

Dalle tensioni ammissibili
agli stati limite
alla luce del nuovo Testo Unico

Dalle tensioni ammissibili
agli stati limite:
un approccio unitario

Silvi Marina, 28 maggio 2005

Aurelio Ghersi

Evoluzione della normativa (sismica)

A partire dal R.D. 10/1/1907:

verifica in termini tensionali (metodo T.A.)

Con la legge 1089/71 e il D.M. 30/5/72:

consentita anche la verifica agli stati limite (S.L.)
ma non in zona sismica

Con il D.M. 16/1/96:

consentito l'uso di S.L. anche in zona sismica

Con l'ordinanza 3274 del 20/3/2003:

in zona sismica è obbligatorio l'uso di S.L.

2005

Testo Unico

"Norme tecniche per le costruzioni"

Impostazione generale agli stati limite

Consente verifica in termini tensionali
solo in casi limitati

In particolare, è obbligatorio l'uso di S.L. per

Tutte le costruzioni in zona sismica 1 e 2

Costruzioni di classe 2, per qualunque zona sismica

Per costruzioni di classe 1 in zona sismica 3 e 4
è discutibile se e come applicare il metodo T.A.

2005

Testo Unico

"Norme tecniche per le costruzioni"

Impostazione Verifiche alle tensioni

Consente ver Consentite per
opere di classe 1
oppure
opere in materiali con modesto
comportamento plastico

In particolare con

Tutte le azioni che si accrescono
linearmente
Costruz

Per costruzioni di classe 1 in zona sismica 3 e 4
è discutibile se e come applicare il metodo T.A.

2005

Classi di importanza delle costruzioni

Classe 1

Costruzioni il cui uso prevede normale affollamento,
senza contenuti pericolosi o funzioni pubbliche
essenziali

vita utile 50 anni
periodo di ritorno sisma 500 anni

Classe 2

Costruzioni il cui uso prevede affollamenti significativi,
oppure con contenuti pericolosi o funzioni pubbliche
essenziali

vita utile 100 anni
periodo di ritorno sisma 1000 anni

Progettazione strutturale in zona sismica

Prima del 1996
Tensioni Ammissibili

Dal 2005
Stati Limite

Cosa cambia ?

Differenze

Concettuali S.L. \leftrightarrow T.A.

Diverso uso dei coefficienti di sicurezza

Non linearità del legame costitutivo del materiale

Sono quelle che più spaventano
molti professionisti

Sostanziali

Diverso "peso relativo" di carichi verticali ed
azioni orizzontali

Considerazione della duttilità strutturale

Sono quelle che principalmente
incidono sul costo strutturale

Stati limite e tensioni ammissibili

~~Due mondi completamente diversi?~~

Due approcci diversi, ma con molte analogie

Da esaminare in maniera unitaria

In modo da evidenziare:

che non cambia sostanzialmente il modo di
procedere, né le formule da utilizzare

quali risultati cambiano (e perché)
e quali restano invece inalterati

Quali sono gli obiettivi della progettazione strutturale?

Una struttura deve essere progettata e costruita in modo che:

- Con accettabile probabilità rimanga adatta all'uso per il quale è prevista, tenendo nel dovuto conto la sua vita presupposta e il suo costo
- Con adeguati livelli di accettabilità sia in grado di sopportare tutte le azioni o influenze, cui possa essere sottoposta durante la sua realizzazione e il suo esercizio, e abbia adeguata durabilità in relazione ai costi di manutenzione

Eurocodice 2, punto 2.1

Valutazione della sicurezza

La norma parla di "accettabile probabilità", "adeguato livello di accettabilità".

Perché ?

Perché sia la resistenza del materiale che le azioni sulla struttura non sono definite con certezza, quindi dovrebbero essere analizzate in maniera probabilistica.

Incertezza sulla resistenza

provino	f_y [MPa]
1	387.9
2	395.2
3	403.9
4	421.8
5	429.1
6	430.1
7	430.4
...	...
49	447.2
...	...
99	460.2
100	469.5

Portando a rottura
100 provini si ottengono
risultati fortemente diversi

A quale fare riferimento?

430 MPa f_{yk}

Valore caratteristico

frattile 5% = valore al di sotto
del quale ricade il 5% dei dati
sperimentali

Incertezza sui carichi

solaio	q [kN/m ²]
1	0.44
2	0.59
...	...
49	1.12
...	...
94	1.92
95	1.97
96	2.08
97	2.19
98	2.35
99	2.51
100	2.94

Esaminando il sovraccarico
massimo in 100 solai per
abitazione si trovano valori
fortemente diversi

A quale fare riferimento?

2.0 kN/m² q_k

Valore caratteristico

frattile 95% = valore al di sotto
del quale ricade il 95% dei dati
sperimentali

E' possibile fare il calcolo utilizzando i valori caratteristici della resistenza e delle azioni ?

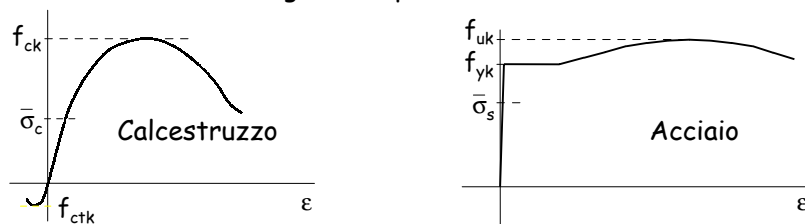
No, perché la possibilità di avere resistenza inferiore o azioni superiori porta ad un rischio di crollo non sufficientemente basso

E' necessario applicare coefficienti di sicurezza

In che modo ?

Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza

Diagrammi sperimentali

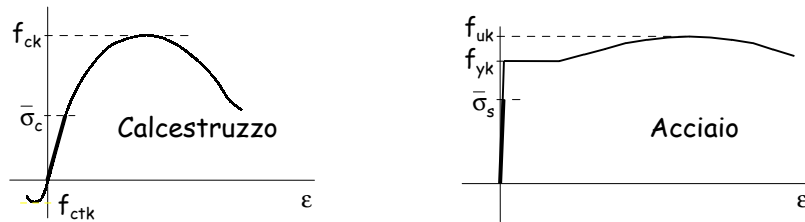


Si considerano "ammissibili" valori delle tensioni molto ridotti rispetto a quelli di rottura

$$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c = \frac{f_{ck}}{\gamma} \quad \sigma_s \leq \bar{\sigma}_s = \frac{f_{yk}}{\gamma}$$

Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza

Diagrammi di calcolo



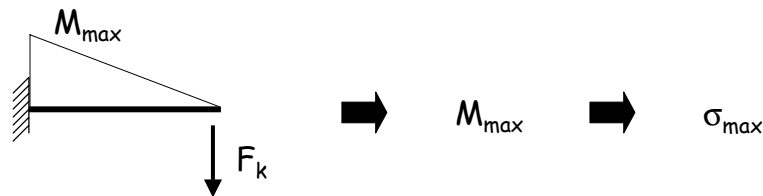
Per valori delle tensioni inferiori a quelli ammissibili il legame tensioni-deformazioni è lineare

E' possibile quindi applicare tutte le formule della teoria di elasticità lineare, il principio di sovrapposizione degli effetti, ecc. ecc.

Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza

Metodo delle tensioni ammissibili

La verifica consiste nel calcolare la tensione massima (prodotta dalle azioni, prese col valore caratteristico)

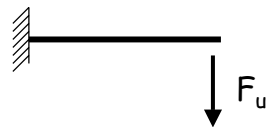
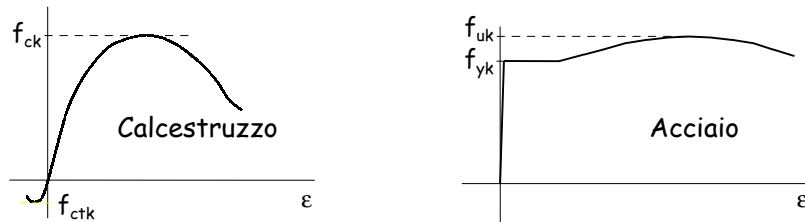


e controllare che sia inferiore a quella ammissibile

$$\sigma_{max} \leq \bar{\sigma}$$

Seconda possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza ai carichi

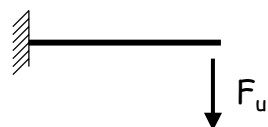
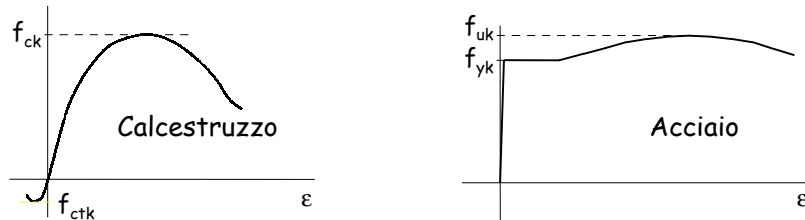
Diagrammi sperimentali



Usando i legami costitutivi sperimentali, si valuta il carico che porta a collasso la struttura

Seconda possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza ai carichi

Calcolo a rottura



Si considera accettabile un carico ridotto rispetto a quello di collasso

$$F_k \leq \frac{F_u}{\gamma} \quad \text{ovvero} \quad \gamma F_k \leq F_u$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Si parte da considerazioni probabilistiche

Si dimostra che per avere una bassa probabilità di collasso occorre fare riferimento a valori di carichi e resistenza corrispondenti a differenti probabilità di occorrenza

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

provino	f_y [MPa]
1	387.9
2	395.2
3	403.9
4	421.8
5	429.1
6	430.1
7	430.4
...	...
49	447.2
...	...
99	460.2
100	469.5

f_{yd} Si usa come valore di calcolo un frattile più basso (0.5%)

430 MPa f_{yk}
frattile 5%

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Si passa dal valore caratteristico al valore di calcolo applicando un opportuno coefficiente di sicurezza

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

solaio	q [kN/m ²]
1	0.44
2	0.59
...	...
49	1.12
...	...
94	1.92
95	1.97
96	2.08
97	2.19
98	2.35
99	2.51
100	2.94

Si passa dal valore caratteristico al valore di calcolo applicando un opportuno coefficiente di sicurezza

$$q_d = \gamma_q q_k$$

2.0 kN/m² q_k
frattile 95%

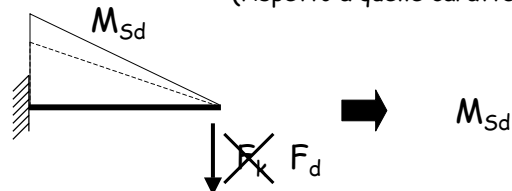
Si usa come valore di calcolo un frattile più alto (99.5%)

q_d

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Verifica

La verifica consiste nel calcolare le caratteristiche di sollecitazione, prodotta da azioni maggiorate (rispetto a quelle caratteristiche)



e controllare che siano inferiore a quelle resistenti, determinate con una resistenza ridotta (rispetto a quella ultima)

$$M_{Sd} \leq M_{Rd}$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

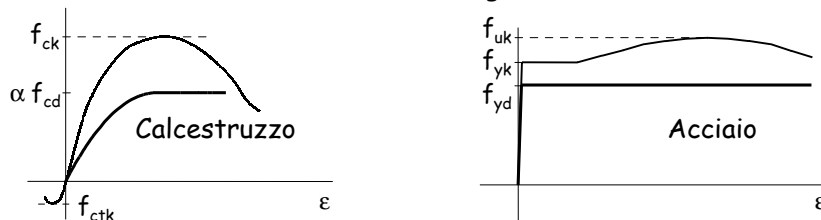
Verifica allo stato limite ultimo

Le caratteristiche di sollecitazione prodotte dai carichi possono essere valutate con analisi non lineare, ma più comunemente si usa un'analisi lineare

M_{Sd}

Le caratteristiche di sollecitazione che la sezione può sopportare devono essere valutate tenendo conto della non linearità del legame costitutivo

M_{Rd}



Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Ver

Le caratteris
possono
ma più

Le caratter
sopportar
della

Rispetto alle tensioni ammissibili:

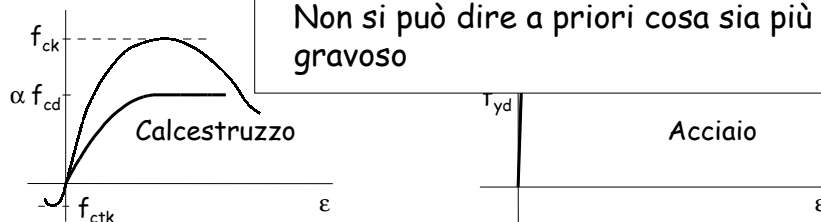
I carichi

sono incrementati
carichi verticali, del 40% o 50%

Le resistenze

sono incrementate
dal 30% al 50%

Non si può dire a priori cosa sia più
gravoso



Tornando agli obiettivi

Metodo degli stati limite

- Sopportare tutte le azioni . . .

cioè evitare il collasso . . .

