

Corso di aggiornamento

Progettazione delle strutture antisismiche secondo le
indicazioni del capitolo 10 delle NTC 2008: approfondimenti

Verifica sismica di edifici esistenti in c.a.

9 - Comportamento dell'edificio: rottura "duttile"
controllo in termini di deformazioni

Bologna

14-15 febbraio 2013

Aurelio Gheresi

Analisi lineare con forze non ridotte e analisi statica non lineare

- La prima è un'approssimazione della seconda (ed ha limiti di applicabilità)
- L'una e l'altra consentono di valutare il comportamento della struttura al crescere dell'azione sismica ed a valutare quando si raggiungono i limiti corrispondenti allo SL di interesse
- Se la struttura ha collasso fragile per accelerazioni non elevate, il suo comportamento può (deve?) essere valutato con analisi lineare

		Modello Lineare		Modello Non Lineare	
		Domanda	Capacità	Domanda	Capacità
Tipo di elemento o meccanismo (e/m)	Duttile / Fragile	Accettazione del Modello Lineare (ML) (per il controllo dei valori di $\rho_i = D_i/C_i$)		Dall'analisi. Usare i valori medi nel modello.	In termini di deformazione Usare i valori medi <u>divisi</u> per il FC.
		Dall'analisi. Usare i valori medi dei moduli nel modello.	In termini di resistenza. Usare i valori medi.		
	Verifiche (se il ML è accettato)				
	Duttile	Dall'analisi.	In termini di deformazione. Usare i valori medi <u>divisi</u> per il FC.		
Verifiche (se il ML è accettato)			In termini di resistenza. Usare i valori medi <u>divisi</u> per il FC e per il coefficiente parziale.		
Fragile	Se $\rho_i \leq 1$, dall'analisi.			In termini di resistenza. Usare i valori medi <u>divisi</u> per il FC e per il coefficiente parziale.	
	Se $\rho_i > 1$, dall'equilibrio con la resistenza degli e/m duttili. Usare i valori medi <u>moltiplicati</u> per FC.				

Controllo in termini di deformazioni

Cosa significa ?

- Durante il terremoto la struttura va in campo plastico
 - Le caratteristiche di sollecitazioni non possono crescere oltre un certo limite
 - Si hanno deformazioni plastiche; la rottura avviene per superamento della deformazione plastica (rotazione delle cerniere plastiche)
- Occorre prevedere e controllare l'entità delle deformazioni plastiche

Controllo in termini di deformazioni

problemi di base

Problemi concettuali:

- Scelta di modelli per il legame costitutivo del materiale
- Definizione dell'ampiezza della cerniera plastica
- Valutazione corretta del comportamento in 3D (interazione $N-M_x-M_y$ e relative curvature)

Controllo in termini di deformazioni

problemi di base

Problemi operativi:

- Solo l'analisi dinamica non lineare fornisce le rotazioni plastiche per un dato sisma; ma:
 - quali e quanti accelerogrammi usare ?
- Una analisi statica non lineare fornisce rotazioni plastiche; ma queste:
 - corrispondono a quelle ottenute dall'analisi dinamica ?
 - e a quale valore di a_g corrispondono ?
- Una analisi lineare (modale) non fornisce rotazioni plastiche; come fare a prevederle ?

Controllo in termini di deformazioni considerazioni

- Le travi hanno molto spesso una buona duttilità, anche se non progettate espressamente per questo

Problemi per:

- Strutture irregolari (campate molto corte, schemi con forti rotazioni planimetriche) perché portano alla plasticizzazione precoce di qualche elemento
- Sezioni sottodimensionate con armatura tesa molto forte e armatura compressa quasi inesistente
- Sezioni non ben armate per carichi verticali
- Difetti di esecuzione e deterioramento nel tempo

Se non si verificano queste condizioni le travi potrebbero non dare problemi di duttilità

Controllo in termini di deformazioni considerazioni

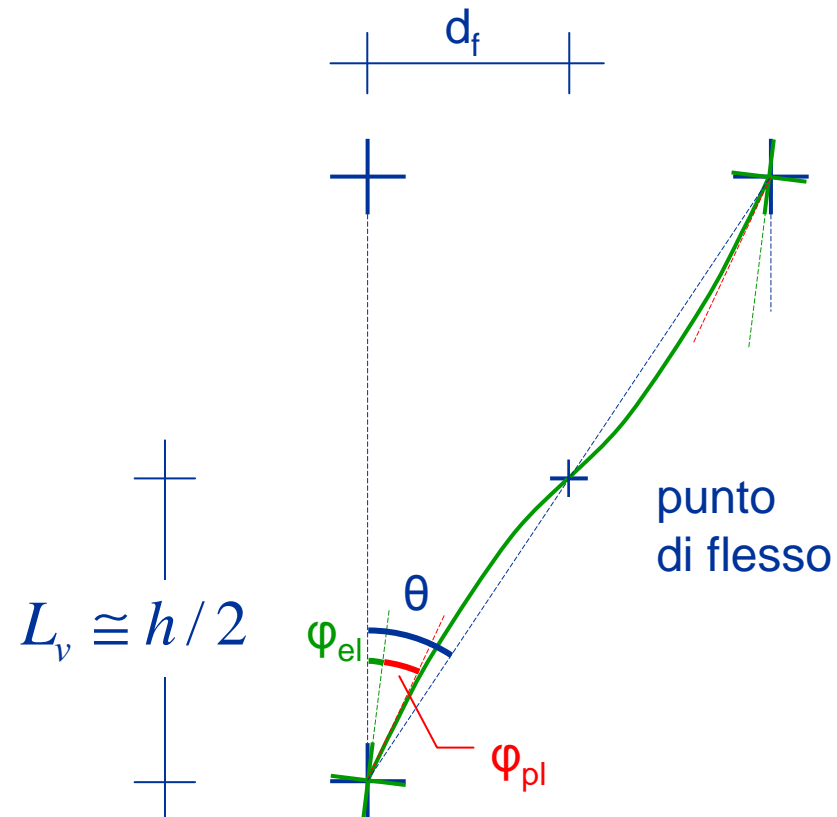
- I pilastri possono essere più o meno resistenti a flessione e duttili, in funzione dell'armatura disposta e del valore dello sforzo normale

Problemi particolari per:

- Strutture irregolari (pilastri molto corte, schemi con forti rotazioni planimetriche) perché portano alla plasticizzazione precoce di qualche elemento
- Pilastri con tensione media molto elevata
- Pilastri con armatura longitudinale molto bassa
- Difetti di esecuzione e deterioramento nel tempo

È opportuno concentrarsi soprattutto sui pilastri nella verifica di duttilità

Deformazioni dei pilastri



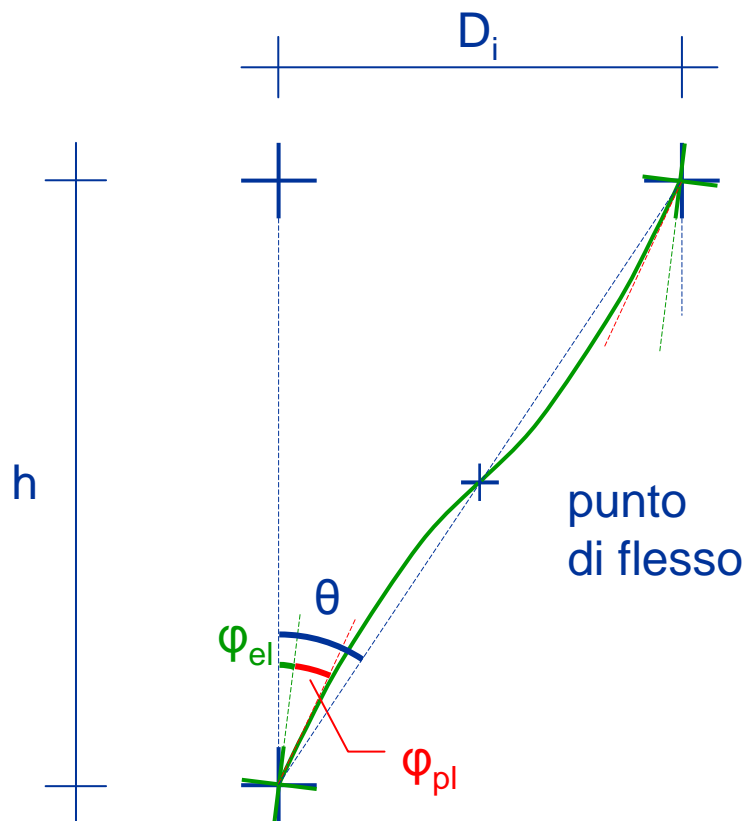
φ_{el} rotazione
elastica del nodo

φ_{pl} rotazione della
cerniera plastica

θ rotazione rispetto
alla corda

$$\theta = \frac{d_f}{L_v} \cong \frac{d_f}{h/2}$$

Deformazioni dei pilastri



Se la situazione è uguale
in testa e al piede

$$\theta = \frac{D_i}{h}$$

$$D_i = \theta h$$

θ rotazione rispetto
alla corda

$$\theta = \frac{d_f}{L_v} \cong \frac{d_f}{h/2}$$

Rotazione alla corda

- Valore limite della rotazione alla corda a collasso (CO, ovvero SLC):
Può essere calcolato partendo dalla rotazione della cerniera plastica

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} \left(\theta_y + (\phi_u - \phi_y) L_{pl} \left(1 - \frac{0,5L_{pl}}{L_v} \right) \right)$$

Non è molto agevole utilizzarla, per la complessità nel determinare la rotazione ultima della cerniera plastica

Rotazione alla corda

- Valore limite della rotazione alla corda a collasso (CO, ovvero SLC)

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left(\frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

- Moltiplicare per 0.85 negli elementi non dotati di adeguati dettagli antisismici
 - Moltiplicare per 0.75 in presenza di barre lisce o ancoraggi non sufficienti
- Valore limite per DS (SLV):
moltiplicare per 0.75

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left(\frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

$\gamma_{el} = 1.5$ per gli elementi primari

$$\frac{1}{\gamma_{el}} = 0.6667$$

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

$$f_c = \frac{f_{cm}}{FC \gamma_c} = \frac{19}{1,2 \times 1,5} = 10,56 \text{ MPa}$$

$$v = \frac{N}{A_c f_c} = \frac{400 \times 10^3}{900 \times 10^2 \times 10,56} = 0,4209$$

$$0,3^v = 0,6024$$

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

$$\omega = \frac{A_s}{b h} \frac{f_y}{f_c} \quad \omega' = \frac{A'_s}{b h} \frac{f_y}{f_c} \quad \text{per pilastri } \omega = \omega'$$

$$\left[\frac{\max(0.01, \omega')}{\max(0.01, \omega)} f_c \right]^{0.225} = 10.56^{0.225} = 1.6995$$

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left(\frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

$$L_v = 135 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

luce di taglio = distanza dal punto di flesso
(metà della lunghezza netta del pilastro)

$$\left(\frac{L_v}{h} \right)^{0,35} = \left(\frac{135}{30} \right)^{0,35} = 1.6929$$

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left(\frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

Contributo delle staffe: per staffatura modesta viene circa 1

Più precisamente, in questo caso, 1.0057 - lo trascuro

Contributo di ferri piegati - non ce ne sono

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

Quindi, per DS (SLV):

$$\begin{aligned} \theta_{u(DS)} &= 0.75 \times 0.85 \times 0.6667 \times 0.0160 \times 0.6024 \times 1.6995 \times 1.6929 = \\ &= 0.0118 \end{aligned}$$

Spostamento relativo limite di interpiano

- Se le rotazioni alla corda in testa e al piede del pilastro sono uguali e se si trascura la rotazione dei nodi si ha:

$$u_{rel} = \theta_{u,DS} \times 2 L_v = \theta_{u,DS} \times h_p$$

Nell'esempio:

$$u_{rel} = 0.0118 \times 2700 = 31.8 \text{ mm}$$

Nota: si è considerato, cautelativamente, l'altezza netta (2700 mm)

Spostamento relativo limite di interpiano

- Lo spostamento limite dipende dallo sforzo normale, che varia per effetto del sisma

pilastro	piano	Nq	b	h	spo u per Nq	ag 0.1	ag 0.2	ag 0.3	ag 0.4
1	6	66.1	30	30	54.72	54.09	53.46	52.84	52.23
1	5	163.7	30	30	50.39	48.23	46.15	44.17	42.28
1	4	261.3	30	30	46.40	42.38	38.71	35.35	32.29
1	3	358.9	30	30	42.73	36.95	31.95	27.63	23.89
1	2	456.5	30	30	39.35	32.11	26.20	21.38	17.45
1	1	556.4	40	30	40.67	33.55	27.68	22.84	18.84

Considerando il sisma nel verso peggiore si ha sempre una riduzione di spostamento limite

Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

pilastro	piano
1	6
1	5
1	4
1	3
1	2
1	1
2	6
2	5
2	4
2	3
2	2
2	1
3	6
3	5
3	4
3	3
3	2
3	1

Nq	b	h	spo u per Nq	ag 0.1	ag 0.2	ag 0.3	ag 0.4
66.1	30	30	54.72	54.09	53.46	52.84	52.23
163.7	30	30	50.39	48.23	46.15	44.17	42.28
261.3	30	30	46.40	42.38	38.71	35.35	32.29
358.9	30	30	42.73	36.95	31.95	27.63	23.89
456.5	30	30	39.35	32.11	26.20	21.38	17.45
556.4	40	30	40.67	33.55	27.68	22.84	18.84
108.0	30	30	52.82	52.58	52.34	52.10	51.87
244.0	30	30	47.08	46.79	46.49	46.20	45.91
380.0	30	30	41.97	41.54	41.12	40.70	40.28
518.2	30	40	37.68	37.36	37.05	36.74	36.44
658.7	30	50	34.65	34.35	34.05	33.76	33.47
801.4	30	60	32.36	31.77	31.20	30.63	30.07
108.0	30	30	52.82	52.59	52.37	52.14	51.92
244.0	30	30	47.08	46.78	46.49	46.19	45.90
380.0	30	30	41.97	41.49	41.02	40.56	40.09
518.2	30	40	37.68	37.12	36.57	36.03	35.49
658.7	30	50	34.65	34.11	33.58	33.06	32.54
801.4	30	60	32.36	31.86	31.36	30.88	30.40

