

# Sezioni in c. a. dalle tensioni ammissibili agli stati limite

## Sforzo normale

Catania, 11 marzo 2004

Marco Muratore

## Verifica allo S.L.U. di sezione rettangolare

Quando il legame tensioni-deformazioni non è lineare non è più possibile applicare le formule della Scienza delle costruzioni ma occorre rifarsi direttamente alle condizioni di equilibrio tra tensioni e deformazioni

$$N = \int \sigma \, dA$$

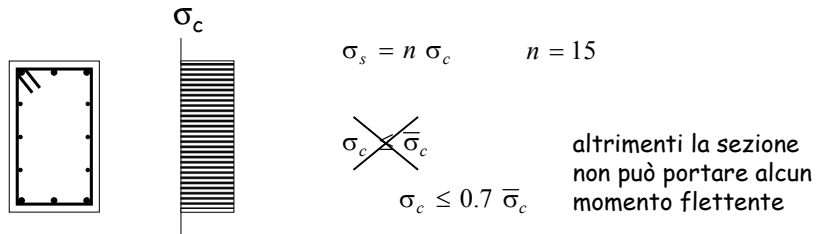
~~$$M_y = \int \sigma \, z \, dA$$~~

~~$$M_z = - \int \sigma \, y \, dA$$~~

Trazione

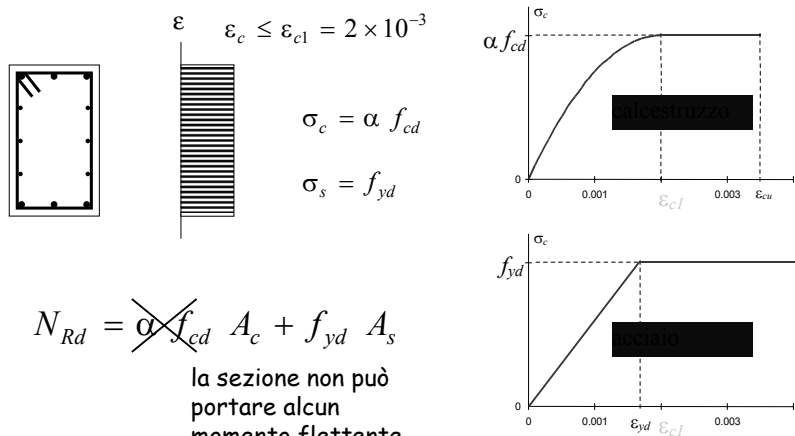
Compressione

## Verifica - tensioni ammissibili



$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c (A_c + n A_s)$$

## Verifica - stato limite ultimo



$$N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s \quad (\text{consigliata})$$

## Verifica - confronto

$$TA \quad N_{\max} = \frac{0.7 \bar{\sigma}_c}{5.9} A_c + \frac{n \cdot 0.7 \bar{\sigma}_c}{89} A_s$$

Stesso rapporto dei carichi  $\frac{8.8}{5.9} \cong 1.5$   $\frac{374}{89} \cong 4.2$  Rapporto molto maggiore

$$SLU \quad N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$$

Calcestruzzo di classe  $R_{ck} = 25$  MPa      Acciaio Fe B 44 k

## Verifica - confronto

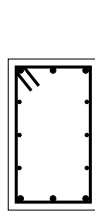
$$TA \quad N_{\max} = \frac{0.7 \bar{\sigma}_c}{5.9} A_c + \frac{n \cdot 0.7 \bar{\sigma}_c}{89} A_s$$

Allo stato limite ultimo,  
l'acciaio compresso conta molto di più

$$SLU \quad N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$$

Calcestruzzo di classe  $R_{ck} = 25$  MPa      Acciaio Fe B 44 k

## Progetto - tensioni ammissibili



La norma impone  $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0.008$

$$n = 15$$

$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c (1 + n \rho)$$

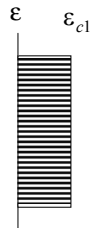
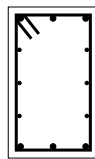
Si determina la sezione di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$$

e poi l'armatura

$$A_s \geq 0.008 A_c$$

## Progetto - stato limite ultimo



La norma impone che l'armatura porti almeno il 15% dello sforzo normale

$$N_{Rd} = \frac{0.85 N_{Sd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s \geq 0.15 N_{Sd}$$