Verifica allo stato limite ultimo (SLU)

- Rimanere adatta all'uso . . .

ovvero limitare:

- deformazioni, fessurazione (per c.a.)

Verifica allo stato limite di esercizio (SLE)

- danneggiamento (in caso di sisma)

Verifica allo stato limite di danno (SLD)

Un po' più in generale ...

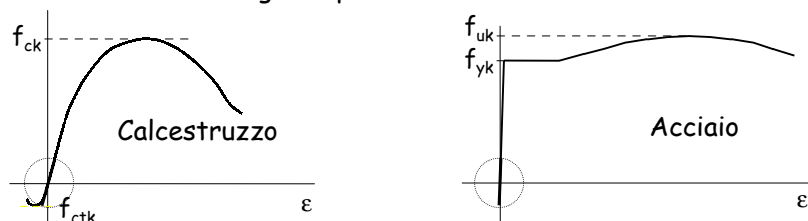
- i modelli utilizzati per il materiale
- i valori dei coefficienti di sicurezza

dipendono dal problema che si affronta
e dal modo in cui lo si affronta

Ad esempio, per il cemento armato . . .

Legami costitutivi del materiale

Legami sperimentali



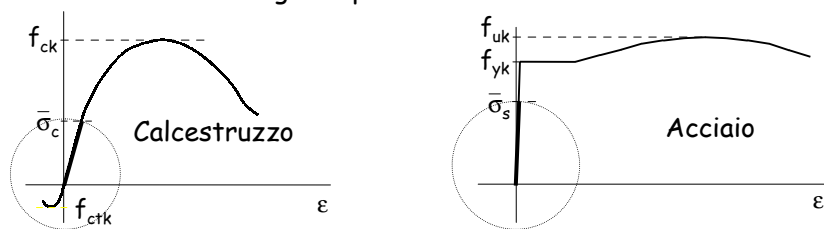
Modelli di comportamento

1 - per deformazioni e tensioni molto basse:
comportamento elastico lineare
calcestruzzo resistente anche a trazione

Usato solo per
situazioni
particolari
Ad esempio:
fessurazione

Legami costitutivi del materiale

Legami sperimentali

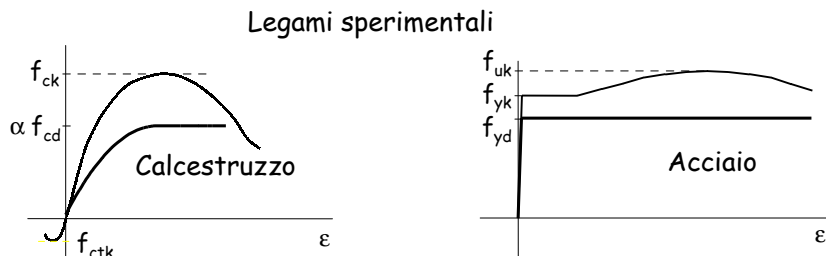


Modelli di comportamento

2 - per deformazioni e tensioni maggiori:
comportamento elastico lineare
calcestruzzo non resistente a trazione

Usato per il
metodo delle
tensioni
ammissibili
Ma anche per
verifiche S.L.E.

Legami costitutivi del materiale



Modelli di comportamento

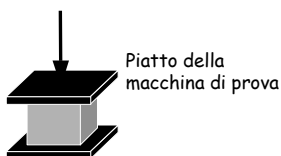
3 - per deformazioni e tensioni ancora maggiori:
comportamento non lineare
calcestruzzo non resistente a trazione

Usato per le
verifiche allo
stato limite
ultimo

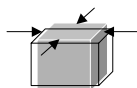
Relazione tra R_{ck} e f_{ck}

Provino cubico

R_{ck}



il provino, compresso,
si accorcia e si dilata



per attrito tra piatto e provino
nascono forze trasversali

La presenza di queste forze
riduce il rischio di rottura



Aumenta la
resistenza

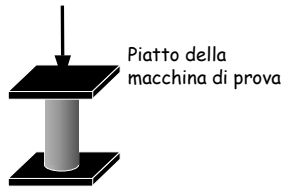
Relazione tra R_{ck} e f_{ck}

Provino cilindrico

f_{ck}

$$f_{ck} = 0.83 R_{ck}$$

$$f_{ck} < R_{ck}$$



Piatto della
macchina di prova



il provino, compresso,
si accorcia e si dilata;
nascono forze trasversali
... ma la rottura avviene
lontano dagli estremi

La presenza delle forze non
influisce sul rischio di rottura



La resistenza
è minore

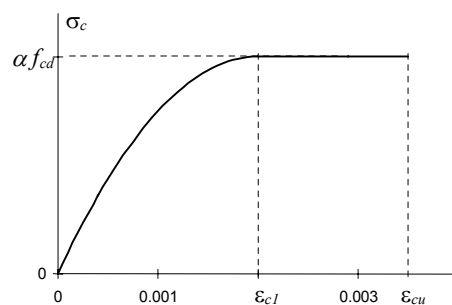
Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

Per valutare la
resistenza della sezione

con $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}$

$$\varepsilon_{c1} = 2.0 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{cu} = 3.5 \times 10^{-3}$$



parabola - rettangolo

$$\sigma_c = (2\eta - \eta^2) \alpha f_{cd} \quad \sigma_c = \alpha f_{cd}$$

EC2, punto 4.2.1.3.3

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

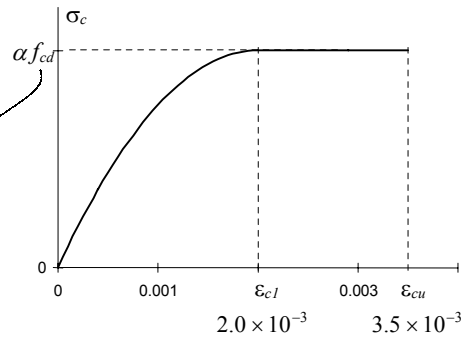
Valore di calcolo della resistenza

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

con

$\gamma_c = 1.6$ per strutture in c.a. ordinario

$\gamma_c = 1.5$ per strutture in c.a.p.



