

Dalla dinamica alla normativa sismica

Sistemi a un grado di libertà:
studio del comportamento elastico

Catania, 4 marzo 2004

Aurelio Ghersi

Oscillazioni libere

Esempio: altalena

Inserire
foto

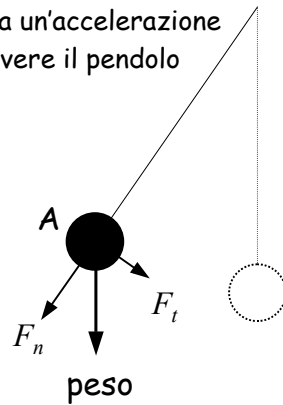
Spostando il sedile
dell'altalena e poi
lasciandolo libero,
esso oscilla con un
periodo T
ben preciso

Oscillazioni libere pendolo (esempio: altalena)

A) Il peso è scomposto nelle forze

F_n assorbita dall'asta del pendolo

F_t che provoca un'accelerazione
che fa muovere il pendolo

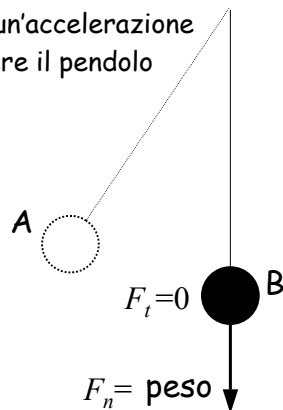


Oscillazioni libere pendolo (esempio: altalena)

A) Il peso è scomposto nelle forze

F_n assorbita dall'asta del pendolo

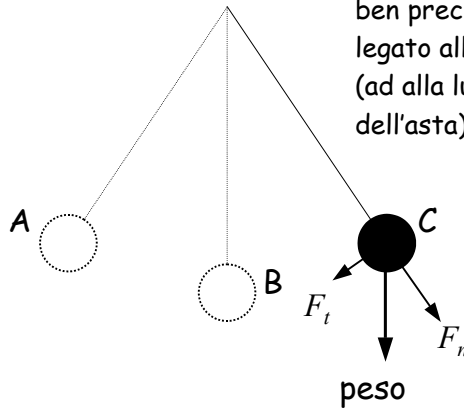
F_t che provoca un'accelerazione
che fa muovere il pendolo



B) In questa posizione la
velocità è massima
(quando inizia a
risalire rallenta) ma
l'accelerazione è nulla
perché $F_t = 0$

Oscillazioni libere pendolo (esempio: altalena)

Il pendolo oscilla con
un periodo T
ben preciso,
legato alla massa
(ad alla lunghezza
dell'asta)

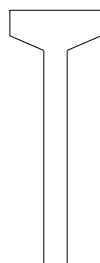


Oscillazioni libere struttura a un grado di libertà

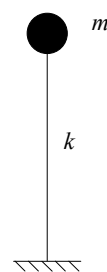
Serbatoio pensile



Foto



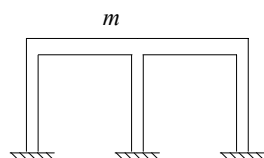
Disegno
schematico



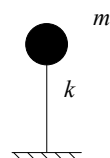
Modello
di calcolo

Oscillazioni libere struttura a un grado di libertà

Telaio monopiano

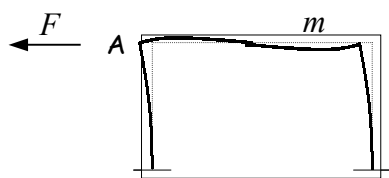


Disegno
schematico



Modello di
calcolo

Oscillazioni libere telaio monopiano

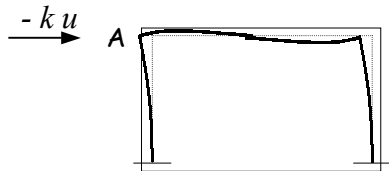


- A) Per deformare il telaio in questa posizione occorre applicare una forza F , uguale ed opposta alla forza elastica che tende a riportare il telaio alla posizione indeformata (forza di richiamo elastico).

Equilibrio statico

$$F = k u$$

Oscillazioni libere telaio monopiano



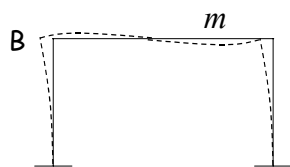
Quando si lascia libero il telaio, agisce solo la forza di richiamo elastico, che provoca un'accelerazione.

Equilibrio dinamico

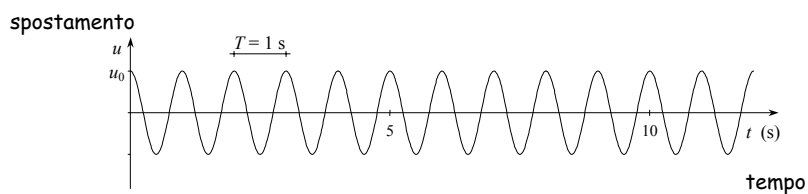
$$-k u = m a$$

$$m \ddot{u} + k u = 0$$

Oscillazioni libere telaio monopiano

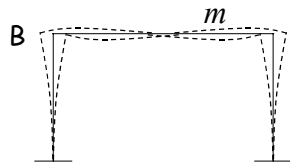


B) Tornato nella posizione indeformata, la velocità è massima e l'accelerazione nulla (come la forza di richiamo elastico).

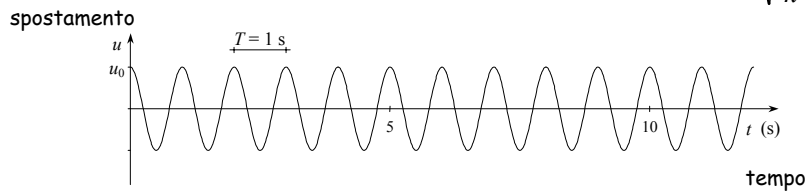


Oscillazioni libere telaio monopiano

Il telaio oscilla con un periodo ben preciso, legato alla massa ed anche alla rigidità del telaio

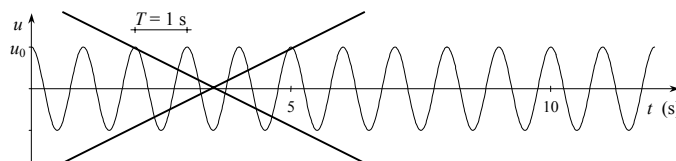
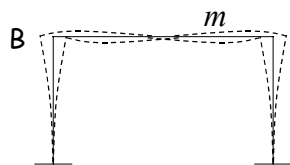


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

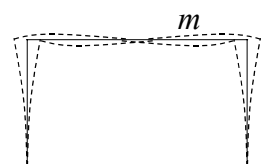


Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano

In realtà il moto non continua così, a causa della dissipazione di energia (smorzamento)



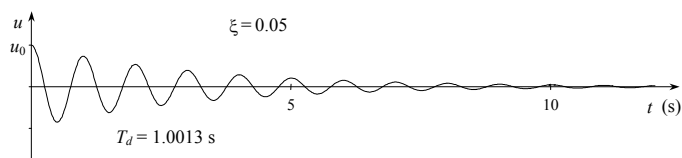
Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano



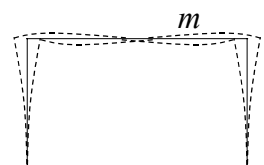
Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0$$

Lo smorzamento è legato alla variazione di spostamento (velocità)



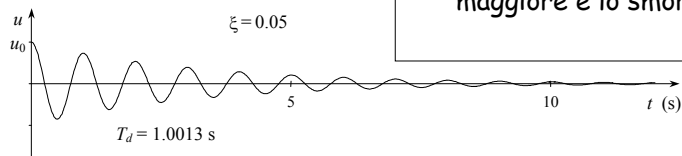
Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano



Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0$$

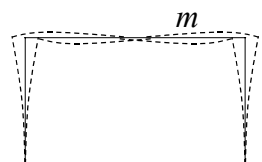
L'ampiezza del moto si riduce tanto più rapidamente quanto maggiore è lo smorzamento



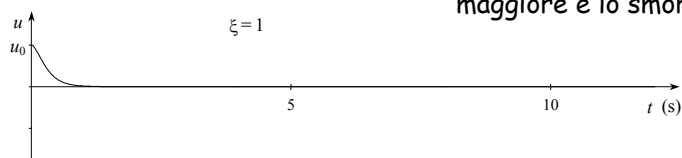
Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano

Equazione del moto:

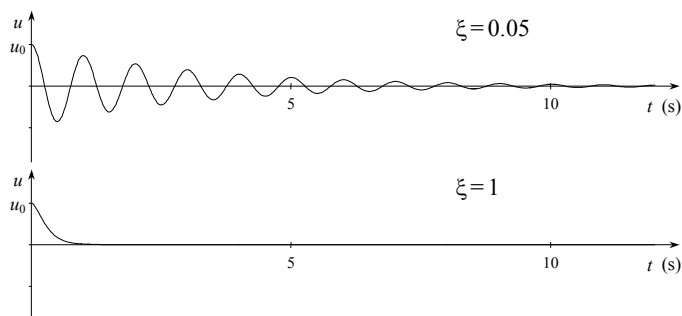
$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0$$



L'ampiezza del moto si riduce tanto più rapidamente quanto maggiore è lo smorzamento



Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano



Si indica col termine "smorzamento critico" quel valore per il quale il sistema raggiunge lo stato di quiete senza oscillare

Lo smorzamento viene di solito indicato come percentuale ξ dello smorzamento critico

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{k m}}$$

Smorzamento - negli edifici

Dipende da:

- Elementi non strutturali (tramezzi, tompagni) molto
- Non linearità del materiale di meno

Edifici in cemento armato, con tramezzi in muratura:

- Si può assumere un valore di smorzamento percentuale $\xi = 0.05$

Edifici in acciaio, con tramezzatura leggera:

- È consigliabile usare un valore minore di $\xi = 0.05$

Edifici isolati alla base, con isolatori in gomma:

- Si può usare un valore maggiore di $\xi = 0.05$

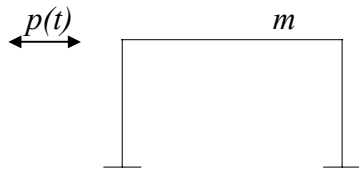
Oscillazioni forzate

Esempio: altalena

Inserire
foto

Dando (in maniera periodica) una piccola spinta al sedile dell'altalena, le oscillazioni si amplificano sempre di più

Oscillazioni forzate telaio monopiano

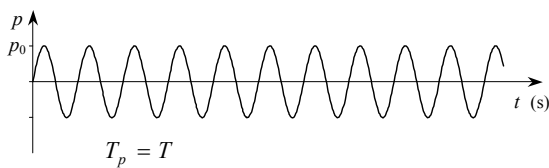
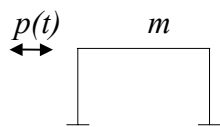


Equazione del moto:

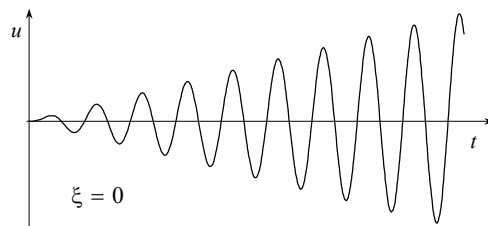
$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = p(t)$$

Nell'equazione del moto
compare un nuovo termine
(l'azione forzante)

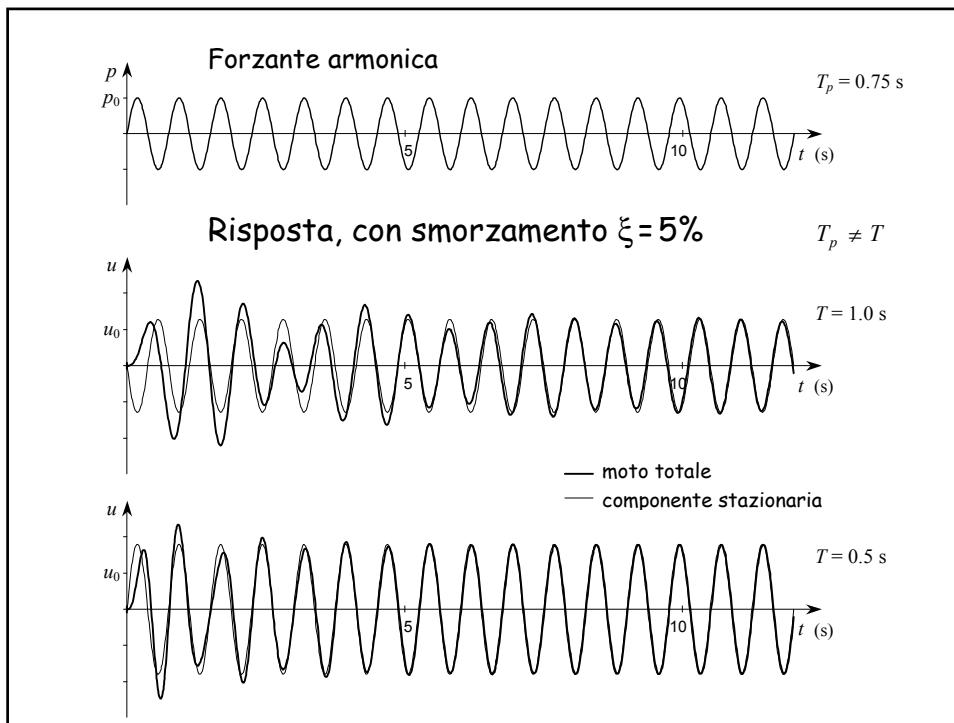
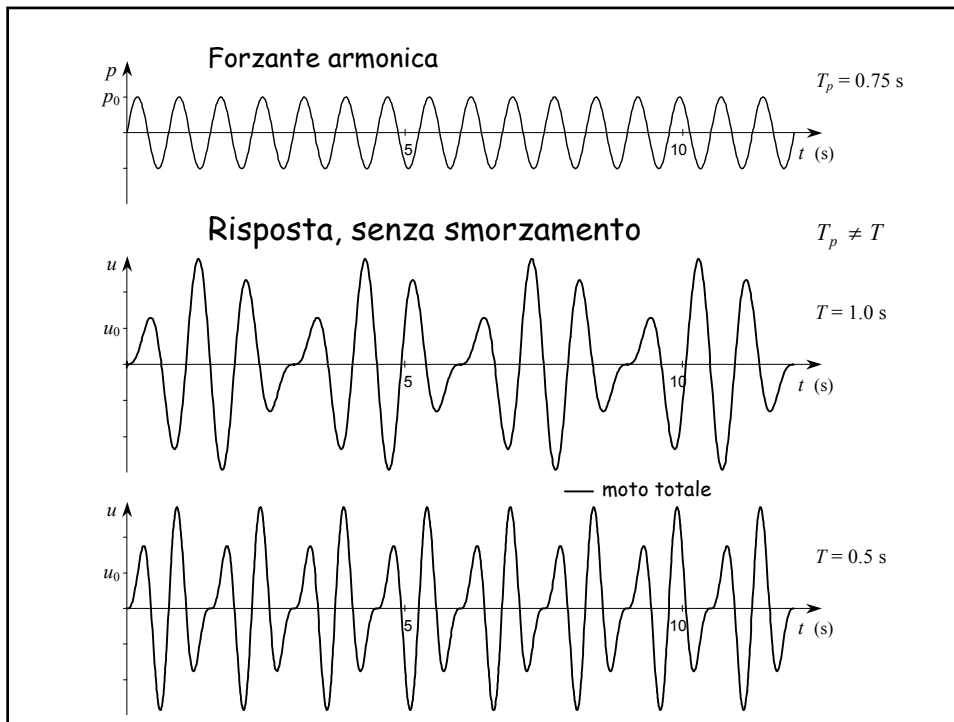
Oscillazioni forzate telaio monopiano