Si determina la sezione di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

e l'armatura

$$A_s \geq \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}}$$

## Progetto - confronto

Si ipotizza che  $N_{Sd}(SLU) = 1.45 N(TA)$

$$\begin{array}{ll} \text{TA} & A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c} \qquad A_s \geq 0.008 A_c = \frac{0.008 N}{0.784 \bar{\sigma}_c} \\ & \qquad \qquad \qquad 1/6.66 \qquad \qquad \qquad 1/833 \end{array}$$

La sezione è quasi invariata (7% in meno allo SLU)

$$\frac{1}{6.66} \cong \frac{1.45}{10.4}$$

$$\frac{1}{833} \cong 2 \times \frac{1.45}{2493}$$

L'armatura è molto diversa (circa la metà allo SLU)

$$\begin{array}{ll} \text{SLU} & A_c \geq \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25} \qquad A_s \geq \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}} \\ & \qquad \qquad \qquad 1/10.4 \qquad \qquad \qquad 1/2493 \end{array}$$

Calcestruzzo di classe  $R_{ck} = 25$  MPa

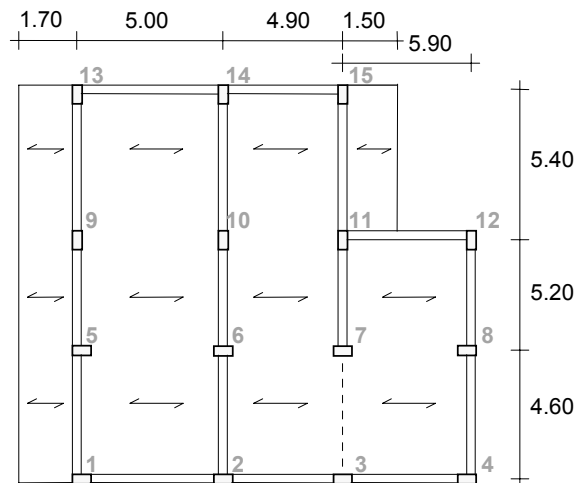
Acciaio Fe B 44 k

## Progetto - commento

Operando allo stato limite ultimo è possibile ridurre l'armatura nelle sezioni soggette a solo sforzo normale o - in alternativa - è possibile ridurre la sezione lasciando invariata la percentuale di armatura

Questa affermazione non vale in zona sismica, perché le sezioni sono soggette anche a forte momento flettente e devono essere molto resistenti per garantire un comportamento duttile della struttura

## Esempio - edificio a 6 impalcati



## Materiali utilizzati

**Calcestruzzo**

$$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$E_c = 5700\sqrt{R_{ck}} = 28500 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 0.7 \times 0.27 \sqrt[3]{R_{ck}^2} = 1.62 \text{ MPa}$$

$$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ MPa}$$

**Acciaio**

**Fe B 44 k**

$$E_s = 206000 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{yd} = \frac{373.9}{206000} = 1.82 \times 10^{-3}$$

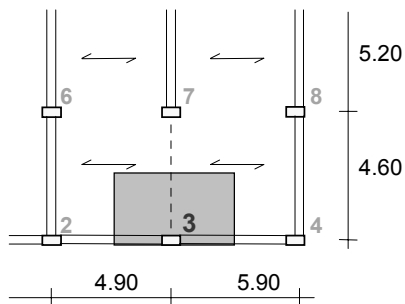
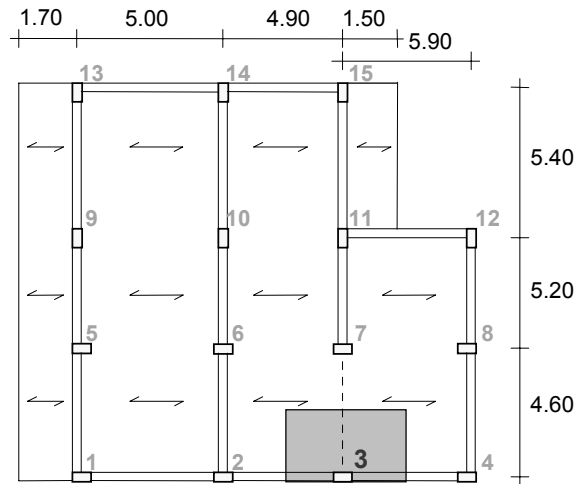
## Carichi unitari

	per TA	per SLU
Solaio	$g_k = 5.3 \text{ kN/m}^2$	$g_d = 1.4 \times 5.3 = 7.5 \text{ kN/m}^2$
	$q_k = 2.0 \text{ kN/m}^2$	$q_d = 1.5 \times 2.0 = 3.0 \text{ kN/m}^2$
Balconi	$g_k = 3.9 \text{ kN/m}^2$	$g_d = 1.4 \times 3.9 = 5.5 \text{ kN/m}^2$
	$q_k = 4.0 \text{ kN/m}^2$	$q_d = 1.5 \times 4.0 = 6.0 \text{ kN/m}^2$
Tompagno	$g_k = 7.2 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 7.2 = 10.1 \text{ kN/m}$
Travi 30x60	$g_k = 3.7 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 3.7 = 5.2 \text{ kN/m}$
	70x24 $g_k = 2.4 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.4 \times 2.4 = 3.4 \text{ kN/m}$