↪ Coefficiente che tiene conto della riduzione di resistenza per carichi di lunga durata

$$\alpha = 0.85$$

EC2, punto 2.3.3.2 + NAD

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

Esempio

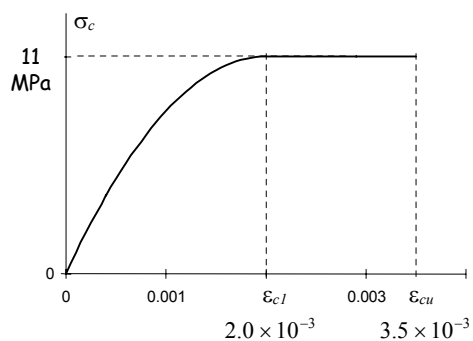
Calcestruzzo di classe

$$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$f_{ck} = 20.75 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = \frac{20.75}{1.6} = 13.0 \text{ MPa}$$

$$\alpha f_{cd} = 0.85 \times 13.0 = 11.0 \text{ MPa}$$



Si ricorda che
 $\bar{\sigma}_c = 8.5 \text{ MPa}$

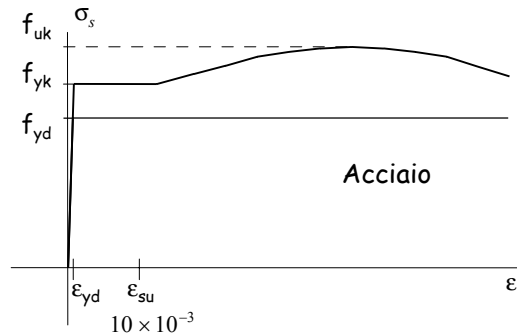
Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Possibili alternative

1 - Legame elastico-perfettamente plastico, con limite 10×10^{-3}

2 - Legame elasto-plastico con incrudimento, con limite 10×10^{-3}

3 - Legame elastico-perfettamente plastico, senza limiti



In molti casi può semplificare la trattazione

EC2, punto 4.2.2.3.2

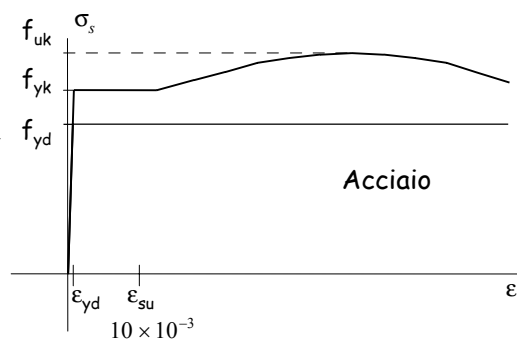
Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Valore di calcolo della resistenza

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

con

$$\gamma_s = 1.15$$



EC2, punto 2.3.3.2

Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Esempio

Acciaio Fe B 44 k

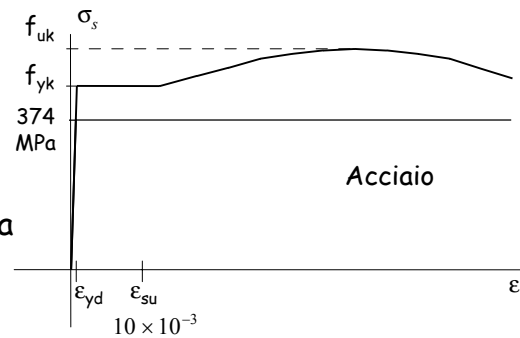
$$f_{yk} = 430 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{430}{1.15} = 373.9 \text{ MPa}$$

Acciaio Fe B 38 k

$$f_{yk} = 375 \text{ MPa}$$

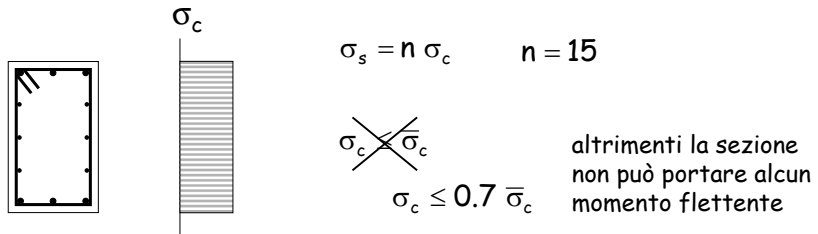
$$f_{yd} = \frac{375}{1.15} = 326.1 \text{ MPa}$$



Confronto
tensioni ammissibili - stato limite ultimo

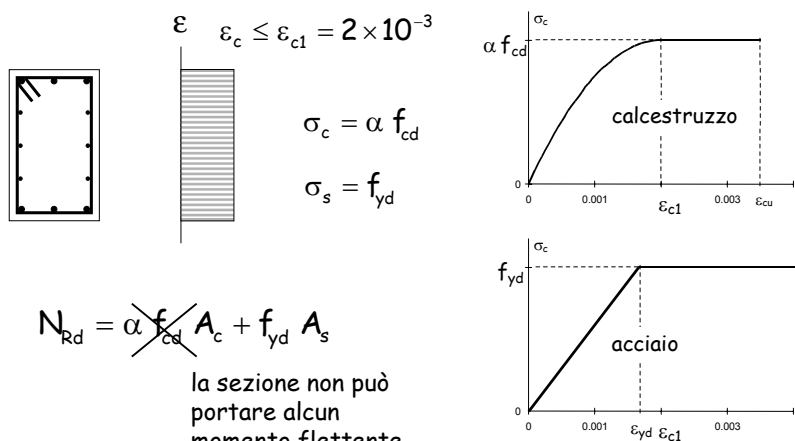
Sforzo normale

Verifica - tensioni ammissibili



$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c (A_c + n A_s)$$

Verifica - stato limite ultimo



Verifica - confronto

$$\text{TA} \quad N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c + n 0.7 \bar{\sigma}_c A_s$$

Formule sostanzialmente analoghe

Cambiano i coefficienti

$$\text{SLU} \quad N_{\text{Rd}} = \frac{\alpha f_{\text{cd}}}{1.25} A_c + f_{\text{yd}} A_s$$

Verifica - confronto

Si ipotizza che $N_{\text{Sd}} (\text{SLU}) = 1.45 \text{ N (TA)}$

$$\text{TA} \quad N_{\max} = \frac{0.7 \bar{\sigma}_c}{5.9} A_c + n \frac{0.7 \bar{\sigma}_c}{89} A_s$$

Stesso rapporto
dei carichi
verticali

$$\frac{8.8}{5.9} \cong 1.5$$

$$\frac{374}{89} \cong 4.2$$

Rapporto
molto
maggiore

$$\text{SLU} \quad N_{\text{Rd}} = \frac{\alpha f_{\text{cd}}}{1.25} A_c + f_{\text{yd}} A_s$$

