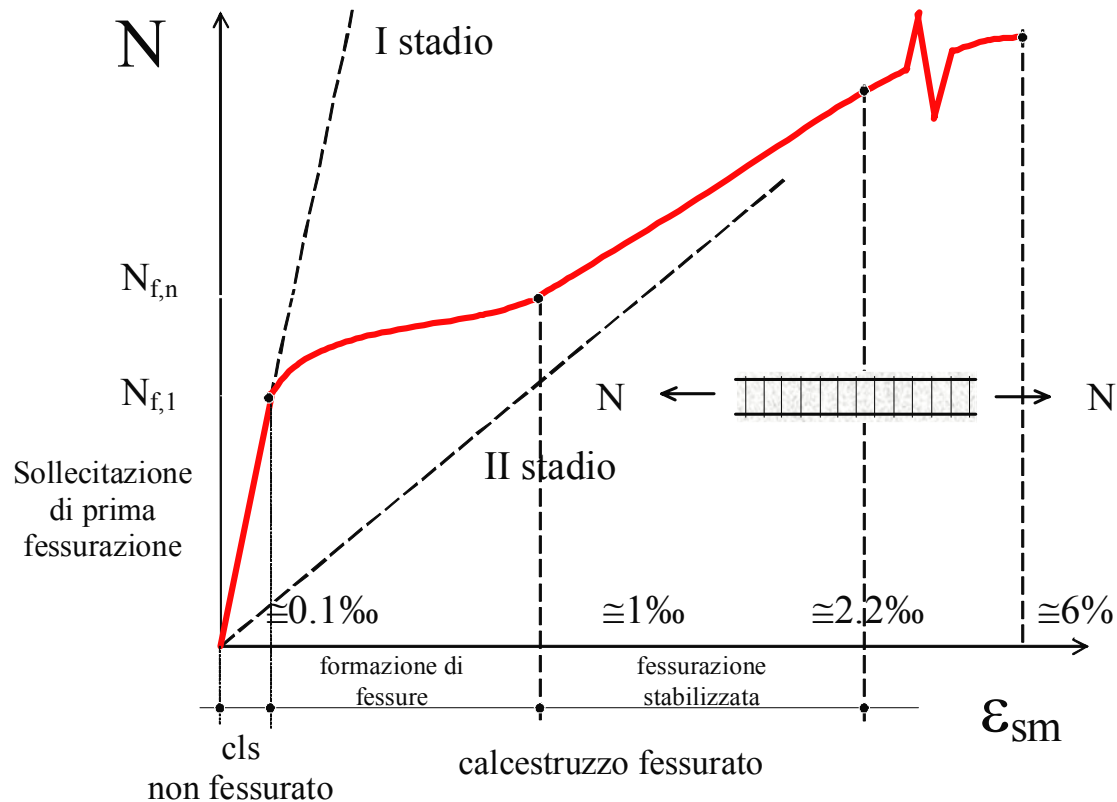


Stati limite di esercizio

Pier Paolo Rossi

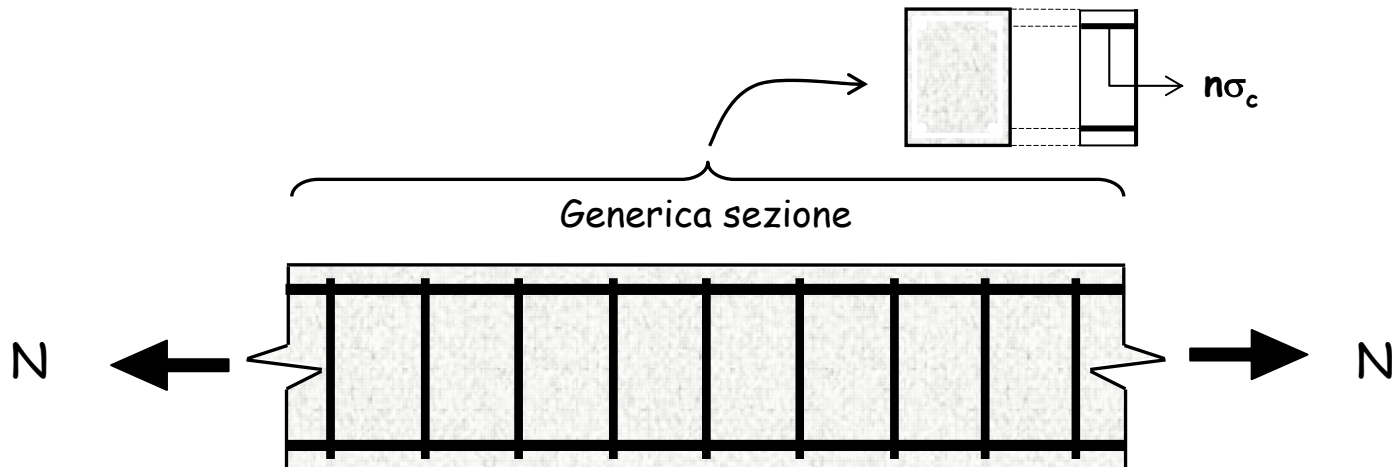
Comportamento allo stato fessurato



Prima della fessurazione

➤ Per bassi valori del carico si può ipotizzare una perfetta aderenza tra calcestruzzo e acciaio.

In questa fase tutti i punti della sezione sono soggetti alla medesima deformazione ed il calcolo delle tensioni si svolge in base alle ipotesi del primo stadio di comportamento del conglomerato cementizio armato.



