Corso di aggiornamento

NORME TECNICHE PER LE COSTRUZIONI

D.M. 14 Gennaio 2008

MODULO 2 - PROGETTO E VERIFICA DI ELEMENTI STRUTTURALI IN C.A.

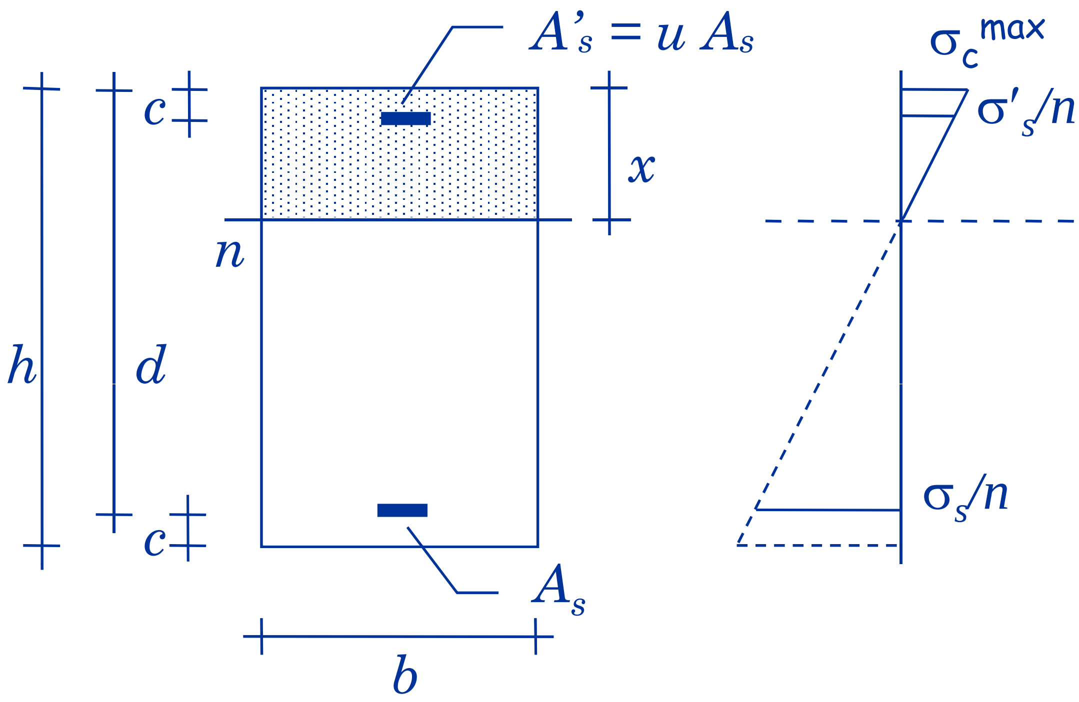
Ordine degli Ingegneri della provincia di Catania

24 ottobre 2008

Edoardo Marino

Verifica
di sezioni inflesse

Verifica - tensioni ammissibili



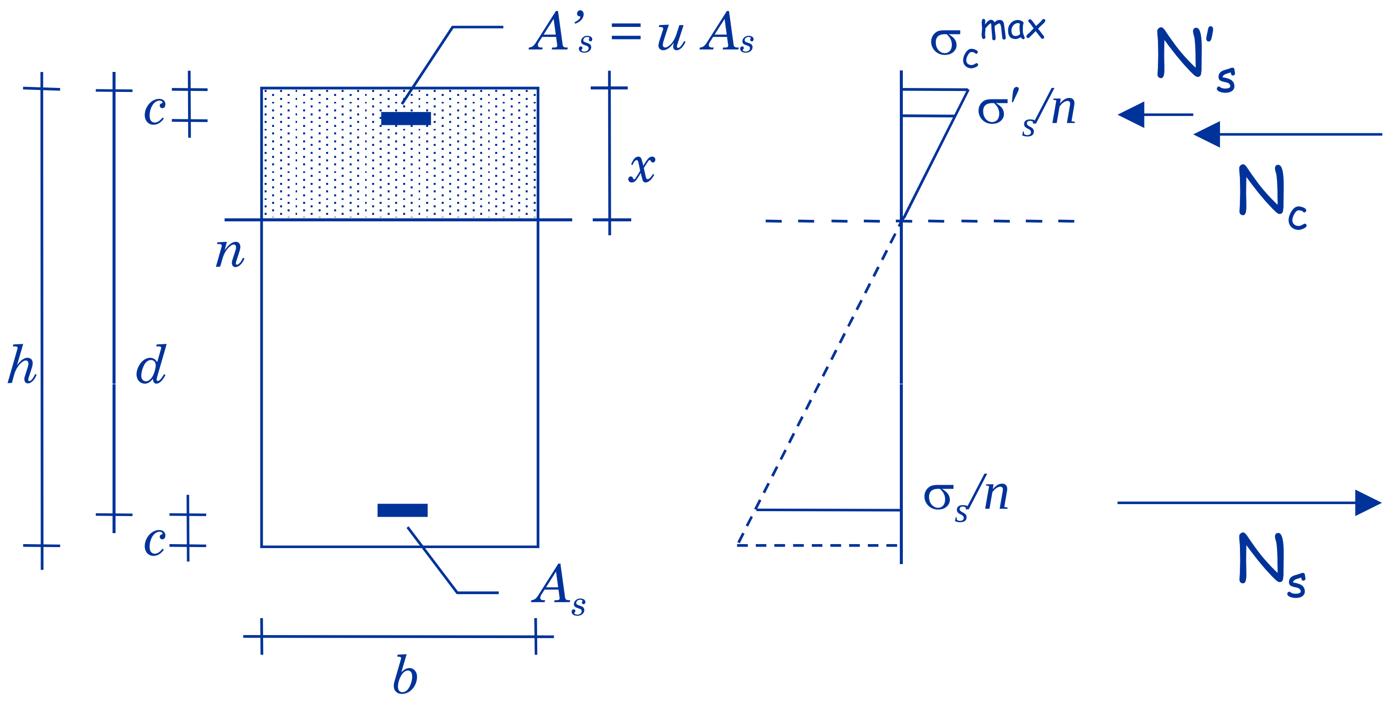
Dati:

Geometria della sezione
Armature

Incognite:

Posizione dell'asse neutro
Tensioni massime

Verifica - tensioni ammissibili



Per trovare l'asse neutro: $S_n = 0$

(l'asse neutro è baricentrico)

Verifica - tensioni ammissibili

Equazione di secondo grado, con soluzione:

$$X = \frac{n\,(A_s + A'_s)}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,b\,(A_s d + A'_s\,c)}{n\,(A_s + A'_s)^2}}\right]$$

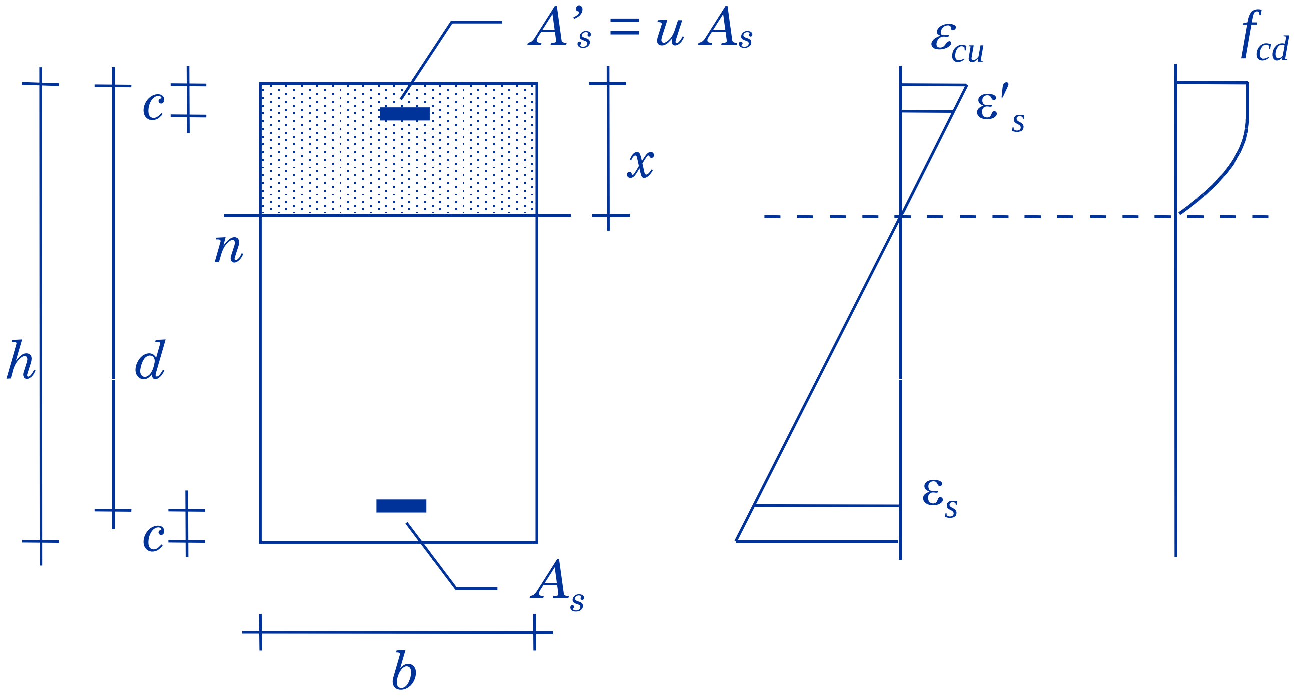
E poi:

$$\sigma = -\frac{M}{I}y$$

con:

$$I = \frac{b\,X^3}{3} + n\,A'_s\,(X-c)^2 + n\,A_s(d-X)^2$$

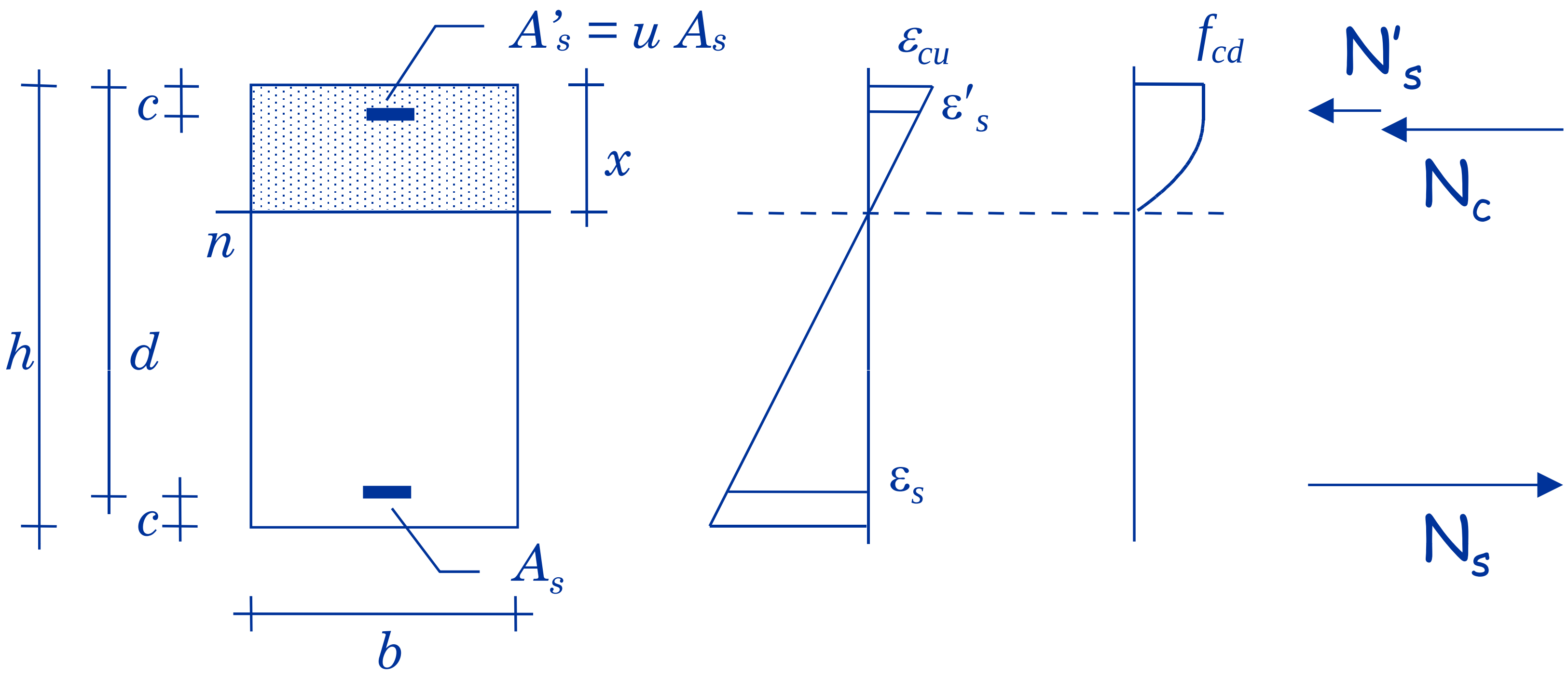
Verifica - stato limite ultimo



Dati:
Geometria della sezione
Armature

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Momento resistente

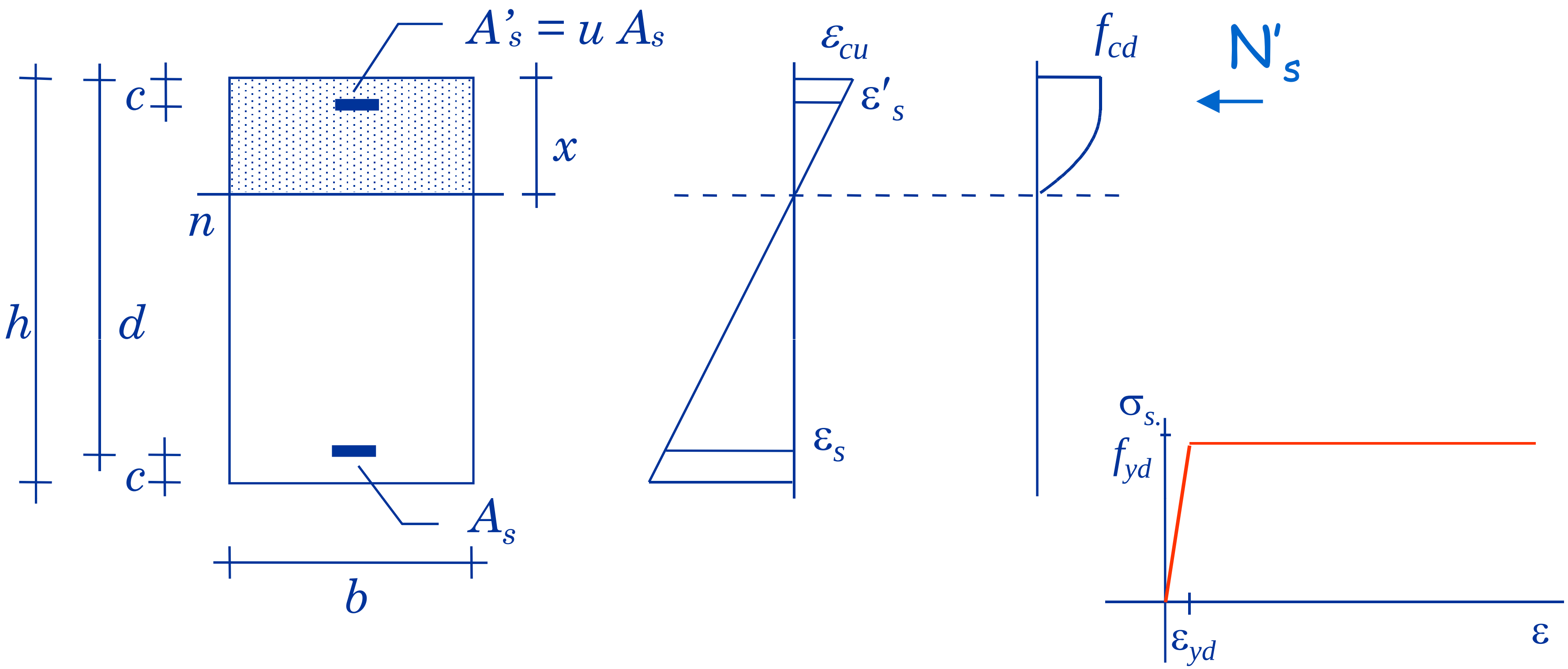
Verifica - stato limite ultimo



Per trovare l'asse neutro: $N_c + N'_s + N_s = 0$

(equilibrio alla traslazione)

Imporre questa condizione è facile, perché:

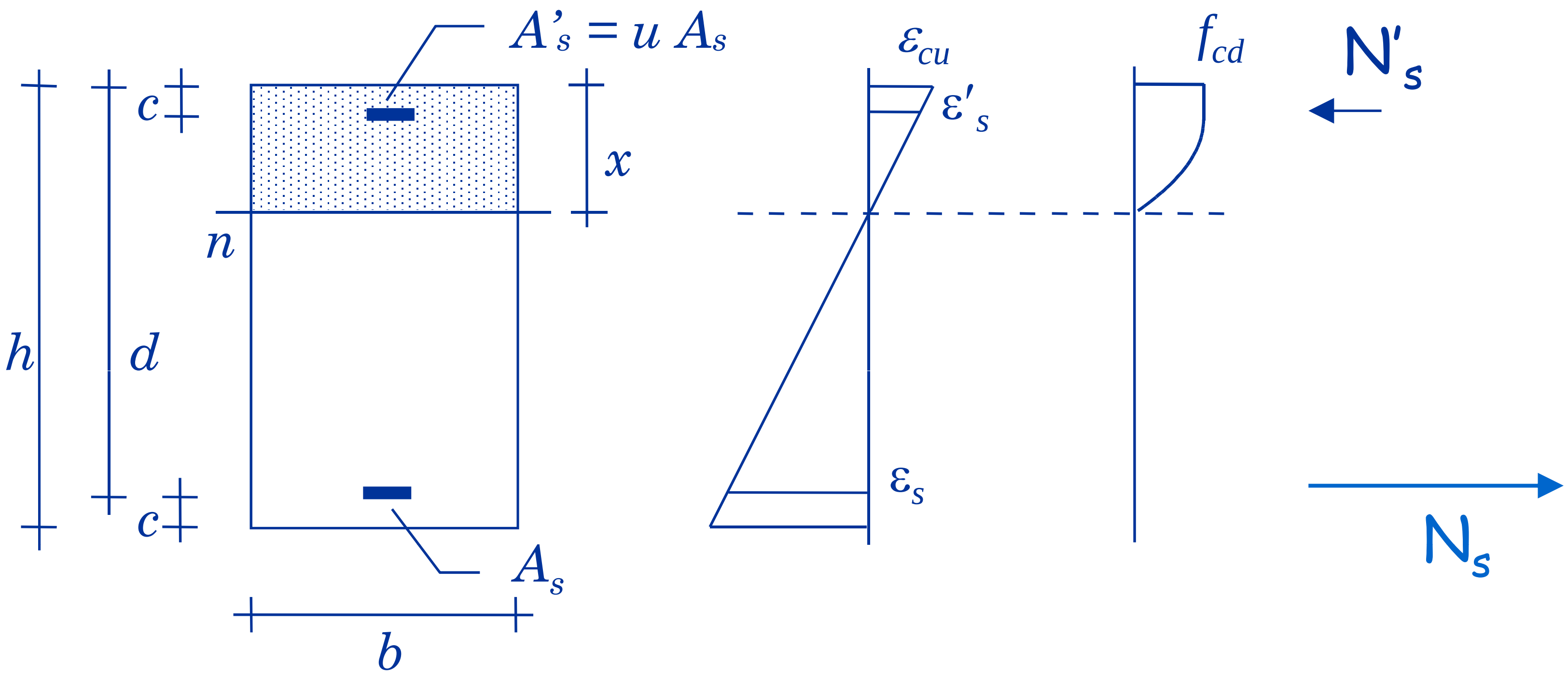


$$\varepsilon'_s = \frac{X - c}{X}\,\varepsilon_{cu}$$

in molti casi $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ $\Rightarrow$ $N'_s = A'_s\, f_{yd}$