Calcestruzzo di classe $R_{\text{ck}} = 25 \text{ MPa}$

Acciaio Fe B 44 k

Verifica - confronto

Si ipotizza che N_{Sd} (SLU) = 1.45 N (TA)

$$TA \quad N_{max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c + n 0.7 \bar{\sigma}_c A_s$$

5.9 89

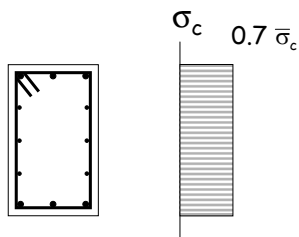
Allo stato limite ultimo,
l'acciaio compresso conta molto di più

$$SLU \quad N_{Rd} = \frac{8.8}{1.25} A_c + \frac{374}{f_{yd}} A_s$$

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Progetto - tensioni ammissibili



La norma impone $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0.008$
 $n = 15$

$$N_{max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c (1 + n \rho)$$

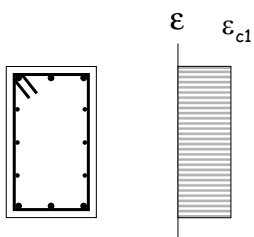
Si determina la sezione
di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$$

e poi l'armatura

$$A_s \geq 0.008 A_c$$

Progetto - stato limite ultimo



La norma impone che l'armatura porti almeno il 15% dello sforzo normale

$$0.85 N_{Sd} \geq 0.15 N_{Sd}$$

$$N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$$

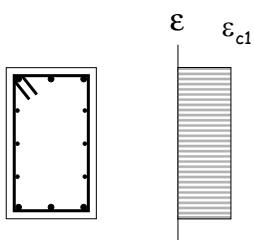
Si determina la sezione di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25}$$

e l'armatura

$$A_s \geq \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}}$$

Progetto - stato limite ultimo



La norma impone che l'armatura porti almeno il 15% dello sforzo normale

$$0.85 N_{Sd} \geq 0.15 N_{Sd}$$

$$N_{Rd} = \frac{\alpha f_{cd}}{1.25} A_c + f_{yd} A_s$$

Consiglio

(tenendo conto della 3274)

Si determina la sezione di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{N_{Sd}}{\alpha f_{cd}}$$

e poi l'armatura

$$A_s \geq 0.01 A_c$$

Progetto - confronto

$$\text{TA} \quad A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c} \quad A_s \geq 0.008 A_c$$

Formule sostanzialmente analoghe

Cambiano i coefficienti

$$\text{SLU} \quad A_c \geq \frac{N_{sd}}{\alpha f_{cd}} \quad A_s \geq 0.01 A_c$$

(con 3274)

Progetto - confronto

Si ipotizza che $N_{sd} \text{ (SLU)} = 1.45 N \text{ (TA)}$

$$\text{TA} \quad A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c} \quad A_s \geq 0.008 A_c$$

6.66

La sezione non cambia molto (14% in meno allo SLU)

$$\frac{N}{6.66} \cong \frac{1.45 N}{11.0}$$

L'armatura allo SLU potrebbe ridursi (ma aumenta per la 3274)

$$\text{SLU} \quad A_c \geq \frac{N_{sd}}{\alpha f_{cd}} \quad A_s \geq 0.01 A_c$$

(con 3274)

11.0

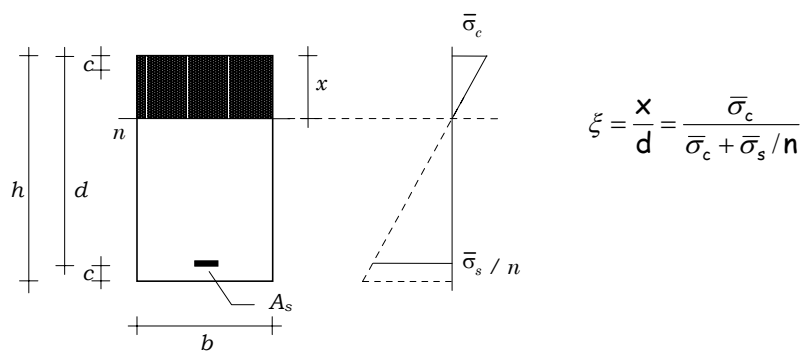
Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Acciaio Fe B 44 k

Confronto tensioni ammissibili - stato limite ultimo

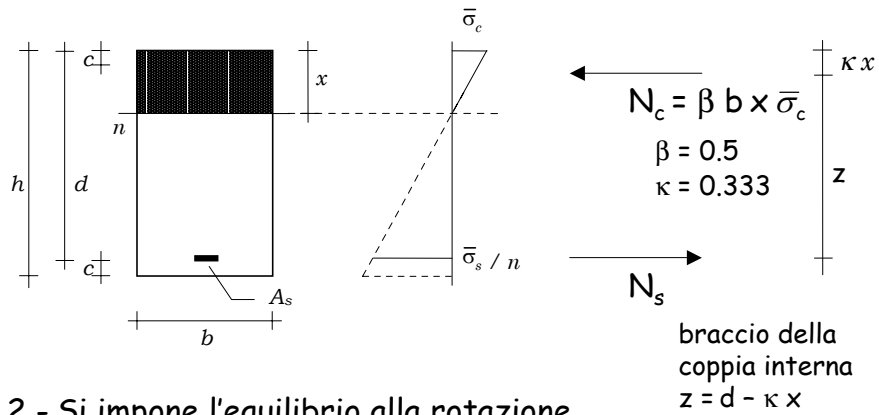
Momento flettente

Progetto - tensioni ammissibili



- 1 - Si assegna il diagramma di tensioni che si vuole avere nella sezione

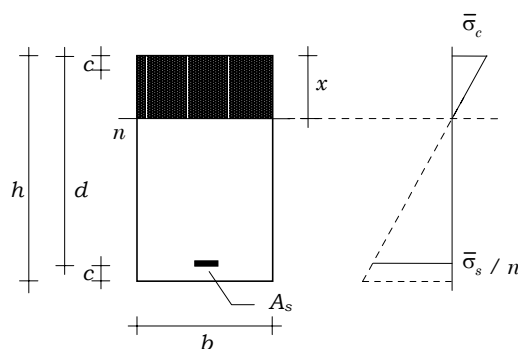
Progetto - tensioni ammissibili



2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c z \quad M = \beta b \xi d \bar{\sigma}_c (d - \kappa \xi d)$$

