

*Sezioni in c. a.
dalle tensioni ammissibili agli stati limite*

Sforzo normale

Catania, 11 marzo 2004

Marco Muratore

Verifica allo S.L.U. di sezione rettangolare

Quando il legame tensioni-deformazioni non è lineare non è più possibile applicare le formule della Scienza delle costruzioni ma occorre rifarsi direttamente alle condizioni di equilibrio tra tensioni e deformazioni

$$N = \int \sigma \, dA$$

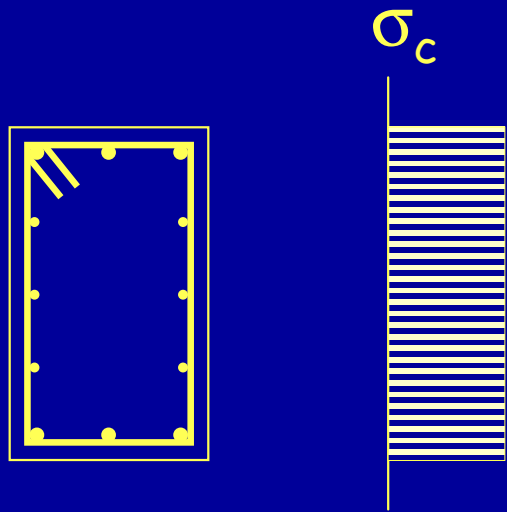
~~$$M_y = \int \sigma \, z \, dA$$~~

~~$$M_z = -\int \sigma \, y \, dA$$~~

Trazione

Compressione

Verifica - tensioni ammissibili



$$\sigma_s = n \sigma_c \quad n = 15$$

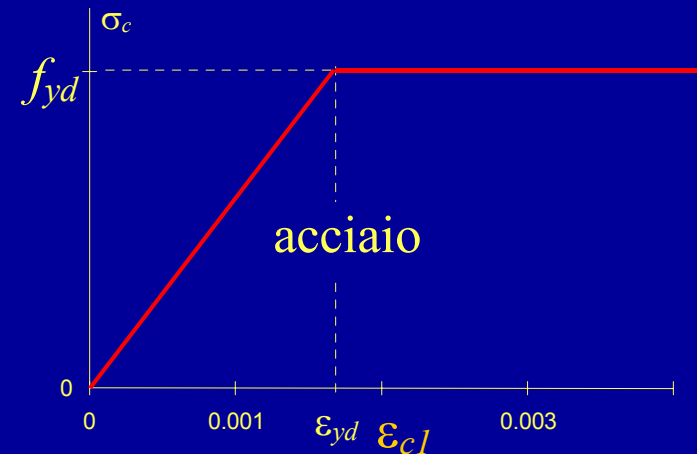
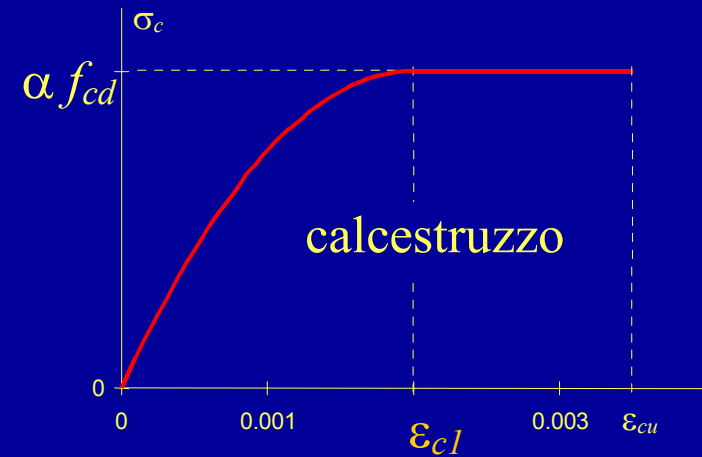
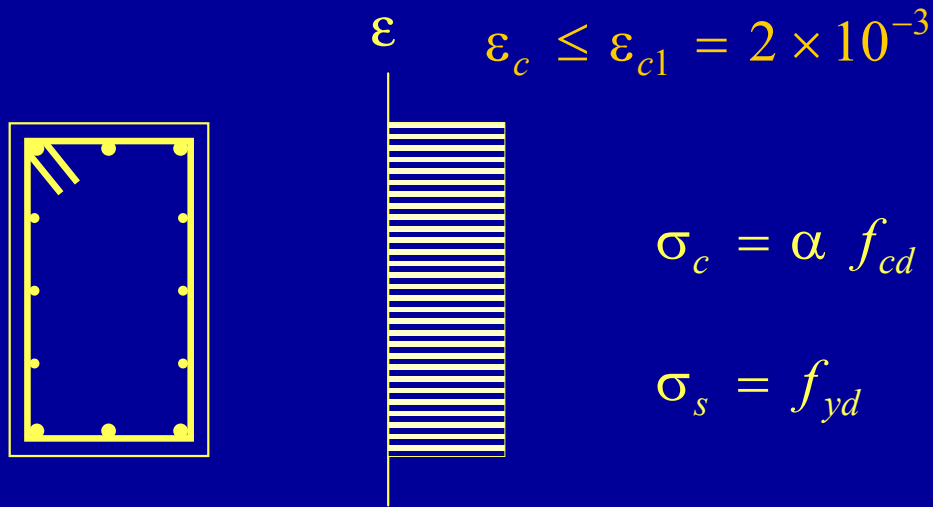
~~$$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c$$~~

