sezioni soggette a flessione composta

Verifica – tensioni ammissibili



Dati:
Geometria della sezione
Armature

Coppia M-N

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Tensioni massime

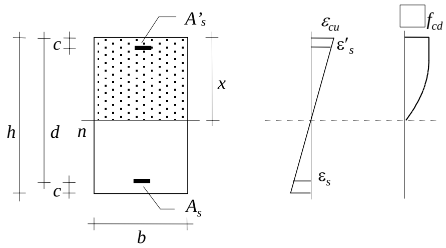
Verifica – tensioni ammissibili

Il procedimento è abbastanza lungo e complesso, perché occorre:

Controllare se il centro di sollecitazione è interno al nocciolo d'inerzia
- delle sole armature (se N è di trazione)
- di armature omogeneizzate e calcestruzzo (se N è di compressione)

Imporre la condizione $I_n = e_n S_n$ se il centro di sollecitazione è esterno al nocciolo
(equazione di terzo grado, per sezione rettangolare)

Verifica – stato limite ultimo

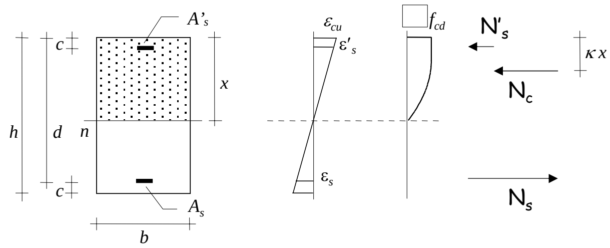


Dati:
Geometria della sezione
Armature

Coppia M_{Ed}-N_{Ed}

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Momento resistente M_{Rd} corrispondente a N_{Ed}

Verifica – stato limite ultimo



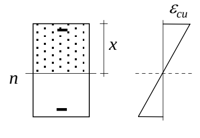
Per trovare l'asse neutro: $N_c + N'_s + N_s = N_{Ed}$
(equilibrio alla traslazione)

E poi calcolare M_{Rd}, con equilibrio alla rotazione

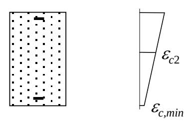
Verifica – stato limite ultimo

Con riferimento ai diagrammi di deformazioni, avendo posto un limite solo alla deformazione del calcestruzzo vi sono solo due possibilità:

Sezione parzializzata

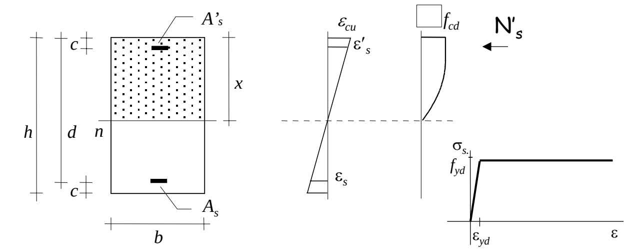


Sezione tutta compressa



Risultante delle tensioni, armatura compressa

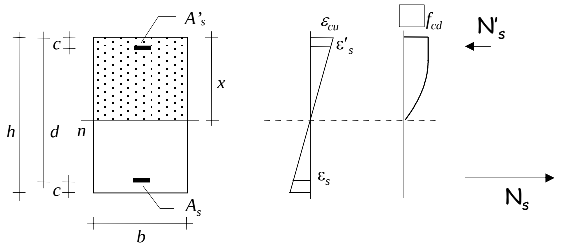
(sezione parzializzata)



$$\varepsilon'_s = \frac{x-c}{x}\varepsilon_{cu} \Rightarrow \begin{cases} \text{se } \varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \dfrac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_{yd}} f_{yd} \\ \text{se } \varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = f_{yd} \end{cases} \Rightarrow N'_s = A'_s\,\sigma'_s$$

Risultante delle tensioni, armatura tesa

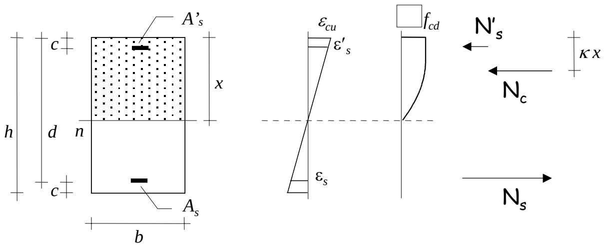
(sezione parzializzata)



$$\varepsilon_s = \frac{d-x}{x}\varepsilon_{cu} \Rightarrow \begin{cases} \text{se } \varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \dfrac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{yd}} f_{yd} \\ \text{se } \varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = f_{yd} \end{cases} \Rightarrow N_s = A_s\,\sigma_s$$

Risultante delle tensioni nel calcestruzzo

(sezione parzializzata)



$N_c = \beta\ b\ x\ f_{cd}$

per sezione rettangolare, β = 0.810

Verifica – stato limite ultimo

La risoluzione presenta difficoltà analoghe a quelle viste per la flessione semplice

Per sezione rettangolare, parzializzata e con armature snervate, si ottiene un'equazione di primo grado che ha come soluzione

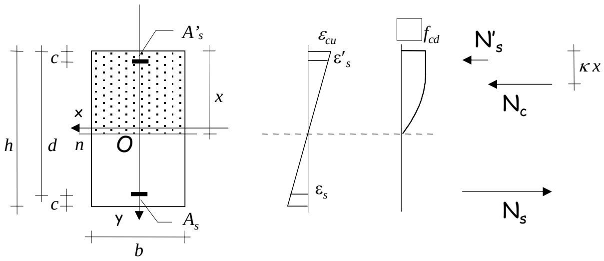
$$x = \frac{(A_s - A'_s)\,f_{yd} - N_{Ed}}{\beta\, b\, f_{cd}}$$

N_{Ed} positivo se trazione

altrimenti si può risolvere per tentativi l'equazione:

$$N_c + N'_s + N_s = N_{Ed}$$

Momento resistente



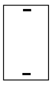
Si determina imponendo l'equilibrio alla rotazione (rispetto al baricentro della sezione)

$M_{Rd} = (N_s - N'_s)\,(h/2 - c) - N_c\,(h/2 - \kappa\, x)$

per sezione rettangolare, κ = 0.416

Esempio 1
sezione rettangolare tensoinflessa

sezione 30x60 — N_{Ed}= 200 kN
c = 5 cm — M_{Ed}= 150 kNm
$A_{s,sup}$= 6 cm^2 — $A_{s,inf}$=10 cm^2