## Riepilogo carichi (per pilastri)

	per TA	per SLU
Solaio ( $g + 0.9 q$ )	$7.1 \text{ kN/m}^2$	$10.2 \text{ kN/m}^2$
Balconi ( $g + 0.9 q$ )	$7.5 \text{ kN/m}^2$	$10.9 \text{ kN/m}^2$
Tompagno	$7.2 \text{ kN/m}$	$10.1 \text{ kN/m}$
Travi 30x60	$3.7 \text{ kN/m}$	$5.2 \text{ kN/m}$
	70x24 $2.4 \text{ kN/m}$	$3.4 \text{ kN/m}$

## Scarico al piano tipo pilastro 3



## Scarico al piano tipo pilastro 3

**solaio**  $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} \times \frac{4.60}{2} = 13.78 \text{ m}^2 \times 10.2 = 140.6 \text{ kN}$

**tompagno**  $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m} \times 10.1 = 60.6 \text{ kN}$

**trave em.**  $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m} \times 5.2 = 31.2 \text{ kN}$

**trave sp.**  $\frac{4.60}{2} = 2.3 \text{ m} \times 3.4 = 7.8 \text{ kN}$

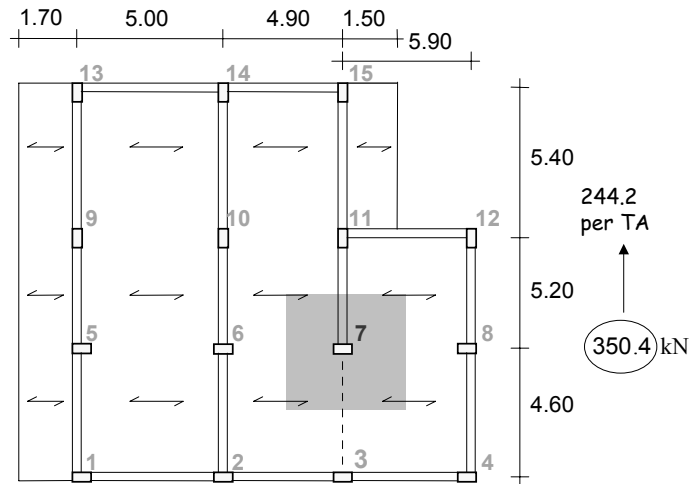
168.8 ← **240.2** kN  
per TA

7.1  
per TA

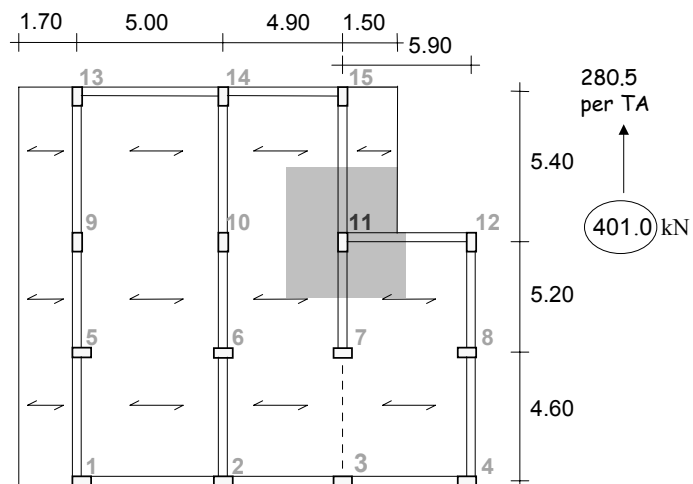
carico



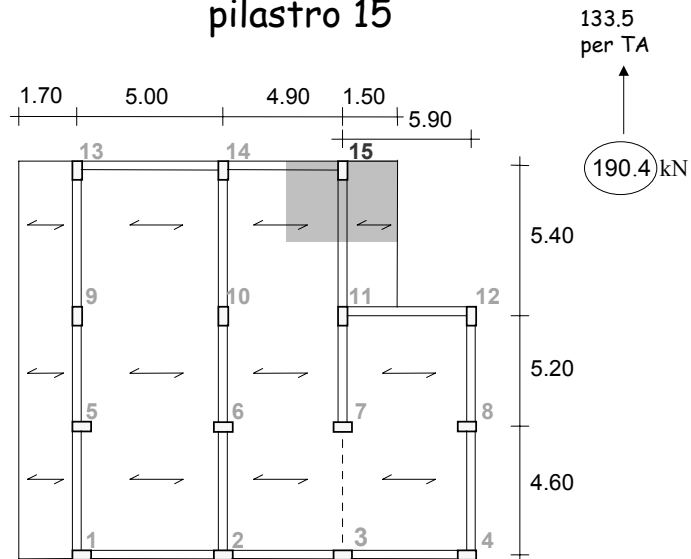
### Scarico al piano tipo pilastro 7



### Scarico al piano tipo pilastro 11



## Scarico al piano tipo pilastro 15



## Dimensionamento - pilastro 3

Scarico  
al piano 240.2 kN

Peso proprio  
medio 14.4 kN

---

254.6 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	sezione
6	254.6	245	30×30
5	509.2	491	30×30
4	763.8	736	30×30
3	1018.4	982	40×30
2	1273.0	1227	50×30
1	1527.6	1473	50×30

Con TA, alla base

1073.4

1611

60×30

## Dimensionamento - pilastro 7

Scarico  
al piano      350.4 kN

Peso proprio  
medio          21.0 kN

---

371.4 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A <sub>c</sub> (cm <sup>2</sup> )	sezione
6	371.4	358	30×30
5	742.8	716	30×30
4	1114.2	1074	40×30
3	1485.6	1432	50×30
2	1857.0	1790	60×30
1	2228.4	2149	60×40

Con TA, alla base                      1553.4      2331      60×40

## Dimensionamento - pilastro 11

Scarico  
