VERIFICA DI EDIFICI ESISTENTI IN CEMENTO ARMATO

Catania, 25 giugno – 2 luglio 2019

12 – Corrispondenza tra punti della pushover
e accelerazione sismica

Docente del corso

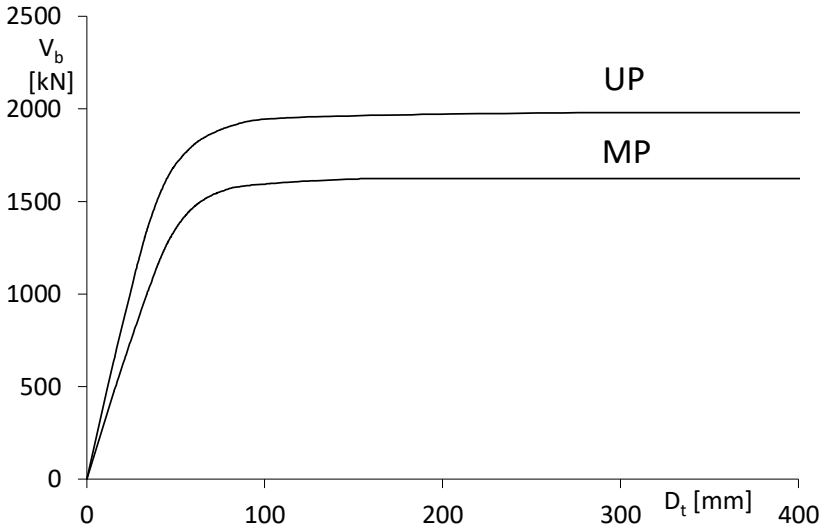
AURELIO GHERSI

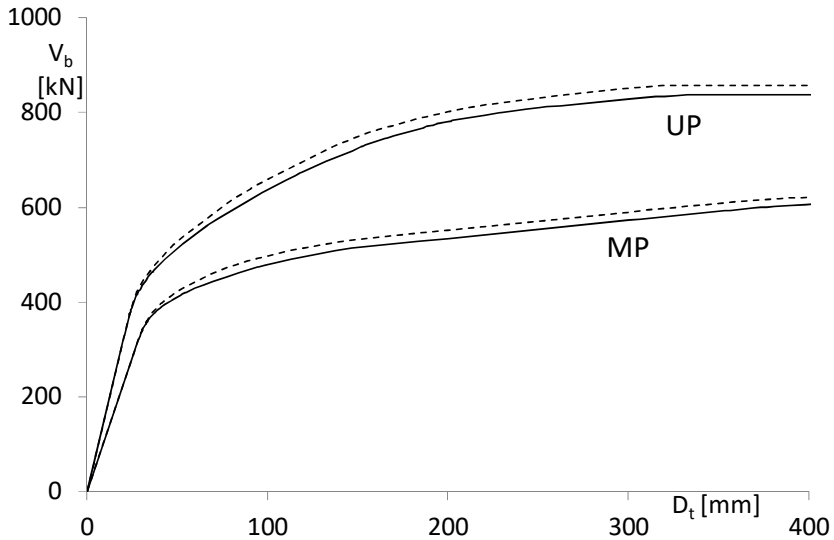
Corso organizzato da: FONDAZIONE DELL'ORDINE DEGLI INGEGNERI
DELLA PROVINCIA DI CATANIA

Pushover e accelerazione sismica

Le curve di pushover mostrano la relazione tra taglio alla base e spostamento in testa

- Ad ogni punto corrispondono caratteristiche di sollecitazione, deformazioni elastiche e plastiche ben definite
- Occorre però determinare a quale accelerazione corrispondono queste informazioni





Corrispondenza tra punti della pushover e accelerazione sismica

Impostazione suggerita dalle norme europee:

- Metodo N2, proposto da Fajfar

Alternativa, sostanzialmente equivalente:

- Metodo N1, di Ghersi et al.

  Evita il passaggio, avanti e indietro, tra schema reale e schema a un grado di libertà

Procedimento preferito negli Stati Uniti

- Metodo di Freeman o dello spettro di capacità

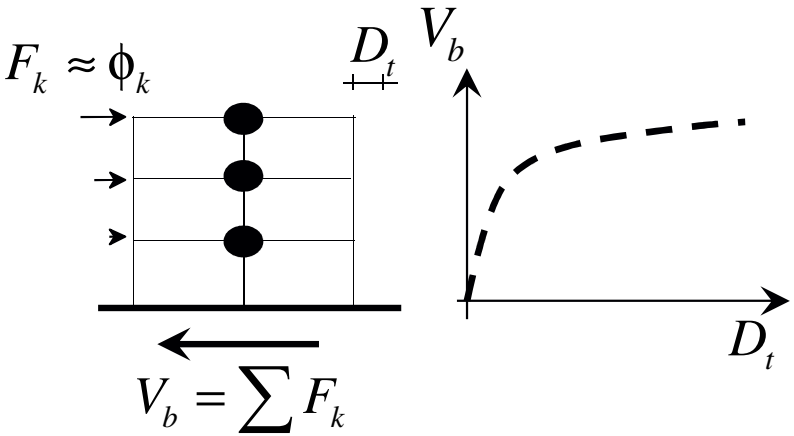
  Tiene conto in maniera differente (con variazione dello smorzamento) della variazione di dissipazione dovuta al progressivo danneggiamento della struttura

Analisi statica non lineare

determinazione dello spostamento "richiesto"

Multi Degree of Freedom

Telaio MDOF



Single Degree of Freedom

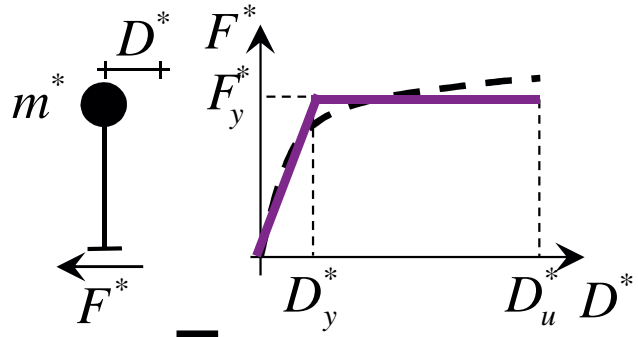
Sistema SDOF equivalente

$$m^* = \sum m_k \, \phi_k$$

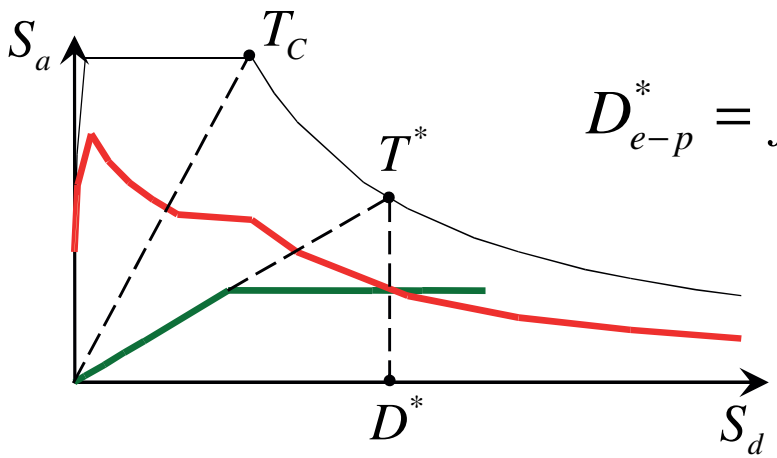
$$F^* = \frac{V}{\phi_N \, \Gamma}$$

$$D^* = \frac{D}{\phi_N \, \Gamma}$$

$$\Gamma = \frac{\sum m_k \, \phi_k}{\sum m_k \, \phi_k^2}$$



Spostamento richiesto (SDOF)



$$D^*_{e-p} = f\left(D^*_{el}\right)$$

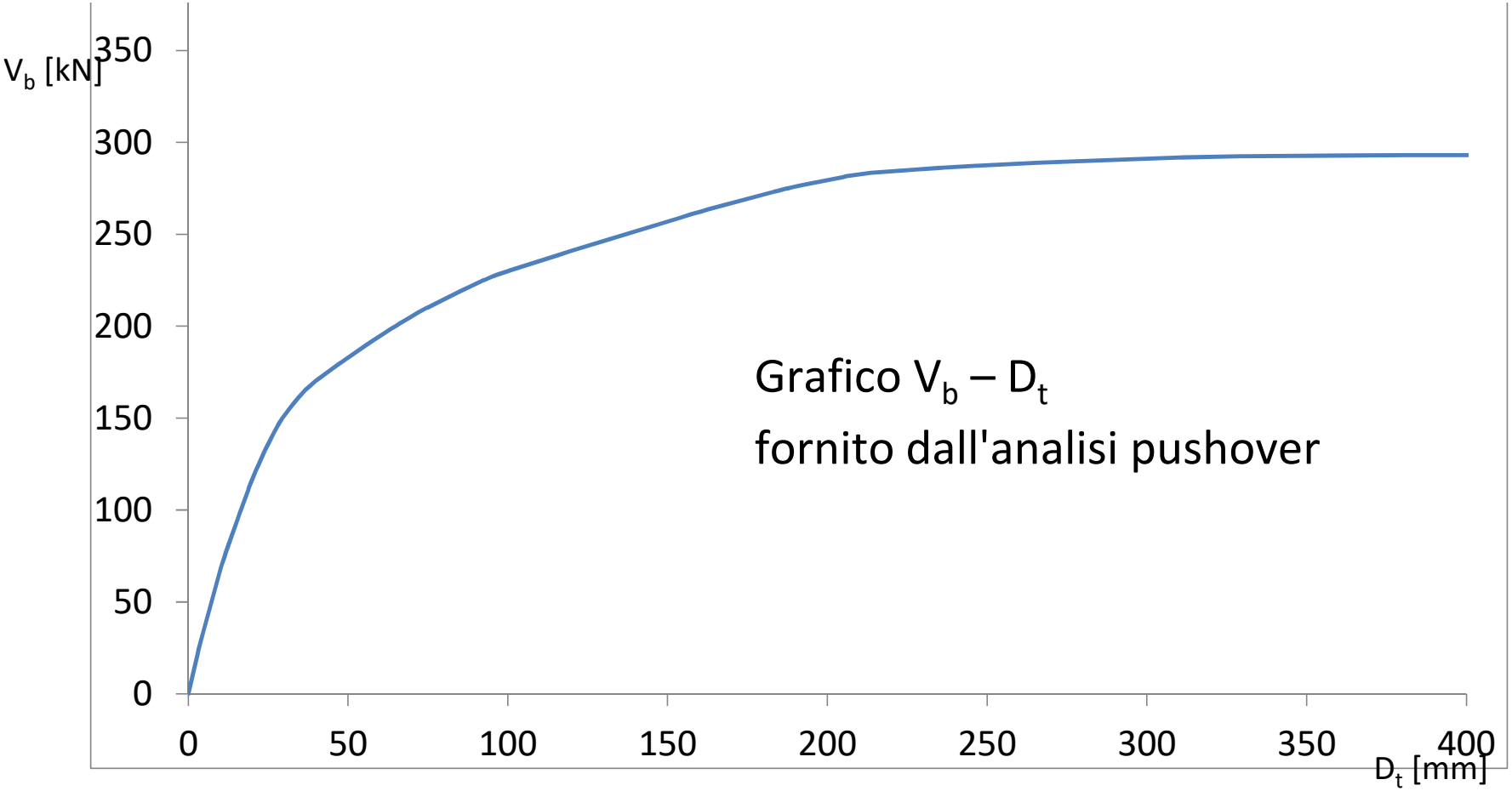
Spostamento richiesto (MDOF)

$$D_t = \Gamma \, D^*$$

Determinazione di a_g

metodo N2

1. Curva di pushover



Determinazione di a_g
metodo N2

1. Curva di pushover

passo	Dt - Do	Vb (kN)
0	0.000	0.00
1	2.907	21.52
2	3.327	24.44
3	4.678	33.52
4	9.018	61.08
5	10.074	67.55
6	10.518	70.10
7	11.322	74.48
8	11.729	76.63
9	11.733	76.65
10	12.715	81.69
11	15.467	95.24
12	16.006	97.85

. . . . . .

79	206.089	281.56
80	213.577	283.50
81	228.877	285.45
82	234.383	286.07
83	236.301	286.29

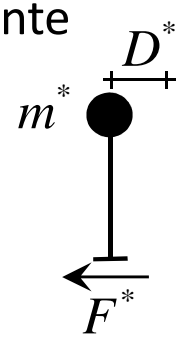
. . . . . .

Tabella di valori D_t – V_b
forniti dall'analisi pushover

Determinazione di a_g
metodo N2

2. Passaggio da MDOF a SDOF

Sistema SDOF equivalente



$$m^* = \frac{\sum m_k \, \phi_k}{\phi_N} \qquad F^* = \frac{V_b}{\Gamma}$$

$$\Gamma = \frac{\sum m_k \, \phi_k}{\sum m_k \, \phi_k^2} \phi_N \qquad D^* = \frac{D_t}{\Gamma}$$

m_k massa al piano k generico

ϕ_k spostamento indotto dalle forze al piano k generico, da analisi lineare (in genere, normalizzato rispetto allo spostamento in testa D_t)

Nota: le formule sono ricavate per una distribuzione di forze modale; in questo caso accelerazioni (=forze/masse) e spostamenti sono proporzionali

Determinazione di a_g
metodo N2

2. Passaggio da MDOF a SDOF

piano	massa [t]	Dk	ϕk=Dk/D6	m ϕ	m ϕ^2
6	131.8	185.551	1.000	131.8	131.8
5	153.8	168.434	0.908	139.6	126.7
4	153.8	138.917	0.749	115.1	86.2
3	153.8	98.416	0.530	81.6	43.3
2	153.8	54.877	0.296	45.5	13.5
1	153.8	17.779	0.096	14.7	1.4
				528.4	402.9

m_k massa al piano k generico

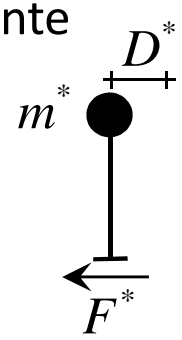
D_k spostamento indotto dalle forze al piano k generico (da analisi lineare)

ϕ_k spostamento normalizzato indotto dalle forze al piano k (da analisi lineare)

Determinazione di a_g
metodo N2

2. Passaggio da MDOF a SDOF

Sistema SDOF equivalente



$$m^* = \frac{\sum m_k \, \phi_k}{\phi_N} \qquad = 528.4 \text{ t}$$

$$\Gamma = \frac{\sum m_k \, \phi_k}{\sum m_k \, \phi_k^2} \phi_N \qquad = 1.311$$

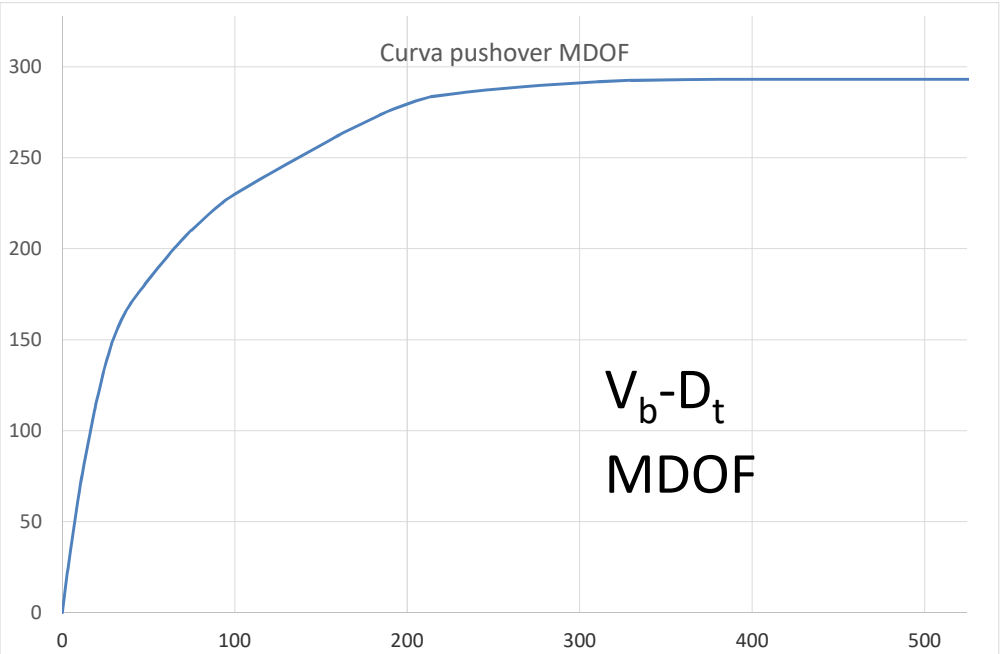
$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma}$$

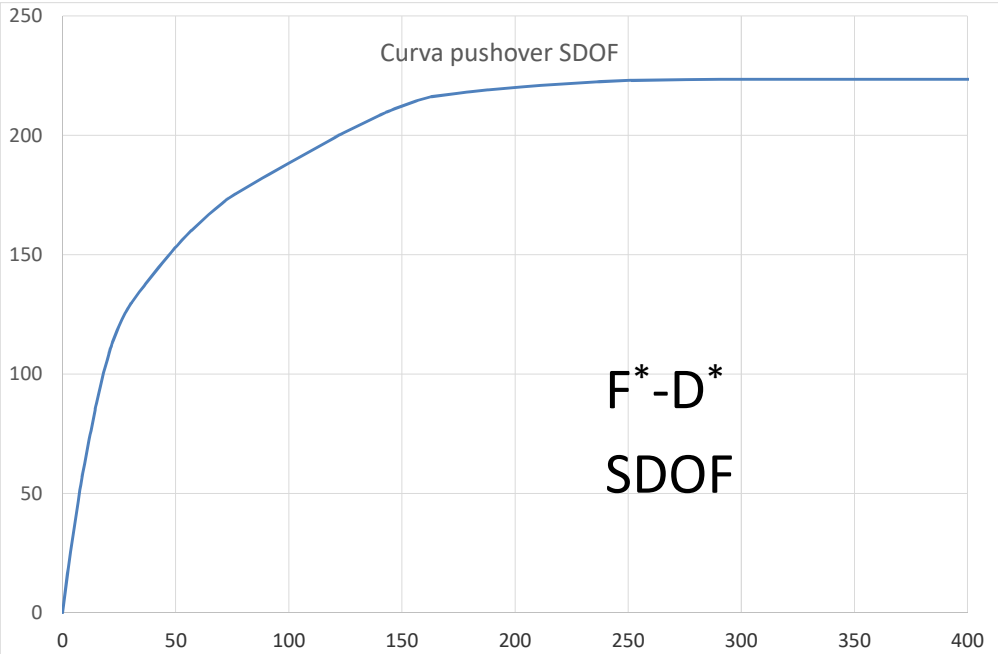
$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma}$$

