

Sezioni in c.a.  
La flessione semplice

Catania, 11 marzo 2004

Marco Muratore

Sezioni in c.a.  
La flessione semplice

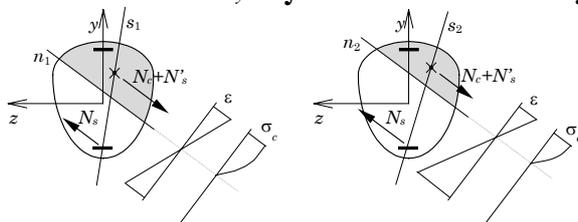
**ARGOMENTI**

1. Verifica di sezioni inflesse
2. Progetto di sezioni inflesse
3. Considerazioni sulla duttilità
4. Differenze tra T.A. e S.L.U.
5. Applicazione

## Verifica allo S.L.U. di sezione rettangolare

Quando il legame tensioni-deformazioni non è lineare non è più possibile applicare le formule della Scienza delle costruzioni ma occorre rifarsi direttamente alle condizioni di equilibrio tra tensioni e deformazioni

$$N = \int \sigma \, dA \quad M_y = \int \sigma \, z \, dA \quad M_z = -\int \sigma \, y \, dA$$



## Verifica allo S.L.U. di sezione rettangolare

Quando il legame tensioni-deformazioni non è lineare non è più possibile applicare le formule della Scienza delle costruzioni ma occorre rifarsi direttamente alle condizioni di equilibrio tra tensioni e deformazioni

~~$$N = \int \sigma \, dA \quad + \quad M_y = \int \sigma \, z \, dA \quad M_z = -\int \sigma \, y \, dA$$~~

Flessione  
semplice retta

## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Equilibrio

### Dati noti:

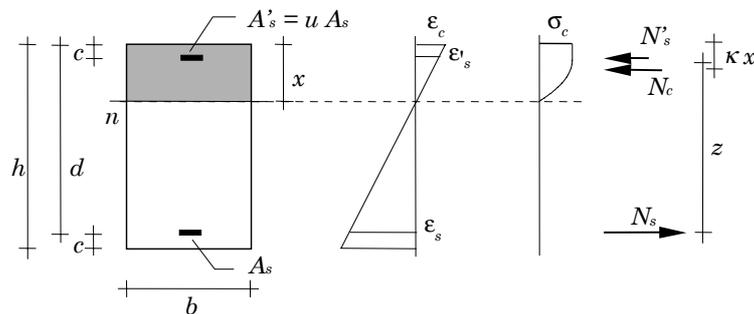
- Geometria della sezione
- Armature

### Incognite

- Diagramma di deformazione
- Momento resistente

### Equilibrio alla traslazione

$$N_c + N_s + N'_s = 0$$



## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Equilibrio

Alle Tensioni Ammissibili?

## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Equilibrio

### Dati

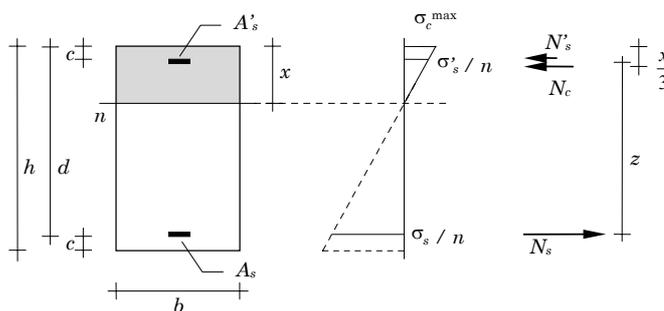
- Geometria della sezione
- Armature

### Incognite

- Diagramma di tensione
- Controllo tensioni o  $M_{max}$

### Equilibrio alla traslazione

$$N_c + N_s + N'_s = 0$$

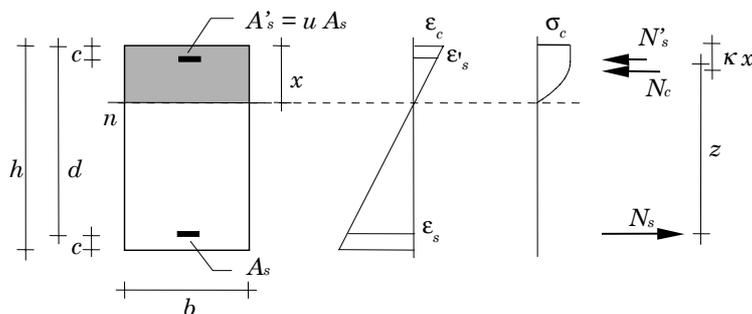


## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Contributo CIs

### 1) Contributo del calcestruzzo compresso

la parte compressa ha un'area  $b x$  e la risultante delle tensioni di compressione vale

$$N_c = -\alpha f_{cd} b x \beta$$



## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Contributo Cls

### 1) Contributo del calcestruzzo compresso

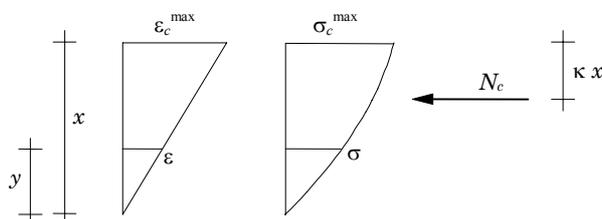
Il coefficiente di riempimento  $\beta$  dipende dal diagramma di deformazione.

Se la deformazione massima nel cls è inferiore a  $\varepsilon_{c1}$

In particolare per  $\varepsilon_c^{\max} = \varepsilon_{c1}$

$$\beta = \eta_{\max} \left( 1 - \frac{1}{3} \eta_{\max} \right) \quad \eta_{\max} = \frac{\varepsilon_c^{\max}}{\varepsilon_{c1}}$$

$\eta_{\max} = 1.00$   
 $\beta = 0.666$



## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Contributo Cls

### 1) Contributo del calcestruzzo compresso

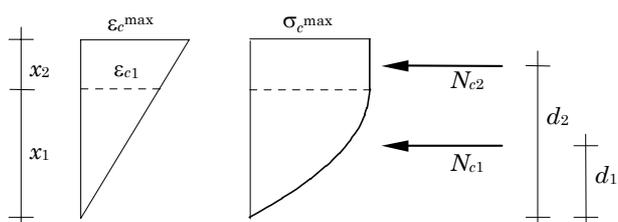
Il coefficiente di riempimento  $\beta$  dipende dal diagramma di deformazione.

Se la deformazione massima nel cls è superiore a  $\varepsilon_{c1}$

In particolare per  $\varepsilon_c^{\max} = \varepsilon_{cu}$

$$\beta = 1 - \frac{1}{3 \eta_{\max}} \quad \eta_{\max} = \frac{\varepsilon_c^{\max}}{\varepsilon_{c1}}$$

$\eta_{\max} = 1.75$   
 $\beta = 0.810$

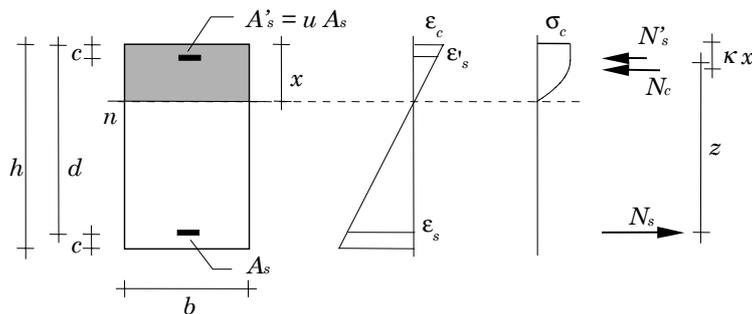


## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Contributo $A_s$

### 2) Contributo dell'armatura tesa

In caso di flessione l'armatura tesa è generalmente snervata ( $s=1$ )

$$N_s = \sigma_s A_s = s A_s f_{yd} \quad s = \frac{\sigma_s}{f_{yd}}$$

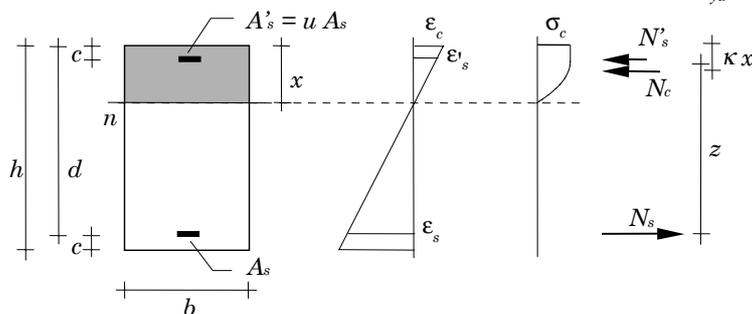


## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Contributo $A'_s$

### 3) Contributo dell'armatura compressa

In caso di flessione l'armatura compressa è spesso snervata ( $s'=1$ ); dipende soprattutto da  $c/d$

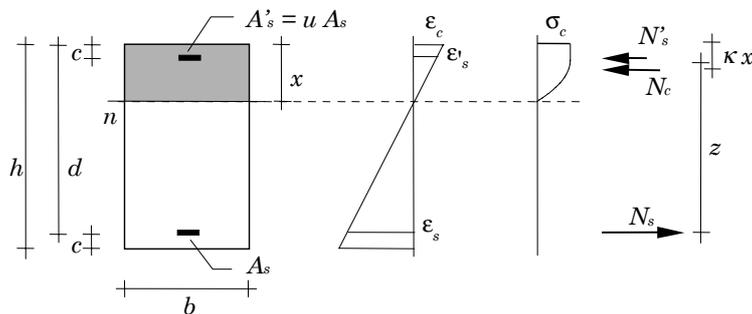
$$N'_s = \sigma'_s A'_s = -s' u A_s f_{yd} \quad s' = \frac{-\sigma'_s}{f_{yd}}$$



## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Deformazioni

Le tensioni  $\sigma_s$  e  $\sigma'_s$  devono essere ricavate dalle deformazioni  $\varepsilon_s$  ed  $\varepsilon'_s$  tenendo conto della legge costitutiva elastica-perfettamente plastica dell'acciaio.

$$\varepsilon_c = \chi x \quad \varepsilon'_s = \chi (x - c) \quad \varepsilon_s = \chi (x - d)$$



## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Deformazioni

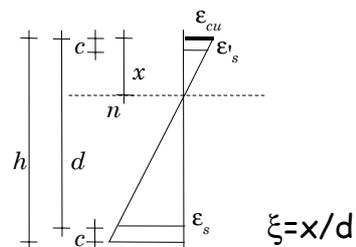
Per un'assegnata posizione dell'asse neutro, il diagramma limite comporterà il raggiungimento della deformazione  $\varepsilon_{cu}$  al bordo compresso oppure di  $\varepsilon_{su}$  in corrispondenza dell'armatura tesa.

Nel primo caso si ha:

$$\chi = \frac{\varepsilon_{cu}}{x}$$

$$\varepsilon_s = \frac{x-d}{x} \varepsilon_{cu} = -\frac{1-\xi}{\xi} \varepsilon_{cu}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{x-c}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{\xi-\gamma}{\xi} \varepsilon_{cu}$$



## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Deformazioni

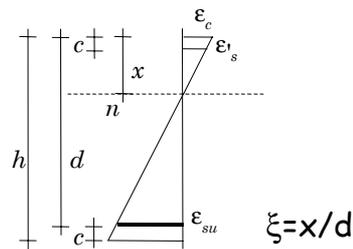
Per un'assegnata posizione dell'asse neutro, il diagramma limite comporterà il raggiungimento della deformazione  $\varepsilon_{cu}$  al bordo compresso oppure di  $\varepsilon_{su}$  in corrispondenza dell'armatura tesa.