Lo
spostamento
limite del
piano è
quello del
pilastro che
ha un limite
più basso

6
5
4
3
2

spo u min	spo u min	spo u min	spo u min	spo u min
51.23	50.89	50.54	50.20	49.86
45.37	44.31	43.04	41.15	39.35
40.17	38.30	34.94	31.88	29.09
36.27	32.85	28.31	24.40	21.03
33.48	30.03	26.02	21.38	17.45
31.34	27.57	23.49	20.01	16.94

File Edificio.xls - PilX (AnLin)

Analisi lineare

Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09

Analisi lineare

- Si ipotizza che gli spostamenti reali per un qualsiasi a_g siano uguali a quelli forniti dall'analisi lineare
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

Analisi lineare

Nota:

- La previsione dello spostamento in testa con l'analisi lineare è abbastanza accettabile
- Quello che può cambiare molto, e non è colto dall'analisi lineare, è la variazione della deformata al progredire della plasticizzazione:
se si forma un meccanismo di piano lo spostamento si concentra tutto a quel piano, con valori molto maggiori di quelli previsti dall'analisi lineare

Per questo motivo occorre verificare l'applicabilità dell'analisi lineare

Applicabilità dell'analisi lineare (1)

- Calcolare per tutte le sezioni il momento resistente (con valori medi di f_c e f_y - non divisi per il fattore di confidenza né per il coefficiente parziale di sicurezza)
 C = capacità
- Per un assegnato a_g calcolare il momento sollecitante
 D = domanda
- Calcolare il rapporto $\rho = D / C$

Applicabilità dell'analisi lineare (2)

- Esaminare tutte le sezioni in cui $\rho > 2$; tra queste:
 - Trovare il minimo ρ_{\min}
 - Trovare il massimo ρ_{\max}
 - Calcolare il rapporto $\rho_{\max} / \rho_{\min}$
- L'analisi è applicabile se $\rho_{\max} / \rho_{\min} \leq 2.5$

Si può trovare il valore massimo di a_g per il quale l'analisi è applicabile

Applicabilità dell'analisi lineare

					min	2.037
					max	2.337
					rapp	1.638
		X		ag		
		per 0.25		0.150		
pilastro	piano	Msisma	Mres	M(ag)		ρ
1	6	89.92	29.03	53.95	1.86	
1	5	154.46	39.03	92.68	2.37	2.374
1	4	203.44	47.35	122.06	2.58	2.578
1	3	184.94	53.88	110.96	2.06	2.059
1	2	175.33	64.58	105.20	1.63	
1	1	152.73	87.72	91.64	1.04	
2	6	130.59	33.53	78.35	2.34	2.337
2	5	215.70	46.00	129.42	2.81	2.813
2	4	263.48	55.05	158.09	2.87	2.872
2	3	426.34	101.89	255.80	2.51	2.510
2	2	516.45	151.81	309.87	2.04	2.041
2	1	722.63	210.92	433.58	2.06	2.056
3	6	131.79	33.53	79.07	2.36	2.359
3	5	216.58	46.00	129.95	2.82	2.825
3	4	265.58	55.05	159.35	2.89	2.895
3	3	446.64	101.89	267.98	2.63	2.630
3	2	565.63	151.81	339.38	2.24	2.235
3	1	746.51	210.92	447.91	2.12	2.124

basso

					min	2.023
					max	6.674
					rapp	3.299
		X		ag		
		per 0.25		0.300		
pilastro	piano	Msisma	Mres	M(ag)		ρ
1	6	89.92	29.03	107.90	3.72	3.717
1	5	154.46	39.03	185.35	4.75	4.748
1	4	203.44	47.35	244.13	5.16	5.156
1	3	184.94	53.88	221.93	4.12	4.119
1	2	175.33	64.58	210.40	3.26	3.258
1	1	152.73	87.72	183.28	2.09	2.089
2	6	130.59	33.53	156.71	4.67	4.674
2	5	215.70	46.00	258.84	5.63	5.626
2	4	263.48	55.05	316.18	5.74	5.744
2	3	426.34	101.89	511.61	5.02	5.021
2	2	516.45	151.81	619.74	4.08	4.082
2	1	722.63	210.92	867.16	4.11	4.111
3	6	131.79	33.53	158.15	4.72	4.717
3	5	216.58	46.00	259.90	5.65	5.649
3	4	265.58	55.05	318.70	5.79	5.790
3	3	446.64	101.89	535.97	5.26	5.260
3	2	565.63	151.81	678.76	4.47	4.471
3	1	746.51	210.92	895.81	4.25	4.247

non
accettabile

Applicabilità dell'analisi lineare

					min	2.623
					max	6.385
					rapp	2.434
		X		ag		
		per 0.25		0.287		
pilastro	piano	Msisma	Mres	M(ag)		ρ
1	6	89.92	29.03	103.23	3.56	3.556
1	5	154.46	39.03	177.32	4.54	4.543
1	4	203.44	47.35	233.55	4.93	4.932
1	3	184.94	53.88	212.31	3.94	3.940
1	2	175.33	64.58	201.28	3.12	3.117
1	1	152.73	87.72	175.33	2.00	
2	6	130.59	33.53	149.92	4.47	4.472
2	5	215.70	46.00	247.62	5.38	5.383
2	4	263.48	55.05	302.48	5.49	5.495
2	3	426.34	101.89	489.44	4.80	4.803
2	2	516.45	151.81	592.88	3.91	3.905
2	1	722.63	210.92	829.58	3.93	3.933
3	6	131.79	33.53	151.29	4.51	4.513
3	5	216.58	46.00	248.63	5.40	5.405
3	4	265.58	55.05	304.89	5.54	5.539
3	3	446.64	101.89	512.74	5.03	5.032
3	2	565.63	151.81	649.34	4.28	4.277
3	1	746.51	210.92	856.99	4.06	4.063

					min	2.602
					max	5.225
					rapp	2.008
		Y		ag		
		per 0.25		0.186		
pilastro	piano	Msisma	Mres	M(ag)		ρ
17	6	156.87	27.28	116.71	4.279	4.279
17	5	210.53	36.01	156.63	4.349	4.349
17	4	254.24	43.58	189.15	4.340	4.340
17	3	271.11	49.92	201.71	4.041	4.041
17	2	276.62	54.97	205.81	3.744	3.744
17	1	173.53	64.73	129.11	1.994	
9	6	219.94	32.12	163.64	5.095	5.095
9	5	308.91	44.68	229.83	5.143	5.143
9	4	379.20	53.99	282.12	5.225	5.225
9	3	374.96	65.84	278.97	4.237	4.237
9	2	619.91	108.32	461.21	4.258	4.258
9	1	707.89	159.70	526.67	3.298	3.298
1	6	157.75	29.03	117.37	4.043	4.043
1	5	215.43	39.03	160.28	4.106	4.106
1	4	261.50	47.35	194.56	4.109	4.109
1	3	283.83	53.88	211.17	3.919	3.919
1	2	259.30	64.58	192.92	2.987	2.987
1	1	384.30	104.41	285.92	2.738	2.738

File Edificio 2012.xls - foglio applicabil.

Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

direzione x		ag = 0.25
traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	119.282	14.166
5	107.605	23.586
4	86.782	29.592
3	58.958	25.488
2	33.862	21.890
1	11.999	11.999

spostamento relativo limite per rotazione corda		accelerazione sopportabile	
per Nq		per Nq	
51.23		0.904	
45.37		0.481	
40.17		0.339	
36.27		0.356	
33.48		0.382	
31.34		0.653	

Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

		ag											
direzione x		ag = 0.25	0.1	spostamento relativo limite per rotazione corda			accelerazione sopportabile						
traverso	spostamento	spostamento	spostamento	ag									
	assoluto (mm)	relativo (mm)	relativo (mm)	per Nq	0.1				per Nq			ag	
6	119.282	14.166	5.67	51.23	50.89				0.904			0.898	
5	107.605	23.586	9.43	45.37	44.31				0.481			0.470	
4	86.782	29.592	11.84	40.17	38.30				0.339			0.324	
3	58.958	25.488	10.20	36.27	32.85				0.356			0.322	
2	33.862	21.890	8.76	33.48	30.03				0.382			0.343	
1	11.999	11.999	4.80	31.34	27.57				0.653			0.574	

Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

		ag													
direzione x		ag = 0.25	0.2556	spostamento relativo limite per rotazione corda						accelerazione sopportabile					
traverso	spostamento	spostamento	spostamento		ag	ag	ag	ag	ag		ag	ag	ag	ag	ag
	assoluto (mm)	relativo (mm)	relativo (mm)	per Nq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.2556	per Nq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.2556
6	119.282	14.166	14.48	51.23	50.89	50.54	50.20	49.86	50.35	0.904	0.898	0.892	0.886	0.880	0.889
5	107.605	23.586	24.11	45.37	44.31	43.04	41.15	39.35	41.98	0.481	0.470	0.456	0.436	0.417	0.445
4	86.782	29.592	30.25	40.17	38.30	34.94	31.88	29.09	33.21	0.339	0.324	0.295	0.269	0.246	0.281
3	58.958	25.488	26.06	36.27	32.85	28.31	24.40	21.08	26.06	0.356	0.322	0.278	0.239	0.206	0.256
2	33.862	21.890	22.38	33.48	30.03	26.02	21.38	17.45	23.40	0.382	0.343	0.297	0.244	0.199	0.267
1	11.999	11.999	12.27	31.34	27.57	23.49	20.01	16.94	21.49	0.653	0.574	0.489	0.417	0.353	0.448

La rotazione limite si raggiunge per
 $a_g = 0.256 g$

Spostamento relativo limite di interpiano - direzione y

			ag												
direzione y		ag = 1	0.1629	spostamento relativo limite per rotazione corda						accelerazione sopportabile					
traverso	spostamento	spostamento	spostamento		ag	ag	ag	ag	ag		ag	ag	ag	ag	ag
	assoluto (mm)	relativo (mm)	relativo (mm)	per Nq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.1629	per Nq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.1629
6	186.971	24.067	15.68	51.23	50.41	49.60	48.80	48.02	49.90	0.532	0.524	0.515	0.507	0.499	0.518
5	168.612	34.841	22.70	45.37	42.99	40.74	38.61	36.59	41.56	0.326	0.308	0.292	0.277	0.263	0.298
4	139.445	42.230	27.52	40.17	36.31	32.82	29.67	26.81	34.07	0.238	0.215	0.194	0.176	0.159	0.202
3	100.777	43.865	28.58	36.27	32.16	28.51	24.34	20.36	29.82	0.207	0.183	0.163	0.139	0.116	0.170
2	58.056	38.803	25.28	33.48	29.22	23.04	17.92	13.94	25.28	0.216	0.188	0.148	0.115	0.090	0.163
1	19.354	19.354	12.61	31.34	27.16	22.25	17.56	13.86	24.29	0.405	0.351	0.287	0.227	0.179	0.314

La rotazione limite si raggiunge per
 $a_g = 0.163 g$

Conclusioni

per analisi lineare (con ρ)

- L'analisi mostra che il moltiplicatore di collasso potrebbe arrivare a

$$a_g = 0.163 \text{ g}$$

raggiunto per sisma in direzione y

L'analisi è applicabile in tale direzione fino a un valore

$$a_g = 0.186 \text{ g}$$

quindi il valore 0.163 g può essere assunto come moltiplicatore di collasso

Analisi non lineare (pushover)

Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09

Pushover

- C'è chi l'ha definita
"storia di una tentazione"

Devo usare la pushover ...
Voglio usare la pushover ...
Una relazione senza
pushover non vale niente ...



Pushover

- C'è chi l'ha definita "storia di una tentazione"
- C'è chi dice che è "il grande dramma di suspense dell'anno"



Pushover



In realtà queste definizioni si riferiscono ad un'altra pushover

... ma forse vanno bene anche per il nostro caso

Analisi statica non lineare

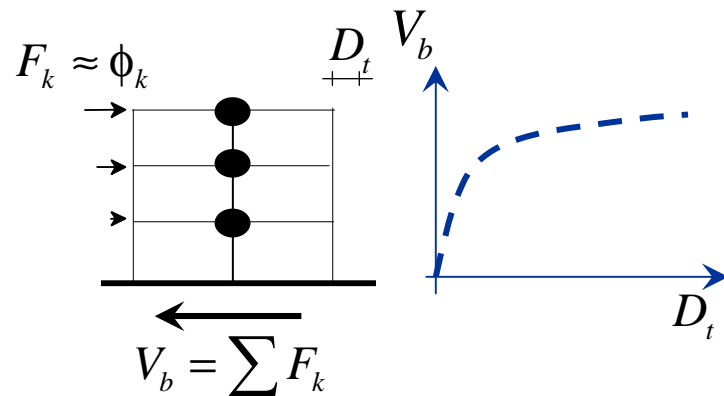
- Si valuta il comportamento non lineare della struttura per forze statiche crescenti
- Si ipotizza che gli spostamenti così ottenuti siano uguali a quelli reali (calcolabili con l'analisi dinamica non lineare)
- È necessario individuare quale sia il valore di a_g che corrisponde ad un assegnato punto della pushover
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

Analisi statica non lineare

determinazione dello spostamento "richiesto"

Multi Degree of Freedom

Telaio MDOF

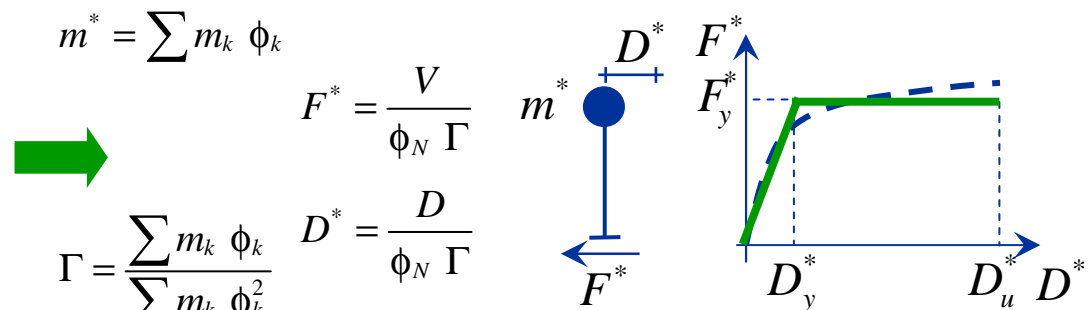


Spostamento richiesto (MDOF)

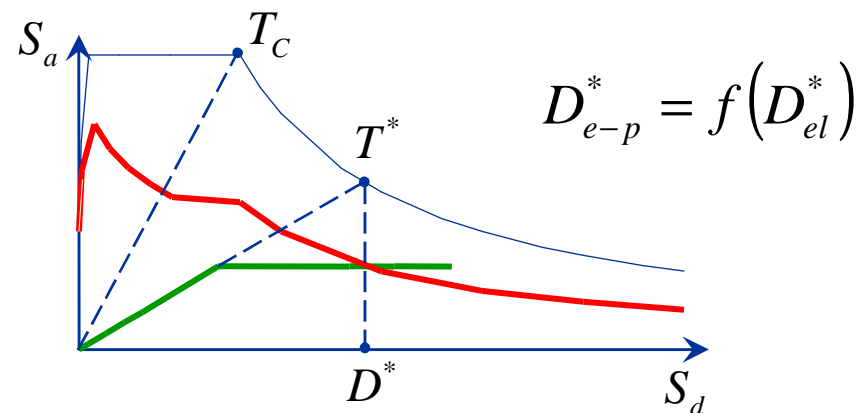
$$D_t = \Gamma D^*$$

Single Degree of Freedom

Sistema SDOF equivalente



Spostamento richiesto (SDOF)



Proposta alternativa

È veramente necessario passare al sistema SDOF?