Progetto - tensioni ammissibili



Si ottiene:

$$M = \frac{b d^2}{r^2}$$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

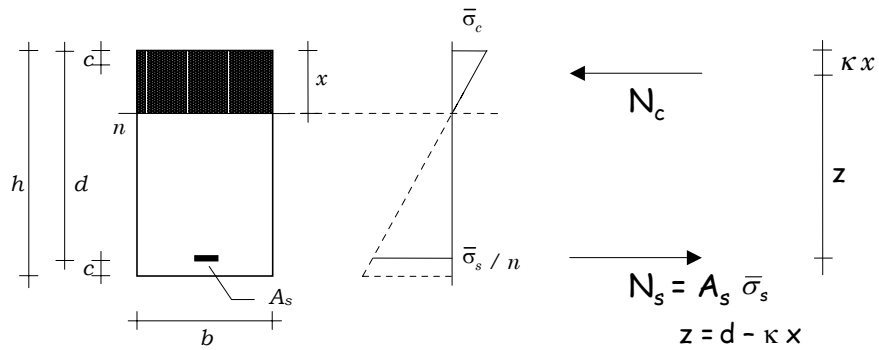
con:

$$r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi) \bar{\sigma}_c}}$$

2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c z \quad M = \beta b \xi d \bar{\sigma}_c (d - \kappa \xi d)$$

Progetto - tensioni ammissibili



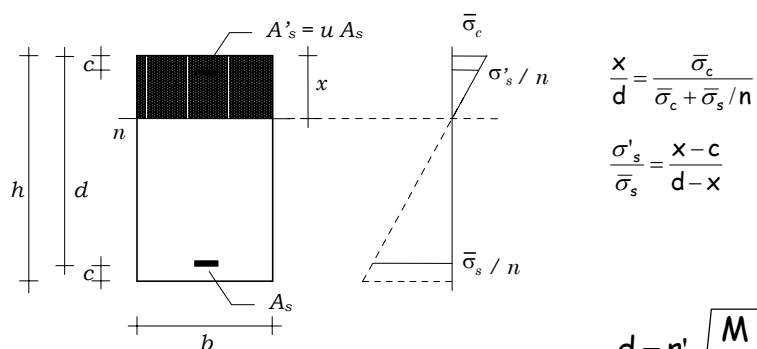
3 - Si impone l'equilibrio alla rotazione
rispetto alla risultante N_c

$$M = N_s z$$

$$M = A_s \bar{\sigma}_s z$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

Progetto - tensioni ammissibili



Analogamente per sezione
a doppia armatura

r' dipende da u (e da c/d)

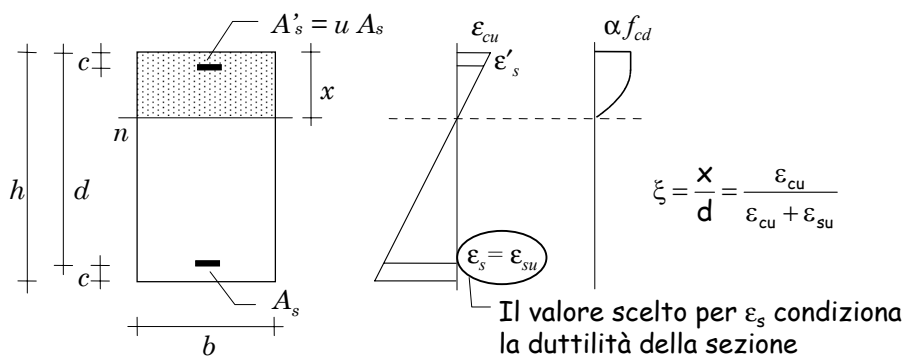
$$\frac{x}{d} = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_c + \bar{\sigma}_s / n}$$

$$\frac{\sigma'_s}{\bar{\sigma}_s} = \frac{x - c}{d - x}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

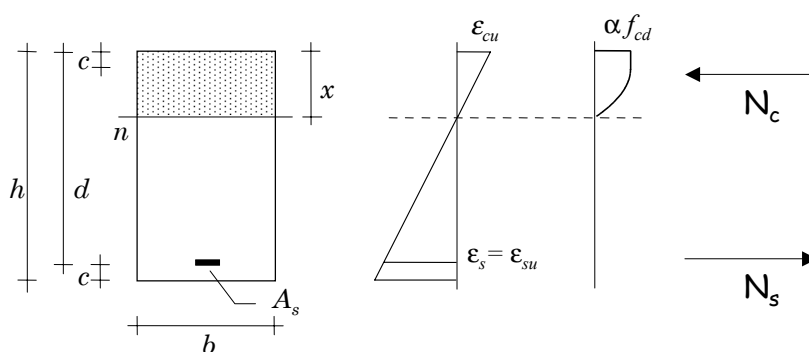
Progetto - stato limite ultimo



1 - Si assegna il diagramma di deformazioni che si vuole avere nella sezione

Buona duttilità con $\varepsilon_{su} = 10 \times 10^{-3}$

Progetto - stato limite ultimo

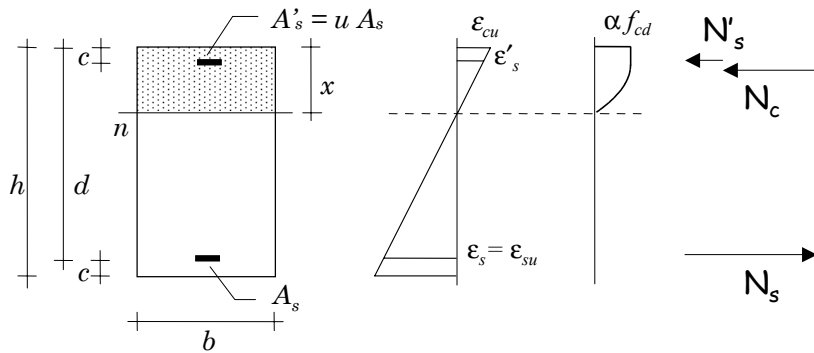


2 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura si ottiene

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

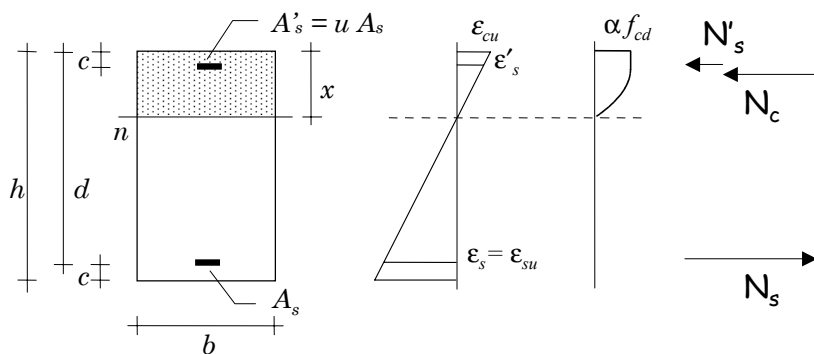
con:
$$r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi) \alpha f_{cd}}}$$