Nel secondo caso si ha:

$$\chi = \frac{\varepsilon_{su}}{x-d}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{x-c}{x-d} \varepsilon_{su} = -\frac{\xi-\gamma}{1-\xi} \varepsilon_{su}$$

$$\varepsilon_c = \frac{x}{x-d} \varepsilon_{su} = -\frac{\xi}{1-\xi} \varepsilon_{su}$$



In entrambi i casi le deformazioni  $\varepsilon_c, \varepsilon_s, \varepsilon'_s$  sono funzioni di  $x$

## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Procedura

In generale, quindi, si potrebbe procedere per tentativi:

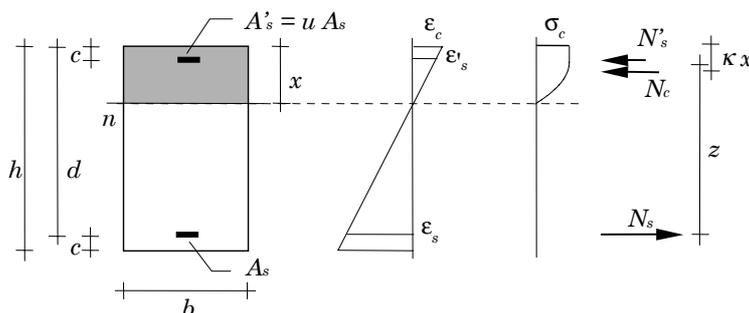
- assegnando una posizione  $x$  per l'asse neutro,
- individuando il corrispondente diagramma limite
- individuando il relativo stato tensionale
- calcolando le tre forze  $N_c, N_s, N'_s$ .

Se la somma algebrica di queste è nulla la posizione dell'asse neutro è esatta → Equilibrio alla traslazione

## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Momento resistente

Determinata la posizione dell'asse neutro si può calcolare il momento resistente:

$$M_{Rd} = N_s z$$



## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Momento resistente

Il valore del coefficiente  $k$  dipende dal diagramma limite di deformazione.

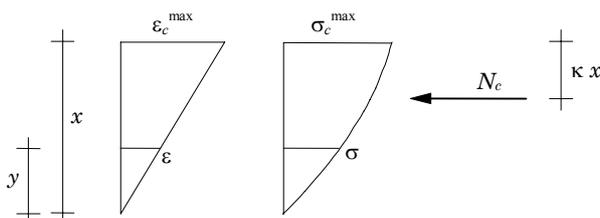
Se la deformazione massima nel cls è inferiore a  $\epsilon_{c1}$

$$\kappa = \frac{1}{3} \frac{1 - \eta_{\max} / 4}{1 - \eta_{\max} / 3} \quad \eta_{\max} = \frac{\epsilon_c^{\max}}{\epsilon_{c1}}$$

In particolare per  $\epsilon_c^{\max} = \epsilon_{c1}$

$$\eta_{\max} = 1.00$$

$$\kappa = 0.375$$



## Verifica a flessione di sezione rettangolare - Momento resistente

Il valore del coefficiente  $k$  dipende dal diagramma limite di deformazione.

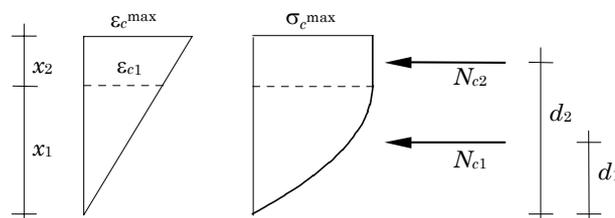
Se la deformazione massima nel cls è superiore a  $\varepsilon_{c1}$

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{2}{3 \eta_{\max}} + \frac{1}{6 \eta_{\max}^2}}{1 - \frac{1}{3 \eta_{\max}}} \quad \eta_{\max} = \frac{\varepsilon_c^{\max}}{\varepsilon_{c1}}$$

In particolare per  $\varepsilon_c^{\max} = \varepsilon_{cu}$

$$\eta_{\max} = 1.75$$

$$\kappa = 0.416$$



## ESEMPIO N°1 Verifica a flessione semplice di una sezione rettangolare

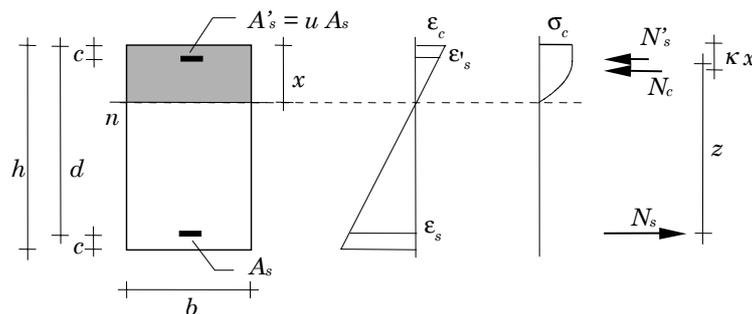
## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Dati noti:

- Geometria: 30x50
- Armature:  $A_s = 4\phi 20$   $A'_s = 4\phi 14$   
(FeB44k)

### Incognite

- $x = ?$
- $M_{rd} = ?$



## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione dell'asse neutro: 1° tentativo

Anziché proceder a caso, è utile individuare una prima posizione di tentativo dell'asse neutro con qualche ragionamento.

Una sezione correttamente progettata per la flessione avrà un diagramma limite quasi sicuramente ricadente nei campi 2 o 3, per i quali l'armatura tesa è snervata

$$N_s = f_{yd} A_s = 373.9 \times 12.56 \times 10^{-1} = 469.6 \text{ kN}$$

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione dell'asse neutro: 1° tentativo

Per quanto riguarda l'armatura compressa, non si può dire con altrettanta sicurezza che anch'essa sia snervata. Se fosse così, si avrebbe

$$N'_s = -f_{yd} A'_s = -373.9 \times 6.16 \times 10^{-1} = -230.3 \text{ kN}$$

Infine, se la deformazione del calcestruzzo raggiungesse il valore limite  $\varepsilon_{cu}$  il coefficiente di riempimento  $\beta$  varrebbe 0.810 e la forza  $N_c$  sarebbe proporzionale ad  $x$

$$N_c / x = -\alpha f_{cd} b \beta = -11.02 \times 30 \times 0.810 \times 10^{-1} = -26.78 \text{ kN/cm}$$

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione dell'asse neutro: 1° tentativo

In questo caso si potrebbe ricavare immediatamente la posizione dell'asse neutro che garantisce l'equilibrio alla traslazione

$$N_c + N_s + N'_s = 0$$

$$-x \frac{N_c}{x} = N_s + N'_s$$

$$x = \frac{N'_s + N_s}{-N_c / x} = \frac{-230.3 + 469.6}{26.78} = 8.94 \text{ cm}$$

Si assegna come primo tentativo  $x=8.94$  cm.

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione dell'asse neutro: 1° tentativo

Il corrispondente diagramma limite di deformazioni deve annullarsi in corrispondenza dell'asse neutro e raggiungere il valore limite:

- al bordo superiore ( $\varepsilon = \varepsilon_{cu} = - 0.0035$ )
- o nell'armatura inferiore ( $\varepsilon = \varepsilon_{su} = 0.010$ ).

Nel primo caso si avrebbe:

$$\chi = \varepsilon_{cu} / x = -0.0035 / 0.0894 = -0.0392 \text{ m}^{-1}$$

$$\varepsilon_s = -0.0392 \times (0.0894 - 0.46) = 0.0145 \text{ (valore non accettabile)}$$

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione dell'asse neutro: 1° tentativo

La risultante delle tensioni di compressione vale

$$N_c = -11.02 \times 30 \times 8.94 \times 0.723 \times 10^{-1} = -213.7 \text{ kN}$$

Inoltre l'armatura compressa non è snervata e si ha

$$\sigma'_s = \varepsilon'_s E_s = -0.001333 \times 206000 = -274.6 \text{ MPa}$$

$$N'_s = -274.6 \times 6.16 \times 10^{-1} = -169.1 \text{ kN}$$

La condizione di equilibrio alla traslazione non è rispettata

$$N_c + N'_s + N_s = -213.7 - 169.1 + 469.6 = 86.8 \text{ kN}$$

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione dell'asse neutro: 2° tentativo

La risultante delle tensioni normali è positiva, cioè di trazione. Occorre quindi aumentare il valore di  $x$  in modo da aumentare il contributo delle tensioni di compressione.

Supponendo che non varino né  $N'_s$  né  $\beta$ , si potrebbe assumere come nuovo valore di  $x$

$$x = \frac{N'_s + N_s}{-N_c / x_{prec}} = \frac{-169.1 + 469.6}{213.7 / 8.94} = 12.57 \text{ cm}$$

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione dell'asse neutro: 2° tentativo

Con questa posizione dell'asse neutro il diagramma limite di deformazione non può corrispondere al raggiungimento della deformazione limite in corrispondenza dell'armatura inferiore, perché si avrebbe

$$\chi = \varepsilon_{su} / (x-d) = -0.0299 \text{ m}^{-1}$$

$$\varepsilon_c = -0.0299 \times 0.1257 = -0.00376 \quad (\text{valore non accettabile})$$

Il diagramma limite è caratterizzato da  $\varepsilon = \varepsilon_{cu}$  ( $\beta=0.810$ ) ed entrambe le armature (tesa e compressa) sono snervate:

$$N_c = -336.6 \text{ kN}$$

$$N'_s = -230.3 \text{ kN}$$

$$N_s = 469.6 \text{ kN}$$

$$N_c + N'_s + N_s = -336.6 - 230.3 + 469.6 = -97.3 \text{ kN}$$

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione dell'asse neutro: soluzione

In questo caso la risultante delle tensioni normali è negativa, cioè di compressione, ed occorre ridurre il valore di  $x$ . Procedendo con ulteriori tentativi si trova:

$$\begin{array}{lll} x = 10.09 \text{ cm} & \chi = -0.0278 \text{ m}^{-1} & \\ \varepsilon_c = -0.00281 & \beta = 0.763 & N_c = -254.5 \text{ kN} \\ \varepsilon'_s = -0.00170 & \sigma'_s = -349.4 \text{ MPa} & N'_s = -215.2 \text{ kN} \\ \varepsilon_s = 0.010 & \sigma_s = 373.9 \text{ MPa} & N_s = 469.6 \text{ kN} \\ N_c + N'_s + N_s = -254.5 - 215.2 + 469.6 = -0.1 \text{ kN} \cong 0 \end{array}$$

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione del momento resistente

La posizione della risultante delle tensioni di compressione nel calcestruzzo si trova ad una distanza  $kx$  dal bordo superiore:

$$\eta_{\max} = \frac{\varepsilon_c^{\max}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{-0.00281}{-0.002} = 1.405 > 1$$

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{2}{3\eta_{\max}} + \frac{1}{6\eta_{\max}^2}}{1 - \frac{1}{3\eta_{\max}}} = 0.400$$

Si trova  $k=0.400$ , cioè  $kx = 4.04 \text{ cm}$  (dal bordo compresso).

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare

### Determinazione del momento resistente

La risultante delle tensioni di compressione di trova:

$$\frac{N_c \cdot k x + N'_s c}{N_c + N'_s}$$

cioè a 4.02 cm (dal bordo compresso)

Il braccio della coppia interna è  $z = d - 4.02 = 41.98$  cm ed il momento limite della sezione è

$$M_{Rd} = N_s z = 469.6 \times 0.4198 = 197.1 \text{ kNm}$$

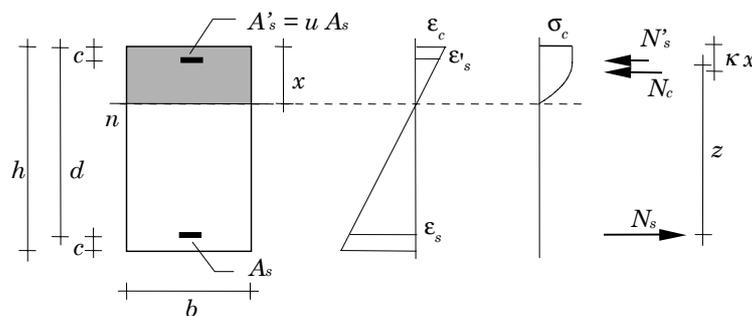
## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare in assenza di $\epsilon_{su}$

### Dati noti:

- Geometria: 30x50
- Armature:  $A_s = 4\phi 20$   $A'_s = 4\phi 14$   
(FeB44k)

### Incognite

- $x = ?$
- $M_{rd} = ?$



## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare in assenza di $\varepsilon_{su}$

### Determinazione dell'asse neutro: 1° tentativo

Si procede come nel precedente esempio

$$N_s = f_{yd} A_s = 373.9 \times 12.56 \times 10^{-1} = 469.6 \text{ kN}$$

$$N'_s = -f_{yd} A'_s = -373.9 \times 6.16 \times 10^{-1} = -230.3 \text{ kN}$$

$$N_c / x = -\alpha f_{cd} b \beta = -11.02 \times 30 \times 0.810 \times 10^{-1} = -26.78 \text{ kN/cm}$$

$$x = \frac{N'_s + N_s}{-N_c / x} = \frac{-230.3 + 469.6}{26.78} = 8.94 \text{ cm}$$

## Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare in assenza di $\varepsilon_{su}$

Per le ipotesi fatte il diagramma limite di deformazioni deve raggiungere il valore limite al bordo superiore:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = -0.0035,$$

$$\chi = \varepsilon_{cu} / x = -0.0392 \text{ m}^{-1}$$

Le conseguenti deformazioni nelle armature sono

$$\varepsilon_s = -0.0392 \times (0.0894 - 0.46) = 0.01451$$

$$\varepsilon'_s = -0.0392 \times (0.0894 - 0.04) = -0.00193$$

### Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare in assenza di $\varepsilon_{su}$

Entrambe le armature (tesa e compressa) sono quindi snervate

$$N_s = 496.6 \text{ kN}$$

$$N'_s = -230.3 \text{ kN}$$

La risultante delle tensioni sul calcestruzzo è

$$N_c = -239.4 \text{ kN}$$

$$N_c + N'_s + N_s = -0.1 \text{ kN} \cong 0$$

### Esempio -Verifica a flessione di sezione rettangolare in assenza di $\varepsilon_{su}$

La posizione dell'asse neutro ipotizzata è quella effettivamente necessaria per l'equilibrio.

$$\eta_{\max} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cl}} = 1.75 > 1 \quad \kappa = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{2}{3\eta_{\max}} + \frac{1}{6\eta_{\max}^2}}{1 - \frac{1}{3\eta_{\max}}} = 0.388$$

Il braccio della coppia interna è:

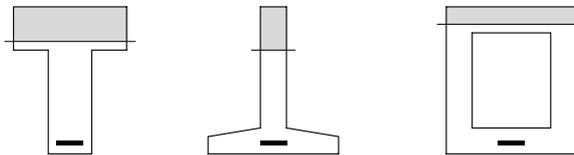
$$z = 42.04 \text{ cm}$$

Il momento limite della sezione è

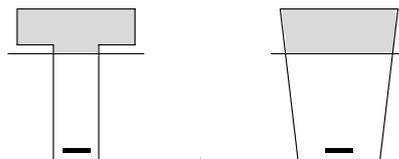
$$M_{Rd} = N_s z = 469.6 \times 0.4204 = 197.4 \text{ kNm}$$

## Verifica a flessione di sezioni generiche

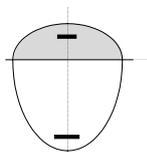
Sezioni  
"rettangolari"



Sezioni quasi  
"rettangolari"



Sezioni non  
rettangolari



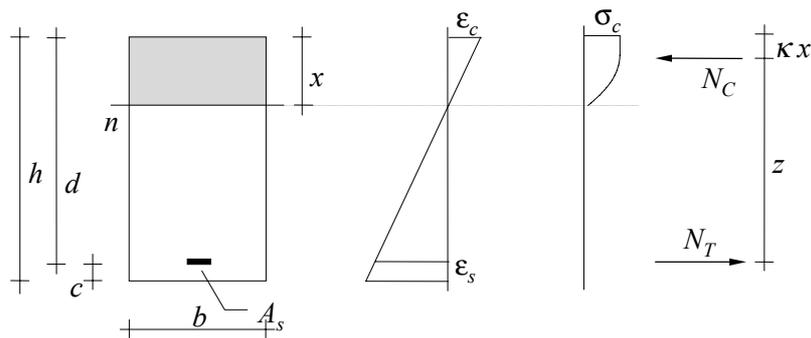
Equilibrio alla traslazione

$$N_c + N_s + N'_s = 0$$

Progetto di sezione rettangolare allo  
S.L.U. per flessione semplice

## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

Si assegni un qualsiasi diagramma limite di deformazioni, individuato dalla distanza  $x$  dell'asse neutro dal bordo superiore.

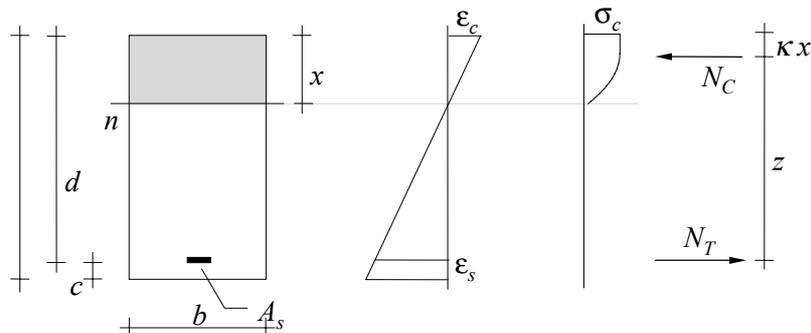


## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

La forza di compressione vale

$$N_C = -\alpha f_{cd} b x \beta$$

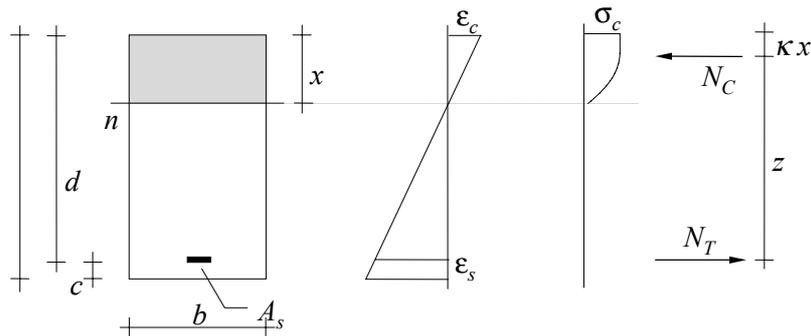
ed è applicata ad una distanza  $\kappa x$  dal bordo compresso



## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

La condizione di equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura tesa si scrive

$$M = -N_c(d - \kappa x) = bd^2\beta\xi(1 - \kappa\xi)\alpha f_{cd} \quad \xi = \frac{x}{d}$$

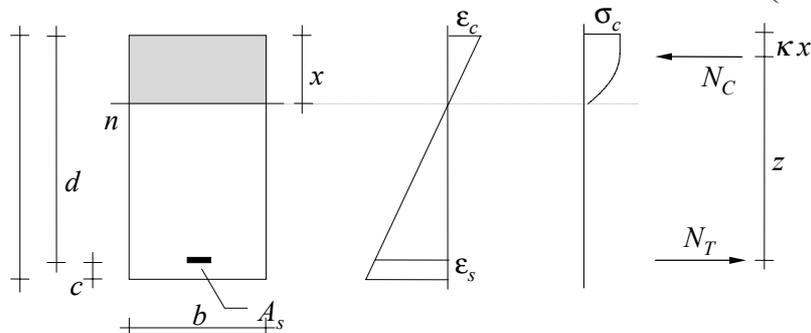


## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

Ponendo:  $r = \frac{1}{\sqrt{\beta\xi(1 - \kappa\xi)\alpha f_{cd}}}$  si ha:  $M = \frac{bd^2}{r^2}$

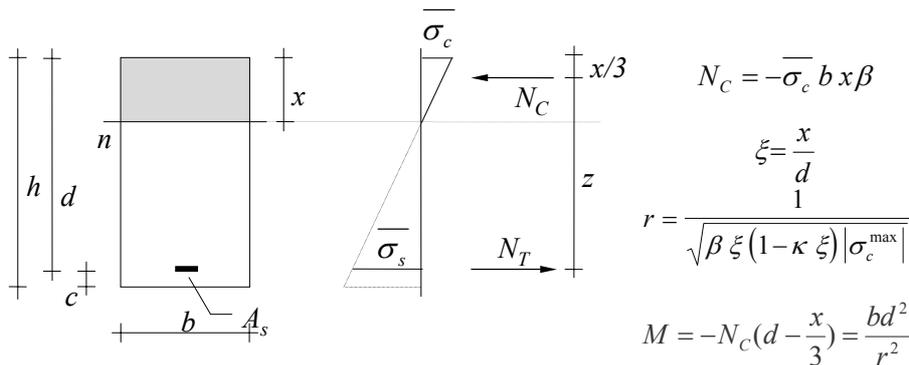
$$d = r\sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$b = r\left(\frac{M}{d}\right)^2$$



## Progetto di sezione rettangolare alle T.A. per flessione semplice

Si assegna un digramma di tensione che attinge i valori ammissibili nel calcestruzzo compresso e nell'acciaio teso.

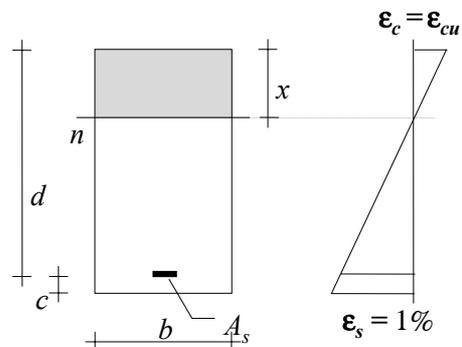


## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

Per conferire alla sezione una buona duttilità può assumersi come diagramma di deformazioni di riferimento un diagramma caratterizzato dall'attingimento di

$\epsilon_{cu}$  nel cls compresso

$\epsilon_s = 1\%$  nell'acciaio teso.



## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

Utilizzando tale diagramma (per brevità chiamato "C"), per il quale è  $\xi=0.259$ ,  $\beta=0.810$ ,  $\kappa=0.416$ , per un calcestruzzo di classe  $R_{ck} = 25$  MPa si ha

$$r = \frac{1}{\sqrt{0.810 \times 0.259 \times (1 - 0.416 \times 0.259) \times 11.02 \times 10^{-3}}} = 0.0220$$

$r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi) |\sigma_c^{\max}|}}$

## ESEMPIO N°2 Progetto a flessione di una sezione rettangolare a semplice armatura

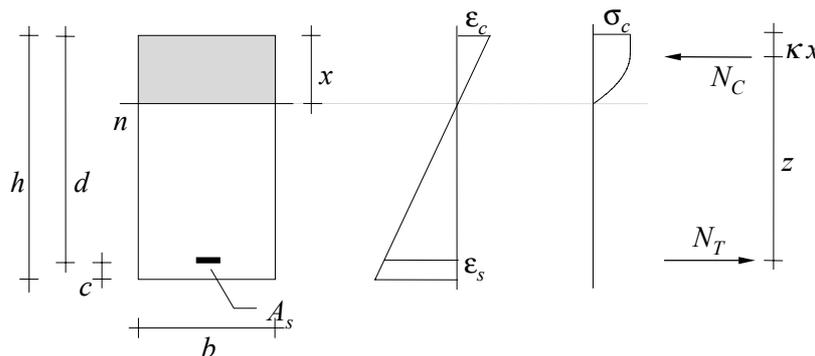
## Esempio-Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### Dati di partenza:

- momento flettente  $M_{sd} = 200 \text{ kNm}$
- diagramma di deformazioni "C"

### Incognite

- dimensioni della sezione  $b, h$
- armatura  $A_s$



## Esempio-Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

Utilizzando il diagramma C, per il quale è:

- $\xi = 0.259$ ,
- $\beta = 0.810$ ,
- $\kappa = 0.416$

Per un calcestruzzo di classe  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$  si ha

$$r = \frac{1}{\sqrt{\beta \times \xi \times (1 - \kappa \times \xi) \times \alpha f_{cd}}}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{0.810 \times 0.259 \times (1 - 0.416 \times 0.259) \times 11.02 \times 10^3}} = 0.0220$$

## Esempio - Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

Si assume per l'elemento inflesso una larghezza  $b = 30 \text{ cm}$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.022 \sqrt{\frac{200 \text{ kNm}}{0.30 \text{ m}}} = 0.57 \text{ m}$$

T.A.  $\cong 200/1.5 = 133 \text{ kNm}$

T.A. 0.0282

T.A. 0.59 m

## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

### Progetto dell'armatura

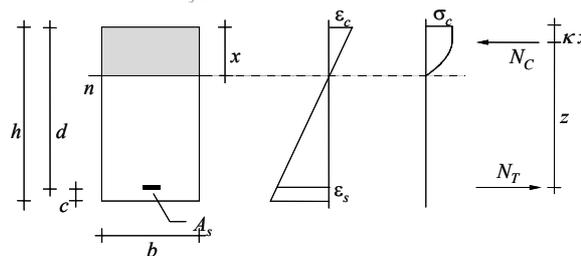
Per quanto riguarda il progetto delle armature, l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto di applicazione di  $N_c$  fornisce l'espressione

$$A_s = \frac{M}{z f_{yd}}$$

con

$$z = \zeta d$$

$$\zeta = 1 - \kappa \xi$$



## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

### Progetto dell'armatura

Facendo riferimento al diagramma di deformazioni  $C$ , si ha  $\zeta = 0.892$  e si può quindi ancora usare l'espressione approssimata