Con queste relazioni si passa dal grafico V_b-D_t al grafico F^*-D^*

Determinazione di a_g
metodo N2

2. Passaggio da MDOF a SDOF

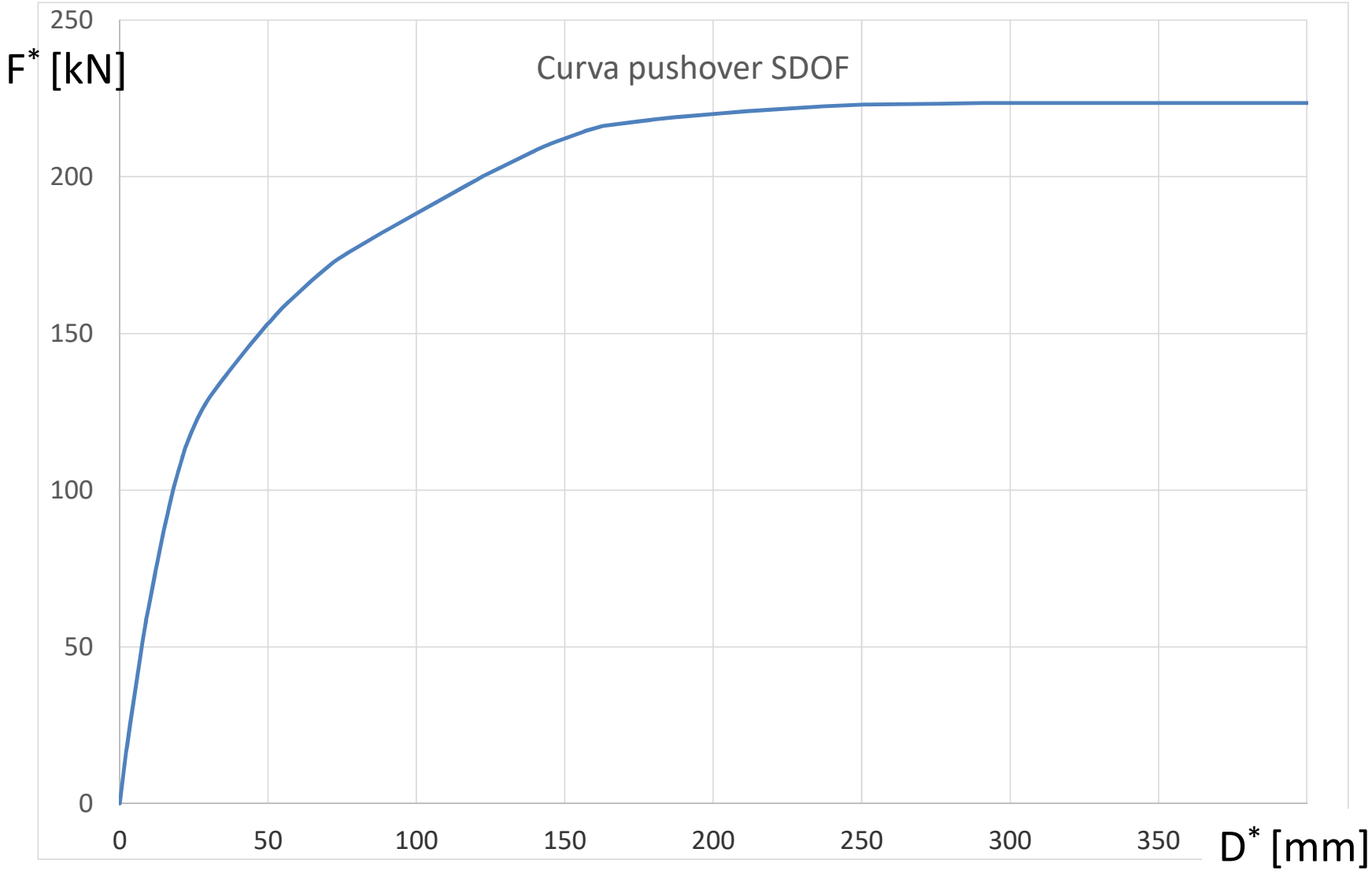




I due grafici sono perfettamente proporzionali

Determinazione di a_g
metodo N2

2. Curva di pushover per SDOF



Determinazione di a_g
metodo N2

2. Curva di pushover per SDOF

passo	D*	F*
0	0.000	0.00
1	2.217	16.41
2	2.537	18.64
3	3.567	25.56
4	6.876	46.57
5	7.682	51.51
6	8.020	53.45
7	8.633	56.79
8	8.943	58.43
9	8.947	58.45
10	9.695	62.29
11	11.794	72.62
12	12.205	74.61

. . . . . .

79	157.145	214.69
80	162.854	216.17
81	174.521	217.66
82	178.719	218.13
83	180.182	218.30

. . . . . .

Tabella di valori $D^* – F^*$

forniti dall'analisi pushover

Determinazione di a_g
metodo N2

- Un legame forza-spostamenti curvilineo non si presta per elaborazioni semplificate
- È necessario sostituirlo con un legame più semplice, elasto-plastico (con o senza incrudimento)

- Se l'obiettivo è conoscere solo il comportamento "ultimo" si può operare sull'intera curva

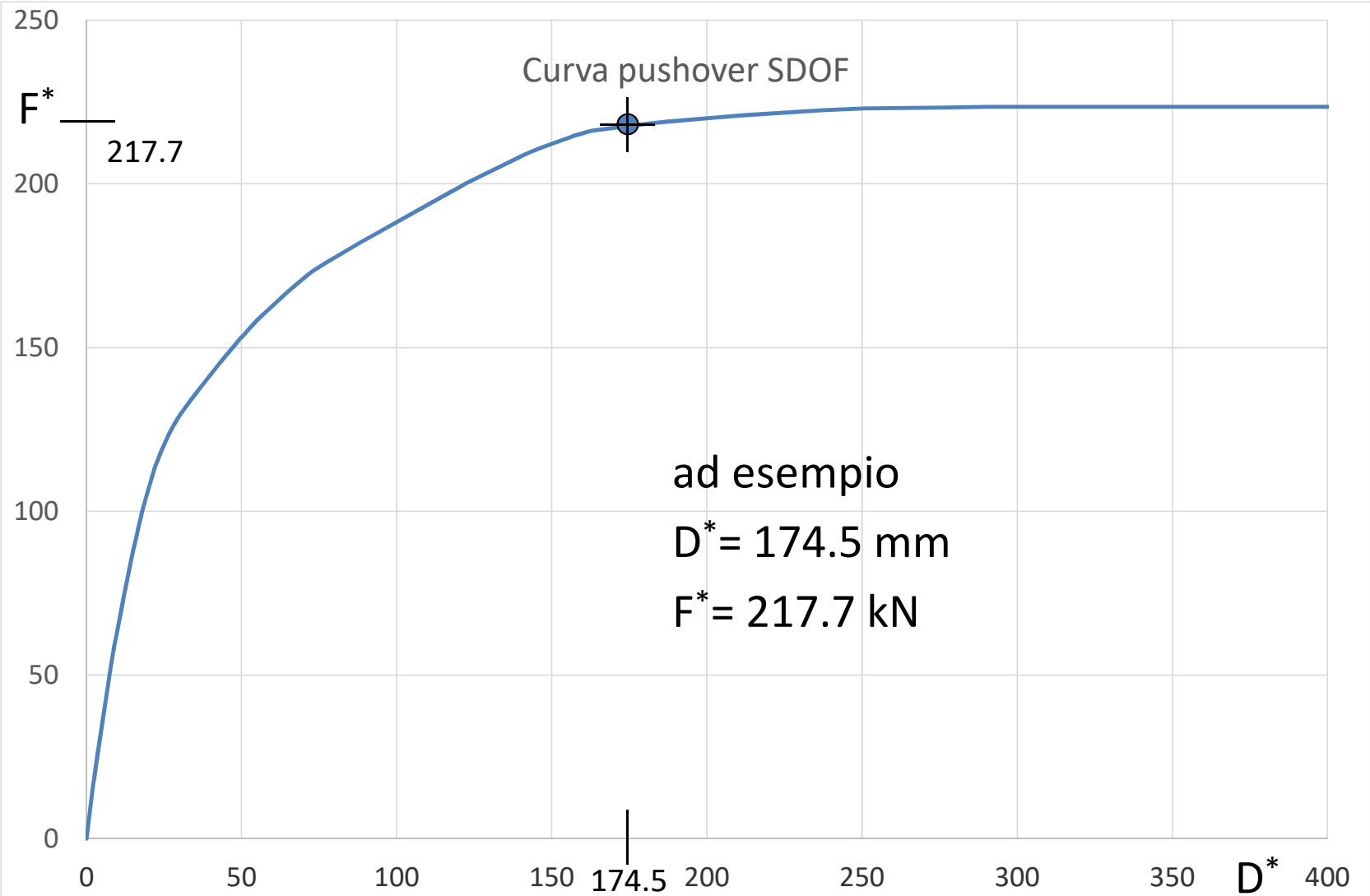
  … ma questo fornisce solo una risposta secca, mentre a noi interessa capire il comportamento della struttura sotto sisma

- Per questo motivo ripeto il ragionamento per ciascun punto della curva

Determinazione di a_g

metodo N2

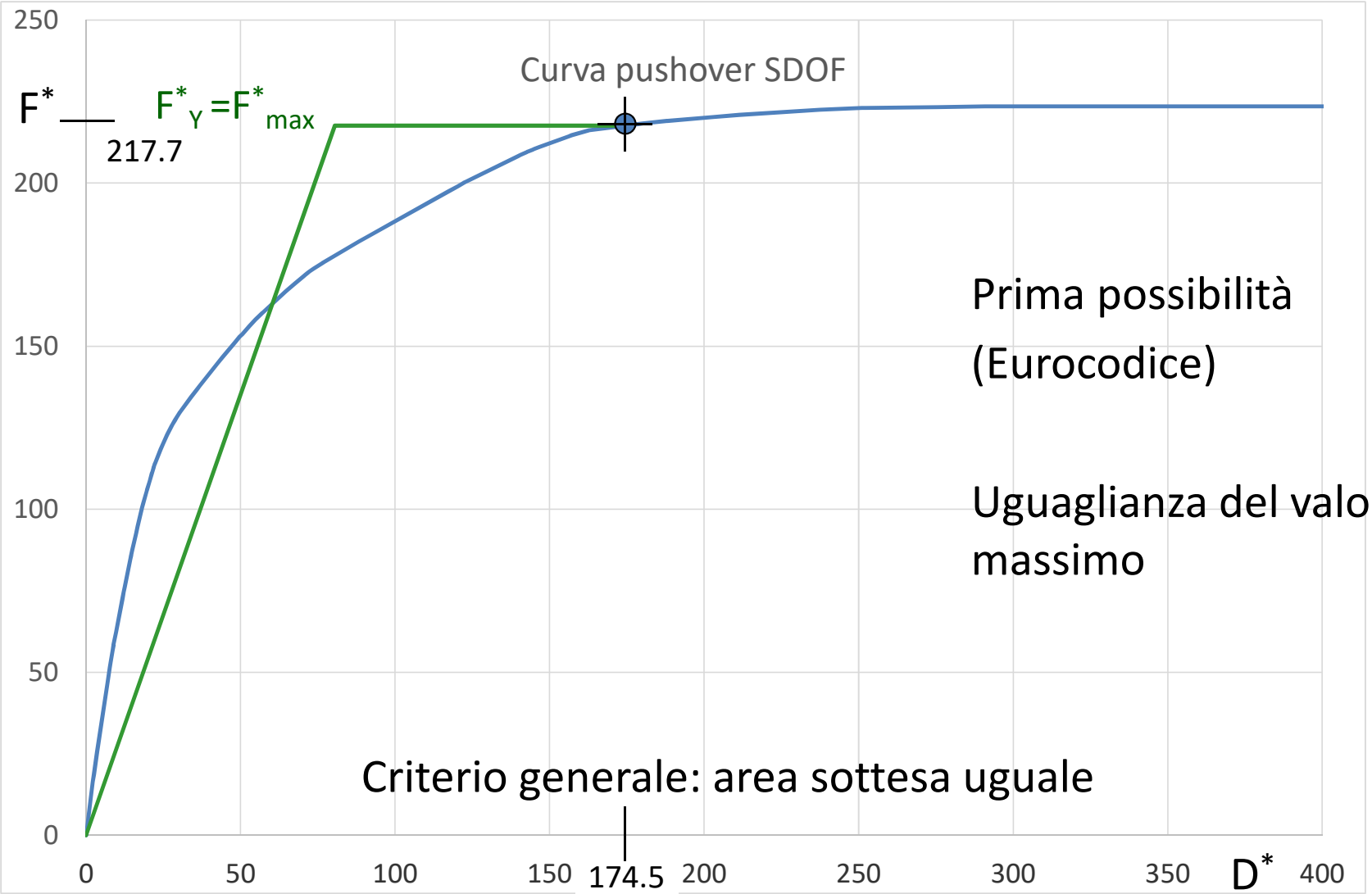
Si fa riferimento ora a un punto qualsiasi



Determinazione di a_g

metodo N2

3. Trasformazione della curva in bilatera



Prima possibilità (Eurocodice)

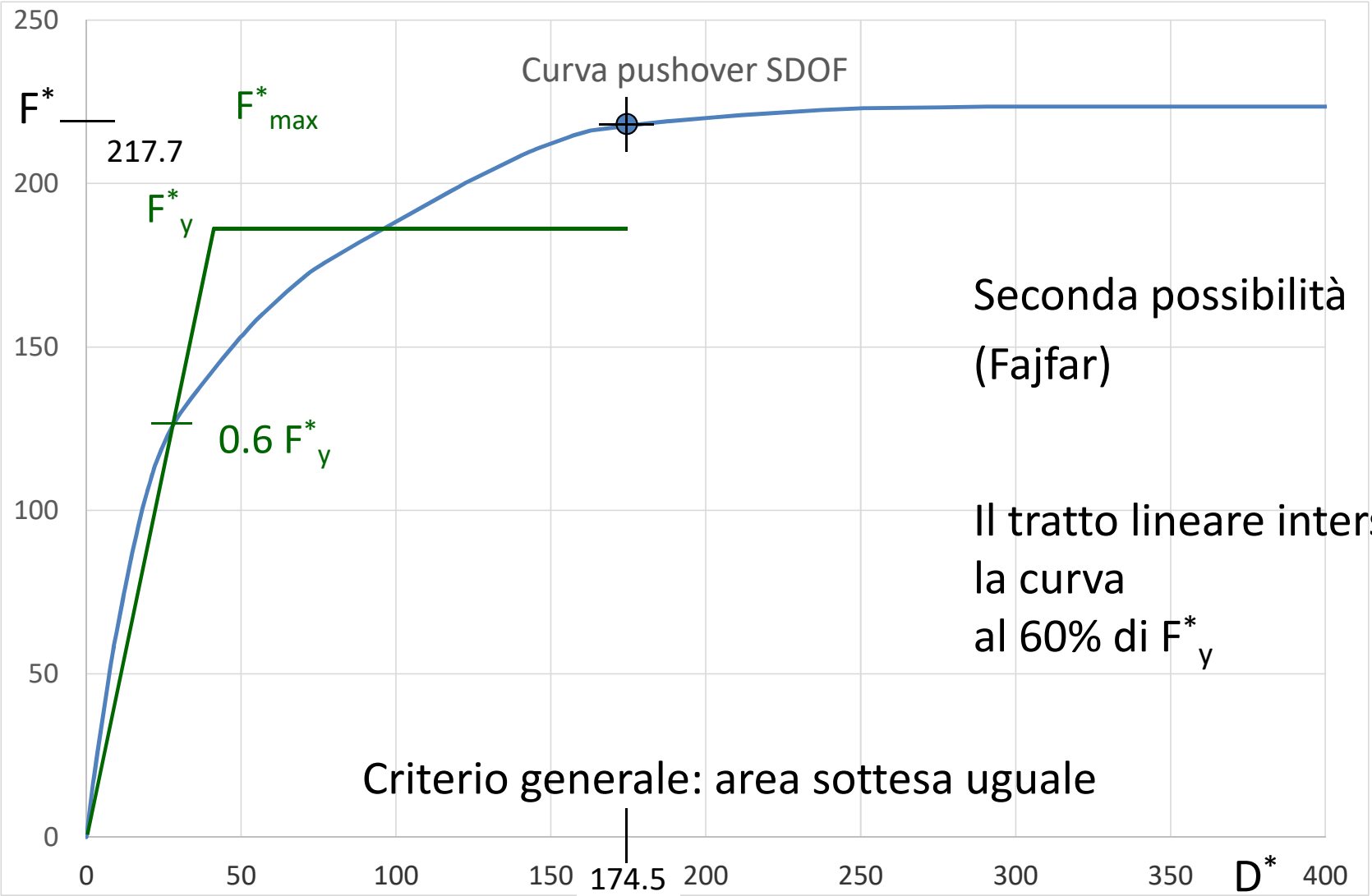
Uguaglianza del valore massimo

Criterio generale: area sottesa uguale

Determinazione di a_g

metodo N2

3. Trasformazione della curva in bilatera



Seconda possibilità (Fajfar)