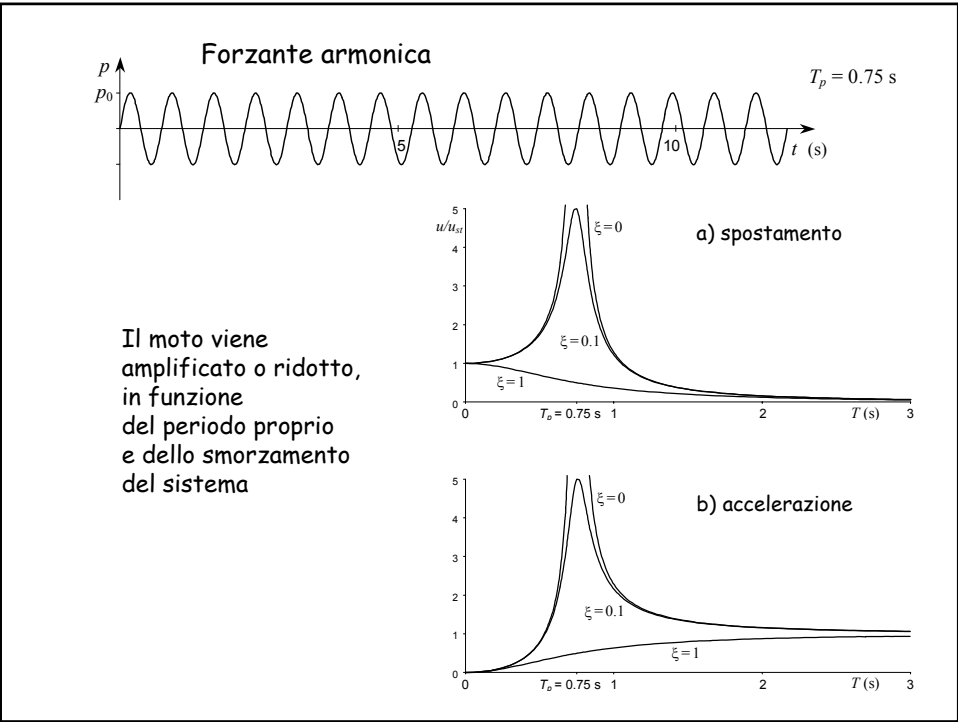
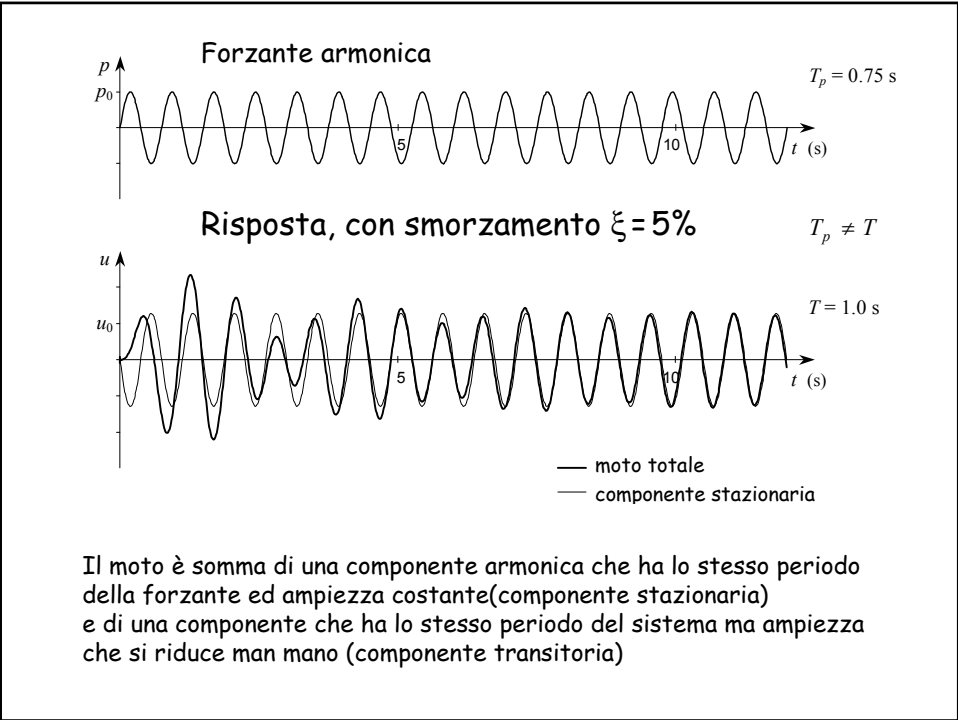


Se il periodo della
forzante coincide con
quello del sistema,
in assenza di
smorzamento
il moto si amplifica
sempre più

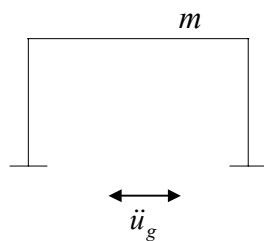


risonanza





Oscillazioni forzate (moto del terreno)



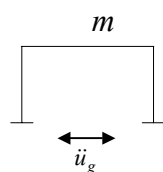
Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