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

Alle tensioni ammissibili la formula è analoga

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \sigma_s}$$

## Esempio - Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### Progetto dell'armatura

Si ha :

$$\zeta = 1 - 0.416 \cdot 0.259 = 0.892 \quad z = 0.892 \cdot 0.56 \text{ m} = 0.50$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ MPa (FeB44k)}$$

$$A_s = \frac{M_{sd}}{z f_{yd}} = \frac{200 \text{ kNm}}{0.50 \text{ m} \cdot 373.9 \text{ MPa}} \cdot 10 = 10.7 \text{ cm}^2$$

T.A.  $\cong 200/1.5 = 133 \text{ kNm}$

T.A. 255 MPa

T.A. 10.4 cm<sup>2</sup>

## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

### Sezione a doppia armatura

In maniera analoga, per sezione a doppia armatura si può giungere alle formule

$$M = \frac{bd^2}{r'^2} \quad d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad b = r' \left( \frac{M}{d} \right)^2$$

$r'$  dipende dal rapporto  $u$  tra armatura compressa ed armatura tesa.

$$r' = k r \quad \frac{1}{k^2} = 1 + \frac{s' u}{1 - s' u} \frac{1 - \gamma}{1 - \kappa \xi} \quad k \cong \sqrt{1 - s' u}$$

## S.L.U. per flessione semplice

### Il coefficiente $r$ o $r'$

I valori dipendono sostanzialmente

- dal tipo di calcestruzzo
- dalla percentuale  $u$  di armatura compressa;
- dal rapporto  $\gamma$  tra copriferro ed altezza utile (ha influenza solo per sezioni molto basse)

**Il tipo di acciaio non interviene direttamente**, perché il limite di deformazione  $\varepsilon_{su}$  è uguale per tutti gli acciai, ma può comportare solo modeste variazioni sulla tensione dell'armatura compressa ( $\sigma'_s = s \sigma_s$ ).

## S.L.U. per flessione semplice

### Confronto tra i coefficienti $r$ o $r'$ : S.L.U.

Calcestruzzo	$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$	$\alpha f_{cd} = 11.02 \text{ MPa}$
Acciaio	FeB44k	
	$f_{yd} = 373.9 \text{ MPa}$	
	$\xi = 0.2593$	
	$1 - \kappa \xi = 0.8921$	
	$\gamma =$	0.05    0.10    0.15    0.20
	$s =$	1.0000   1.0000   0.8126   0.4407
per $u =$	$r =$	0.0220
$u = 0.25$	$r' =$	0.0189   0.0190   0.0197   0.0209
$u = 0.50$	$r' =$	0.0153   0.0155   0.0171   0.0197

## ESEMPIO N°3

Progetto a flessione di una sezione  
rettangolare a doppia armatura

## Esempio - Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

Dati di partenza:

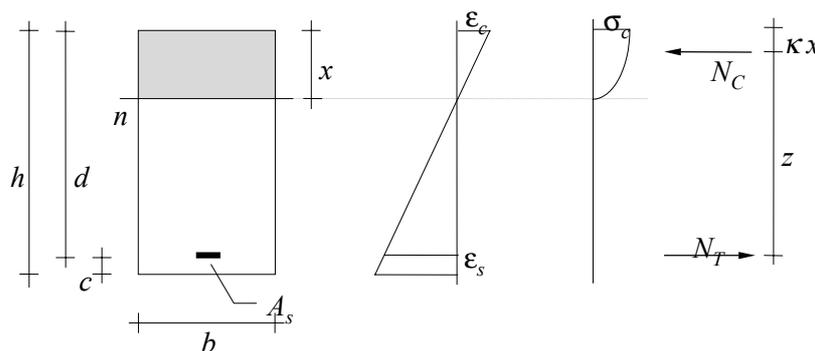
- momento flettente  $M = 200 \text{ kNm}$

- diagramma limite di deformazioni  $C$

Incognite

- dimensioni della sezione  $b, h$

- armatura  $A_s$



## Esempio - Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

Utilizzando il diagramma  $C$ , per il quale è  $\xi = 0.259$ ,  $\beta = 0.810$ ,  $\kappa = 0.416$ , per un calcestruzzo di classe  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$  si ha

$$r = \frac{1}{\sqrt{\beta \times \xi \times (1 - \kappa \times \xi) \times \alpha f_{cd}}}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{0.810 \times 0.259 \times (1 - 0.416 \times 0.259) \times 11.02 \times 10^3}} = 0.0220$$

Si assume un'armatura in compressione del 25%:

$$k \cong \sqrt{1 - s' u} = \sqrt{1 - 1 \cdot 0.25} = 0.87$$

$$r' = k r = 0.019$$

## Esempio - Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

Utilizzando il diagramma C, per il quale è  $\xi=0.259$ ,  $\beta=0.810$ ,  $\kappa=0.416$ , per un calcestruzzo di classe  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$  si ha

Calcestruzzo  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$   $\alpha f_{cd} = 11.02 \text{ MPa}$

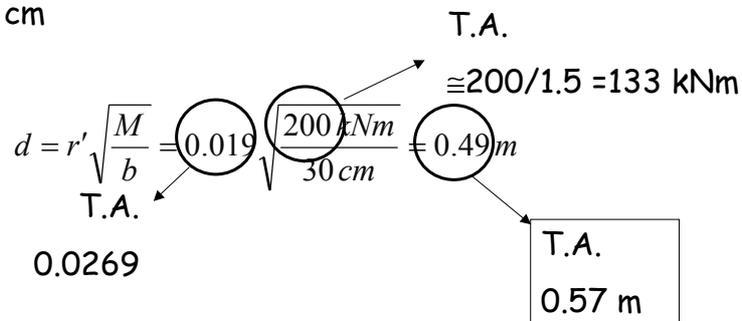
Acciaio

FeB44k  
 $f_{yd} = 373.9 \text{ MPa}$   
 $\xi = 0.2593$   
 $1 - \kappa \xi = 0.8921$

	$\gamma =$	0.05	0.10	0.15	0.20
	$s =$	1.0000	1.0000	0.8126	0.4407
per $u =$	$r =$		0.0220		
$u = 0.25$	$r' =$	0.0189	0.0190	0.0197	0.0209
$u = 0.50$	$r' =$	0.0153	0.0155	0.0171	0.0197

## Esempio - Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

Si assume per l'elemento inflesso una larghezza  $b = 30 \text{ cm}$



## Progetto di sezione rettangolare allo S.L.U. per flessione semplice

### Progetto dell'armatura

Per quanto riguarda il progetto delle armature, l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto di applicazione di  $N_c$  fornisce l'espressione

$$A_s = \frac{M}{z f_{yd}}$$

con

$$z = \zeta d$$

$$\zeta = 1 - \kappa \xi + s' u (\kappa \xi - \gamma)$$

Con buona approssimazione

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

## Esempio - Progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

Si ha :

$$\zeta = 1 - 0.416 \cdot 0.259 = 0.892 \quad z = 0.892 \cdot 0.46 \text{ m} = 0.41$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ MPa (FeB44k)}$$

$$A_s = \frac{M_{sd}}{z f_{yd}} = \frac{200 \text{ kNm}}{0.41 \text{ m} \cdot 373.9 \text{ MPa}} \cdot 10 = 13.0 \text{ cm}^2$$

T.A.  $\cong 200/1.5 = 133 \text{ kNm}$

T.A. 255 MPa

T.A. 12.8 cm<sup>2</sup>

## Riflessioni e confronti

### Duttilità della sezione

Un parametro fondamentale nel valutare il modo in cui la sezione giunge al collasso è la duttilità, definita come **rapporto tra la rotazione ultima e la rotazione corrispondente allo snervamento dell'armatura tesa**

Una sezione che presenti una rottura duttile dà chiari segnali di preavviso (elevata fessurazione, notevole incremento della deformazione) che possono mettere in allarme e consentire interventi prima del crollo.

In zona sismica la capacità di deformarsi plasticamente permette di dissipare con cicli isteretici

## Esempio - Duttività della sezione

Sezione 30x50

Cls  $R_{ck}=25$  MPa

$M_{sd}= 300$  kNm

Acciaio FeB44k

Si sono presi in esame più casi, corrispondenti al raggiungimento dello stato limite in campi diversi, ottenuti utilizzando quattro percentuali di armatura compressa:

$u=0.6$

$u=0.3$

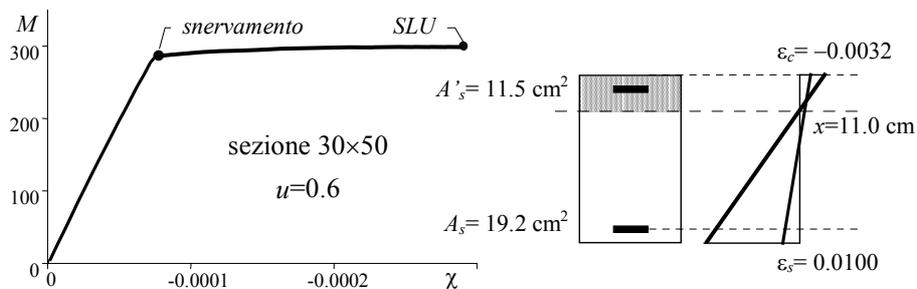
$u=0.08$

$u=0$

## Esempio - Duttività della sezione

CASO 1 ( $u=0.6$ )

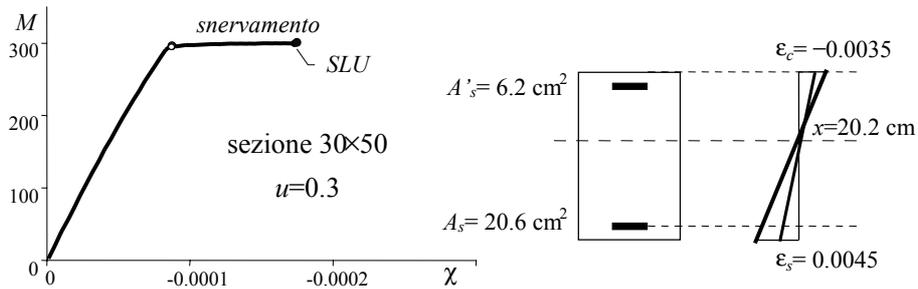
$\varepsilon_s=0.01$      $x=11.0$  cm     $\chi=-0.000286$



## Esempio - Duttività della sezione

CASO 2 ( $u=0.3$ )

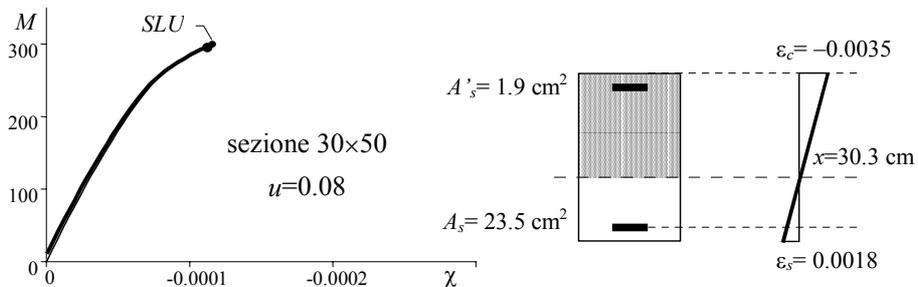
$$\varepsilon_s = 0.0045 \quad x = 20.2 \text{ cm} \quad \chi = -0.000084$$



## Esempio - Duttività della sezione

CASO 3 ( $u=0.08$ )

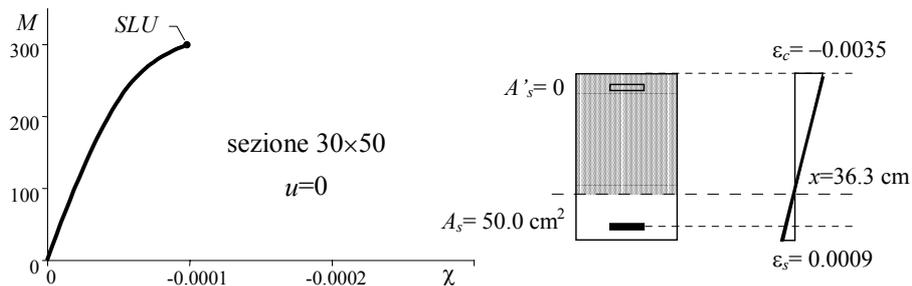
$$\varepsilon_s = 0.0018 \quad x = 30.3 \text{ cm} \quad \chi = -0.000116$$



## Esempio - Duttività della sezione

CASO 4 ( $u=0$ )

$\varepsilon_s=0.0009$     $x=36.3$  cm    $\chi=-0.000097$



## Duttività della sezione

E' la quantità di armatura tesa presente nella sezione a determinare in quale campo si avrà il collasso le sezioni possono essere denominate

- sezioni ad alta duttilità, o sezioni a debole armatura, quando si raggiunge la deformazione limite  $\varepsilon_{su}$
- sezioni a media duttilità, o sezioni a media armatura, quando si raggiunge la deformazione  $\varepsilon_{yd} < \varepsilon < \varepsilon_{su}$
- sezioni a bassa duttilità, o sezioni a forte armatura, quando si raggiunge la deformazione  $\varepsilon < \varepsilon_{yd}$

In fase di progetto è sempre bene mirare ad ottenere una buona duttilità (alte deformazioni nell'acciaio teso)

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### Confronto tra i coefficienti: considerazioni

Il coefficiente  $r_{SLU}$  è circa il 20% più piccolo di  $r_{TA}$ .