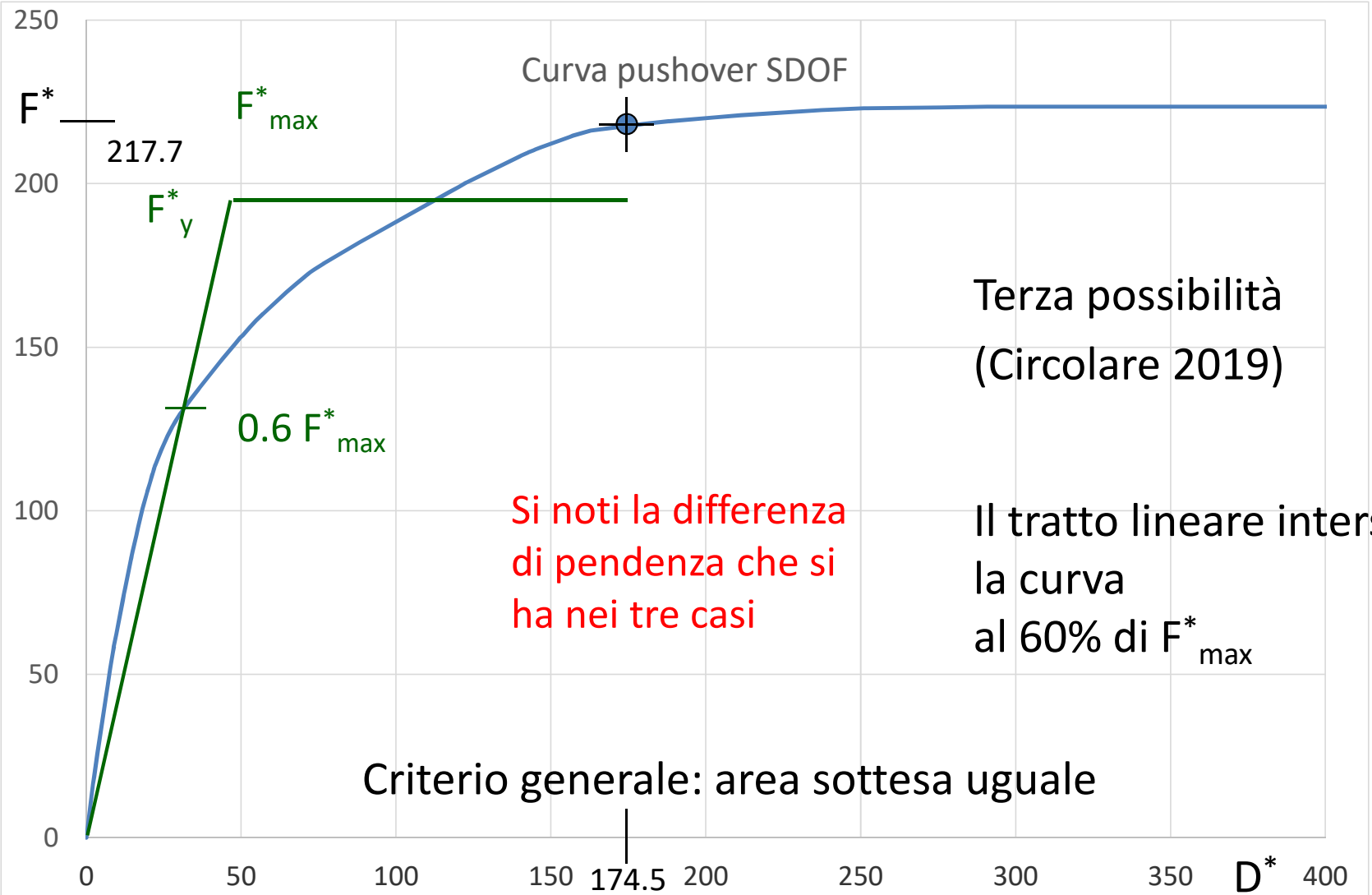
Il tratto lineare interseca la curva al 60% di F^*_y

Criterio generale: area sottesa uguale

Determinazione di a_g

metodo N2

3. Trasformazione della curva in bilatera



Terza possibilità

(Circolare 2019)

Si noti la differenza di pendenza che si ha nei tre casi

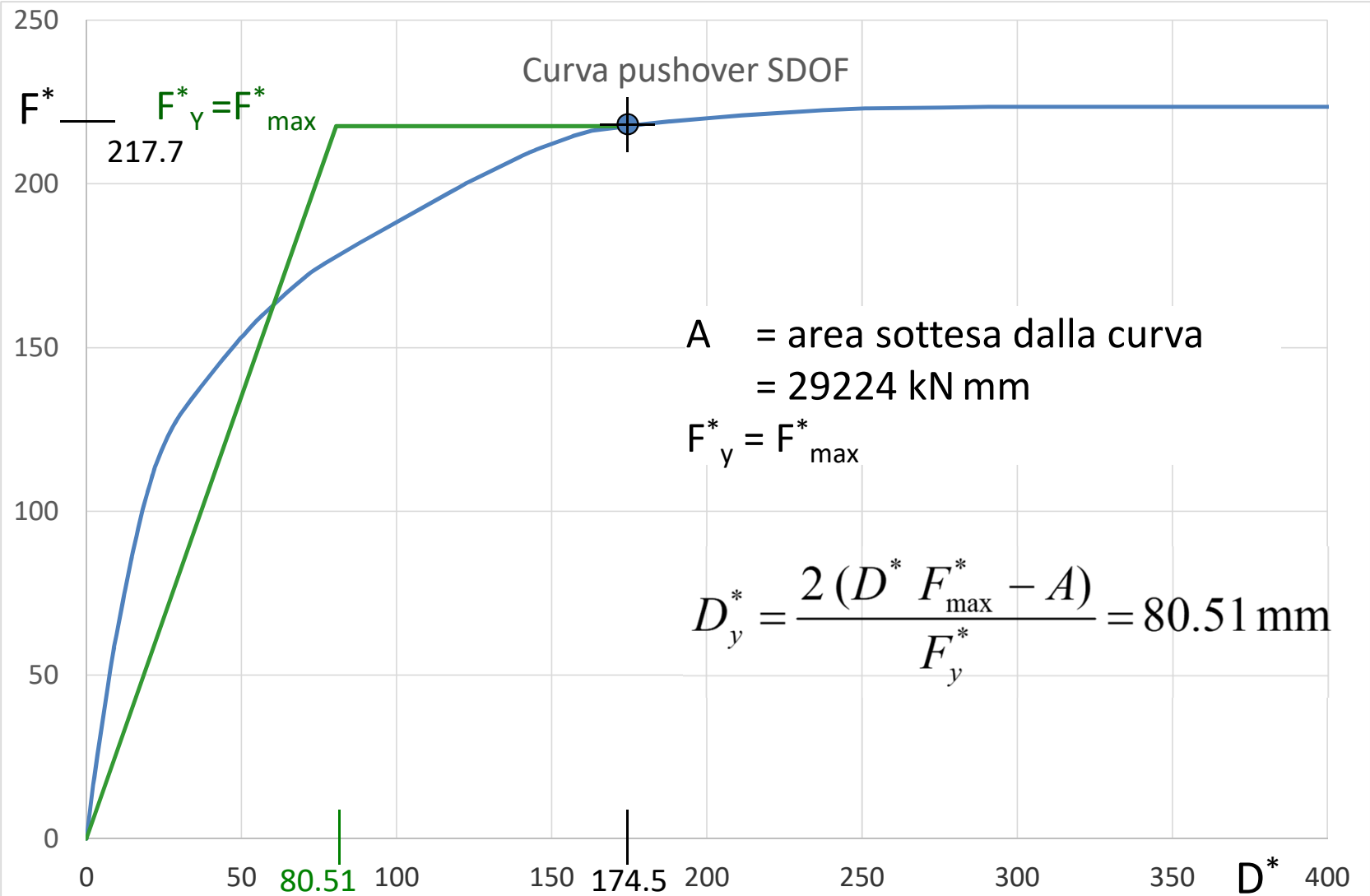
Il tratto lineare interseca la curva al 60% di F^*_{max}

Criterio generale: area sottesa uguale

Determinazione di a_g

metodo N2

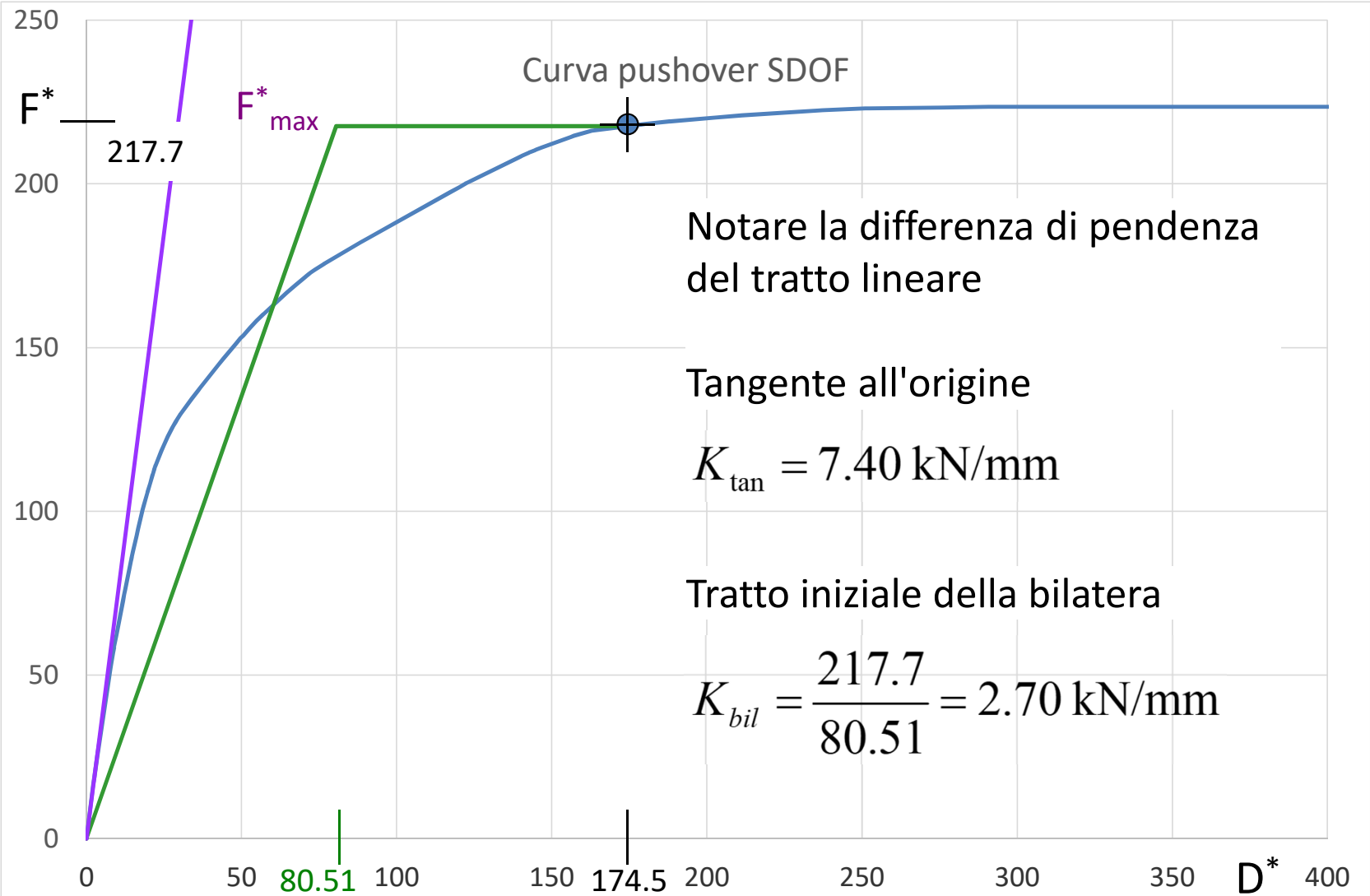
3. Trasformazione della curva in bilatera (EC8)



Determinazione di a_g

metodo N2

3. Trasformazione della curva in bilatera (NTC08)



Notare la differenza di pendenza del tratto lineare

Tangente all'origine

$$K_{\tan} = 7.40 \text{ kN/mm}$$

Tratto iniziale della bilatera

$$K_{bil} = \frac{217.7}{80.51} = 2.70 \text{ kN/mm}$$

Determinazione di a_g
metodo N2

- Alla differenza di rigidezza corrisponde una differenza di periodo
  - Comportamento elastico lineare (tangente all'origine)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{K_{\tan}}} = 2\times 3.14\sqrt{\frac{528.7}{7.40\times 10^3}} = 1.679\,\mathrm{s}$$

  – Primo tratto della bilatera

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{K_{\tan}}} = 2\times 3.14\sqrt{\frac{528.7}{2.70\times 10^3}} = 2.778\,\mathrm{s}$$

Determinazione di a_g
metodo N2

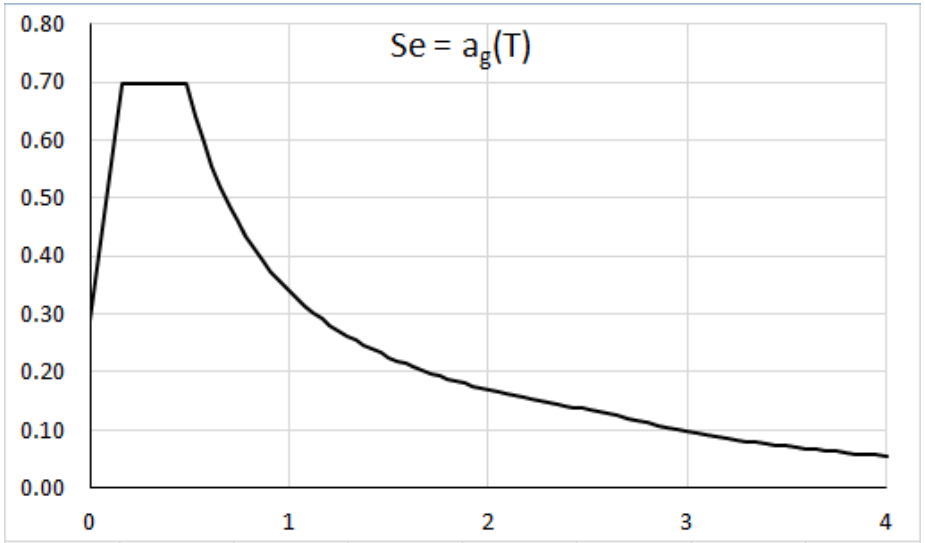
4. Accelerazione corrispondente alla bilatera

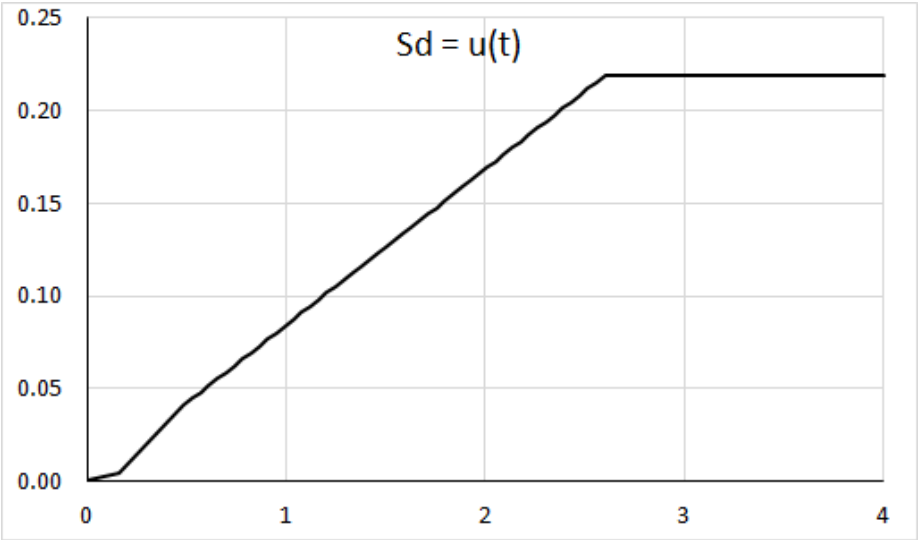
- È possibile valutare la risposta della bilatera sfruttando gli spettri di risposta per il sito in esame

Dati spettro					
SL	ag	Fo	TC*	suolo	topogr.
SLV	0.250	2.410	0.360	B	T1
Dati derivati					
S	TB	TC	TD		
1.159	0.162	0.486	2.6		

Determinazione di a_g
metodo N2

- È possibile valutare la risposta della bilatera sfruttando gli spettri di risposta per il sito in esame



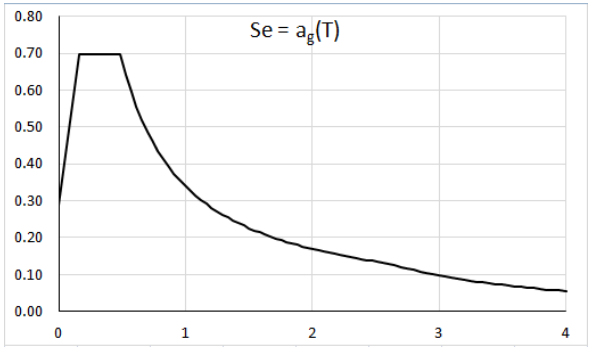


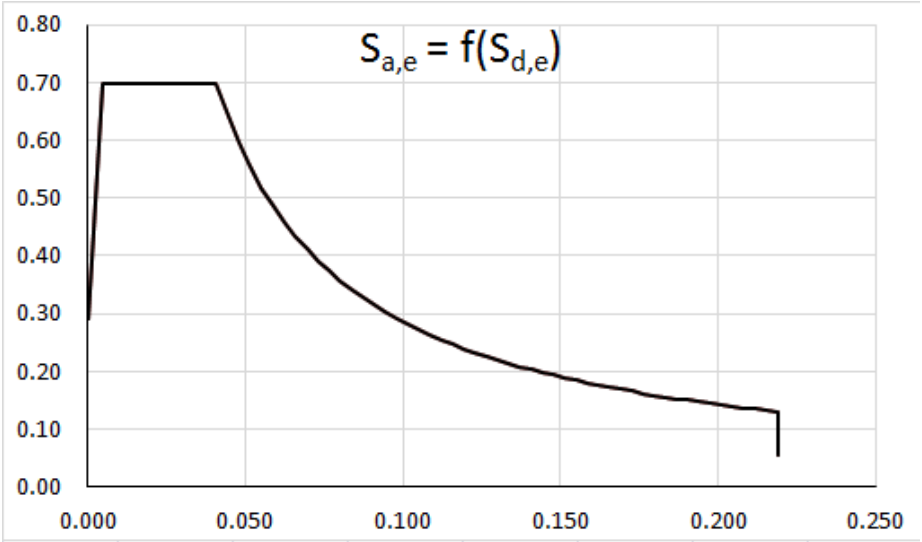
$S_{a,e}$ = accelerazione

$S_{d,e}$ = spostamento

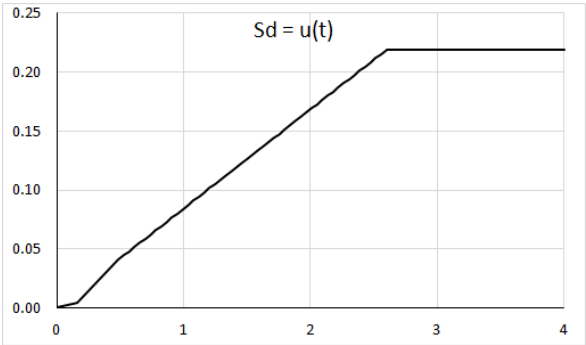
Determinazione di a_g
metodo N2

- È possibile valutare la risposta della bilatera sfruttando gli spettri di risposta per il sito in esame