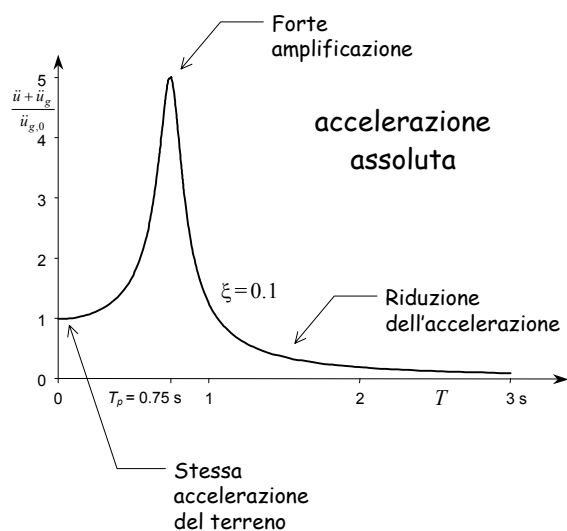
Cambia (formalmente)
il termine noto
nell'equazione del moto

Il problema è sostanzialmente
identico a quello del moto con
forzante applicata al traverso

Oscillazioni forzate (moto del terreno - armonico)



Si noti, in particolare,
l'andamento
dell'accelerazione
massima in funzione
del periodo proprio



Relazione tra i valori massimi di spostamento relativo e accelerazione assoluta

Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

Quando lo spostamento relativo u
è massimo la sua derivata è nulla

$$u = u_{\max} \quad \Rightarrow \quad \dot{u} = 0$$

Si ha allora:

$$m \ddot{u} + k u_{\max} = -m \ddot{u}_g$$

$$k u_{\max} = -m (\ddot{u} + \ddot{u}_g)$$

$$|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \frac{k}{m} u_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u_{\max} \quad \text{perché} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Relazione tra i valori massimi di spostamento relativo e accelerazione assoluta

La quantità $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$
viene detta pseudoaccelerazione

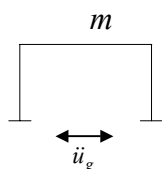
Essa coincide con l'accelerazione
assoluta quando lo smorzamento
è nullo

L'accelerazione assoluta massima e la pseudoaccelerazione massima
a rigore sono diverse, ma in sostanza sono praticamente coincidenti

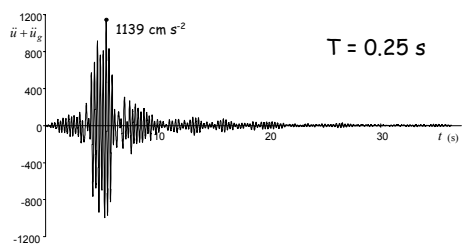
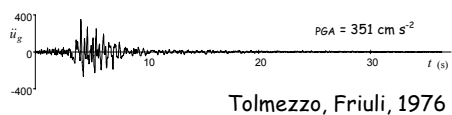
La relazione $|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$

consente di passare dai valori massimi dello spostamento a quelli
massimi dell'accelerazione assoluta, e viceversa

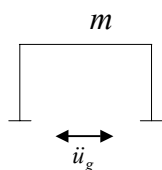
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)



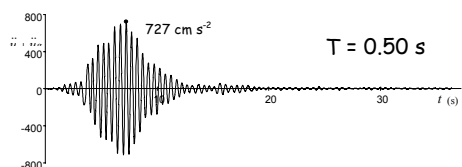
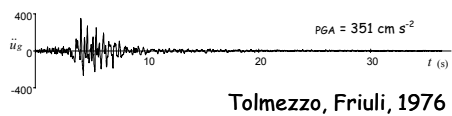
Concettualmente
analogo
(ma più complesso
numericamente)
è determinare
la risposta ad un
accelerogramma



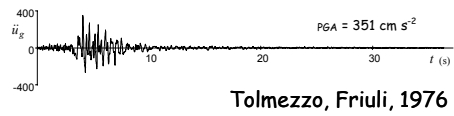
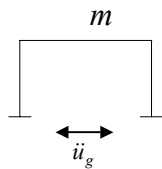
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)



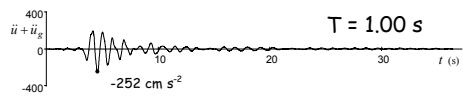
Cambiando il periodo
dell'oscillatore,
cambia la risposta



Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

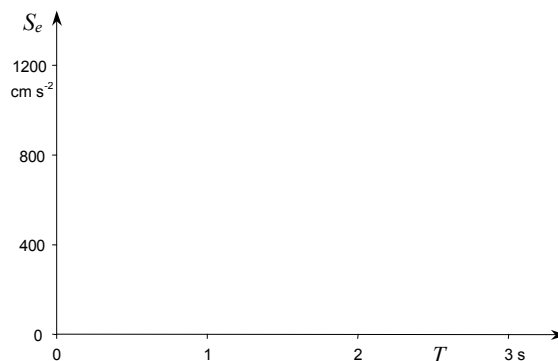


Cambiando il periodo
dell'oscillatore,
cambia la risposta



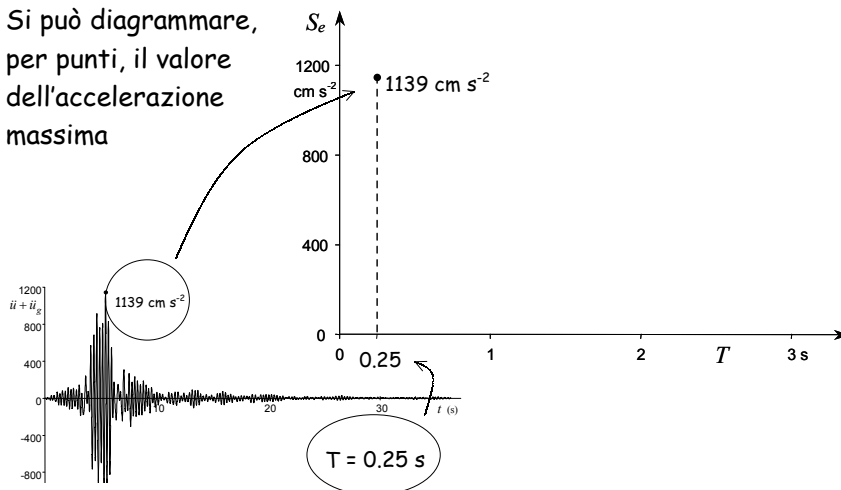
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare,
per punti, il valore
dell'accelerazione
massima



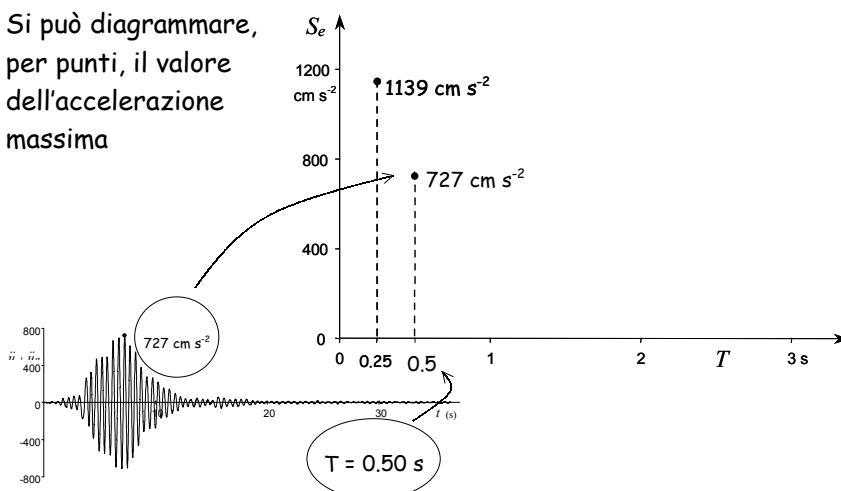
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare,
per punti, il valore
dell'accelerazione
massima