Poiché N è di trazione la sezione è parzializzata

Se entrambe le armature fossero snervate sarebbe

$$x = \frac{(A_s - A'_s)\, f_{yd} - N_{Ed}}{\beta\, b\, f_{cd}} = -1.26 \text{ cm}$$

ma questo valore non è accettabile (è negativo)

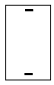
Procedendo per tentativi si trova x = 5.16 cm

N_c=-177.7 kN N'_s=-13.6 kN N_s=391.3 kN

M_{Rd} = 150.7 kNm la sezione è verificata

Esempio 2
sezione rettangolare pressoinflessa

sezione 30x60 — N_{Ed}= -1000 kN
c = 5 cm — M_{Ed}= 150 kNm
$A_{s,sup}$= 6 cm^2 — $A_{s,inf}$=10 cm^2



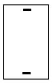
Poiché N è di compressione occorre controllare se la sezione è parzializzata

Se x = 60 cm si ha
N_c=-2065.5 kN N'_s=-234.8 kN N_s=-60.1 kN
N =-2360.4 kN

Poiché N_{Ed} è minore (in valore assoluto) di tale valore la sezione è parzializzata

Esempio 2
sezione rettangolare pressoinflessa

sezione 30x60 — N_{Ed}= -1000 kN
c = 5 cm — M_{Ed}= 150 kNm
$A_{s,sup}$= 6 cm^2 — $A_{s,inf}$=10 cm^2



La sezione è parzializzata

Se entrambe le armature fossero snervate sarebbe

$$x = \frac{(A_s - A'_s)\, f_{yd} - N_{Ed}}{\beta\, b\, f_{cd}} = 33.60 \text{ cm}$$

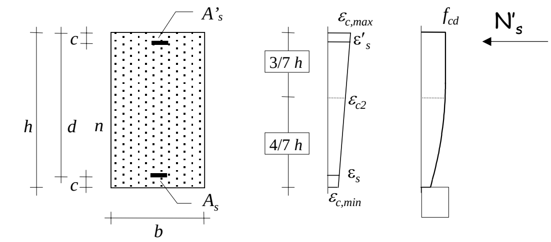
Per tale valore le armature sono in effetti entrambe snervate

Si ha quindi x = 33.60 cm

N_c=-1156.5 kN N'_s=-234.8 kN N_s=391.3 kN

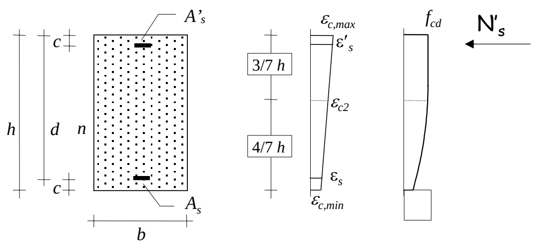
M_{Rd} = 348.1 kNm la sezione è verificata

Risultante delle tensioni, armatura superiore
(sezione tutta compressa)



$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{c2}\left[\frac{d}{4/7\,h}\left(1-\eta_{min}\right)+\eta_{min}\right] \qquad \text{dove} \quad \eta_{min} = \frac{\varepsilon_{c,min}}{\varepsilon_{c2}}$$

Risultante delle tensioni, armatura superiore
(sezione tutta compressa)



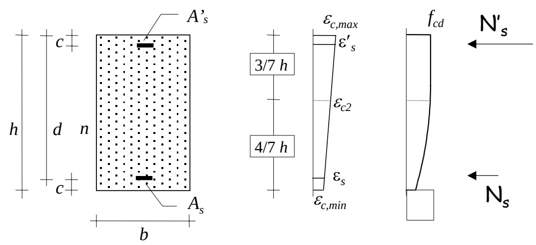
noto ε'_s $\Rightarrow$

se $\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd}$ $\Rightarrow$ $\sigma'_s = \dfrac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_{yd}} f_{yd}$

se $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd}$ $\Rightarrow$ $\sigma'_s = f_{yd}$

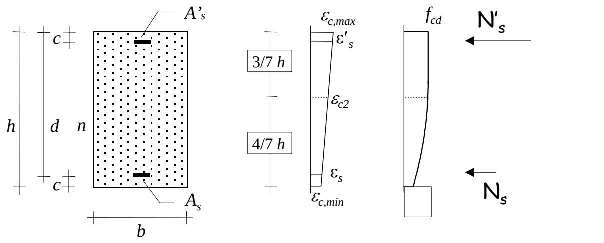
$\Rightarrow$ $N'_s = A'_s\ \sigma'_s$

Risultante delle tensioni, armatura inferiore
(sezione tutta compressa)



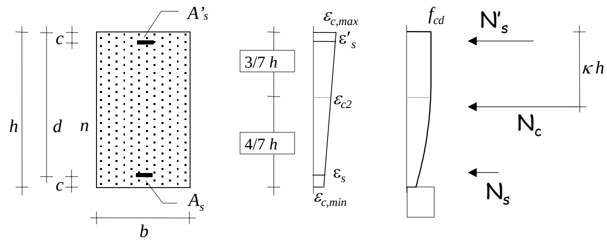
$$\varepsilon_s = \varepsilon_{c2}\left[\frac{c}{4/7\,h}\left(1-\eta_{min}\right)+\eta_{min}\right] \qquad \text{dove} \quad \eta_{min} = \frac{\varepsilon_{c,min}}{\varepsilon_{c2}}$$

Risultante delle tensioni, armatura inferiore
(sezione tutta compressa)



noto ε_s $\Rightarrow$ se $\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$ $\Rightarrow$ $\sigma_s = \dfrac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{yd}} f_{yd}$; se $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ $\Rightarrow$ $\sigma_s = f_{yd}$ $\Rightarrow$ $N_s = A_s\ \sigma_s$

Risultante delle tensioni nel calcestruzzo
(sezione tutta compressa)



$N_c = \beta\ \ b\ h\ f_{cd}$

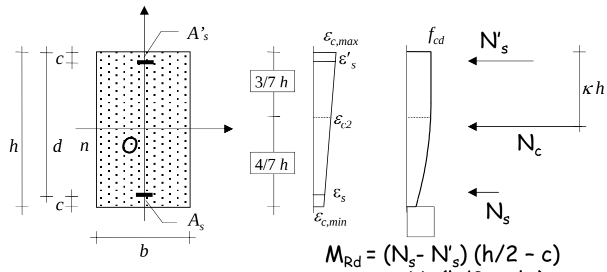
In questo caso β dipende da η_{min}

per sezione rettangolare: $\beta = 1 - \dfrac{4}{21}\left(1-\eta_{min}\right)$

Valori di β per sezione rettangolare

η_{min}	β
0.0	0.810
0.1	0.846
0.2	0.878
0.3	0.907
0.4	0.931
0.5	0.952
0.6	0.970
0.7	0.983
0.8	0.992
0.9	0.998
1.0	1.000