Proposta:

determinare lo spostamento richiesto (elasto-plastico) direttamente dallo spostamento (elastico) fornito dall'analisi modale con spettro di risposta del sistema MDOF

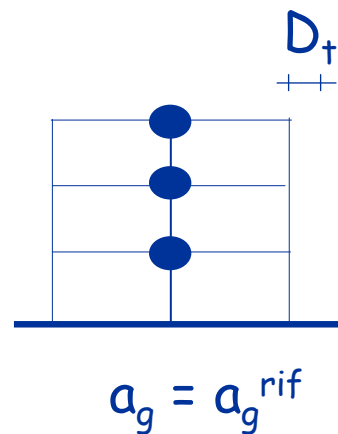
- corretto per tener conto della differenza $D_{e-p} - D_{el}$
- corretto per tener conto della pendenza iniziale della bilineare

Le stesse correzioni fatte nello SDOF

Analisi statica non lineare

1 - analisi modale

- Analisi modale con spettro di risposta (elastica)



$D_{t,el}^{rif}$ spostamento in testa
(el = elastico)

V_b^{rif} taglio al piede

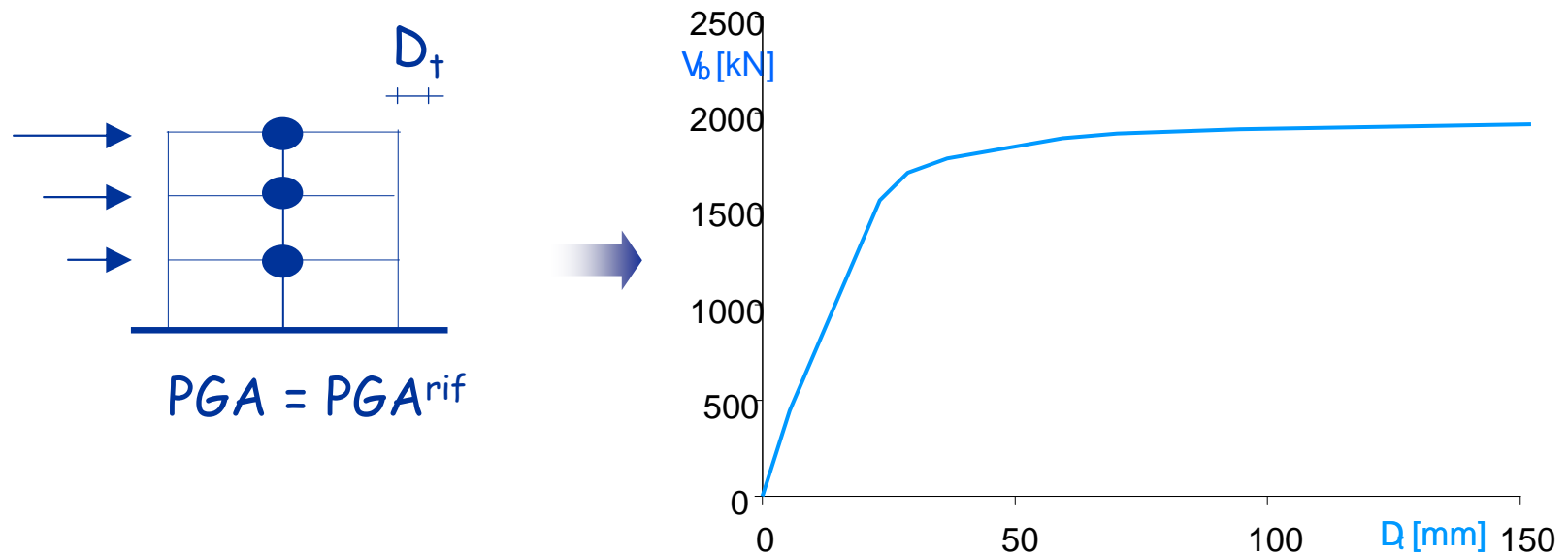
T^{rif} periodo del modo
predominante

Nota: poiché il modello è elastico lineare,
gli spostamenti variano linearmente con PGA

Analisi statica non lineare

2 - analisi incrementale (pushover)

- Applicazione di forze crescenti ad uno schema con possibilità di plasticizzazione

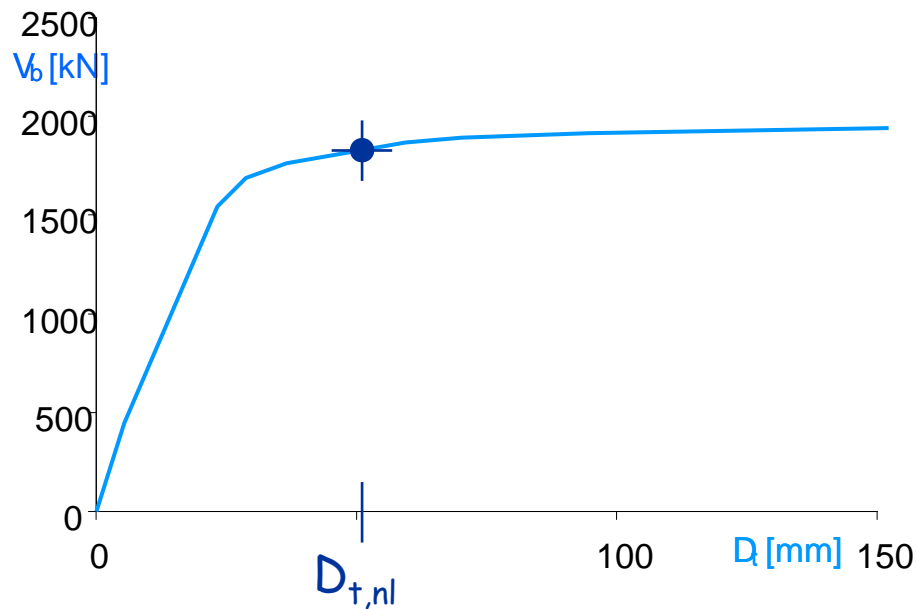


Nota: deve essere fatta due volte,
con due distribuzioni di forze

Analisi statica non lineare

relazione $D_t - a_g$

Quale accelerazione a_g corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,el}}{D_{t,el}^{rif}}$$



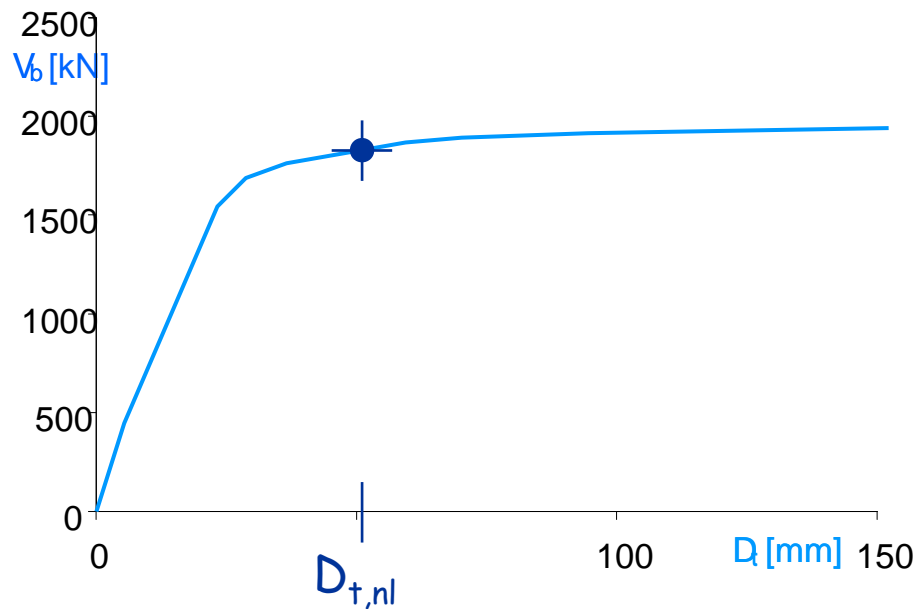
Idea base: uguaglianza di spostamenti

$$D_{t,el} = D_{t,nl}$$

Analisi statica non lineare

relazione $D_t - a_g$

Quale accelerazione a_g corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



Ma in realtà
questo non è
esatto

Occorre
effettuare due
correzioni

Idea base: uguaglianza di spostamenti

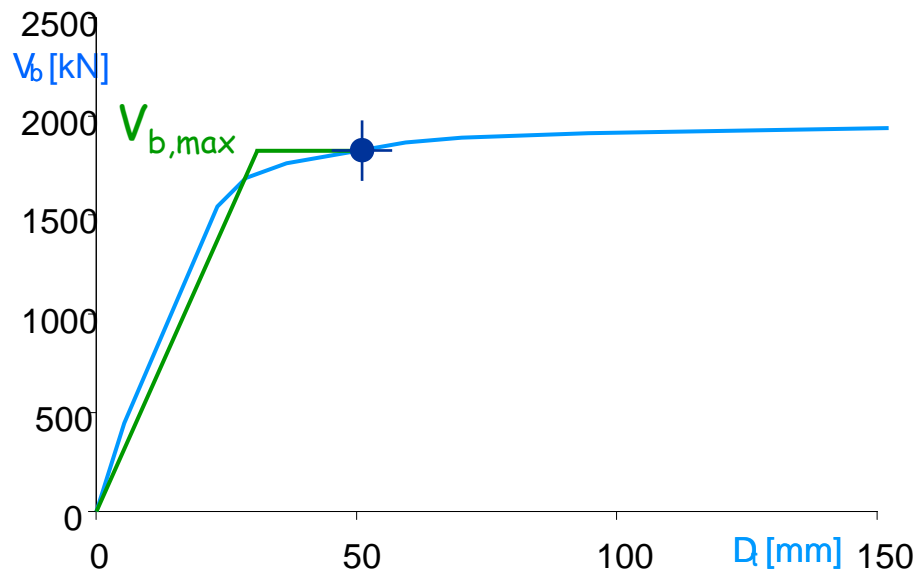
$$D_{t,el} = D_{t,nl}$$

Analisi statica non lineare

3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



Prima possibilità
(Eurocodice, NTC08)

Uguaglianza del
valore massimo

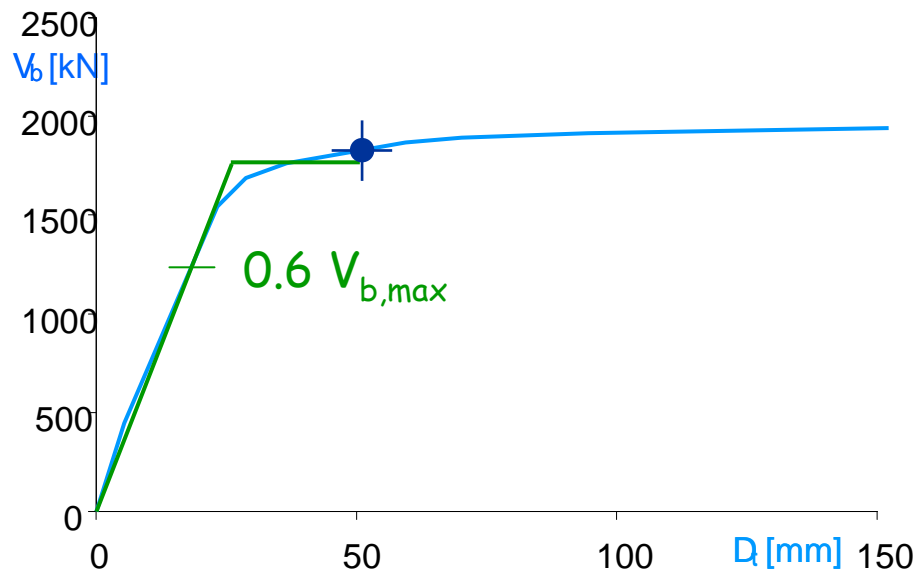
Criterio generale: area sottesa uguale

Analisi statica non lineare

3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



Seconda possibilità
(Fajfar)

Il tratto lineare
interseca la curva
al 60% di $V_{b,max}$

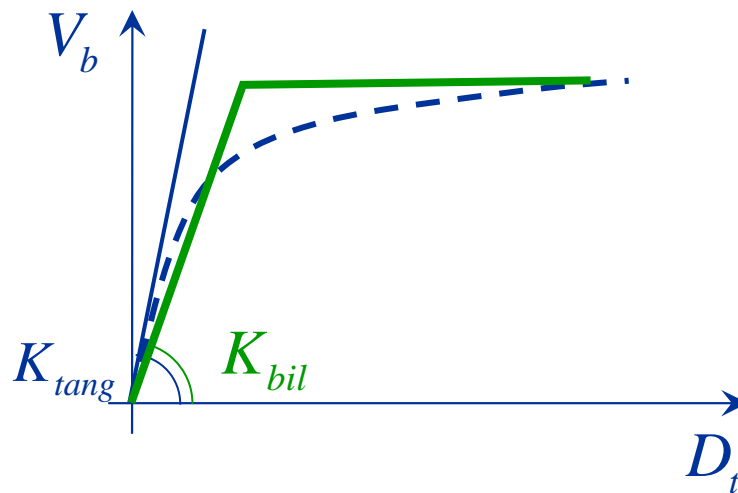
Criterio generale: area sottesa uguale

Analisi statica non lineare

4 - correzione per variazione rigidezza

- La bilinearizzazione comporta una variazione di rigidezza e quindi di periodo

$$T_{tang} = T_1 \text{ (analisi modale)}$$



$$T_{bil} = T_1 \sqrt{\frac{K_{tang}}{K_{bil}}}$$

$$D_{t,tang} = D_{t,bil} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})}$$