Formazione prima fessura

➤ La prima fessura si forma allorché la tensione di trazione nel calcestruzzo eguaglia la sua resistenza a trazione.

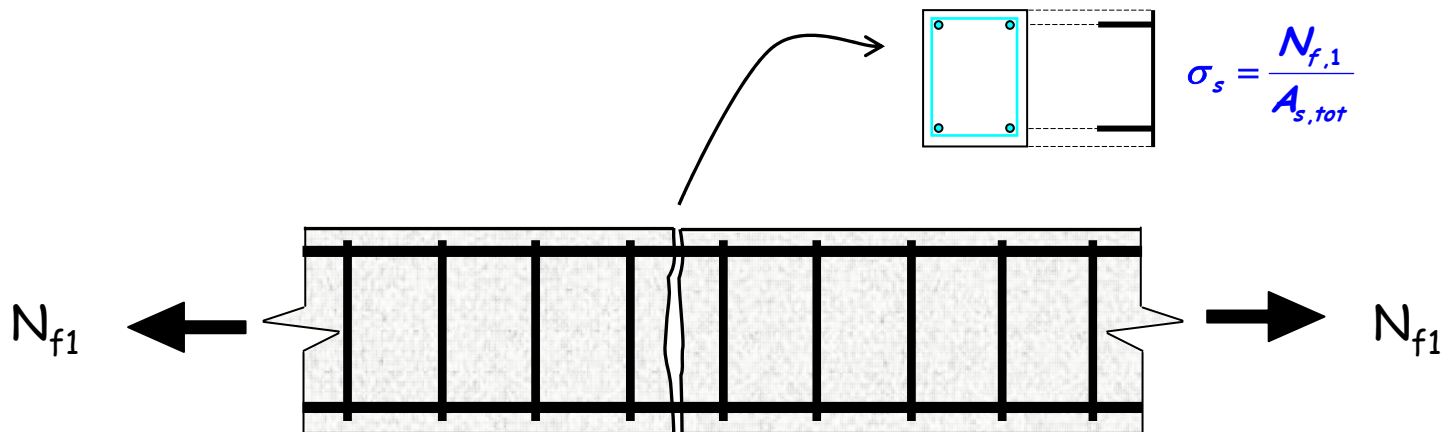
Lo sforzo normale corrispondente alla fessurazione si definisce **sforzo normale di fessurazione**.

Nella realtà, stante la disuniformità delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo nell'ambito dell'elemento considerato, la prima fessura ha luogo nella sezione con resistenza minima.