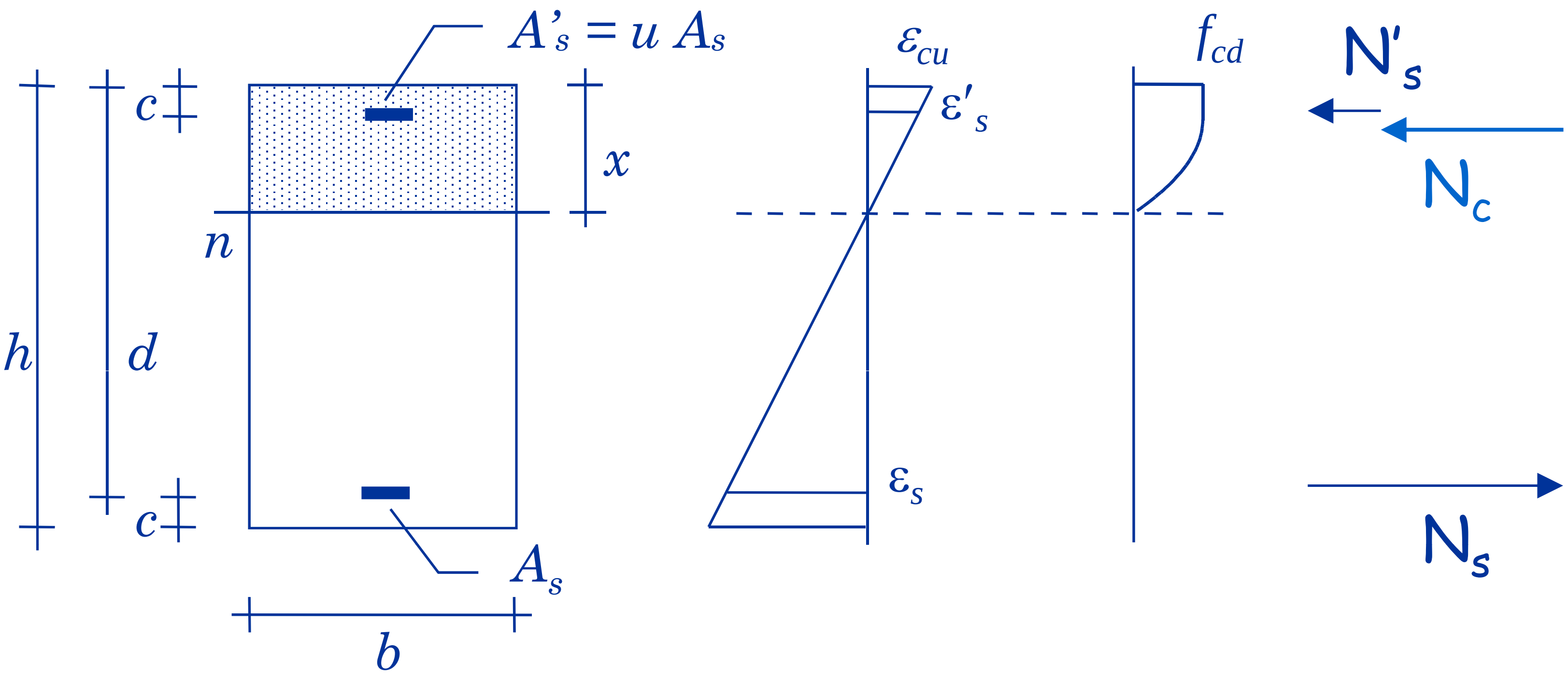
se $\varepsilon'_s \leq \varepsilon_{yd}$ $\Rightarrow$ $\sigma'_s = \dfrac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_{yd}} f_{yd}$ $\Rightarrow$ $N'_s = A'_s\, \sigma'_s$

Imporre questa condizione è facile, perché:



si ha sempre $\varepsilon_s > \varepsilon_{yd} \quad \Rightarrow \quad N_s = A_s\, f_{yd}$

Imporre questa condizione è facile, perché:



Il coefficiente β tiene conto del fatto che la tensione nella parte compressa non è costante

$$N_c = \beta \;\; b\, X \;\; \alpha\, f_{cd}$$

per sezione rettangolare, β = 0.810

Individuazione dell'asse neutro

Se $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$\beta\, b\, X\, f_{cd} + A'_s\, f_{yd} - A_s\, f_{yd} = 0$$

Individuazione dell'asse neutro

Se $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$X = \frac{(A_s - A'_s)\, f_{yd}}{\beta\, b\, f_{cd}}$$

In caso contrario diventa una equazione di secondo grado

$$\beta\, b\, X\, f_{cd} + A'_s \frac{X - c}{X} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} f_{yd} - A_s\, f_{yd} = 0$$

Individuazione dell'asse neutro

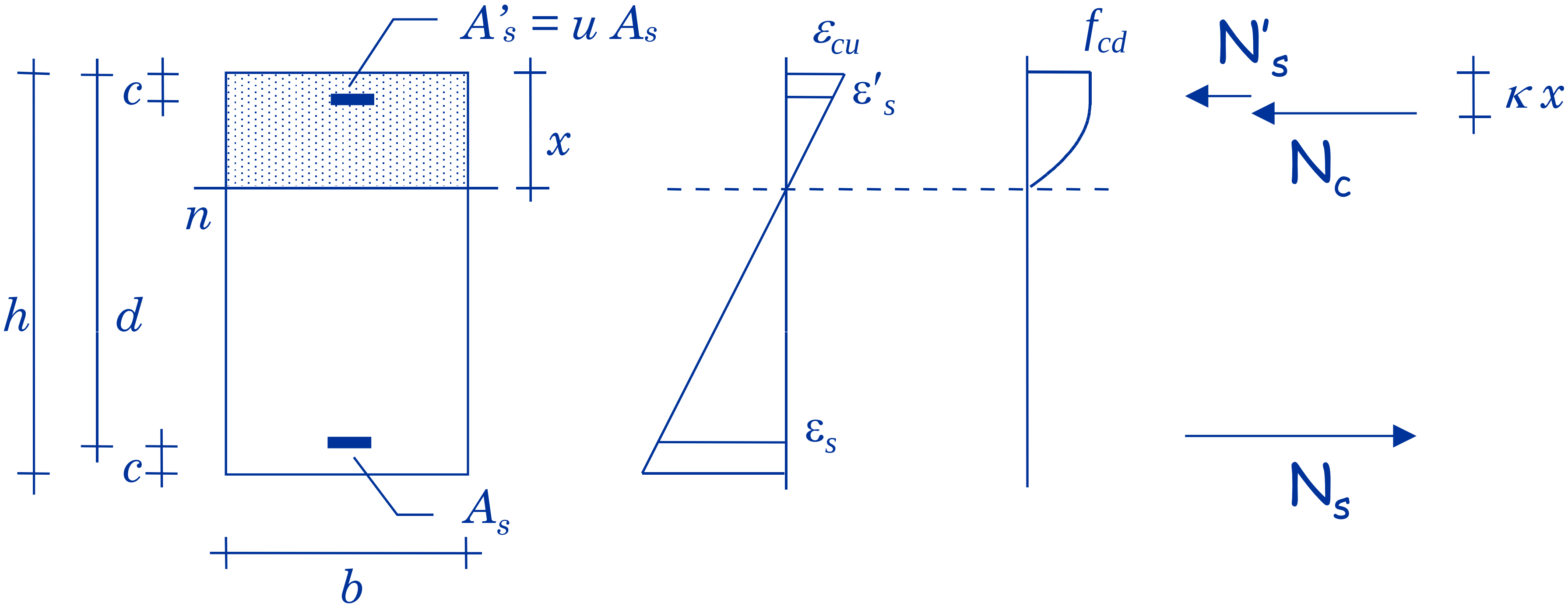
Se $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$x = \frac{(A_s - A'_s)\, f_{yd}}{\beta\, b\, f_{cd}}$$

In caso contrario diventa una equazione di secondo grado, con soluzione analoga a quella delle tensioni ammissibili

$$x = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} A'_s\right) \frac{f_{yd}}{2\beta\, b\, f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} A'_s\right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta\, b\, f_{cd}}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s\, c\, f_{yd}}{\beta\, b\, f_{cd}}}$$

Momento resistente



Si determina imponendo l'equilibrio alla rotazione
(rispetto a un punto qualsiasi)

$$M_{Rd} = N_s\,(d - \kappa X) + N'_s\,(\kappa X - c)$$

per sezione rettangolare, $\kappa = 0.416$

Esempio n. 1
verifica di sezione rettangolare

Dati: $M_{Ed} = 160$ kNm

Sezione	30x50	Calcestruzzo	C25/30
Armature	$A_s = 4\varnothing 20$	Acciaio	B450C
	$A'_s = 2\varnothing 14$		

Procedura:

1 – individuazione dell'asse neutro
(si può ipotizzare che l'armatura compressa sia snervata, controllare se è vero e in caso contrario passare all'equazione di secondo grado)

2 - determinazione del momento resistente

3 - confronto tra M_{Ed} e M_{Rd}

Esempio n. 1 – individuazione dell'asse neutro

Se l'armatura compressa è snervata:

$$X = \frac{(A_s - A'_s)\, f_{yd}}{\beta\, b\, f_{cd}} = \frac{(12.56 - 3.08) \times 391}{0.810 \times 30 \times 14.2} = 10.74 \text{ cm}$$

Con questa posizione dell'asse neutro:

$$\varepsilon'_s = \frac{X - c}{X}\, \varepsilon_{cu} = \frac{10.74 - 4}{10.74} \times 3.5 \times 10^{-3} = 2.19 \times 10^{-3}$$

Poiché $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ la posizione trovata è esatta

Esempio n. 1 – individuazione dell'asse neutro

Nota:

Ricordando che l'armatura compressa snervata se

$$\varepsilon'_s = \frac{X - c}{X}\varepsilon_{cu} \geq \varepsilon_{yd}$$

Si ottiene la profondità minima dell'asse neutro affinchè l'armatura compressa sia snervata:

$$X \geq \frac{|\varepsilon_{cu}|}{|\varepsilon_{cu}| - \varepsilon_{yd}} c = 2.14\ c$$