- Gli spostamenti si modificano in funzione della variazione di periodo

$$S_{de}(T) = \text{spostamento spettrale}$$

Spostamento richiesto

5 - correzione per spostamento elasto-plastico

- Lo spostamento di una struttura che vada in campo plastico può essere uguale oppure maggiore di quello di una struttura che rimane in campo elastico
- Si assume:

$$D_{t,el} = D_{t,e-p}$$

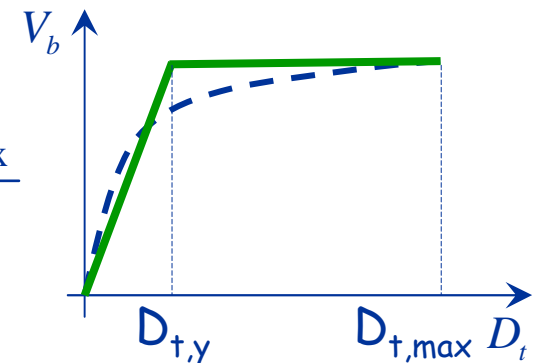
$$T \geq T_c$$

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

$$T < T_c$$

Nota: la duttilità μ è ricavata dalla bilineare

$$\mu = \frac{D_{t,max}}{D_{t,y}}$$



Passaggi matematici

(per mio ricordo)

- Dall'articolo di Bosco, Gheresi, Marino, "On the evaluation of seismic response of structures by nonlinear static methods"

$$R_{\mu} = \mu \quad \text{when } T^* \geq T_C \quad (8a)$$

$$R_{\mu} = (\mu - 1) \frac{T^*}{T_C} + 1 \quad \text{when } T^* < T_C \quad (8b)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_e)} \quad \text{if } T_e \geq T_C \text{ or } R_{\mu} \leq 1 \quad (20a)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_e)} \frac{R_{\mu}}{1 + (R_{\mu} - 1) T_C / T_e} \quad \text{if } T_e < T_C \text{ and } R_{\mu} > 1 \quad (20b)$$

$$\frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

Spostamento richiesto

6 - determinazione di a_g

- Riunendo le indicazioni precedenti

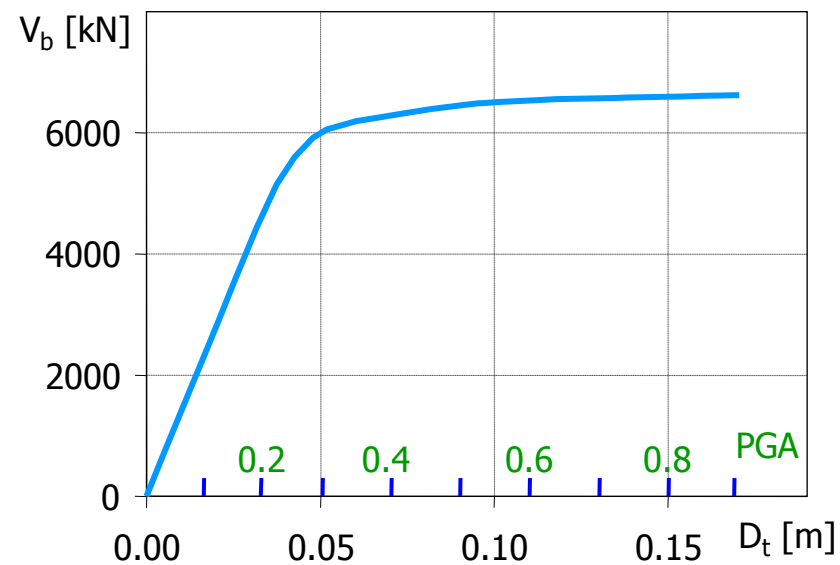
$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \quad T \geq T_c$$

$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c$$

Relazione spostamenti - PGA

- Con le relazioni precedenti, si può far corrispondere ad ogni spostamento un valore di PGA.

Si può quindi usare una doppia scala di riferimento per le ascisse



Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover

analisi modale		
ag	Dt [mm]	Vb [kN]
0.25	119.28	2291.83
T	1.064	s

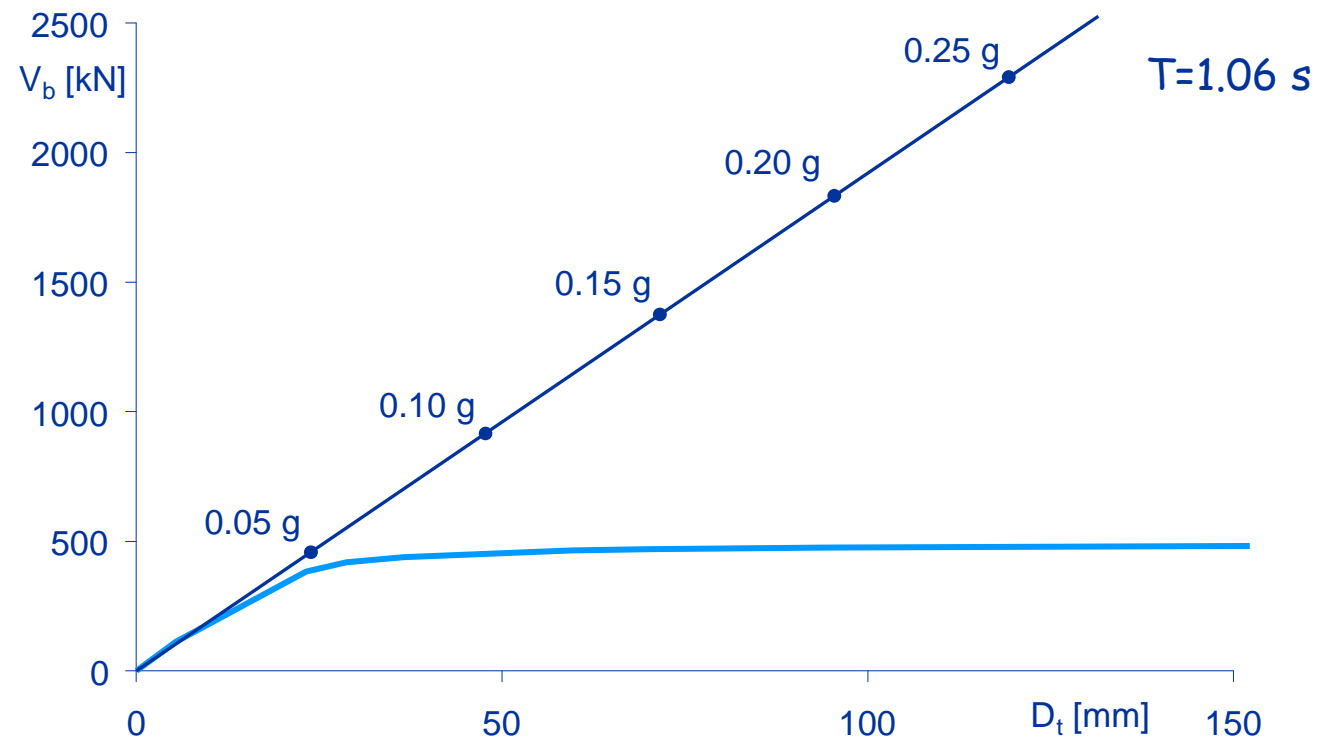
$$K_{tang} = \frac{2291.83}{119.28} = 19.21 \text{ kN/mm}$$

pushover		
passo	Dt [mm]	Vb [kN]
0	0.00	0.00
1	5.36	111.43
2	23.22	383.86
3	28.73	419.63
4	36.53	438.76
5	59.42	464.63
6	70.19	470.50
7	94.52	475.79
8	152.17	482.80
9	166.20	483.79
10	229.01	483.79
11	296.82	483.79
12	364.16	483.79
13	424.16	483.79
14	484.16	483.79
15	544.16	483.79
16	599.55	483.79