Momento resistente



$M_{Rd} = (N_s - N'_s)\ (h/2 - c)$
$\quad - N_c\ (h/2 - \kappa\ h\ )$

Si determina imponendo l'equilibrio alla rotazione (rispetto al baricentro della sezione)

per sezione rettangolare:

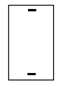
$$\kappa = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - 16/49\ (1-\eta_{min})^2}{1 - 4/21\ (1-\eta_{min})^2}$$

Valori di β e κ per sezione rettangolare

η_{min}	β	κ
0.0	0.810	0.416
0.1	0.846	0.435
0.2	0.878	0.450
0.3	0.907	0.463
0.4	0.931	0.474
0.5	0.952	0.482
0.6	0.970	0.489
0.7	0.983	0.494
0.8	0.992	0.497
0.9	0.998	0.499
1.0	1.000	0.500

Esempio 3
sezione rettangolare pressoinflessa

sezione 30x60 — N_{Ed}= -2600 kN
c = 5 cm — M_{Ed}= 150 kNm
$A_{s,sup}$= 6 cm² — $A_{s,inf}$=10 cm²



Poiché N è di compressione occorre controllare se la sezione è parzializzata

Se x = 60 cm si ha
N_c=-2066 kN $\quad N'_s$=-234.8 kN $\quad N_s$=-49.0 kN
N =-2349.8 kN

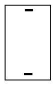
Poiché N_{Ed} è maggiore (in valore assoluto) di tale valore la sezione è tutta compressa

Esempio 3
sezione rettangolare pressoinflessa

sezione 30x60 — N_{Ed}= -2600 kN

c = 5 cm — M_{Ed}= 150 kNm

$A_{s,sup}$= 6 cm^2 — $A_{s,inf}$=10 cm^2



La sezione è tutta compressa

Procedendo per tentativi si trova η_{min} = 0.1961

N_c=-2236.1 kN N'_s=-234.8 kN N_s=-129.1 kN

M_{Rd} = 93.7 kNm   la sezione NON è verificata

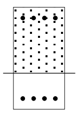
Domini M-N
per flessione composta retta

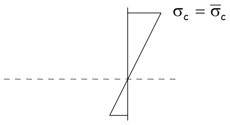
Domini di resistenza – tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio

sezione	si assegna un diagramma	si calcolano M ed N





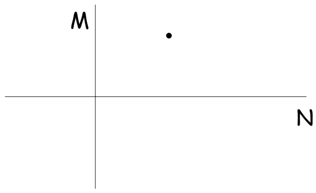
$$N = \int \sigma \, dA$$

$$M = \int \sigma \, y \, dA$$

Domini di resistenza – tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio



si calcolano M ed N

$$N = \int \sigma \, dA$$

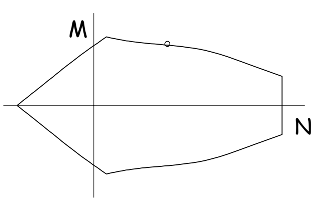
$$M = \int \sigma \, y \, dA$$

e si riporta la coppia M – N nel diagramma

Domini di resistenza – tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{max} è uguale a $\bar{\sigma}$

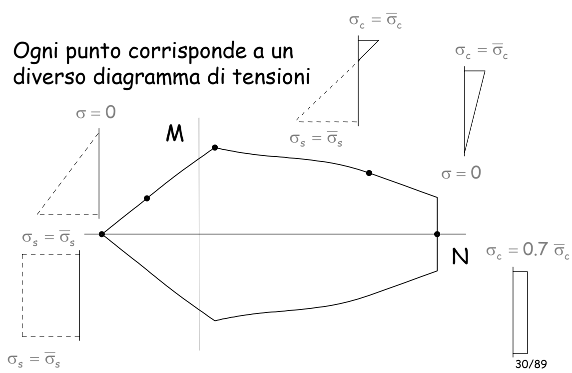
Ripetendo con tutti i possibili diagrammi …



si ottiene il dominio completo

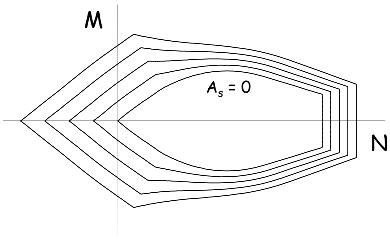
Domini di resistenza – tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



Domini di resistenza – tensioni ammissibili

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi

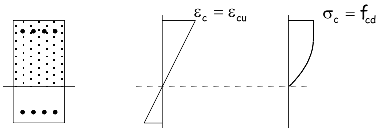


Domini di resistenza – stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ε_{max} è uguale a ε_{cu}

Per ricavare una coppia M-N del dominio

sezione | si assegna un diagramma di ε | di σ | si calcolano M ed N



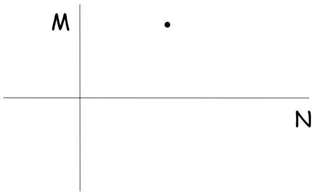
$$N = \int \sigma \, dA$$

$$M = \int \sigma \, y \, dA$$

Domini di resistenza – stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ε_{max} è uguale a ε_{cu}

Per ricavare una coppia M-N del dominio



si calcolano M ed N

$$N = \int \sigma \, dA$$

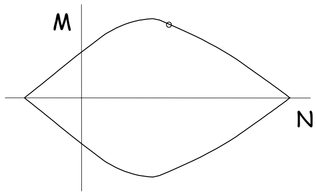
$$M = \int \sigma \, y \, dA$$

e si riporta la coppia M – N nel diagramma

Domini di resistenza – stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ε_{max} è uguale a ε_{cu}

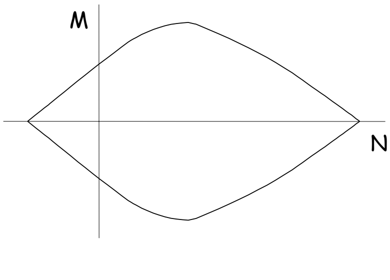
Ripetendo con tutti i possibili diagrammi …