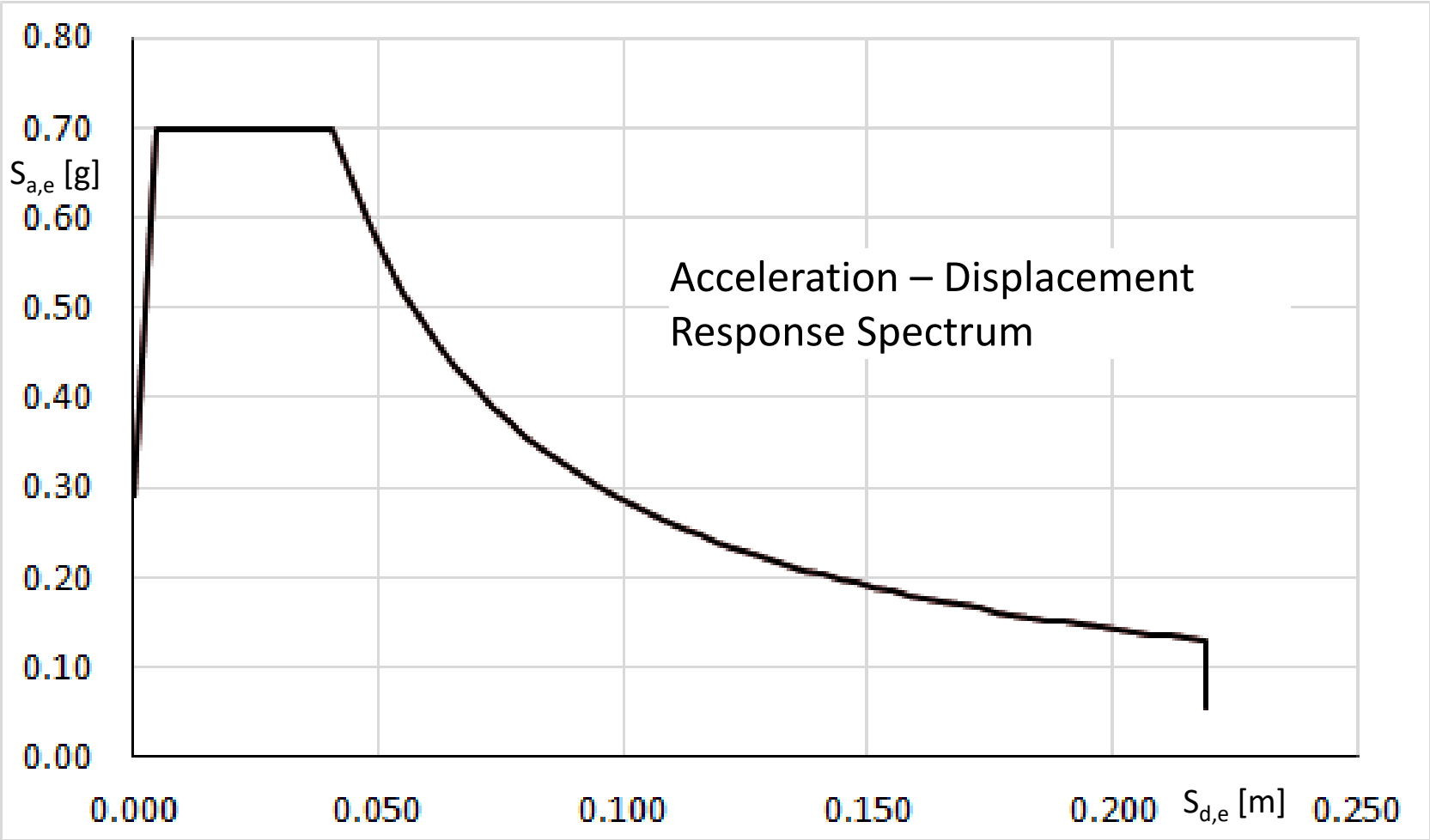


Si possono riportare in grafico le accelerazioni in funzione degli spostamenti
(escludendo il periodo T)



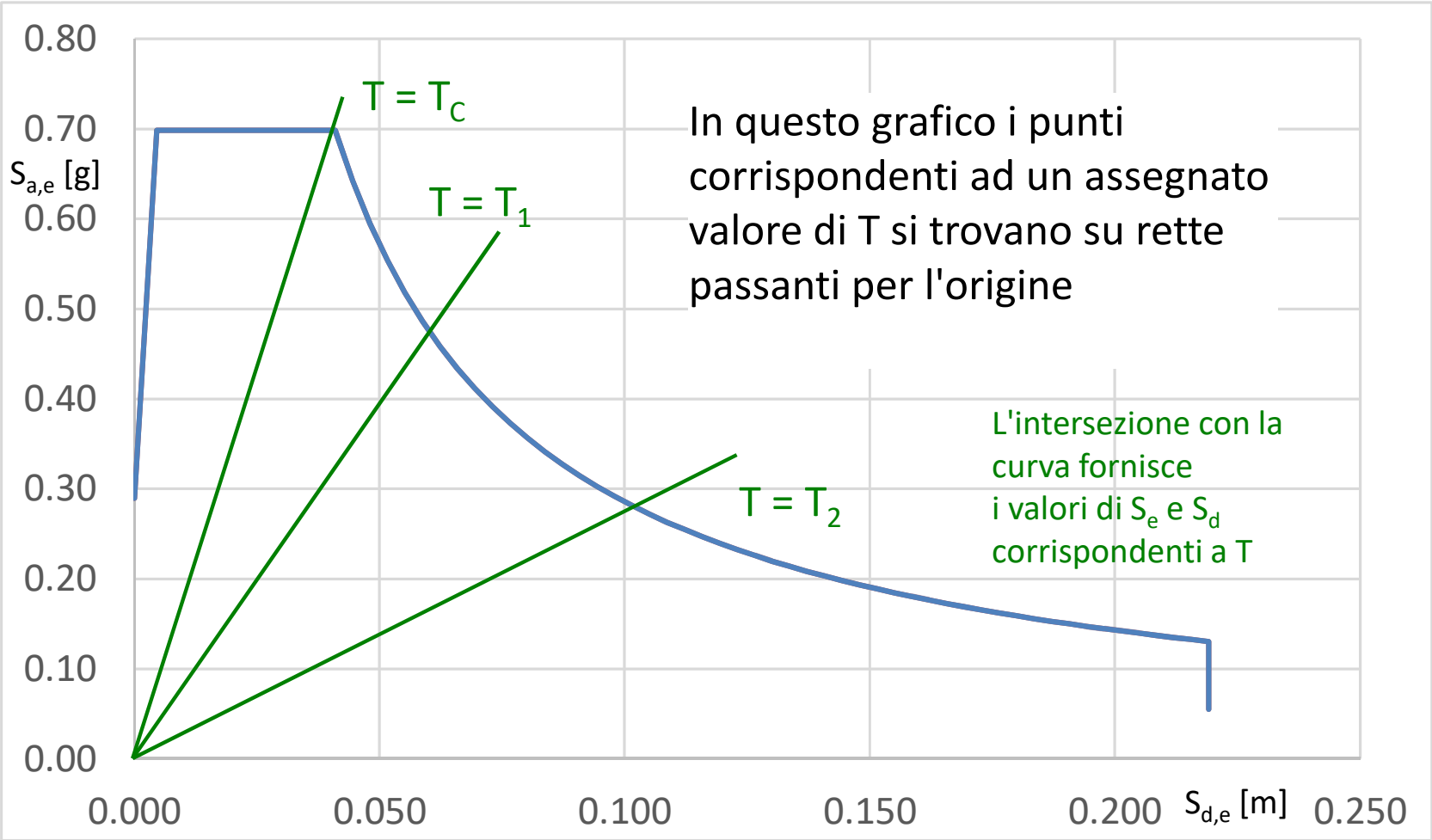
Determinazione di a_g
metodo N2

- Spettro ADRS



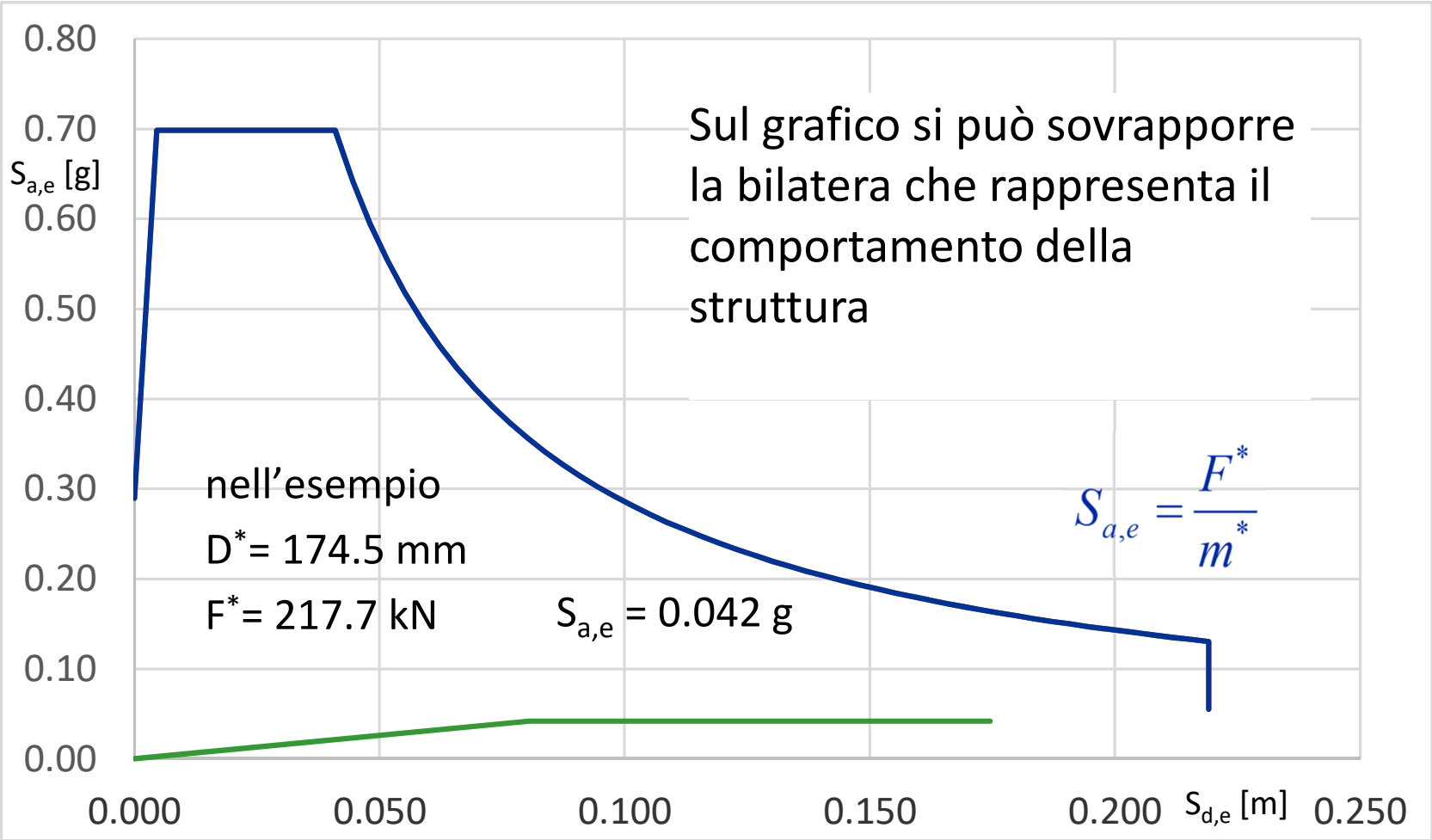
Determinazione di a_g
metodo N2

- Spettro ADRS



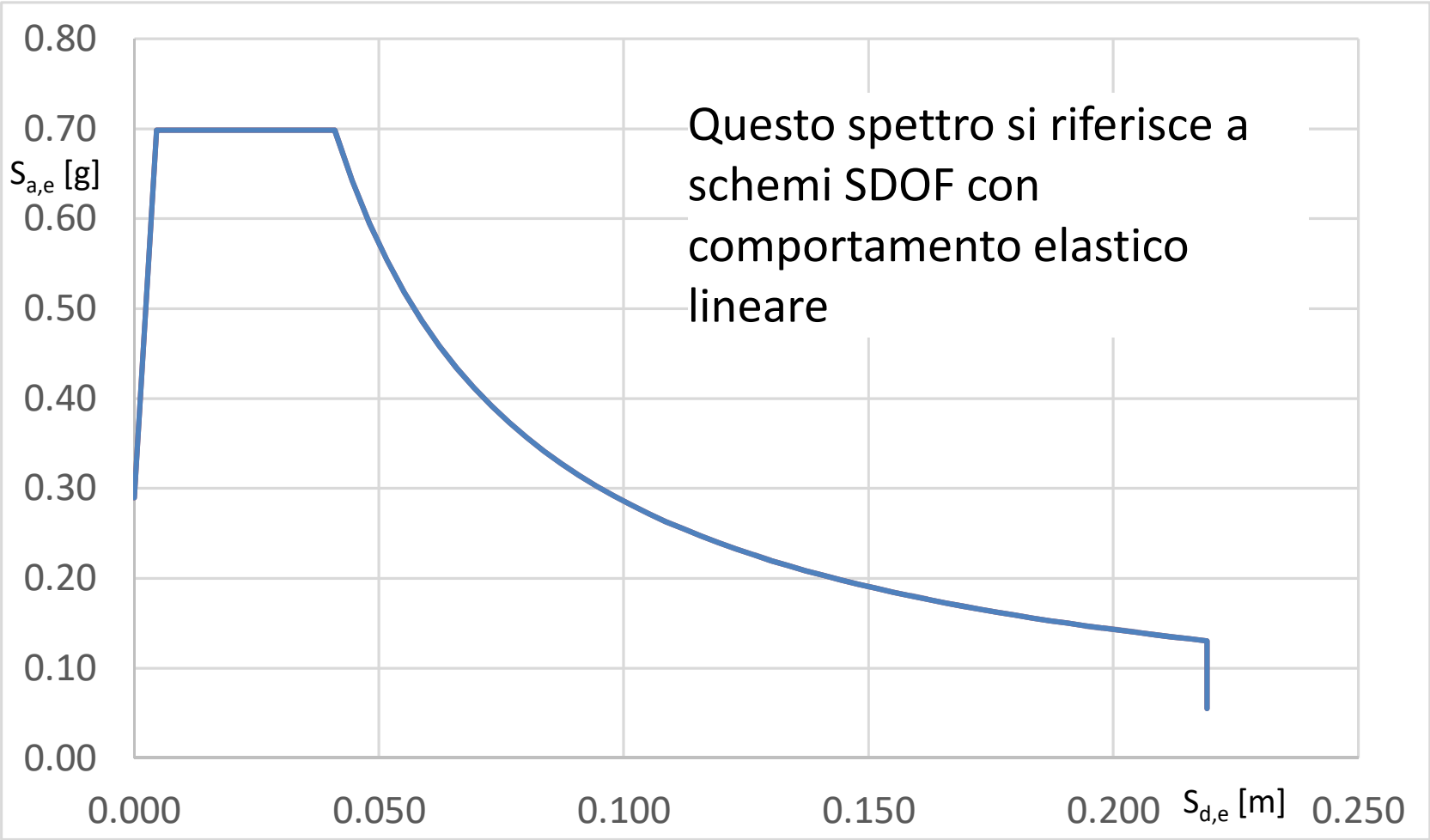
Determinazione di a_g
metodo N2

- Spettro ADRS



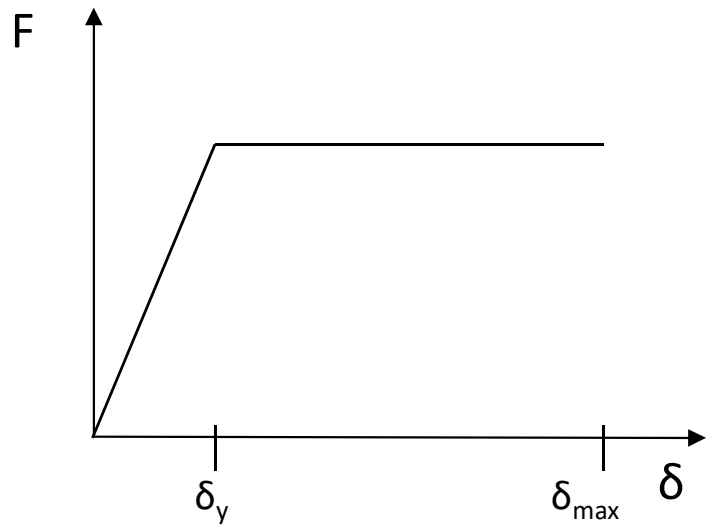
Determinazione di a_g
metodo N2

- Spettro ADRS



Determinazione di a_g
metodo N2

- Se la struttura va in campo plastico, la sua risposta dipende anche dalla duttilità μ



$$\mu = \frac{\delta_{max}}{\delta_y}$$

nell'esempio

D^*_{max}= 174.5 mm

D^*_y= 80.51 kN

$$\mu = \frac{174.5}{80.51} = 2.17$$

Determinazione di a_g
metodo N2

- Se la struttura va in campo plastico, la sua risposta dipende anche dalla duttilità μ

  Se il periodo T è maggiore di T_0 (prossimo a T_C):

$$T_0 = 0.65\,\mu^{0.3}\,T_C \le T_C$$

  – L'accelerazione si riduce esattamente di μ

$$S_{a,ep} = \frac{S_{a,e}}{\mu}$$

  – Lo spostamento non cambia

$$S_{d,ep} = S_{d,e}$$

Determinazione di a_g
metodo N2

- Se la struttura va in campo plastico, la sua risposta dipende anche dalla duttilità μ

  Se il periodo T è minore di T_0 (prossimo a T_C):