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione x

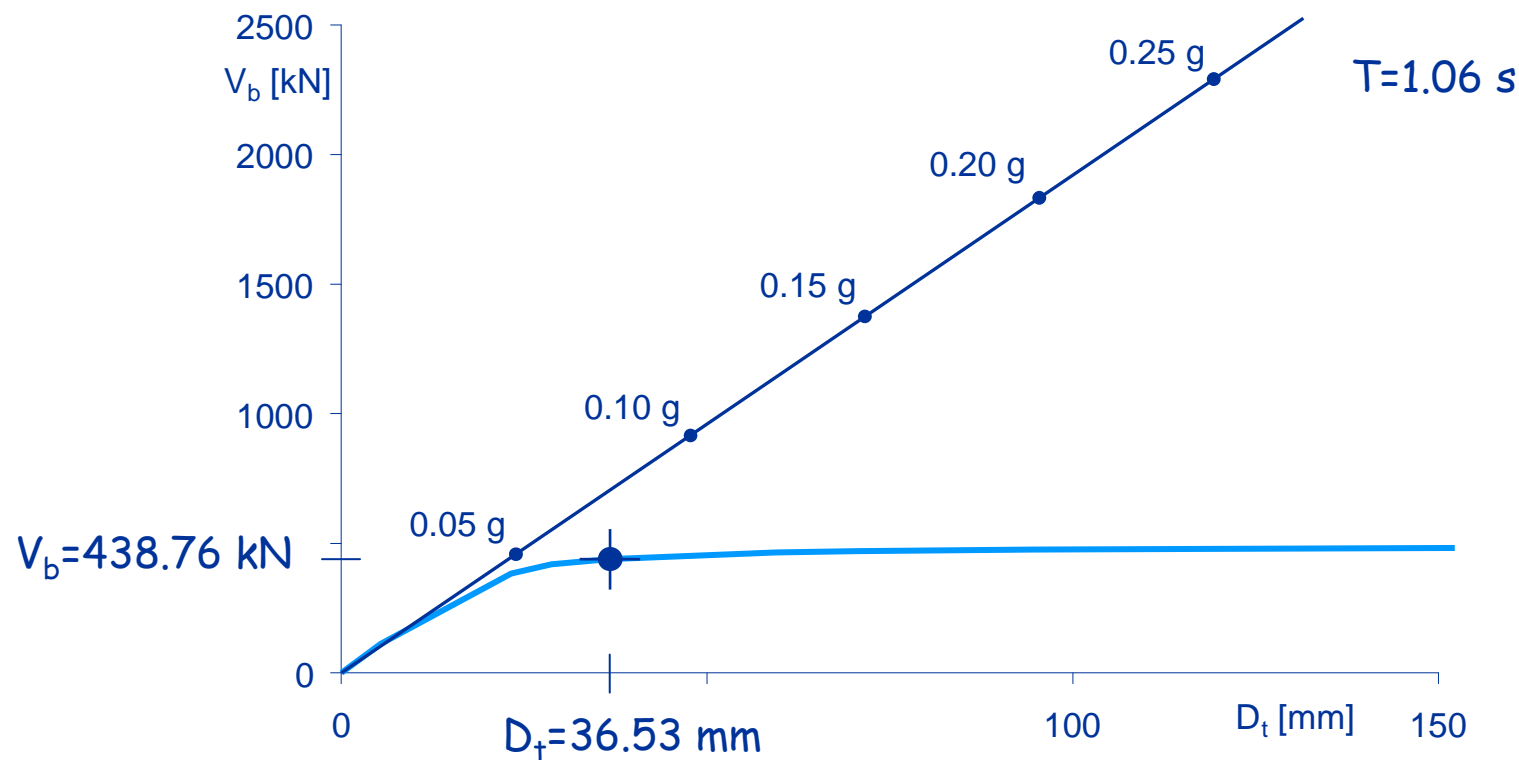
- Analisi lineare e pushover



Applicazione alla struttura in esame

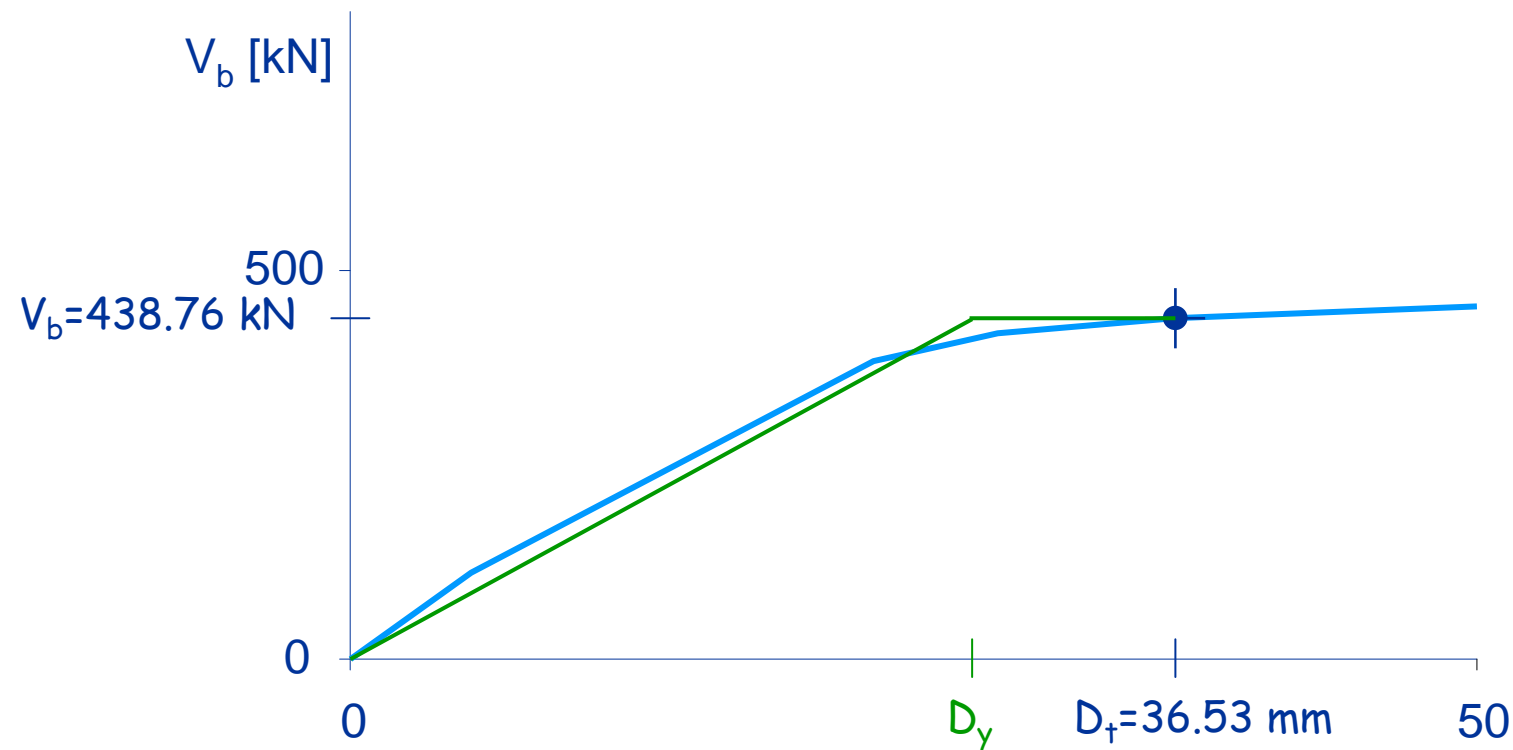
telai in direzione x

- Determinazione dell'accelerazione corrispondente ad un punto della curva



Bilinearizzazione

secondo indicazioni Eurocodice e NTC08



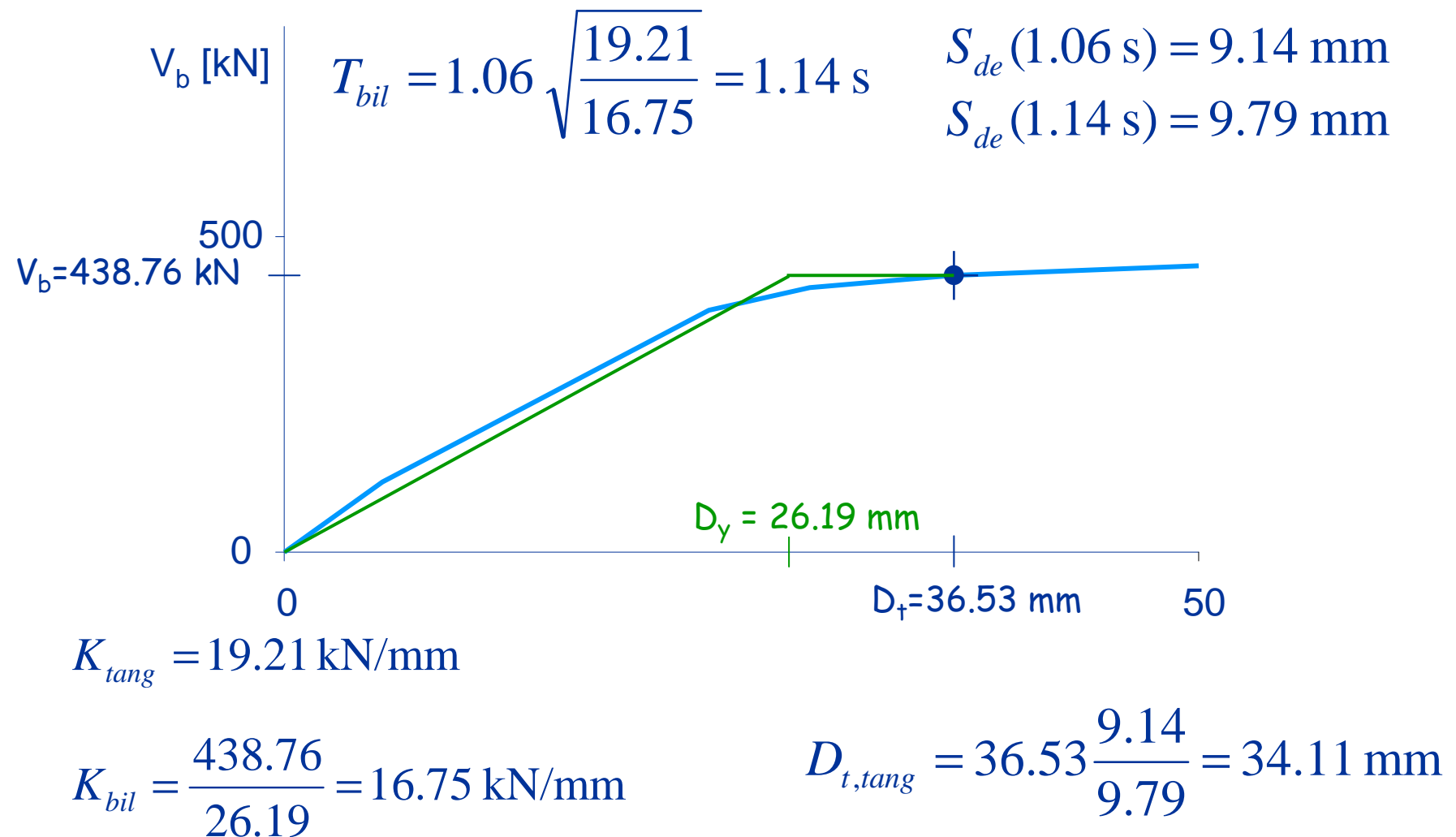
A = area sottesa dalla curva
 $= 10284 \text{ kN mm}$

$V_y = V_b$

$$D_y = \frac{2 (D_t V_b - A)}{V_y} = 26.19 \text{ mm}$$

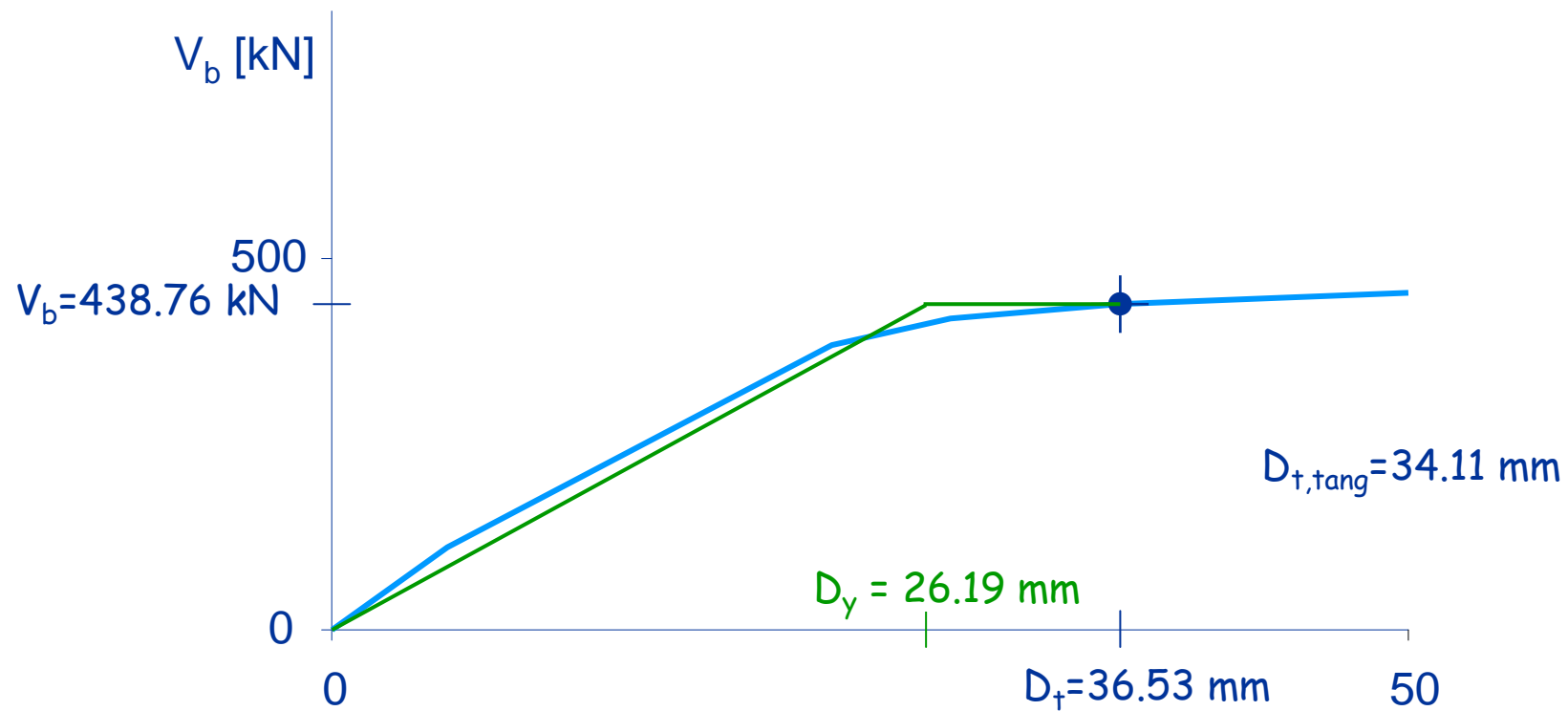
Correzione 1

rigidezza della tangente e della bilineare



Correzione 2

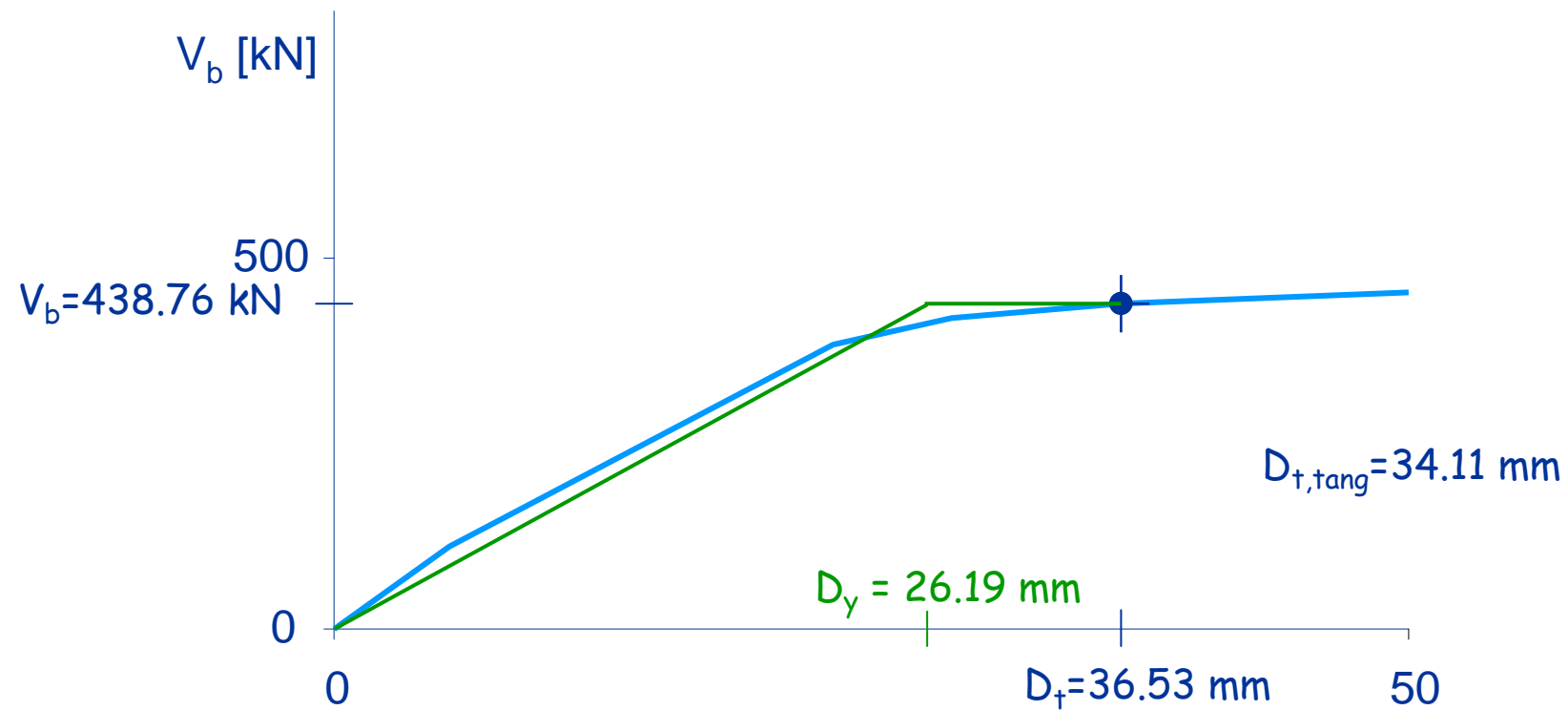
spostamento elastico ed elastoplastico



$$T > T_C$$

La correzione
non è necessaria

Accelerazione a_g corrispondente al punto assegnato



$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,tang}}{D_{t,el}^{rif}} = 0.25 \frac{34.11}{119.28} = 0.071 \text{ g}$$