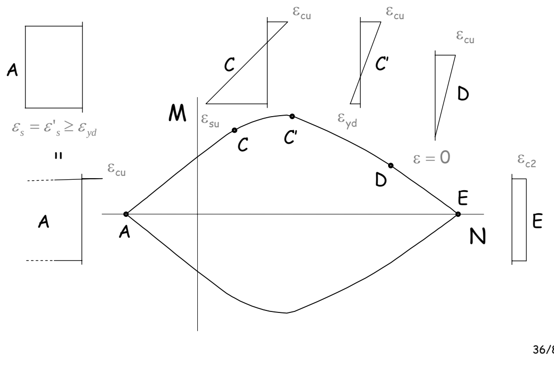
si ottiene il dominio completo

Domini di resistenza – stato limite ultimo

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di deformazioni

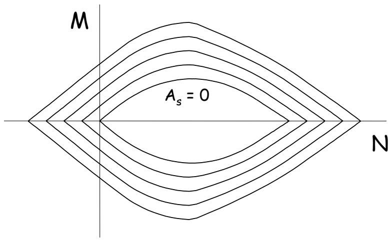


Domini di resistenza – stato limite ultimo



Domini di resistenza – stato limite ultimo

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi



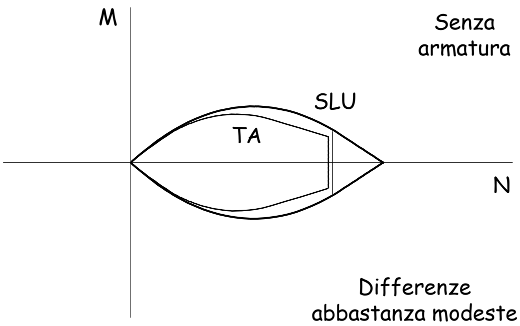
Domini: confronto tra TA e SLU

Il confronto può essere effettuato sovrapponendo i domini ricavati per TA e SLU

Poiché i carichi allo SLU sono maggiori (circa 1.4 volte) di quelli alle TA, il dominio relativo alle TA deve essere opportunamente scalato (ad esempio x 1.4)

Domini: confronto tra TA e SLU

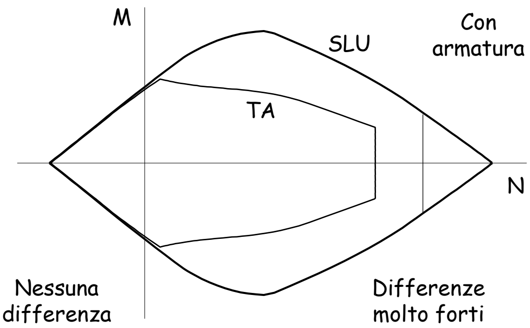
Senza armatura



Differenze abbastanza modeste

Domini: confronto tra TA e SLU

Con armatura



Nessuna differenza in trazione

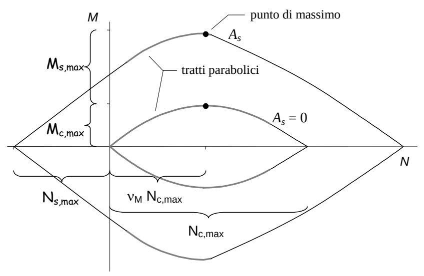
Differenze molto forti in compressione

Progetto e verifica allo SLU con i domini M-N

sezioni rettangolari, $A_s = A'_s$

Dominio M-N allo SLU

L'andamento delle curve è in più tratti parabolico



Dominio M-N allo SLU

Quando entrambe le armature sono snervate

$$N = \beta\, b\, x\, f_{cd}$$

$$M = \beta\, b\, x\, f_{cd}\left(\frac{h}{2} - \kappa\, x\right) + 2\, A_s\, f_{yd}\left(\frac{h}{2} - c\right)$$

Il punto di massimo momento si ottiene derivando M

$$\frac{dM}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta\, b\, f_{cd}\left(\frac{h}{2} - 2\,\kappa\, x\right) = 0 \qquad\qquad x = \frac{h}{4\,\kappa} = \frac{119}{198}\, h \cong 0.60\, h$$

Dominio M-N allo SLU

Quando entrambe le armature sono snervate

$$N = \beta\, b\, x\, f_{cd} \qquad\qquad N = \underbrace{\frac{289}{584}}_{\cong 0.48} b\, h\, f_{cd}$$

$$M = \beta\, b\, x\, f_{cd}\left(\frac{h}{2} - \kappa\, x\right) + 2\, A_s\, f_{yd}\left(\frac{h}{2} - c\right) \qquad M = \underbrace{\frac{289}{2376}}_{\cong 0.12} b\, h^2\, f_{cd} + A_s\, f_{yd}\,(h - 2\,c)$$

Il punto di massimo momento si ottiene derivando M

$$\frac{dM}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta\, b\, f_{cd}\left(\frac{h}{2} - 2\,\kappa\, x\right) = 0 \qquad\qquad x = \frac{h}{4\,\kappa} = \frac{119}{198}\, h \cong 0.60\, h$$

Per questo valore di x si ha

Dominio M-N allo SLU

Nel punto di massimo

$$N = \nu_M\, N_{c,max} \qquad\qquad N = \underbrace{\frac{289}{584}}_{\cong 0.48} b\, h\, f_{cd}$$

$$N_{c,max} = b\, h\, f_{cd} \qquad\qquad M = \underbrace{\frac{289}{2376}}_{\cong 0.12} b\, h^2\, f_{cd} + A_s\, f_{yd}\,(h - 2\,c)$$

$$\nu_M \cong 0.48$$

$$M_{c,max} \cong 0.12\, b\, h^2\, f_{cd}$$

Inoltre: contributo dell'armatura

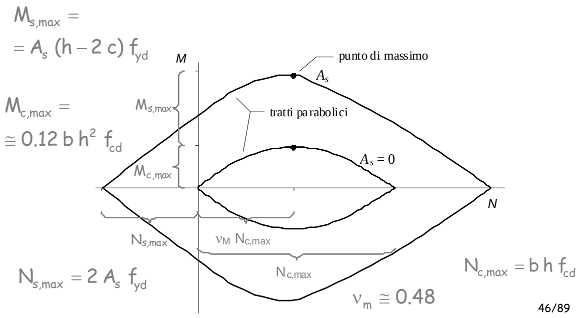
$$M = M_{c,max} + M_{s,max}$$

$$M_{s,max} = A_s\,(h - 2\,c)\, f_{yd}$$

Infine: massimo sforzo normale di trazione

$$N_{s,max} = 2\, A_s\, f_{yd}$$

Dominio M-N allo SLU



Valori base per dominio M-N

	Calcestruzzo	Acciaio
N	$N_{c,max} = b\, h\, f_{cd}$	$N_{s,max} = 2\, A_s\, f_{yd}$
M	$M_{c,max} \cong 0.12\, b\, h^2\, f_{cd}$	$M_{s,max} = A_s\,(h - 2\,c)\, f_{yd}$