  - L'accelerazione si riduce non proporzionalmente a μ

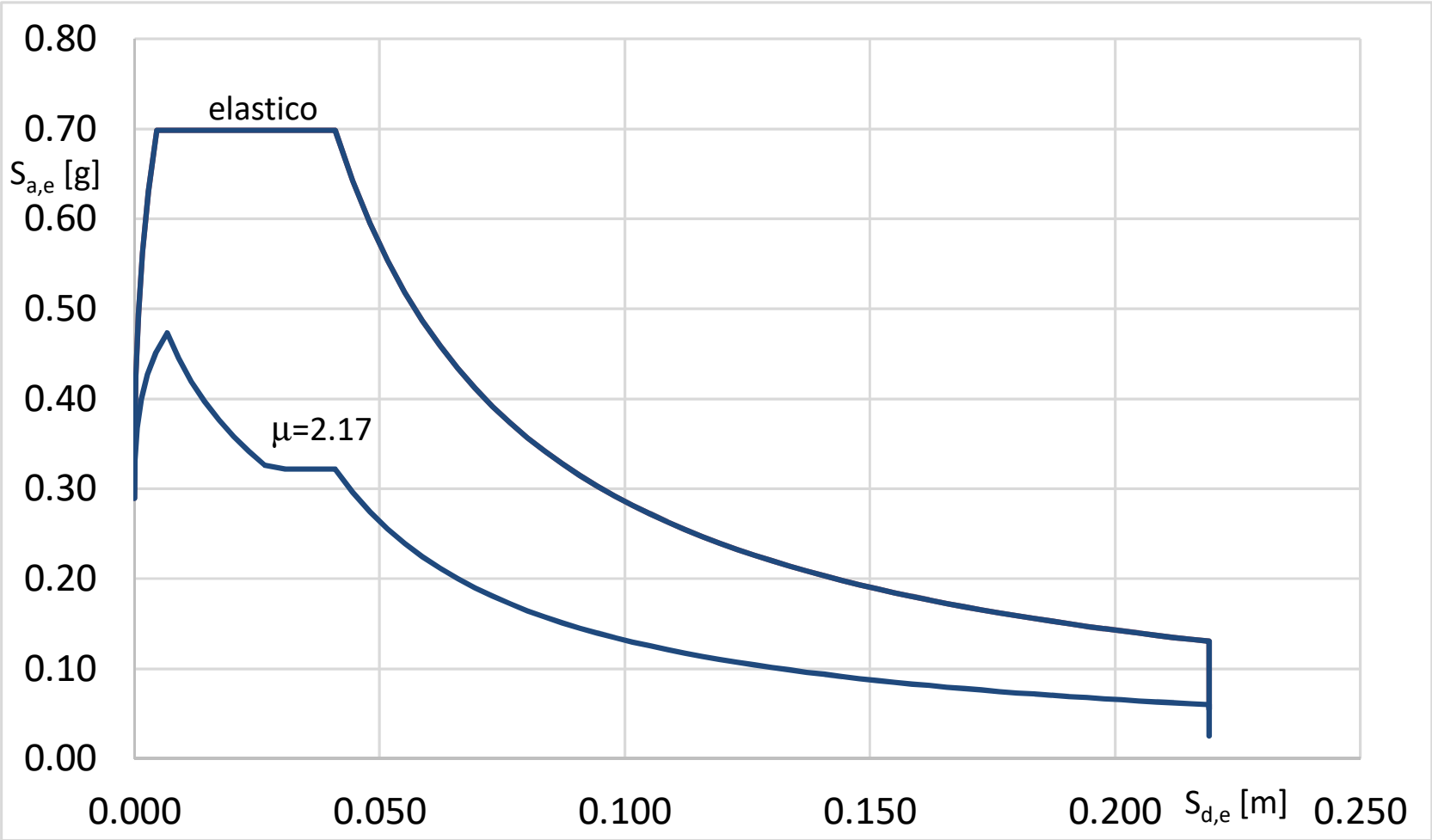
$$S_{a,ep} = \frac{S_{a,e}}{(\mu - 1)\frac{T}{T_0} + 1}$$

  - Lo spostamento diventa

$$S_{d,ep} = \frac{\mu}{(\mu - 1)\frac{T}{T_0} + 1} S_{d,e}$$

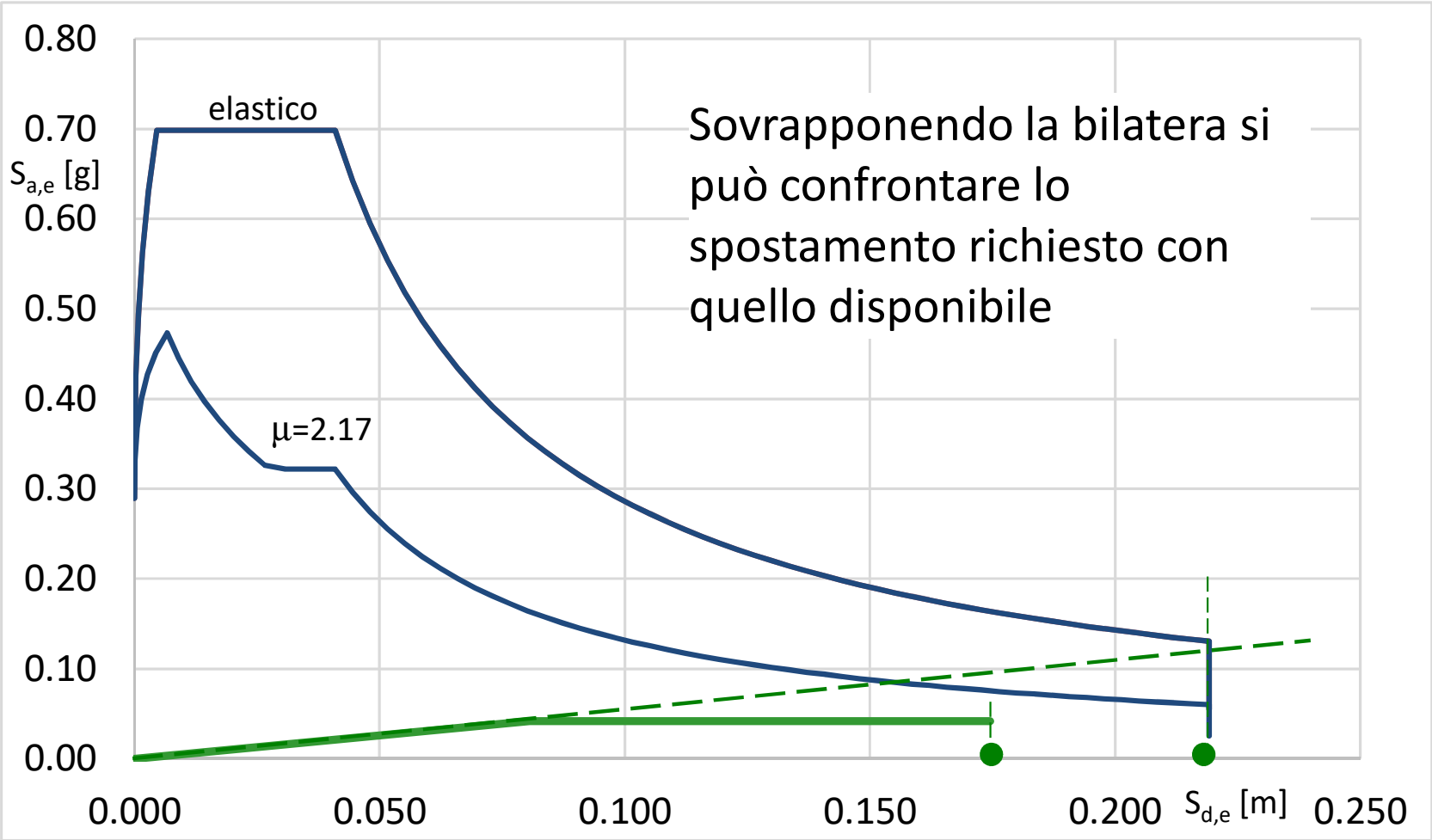
Determinazione di a_g
metodo N2

- Spettro ADRS elastico ed elastoplastico con μ = 2.17



Determinazione di a_g
metodo N2

- Spettro ADRS elastico ed elastoplastico con μ = 2.17



Determinazione di a_g
metodo N2

- Confronto suggerito da Fajfar per giudicare domanda e capacità

Questo confronto, effettuato con la bilatera che rappresenta il comportamento ultimo della struttura, consente di dire se la struttura è in grado di sopportare il sisma

… ma io voglio sapere molto di più

⬇

voglio sapere cosa succede nella struttura
per un qualsiasi valore dell'accelerazione

Determinazione di a_g
metodo N2

4. Accelerazione corrispondente alla bilatera

- Per determinare l'accelerazione del sisma corrispondente al punto in esame non occorrono grafici, bastano le formule

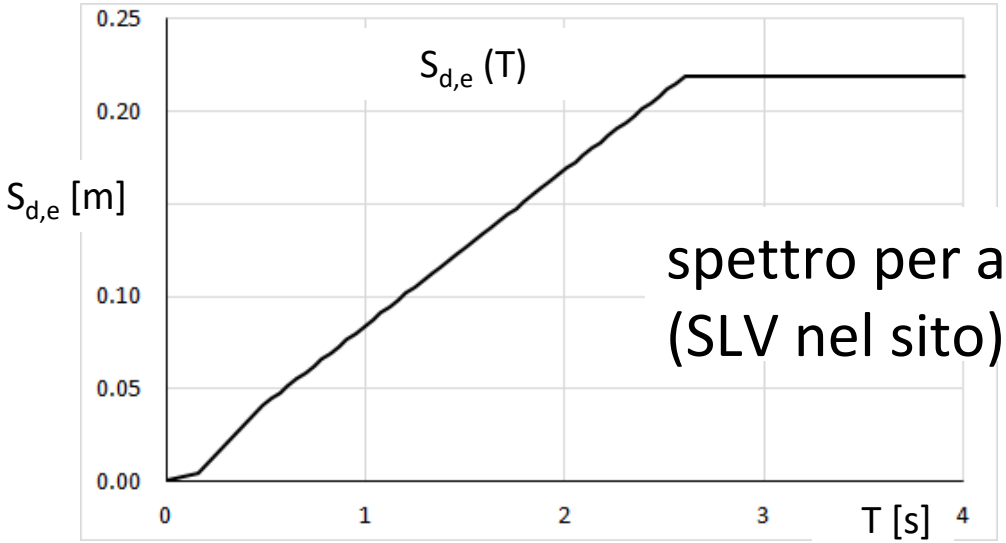
$$S_{d,ep} = S_{d,e}$$ per $T \geq T_0$

$$S_{d,ep} = \frac{\mu}{(\mu - 1)\frac{T}{T_0} + 1} S_{d,e}$$ per $T < T_0$

Nota: per semplicità in genere si usa $T_0 = T_C$, ma nell'esempio questo è irrilevante perché $T >> T_C$

Determinazione di a_g
metodo N2

- Per il punto (ovvero la bilatera) in esame
  - $D^* = 174.5$ mm
  - $T = 2.778$ s tratto iniziale della bilatera



spettro per a_g=0.25 g
(SLV nel sito)

  – $S_{d,e}(T) = 0.2192$ m = 219.2 mm

Determinazione di a_g
metodo N2

- Per il punto (ovvero la bilatera) in esame
  - $D^* = 174.5$ mm
  - $T = 2.778$ s tratto iniziale della bilatera

  – $S_{d,e}(T) = 219.2$ mm per a_g=0.25 g (SLV nel sito)
  – $S_{d,ep}(T) = S_{d,e}(T)$ perché $T > T_C$

- Lo spostamento spettrale varia linearmente con a_g

  Quindi il valore $D^* = 174.5$ mm corrisponde a

$$a_g = \frac{174.5}{219.2} \times 0.25\,\mathrm{g} = 0.199\,\mathrm{g}$$

Determinazione di a_g
metodo N2

4. Accelerazione corrispondente a ciascun punto

passo	Dt - Do	Vb (kN)	ag
0	0.000	0.00	0.000
1	2.907	21.52	0.004
2	3.327	24.44	0.004
3	4.678	33.52	0.006
4	9.018	61.08	0.012
5	10.074	67.55	0.013
6	10.518	70.10	0.014
7	11.322	74.48	0.015
8	11.729	76.63	0.015
9	11.733	76.65	0.015
10	12.715	81.69	0.016
11	15.467	95.24	0.020
12	16.006	97.85	0.020
. . . . .			
79	206.089	281.56	0.179
80	213.577	283.50	0.186
81	228.877	285.45	0.199
82	234.383	286.07	0.204
83	236.301	286.29	0.206
. . . . .			

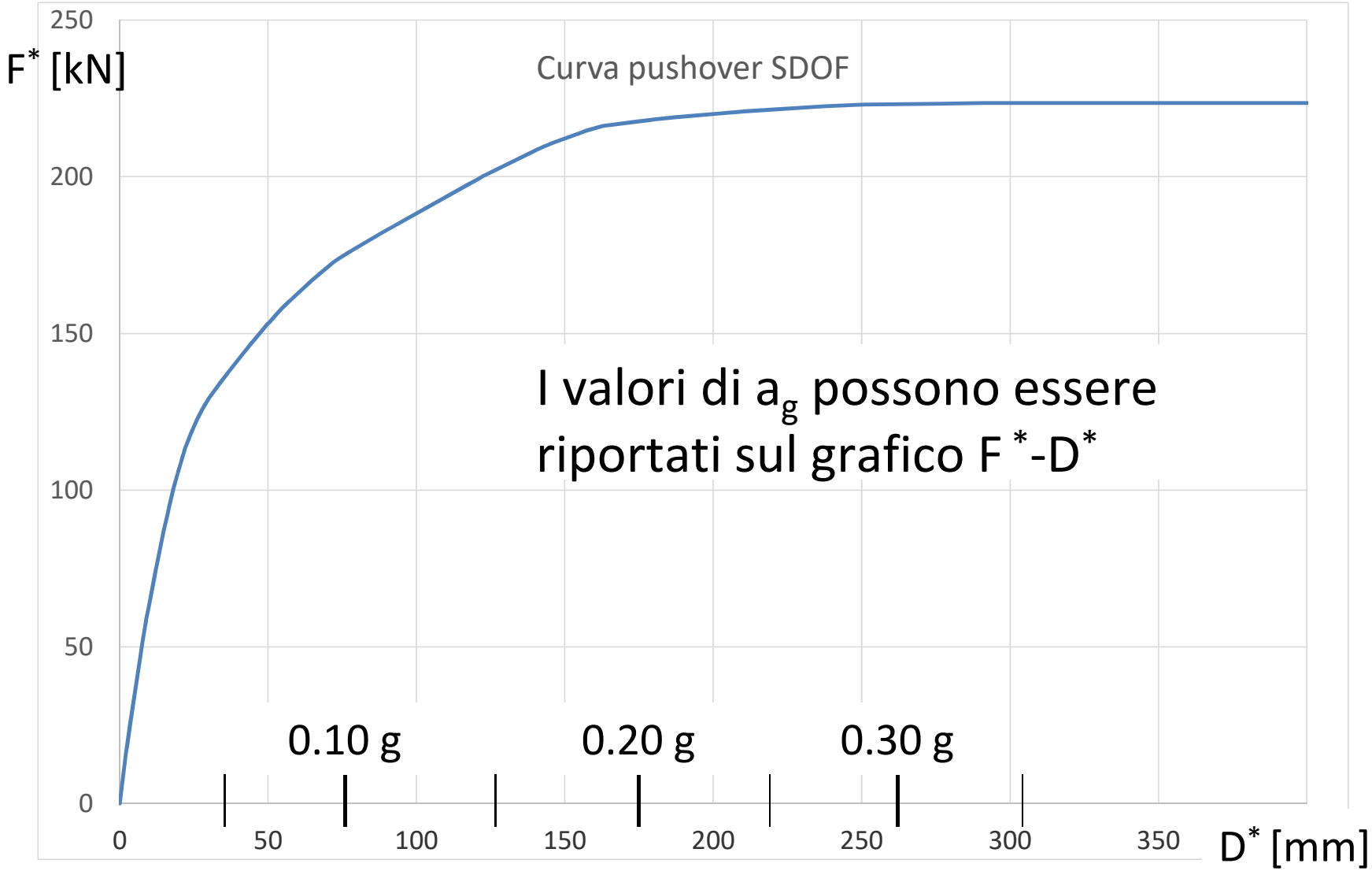
Tabella di valori $D_t – V_b$ forniti dall'analisi pushover

Si può aggiungere una colonna che indica il valore di a_g corrispondente a ciascun punto

Determinazione di a_g

metodo N2

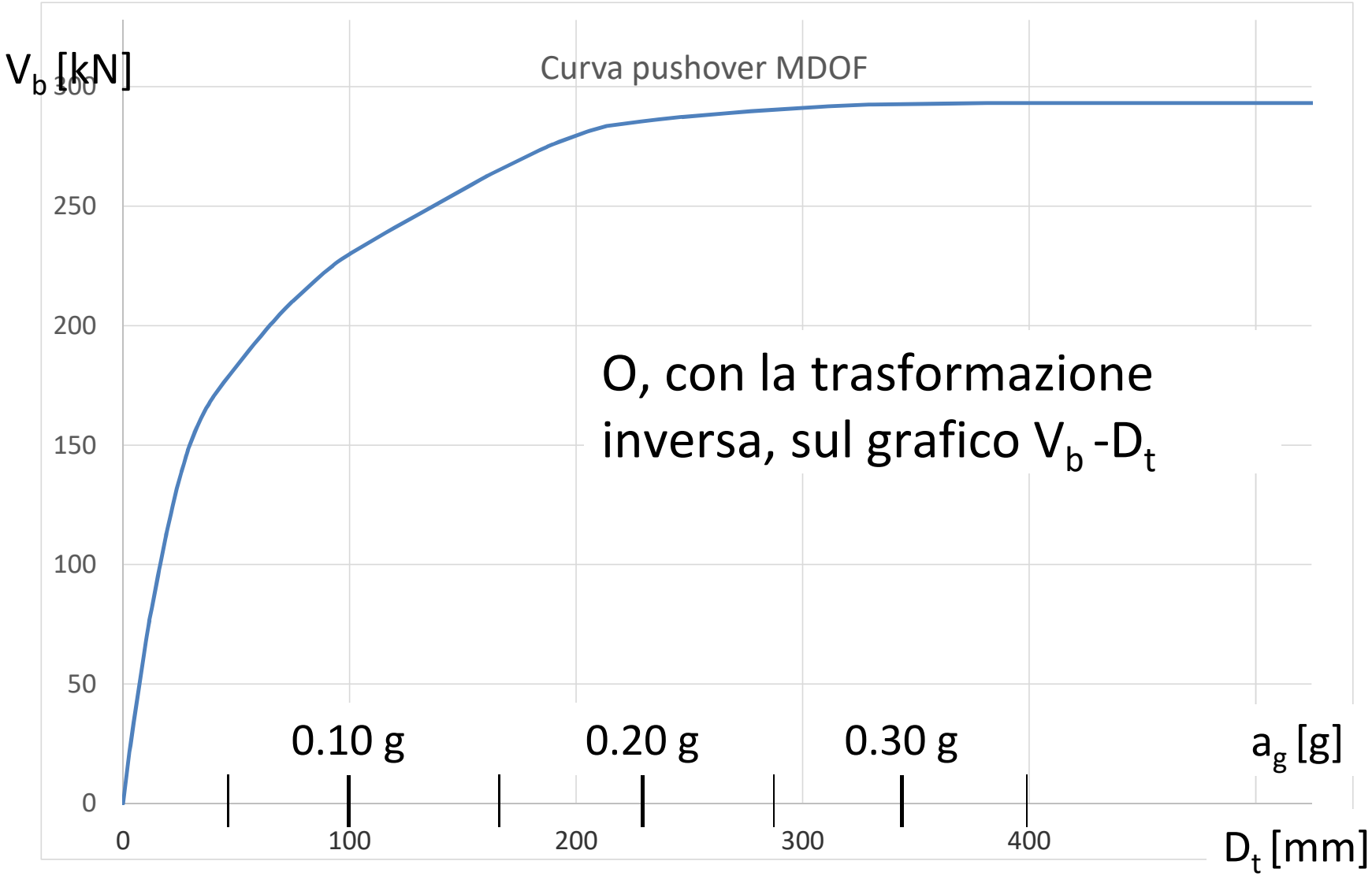
4. Accelerazione corrispondente a ciascun punto