Per acciaio B450C

Nell'esempio si è ottenuto:

$$X = 10.74\ \text{cm} \geq 2.14\ c = 8.56\ \text{cm}$$

Esempio n. 1 - calcolo del momento resistente

$$M_{Rd} = N_s\ (d - \kappa\ X) + N'_s\ (\kappa\ X - c)$$

$$N_s = 12.56 \times 391 \times 10^{-1} = 491.1\ \text{kN}$$

$$N'_s = 3.08 \times 391 \times 10^{-1} = 120.4\ \text{kN}$$

$$\kappa = 0.416$$

$$M_{Rd} = [491.1 \times (46 - 0.416 \times 10.74) + \\ + 120.4 \times (0.416 \times 10.74 - 4)] \times 10^{-2}$$

$$M_{Rd} = 204.5\ \text{kNm}$$

Si noti che

$\kappa\ x \cong c$

Poiché M_{Ed} è minore di M_{Rd} la sezione è verificata

Esempio n. 2
verifica di sezione rettangolare

Dati: M_{Ed} = 160 kNm

Sezione	30x50	Calcestruzzo	C25/30
Armature	A_s = 4∅20	Acciaio	B450C
	A'_s = 3∅20		

Procedura:

1 – individuazione dell'asse neutro
(si può ipotizzare che l'armatura compressa sia snervata, controllare se è vero e in caso contrario passare all'equazione di secondo grado)

2 - determinazione del momento resistente

3 - confronto tra M_{Ed} e M_{Rd}

Esempio n. 2 – individuazione dell'asse neutro

Se l'armatura compressa fosse snervata:

$$x = \frac{(A_s - A'_s)\, f_{yd}}{\beta\, b\, f_{cd}} = \frac{(12.56 - 9.42) \times 391}{0.810 \times 30 \times 14.2} = 3.56 \text{ cm}$$

Ma poiché la profondità dell'asse neutro è inferiore al limite minimo (2.14 c):

$$x = 3.56 \text{ cm} < 2.14\ c = 8.56 \text{ cm}$$

L'armatura compressa non è snervata e …

Esempio n. 2 – individuazione dell'asse neutro

… bisogna calcolare la profondità dell'asse neutro risolvendo l'equazione di secondo grado:

$$X = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} A'_s\right)\frac{f_{yd}}{2\beta\, b\, f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} A'_s\right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta\, b\, f_{cd}}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s\, c\, f_{yd}}{\beta\, b\, f_{cd}}} = 6.51 \text{ cm}$$

Che è inferiore al limite minimo (2.14 c):

$$X = 6.51 \text{ cm} < 2.14\, c = 8.56 \text{ cm}$$

Esempio n. 2 – individuazione dell'asse neutro

… bisogna calcolare la profondità dell'asse neutro risolvendo l'equazione di secondo grado:

$$X = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} A'_s\right)\frac{f_{yd}}{2\beta\, b\, f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} A'_s\right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta\, b\, f_{cd}}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s\, c\, f_{yd}}{\beta\, b\, f_{cd}}} = 6.51 \text{ cm}$$

La tensione nell'armatura compressa vale:

$$\sigma'_s = \frac{X - c}{X} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} f_{yd} = 283 \text{ MPa}$$

Esempio n. 2 - calcolo del momento resistente

$$M_{Rd} = N_s \,(d - \kappa\, X) + N'_s\,(\kappa\, X - c)$$

$$N_s = 12.56 \times 391 \times 10^{-1} = 491.1\ \text{kN}$$

$$N'_s = 9.42 \times 283 \times 10^{-1} = 266.6\ \text{kN}$$

$$\kappa = 0.416$$

$$M_{Rd} = [491.1 \times (46 - 0.416 \times 6.51) + \\ + 266.6 \times (0.416 \times 6.51 - 4)] \times 10^{-2}$$