Il valore di calcolo del carico  $F_d$  (e quindi di  $M_{sd}$ ) è maggiore di circa il 40-50% rispetto a  $F_k$  (e quindi di  $M_{sk}$ )

Il prodotto  $r^2 M_{sd} = b d^2$  assume in entrambi i casi all'incirca lo stesso valore

→ l'altezza  $d$  calcolata mediante la formula è sostanzialmente la stessa in entrambi i casi.

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### ALLO S.L.U.

Per  $M_{sd}=200\text{kNm}$

- per una sezione a semplice armatura  
 $r = 0.022$   
 $d = 0.57$

### ALLE T.A.

$M_{sk} = 200/1.5 = 133 \text{ kNm}$

- per una sezione a semplice armatura  
 $r = 0.0282$   
 $d = 0.59$

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

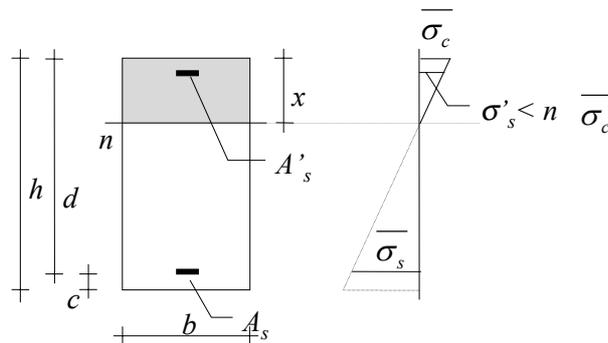
### 2 - Contributo dell'armatura compressa

Il contributo dell'armatura compressa nelle verifiche di resistenza allo S.L.U. è diverso da quello fornito nelle verifiche alle T.A.

Ciò è dovuto al fatto che nel caso di stato limite ultimo l'armatura compressa lavora al massimo, o quasi ( $s \cong 1$ ) mentre nel metodo delle tensioni ammissibili essa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile ( $s = 0.3 \div 0.5$ ).

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

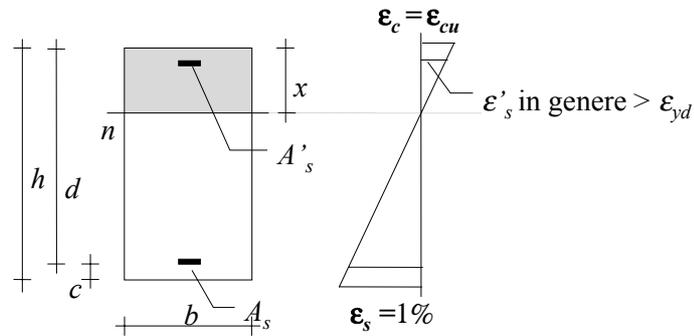
### 2 - Contributo dell'armatura compressa: T.A.



l'armatura compressa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile

$$\rightarrow s' = 0.3 \div 0.5$$

Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice  
 2 - Contributo dell'armatura compressa: S.L.U.



l'armatura compressa lavora al massimo ( $f_{yd}$ )

→ ( $s' \cong 1$ )

Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice  
 2 - Contributo dell'armatura compressa: confronto

SLU

l'armatura compressa lavora al massimo

( $s' \cong 1$ )

$u=0.50$  allo SLU

T.A.

l'armatura compressa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile

( $s' = 0.3 \div 0.5$ )

$u=1.00$  alle T.A.

$\cong$

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### ALLO S.L.U.

Per  $M_{sd}=200\text{kNm}$

- per una sezione con il 25% di armatura compressa  
 $r' = 0.019$   
 $d = 0.49$

### ALLE T.A.

$M_{sk} = 200/1.5 = 133 \text{ kNm}$

- per una sezione con il 25% di armatura compressa  
 $r' = 0.0269$   
 $d = 0.57$

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 3 - Margini progettuali

I valori proposti per il coefficiente  $r$  sono stati calcolati con riferimento a ben precisi diagrammi di tensione o deformazione.

Cosa cambia nei due metodi facendo variare il tasso di lavoro dell'armatura?

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 3 - Margini progettuali: T.A.

Alle T.A., si utilizzano i valori limite delle tensioni  $\bar{\sigma}_c$  e  $\bar{\sigma}_s$ .

Se si usa  $\sigma_s < \bar{\sigma}_s$

→ la parte compressa aumenta

→ l'altezza necessaria diminuisce.

La riduzione di tensione rende necessaria una quantità di armatura maggiore sproporzionata al vantaggio che potrebbe comportare la riduzione di sezione

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 3 - Margini progettuali: T.A.

Ad esempio

Se  $\sigma_s = 0.5 \times \bar{\sigma}_s$

$A_s = 2 A_s$

→  $d = 0.85 d$

si può ridurre l'altezza solo del 15%.

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 3 - Margini progettuali: T.A.

In alternativa per ridurre  $d$  si può aumentare  $A$ 's.

Anche questo non è troppo vantaggioso:

per  $u = 1 \rightarrow d \cong 0.70 d_{u=0}$  (Riduzione del 30%)

$A_{\text{tot}} \cong 3 A_{s,u=0}$  (se si tiene conto anche dell'effetto della riduzione dell'altezza)

I margini di manovra del progettista sono limitati.

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 3 - Margini progettuali: S.L.U.

Nel caso dello stato limite ultimo, si è mirato a raggiungere contemporaneamente:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$$

Se si riduce la deformazione nell'acciaio teso:

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{su} \rightarrow \sigma_s = f_{yd} \quad (\text{almeno fino a } \varepsilon_{yd})$$

Cresce, anche notevolmente, il contributo del calcestruzzo compresso

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 3 - Margini progettuali: S.L.U.

Se:

$$A_s = 2 A_s$$

A parità di sezione si trova

$$M_{rd} \cong 1.80 M_{rd}$$

→ Si può ridurre l'altezza di oltre il 30%.

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 3 - Margini progettuali: S.L.U.

In alternativa per ridurre  $d$  si può aumentare  $A_s$ .

Questo è abbastanza vantaggioso:

per  $u = 0.50 \rightarrow d \cong 0.70 d_{u=0}$  (Riduzione del 30%)

$A_{tot} \cong 1.5 A_{s,u=0}$  (se si tiene conto anche dell'effetto della riduzione dell'altezza)

I margini di manovra del progettista sono ampi.

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 4 - Consigli di buona progettazione allo S.L.U.

Per il progetto della sezione assumere un valore  $r' = 0.020$  (cifra tonda) (corrisponde a  $u=25\%$ )

Per travi molto basse (a spessore) assumere valori un po' maggiori

$r' = 0.021-0.022$  (corrisponde a  $u=50\%$ )

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 4 - Consigli di buona progettazione allo S.L.U.

Per il progetto dell'armatura considerare un braccio della coppia interna pari a  $0.9 d$ .

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

In caso di sezioni a forte armatura può essere opportuno assumere il braccio  $z$  pari a  $0.8 d$ .

$$A_s = \frac{M}{0.8 d f_{yd}} \quad \text{Ricorda la duttilità !}$$

## Confronto sul progetto di una sezione rettangolare a flessione semplice

### 4 - Consigli di buona progettazione allo S.L.U.

Per il progetto dell'armatura compressa assumere un momento di progetto pari alla differenza tra  $M_{sd}$  e il valore resistente della sezione con  $u=0$ .

$$M_0 = \frac{b d^2}{r^2}$$

$$\Delta M = M_{sd} - M_0$$

$$\Delta M = A'_s \sigma'_s (d - c)$$

$$A'_s = \frac{\Delta M}{(d - c) \sigma'_s}$$

## L'edificio in esame

### Tipologia:

- edificio per civile abitazione
- sei elevazioni

### Struttura portante principale:

- in cemento armato con struttura intelaiata

### Materiali:

- calcestruzzo Rck 25 MPa
- acciaio FeB 44 k

### Altezze d'interpiano:

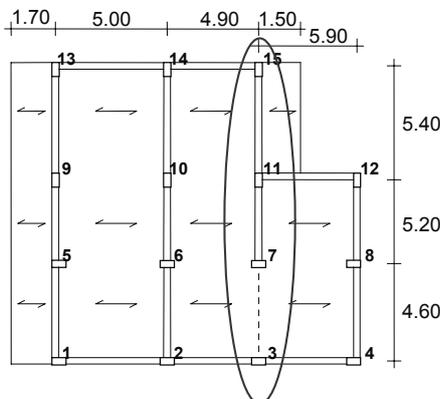
- 4.00 m al primo ordine, 3.00 m agli altri ordini

### Solai:

- con travetti in cemento armato gettati in opera e laterizi

### Azioni che sollecitano la struttura:

- carichi verticali e vento



## Carichi verticali unitari

<b><u>Solaio:</u></b>	$g_k = 5.3 \text{ kN m}^{-2}$	$g_d = \gamma_g g_k = 1.4 \times 5.3 = 7.5 \text{ kN m}^{-2}$	$q_k = 2.0 \text{ kN m}^{-2}$	$q_d = \gamma_q q_k = 1.5 \times 2.0 = 3.0 \text{ kN m}^{-2}$
<b><u>Balcone:</u></b>	$g_k = 3.9 \text{ kN m}^{-2}$	$g_d = 5.5 \text{ kN m}^{-2}$	$q_k = 4.0 \text{ kN m}^{-2}$	$q_d = 6.0 \text{ kN m}^{-2}$
<b><u>Tompagno:</u></b>	$g_k = 7.2 \text{ kN m}^{-1}$	$g_d = 10.1 \text{ kN m}^{-1}$		
<b><u>Travi:</u></b> 30×60	$g_k = 3.7 \text{ kN m}^{-1}$	$g_d = 5.2 \text{ kN m}^{-1}$		
70×24	$g_k = 2.4 \text{ kN m}^{-1}$	$g_d = 3.4 \text{ kN m}^{-1}$		

## Carichi verticali agenti sulle travi

*Campata 3-7 a spessore*

	$G_d$	$Q_d$				
solai a dx	$\alpha=1.20$	$l= 5.90 \text{ m}$				
solai a sx	$\alpha=1.00$	$l= 4.90 \text{ m}$				
peso proprio						
<b>Totale</b>						

S.L.U.  
 $1.20 \times 5.90 \times 7.5 / 2 = 26.6$   
26.6  $\text{kN m}^{-1}$   $10.6 \text{ kN m}^{-1}$

18.4      7.4

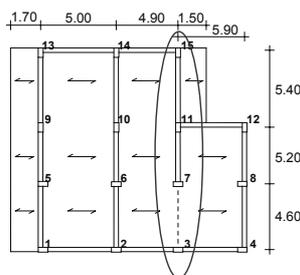
---

3.4

---

48.4  $\text{kN m}^{-1}$     18.0  $\text{kN m}^{-1}$

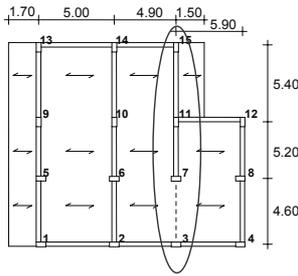
$G_d + Q_d = 66.4 \text{ kN m}^{-1}$



## Carichi verticali agenti sulle travi

*Campata 3-7 a spessore*

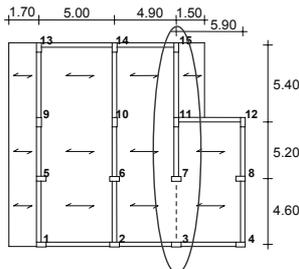
	$G_d$	$Q_d$			
solai a dx	$\alpha=1.20$	$l=5.90$ m	<b>26.6</b>	$\text{kN m}^{-1}$	$10.6 \text{ kN m}^{-1}$
solai a sx	$\alpha=1.00$	$l=4.90$ m	<del>18.4</del>		7.4
peso proprio			<del>3.4</del>		
<b>Totale</b>			<b>48.4</b>	$\text{kN m}^{-1}$	$18.0 \text{ kN m}^{-1}$
			<b><math>G_d+Q_d = 66.4</math></b>		
					T.A. $18.7+13.0+2.4=34.1$
					T.A. $34.1+12.0=46.1$ ( $\cong 1/1.44$ )