Progetto - stato limite ultimo



ovvero, in presenza di doppia armatura $d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$

Progetto - stato limite ultimo



3 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante di compressione si ottiene

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

Progetto - confronto

$$\text{TA} \quad d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

Formule perfettamente corrispondenti

Cambia solo il valore di r'

$$\text{SLU} \quad d = r' \sqrt{\frac{M_{Sd}}{b}} \quad A_s = \frac{M_{Sd}}{0.9 d f_{yd}}$$

Progetto - confronto

Si ipotizza che $M_{Sd} \text{ (SLU)} = 1.45 M \text{ (TA)}$

$$\text{TA} \quad d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

0.028

Per sezione
a semplice armatura
non cambia quasi niente
(5% in meno allo SLU)

$$0.028 \sqrt{M} \cong 0.022 \sqrt{1.45 M}$$

$$\text{SLU} \quad d = r' \sqrt{\frac{M_{Sd}}{b}} \quad A_s = \frac{M_{Sd}}{0.9 d f_{yd}}$$

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Acciaio Fe B 44 k

Progetto - confronto

Si ipotizza che M_{Sd} (SLU) = 1.45 M (TA)

$$\text{TA} \quad d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

0.0265

Per sezione con armatura compressa si può ridurre un po' l'altezza

14% in meno allo SLU per $u=0.25$

$$\text{SLU} \quad d = r' \sqrt{\frac{M_{Sd}}{b}} \quad A_s = \frac{M_{Sd}}{0.9 d f_{yd}}$$

0.019

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Progetto - confronto

Si ipotizza che M_{Sd} (SLU) = 1.45 M (TA)

$$\text{TA} \quad d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

0.025

Per sezione con armatura compressa si può ridurre un po' l'altezza

25% in meno allo SLU per $u=0.50$

$$\text{SLU} \quad d = r' \sqrt{\frac{M_{Sd}}{b}} \quad A_s = \frac{M_{Sd}}{0.9 d f_{yd}}$$

0.0155

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Progetto - confronto

Si ipotizza che M_{Sd} (SLU) = 1.45 M (TA)

TA

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

L'armatura tesa rimane
la stessa

$$\frac{M}{\bar{\sigma}_s} \cong \frac{1.45 M}{f_{yd}}$$

SLU

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Sd}}{b}}$$

$$A_s = \frac{M_{Sd}}{0.9 d f_{yd}}$$

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Confronto
tensioni ammissibili - stato limite ultimo

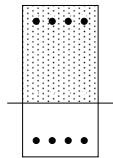
Presso o tensoflessione

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

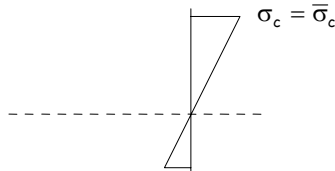
Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{\max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio

sezione



si assegna un diagramma



si calcolano M ed N

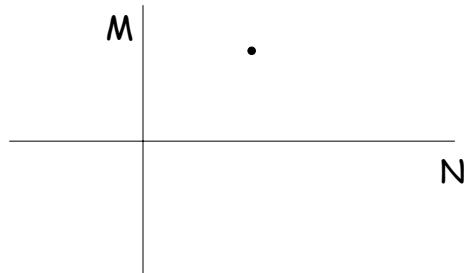
$$N = \int \sigma dA$$

$$M = -\int \sigma y dA$$

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{\max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio



si calcolano M ed N

$$N = \int \sigma dA$$

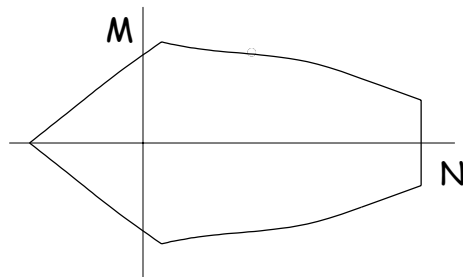
$$M = -\int \sigma y dA$$

e si riporta la coppia M - N nel diagramma

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{\max} è uguale a $\bar{\sigma}$

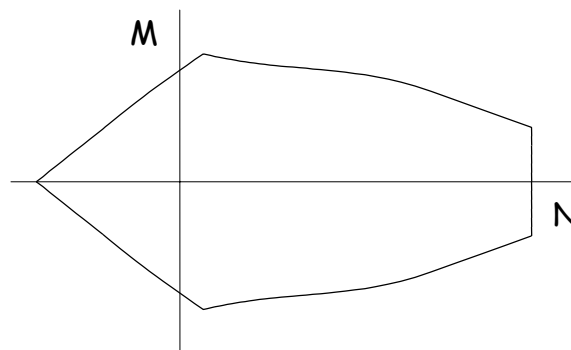
Ripetendo con tutti i possibili diagrammi ...