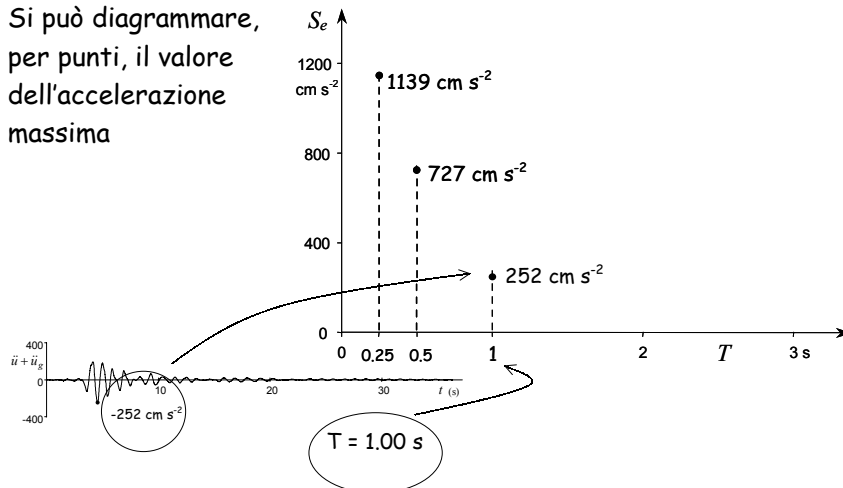
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare,
per punti, il valore
dell'accelerazione
massima



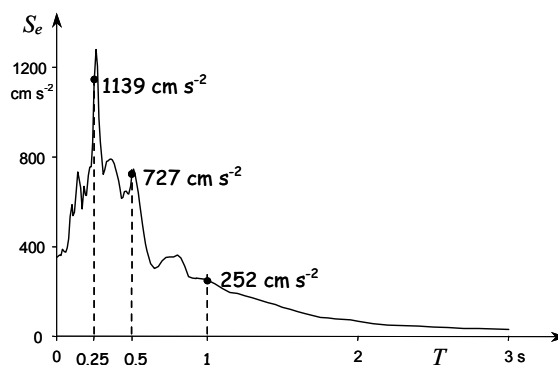
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare,
per punti, il valore
dell'accelerazione
massima



Oscillazioni forzate Spettro di risposta

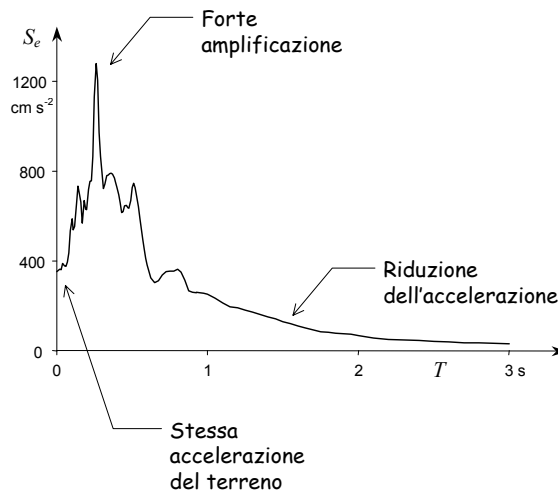
Si può diagrammare,
per punti, il valore
dell'accelerazione
massima



Il diagramma ottenuto unendo i vari punti viene detto
"spettro di risposta" (in termini di accelerazione)

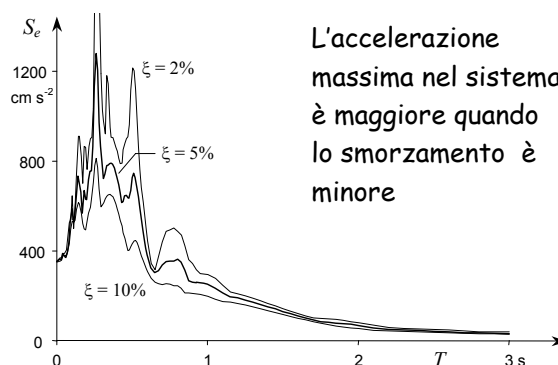
Oscillazioni forzate Spettro di risposta (accelerazione)

L'andamento dell'accelerazione massima in funzione del periodo proprio è analogo a quanto visto per moto del terreno armonico



Oscillazioni forzate Spettro di risposta (accelerazione)

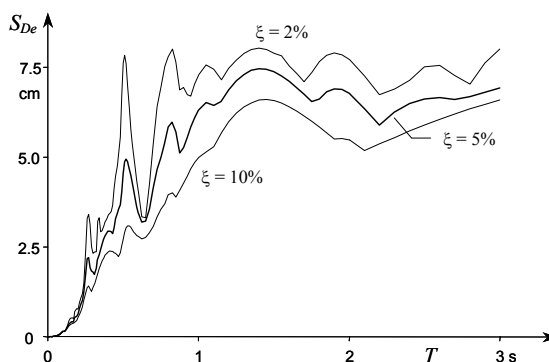
Al variare dello smorzamento si ottengono diverse curve



L'accelerazione massima nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore

Oscillazioni forzate Spettro di risposta (spostamento)

Allo stesso modo si può diagrammare lo spostamento relativo massimo in funzione del periodo

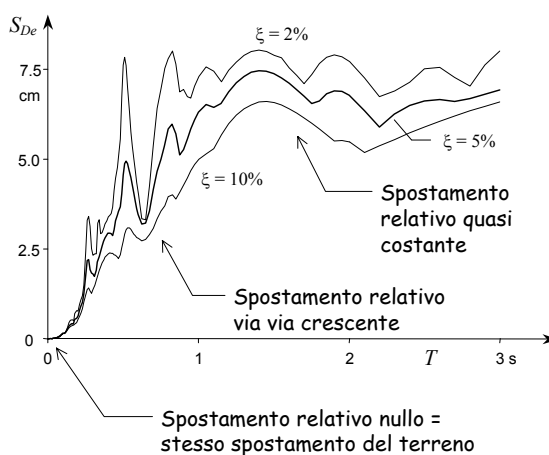


Il diagramma così ottenuto viene detto "spettro di risposta" (in termini di spostamento)

Oscillazioni forzate Spettro di risposta (spostamento)

Si noti l'andamento dello spostamento relativo massima in funzione del periodo proprio

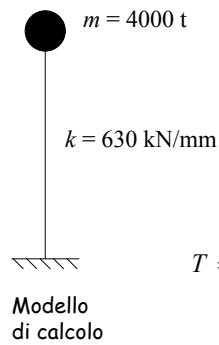
Lo spostamento massimo nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore



A cosa servono gli spettri?



Foto



Modello di calcolo

Conoscendo massa e rigidezza possiamo determinare il periodo proprio

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} =$$

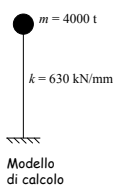
$$= 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{4000 \times 10^3}{630 \times 10^6}} =$$

$$= 0.5 \text{ s}$$

A cosa servono gli spettri?