Formulazione analitica

Momento resistente M_{Rd} in funzione di N_{Rd}:

$$M_{Rd} = (M_{c,max} + M_{s,max})\left[1 - \left|\frac{N_{Rd} - 0.48\, N_{c,max}}{0.48\, N_{c,max} + N_{s,max}}\right|^m\right]$$

$$\text{con} \qquad m = 1 + \frac{0.48\, N_{c,max}}{0.48\, N_{c,max} + N_{s,Rd}}$$

Formulazione analitica

Verifica di resistenza:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,max}+M_{s,max}}+\left|\frac{N_{Ed}-0.48\,N_{c,max}}{0.48\,N_{c,max}+N_{s,max}}\right|^{m}\leq 1$$

$$\text{con}\qquad m=1+\frac{0.48\,N_{c,max}}{0.48\,N_{c,max}+N_{s,Rd}}$$

Formule alternative

- per $N_{Ed} < 0$ (tensoflessione) $\qquad M_{Rd}=M_{s,max}\left(1+\frac{N_{Ed}}{N_{s,max}}\right)$
- per $0 < N_{Ed} < 0.48\ N_{c,Rd}$

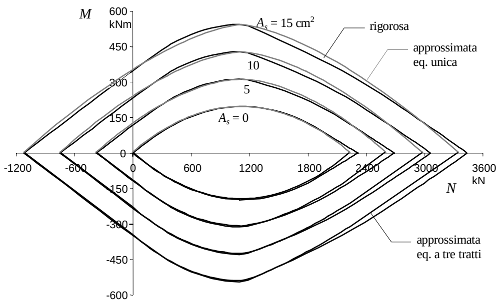
$$M_{Rd}=M_{c,max}\left[1-\left(\frac{N_{Ed}-0.48\,N_{c,max}}{0.48\,N_{c,max}}\right)^{2}\right]+M_{s,max}$$

- per $N_{Ed} > 0.48\ N_{c,Rd}$

$$M_{Rd}=\left(M_{c,max}+M_{s,max}\right)\left[1-\left(\frac{\left|N_{Ed}-0.48\,N_{c,max}\right|}{0.52\,N_{c,max}+N_{s,max}}\right)^{n}\right]$$

$$\text{con}\qquad n=1+\left(\frac{0.48\,N_{c,max}}{0.52\,N_{c,max}+N_{s,max}}\right)^{2}$$

Confronto



Esempio – verifica a pressoflessione

Dati geometrici

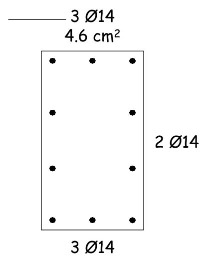
Sezione 40x70
$A_s = A'_s$ = 3 Ø14

Materiale

Calcestruzzo C25/30
Acciaio B450C

Sollecitazioni

N_{Ed} = 1300 kN
M_{Ed} = 400 kNm



Esempio – verifica a pressoflessione

Valori resistenti del calcestruzzo:

$$N_{c,max}=b\,h\,f_{cd}=0.40\times0.70\times14.2\times10^{3}=3976\text{ kN}$$
$$\nu_M\,N_{c,Rd}=0.486\times3976=1932\text{ kN}$$

$$M_{c,max}=\frac{289}{2376}\,b\,h^{2}\,f_{cd}=0.1216\times0.40\times0.70^{2}\times14.2\times10^{3}$$
$$M_{c,max}=338.4\text{ kNm}$$

Esempio – verifica a pressoflessione

Valori resistenti dell’acciaio:

$$N_{s,max}=2\,A_s\,f_{yd}=2\times4.62\times391\times10^{-1}$$
$$N_{s,max}=361.2\text{ kN}$$

$$M_{s,max}=A_s\left(h-2c\right)f_{yd}=4.62\times\left(0.70-2\times0.04\right)\times391\times10^{-1}$$
$$M_{s,max}=112.0\text{ kNm}$$

Esempio – verifica a pressoflessione

Momento resistente:

$$m = 1 + \frac{\nu_M\, N_{c,max}}{\nu_M\, N_{c,max} + N_{s,max}} = 1 + \frac{1932}{1932 + 361.2} = 1.842$$

$$M_{Rd} = (M_{c,max} + M_{s,max}) \left[1 - \left| \frac{N_{Rd} - \nu_M\, N_{c,max}}{\nu_M\, N_{c,max} + N_{s,max}} \right|^m \right] =$$

$$= (338.4 + 112.0) \left[1 - \left| \frac{1300 - 1932}{1932 + 361.2} \right|^{1.842} \right] =$$

$$= 408.5 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 400 \text{ kNm} < M_{Rd}$$

Sezione verificata

Esempio – verifica a pressoflessione

Oppure:

$$m = 1.842$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,max} + M_{s,max}} + \left| \frac{N_{Ed} - \nu_M\, N_{c,max}}{\nu_M\, N_{c,max} + N_{s,max}} \right|^m \leq 1$$

$$\frac{400}{338.4 + 112.0} + \left| \frac{1300 - 1932}{1932 + 361.2} \right|^{1.842} =$$

$$= 0.888 + 0.093 = 0.981 \leq 1$$

Sezione verificata

Progetto dell'armatura

Il momento affidato alle armature è

$$M_{s,Ed} = M_{Ed} - M_{c,max} \left[1 - \left(\frac{N_{Ed} - \nu_M\, N_{c,max}}{\nu_M\, N_{c,max}} \right)^2 \right]$$

L'armatura necessaria è quindi $A_s = \dfrac{M_{s,Ed}}{z\, f_{yd}}$

z è il braccio della coppia interna costituita dalle armature $z = h - 2\,c \cong 0.9\,d$

Nota: la formula vale rigorosamente solo per $0 \leq N_{Ed} \leq \nu_M\, N_{c,max}$

Esempio – progetto dell'armatura

Dati geometrici	Sollecitazioni
Sezione 40x70	N_{Ed} = 1300 kN
	M_{Ed} = 400 kNm

$$M_{s,Ed} = 400 - 338.4 \left[1 - \left(\frac{1300 - 1932}{1932} \right)^2 \right] = 97.8 \text{ kNm}$$

Armatura necessaria:

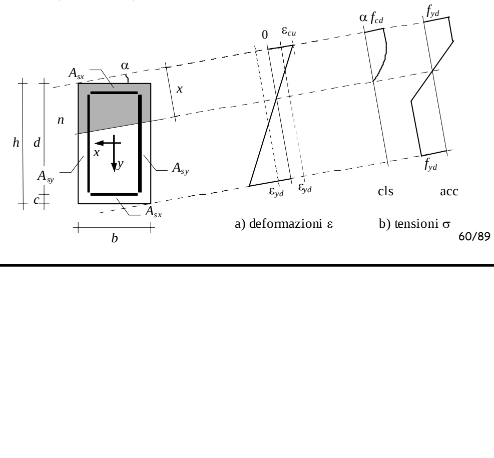
$$A_s = \frac{97.8}{0.9 \times 0.66 \times 391} \times 10 = 4.2 \text{ cm}^2$$

Domini M-N per flessione composta deviata

Pressoflessione deviata

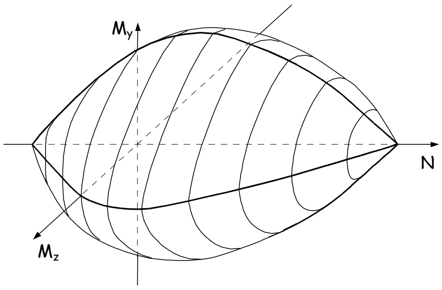
Procedimento per la costruzione del dominio M_x-M_y-N

- analogo a quello descritto per pressoflessione retta
- più complicato per l'inclinazione dell'asse neutro

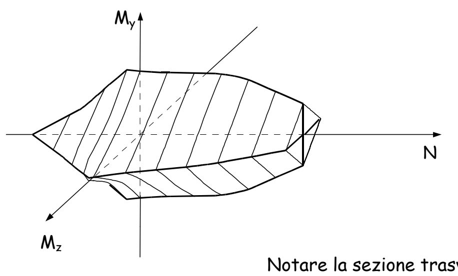


a) deformazioni ε   b) tensioni σ

Dominio allo SLU



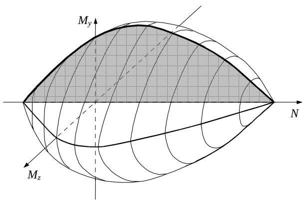
Dominio alle TA

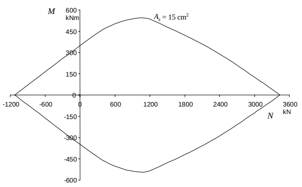


Notare la sezione trasversale:

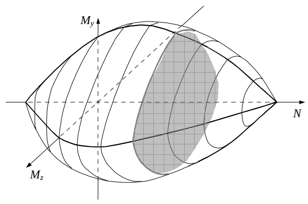
la presenza contemporanea di M_y e M_z è molto penalizzante

Dominio allo SLU





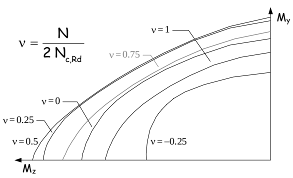
Dominio allo SLU



$$\left(\frac{M_x}{M_{x,Rd}}\right)^p + \left(\frac{M_y}{M_{y,Rd}}\right)^q = 1$$

Consiglio:
usare p = q = 1.5

$$\nu = \frac{N}{2\, N_{c,Rd}}$$

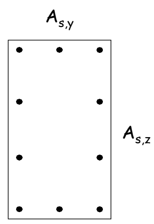


Nota: per N≅0 si può usare un esponente maggiore, fino a 2

Considerazioni

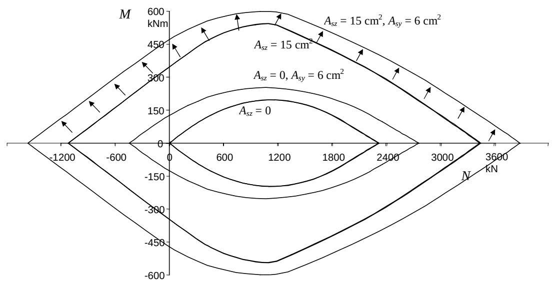
Nel calcolare il momento resistente $M_{Rd,y}$ si dovrebbe prendere in considerazione anche l'armatura sul lato verticale

e viceversa



Considerazioni

Ciò porterebbe ad un incremento del momento resistente



Considerazioni

Ciò porterebbe ad un incremento del momento resistente

$$M_{Rd} = (M_{c,max} + M_{sz,max} + M_{sy,max}) \left[1 - \left(\frac{N_{Rd} - \nu_M \, N_{c,max}}{\nu_M \, N_{c,max} + N_{sz,max} + N_{sy,max}} \right)^m \right]$$

con $\quad m = 1 + \left(\dfrac{\nu_M \, N_{c,max} + N_{sy,max}}{\nu_M \, N_{c,max} + N_{sz,max} + N_{sy,max}} \right)$

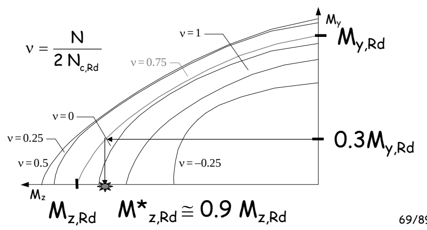
Valori base per dominio M-N
includendo l'armatura "di parete"

	Calcestruzzo	Acciaio
N	$\nu_M \, N_{c,max} = \dfrac{289}{594} \, b \, h \, f_{cd}$	$\cancel{N_{s,max} = 2 \, A_s \, f_{yd}}$ $N_{s,max} = 2 \, (A_s + A_{s,p}) \, f_{yd}$
M	$M_{c,max} = \dfrac{289}{2376} \, b \, h^2 \, f_{cd}$	$\cancel{M_{s,max} = A_s \, (h - 2\,c) \, f_{yd}}$ $M_{s,max} = (A_s + 0.4 \, A_{s,p}) \, (h - 2\,c) \, f_{yd}$

E' possibile usare le stesse formule modificando $N_{s,max}$ e $M_{s,max}$

Considerazioni

Contemporaneamente, la presenza di momento nella direzione trasversale riduce il momento resistente



Indicazioni operative

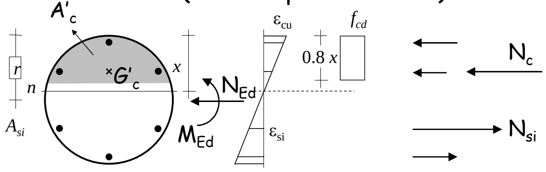
Finché il momento trasversale non è eccessivo, i due effetti si compensano