$$M_{Rd} = 209.2\ \text{kNm}$$

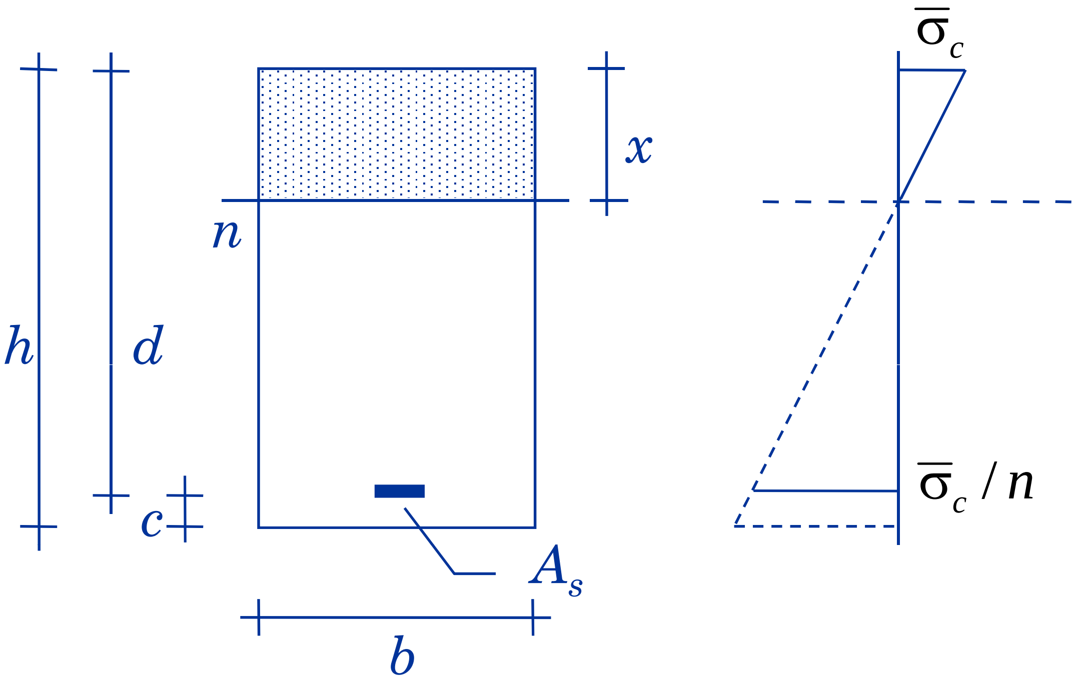
Si noti che

$\kappa\, X \cong c$

Poiché M_{Ed} è minore di M_{Rd} la sezione è verificata

Progetto
di sezioni inflesse

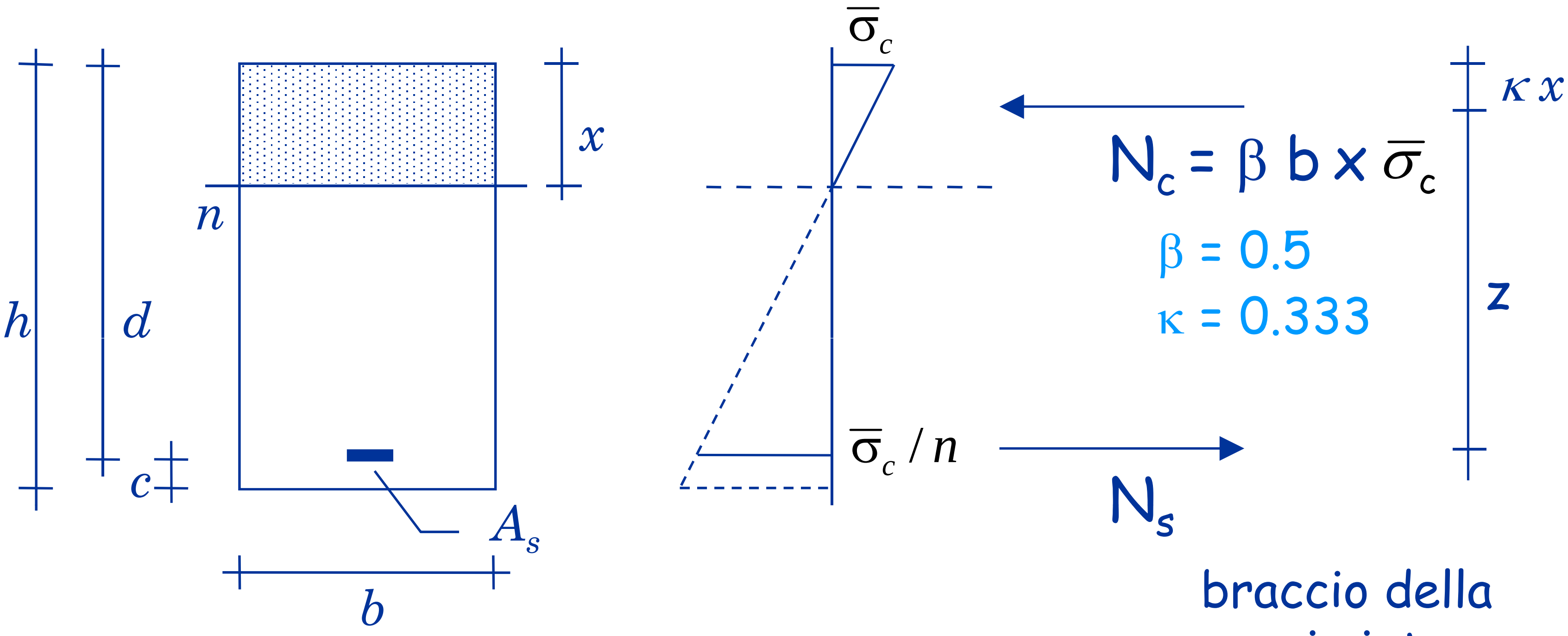
Progetto – tensioni ammissibili



$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_c + \bar{\sigma}_s / n}$$

1 - Si assegna il diagramma di tensioni
    che si vuole avere nella sezione

Progetto – tensioni ammissibili

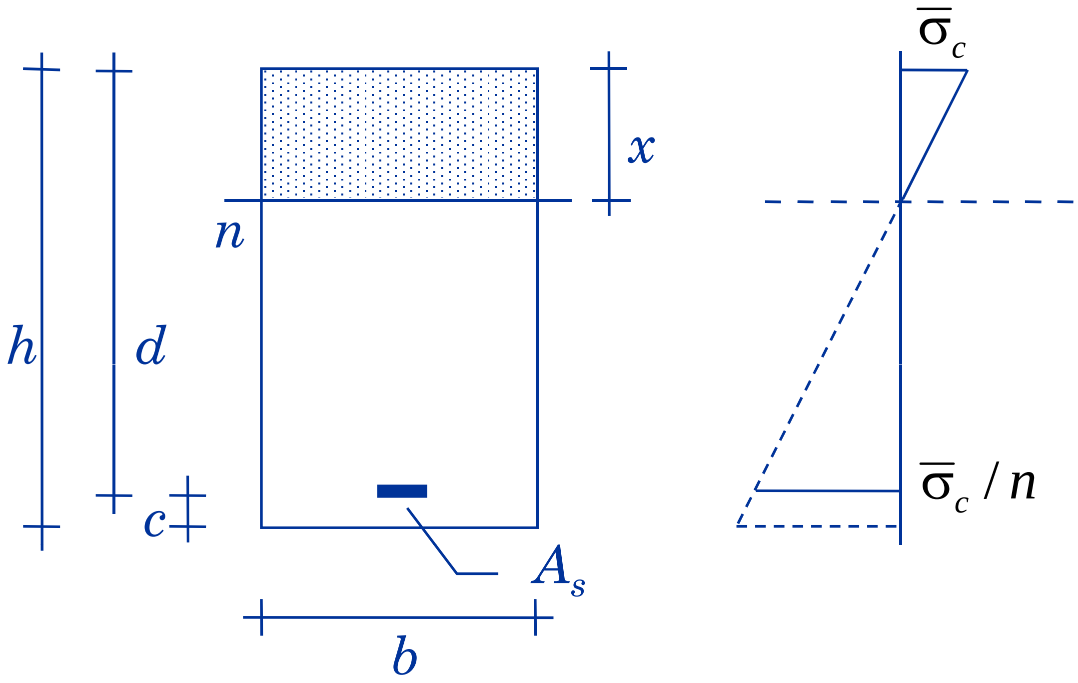


braccio della coppia interna
$z = d - \kappa\, x$

2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c\, z \qquad M = \beta\, b\, \xi\, d\, \overline{\sigma}_c\, (d - \kappa\, \xi\, d)$$

Progetto – tensioni ammissibili



Si ottiene:

$$M = \frac{b\,d^2}{r^2}$$

$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}}$$

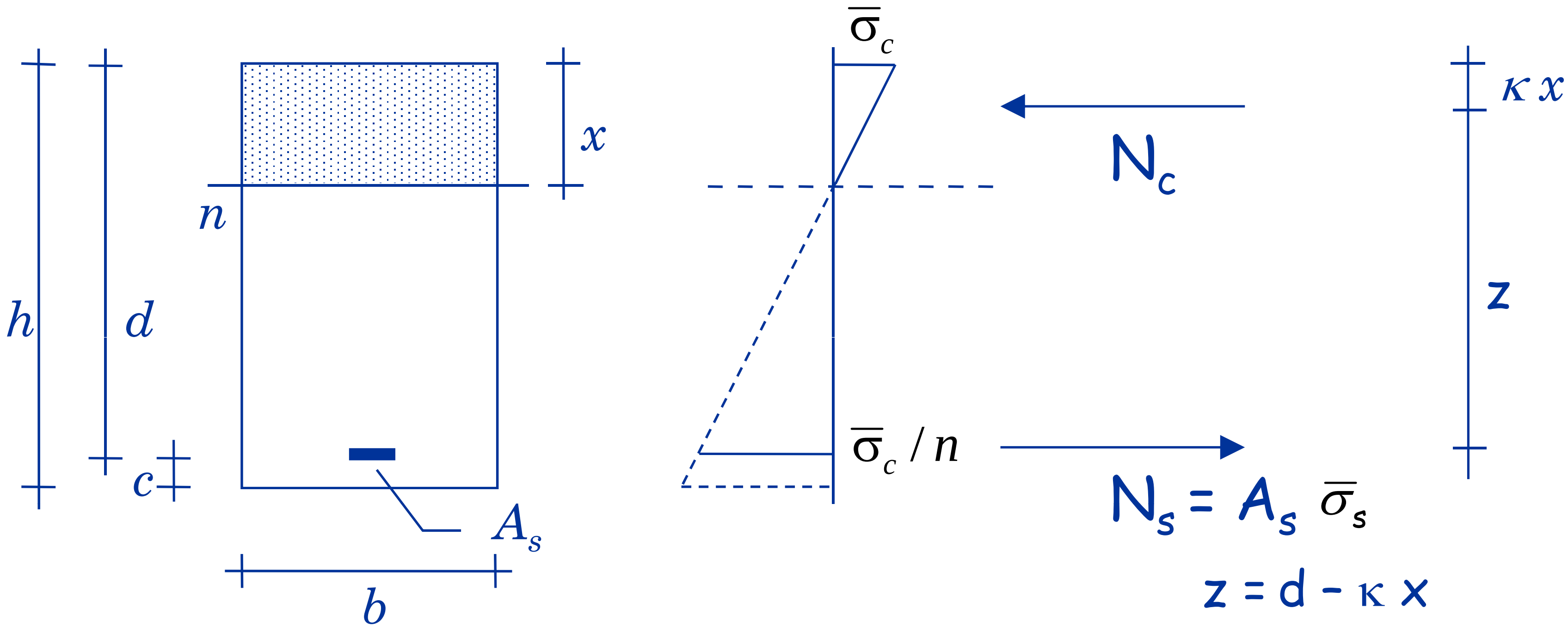
con:

$$r = \frac{1}{\sqrt{\beta\,\xi\,(1-\kappa\,\xi)\,\overline{\sigma}_c}}$$

2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$M = N_c\, z$ $\qquad$ $M = \beta\, b\, \xi\, d\, \overline{\sigma}_c\, (d - \kappa\, \xi\, d)$

Progetto – tensioni ammissibili



$$z = d - \kappa\, x$$

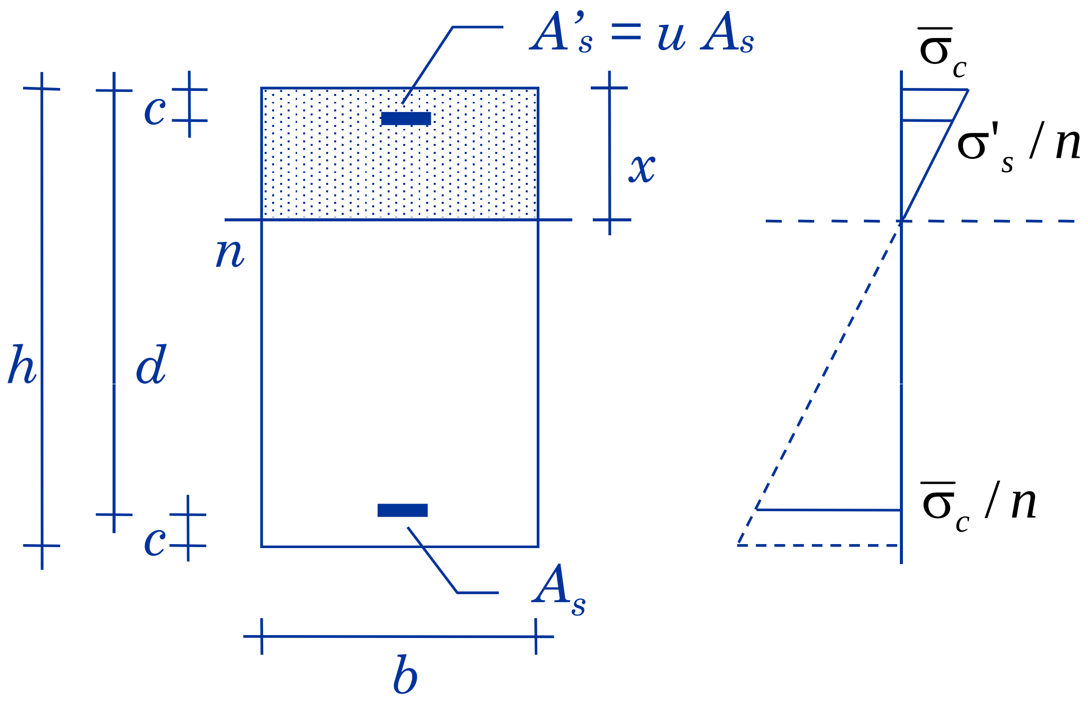
3 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante N_c

$$M = N_s\, z$$

$$M = A_s\ \overline{\sigma}_s\ z$$

$$A_s = \frac{M}{0.9\, d\, \overline{\sigma}_s}$$

Progetto – tensioni ammissibili



$$\frac{x}{d} = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_c + \bar{\sigma}_s / n}$$

$$\frac{\sigma'_s}{\bar{\sigma}_s} = \frac{x - c}{d - x}$$

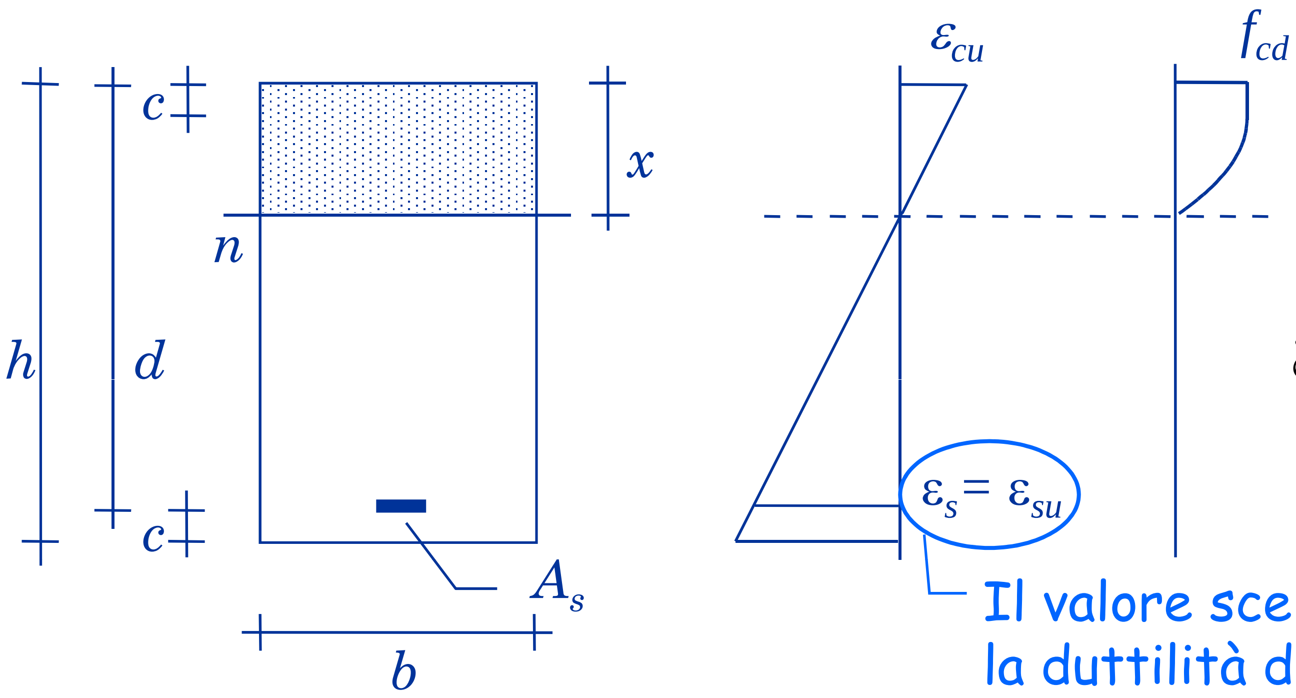
$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$A_s = \frac{M}{0.9\, d\, \bar{\sigma}_s}$$