## Carichi verticali agenti sulle travi

*Campata 7-11 emergente*

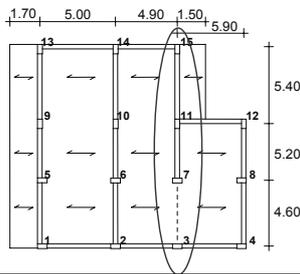
	$G_d$	$Q_d$		
solai a dx	$\alpha=1.20$	$l=5.90$ m	26.6	$\text{kN m}^{-1}$
solai a sin	$\alpha=1.00$	$l=4.90$ m	18.4	7.4
peso proprio			<u>5.2</u>	
<b>totale</b>			<b>50.2</b>	$\text{kN m}^{-1}$
			<b><math>G_d+Q_d = 68.2</math></b>	$\text{kN m}^{-1}$
				T.A. $35.9+12.0=47.9$ ( $\cong 1/1.43$ )



## Carichi verticali agenti sulle travi

Campata 11-15      emergente

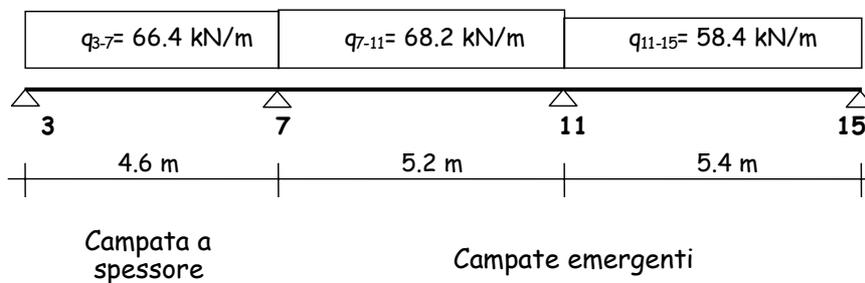
		$G_d$	$Q_d$
solaio $\alpha=1.00$	$l = 4.90 \text{ m}$	18.4 kN m <sup>-1</sup>	7.4 kN m <sup>-1</sup>
sbalzo	$l = 1.50 \text{ m}$	8.3	9.0
tompagno		10.1	
peso proprio		<u>5.2</u>	
<b>totale</b>		<b>42.0 kN m<sup>-1</sup></b>	<b>16.4 kN m<sup>-1</sup></b>



$G_d + Q_d = 58.4 \text{ kN m}^{-1}$   
 T.A.  
 $30.0 + 10.9 = 40.9$   
 $(\cong 1/1.43)$

## Dimensionamento delle travi per c.v.

Una buona stima delle massime sollecitazioni causate dai carichi verticali si ottiene assimilando la generica travata ad una trave continua:



## Dimensionamento delle travi per c.v.

### Campate emergenti

Il massimo momento nelle campate emergenti si registrerà nell'appoggio 11. Il suo valore può essere stimato come:

$$M_{Sd} = M_{11} = \frac{1}{2} \left( \frac{q_{7-11} \cdot l_{7-11}^2}{12} + \frac{q_{11-15} \cdot l_{11-15}^2}{8} \right) = 183.3 \text{ kNm}$$

T.A.  
128.6 ( $\cong 1/1.43$ )

### Campata a spessore

Assimilando la campata 3-7 ad una trave appoggiata ed incastrata il massimo momento positivo vale:

$$M_{Sd} = M_{3-7} \approx \frac{q_{3-7} \cdot l_{3-7}^2}{14} = 100.4 \text{ kNm}$$

T.A.  
69.7 ( $\cong 1/1.44$ )

## Dimensionamento delle travi per c.v.

### Limiti geometrici

1. La larghezza della trave  $b$  non deve essere minore di **20cm**. Per le travi a spessore la larghezza deve essere non maggiore della larghezza del pilastro aumentata da ogni lato di metà dell'altezza della sezione trasversale del pilastro stesso
2. Il rapporto  $b/h$  deve essere non minore di 0.25.

Vedi O.P.C.M. 3274 (5.5.2.1 Limiti geometrici)

## Scelta della sezione della campata emergente

### S.L.U.

$$M_{Sd} = M_{slu} = 183.3 \text{ kNm}$$

$$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = 0.259 \\ \beta = 0.810 \\ k = 0.416 \end{array} \right.$$

$$r_{slu} = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi \alpha f_{cd} (1 - k \xi)}} = 0.0220$$

$$d_{slu} = r_{slu} \sqrt{\frac{M_{slu}}{b}}$$

$$d_{slu} = 0.022 \sqrt{\frac{183.3}{0.3}} = 0.54 \text{ m}$$

### T. A.

$$M_{TA} = 128.6 \text{ kNm}$$

$$\bar{\sigma}_c = 8.5 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\sigma}_s = 255.0 \text{ N/mm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = 1/3 \\ \beta = 1/2 \\ k = 1/3 \end{array} \right.$$

$$r_{TA} = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi \bar{\sigma}_c (1 - k \xi)}} = 0.0282$$

$$d_{TA} = r_{TA} \sqrt{\frac{M_{TA}}{b}}$$

$$d_{TA} = 0.0282 \sqrt{\frac{128.6}{0.3}} = 0.58 \text{ m}$$

## Scelta della sezione della campata emergente

### S.L.U.

$$M_{Sd} = M_{slu} = 183.3 \text{ kNm}$$

$$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = 0.259 \\ \beta = 0.810 \\ k = 0.416 \end{array} \right.$$

$$r_{slu} = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi \alpha f_{cd} (1 - k \xi)}} = 0.0220$$

$$d_{slu} = r_{slu} \sqrt{\frac{M_{slu}}{b}}$$

$$\frac{d_{slu}}{d_{TA}} = \frac{r_{slu}}{r_{TA}} \sqrt{\frac{M_{slu}}{b} \frac{b}{M_{TA}}} = \frac{0.0220}{0.0282} \cdot \sqrt{1.5} = 0.96$$

### T. A.

$$M_{TA} = 128.6 \text{ kNm}$$

$$\bar{\sigma}_c = 8.5 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\sigma}_s = 255.0 \text{ N/mm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = 1/3 \\ \beta = 1/2 \\ k = 1/3 \end{array} \right.$$

$$r_{TA} = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi \bar{\sigma}_c (1 - k \xi)}} = 0.0282$$

$$d_{TA} = r_{TA} \sqrt{\frac{M_{TA}}{b}}$$

## Scelta della sezione della campata in spessore

### S.L.U.

$$M_{Sd} = M_{slu} = 100.4 \text{ kNm}$$

$$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{cases} \xi = 0.259 \\ \beta = 0.810 \\ k = 0.416 \end{cases}$$

$$r_{slu} = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi \alpha f_{cd} (1 - k \xi)}} = 0.0220$$

$$b_{slu} = \frac{r_{slu}^2}{d^2} M_{slu}$$

$$b_{slu} = \frac{0.0220^2}{0.20^2} \times 100.4 = 1.21 \text{ m}$$

### T. A.

$$M_{TA} = 69.7 \text{ kNm}$$

$$\bar{\sigma}_c = 8.5 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\sigma}_s = 255.0 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{cases} \xi = 1/3 \\ \beta = 1/2 \\ k = 1/3 \end{cases}$$

$$r_{TA} = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi \bar{\sigma}_c (1 - k \xi)}} = 0.0282$$

$$b_{TA} = \frac{r_{TA}^2}{d^2} M_{TA}$$

$$b_{TA} = \frac{0.0282^2}{0.20^2} \times 69.7 = 1.38 \text{ m}$$

## Scelta della sezione della campata in spessore

### S.L.U.

$$M_{Sd} = M_{slu} = 100.4 \text{ kNm}$$

$$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{cases} \xi = 0.259 \\ \beta = 0.810 \\ k = 0.416 \end{cases}$$

$$r_{slu} = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi \alpha f_{cd} (1 - k \xi)}} = 0.0220$$

$$b_{slu} = \frac{r_{slu}^2}{d^2} M_{slu}$$

$$\frac{b_{slu}}{b_{TA}} = \frac{r_{slu}^2}{r_{TA}^2} \frac{M_{slu}}{M_{TA}} = \frac{0.0220^2}{0.0282^2} \times 1.5 = 0.87$$

### T. A.

$$M_{TA} = 69.7 \text{ kNm}$$

$$\bar{\sigma}_c = 8.5 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\sigma}_s = 255.0 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{cases} \xi = 1/3 \\ \beta = 1/2 \\ k = 1/3 \end{cases}$$

$$r_{TA} = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi \bar{\sigma}_c (1 - k \xi)}} = 0.0282$$

$$b_{TA} = \frac{r_{TA}^2}{d^2} M_{TA}$$

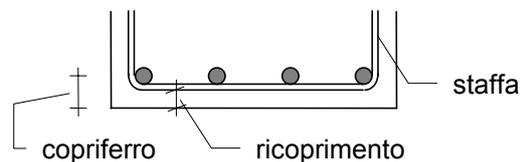
## Copriferro (EC2, punto 4.1.3.3)

P(1) Il copriferro è la distanza tra la superficie esterna della armatura (inclusi collegamenti e staffe) e la superficie di calcestruzzo più vicina.

c'è chi usa la parola *copriferro* anche per indicare la distanza tra il bordo della sezione e l'asse delle armature. Per evitare la possibilità di fare di confusione chiameremo

*ricoprimento*: la distanza tra la superficie esterna della armatura (inclusi collegamenti e staffe) e la superficie di calcestruzzo più vicina;

*copriferro*: la distanza tra il bordo della sezione e l'asse delle armature



## Copriferro (EC2, punto 4.1.3.3)

(6) Il ricoprimento minimo di tutte le armature, compresi i collegamenti e le staffe, deve di regola essere non minore del valore prescelto fra quelli del prospetto 4.2, in funzione delle classi di esposizione pertinenti quali definite nel prospetto 4.1.

Prospetto 4.2 (come modificato dal D.M. 9 / 1 / 1996)

		Classe di esposizione definita nel prospetto 4.1								
		1	2a	2b	3	4a	4b	5a	5b	5c
ricoprimento minimo (mm)	barre di armatura	15	20	25	35	35	35	25	30	40
	acciaio da prec.	20	30	35	40	40	40	35	35	45

Nel nostro caso (edificio per civile abitazione)

$$c = 2.0 + \phi_{\text{staffa}} + \phi_{\text{longitudinale}} / 2 = 1.5 + 1.0 + 2.0 / 2 = 4.0 \text{ cm}$$

## Copriferro (EC2, punto 4.1.3.3)

Prospetto 4.1

Classi di esposizione		Esempi di condizioni ambientali
1 ambiente secco		interno di edifici per abitazioni normali o uffici <sup>1)</sup>
2 ambiente umido	a senza gelo	a) interno di edifici in cui vi è elevata umidità (per esempio lavanderia) b) componenti esterni c) componenti in terreni e/o acque non aggressivi
	b con gelo	d) componenti esterni esposti al gelo e) componenti in terreni e/o acque non aggressivi ed esposti al gelo f) componenti interni con alta umidità ed esposti al gelo
3 ambiente umido con gelo e impiego di sali di disgelo		g) componenti interni ed esterni esposti al gelo e agli effetti dei sali di disgelo
4 ambiente marino	a senza gelo	h) componenti totalmente o parzialmente immersi in acqua marina o soggetti a spruzzi i) componenti esposti ad atmosfera satura di sale (zone costiere)
	b con gelo	j) componenti parzialmente immersi in acqua marina o soggetti a spruzzi ed esposti al gelo k) componenti esposti ad atmosfera satura di sale ed esposti al gelo
Le classi che seguono si riscontrano sole o combinate con le classi di cui sopra		