Formazione prima fessura

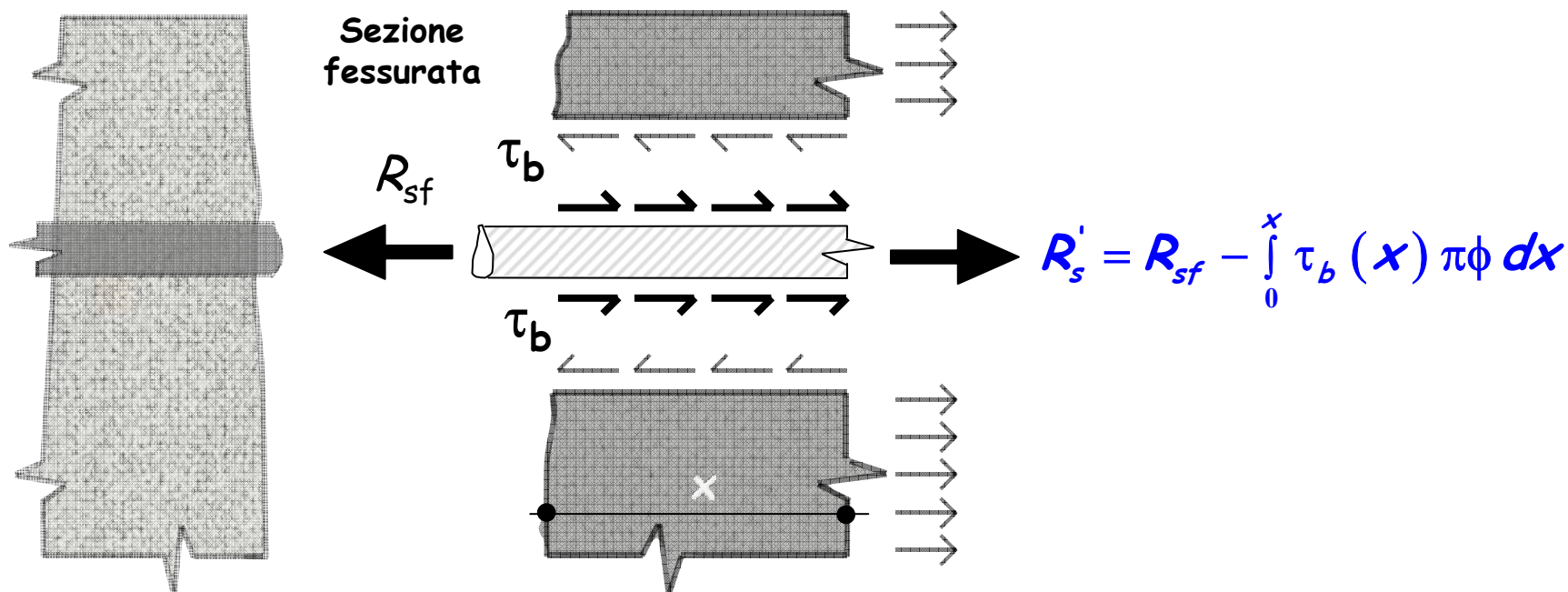
- Nelle sezioni fessurate il carico è assorbito interamente dalle armature.

Lo stato tensionale in tali sezioni può essere calcolato sulla base delle ipotesi proprie del secondo stato di comportamento del conglomerato cementizio armato.