$$\sigma_c \leq 0.7 \bar{\sigma}_c$$

altrimenti la sezione
non può portare alcun
momento flettente

$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c (A_c + n A_s)$$

Verifica - stato limite ultimo



$$N_{Rd} = \alpha f_{cd} A_c + f_{yd} A_s$$

la sezione non può
portare alcun
momento flettente

$$N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s \quad (\text{consigliata})$$

Verifica - confronto

TA
$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c + n 0.7 \bar{\sigma}_c A_s$$

5.9 89

Stesso rapporto
dei carichi

$$\frac{8.8}{5.9} \cong 1.5$$

$$\frac{374}{89} \cong 4.2$$

8.8

374

Rapporto
molto
maggiore

SLU

$$N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$$

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Verifica - confronto

TA

$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c + n 0.7 \bar{\sigma}_c A_s$$

5.9 89

Allo stato limite ultimo,
l'acciaio compresso conta molto di più

SLU

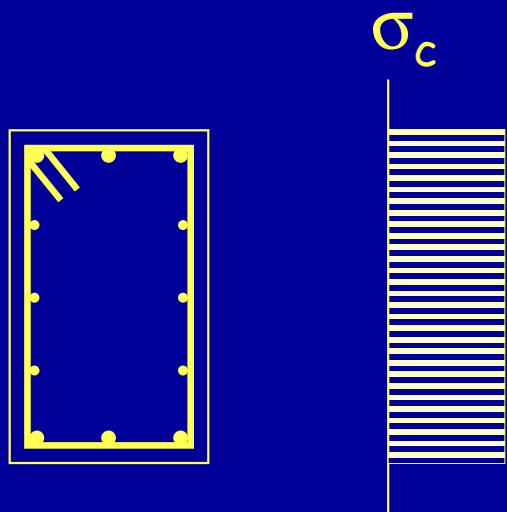
$$N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$$

8.8 374

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Progetto - tensioni ammissibili



La norma impone $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0.008$

$$n = 15$$

$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c (1 + n \rho)$$

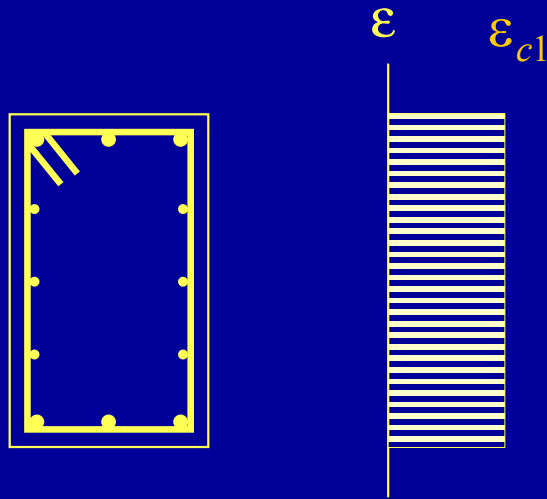
Si determina la sezione
di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$$

e poi l'armatura

$$A_s \geq 0.008 A_c$$

Progetto - stato limite ultimo



La norma impone che l'armatura porti almeno il 15% dello sforzo normale

$$N_{Rd} = \frac{0.85 N_{Sd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s \geq 0.15 N_{Sd}$$

Si determina la sezione di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

e l'armatura

$$A_s \geq \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}}$$

Progetto - confronto

Si ipotizza che N_{sd} (SLU) = 1.45 N (TA)

TA

$$A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c} = 1/6.66$$

$$A_s \geq 0.008 A_c = \frac{0.008 N}{0.784 \bar{\sigma}_c} = 1/833$$

La sezione è quasi invariata (7% in meno allo SLU)

$$\frac{1}{6.66} \cong \frac{1.45}{10.4}$$

$$\frac{1}{833} \cong 2 \times \frac{1.45}{2493}$$

L'armatura è molto diversa (circa la metà allo SLU)