Determinazione di a_g

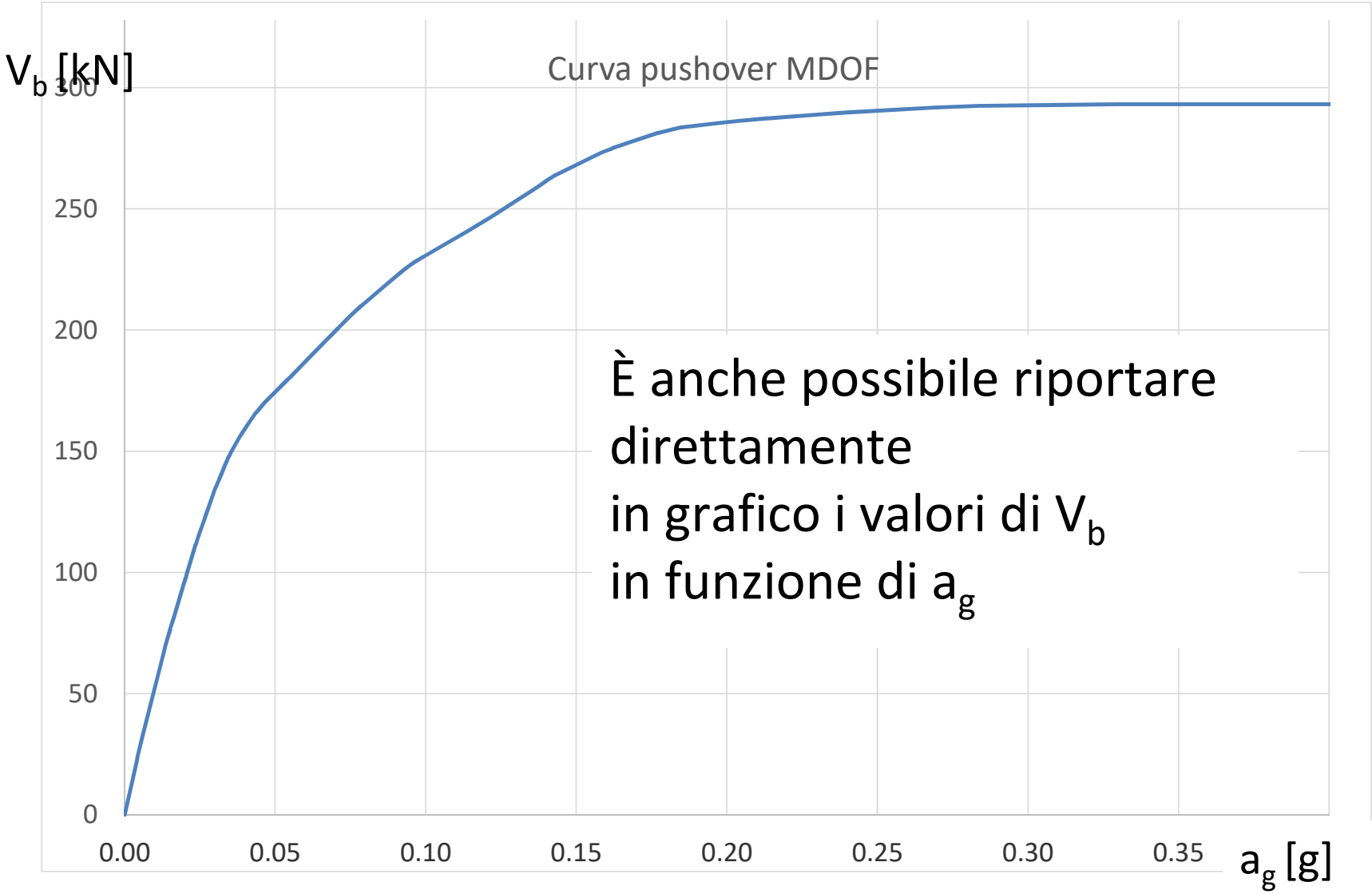
metodo N2

4. Accelerazione corrispondente a ciascun punto



Determinazione di a_g
metodo N2

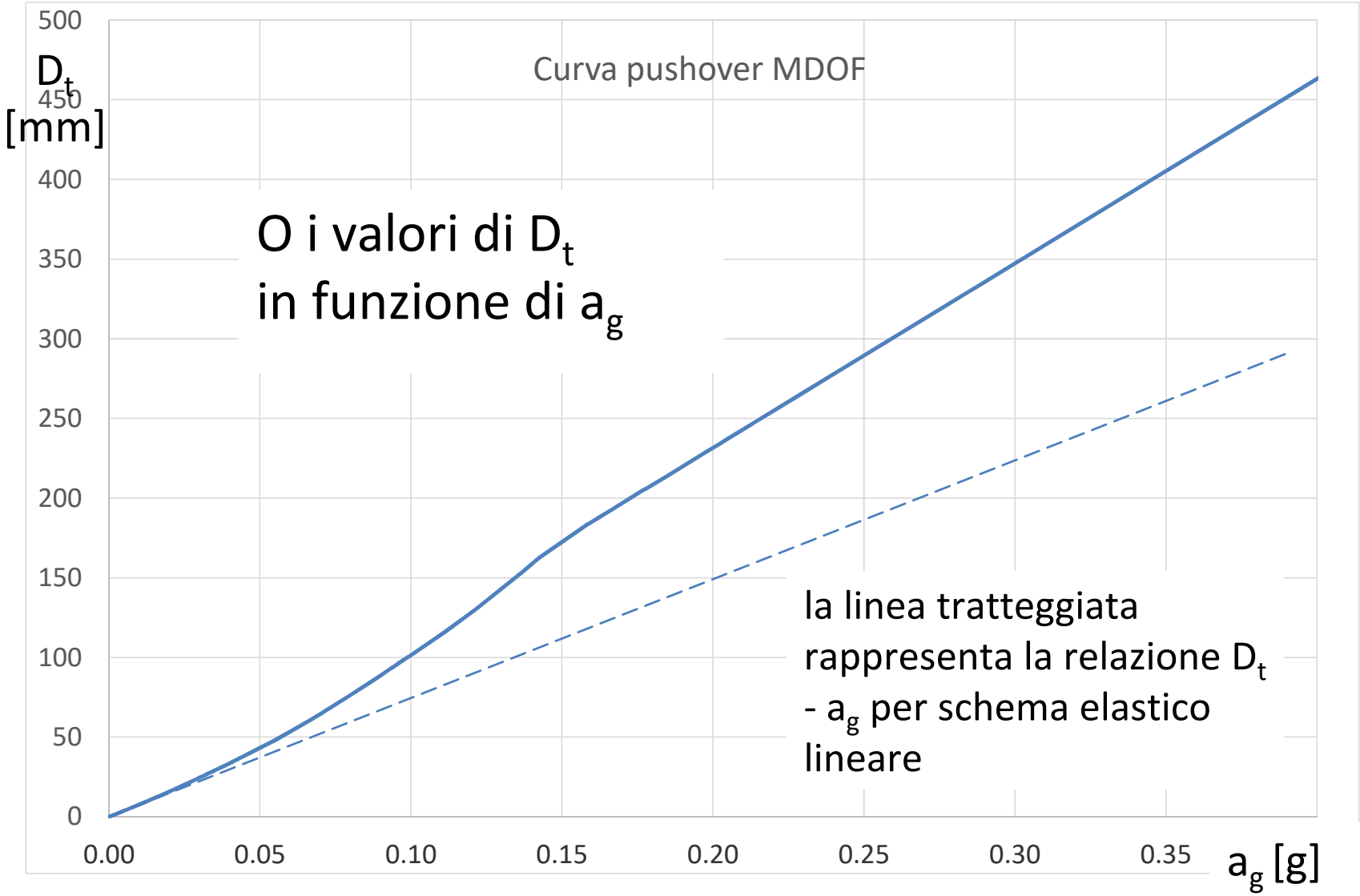
- Grafico V_b - a_g



È anche possibile riportare direttamente in grafico i valori di V_b in funzione di a_g

Determinazione di a_g
metodo N2

- Grafico D_t - a_g



Proposta alternativa

metodo N1, Bosco Ghersi Marino

È veramente necessario passare al sistema SDOF?

Proposta:

determinare lo spostamento richiesto (elasto-plastico) direttamente dallo spostamento (elastico) fornito dall'analisi modale con spettro di risposta del sistema MDOF

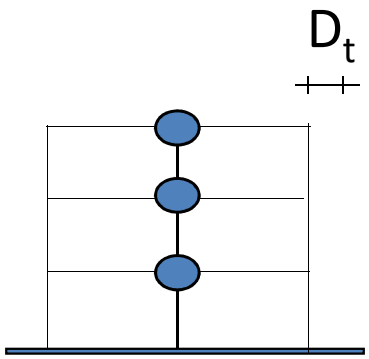
- corretto per tener conto della differenza $D_{e\text{-}p} - D_{el}$
- corretto per tener conto della pendenza iniziale della bilineare

Le stesse correzioni fatte nello SDOF

Determinazione di a_g

metodo N1

1. Analisi modale con spettro di risposta (elastica)



$a_g = a_g^{rif}$

$D_{t,el}^{rif}$	spostamento in testa (el = elastico)
V_b^{rif}	taglio al piede
T_1	periodo del modo predominante

Nota: poiché il modello è elastico lineare, gli spostamenti variano linearmente con PGA

Determinazione di a_g
metodo N1

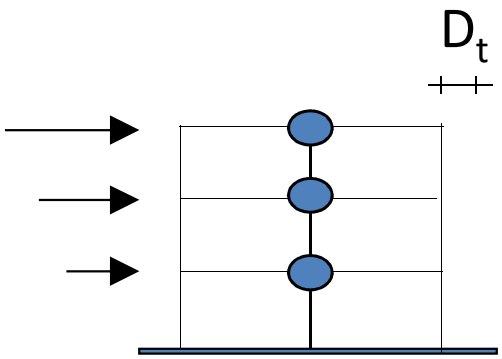
1. Analisi modale con spettro di risposta (elastica)

Nel caso in esame si ha:

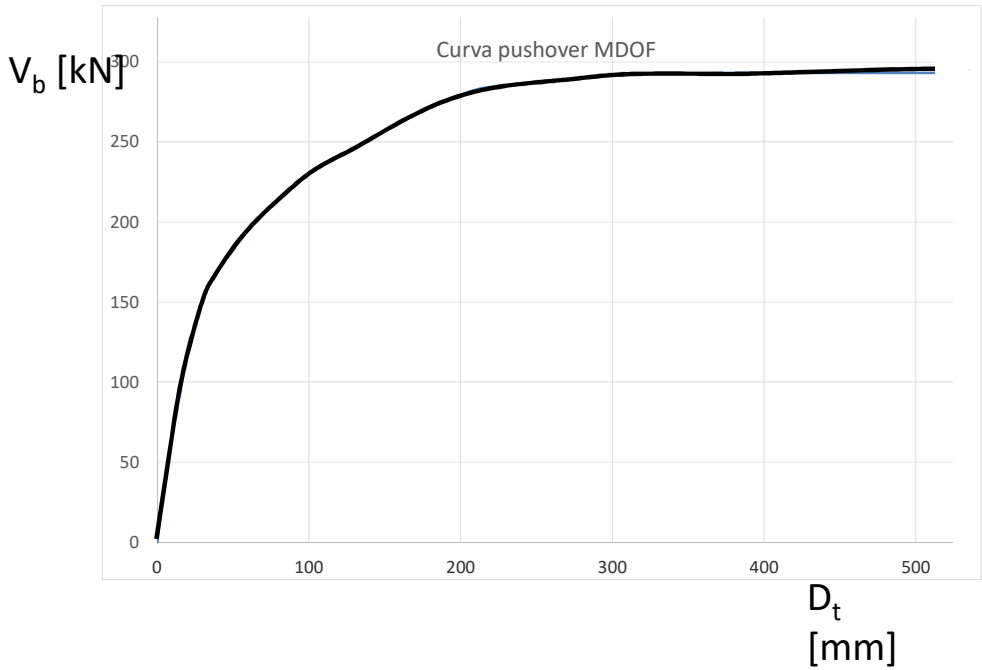
- $D_{t,el}^{rif}$ = 185.55 mm
- V_b^{rif} = 1373.8 kN
- T_1 = 1.679 s