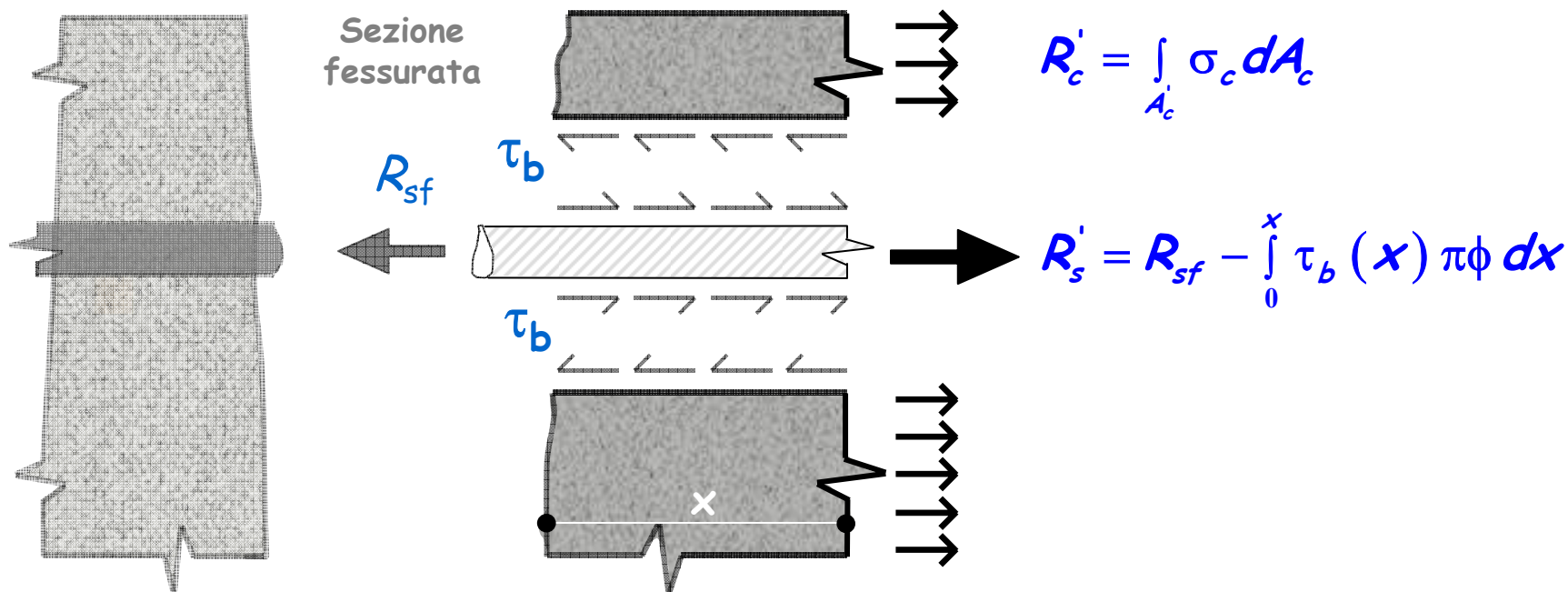
Meccanismo di trasmissione delle tensioni per aderenza

- Man mano che ci si allontana dalla sezione fessurata l'azione assiale di trazione nell'armatura diminuisce a causa dello sviluppo delle tensioni di aderenza tra acciaio e calcestruzzo.



Meccanismo di trasmissione delle tensioni per aderenza

- Per l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse dell'elemento, la diminuzione dello sforzo di trazione nell'armatura deve essere accompagnata dallo sviluppo di tensioni di trazione nel calcestruzzo.



Lunghezza di trasmissione

- La distanza, calcolata a partire dalla sezione fessurata, alla quale corrisponde nel calcestruzzo una tensione costante pari alla resistenza a trazione del calcestruzzo viene definita :

lunghezza di trasmissione

Lunghezza di trasmissione

La lunghezza di trasmissione è calcolata imponendo il bilancio tra la risultante delle tensioni normali del calcestruzzo in corrispondenza dell'attingimento della valore resistente a trazione e le tensioni di aderenza che inducono tale stato di tensioni normali.

Questo calcolo è svolto ipotizzando che :

1. ad una distanza dalla lesione pari alla lunghezza di trasmissione le deformazioni del calcestruzzo siano eguali su tutta la sezione.
In tali condizioni le tensioni di trazione del calcestruzzo possono essere considerate costanti.
2. la forza di aderenza sviluppata nella lunghezza di trasmissione sia espressa in funzione del valore caratteristico resistente delle tensioni di aderenza.

Lunghezza di trasmissione

- L'equazione di bilancio, tra la risultante delle tensioni di trazione del calcestruzzo in corrispondenza dell'attingimento del valore resistente a trazione e le tensioni di aderenza in grado di indurre tale tensioni normali, si scrive :

$$\underset{\text{1° ipotesi: tensione di trazione costante nel calcestruzzo}}{\overset{\text{f}_{ctk}}{\text{A}_{c,ef}}} = \int_0^{l_t} \tau_b \pi \phi dz = \underset{\text{2° ipotesi: forza di aderenza calcolata sulla base di un valore costante}}{\overset{\text{f}_{bk}}{l_t \pi \phi}}$$