SLU

$$A_c \geq \frac{0.85 N_{sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25} = 1/10.4$$

$$A_s \geq \frac{0.15 N_{sd}}{f_{yd}} = 1/2493$$

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

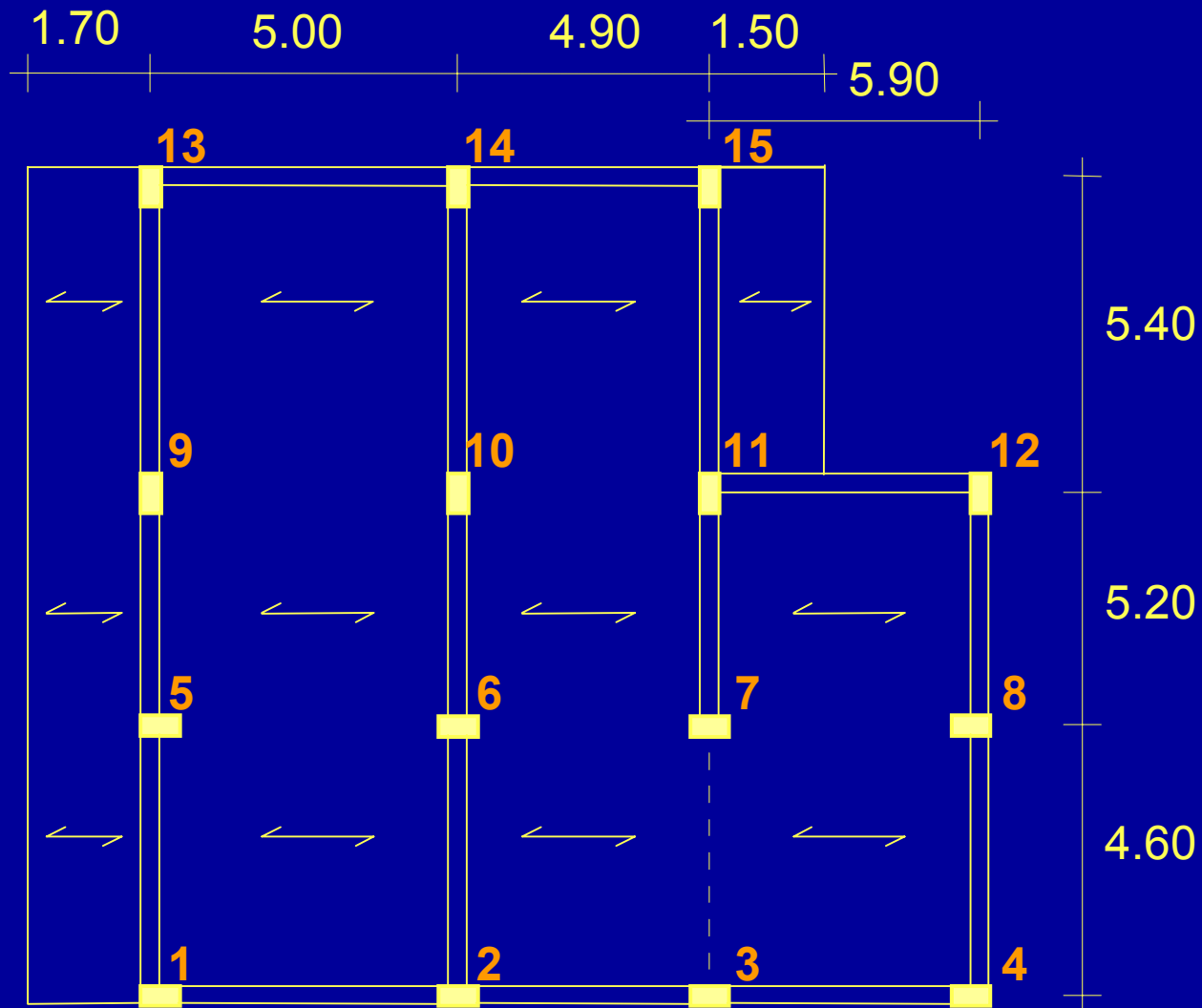
Acciaio Fe B 44 k

Progetto - commento

Operando allo stato limite ultimo è possibile ridurre l'armatura nelle sezioni soggette a solo sforzo normale o - in alternativa - è possibile ridurre la sezione lasciando invariata la percentuale di armatura

Questa affermazione non vale in zona sismica, perché le sezioni sono soggette anche a forte momento flettente e devono essere molto resistenti per garantire un comportamento duttile della struttura

Esempio - edificio a 6 impalcati



Materiali utilizzati

Calcestruzzo

$$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$E_c = 5700\sqrt{R_{ck}} = 28500 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 0.7 \times 0.27 \sqrt[3]{R_{ck}^2} = 1.62 \text{ MPa}$$

$$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ MPa}$$

Acciaio

Fe B 44 k

$$E_s = 206000 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{373.9}{206000} = 1.82 \times 10^{-3}$$