al piano      401.0 kN

Peso proprio  
medio          24.1 kN

---

425.1 kN

$$A_c = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

piano	N (kN)	A <sub>c</sub> (cm <sup>2</sup> )	sezione
6	425.1	410	30×30
5	850.2	820	30×30
4	1275.3	1230	30×50
3	1700.4	1639	30×60
2	2125.2	2049	30×70
1	2550.6	2459	40×70

Con TA, alla base                      1783.8      2677      40×70



## Armatura minima nei pilastri (EC2 5.4.1.2.1)

$$A_{s,min} = \frac{0,15 N_{Sd}}{f_{yd}} \qquad \frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0,15 N_{Sd} / f_{yd}}{0,85 N_{Sd} / \alpha f_{cd}} = 0.176 \frac{\alpha f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{c,nec} = \frac{0,85 N_{Sd}}{f_{cd}}$$

Ad esempio

Acciaio FeB 44 K:  $f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$

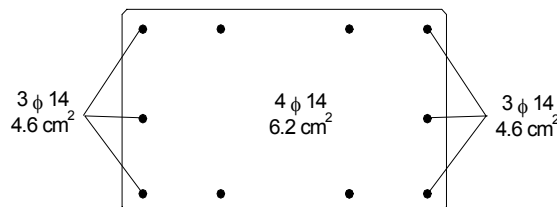
Calcestruzzo  $R_{ck}$  25:  $\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = 0.176 \frac{f_{yd}}{\alpha f_{cd}} = 0.176 \times \frac{373.9}{11.0} = 0.005 = 0.5\%$$

## Armature del pilastro 11 al primo ordine

**40x70** → **Armatura minima (su tutta la sezione):**

$$A_{s,min} = 0.5\% A_c = 14.0 \text{ cm}^2$$



$$A_{s,tot} = 15.4 \text{ cm}^2 > A_{s,min}$$

## Armature longitudinali dei pilastri (EC2 punto 5.4.1.2.1)

- (3) Di regola, anche nelle sovrapposizioni, l'area dell'armatura non deve essere maggiore di  $|0,08A_c|$ .
- (4) Le barre longitudinali devono, di regola, essere distribuite lungo il perimetro della sezione. Per pilastri aventi sezione trasversale poligonale, almeno una barra sarà disposta in ogni spigolo. Per pilastri di sezione circolare, il numero minimo di barre è  $|6|$ .

FINE

Esempio numerico tratto da:  
A. Ghersi, L. Blandini  
"Progetto di elementi strutturali  
in cemento armato"

Per questa presentazione:

coordinamento	A. Ghersi
realizzazione	A. Ghersi
ultimo aggiornamento	11/03/2004