E' possibile progettare a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni,

e poi effettuare un controllo a pressoflessione deviata

Verifica di sezioni di forma generica

Verifica sezione circolare
(sezione parzializzata)

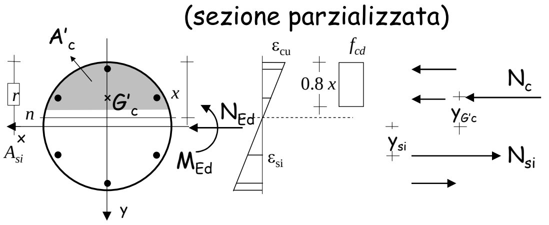


Per l'equilibrio alla traslazione deve essere:

$N_c + \Sigma \, N_{si} = N_{Ed}$

Posso ricavare x per tentativi

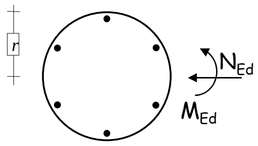
Verifica sezione circolare
(sezione parzializzata)



Dall'equilibrio alla rotazione:

$$M_{Rd} = N_c\ y_{G'c} + \sum N_{si}\ y_{si}$$

Esempio



Dati:

Sezione	r = 20 cm
	c = 4 cm
Armature	6∅14
Calcestruzzo	C25/30
Acciaio	B450C

M_{Ed} = 45 kNm; N_{Ed} = -500 kNm

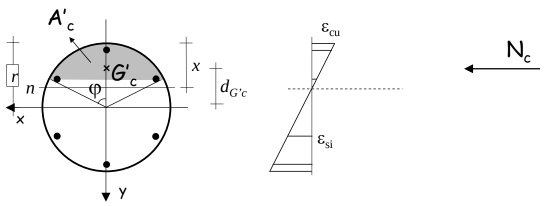
Procedura:

1 – individuazione dell'asse neutro per tentativi

2 - determinazione del momento resistente

3 - confronto tra M_{Ed} e M_{Rd}

Calcolo di N_c



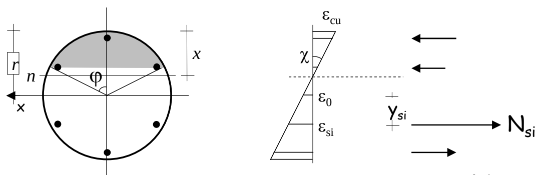
$$\varphi = \arccos\left(\frac{r-h}{r}\right) \qquad h = 0.8\ x$$

$$A'_c = \frac{1}{2} r^2 (2\varphi - \text{sen}\ 2\varphi)$$

$$N_c = A'_c\ f_{cd}$$

$$y_{G'c} = -d_{G'c} = -\frac{2}{3}\frac{r^3 \text{sen}^3\ 2\varphi}{A'_c}$$

Calcolo di N_{si}



$$N_{si} = A_{si}\ \sigma_{si}$$

$$\varepsilon_0 = -\varepsilon_{cu}\left(1 - \frac{r}{x}\right)$$

$$\chi = \frac{\varepsilon_{cu}}{x}$$

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_0 + \chi\ y_{si}$$

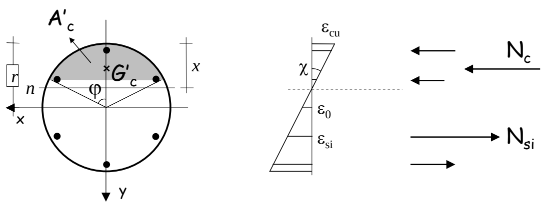
$$\Rightarrow$$

$$\sigma_{si} = -f_{yd} \qquad \varepsilon_{si} \le -\varepsilon_{yd}$$

$$\sigma_{si} = E\ \varepsilon_{si} \qquad -\varepsilon_{yd} < \varepsilon_{si} < \varepsilon_{yd}$$

$$\sigma_{si} = f_{yd} \qquad \varepsilon_{si} \ge \varepsilon_{yd}$$

Determinazione di x



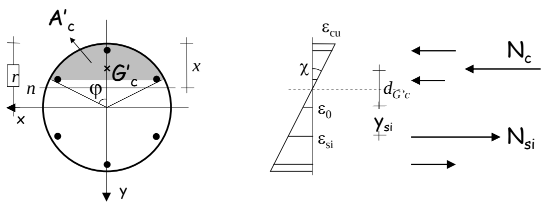
Per tentativi ricavo x = 17.4 cm

N_c = -550.6 kN

N_{s1} = -60.2 kN; N_{s2} = -69.9 kN; N_{s3} = 120.5 kN; N_{s4} = 60.2 kN

$N_c + N_{s1} + N_{s1} + N_{s1} + N_{s4}$ = -500 kN

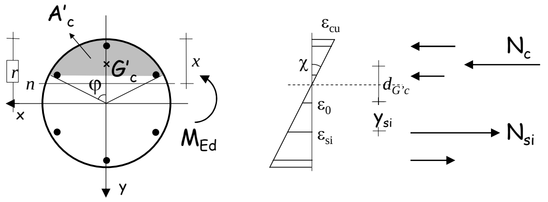
Determinazione di M_{Rd}



N_c = -550.6 kN	$y_{G'c}$ = -11.9 cm
N_{s1} = -60.2 kN	y_{S1} = -16 cm
N_{s2} = -69.9 kN	y_{S2} = - 8cm
N_{s3} = 120.5 kN	y_{S3} = 8 cm
N_{s4} = 60.2 kN	y_{S4} = 16 cm

M_{Rd} = 99.9 kNm

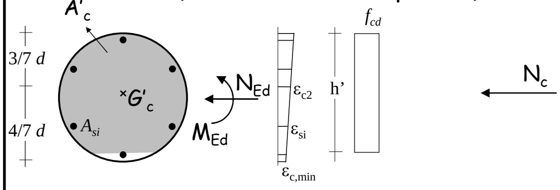
Verifica



$$M_{Ed} = 45\ \text{kNm} < M_{Rd} = 99.9\ \text{kNm}$$

La sezione è verificata

Verifica sezione circolare
(sezione tutta compressa)