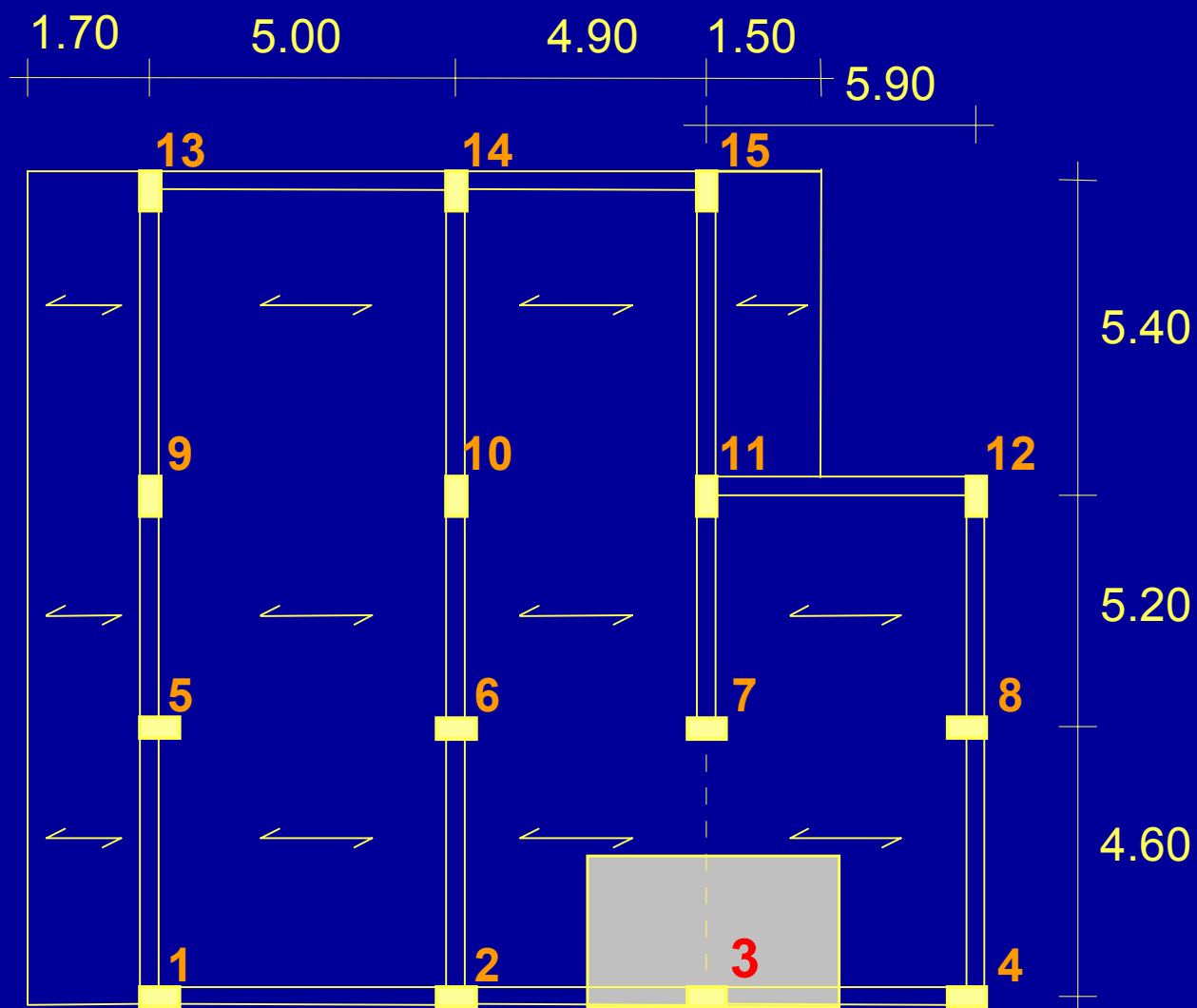
Carichi unitari

	per TA	per SLU
Solaio	$g_k = 5.3 \text{ kN/m}^2$ $q_k = 2.0 \text{ kN/m}^2$	$g_d = 1.4 \times 5.3 = 7.5 \text{ kN/m}^2$ $q_d = 1.5 \times 2.0 = 3.0 \text{ kN/m}^2$
Balconi	$g_k = 3.9 \text{ kN/m}^2$ $q_k = 4.0 \text{ kN/m}^2$	$g_d = 1.4 \times 3.9 = 5.5 \text{ kN/m}^2$ $q_d = 1.5 \times 4.0 = 6.0 \text{ kN/m}^2$
Tompagno	$g_k = 7.2 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 7.2 = 10.1 \text{ kN/m}$
Travi 30x60	$g_k = 3.7 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 3.7 = 5.2 \text{ kN/m}$
70x24	$g_k = 2.4 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 2.4 = 3.4 \text{ kN/m}$