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione x

- Accelerazione per tutti i punti della curva

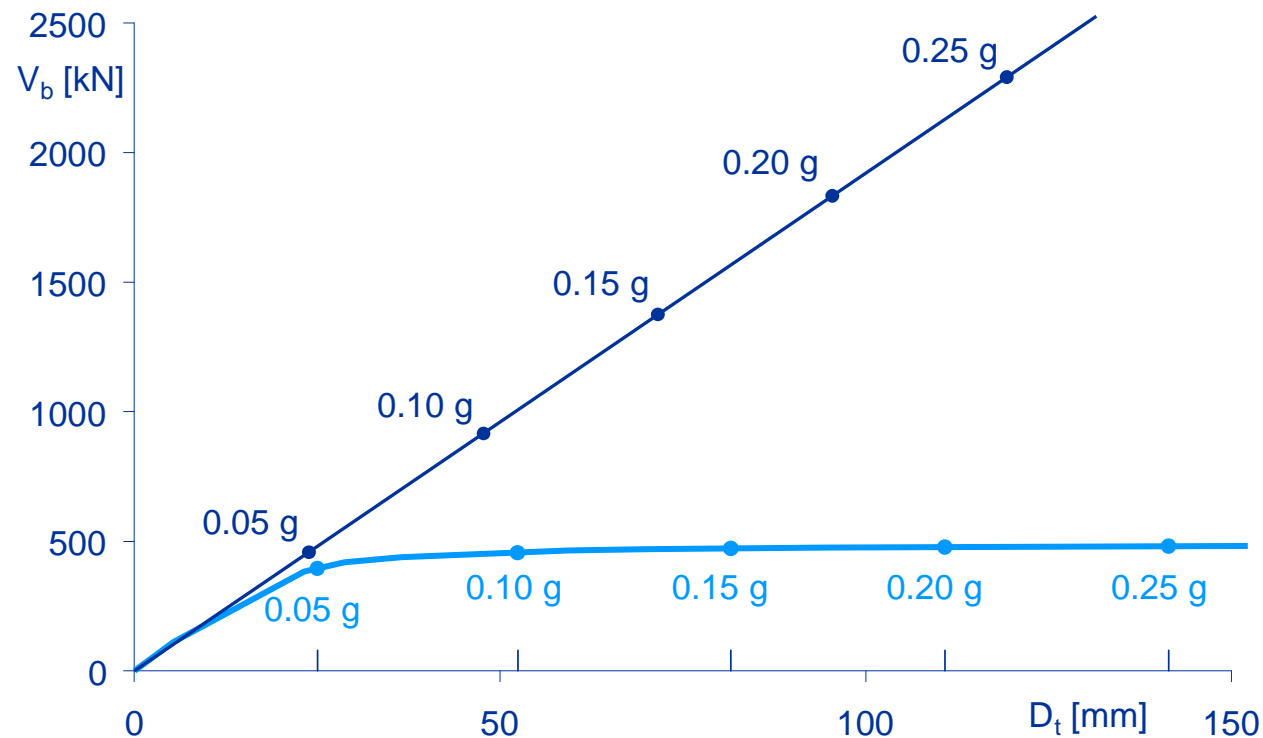
analisi modale											
ag	Dt [mm]	Vb [kN]					Kel				
0.25	119.28	2291.83					19.21				
T	1.064	s				ag(T)	0.319	g			
						D(T)	9.14	mm			
pushover											
passo	Dt [mm]	Vb [kN]	Area	Vy	Dy	Kbil	T	Dep(T)	Dep/D	Dt,el	ag
0	0.00	0.00	0	0.00	0.00		1.064	9.14	1.000	0.00	0.000
1	5.36	111.43	299	111.43	5.36	20.77	1.064	9.14	1.000	5.36	0.011
2	23.22	383.86	4721	383.86	21.84	17.57	1.113	9.56	1.046	22.21	0.047
3	28.73	419.63	6935	419.63	24.41	17.19	1.125	9.67	1.057	27.18	0.057
4	36.53	438.76	10284	438.76	26.19	16.75	1.140	9.79	1.071	34.11	0.071
5	53.42	484.63	20820	484.63	30.08	15.45	1.187	10.20	1.115	53.28	0.112
6	70.19	470.50	25659	470.50	31.32	15.02	1.203	10.34	1.131	62.07	0.130
7	94.52	475.79	37170	475.79	32.80	14.51	1.225	10.52	1.151	82.13	0.172
8	152.17	482.80	64801	482.80	35.91	13.45	1.272	10.93	1.195	127.30	0.267
9	166.20	483.79	71582	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	138.08	0.289
10	229.01	483.79	101967	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	190.26	0.399
11	296.82	483.79	134773	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	246.59	0.517
12	364.16	483.79	167348	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	302.53	0.634
13	424.16	483.79	196376	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	352.37	0.739
14	484.16	483.79	225403	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	402.21	0.843
15	544.16	483.79	254430	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	452.05	0.947
16	588.55	483.79	281224	483.79	35.49	13.26	1.281	11.01	1.204	498.06	1.044

File Pushover-x.xls - foglio Dt-ag

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e a_g



File Pushover-x.xls - foglio Graf Vb-Dt

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione y

- I primi passi dell'analisi non lineare sono stati fatti in maniera parzialmente manuale, ovvero con l'utilizzo di una analisi lineare e facendo variare via via lo schema

Passo	$1/\rho$		Dt	Vb	cerniera pil/tra	pia				
0			0	0						
1	4.62%	4.62%	8.573	63.47	20-12	2	des			
2	0.82%	5.44%	10.192	74.72	9-1	3	des			
3	0.05%	5.49%	10.298	75.42	20-12	1	des			
4	0.30%	5.79%	10.947	79.55	9-1	2	des			
5	0.26%	6.05%	11.530	83.08	9-1	1	des	20-12	3	des
6	0.29%	6.34%	12.260	87.09	9-1	4	des			
7	3.17%	9.51%	20.483	130.65	17-9	2	des			

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione y

- Curva di pushover (parte iniziale)

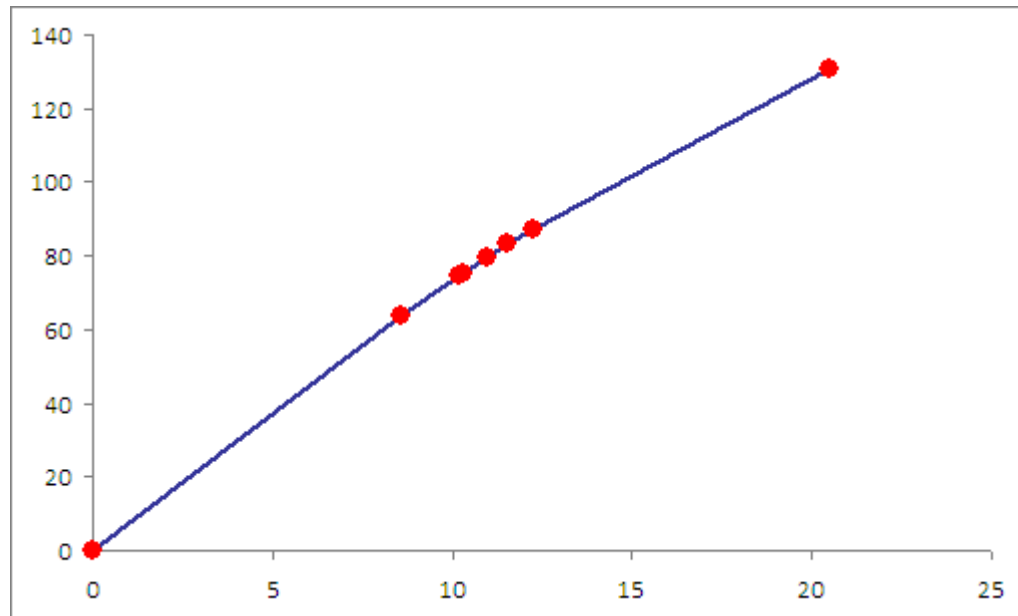


Diagramma del momento

Inviluppo analisi modale

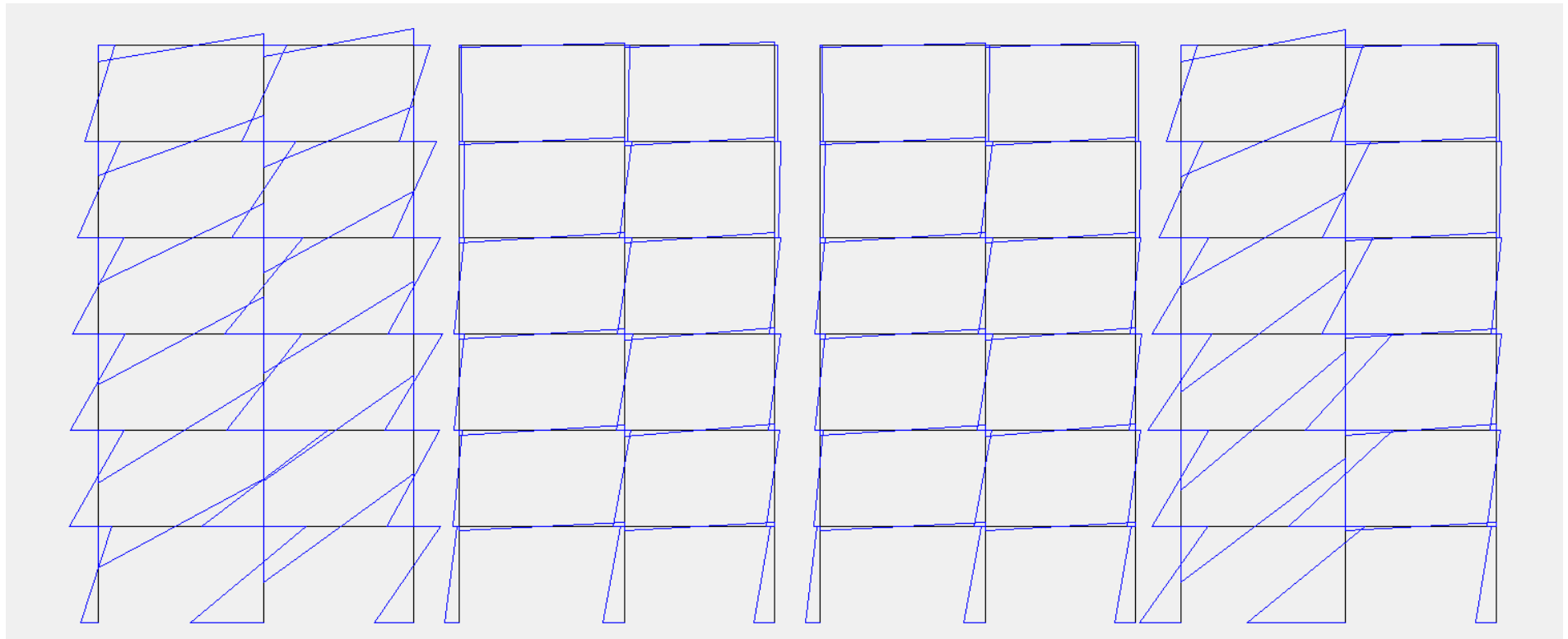


Diagramma del momento

Forze modo 1 - passo 1

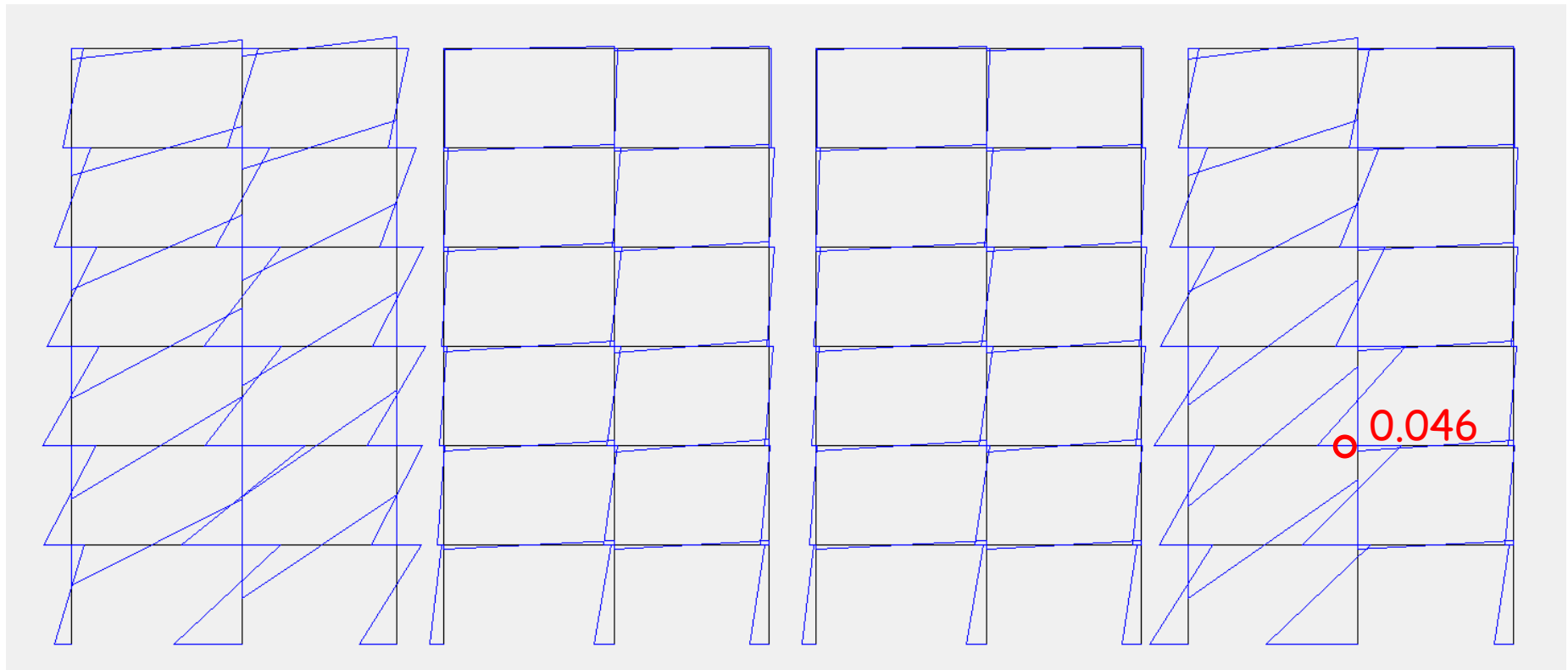
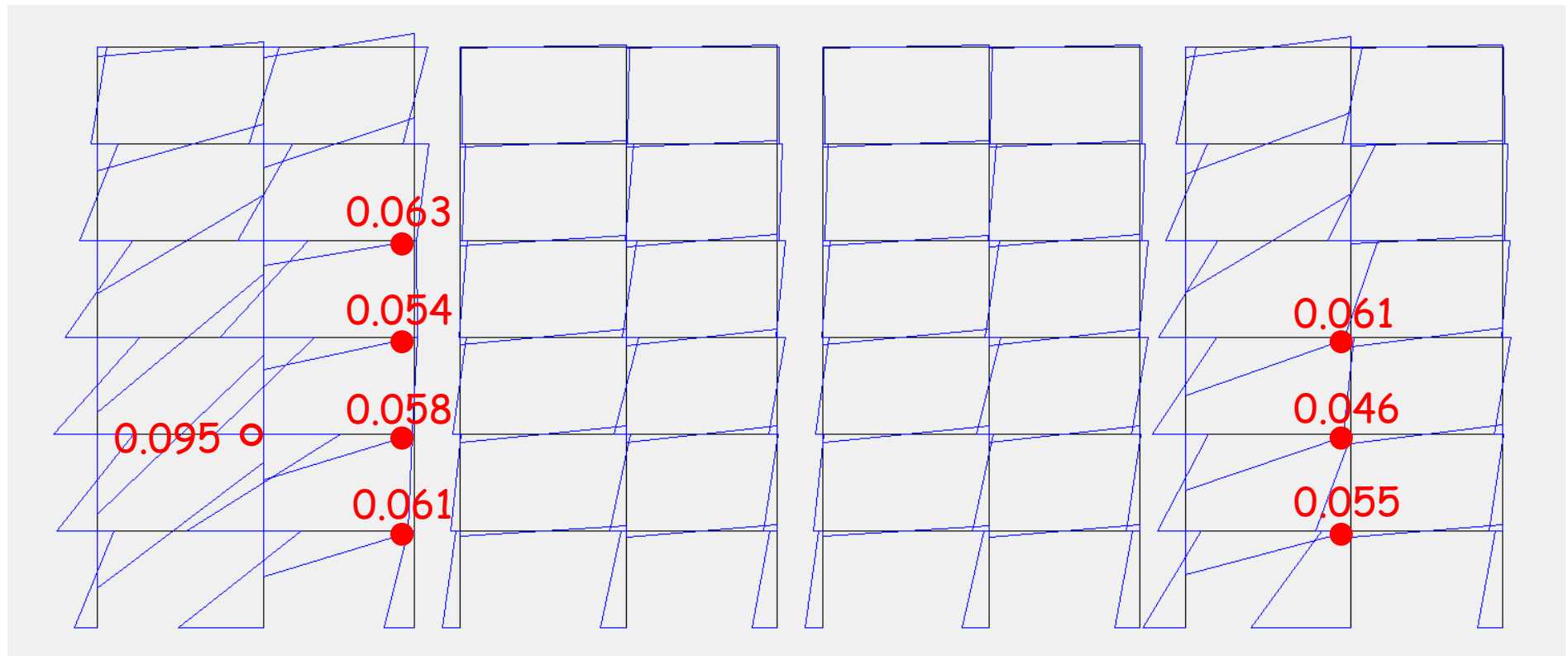