Pertanto la lunghezza di trasmissione è uguale a:

$$l_t = \frac{f_{ctk}}{f_{bk}} \frac{A_{c,eff}}{\pi \phi}$$

Lunghezza di trasmissione

➤ Se si moltiplica e divide il secondo membro della precedente relazione per $\phi/4$ si ottiene:

$$l_t = \frac{f_{ctk}}{f_{bk}} \frac{A_{c,ef}}{\pi\phi^2/4} \cdot \frac{\phi}{4} = \frac{1}{4} k \frac{\phi}{\rho_{ef}}$$

dove:

$\rho_{ef} = A_s / A_{c,ef}$ è la percentuale d'armatura efficace ai fini dell'aderenza

$k = f_{ctk} / f_{bk}$ è un coefficiente dipendente dalle caratteristiche di aderenza delle barre d'armatura e dal tipo di sollecitazione

Lunghezza di trasmissione

L'esperienza ha tuttavia dimostrato che il meccanismo di trasmissione per aderenza non riflette che una parte della realtà.

A tal riguardo, Ferry-Borges ha proposto la seguente relazione della lunghezza di trasmissione:

$$l_t = k_1 c + k_2 \frac{\phi}{\rho_{ef}}$$

dove sono presenti:

- ✓ un meccanismo di diffusione delle tensioni all'interno del calcestruzzo, senza che si produca scorrimento relativo tra calcestruzzo e armatura.
- ✓ un meccanismo di trasmissione per aderenza.

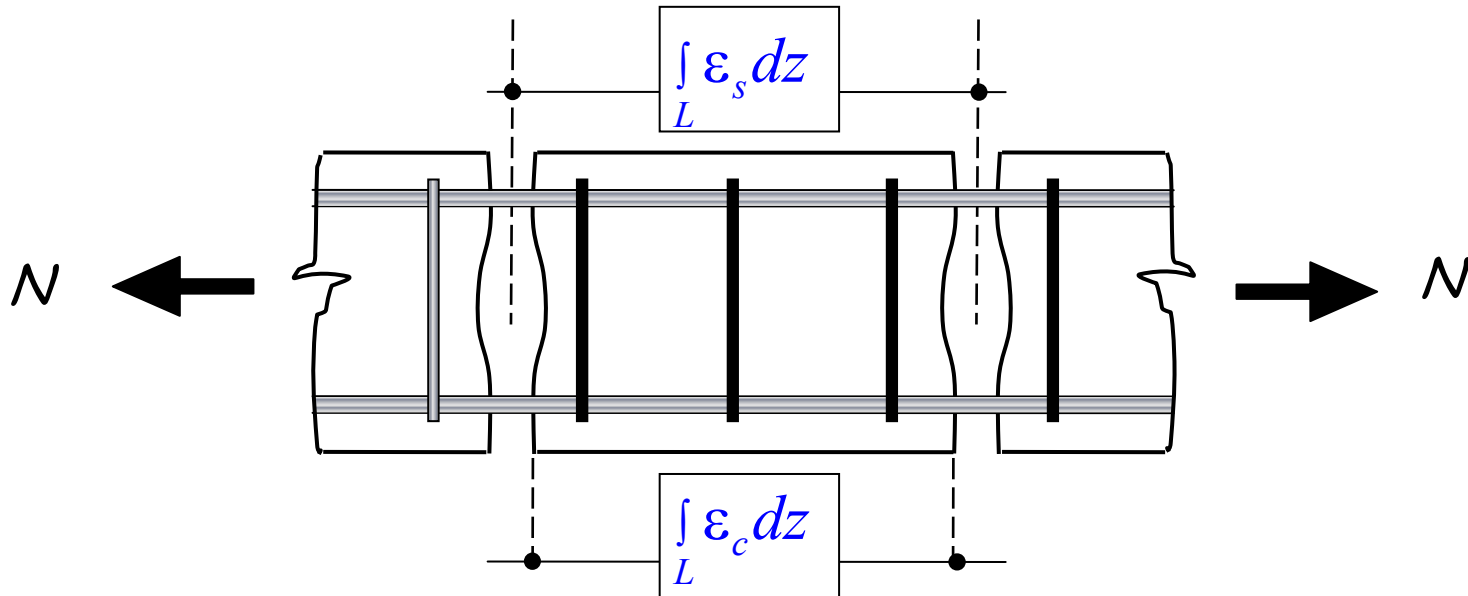
Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