## Copriferro (EC2, punto 4.1.3.3)

Prospetto 4.1

5 ambiente chimico aggressivo <sup>2)</sup>	a	<ul style="list-style-type: none"> <li>ambiente chimico debolmente aggressivo (gas, liquidi o solidi)</li> <li>atmosfera industriale aggressiva</li> </ul>
	b	ambiente chimico moderatamente aggressivo (gas, liquidi o solidi)
	c	ambiente chimico fortemente aggressivo (gas, liquidi o solidi)
<p>a) Questa classe di esposizione è da prendere in considerazione solo se, in fase di costruzione, la struttura o alcuni suoi componenti non sono esposti a condizioni ambientali più severe per lunghi periodi.</p> <p>b) Gli ambienti chimicamente aggressivi sono classificati nella ISO/DP 9690. Si possono ritenere equivalenti le seguenti condizioni di esposizione:</p> <p>Classe di esposizione 5 a: classificazione ISO A1G, A1L, A1S Classe di esposizione 5 b: classificazione ISO A2G, A2L, A2S Classe di esposizione 5 c: classificazione ISO A3G, A3L, A3S</p>		

## Combinazioni di carico in presenza di azione del vento

	Tensioni ammissibili	Stato limite ultimo
<b>Solo carichi verticali</b>	$G_k + Q_k$	$1.4 G_k + 1.5 Q_k$
<b>Carichi verticali + vento</b>	$G_k + Q_k + F_{\text{vento},k}$	$1.4 G_k + 1.5 Q_k + 0.7 (1.5 F_{\text{vento},k})$ $1.4 G_k + 0.7 (1.5 Q_k) + 1.5 F_{\text{vento},k}$

## Azione del vento

**Pressione del vento**  $p = q_{ref} c_e c_p c_d$

$q_{ref}$  è la pressione cinetica di riferimento (funzione dell'altezza della costruzione della rugosità e topografia del suolo e dell'esposizione del sito);

$c_e$  è il coefficiente di esposizione (funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento);

$c_p$  è il coefficiente di forma (funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento);

$c_d$  è il coefficiente dinamico (tiene conto degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime pressioni locali e degli effetti amplificativi dovuti a vibrazioni strutturali).

## Azione del vento

### Pressione cinetica di riferimento:

$$q_{ref} = \frac{V_{ref}^2}{1.6}$$

$$V_{ref} = V_{ref,0} \quad \text{per } a_s \leq a_0$$

$$V_{ref} = V_{ref,0} + k_a(a_s - a_0) \quad \text{per } a_s > a_0$$

**Il Comune di Misterbianco ( $a_s = 390$  m s.l.m.) ricade nella zona di riferimento 4 a cui corrispondono i valori:**

$$V_{ref,0} = 28 \text{ m/s}, \quad a_0 = 500 \text{ m e } k_a = 0.030$$

$$q_{ref} = \frac{V_{ref}^2}{1.6} = \frac{28^2}{1.6} = 490 \text{ N/m}^2 = 0.490 \text{ kN/m}^2$$

## Azione del vento

### Coefficiente di esposizione:

$$c_e(z) = k_r^2 c_t \ln(z/z_0) [7 + c_t \ln(z/z_0)] \quad \text{per } z \geq z_{min}$$

$$c_e(z) = c_e(z_{min}) \quad \text{per } z < z_{min}$$

$z$  è l'altezza della costruzione;

$k_r$ ,  $z_0$  e  $z_{min}$  sono assegnati nella tab 7.2 del D.M. in funzione della categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione;

$c_t$  è il coefficiente di topografia, che normalmente si pone uguale all'unità.

Il luogo si realizza l'edificio è un'area suburbana, quindi si trova in una classe di rugosità del terreno B (tab. 7.3 D.M.). Di conseguenza, poiché il sito ricade nella zona 4 e in una fascia tra i 10 e i 30 km dalla costa, esso appartiene alla categoria di esposizione III. I valori dei coefficienti pertanto risultano:

$$k_r = 0.20 \quad z_0 = 0.10 \text{ m} \quad z_{min} = 5 \text{ m}$$

## Azione del vento

### Coefficiente di esposizione:

$$c_e(z) = k_r^2 c_t \ln(z/z_0) [7 + c_t \ln(z/z_0)]$$

$$c_e(z) = c_e(z_{min})$$

Valori di  $c_e$  al variare di  $z$ :

$z$	5	7	10	13	16	19
$c_e(z)$	1.708	1.912	2.138	2.307	2.451	2.570

## Azione del vento

### Coefficiente di forma:

Per l'edificio in esame si è utilizzato pertanto complessivamente (facciata esposta + facciata sottovento) il valore:

$$C_p = 1.2.$$

### Coefficiente dinamico:

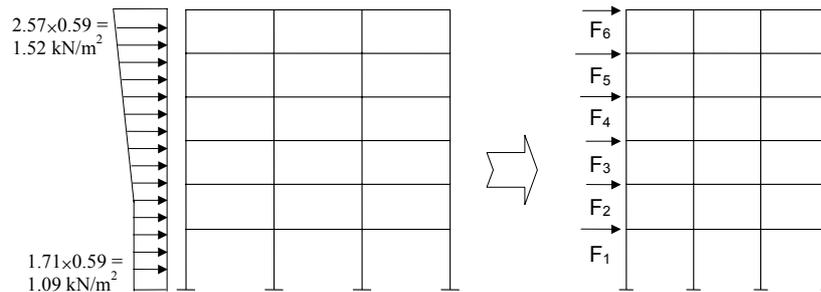
La circolare esplicativa della normativa prescrive che in assenza di più precise valutazioni per edifici a pianta rettangolare in c.a. o anche in muratura è circa pari a 1.

$$C_d = 1.0.$$

## Azione del vento

### Pressione del vento:

$$p = q_{ref} c_e c_p c_d = 0.490 \times c_e \times 1.2 \times 1 = 0.59 c_e \text{ kN/m}^2$$



## Azione del vento

### Forze orizzontali equivalenti al vento:

La risultante della pressione del vento può essere calcolata, piano per piano, moltiplicando la pressione del vento per la larghezza della facciata ( $5.00+4.90+5.90=15.80$  m) e per la dimensione di interpiano.

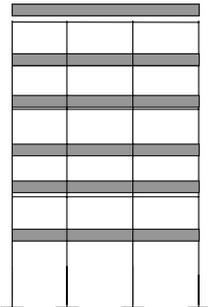
Il telaio 3-7-11-15 assorbe il 30% delle forze orizzontali agenti sull'intero edificio.

Impalcato	Forza totale [kN]	Telaio $F_k$ [kN]	$F_d = 1.5 F_k$ [kN]
6	35.54	10.66	16.00
5	68.48	20.54	30.81
4	64.51	19.35	29.03
3	59.60	17.88	26.82
2	53.11	15.93	23.90
1	55.98	16.79	25.19

## Combinazioni di carico

1) Carico principale: orizzontale; forze orizzontali verso destra

Carico verticale	$g_d + 0.7 q_d$	
Campata 3-7	$48.7 + 0.7 \times 18.1 = 61.4 \text{ kN}$	→
Campata 7-11	$50.5 + 0.7 \times 18.1 = 63.2 \text{ kN}$	→
Campata 11-15	$42.0 + 0.7 \times 16.4 = 53.5 \text{ kN}$	→
Forze orizzontali pari a	$F_d$	→
Impalcato 6	16.00 kN	→
Impalcato 5	30.81 kN	→
Impalcato 4	29.03 kN	→
Impalcato 3	26.82 kN	→
Impalcato 2	23.90 kN	→
Impalcato 1	25.19 kN	

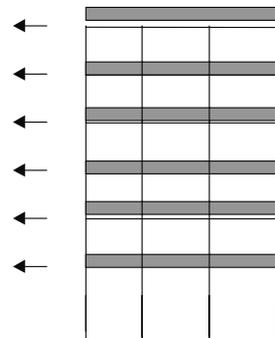


## Combinazioni di carico

2) Carico principale: orizzontale; forze orizzontali verso sinistra

I valori dei carichi verticali sono identici a quelli della combinazione 1).

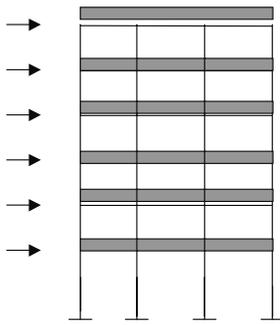
Le forze orizzontali sono uguali a quelle della combinazione 1) ma cambiate di segno.



## Combinazioni di carico

### 3) Carico principale: verticale; forze orizzontali verso destra

Carico verticale	$g_d + q_d$	
Campata 3-7	$48.7 + 18.1 = 66.8 \text{ kN}$	→
Campata 7-11	$50.5 + 18.1 = 68.6 \text{ kN}$	→
Campata 11-15	$42.0 + 16.4 = 58.4 \text{ kN}$	→
Forze orizzontali	$0.7 F_d$	
Impalcato 6	$0.7 \times 16.00 = 10.20 \text{ kN}$	→
Impalcato 5	$0.7 \times 30.81 = 21.57 \text{ kN}$	→
Impalcato 4	$0.7 \times 29.03 = 20.32 \text{ kN}$	→
Impalcato 3	$0.7 \times 26.82 = 18.77 \text{ kN}$	→
Impalcato 2	$0.7 \times 23.90 = 16.73 \text{ kN}$	
Impalcato 1	$0.7 \times 25.19 = 17.63 \text{ kN}$	

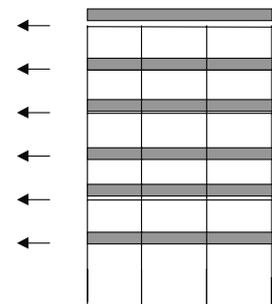


## Combinazioni di carico

### 4) Carico principale: verticale; forze orizzontali verso sinistra

I valori dei carichi verticali sono identici a quelli della combinazione 3).

Le forze orizzontali sono uguali a quelle della combinazione 3) ma cambiate di segno.



**Risoluzione del telaio**  
**Sollecitazioni nelle travi del I impalcato**  
**Carichi verticali ed azione del vento**

Sezione	Comb. n. 1	Comb. n. 2	Comb. n. 3	Comb. n. 4	Inviluppo
3	-52.4	-103.8	-67.3	-103.3	-103.8
3-7	59.7	54.0	63.2	59.2	63.2
7sx	-138.5	-92.5	-141.5	-109.4	-141.5
7dx	-54.2	-197.2	-86.3	-186.4	-197.2
7-11	70.7	79.5	73.8	79.8	79.8
11sx	-223.0	-57.0	-210.3	-94.2	-223.0
11dx	-68.9	-227.5	-106.1	-217.1	-227.5
11-15	83.7	84.3	87.0	87.4	87.4
15	-158.9	-21.2	-146.7	-50.3	-158.9

**Progetto dell'armatura tesa**

**Stato limite ultimo**

$$M_{Sd} = M_{slu} = 227.5 \text{ kNm}$$

$$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{s,slu} = \frac{M_{slu}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

$$A_{s,slu} = \frac{227.5 \times 10}{0.9 \cdot 0.46 \cdot 373.9} = 14.7 \text{ cm}^2$$

**Tensioni ammissibili**

$$M_{TA} \approx M_{slu} / 1.5 = 157.7 \text{ kNm}$$

$$\sigma_s = 255.0 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{s,TA} = \frac{M_{TA}}{0.9 \cdot d \cdot \sigma_s}$$

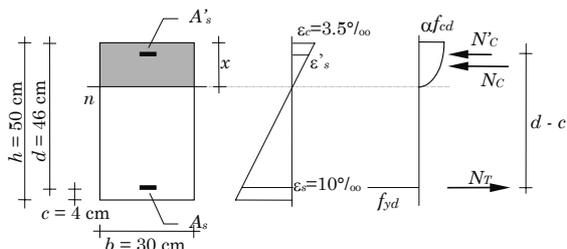
$$A_{s,TA} = \frac{157.7 \times 10}{0.9 \cdot 0.46 \cdot 255.0} = 14.9 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_{s,slu}}{A_{s,TA}} = \frac{M_{slu} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{yd}}{M_{TA} \cdot 0.9 \cdot d \cdot \sigma_s} = 1.5 \cdot \frac{255.0}{373.9} = 1.02$$

## Progetto dell'armatura compressa (S.L.U.)

Acciaio FeB 44 k  $f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$   $\varepsilon_{yd} = 1.82 \text{ ‰}$

$b = 30 \text{ cm}$   $h = 50 \text{ cm}$   $d = 46 \text{ cm}$   $c = 4 \text{ cm}$