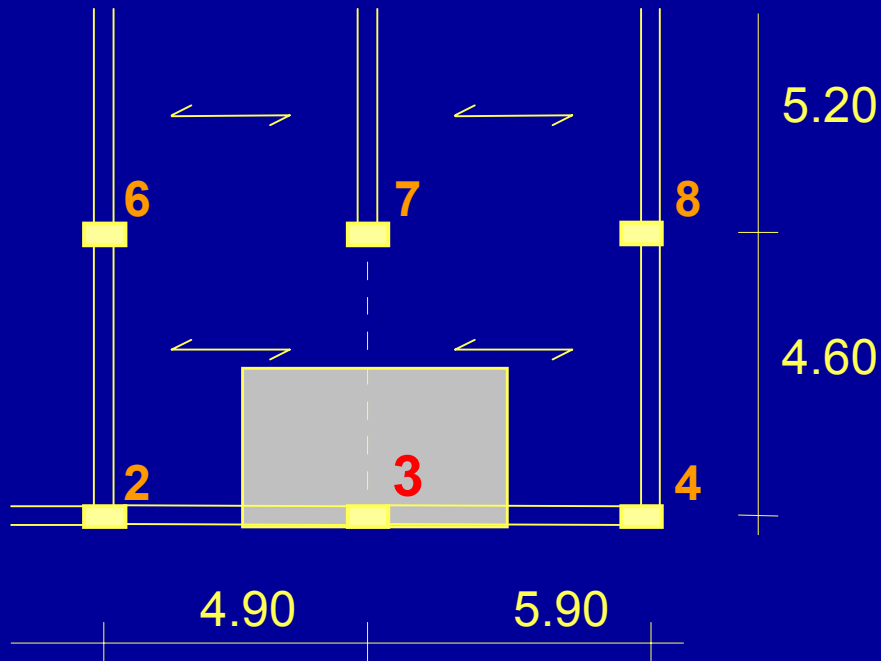
Riepilogo carichi (per pilastri)

	per TA	per SLU
Solaio ($g + 0.9 q$)	7.1 kN/m ²	10.2 kN/m ²
Balconi ($g + 0.9 q$)	7.5 kN/m ²	10.9 kN/m ²
Tompagno	7.2 kN/m	10.1 kN/m
Travi 30x60	3.7 kN/m	5.2 kN/m
70x24	2.4 kN/m	3.4 kN/m

Scarico al piano tipo pilastro 3



Scarico al piano tipo pilastro 3



7.1
per TA

carico

solai $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} \times \frac{4.60}{2} = 13.78 \text{ m}^2 \times 10.2 = 140.6 \text{ kN}$

tompagno $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m} \times 10.1 = 60.6 \text{ kN}$

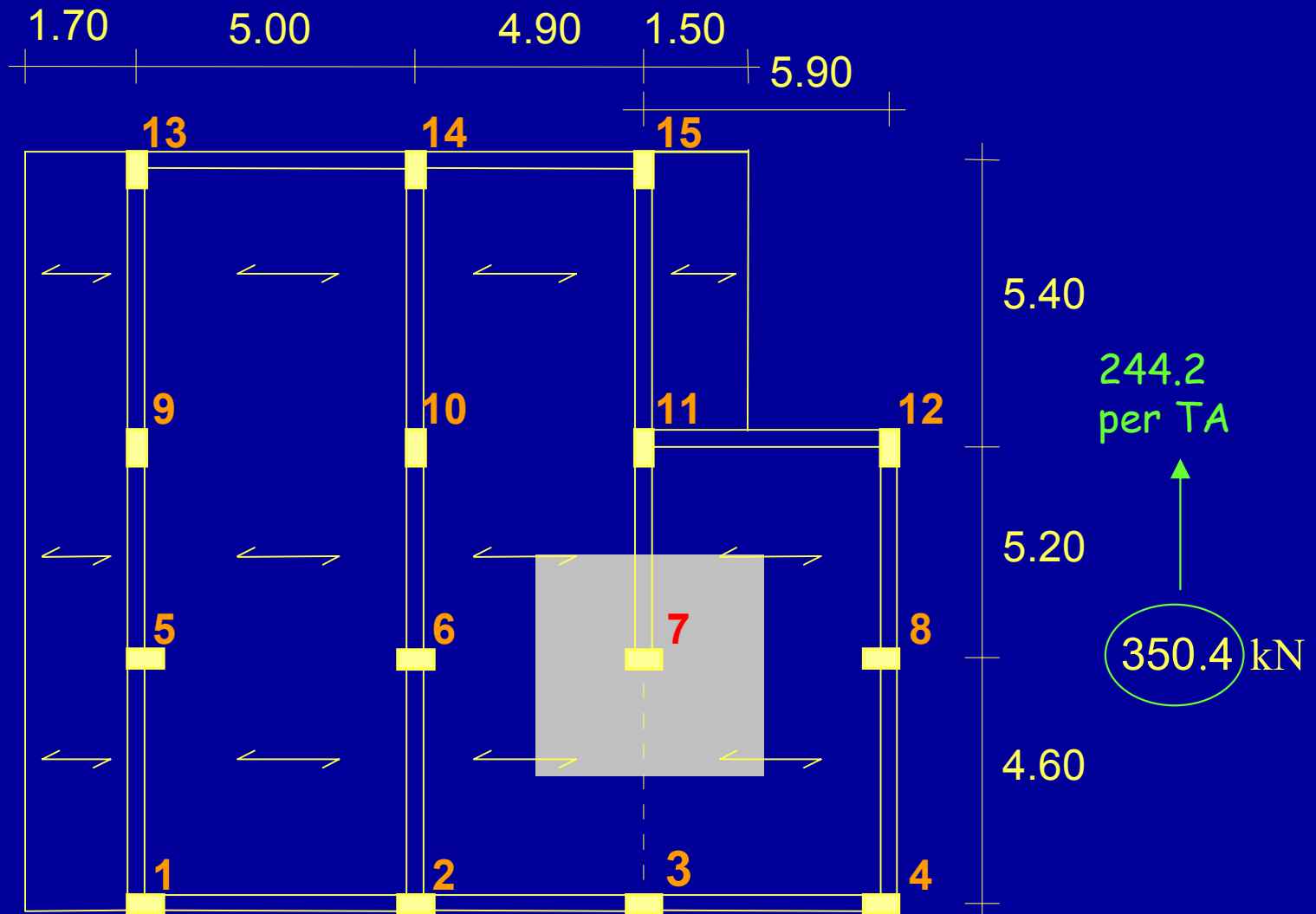
trave em. $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m} \times 5.2 = 31.2 \text{ kN}$