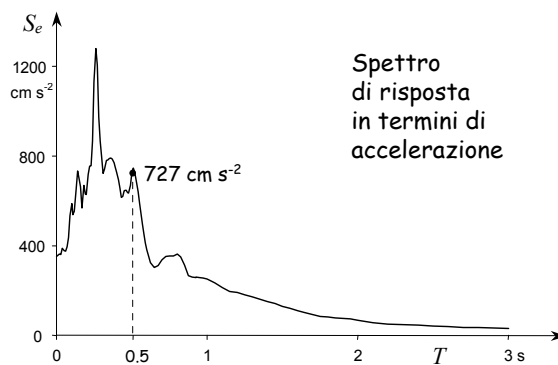


Foto



Modello di calcolo

$$T = 0.5 \text{ s}$$



Spettro di risposta in termini di accelerazione

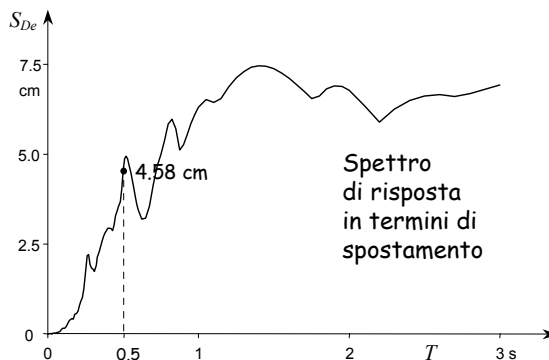
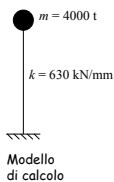
Noto il periodo proprio, possiamo leggere dallo spettro l'accelerazione assoluta massima $a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$

A cosa servono gli spettri?



Foto

$$T = 0.5 \text{ s}$$



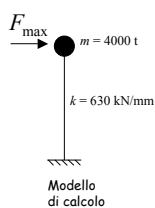
Noto il periodo proprio, possiamo leggere dallo spettro l'accelerazione assoluta massima $a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$ o lo spostamento relativo massimo $u_{\max} = 4.58 \text{ cm}$

A cosa servono gli spettri?



Foto

$$T = 0.5 \text{ s}$$



Ma dall'accelerazione possiamo ricavare anche la massima forza d'inerzia

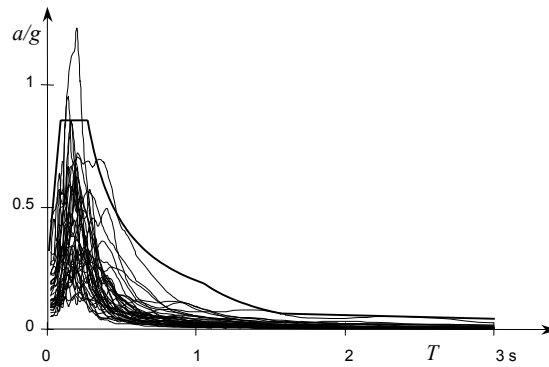
$$F_{\max} = m a_{\max} = 4000 \times 7.27 = 2900 \text{ kN}$$

e quindi le massime sollecitazioni nella struttura

Noto il periodo proprio, possiamo leggere dallo spettro l'accelerazione assoluta massima $a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$ o lo spostamento relativo massimo $u_{\max} = 4.58 \text{ cm}$

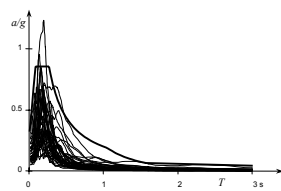
Spettri di risposta

L'analisi può essere ripetuta per diversi accelerogrammi (con un assegnato smorzamento)

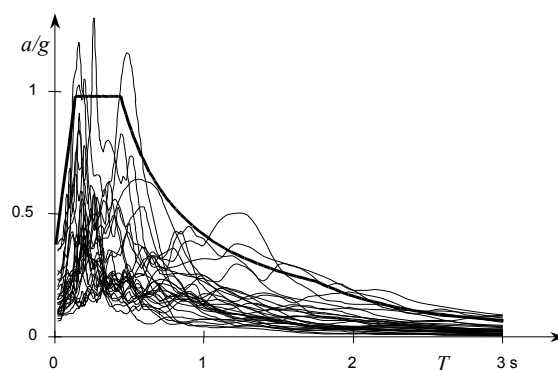


Si può quindi definire una curva che inviluppa tutti gli spettri di risposta, o che viene superata solo occasionalmente

Spettri di risposta

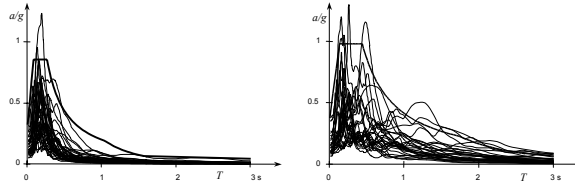


In zone differenti e su terreni differenti si otterranno risultati diversi



Si può quindi definire una curva che inviluppa tutti gli spettri di risposta, o che viene superata solo occasionalmente

Spettri di risposta

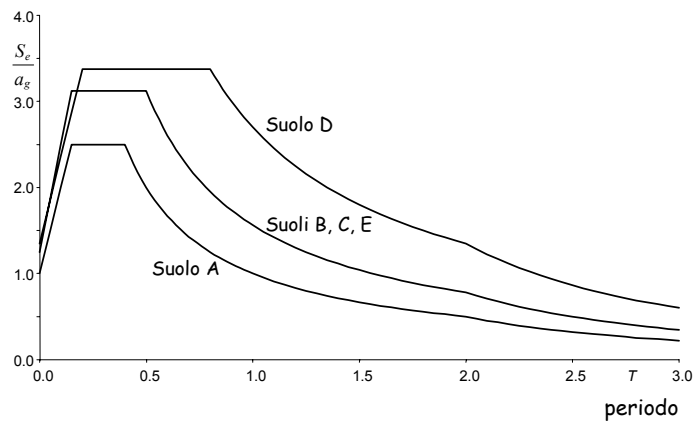


In zone differenti
e su terreni
differenti
si otterranno
risultati diversi

La normativa fornisce quindi spettri di
risposta differenziati in funzione delle
caratteristiche del suolo e della zona in
cui è ubicata la struttura

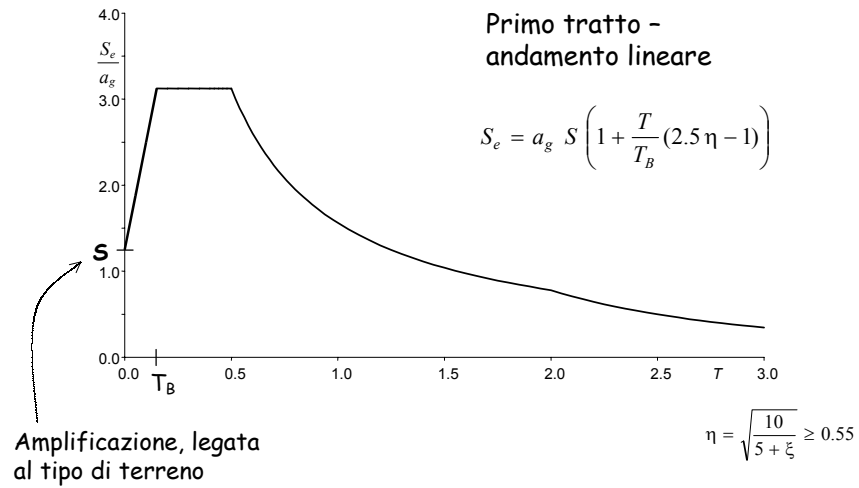
Spettri di risposta elastica di normativa

accelerazione (normalizzata)