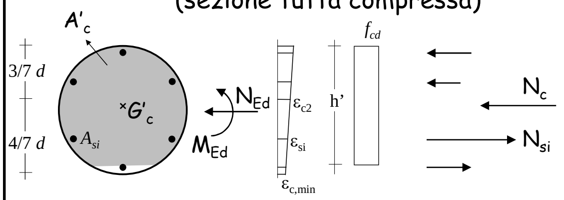


Si può considerare un diagramma costante $\sigma_c = f_{cd}$ per un'altezza h'

$$h' = d\left[1 - 0.2\,(1-\eta_{min})^2\right]$$

$$\eta_{min} = \frac{\varepsilon_{c,min}}{\varepsilon_{c,2}}$$

Verifica sezione circolare
(sezione tutta compressa)

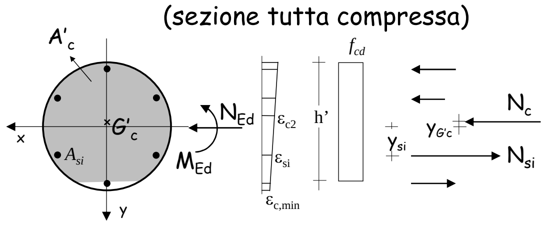


Per l'equilibrio alla traslazione deve essere:

$N_c + \Sigma\, N_{si} = N_{Ed}$

Posso ricavare η_{min} per tentativi

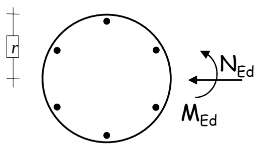
Verifica sezione circolare
(sezione tutta compressa)



Dall'equilibrio alla rotazione:

$$M_{Rd} = N_c\, y_{G'c} + \sum N_{si}\, y_{si}$$

Esempio



Dati:

Sezione	r = 20 cm c = 4 cm
Armature	6∅14
Calcestruzzo	C25/30
Acciaio	B450C

M_{Ed} = 45 kNm; N_{Ed} = -2000 kNm

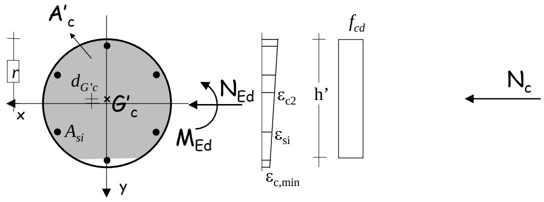
Procedura:

1 – individuazione di η_{min} per tentativi

2 - determinazione del momento resistente

3 - confronto tra M_{Ed} e M_{Rd}

Calcolo di N_c



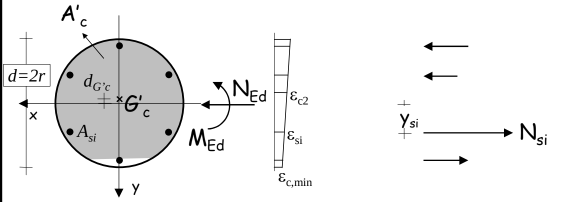
$$\varphi = \arccos\left(\frac{r-h'}{r}\right) \Leftarrow h' = 2r\left[0.8 - 0.2\,(1-\eta_{min})^2\right]$$

$$A'_c = \frac{1}{2} r^2 (2\varphi - \text{sen}\ 2\varphi)$$

$$N_c = A'_c\ f_{cd}$$

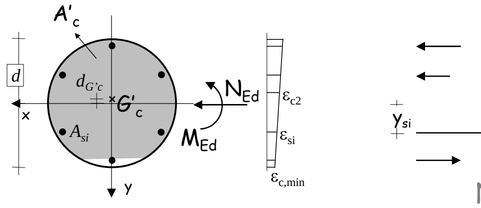
$$y_{G'c} = -d_{G'c} = -\frac{2}{3}\frac{r^3 \text{sen}^3\ 2\varphi}{A'_c}$$

Calcolo di N_{si}



$$\varepsilon_s = -\varepsilon_{c2}\left[\frac{r - y_{si}}{4/7\ d}(1-\eta_{min}) + \eta_{min}\right] \quad \ldots$$

Calcolo di N_{si}



$$N_{si} = A_{si}\ \sigma_{si}$$

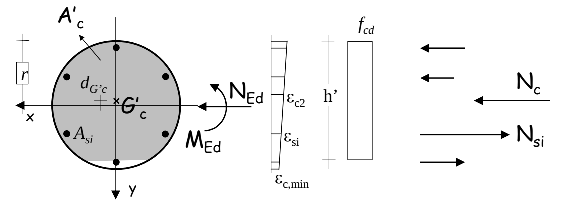
… noto ε_{si} $\Rightarrow$

$$\sigma_{si} = -f_{yd} \qquad \varepsilon_{si} \le -\varepsilon_{yd}$$

$$\sigma_{si} = E\ \varepsilon_{si} \qquad -\varepsilon_{yd} < \varepsilon_{si} < \varepsilon_{yd}$$

$$\sigma_{si} = f_{yd} \qquad \varepsilon_{si} \ge \varepsilon_{yd}$$

Determinazione di η_{min}



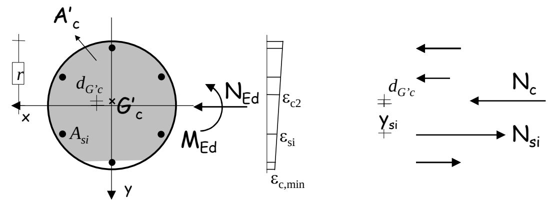
Per tentativi ricavo η_{min} = 0.324

N_c = -1702.9 kN

N_{s1} = -60.2 kN; N_{s2} = -120.5 kN; N_{s3} = -87.8 kN; N_{s4} = -28.6 kN

$N_c + N_{s1} + N_{s1} + N_{s1} + N_{s4}$ = -2000 kN

Determinazione di M_{Rd}



N_c = -1702.9 kN $y_{G'c}$ = -0.85 cm

N_{s1} = -60.2 kN y_{S1} = -16 cm

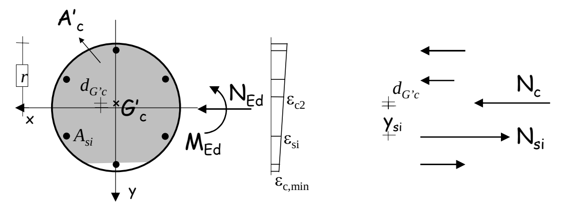
N_{s2} = -120.5 kN y_{S2} = - 8cm

N_{s3} = -87.8 kN y_{S3} = 8 cm

N_{s4} = -28.6 kN y_{S4} = 16 cm

$$M_{Rd} = 22.2\ \text{kNm}$$

Verifica



$$M_{Ed} = 45\ \text{kNm} > M_{Rd} = 22.2\ \text{kNm}$$

La sezione NON è verificata