Diagramma del momento

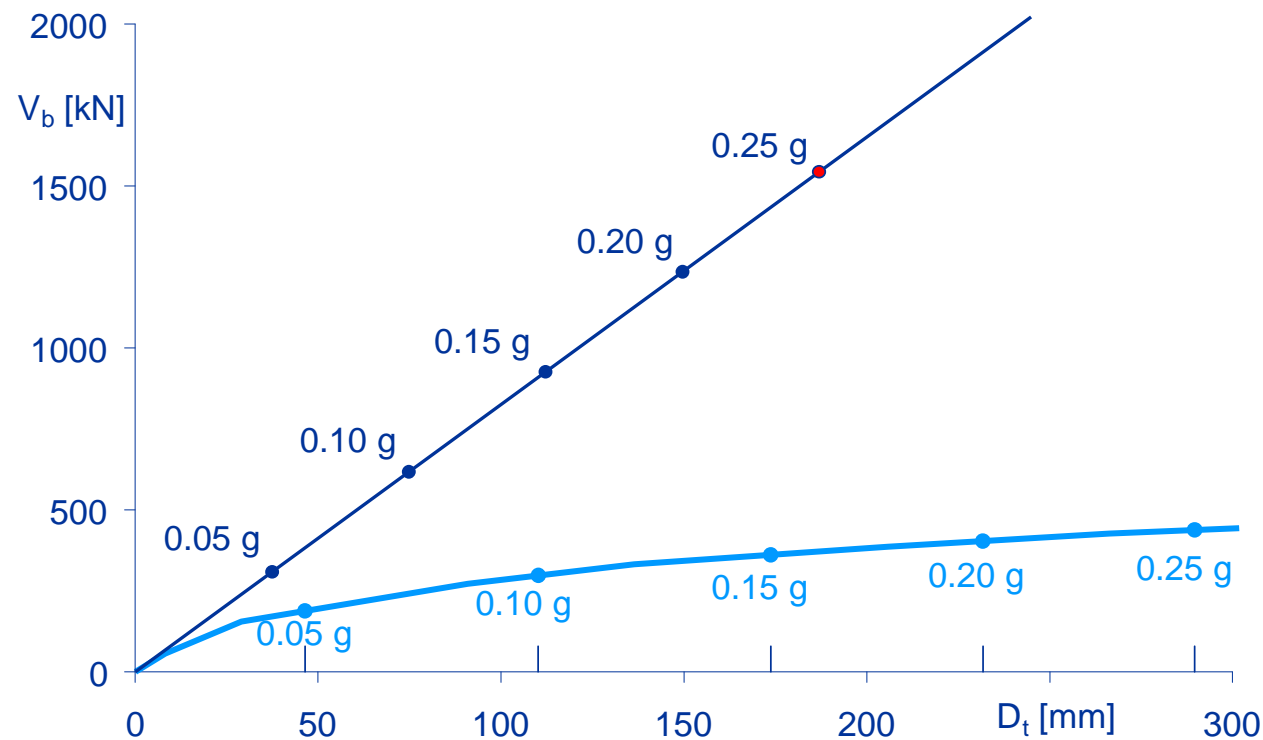
Forze modo 1 - passo 7



Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione y

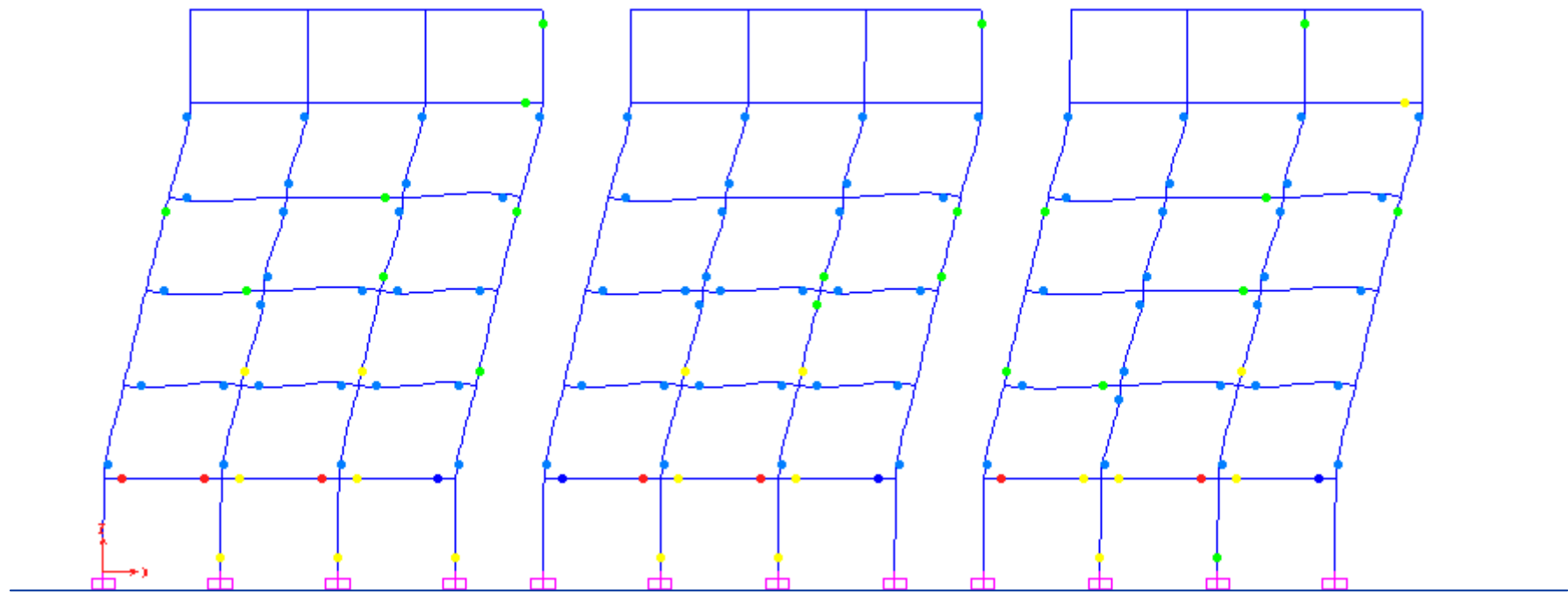
- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e a_g



File Pushover-y.xls - foglio Graf Vb-Dt

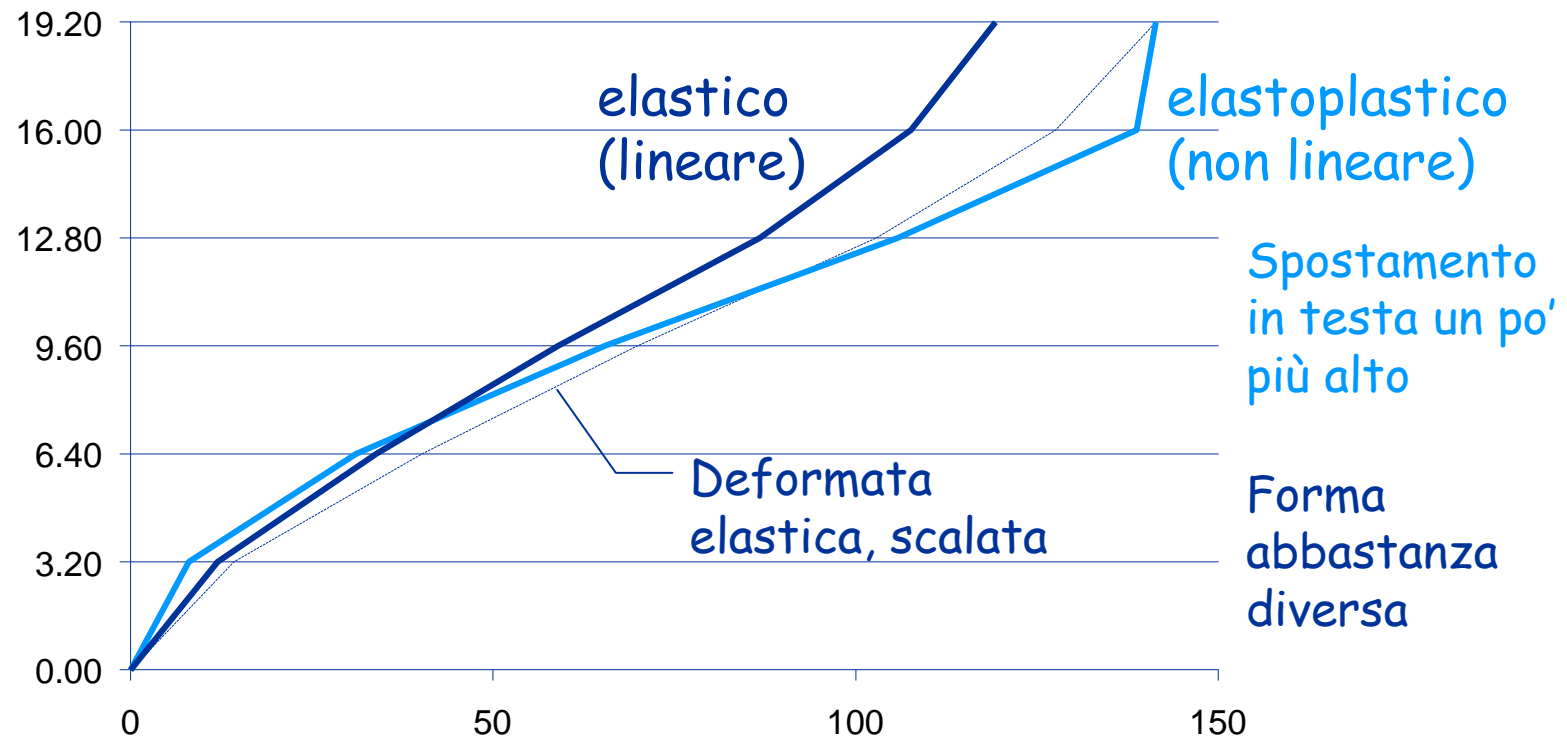
Direzione X

travi plasticizzate



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x con comportamento elastico e plastico



Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x

Per ciascun interpiano:

- Calcolare la rotazione alla corda θ_u e gli spostamenti limite corrispondenti
 - θ_u dipende anche dallo sforzo normale, che varia in maniera non lineare ed è diverso da quello fornito dall'analisi lineare (ma in genere il ΔN da sisma è minore con analisi non lineare)
- Determinare lo spostamento limite minimo
- Confrontarlo con il valore fornito dal calcolo

Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x

spostamenti relativi		spostamenti disponibili			
ag =	0.25	ag =	0.25		
piano	Dr	piano	Dr	rapporto	
6	2.67	6	50.37	18.884	
5	32.95	5	42.09	1.277	
4	40.35	4	33.38	0.827	
3	34.35	3	26.28	0.765	
2	23.06	2	23.67	1.026	
1	7.99	1	21.68	2.713	
					verifica
				min	0.765
					no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

Verifica per $a_g=0.205$ g - dir.x

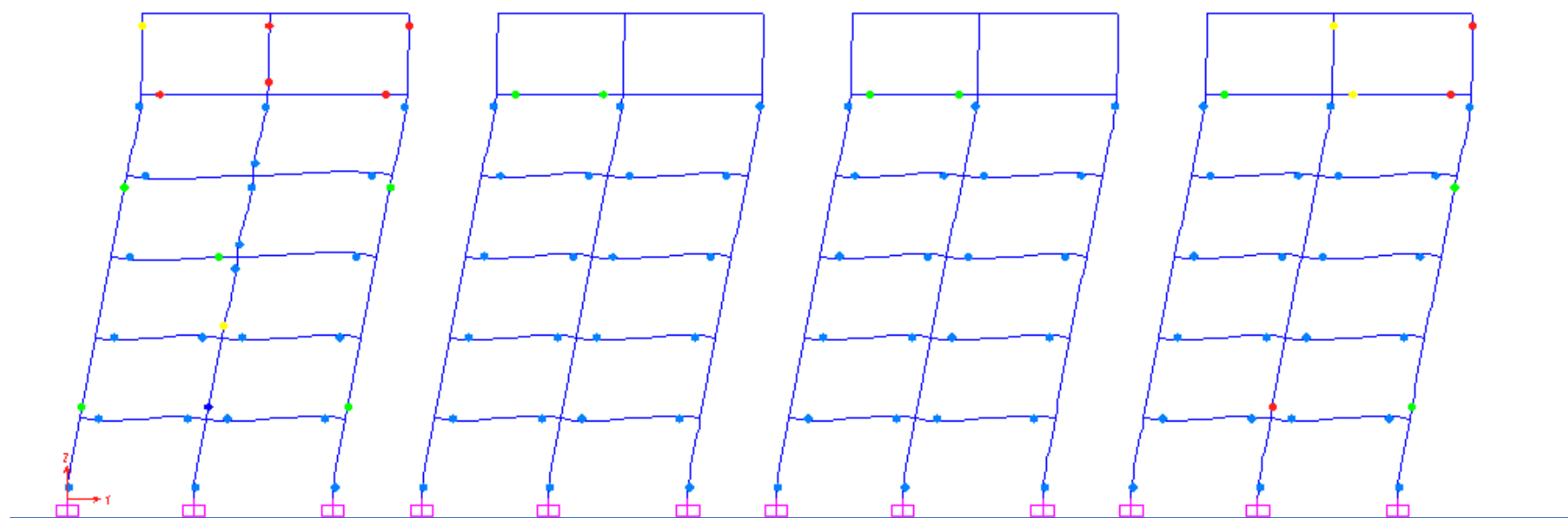
spostamenti relativi		spostamenti disponibili					
ag =	0.205		ag =	0.205			
piano	Dr		piano	Dr		rapporto	
6	2.65		6	50.52		19.066	
5	25.03		5	42.94		1.716	
4	32.97		4	34.78		1.055	
3	28.07		3	28.10		1.001	
2	18.52		2	25.84		1.395	
1	6.51		1	23.30		3.581	
							verifica
					min	1.001	ok