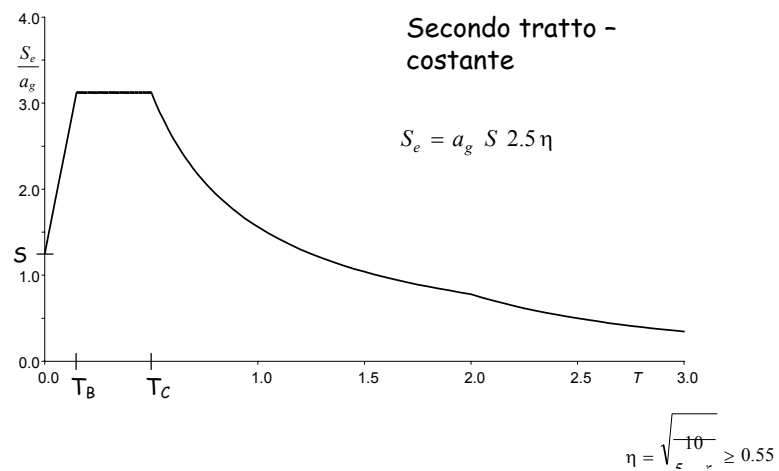


Ordinanza 3274, punto 3.2.3

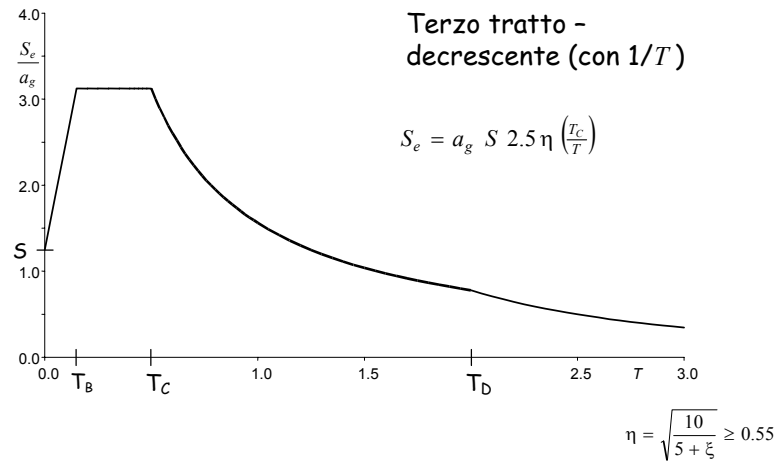
Spettri di risposta elastica di normativa



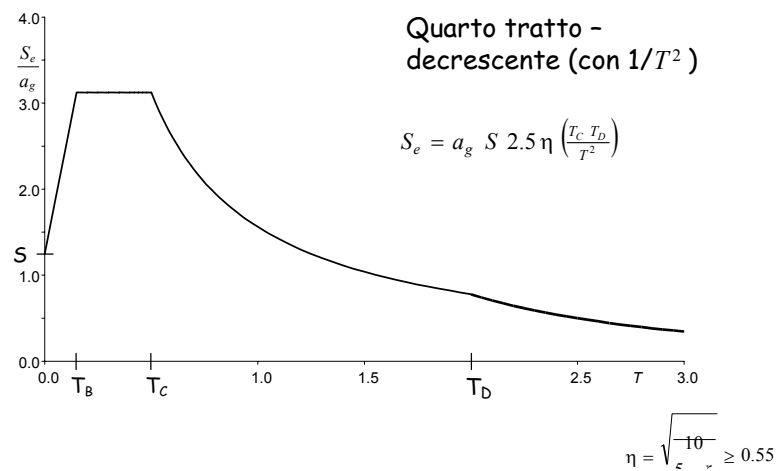
Spettri di risposta elastica di normativa



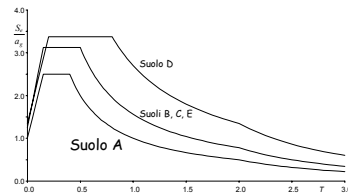
Spettri di risposta elastica di normativa



Spettri di risposta elastica di normativa



Spettri di risposta elastica di normativa



Suolo A

Formazioni litoidi o suoli omogenei molto rigidi

$V_{S30} > 800$ m/s

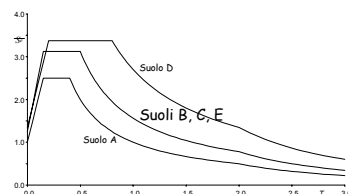
$$S = 1 \quad T_A = 0.15 \text{ s} \quad T_B = 0.4 \text{ s}$$

V_{S30}

Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

$$V_{S30} = \frac{30}{\sum \frac{h_i}{V_{Si}}}$$

Spettri di risposta elastica di normativa



Suolo B

Depositi di sabbie e ghiaie molto addensate o argille molto consistenti

$360 \text{ m/s} < V_{S30} < 800 \text{ m/s}$

Resistenza penetrometrica $N_{SPT} > 50$

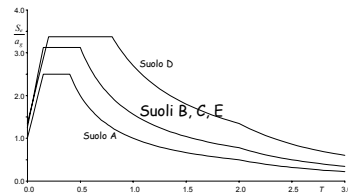
Coesione non drenata $c_u > 250$ kPa

$$S = 1.25 \quad T_A = 0.15 \text{ s} \quad T_B = 0.5 \text{ s}$$

V_{S30}

Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

Spettri di risposta elastica di normativa



V_{S30}

Velocità media di propagazione
delle onde di taglio nei 30 m
superiori del suolo

Suolo C

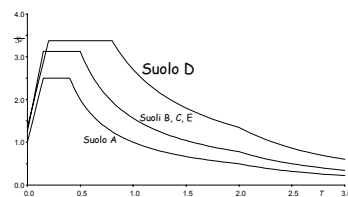
Depositi di sabbie e ghiaie
mediamente addensate o
argille di media consistenza

$180 \text{ m/s} < V_{S30} < 360 \text{ m/s}$

Resistenza penetrometrica
 $15 < N_{SPT} < 50$

Coesione non drenata
 $70 < c_u < 250 \text{ kPa}$

Spettri di risposta elastica di normativa



$S = 1.35 \quad T_A = 0.2 \text{ s} \quad T_B = 0.8 \text{ s}$

V_{S30}

Velocità media di propagazione
delle onde di taglio nei 30 m
superiori del suolo

Suolo D

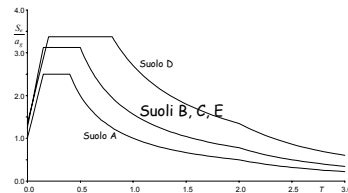
Depositi di terreni granulari da
sciolti a poco addensati oppure
coesivi da poco a
mediamente consistenti