Il valore medio di apertura delle fessure (w_m) è dato da:

$$w_m = \int_L (\varepsilon_s - \varepsilon_c) dz$$

dove L è la distanza tra due fessure consecutive



Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

Il valore medio di apertura delle fessure (w_m) può essere calcolata attraverso la più semplice relazione:

$$w_m = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \Delta_{sm}$$

dove

- ε_{sm} è il valore medio della deformazione della barra
- ε_{cm} è il valore medio della deformazione nel calcestruzzo fra due fessure consecutive
- Δ_{sm} è il passo medio tra le fessure

A fessurazione stabilizzata la deformazione media del conglomerato tra due fessure può essere trascurata rispetto a quella corrispondente dell'armatura. Per tal motivo, è spesso anche adottata la formulazione :

$$w_m = \varepsilon_{sm} \Delta_{sm}$$

Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

Stabilizzatesi le fessure, lungo l'asse dell'elemento coesistono :

- sezioni fessurate in cui gran parte dello sforzo di trazione necessario all'equilibrio è portato dall'armatura
- sezioni in cui il comportamento è assimilabile a quello di sezione interamente reagente.



L'analisi dello stato deformativo del concio compreso tra due fessure consecutive non può prescindere dalla considerazione che il calcestruzzo abbia resistenza a trazione.

Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

Osservazione : a fessurazione avvenuta, la deformazione media della barra (ε_{sm}) non coincide con quella della barra nuda.

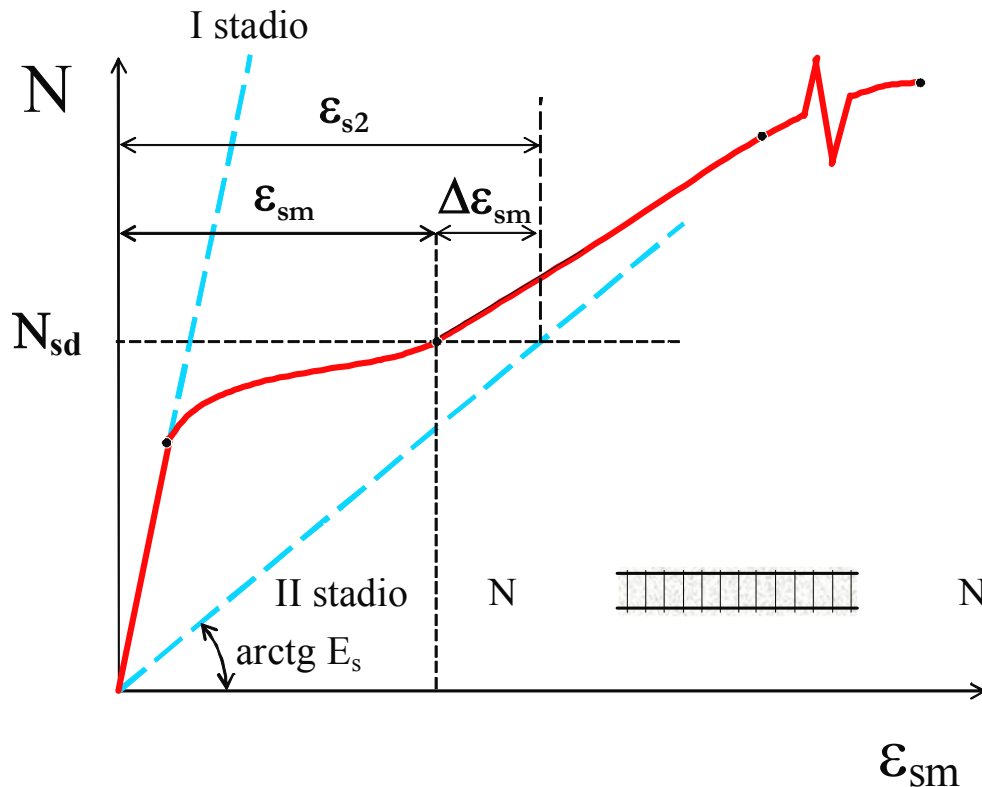
In particolare, per il calcolo della deformazione media della barra occorre tener conto dell'effetto irrigidente del calcestruzzo teso compreso tra due fessure consecutive.