La verifica è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

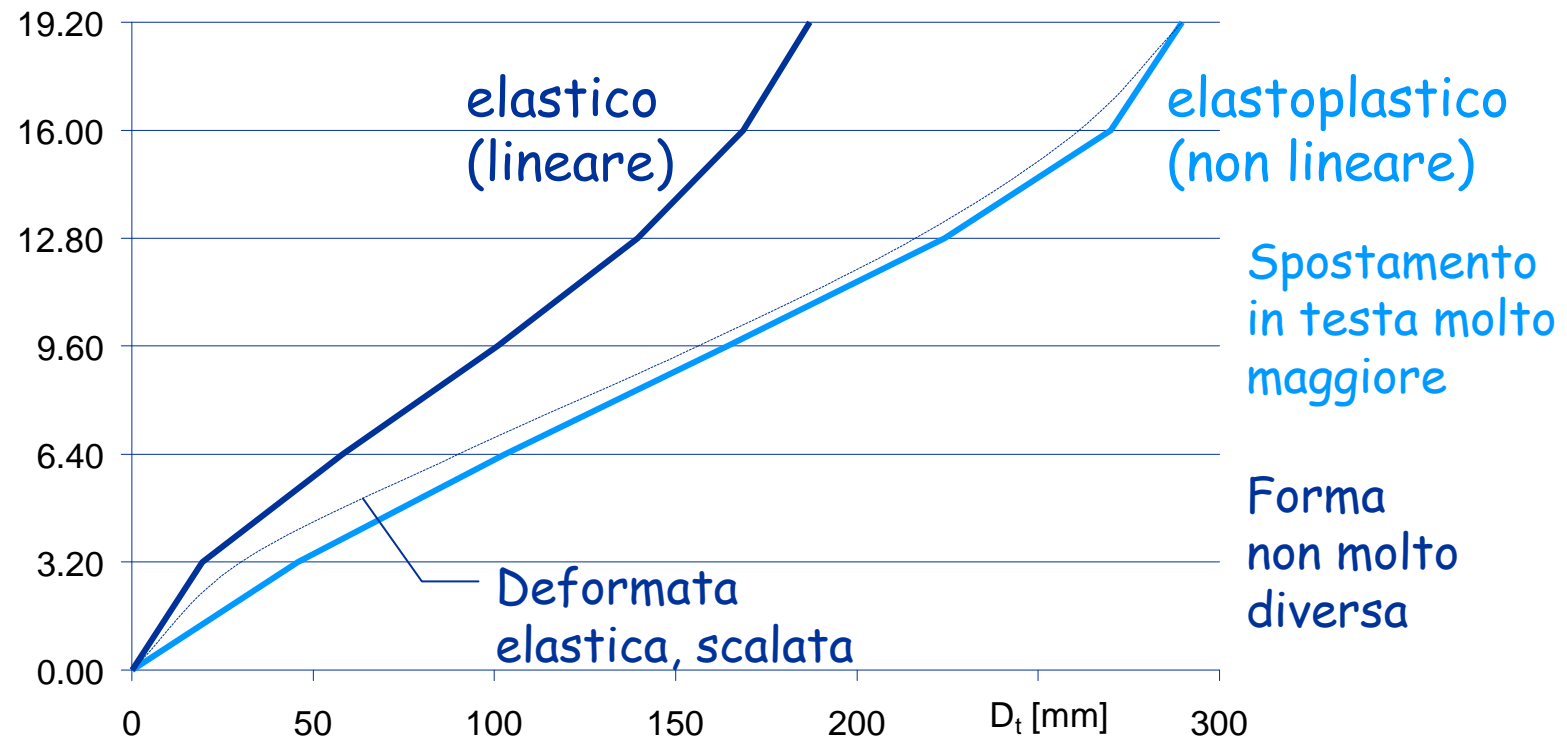
Direzione Y

travi e travetti plasticizzati



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.y con comportamento elastico e plastico



Verifica per $a_g=0.25 \text{ g}$ - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili			
ag =	0.25	ag =	0.25		
piano	Dr	piano	Dr		rapporto
6	19.65	6	49.20		2.504
5	45.85	5	39.66		0.865
4	59.97	4	31.20		0.520
3	61.30	3	26.61		0.434
2	57.17	2	20.32		0.355
1	45.68	1	19.77		0.433
					verifica
				min	0.355
					no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

Verifica per $a_g=0.116 \text{ g}$ - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili					
ag =	0.116		ag =	0.116			
piano	Dr		piano	Dr		rapporto	
6	12.97		6	50.28		3.876	
5	21.74		5	42.62		1.961	
4	29.65		4	35.73		1.205	
3	31.54		3	31.55		1.000	
2	25.59		2	28.44		1.111	
1	11.18		1	26.55		2.374	
							verifica
					min	1.000	ok

La verifica è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

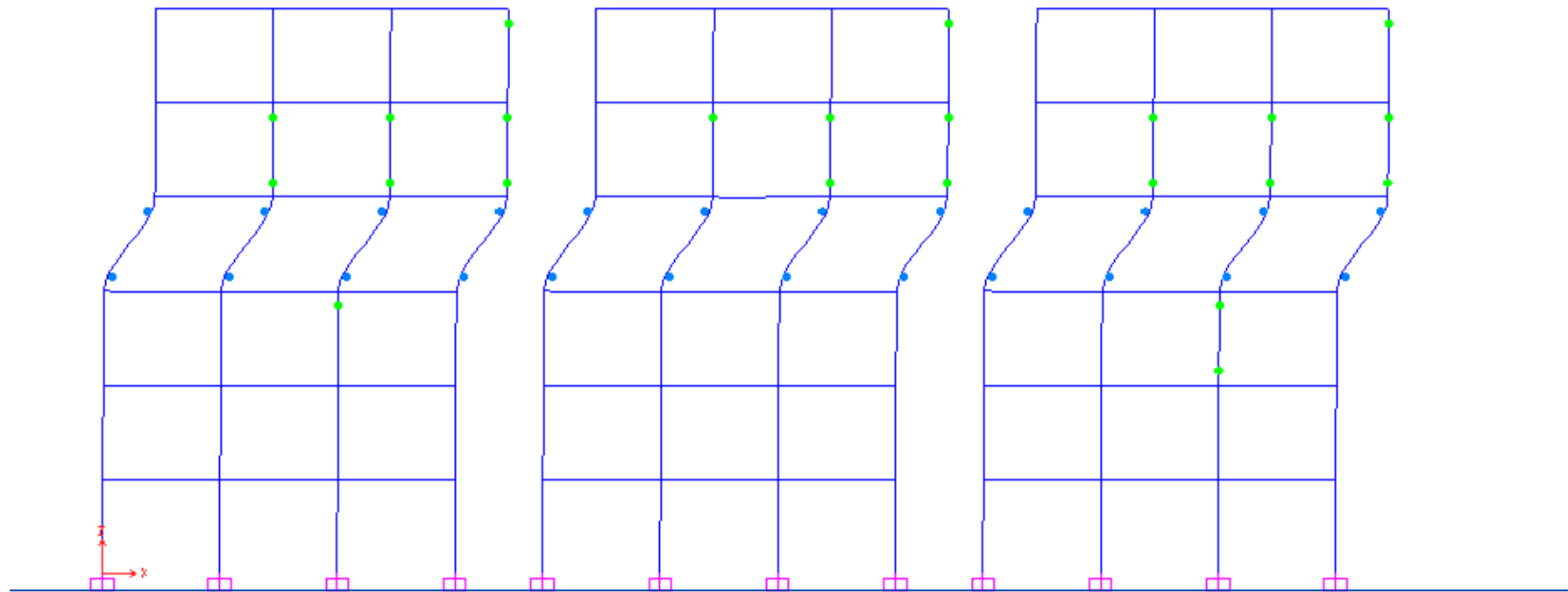
Conclusioni

- L'analisi statica non lineare mostra che lo spostamento limite è raggiunto
 - In direzione x: per $a_g = 0.205 g$
 - In direzione y: per $a_g = 0.116 g$
- Questi valori sono minori di quelli stimati con l'analisi lineare, pari rispettivamente a $0.256 g$ e $0.163 g$
- In effetti gli spostamenti relativi valutati con analisi non lineare sono abbastanza maggiori di quelli stimati con analisi lineare, specie in direzione y

Direzione X

travi infinitamente resistenti

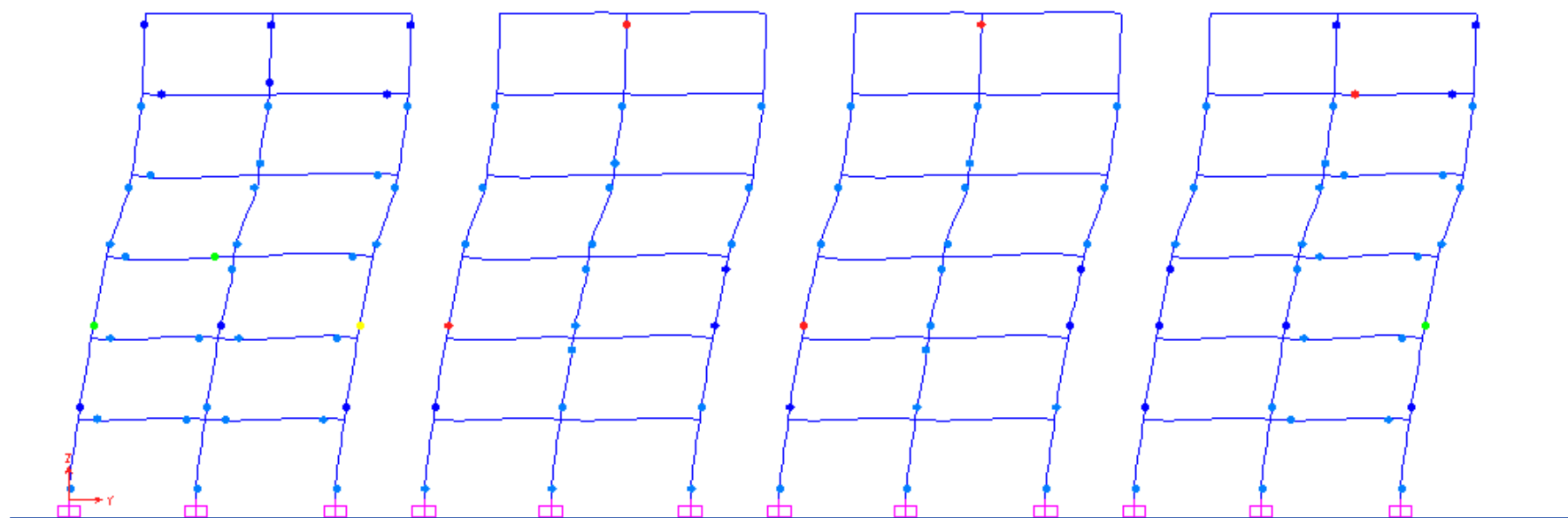
E se il modello cambia ?



Meccanismo di piano

Direzione Y

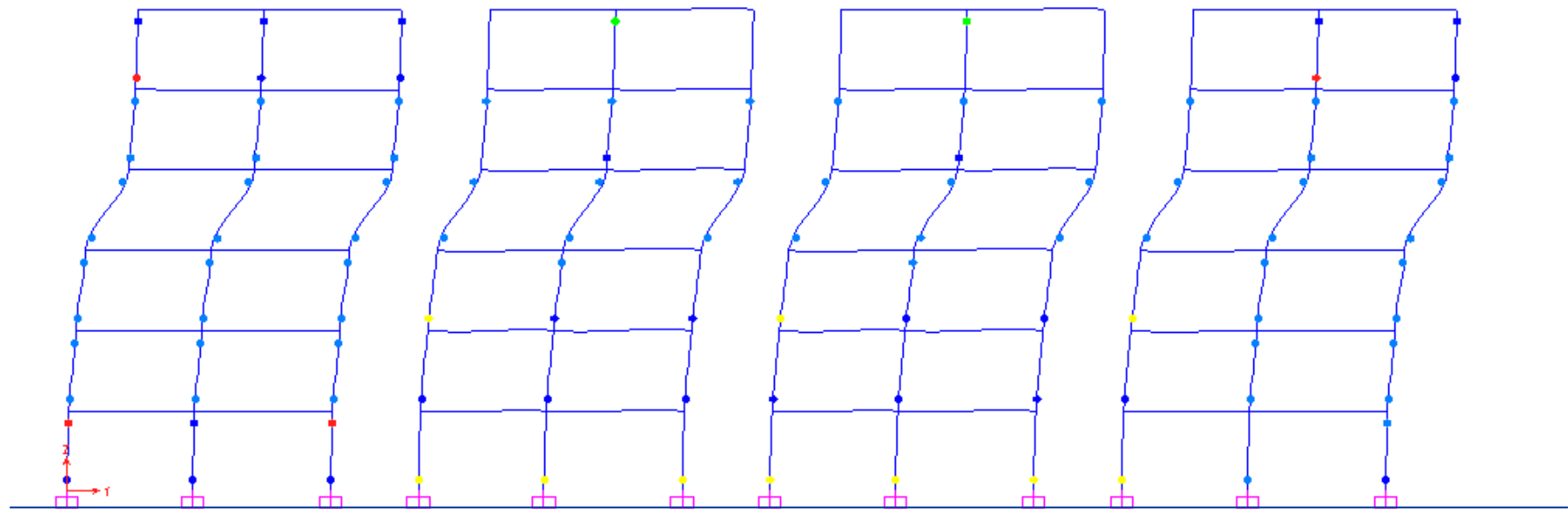
travi plasticizzate, travetti no



Minime variazioni

Direzione Y

travi e travetti infinitamente resistenti



Meccanismo di piano