$V_{S30} < 180 \text{ m/s}$

Resistenza penetrometrica
 $N_{SPT} < 15$

Coesione non drenata
 $c_u < 70 \text{ kPa}$

Spettri di risposta elastica di normativa



Suolo E

Strati superficiali alluvionali, di caratteristiche simili ai tipi C e D e spessore tra 5 e 20 m, su un substrato più rigido con $V_{S30} > 800$ m/s

V_{S30}

Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

Spettri di risposta elastica di normativa

Suolo S1

Depositi con strato di almeno 10 m di argille di bassa consistenza ed elevato indice di plasticità e contenuto di acqua

$V_{S30} < 100$ m/s

Coesione non drenata
 $10 < c_u < 20$ kPa

Suolo S2

Depositi di terreni soggetti a liquefazione

Per questi tipi di terreno occorrono studi speciali

Esempio

Dall'alto:

12 m - sabbie marnose
 $N_{SPT} = 26$

6.1 m - argille grigio-brune
 $N_{SPT} = 47$

1.9 m - marne sabbiose
 $N_{SPT} = 16$

6.5 m - argille marnose
 $N_{SPT} = 18$

3.5 m - ciottoli, argille brune
 $N_{SPT} = 40$

SONDAGGIO N° 6									
ATTREZZATURA: ATLAS 450									
CARATTERE: Q 101 mm									
CASSETTE CATALOGATRICI: S									
Profondità	Stratigrafia	Descrizione	Resistenza	Temp. resistim.	Falda	N _{SPT}	γ _S	γ _D	Profilometri
0.00		Atmosfera di tipo urbano	0.00						
0.90		1. sabbie marnose con	1.00						
1.20		2. argille marnose	2.00						
2.50		3. sabbie marnose, argilla e	2.50			26	1.8		
3.00		4. argille marnose con	3.00			47	1.25		
3.50		5. argille marnose	3.50						
4.00		6. argille marnose	4.00						
4.50		7. argille marnose	4.50						
5.00		8. argille marnose	5.00						
6.10		9. argille marnose	6.10						
8.00		10. marne sabbiose	8.00			16	1.4		
9.90		11. argille marnose con	9.90						
10.20		12. argille marnose	10.20						
11.00		13. argille marnose	11.00						
12.00		14. argille marnose	12.00						
13.00		15. argille marnose	13.00						
14.00		16. argille marnose	14.00						
15.00		17. argille marnose	15.00						
16.00		18. argille marnose	16.00						
17.00		19. argille marnose	17.00						
18.00		20. argille marnose	18.00						
19.00		21. argille marnose	19.00						
20.00		22. argille marnose	20.00						
21.00		23. argille marnose	21.00						
22.00		24. argille marnose	22.00						
23.00		25. argille marnose	23.00						
24.00		26. argille marnose	24.00						
25.00		27. argille marnose	25.00						
26.00		28. argille marnose	26.00						
27.00		29. argille marnose	27.00						
28.00		30. argille marnose	28.00						
29.00		31. argille marnose	29.00						
30.00		32. argille marnose	30.00						
31.00		33. argille marnose	31.00						
32.00		34. argille marnose	32.00						
33.00		35. argille marnose	33.00						
34.00		36. argille marnose	34.00						
35.00		37. argille marnose	35.00						
36.00		38. argille marnose	36.00						
37.00		39. argille marnose	37.00						
38.00		40. argille marnose	38.00						
39.00		41. argille marnose	39.00						
40.00		42. argille marnose	40.00						
41.00		43. argille marnose	41.00						
42.00		44. argille marnose	42.00						
43.00		45. argille marnose	43.00						
44.00		46. argille marnose	44.00						
45.00		47. argille marnose	45.00						
46.00		48. argille marnose	46.00						
47.00		49. argille marnose	47.00						
48.00		50. argille marnose	48.00						
49.00		51. argille marnose	49.00						
50.00		52. argille marnose	50.00						

Esempio

Dall'alto:

12 m - sabbie marnose
 $N_{SPT} = 26$

6.1 m - argille grigio-brune
 $N_{SPT} = 47$

1.9 m - marne sabbiose
 $N_{SPT} = 16$

6.5 m - argille marnose
 $N_{SPT} = 18$

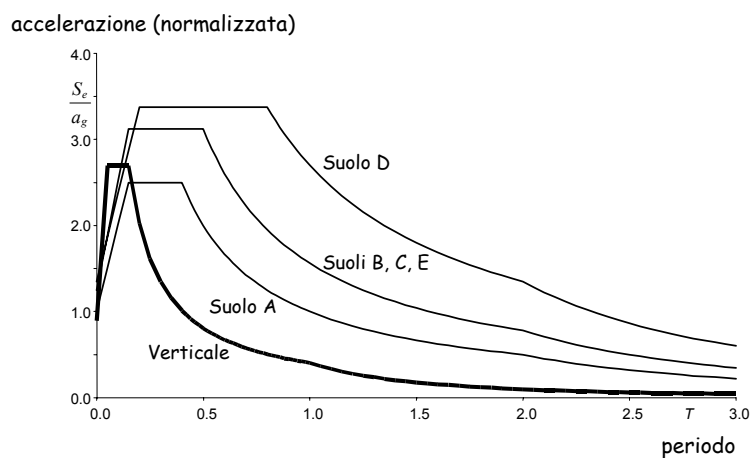
3.5 m - ciottoli, argille brune
 $N_{SPT} = 40$

$$N_{SPT} = \frac{30}{\frac{12}{26} + \frac{6.1}{47} + \frac{1.9}{16} + \frac{6.5}{18} + \frac{3.5}{40}}$$

$$N_{SPT} = 25.9$$

Si può considerare
 suolo di tipo C, perché
 $15 < N_{SPT} < 50$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali e verticali



Spettri di risposta elastica di normativa

L'accelerazione di picco del terreno a_g
da utilizzare per verifiche allo stato limite ultimo,
cioè per terremoti con alto periodo di ritorno,
dipende dalla sismicità della zona

zona	a_g
1	0.35 g
2	0.25 g
3	0.15 g
4	0.05 g

Spettri di risposta elastica di normativa

Terremoti con periodo di ritorno più basso possono avere spettri differenti.

Per semplicità si assume che il terremoto da usare per lo stato limite di danno abbia lo stesso spettro ma accelerazione al suolo ridotta di 2.5

SLU

zona	a_g
1	0.35 g
2	0.25 g
3	0.15 g
4	0.05 g

SLD

zona	a_g
1	$0.35 / 2.5 = 0.14 \text{ g}$
2	$0.25 / 2.5 = 0.10 \text{ g}$
3	$0.15 / 2.5 = 0.06 \text{ g}$
4	$0.05 / 2.5 = 0.02 \text{ g}$

Ordinanza 3274, punto 3.2.5

FINE

Immagini tratte dal libro:
A. Gherzi, P. Lenza
Edifici antisismici in c.a.
(in preparazione)

Dati geotecnici dell'esempio forniti da:
M.R. Massimo

Per questa presentazione:

coordinamento

realizzazione

ultimo aggiornamento

A. Gherzi

A. Gherzi

6/03/2004