trave sp. $\frac{4.60}{2} = 2.3 \text{ m} \times 3.4 = 7.8 \text{ kN}$

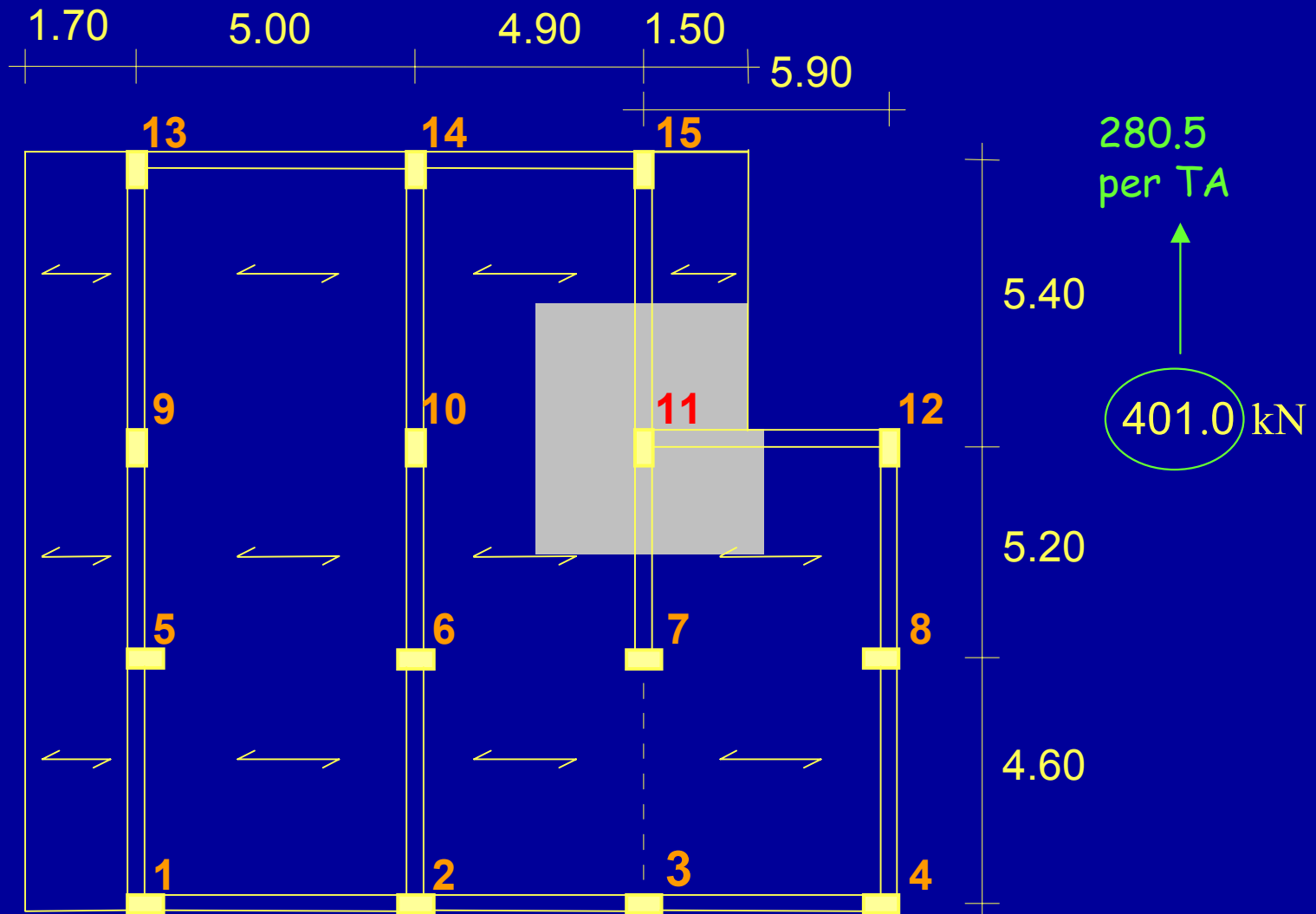
168.8
per TA

240.2 kN

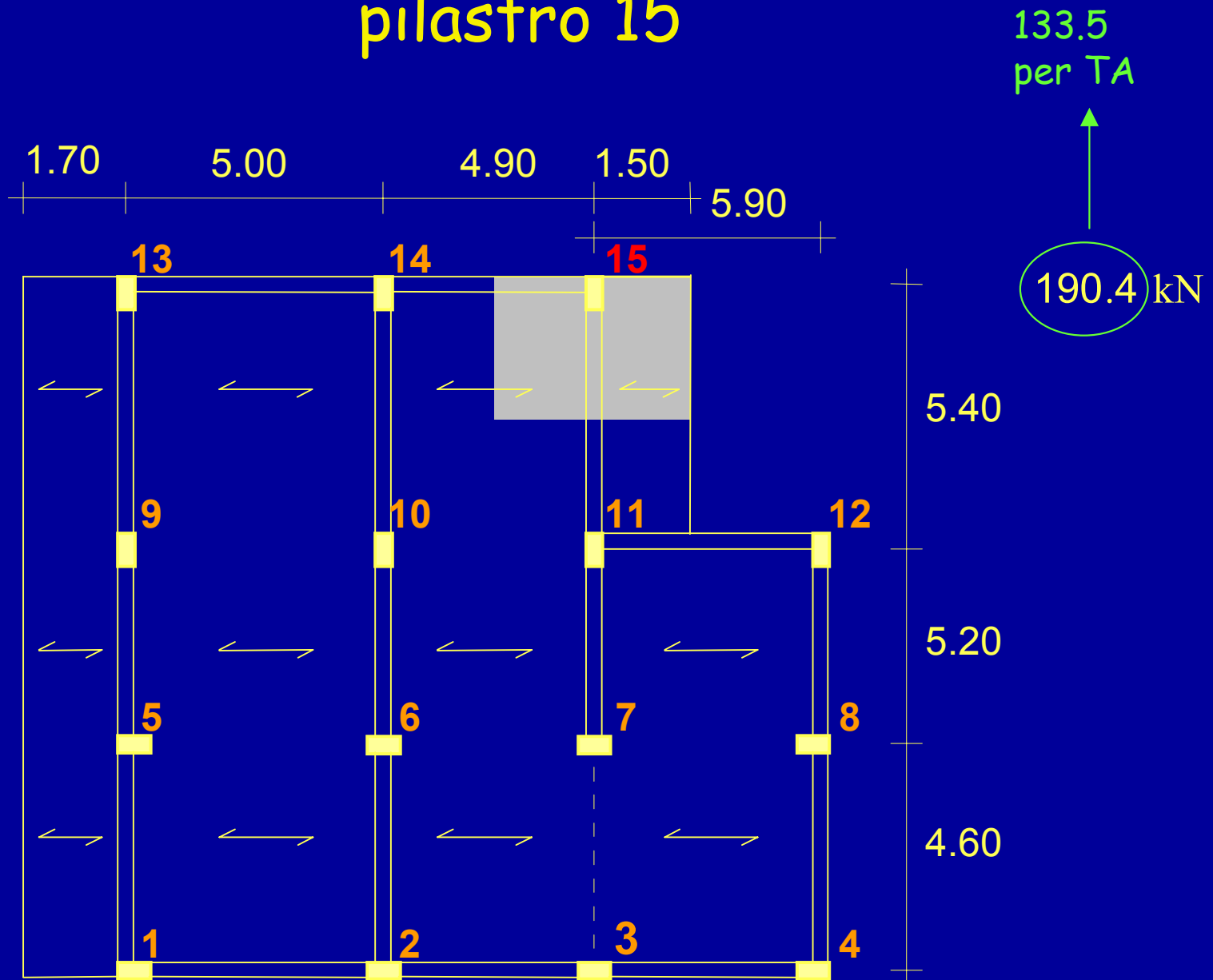
Scarico al piano tipo pilastro 7



Scarico al piano tipo pilastro 11



Scarico al piano tipo pilastro 15



Dimensionamento - pilastro 3

Scarico al piano	240.2 kN
Peso proprio medio	14.4 kN
	<hr/>
	254.6 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A_c (cm ²)	sezione
6	254.6	245	30×30
5	509.2	491	30×30
4	763.8	736	30×30
3	1018.4	982	40×30
2	1273.0	1227	50×30
1	1527.6	1473	50×30

Con TA, alla base

1073.4

1611

60×30

Dimensionamento - pilastro 7

Scarico al piano	350.4 kN
Peso proprio medio	21.0 kN
	<hr/>
	371.4 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A_c (cm ²)	sezione
6	371.4	358	30×30
5	742.8	716	30×30
4	1114.2	1074	40×30
3	1485.6	1432	50×30
2	1857.0	1790	60×30
1	2228.4	2149	60×40

Con TA, alla base

1553.4

2331

60×40

Dimensionamento - pilastro 11

Scarico al piano	401.0 kN
Peso proprio medio	24.1 kN
	<hr/>
	425.1 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A_c (cm ²)	sezione
6	425.1	410	30×30
5	850.2	820	30×30
4	1275.3	1230	30×50
3	1700.4	1639	30×60
2	2125.2	2049	30×70
1	2550.6	2459	40×70