Analogamente per sezione a doppia armatura

r' dipende da u (e da c/d)

Progetto - stato limite ultimo



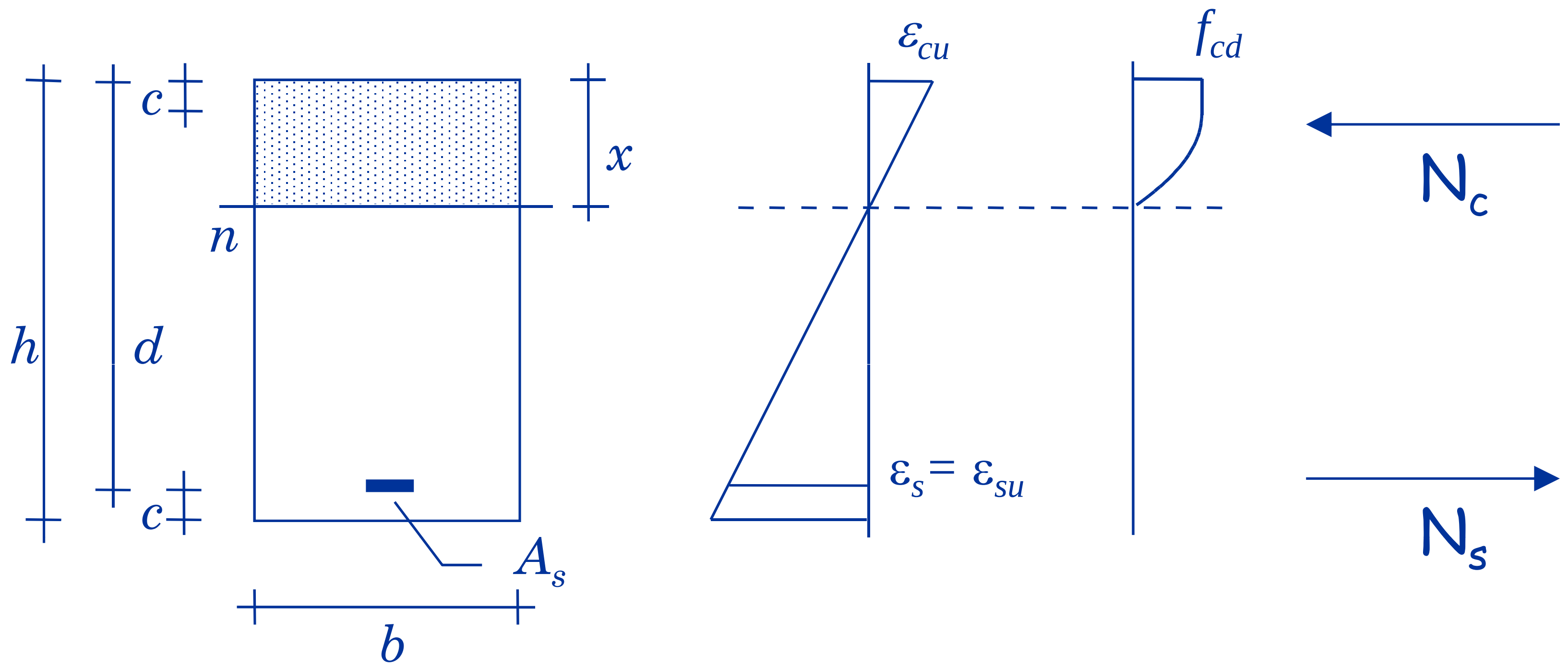
$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}}$$

Il valore scelto per ε_s condiziona la duttilità della sezione

1 - Si assegna il diagramma di deformazioni che si vuole avere nella sezione

Buona duttilità con $\varepsilon_{su} = 10 \times 10^{-3}$

Progetto - stato limite ultimo



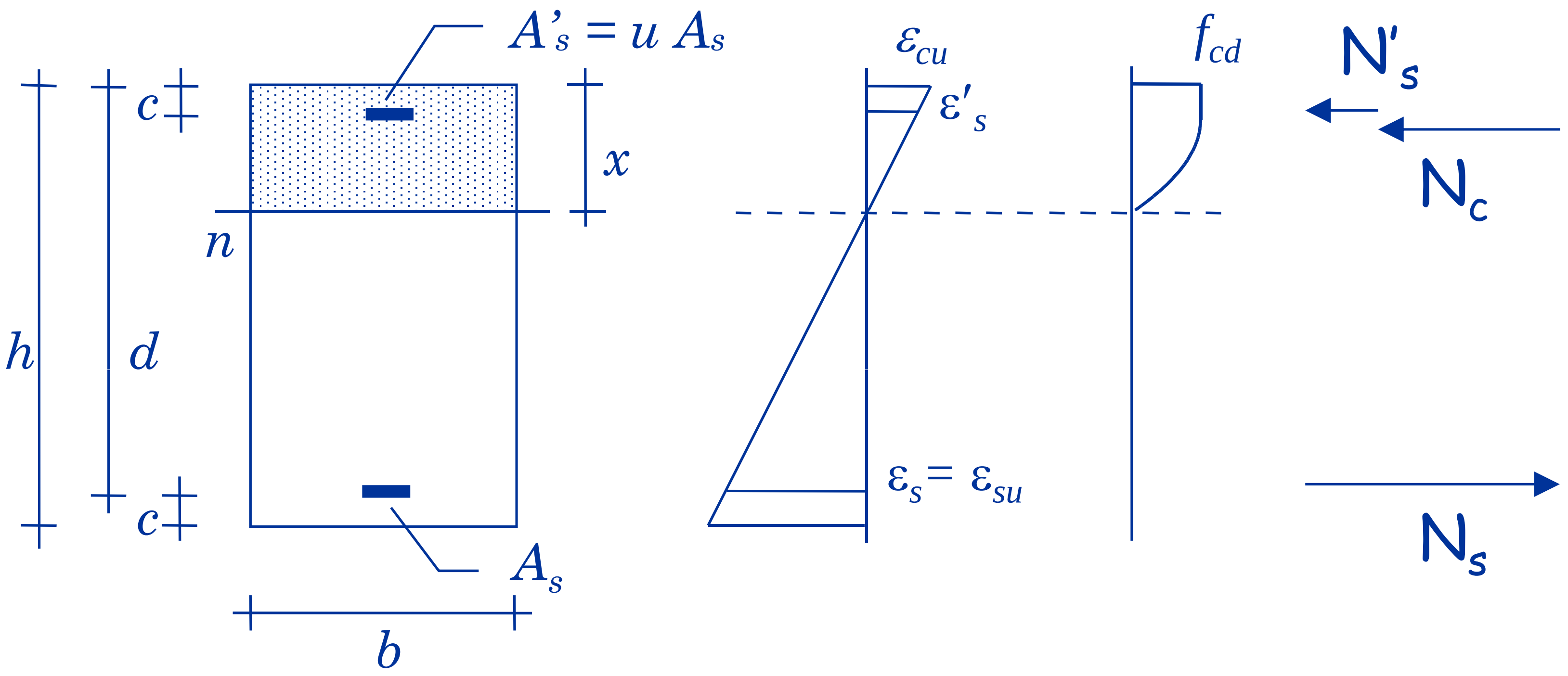
2 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura si ottiene

$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}}$$

con:

$$r = \frac{1}{\sqrt{\beta\,\xi\,(1-\kappa\,\xi)\quad f_{cd}}}$$

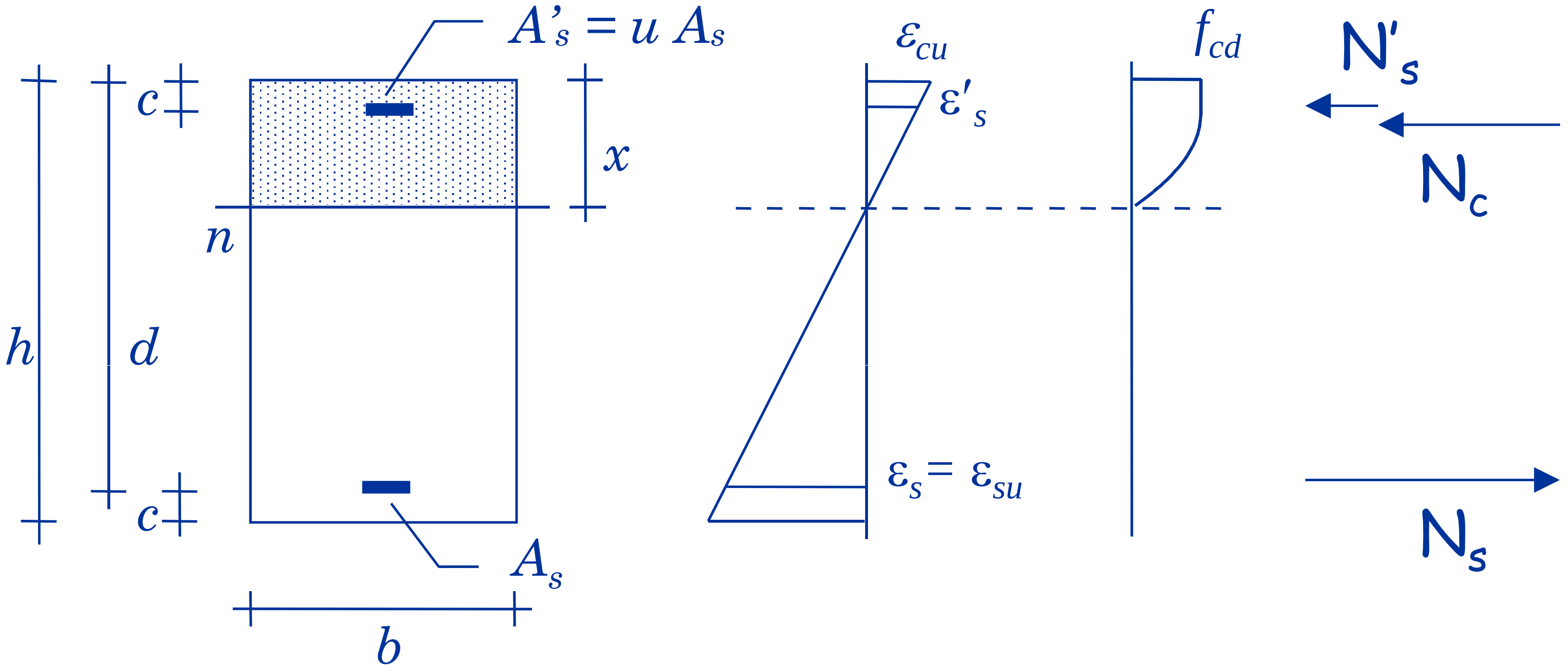
Progetto - stato limite ultimo



ovvero, in presenza di doppia armatura

$$d = r'\sqrt{\frac{M}{b}}$$

Progetto - stato limite ultimo



3 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante di compressione si ottiene

$$A_s = \frac{M}{0.9\, d\, f_{yd}}$$

Valori di z/d (C25/30, B450C)

sezioni progettate con $\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}$ ed $\varepsilon_s=\varepsilon_{su}$

Tensioni ammissibili

	γ = 0.05	γ = 0.10	γ = 0.20
u	s' = 0.49	s' = 0.42	s' = 0.26
0	0.882		
0.25	0.890	0.884	0.879
0.50	0.898	0.885	0.877
0.75	0.906	0.887	0.874
1.00	0.914	0.889	0.872

Stato limite ultimo

	γ = 0.05	γ = 0.10	γ = 0.20
u	s' = 1.00	s' = 1.00	s' = 0.42
0	0.892		
0.25	0.9066	0.8941	0.8840
0.50	0.9211	0.8961	0.8758

Sempre molto prossimo a 0.9

Duttilità della sezione

Un parametro fondamentale nel valutare il modo in cui la sezione giunge al collasso è la duttilità.

Duttilità = rapporto tra rotazione ultima e rotazione corrispondente allo snervamento dell'armatura tesa

Una sezione che presenti una rottura duttile dà chiari segnali di preavviso (elevata fessurazione, notevole incremento della deformazione) che possono mettere in allarme e consentire interventi prima del crollo

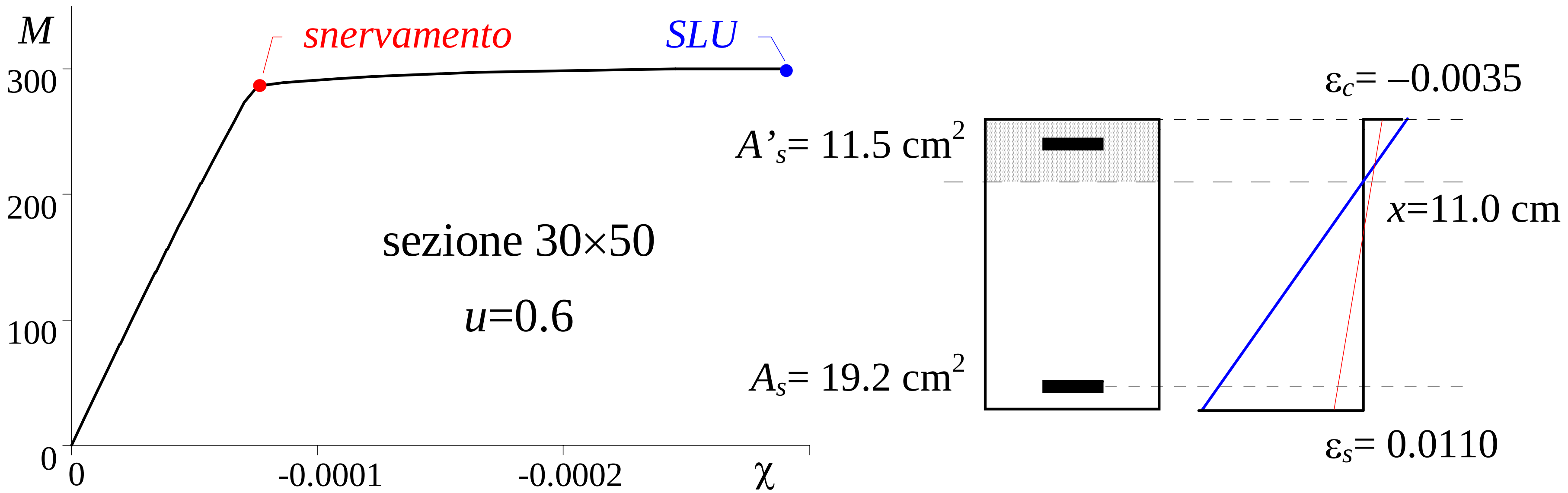
In zona sismica la capacità di deformarsi plasticamente permette di dissipare con cicli isteretici

Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50 u=0.6 M_{Rd} = 300 kNm

ε_{su} > 10 x 10^{-3} x=11.0 cm χ=-0.000286

Buona duttilità

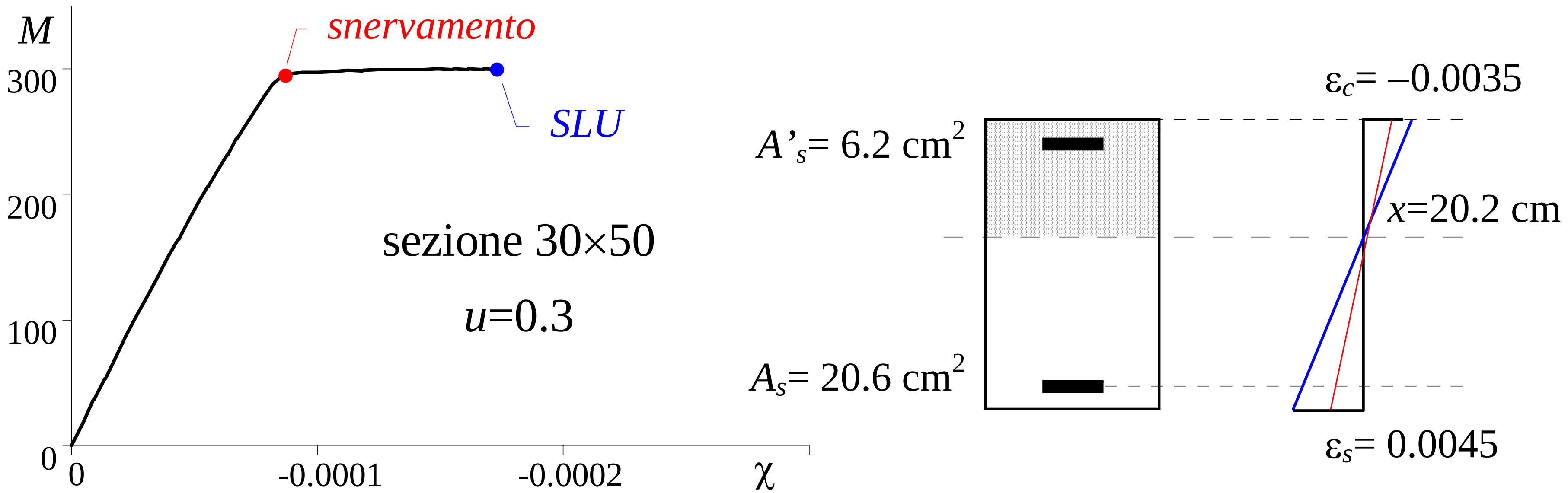


Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50 u=0.3 M_{Rd} = 300 kNm

ε_{su} = 4.5 x 10^{-3} x=20.2 cm χ=-0.000184

Duttilità discreta

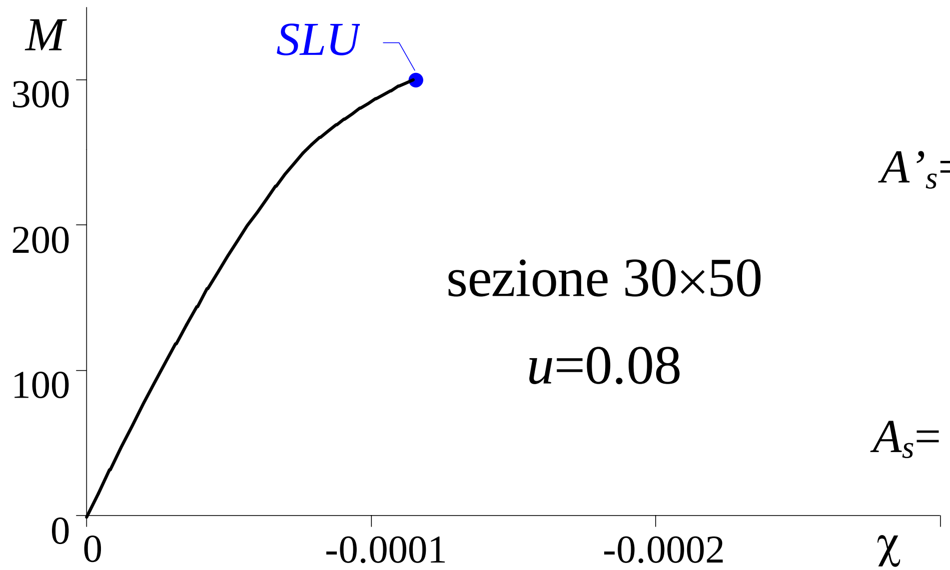


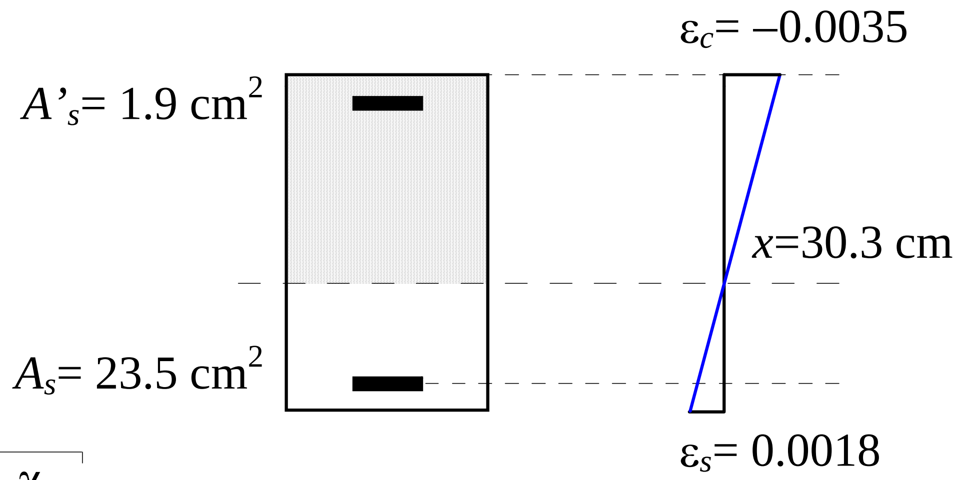
Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50 u=0.08 M_{Rd} = 300 kNm