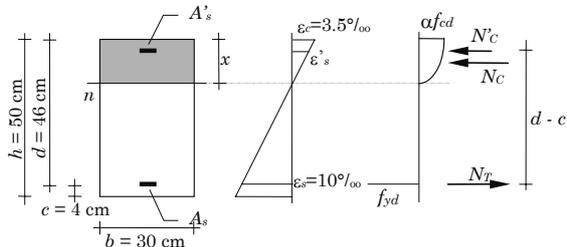
$$M_o = \frac{d^2}{r_{slu}^2} b = \frac{0.46^2}{0.0220^2} \times 0.30 = 131.2 \text{ kNm} \quad \Delta M = M_{slu} - M_o = 227.5 - 131.2 = 96.3 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = A'_s \sigma'_s (d - c)$$

## Progetto dell'armatura compressa (S.L.U.)

Acciaio FeB 44 k  $f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$   $\varepsilon_{yd} = 1.82 \text{ ‰}$

$b = 30 \text{ cm}$   $h = 50 \text{ cm}$   $d = 46 \text{ cm}$   $c = 4 \text{ cm}$



Dalla linearità del diagramma delle deformazioni:

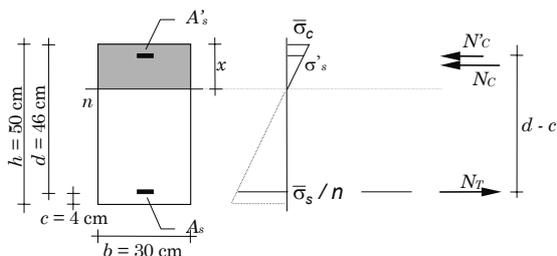
$$\varepsilon'_s = \xi - \gamma \varepsilon_c = 2.32 \text{ ‰} > \varepsilon_{yd} = 1.82 \text{ ‰} \Rightarrow \sigma'_s = f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$$

$$A'_s = \frac{\Delta M}{f_{yd} (d - c)} = \frac{96.3 \times 10^3}{373.9 \times (46 - 4)} = 6.1 \text{ cm}^2 \approx 41\% A_s$$

## Progetto dell'armatura compressa (T.A.)

Acciaio FeB 44 k     $\sigma_c = 85.0 \text{ N/mm}^2$      $\sigma_s = 255.0 \text{ N/mm}^2$

b = 30 cm            h = 50 cm    d = 46 cm            c = 4 cm



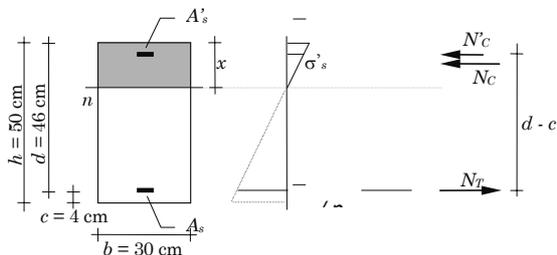
$$M_o = \frac{d^2}{r_{TA}^2} b = \frac{0.46^2}{0.0282^2} \times 0.30 = 79.8 \text{ kNm} \qquad \Delta M = M_{TA} - M_o = 157.7 - 79.8 = 77.9 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = A'_s \sigma'_s (d - c)$$

## Progetto dell'armatura compressa (T.A.)

Acciaio FeB 44 k     $\sigma_c = 85.0 \text{ N/mm}^2$      $\sigma_s = 255.0 \text{ N/mm}^2$

b = 30 cm            h = 50 cm    d = 46 cm            c = 4 cm



Dalla linearità del diagramma delle tensioni:

$$A'_s = \frac{\Delta M}{\sigma'_s (d - c)} = \frac{77.9 \times 10^3}{255 \times (46 - 4)} = 19.7 \text{ cm}^2 \approx 132\% A_s$$

## Massima e minima percentuale di armatura (EC2 punto 5.4.2.1.1)

(1) L'area effettiva della sezione trasversale delle armature di trazione deve essere non minore di quella richiesta per il controllo della fessurazione (stato limite di fessurazione), ed inoltre:

$$A_s \geq \frac{0.6 \times b_t \times d}{f_{yk}} \geq 0.15 \% b_t \times d$$

$f_{yk}$  valore caratteristico della tensione di snervamento in MPa;  
 $b_t$  larghezza media della zona tesa;  
 $d$  altezza utile della sezione.

FeB 38 K:  $f_{yk} = 375 \text{ N/mm}^2$      $A_s \geq \frac{0.6}{f_{yk}} b_t \times d = \frac{0.6}{375} b_t \times d = 0.16 \% b_t d$

FeB 44 K:  $f_{yk} = 430 \text{ N/mm}^2$      $A_s \geq \frac{0.6}{430} b_t \times d = 0.14 \% b_t d$      $A_s \geq 0.15 \% b_t d$

## Massima e minima percentuale di armatura (EC2 punto 5.4.2.1.1)

(2) Le aree delle armature tese e delle armature compresse non devono essere singolarmente maggiori di  $0.03 A_c$  con esclusione delle zone di sovrapposizione.

$$A_s \leq 3\% b \times h, A'_s \leq 3\% b \times h$$

Ad esempio per una trave 30x60 ( $R_{ck}$  25MPa - FeB44k):

-  $A_{s, \min} = 0.0015 \times 30 \times 60 = 2.7 \text{ cm}^2$

-  $A_{s, \max} = 0.030 \times 30 \times 60 = 54.0 \text{ cm}^2$

## Armature longitudinali delle travi

Sezioni d'estremità delle travi

Sezione	$A_{s,req}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,min}$ (cm <sup>2</sup> )	barre	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,max}$ (cm <sup>2</sup> )
3	16.2	2.8	2 $\phi$ 14 + 5 $\phi$ 20	18.8	57.6
7sx	21.9	2.8	2 $\phi$ 14 + 7 $\phi$ 20	25.0	57.6
7dx	12.8	2.1	1 $\phi$ 14 + 4 $\phi$ 20	14.1	50.0
11sx	14.4	2.1	5 $\phi$ 20	15.7	50.0
11dx	14.7	2.1	5 $\phi$ 20	15.7	50.0
15	10.3	2.1	4 $\phi$ 20	12.6	50.0

Sezioni in campata

Sezione	$A_{s,req}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,min}$ (cm <sup>2</sup> )	barre	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,max}$ (cm <sup>2</sup> )
3 - 7	9.4	2.8	1 $\phi$ 14 + 3 $\phi$ 20	10.9	57.6
7-11	5.0	2.1	2 $\phi$ 14 + 1 $\phi$ 20	6.2	50.0
11-15	5.5	2.1	2 $\phi$ 14 + 1 $\phi$ 20	6.2	50.0

## Verifica di una sezione inflessa

Bisogna valutare la posizione dell'asse neutro  $\xi = x/d$  e quindi il momento ultimo  $M_u$ .

La posizione dell'asse neutro si determina risolvendo per tentativi l'equazione di equilibrio alla traslazione:

$$N_s + N_c + N'_s = 0 \quad \Rightarrow \quad \xi \beta - \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} (s - s' u) = 0 \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

Imponendo l'equilibrio alla rotazione si determina  $M_u$ :

$$M_u = A_s (1 - k \xi) \left( s + s' u \frac{k \xi - \gamma}{\alpha} \right) f_{yd}$$

## Verifica trave a spessore (1)

$$\xi \beta - \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} (s - s' u) = 0 \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

$M_{sd} = 141.5 \text{ kNm}$

Calcestruzzo  $R_{ck} 25$

$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$

Acciaio FeB 44 k

$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$

$\varepsilon_{yd} = 1.82 \text{ ‰}$

$b = 120 \text{ cm} \quad h = 24 \text{ cm}$

$d = 20 \text{ cm} \quad c = 4 \text{ cm}$

$A_s = 21.9 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 16.7 \text{ cm}^2$

$A'_s + A_s = 38.6 \text{ cm}^2$

$u = \frac{A'_s}{A_s} = \frac{16.7}{21.9} = 0.76$

$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = \frac{21.9 \times 373.9}{120 \times 20 \times 11.0} = 0.31$

$\xi$	$\varepsilon_c$	$\varepsilon_s$	$\beta$	$\sigma'_s$	$s'$	$\omega(1 - \sigma'_s u) - \xi \beta$
1.000	-0.0035	0.0000	0.000	0.0	0.0000	-0.73560
0.500	-0.0035	0.0035	0.810	373.9	1.0000	-0.33060
0.250	-0.0033	0.0100	0.798	137.2	0.3700	0.02000
0.375	-0.0035	0.0058	0.810	336.5	0.8998	-0.20576
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
0.259	-0.0035	0.0100	0.810	164.2	0.4393	-0.00001

## Verifica trave a spessore (1)

$$\xi \beta - \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} (s - s' u) = 0 \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

$M_{sd} = 141.5 \text{ kNm}$

Calcestruzzo  $R_{ck} 25$

$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$

Acciaio FeB 44 k

$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$

$\varepsilon_{yd} = 1.82 \text{ ‰}$

$b = 120 \text{ cm} \quad h = 24 \text{ cm}$

$d = 20 \text{ cm} \quad c = 4 \text{ cm}$

$A_s = 21.9 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 16.7 \text{ cm}^2$

$A'_s + A_s = 38.6 \text{ cm}^2$

$u = \frac{A'_s}{A_s} = \frac{16.7}{21.9} = 0.76$

$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = \frac{21.9 \times 373.9}{120 \times 20 \times 11.0} = 0.31$

$M_u = 141.6 \text{ kNm} > M_{sd}$

$\sigma'_s = 164.2$

$\varepsilon_c = 3.5 \text{ ‰}$

$\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$

Ok!

acciaio compresso in campo elastico

siamo al limite del campo 2 (sezioni ad alta duttilità)

La richiesta di armatura compressa è notevole soprattutto perché l'acciaio compresso non è snervato.

## Verifica trave a spessore (2)

$$\xi \beta - \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} (s - s' u) = 0 \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

$M_{sd} = 141.5 \text{ kNm}$

Calcestruzzo  $R_{ck} 25$

$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$

Acciaio FeB 44 k

$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$

$\varepsilon_{yd} = 1.82 \text{ ‰}$

$b = 120 \text{ cm} \quad h = 24 \text{ cm}$

$d = 20 \text{ cm} \quad c = 4 \text{ cm}$

$A_s = 22.7 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 0.0 \text{ cm}^2$

$A'_s + A_s = 22.7 \text{ cm}^2$

$u = \frac{A'_s}{A_s} = \frac{0.0}{22.7} = 0.00$

$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = \frac{22.7 \times 373.9}{120 \times 20 \times 11.0} = 0.32$

$\xi$	$\varepsilon_c$	$\varepsilon_s$	$\beta$	$\omega - \xi \beta$
1.000	-0.0035	0.0000	0.810	-0.49000
0.500	-0.0035	0.0035	0.810	-0.08500
0.250	-0.0033	0.0100	0.798	0.12050
0.375	-0.0035	0.0058	0.810	0.01625
.....	.....	.....	.....	.....
0.395	-0.0035	0.0053	0.810	-0.00001

## Verifica trave a spessore (2)

$$\xi \beta - \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} (s - s' u) = 0 \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

$M_{sd} = 141.5 \text{ kNm}$

Calcestruzzo  $R_{ck} 25$

$\alpha f_{cd} = 11.0 \text{ N/mm}^2$

Acciaio FeB 44 k

$f_{yd} = 373.9 \text{ N/mm}^2$

$\varepsilon_{yd} = 1.82 \text{ ‰}$

$b = 120 \text{ cm} \quad h = 24 \text{ cm}$

$d = 20 \text{ cm} \quad c = 4 \text{ cm}$

$A_s = 22.7 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 0.0 \text{ cm}^2$

$A'_s + A_s = 22.7 \text{ cm}^2$

$u = \frac{A'_s}{A_s} = \frac{0.0}{22.7} = 0.00$

$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = \frac{22.7 \times 373.9}{120 \times 20 \times 11.0} = 0.32$

$M_u = 141.7 \text{ kNm} > M_{sd} \quad \text{Ok!}$

$\varepsilon_c = 3.5 \text{ ‰}$

$\varepsilon_s = 5.3 \text{ ‰}$

siamo al limite del campo 3 (sezioni a media duttilità)

Per questa presentazione:

coordinamento M. Muratore

realizzazione M. Muratore

ultimo aggiornamento 11/03/2004



**Faraglioni**  
(ACITREZZA)  
**Foto © Amastray**