Determinazione di a_g
metodo N1

2. Analisi pushover



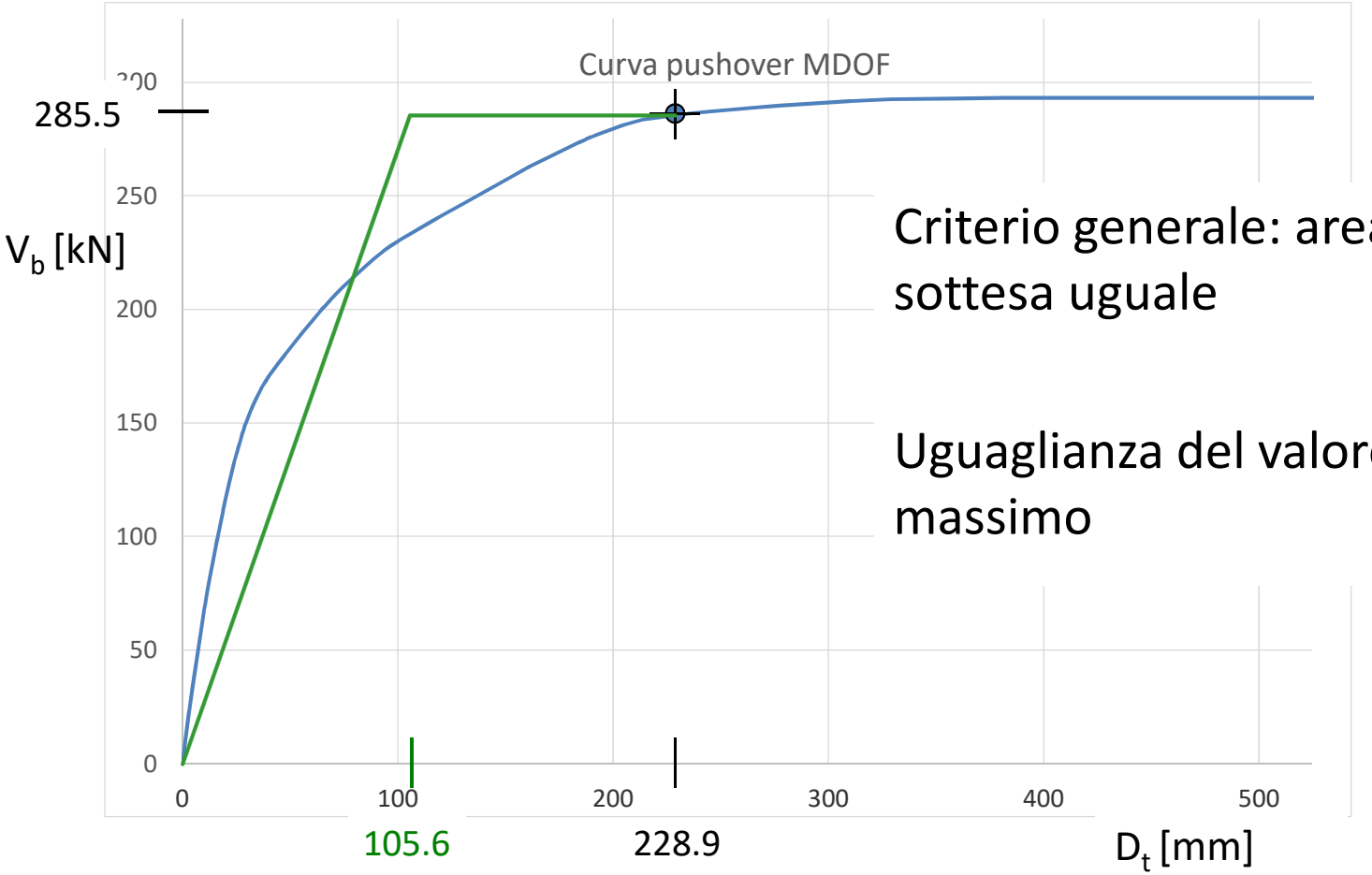
$PGA = PGA^{rif}$



Determinazione di a_g

metodo N1

3. Per un punto qualsiasi, trasformazione della curva in bilatera

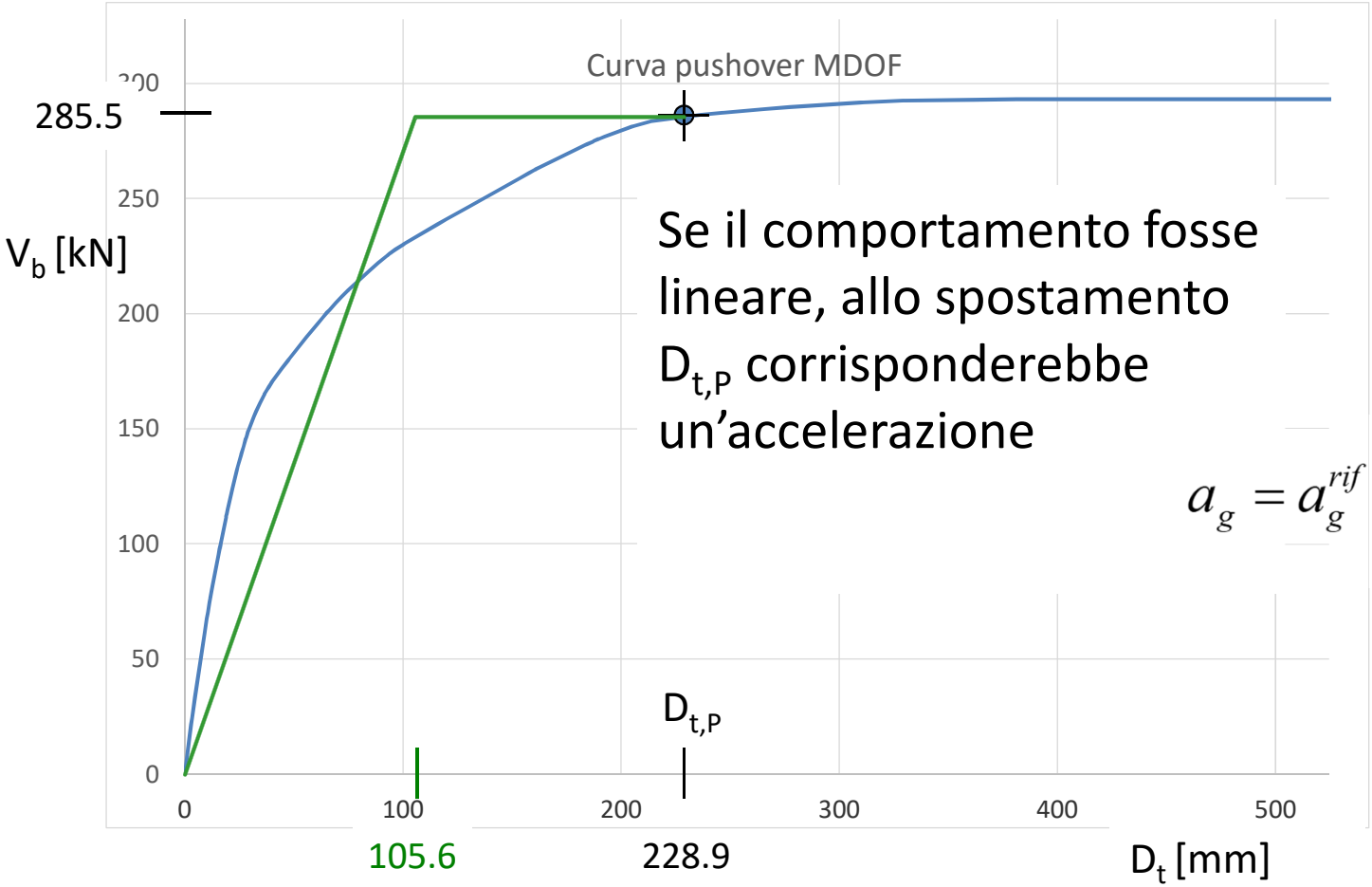


Criterio generale: area sottesa uguale

Uguaglianza del valore massimo

Determinazione di a_g
metodo N1

4. Accelerazione corrispondente al punto



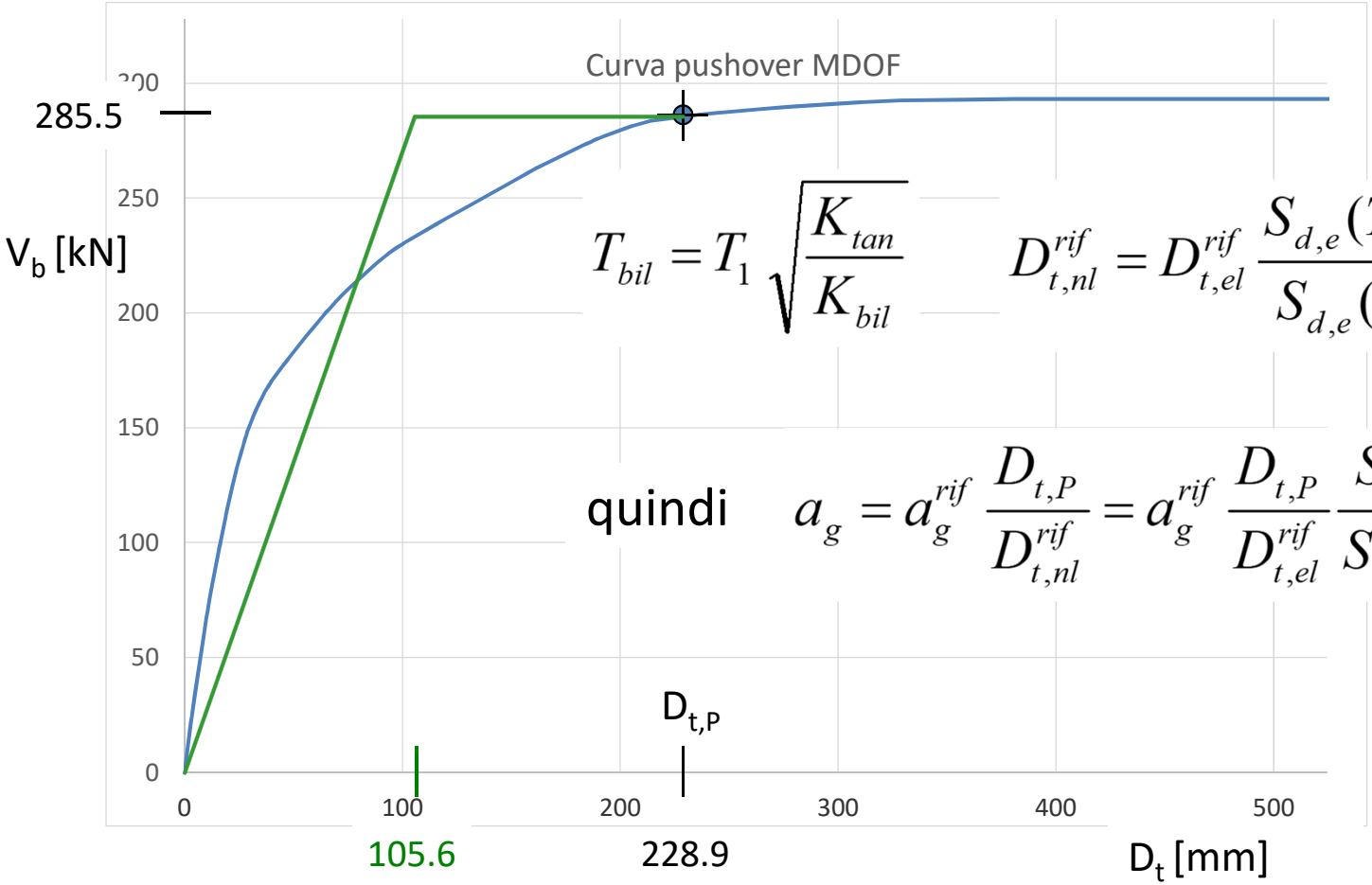
Se il comportamento fosse lineare, allo spostamento $D_{t,P}$ corrisponderebbe un'accelerazione

$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,P}}{D_{t,el}^{rif}}$$

Determinazione di a_g

metodo N1

4. Accelerazione corrispondente al punto
   - ma occorre tener conto della riduzione di rigidezza



$$T_{bil} = T_1 \sqrt{\frac{K_{tan}}{K_{bil}}} \qquad D_{t,nl}^{rif} = D_{t,el}^{rif} \frac{S_{d,e}(T_{bil})}{S_{d,e}(T_1)}$$

quindi $$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,P}}{D_{t,nl}^{rif}} = a_g^{rif} \frac{D_{t,P}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{d,e}(T_1)}{S_{d,e}(T_{bil})}$$

Determinazione di a_g
metodo N1

4. Accelerazione corrispondente al punto
   - ma occorre tener conto della riduzione di rigidezza

nel caso in esame

$$K_{tan} = 7.40\ \text{kN/mm} \qquad K_{bil} = \frac{285.5}{105.6} = 2.70\ \text{kN/mm}$$

$$T_{bil} = T_1 \sqrt{\frac{K_{tan}}{K_{bil}}} = 1.679 \sqrt{\frac{7.40}{2.70}} = 2.778\ \text{s}$$

$$S_{d,e}(T_1) = 141.5\ \text{mm} \qquad S_{d,e}(T_{bil}) = 219.2\ \text{mm}$$

quindi $$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,P}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{d,e}(T_1)}{S_{d,e}(T_{bil})} = 0.25 \times \frac{228.9}{185.5} \times \frac{141.5}{219.2} = 0.199\ \text{g}$$

Determinazione di a_g
metodo N1

4. Accelerazione corrispondente al punto
   - ma occorre tener conto della riduzione di rigidezza
   - se il periodo T_{bil} fosse stato inferiore a T_C si sarebbe dovuto effettuare una ulteriore correzione per tener conto della differenza di spettro di risposta di spostamento per schema non lineare

in tal caso

$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,P}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{d,e}(T_1)}{S_{d,e}(T_{bil})} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

Determinazione di a_g
metodo N1

- Con le relazioni precedenti, si può far corrispondere ad ogni spostamento un valore di PGA
- I valori che si ottengono coincidono perfettamente con quelli del metodo N2 se la distribuzione delle forze è modale

- Se la distribuzione delle forze è diversa vi possono essere piccole differenze rispetto ai valori del metodo N2
  - La differenza non è rilevante ai fini pratici
  - Non si può dire chi sia più vicino al vero
  - Si potrebbe applicare una ulteriore (piccola) correzione per farli coincidere

Determinazione di a_g

metodo di Freeman

- È stato proposto prima del metodo N2
- Segue sostanzialmente quello schema
  - Passaggio da MDOF a SDOF
  - Bilinearizzazione della curva
  - Periodo di riferimento quello del tratto iniziale della bilatera
  - Confronto tra spostamento della bilatera e valori dello spettro di risposta
- Differenza fondamentale:
  tiene conto della dissipazione (isteretica) usando valori dello smorzamento (viscoso) maggiori al crescere di μ

Determinazione di a_g

metodo di Freeman

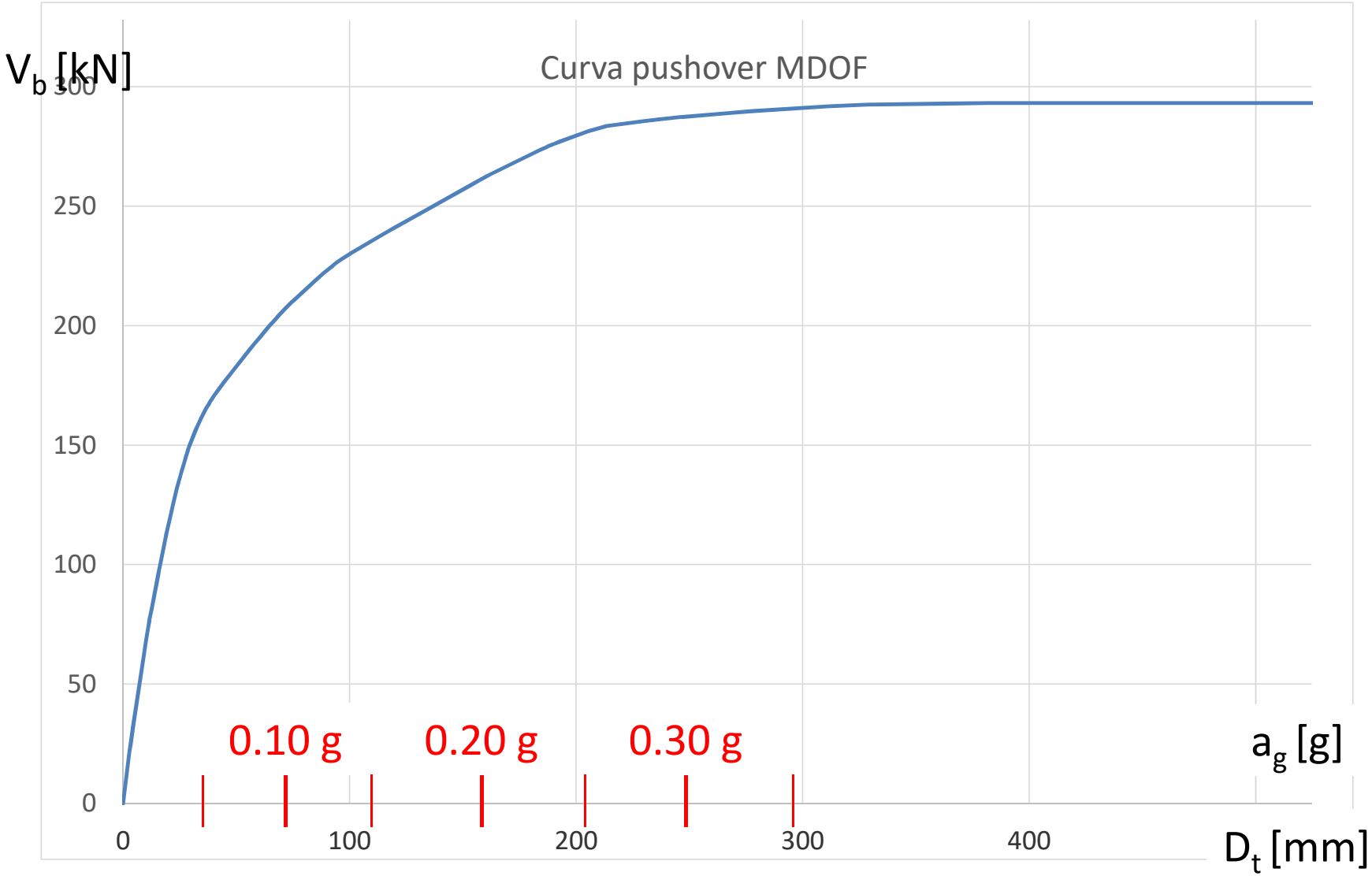
- La curva di pushover è sempre la stessa
- Per ogni punto si ottengono accelerazioni diverse (maggiori, tanto più quanto maggiore è μ)

- Ad esempio, per il punto esaminato prima si ottiene a_g = 0.278 g (anziché 0.199 g)