ε_{su} = 1.8 x 10^{-3} x=30.3 cm χ=-0.000116

Bassa duttilità





Quanto vale il coefficiente r?

Tensioni ammissibili:
dipende da calcestruzzo e acciaio

per C25/30 e B450C: $r = 0.256$

Stato limite ultimo:
dipende solo dal calcestruzzo

per B45C: $r = 0.194$

Esempio n. 1

progetto di sezione a semplice armatura

Tensioni ammissibili: $M = 115$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0256\sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.50 \text{ m}$$

uso 30x55

$$A_s = \frac{M}{0.9\, d\, \overline{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.51 \times 266} = 9.41 \text{ cm}^2$$

Stato limite ultimo: $M_{Ed} = 160$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0194\sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.45 \text{ m}$$

uso 30x50

$$A_s = \frac{M}{0.9\, d\, f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 391} = 9.88 \text{ cm}^2$$

Che relazione c'è tra r ed r'?

Sia per TA che per SLU:

$$r' \cong r\sqrt{1-s'u} \qquad \text{con} \qquad s' = \frac{\sigma'_s}{\sigma_{s,\max}} \qquad u = \frac{A'_s}{A_s}$$

Si noti che s' dipende principalmente dal copriferro c (o meglio, dal rapporto γ = c/d)

Ma per TA s' è sempre basso (meno di 0.5)

mentre per SLU s' è molto spesso pari a 1 (è minore solo per travi a spessore)

Valori di r' (C25/30, B450C)

Tensioni ammissibili

	γ = 0.05	γ = 0.10	γ = 0.20
u	s' = 0.49	s' = 0.42	s' = 0.26
0	0.0256		
0.25	0.0239	0.0243	0.0249
0.50	0.0222	0.0229	0.0242
0.75	0.0203	0.0214	0.0234
1.00	0.0183	0.0198	0.0226

Stato limite ultimo

	γ = 0.05	γ = 0.10	γ = 0.20
u	s' = 1.00	s' = 1.00	s' = 0.42
0	0.0194		
0.25	0.0167	0.0168	0.0185
0.50	0.0135	0.0137	0.0174

Valori di r'/r (C25/30, B450C)

Tensioni ammissibili

	γ = 0.05	γ = 0.10	γ = 0.20
u	s' = 0.49	s' = 0.42	s' = 0.26
0	1.000		
0.25	0.935	0.948	0.972
0.50	0.866	0.894	0.943
0.75	0.793	0.836	0.913
1.00	0.713	0.775	0.882

Stato limite ultimo

	γ = 0.05	γ = 0.10	γ = 0.20
u	s' = 1.00	s' = 1.00	s' = 0.42
0	1.000		
0.25	0.859	0.865	0.951
0.50	0.696	0.706	0.898

Contributo dell'armatura compressa

Il contributo dell'armatura compressa nelle verifiche di resistenza allo SLU è diverso da quello fornito nelle verifiche alle TA

Come si vede, ciò è dovuto al fatto che nel caso di stato limite ultimo l'armatura compressa lavora al massimo o quasi ($s' \cong 1$) mentre nel metodo delle tensioni ammissibili essa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile ($s' \cong 0.2 \div 0.5$)

Esempio n. 2

progetto di sezione a doppia armatura (u=0.25, γ=0.10)

Tensioni ammissibili: $M = 115$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0243\sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.48\ \text{m}$$

uso 30x55

era 0.50 m per u=0

Stato limite ultimo: $M_{Ed} = 160$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0168\sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.39\ \text{m}$$

uso 30x45

era 0.45 m per u=0

Esempio n. 2

progetto di sezione a doppia armatura (u=0.25, γ=0.10)

Tensioni ammissibili: $M = 115$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0243\sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.48 \text{ m}$$

uso 30x55

$$A_s = \frac{M}{0.9\, d\, \overline{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.51 \times 266} = 9.41 \text{ cm}^2$$

= 0.6% b h

Stato limite ultimo: $M_{Ed} = 160$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0168\sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.39 \text{ m}$$

uso 30x45

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9\, d\, f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.41 \times 391} = 11.09 \text{ cm}^2$$

era 9.88 cm^2 per u=0

Esempio n. 2

progetto di sezione a doppia armatura (u=0.25, γ=0.10)

Tensioni ammissibili: M = 115 kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0243\sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.48\ \text{m}$$

uso 30x55

$$A_s = \frac{M}{0.9\, d\, \overline{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.51 \times 266} = 9.41\ \text{cm}^2$$

= 0.6% b h

Stato limite ultimo: M_{Ed} = 160 kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0168\sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.39\ \text{m}$$

uso 30x45

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9\, d\, f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.41 \times 391} = 11.09\ \text{cm}^2$$

era 9.88 cm^2 per u=0

Esempio n. 3

progetto di sezione a doppia armatura (u=0.50, γ=0.10)

Tensioni ammissibili: $M = 115$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0229\sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.45\ \mathrm{m}$$

uso 30x50

era 0.50 m per u=0

Stato limite ultimo: $M_{Ed} = 160$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0137\sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.31\ \mathrm{m}$$

uso 30x35

era 0.45 m per u=0

Esempio n. 3

progetto di sezione a doppia armatura (u=0.50, γ=0.10)

Tensioni ammissibili: $M = 115$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0229\sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.45\ \text{m}$$

uso 30x50

$$A_s = \frac{M}{0.9\,d\,\overline{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 266} = 10.44\ \text{cm}^2$$

era 9.41 cm^2 per u=0

Stato limite ultimo: $M_{Ed} = 160$ kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0137\sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.31\ \text{m}$$

uso 30x35

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9\,d\,f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.31 \times 391} = 14.67\ \text{cm}^2$$

era 9.88 cm^2 per u=0

Esempio n. 3

progetto di sezione a doppia armatura (u=0.50, γ=0.10)

Stato limite ultimo: M_{Ed} = 160 kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0137\sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.31\,\text{m}$$

uso 30x35

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9\,d\,f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.31 \times 391} = 14.67\ \text{cm}^2 = 1.40\%\ b\ h$$

era 9.88 cm^2 =0.66% b h per u=0

L'armatura in percentuale dell'area della sezione si è più che raddoppiata

Prescrizioni sull'armatura

Armatura minima:

$$A_s \geq \frac{0.6}{f_{yk}} b\, d \geq 0.15\, \%\, b\, d$$

0.13% per B450C

Armatura massima:

$$A_s \leq 3\, \%\, b\, h$$

$$A_s^{'} \leq 3\, \%\, b\, h$$

Ulteriori considerazioni per il calcolo dell'altezza utile

L'armatura tesa non può essere superiore al valore massimo stabilito dalla normativa:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9\,d\,f_{yd}} \leq A_{s\,max} = 0.03\,b\,h \cong 0.03\,b\,d$$

$$\Downarrow$$

Meglio 1%

$$d \geq \sqrt{\frac{M_{Ed}}{0.03 \times 0.9\,b\,f_{yd}}}$$

Volore minimo dell'altezza utile d

Calcolo dell'altezza utile

L'altezza utile è il maggiore tra i due valori:

$$d = \max \begin{cases} r' \sqrt{\dfrac{M_{Ed}}{b}} \\ \sqrt{\dfrac{M_{Ed}}{0.01 \times 0.9\, b\, f_{yd}}} \end{cases}$$

Esempio n. 3

progetto di sezione a doppia armatura (u=0.50, γ=0.10)

Stato limite ultimo: M_{Ed} = 160 kNm

$$d = r\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0137\sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.31\,\text{m}$$

$$d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{0.01 \times 0.9\,b\,f_{yd}}} = \sqrt{\frac{160 \times 10^{-3}}{0.01 \times 0.9 \times 0.3 \times 391}} = 0.39$$

uso 30x45

Progetto allo stato limite ultimo - commento

Si ottengono sezioni trasversali:

- simili a quelle richieste dal metodo delle tensioni ammissibili se non si considera l'armatura compressa
- sensibilmente più basse quando si considera l'armatura compressa

L'armatura tesa:

- é simile a quella richiesta dal metodo delle tensioni ammissibili per sezioni a semplice armatura
- può divenire eccessivamente grande quando si riduce l'altezza della sezioni sfruttando l'effetto positivo dell'armatura compressa

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto della sezione assumere un valore
r' = 0.018 o 0.017

(corrisponde a 0<u<25% per C25/30)

Nota:

Controllare che l'altezza utile non deve sia inferiore a quella corrispondente alla massima quantità di armatura che si è disposti ad accettare.

Per travi molto basse (a spessore) assumere valori un po' maggiori
r' = 0.019 (corrisponde a 0<u<25% per C25/30)

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto dell'armatura tesa considerare un braccio della coppia interna pari a 0.9 d

Nota:

Per sezioni a forte armatura (sconsigliate per la carenza di duttilità) il braccio della coppia interna dovrebbe essere minore (0.8 d)