Tale effetto prende il nome di :

Tension stiffening

Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure



$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \Delta\epsilon_s$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{1}{E_s} (\sigma_{sd} - \Delta\sigma_s)$$

dove

σ_{sd} é la tensione nella barra nuda

$\Delta\sigma_s$ é la riduzione di tensione dovuta al tension stiffening

Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

Il contributo del tension stiffening, ovvero il valore della tensione $\Delta\sigma_s$, é limitato inferiormente e superiormente dalla possibilità che si sviluppi una tensione di aderenza tra acciaio e calcestruzzo in grado di equilibrare :

- livelli nulli
- livelli molto elevati

della tensione di trazione nel calcestruzzo tra due fessure consecutive.

Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

1° condizione limite : la tensione di aderenza è in grado di garantire una tensione di trazione nel calcestruzzo pari alla sua resistenza a trazione.

In queste condizioni:

$$\Delta\sigma_s = f_{ct} \frac{A_{ct}}{A_s} = \sigma_{s,cr}$$

e pertanto:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left(1 - \frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \right)$$

Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

2° condizione limite : la tensione di aderenza non è in grado di garantire alcuna tensione di trazione nel calcestruzzo.

In queste condizioni:

$$\Delta\sigma_s = 0$$

e pertanto:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s}$$

Verifica di fessurazione

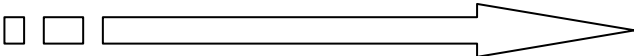
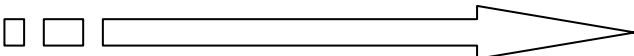
Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

Comportamento intermedio : ipotizzando che il contributo irrigidente offerto dal calcestruzzo teso all'armatura sia indipendente dal livello tensionale nelle armature, la deformazione media dell'armatura può valutarsi con la relazione :

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left(1 - \beta \frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \right)$$

dove β è un coefficiente maggiore di zero e minore dell'unità.

Casi particolari:

$\beta=0$		2 ^a condizione limite
$\beta=1$		1 ^a condizione limite

Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure

Comportamento di normativa : indagini sperimentali hanno consentito di osservare che il contributo irrigidente offerto dal calcestruzzo teso all'armatura tende a diminuire con l'aumentare del livello tensionale nelle armature, secondo una relazione del tipo:

$$\Delta \varepsilon_s = \beta \frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \varepsilon_{s,cr}$$

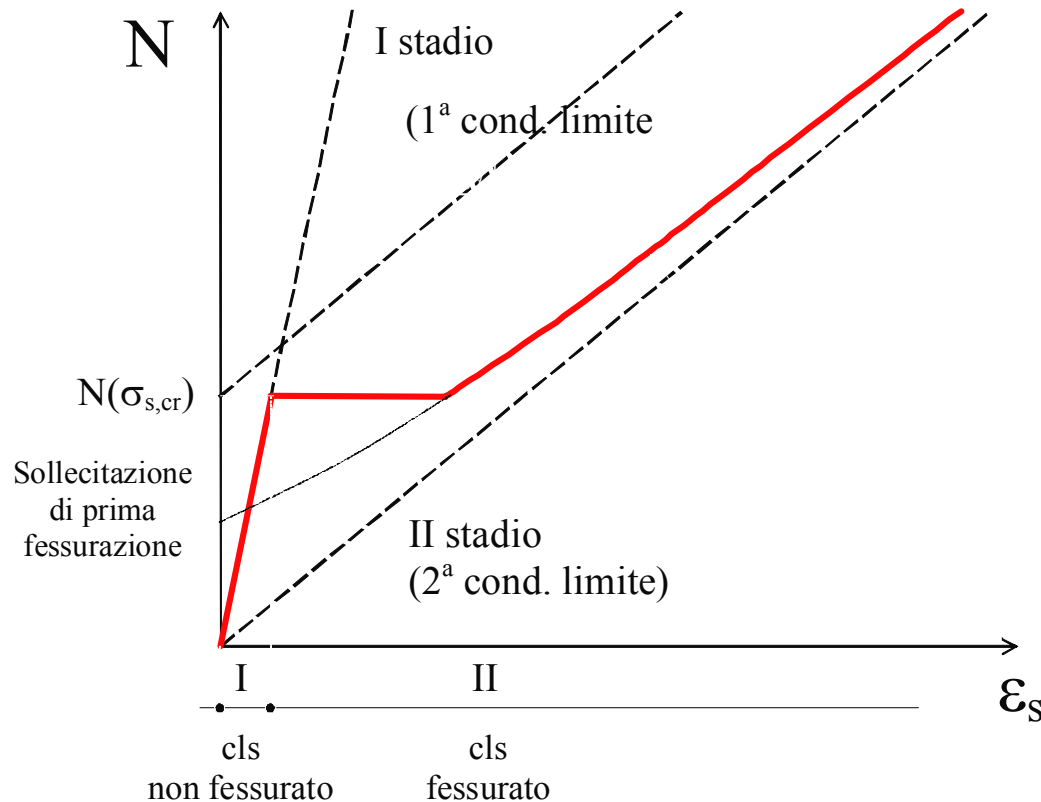
A fessurazione stabilizzata, l'allungamento medio unitario delle barre può quindi porsi pari a:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \left[1 - \beta \left(\frac{\sigma_{s,cr}}{\sigma_{sd}} \right)^2 \right]$$