Con TA, alla base

1783.8

2677

40×70

Dimensionamento - pilastro 15

Scarico al piano	190.4 kN
Peso proprio medio	11.4 kN
	<hr/>
	201.8 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A_c (cm ²)	sezione
6	201.8	195	30×30
5	403.6	389	30×30
4	605.4	584	30×30
3	807.2	778	30×30
2	1009.0	973	30×40
1	1210.8	1167	30×40

Con TA, alla base

849.0

1274

30×50

Armature longitudinali dei pilastri (EC2 punto 5.4.1.2.1)

- (1) Di regola le barre d'armatura devono avere diametro non minore di 12 mm.
- (2) La quantità minima di armatura longitudinale totale $A_{s,min}$ deve di regola essere determinata con la seguente equazione:

$$A_{s,min} = \frac{0,15 N_{Sd}}{f_{yd}} \geq \underline{0,003} A_c$$

dove:

f_{yd} è la tensione di snervamento di calcolo dell'armatura;

N_{Sd} è la forza di compressione assiale di calcolo;

A_c è l'area della sezione trasversale del calcestruzzo.

NOTA BENE: in zona sismica le armature sono maggiori (min 1%)

Armatatura minima nei pilastri (EC2 5.4.1.2.1)

$$A_{s,min} = \frac{0,15 N_{Sd}}{f_{yd}}$$

$$A_{c,nec} = \frac{0,85 N_{Sd}}{f_{cd}}$$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0,15 N_{Sd} / f_{yd}}{0,85 N_{Sd} / \alpha f_{cd}} = 0.176 \frac{\alpha f_{cd}}{f_{yd}}$$

Ad esempio

Acciaio FeB 44 K: $f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$

Calcestruzzo R_{ck} 25: $\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = 0.176 \frac{f_{yd}}{\alpha f_{cd}} = 0.176 \times \frac{373.9}{11.0} = 0.005 = 0.5\%$$

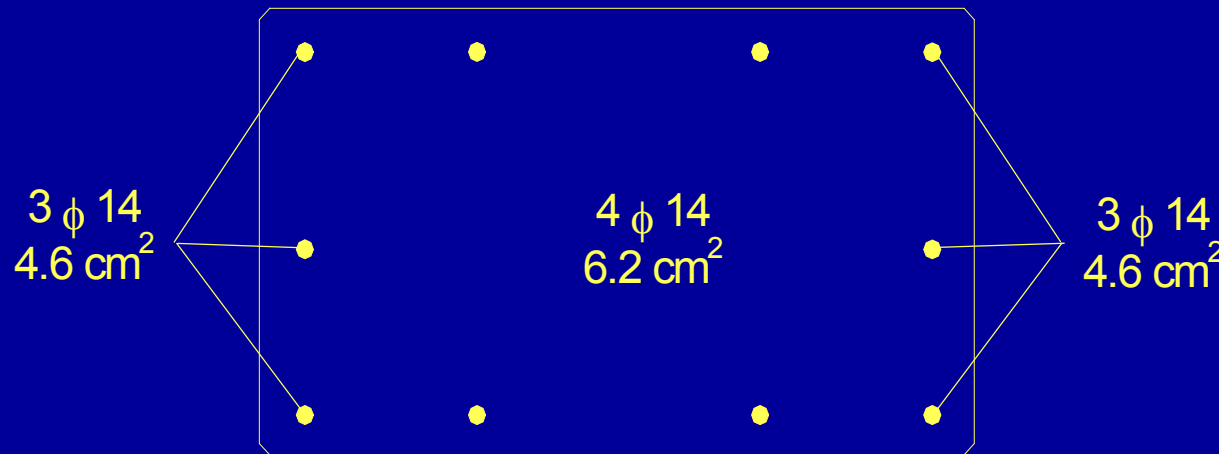
Armature del pilastro 11 al primo ordine

40x70



Armatura minima (su tutta la sezione):

$$A_{s,min} = 0.5\% A_c = 14.0 \text{ cm}^2$$



$$A_{s,tot} = 15.4 \text{ cm}^2 > A_{s,min}$$

Armature longitudinali dei pilastri (EC2 punto 5.4.1.2.1)

- (3) Di regola, anche nelle sovrapposizioni, l'area dell'armatura non deve essere maggiore di $|0,08A_c|$.
- (4) Le barre longitudinali devono, di regola, essere distribuite lungo il perimetro della sezione. Per pilastri aventi sezione trasversale poligonale, almeno una barra sarà disposta in ogni spigolo. Per pilastri di sezione circolare, il numero minimo di barre è $|6|$.

FINE

Esempio numerico tratto da:
A. Ghersi, L. Blandini
"Progetto di elementi strutturali
in cemento armato"

Per questa presentazione:

coordinamento

A. Ghersi

realizzazione

A. Ghersi

ultimo aggiornamento

11/03/2004