Determinazione di a_g

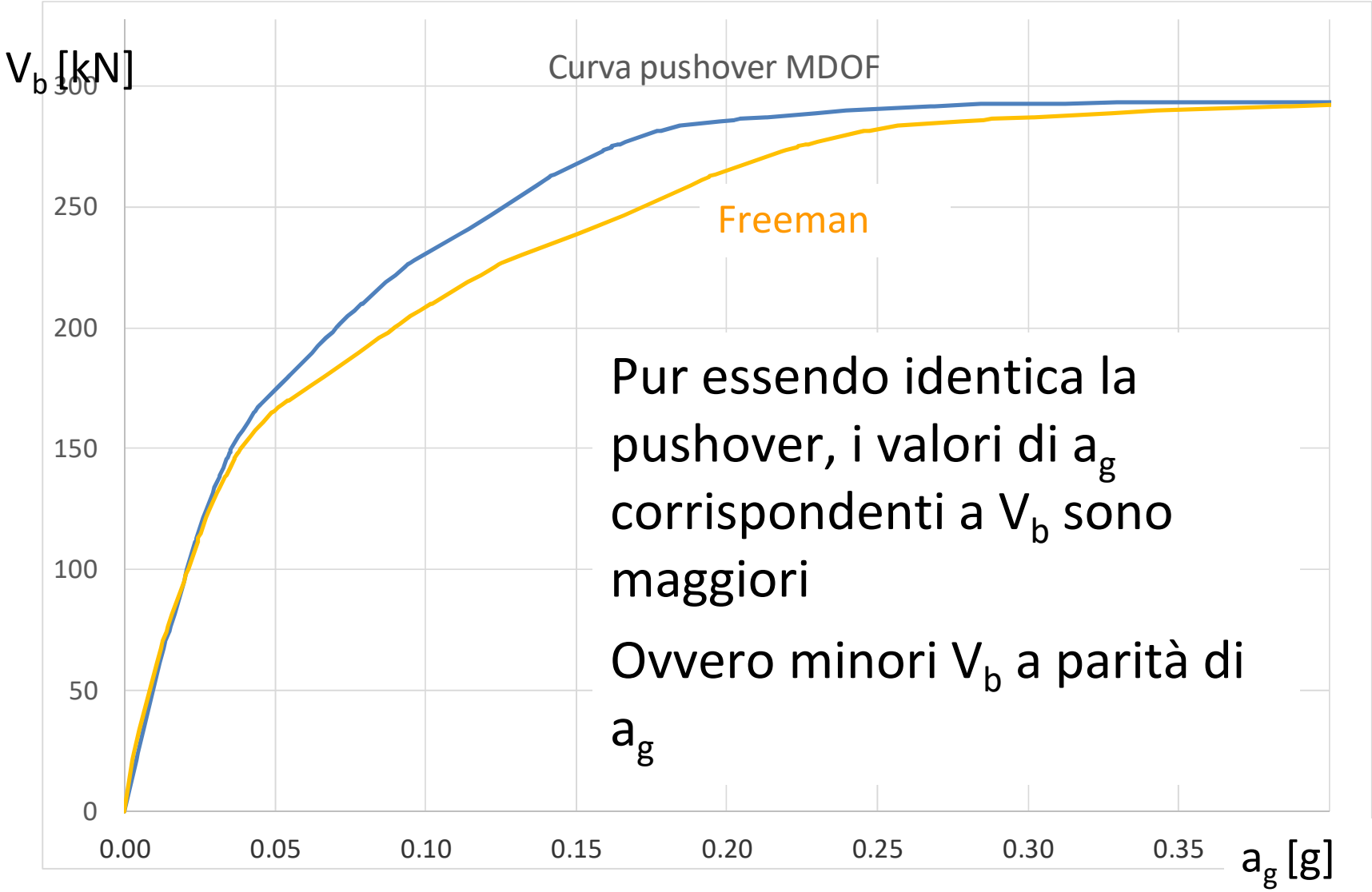
metodo di Freeman

- Accelerazione corrispondente a ciascun punto



Determinazione di a_g
confronto metodo N2 e Freeman

- Grafico V_b - a_g

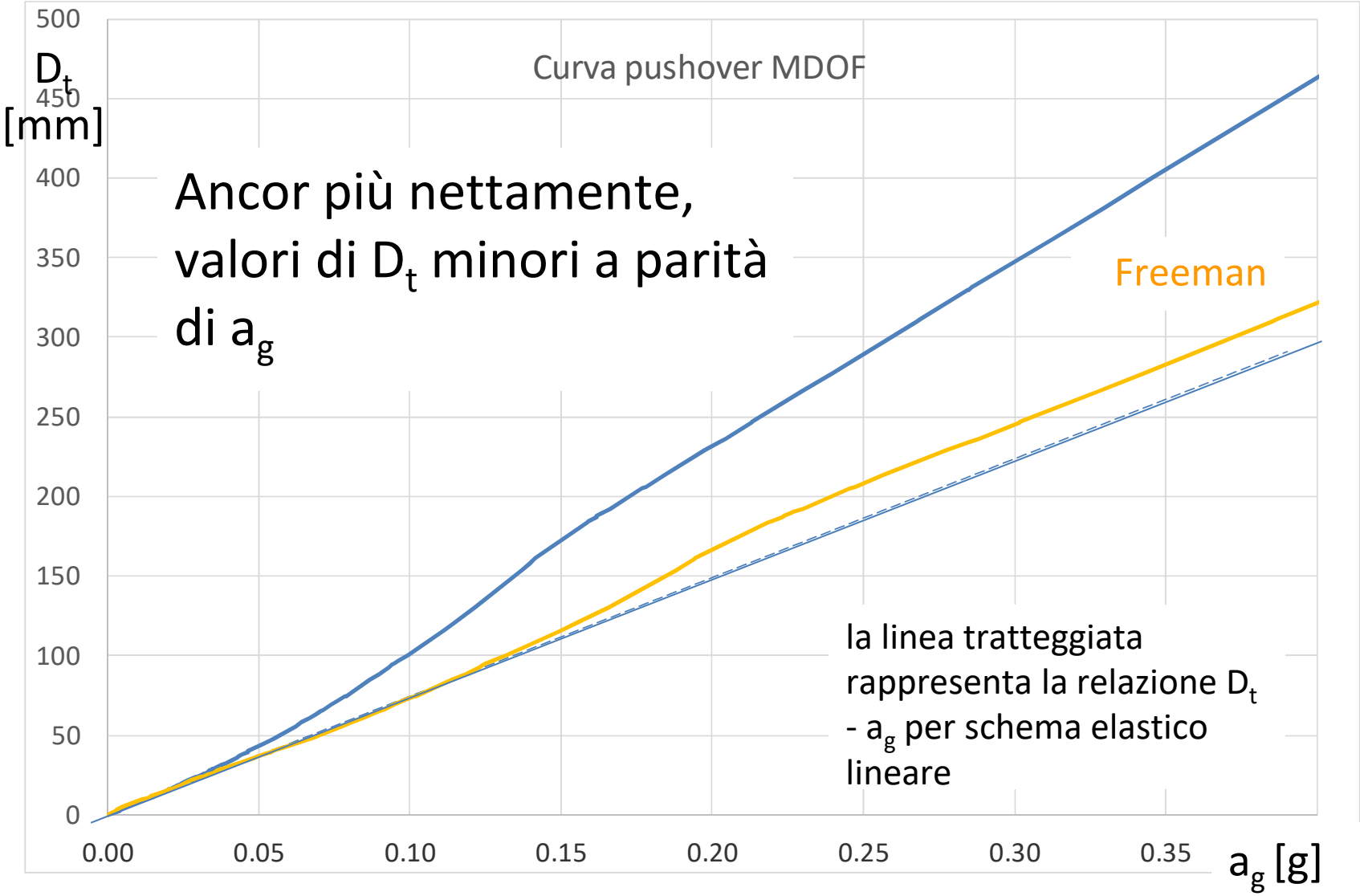


Pur essendo identica la pushover, i valori di a_g corrispondenti a V_b sono maggiori

Ovvero minori V_b a parità di a_g

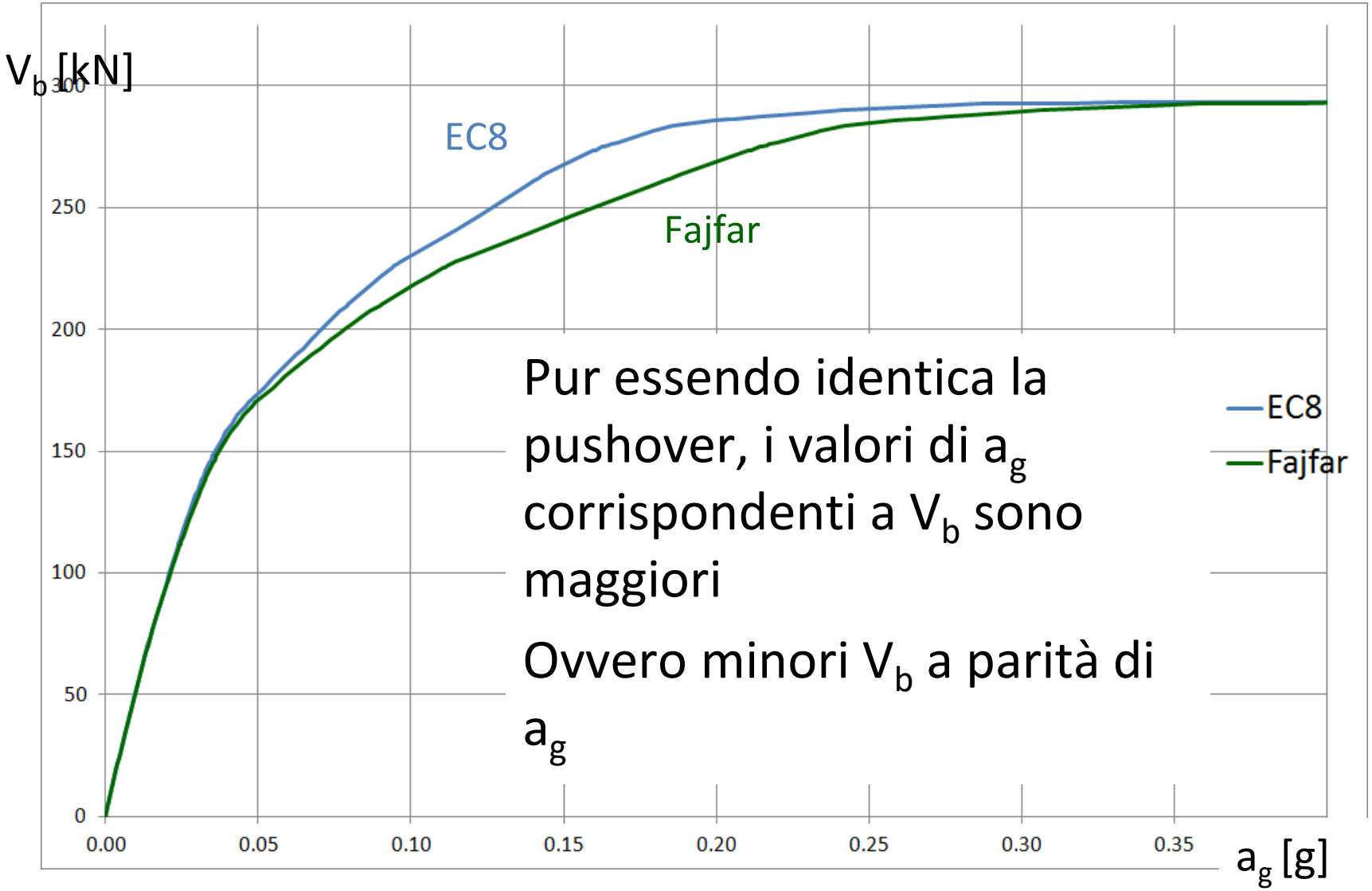
Determinazione di a_g
confronto metodo N2 e Freeman

- Grafico D_t - a_g



Determinazione di a_g
confronto metodo N2 con EC8 e Fajfar

- Grafico V_b - a_g

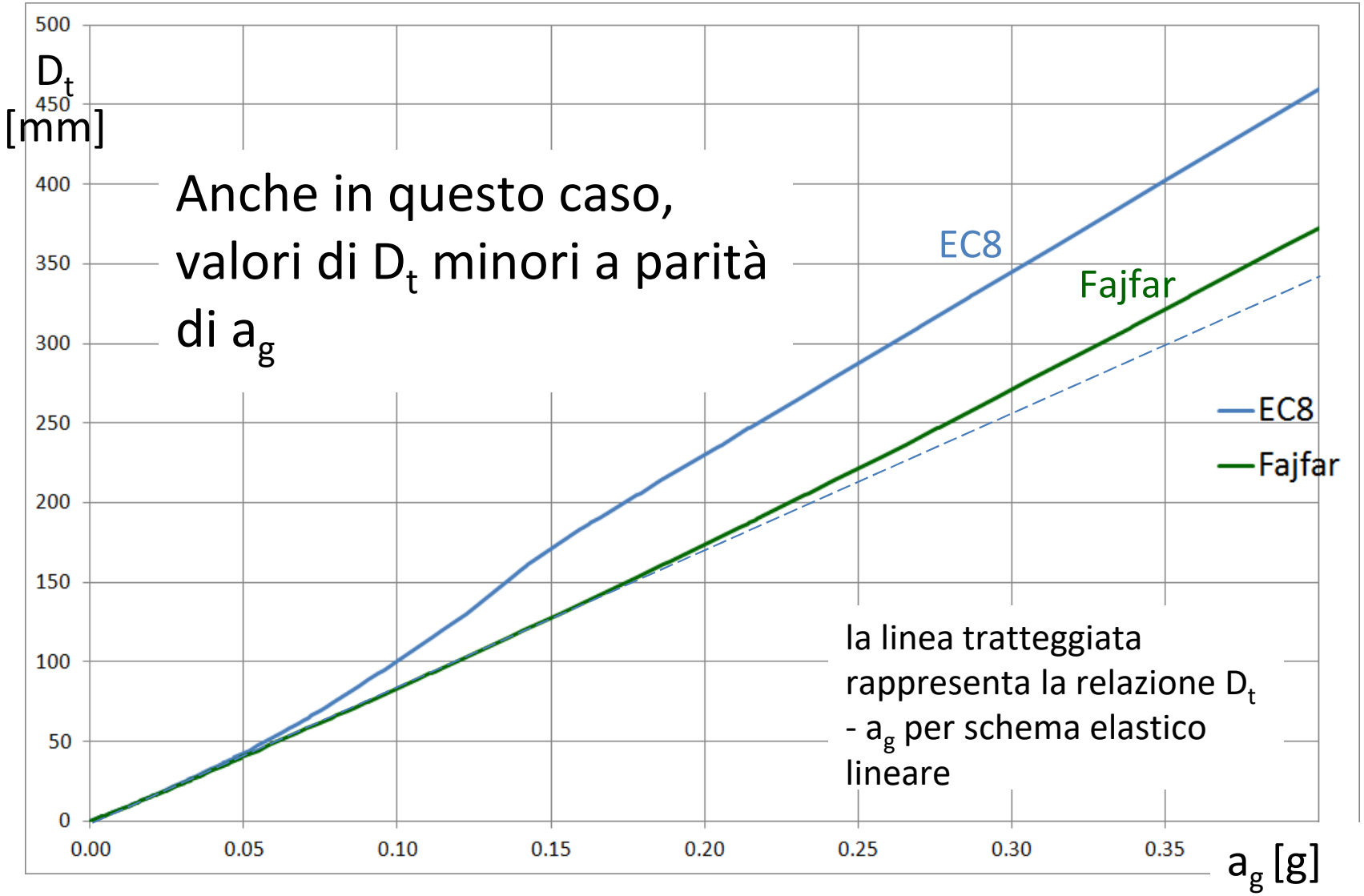


Pur essendo identica la pushover, i valori di a_g corrispondenti a V_b sono maggiori

Ovvero minori V_b a parità di a_g

Determinazione di a_g
confronto metodo N2 con EC8 e Fajfar

- Grafico D_t - a_g

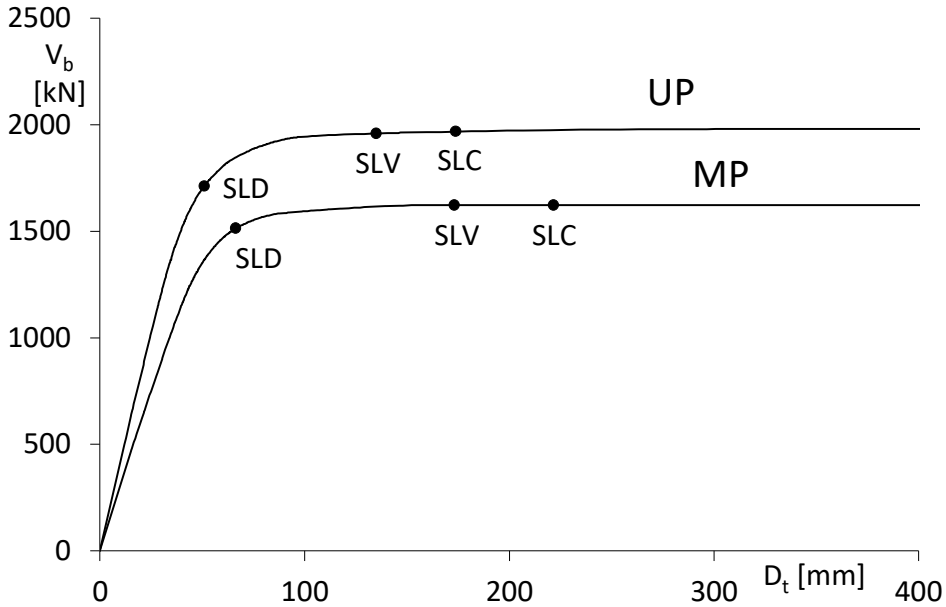


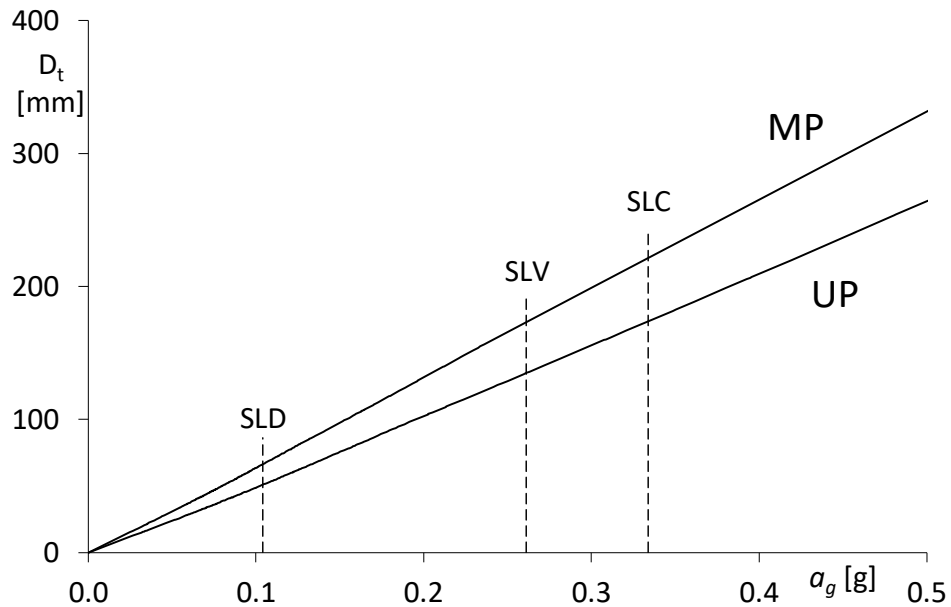
Anche in questo caso, valori di D_t minori a parità di a_g

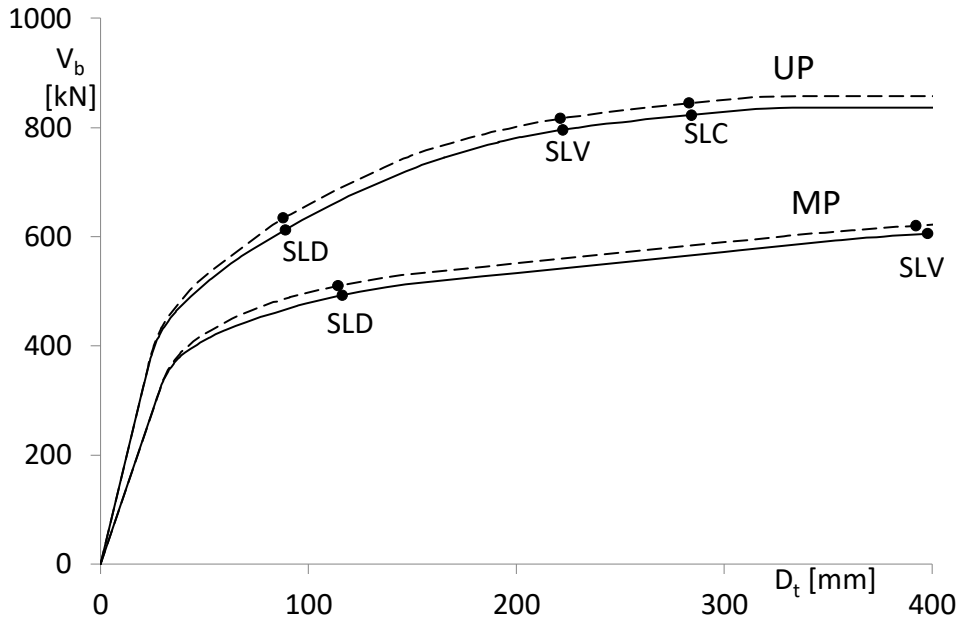
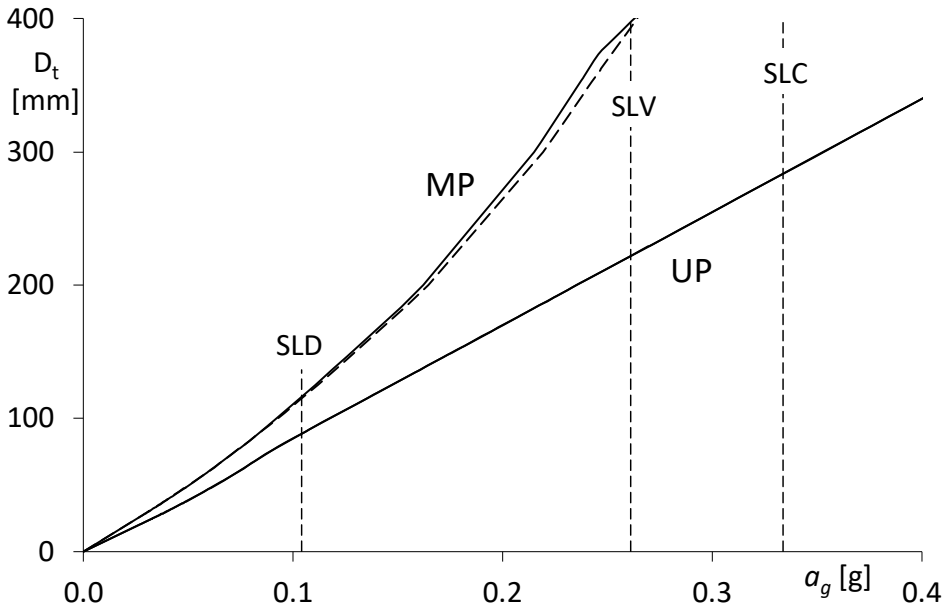
la linea tratteggiata rappresenta la relazione D_t - a_g per schema elastico lineare

Per l'esempio in esame

direzione x





Per l'esempio in esame

direzione y