dove β è un coefficiente maggiore di zero e minore dell'unità.

Verifica di fessurazione

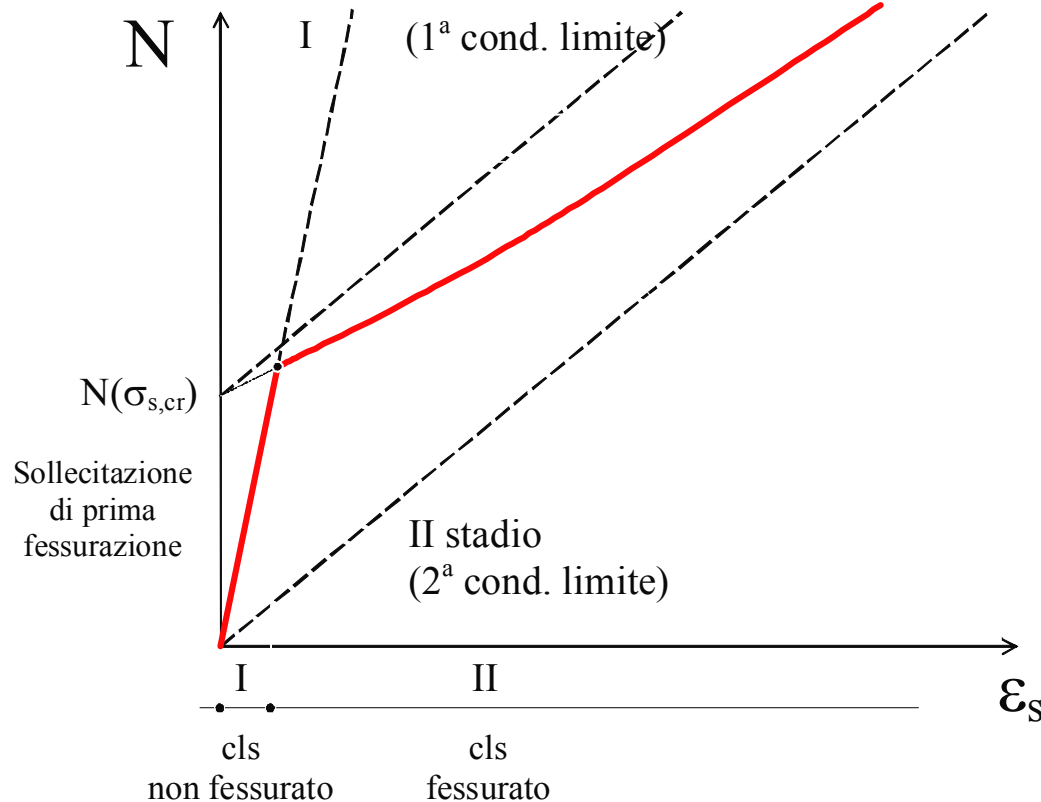
Verifica allo stato limite di apertura delle fessure



$$\beta=0.5$$

Verifica di fessurazione

Verifica allo stato limite di apertura delle fessure



$$\beta = 1.0$$

FINE