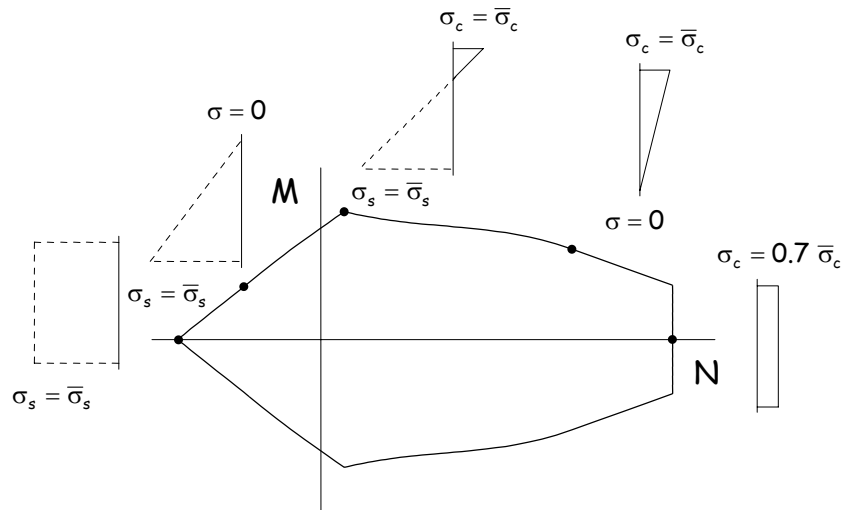
si ottiene il dominio completo

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni

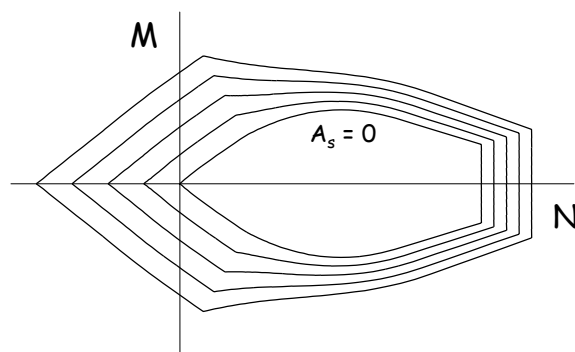


Domini di resistenza - tensioni ammissibili



Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi

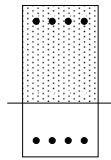


Domini di resistenza - stato limite ultimo

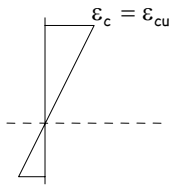
Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{\max} è uguale a ϵ_{lim}

Per ricavare una coppia M-N del dominio

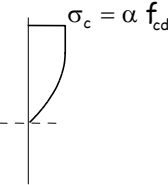
sezione



si assegna un diagramma di ϵ



di σ



si calcolano M ed N

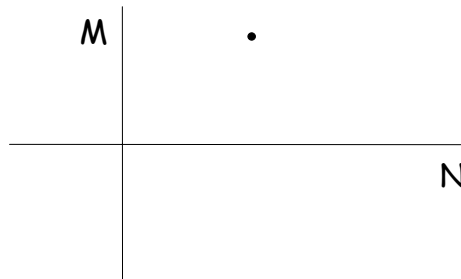
$$N = \int \sigma dA$$

$$M = - \int \sigma y dA$$

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{\max} è uguale a $\bar{\epsilon}_{cu}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio



si calcolano M ed N

$$N = \int \sigma dA$$

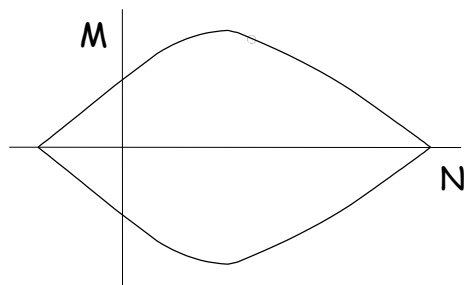
$$M = - \int \sigma y dA$$

e si riporta la coppia M - N nel diagramma

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{\max} è uguale a $\bar{\epsilon}_{cu}$

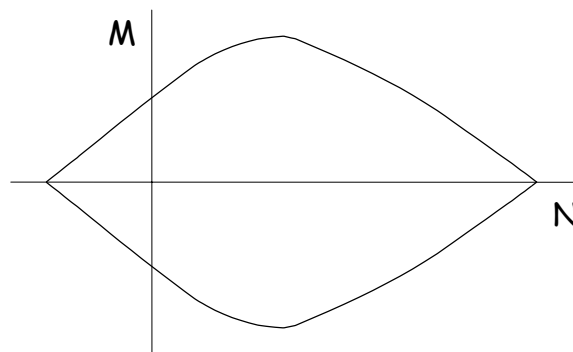
Ripetendo con tutti i possibili diagrammi ...



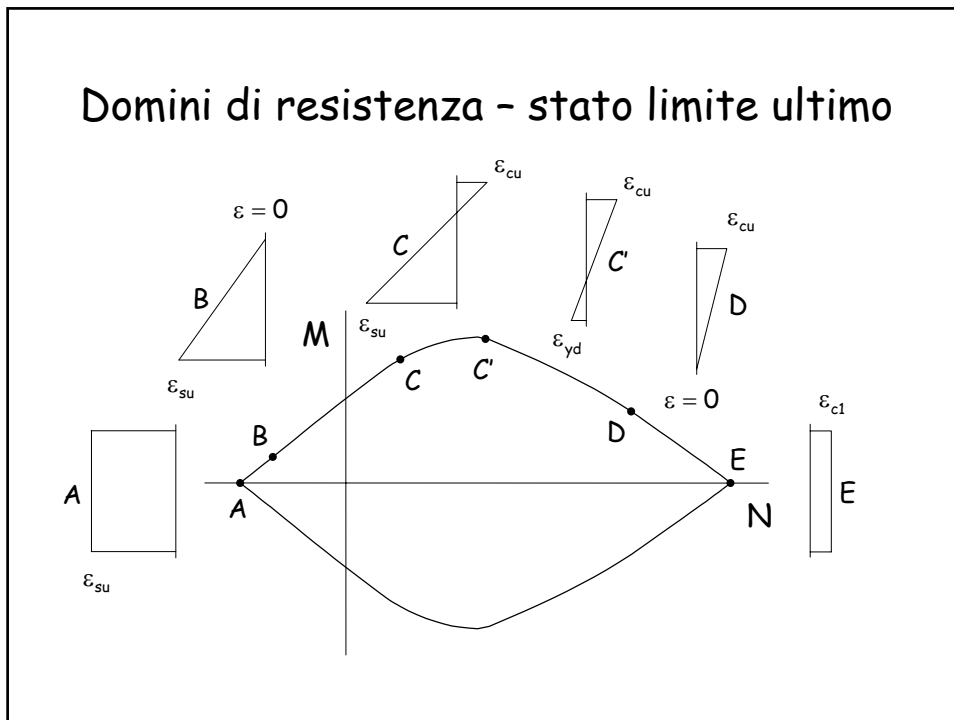
si ottiene il dominio completo

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni

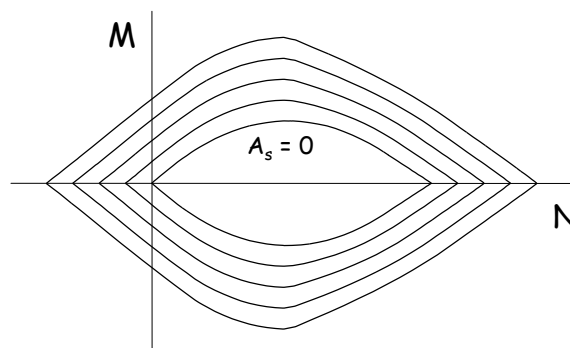


Domini di resistenza - stato limite ultimo



Domini di resistenza - stato limite ultimo

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi

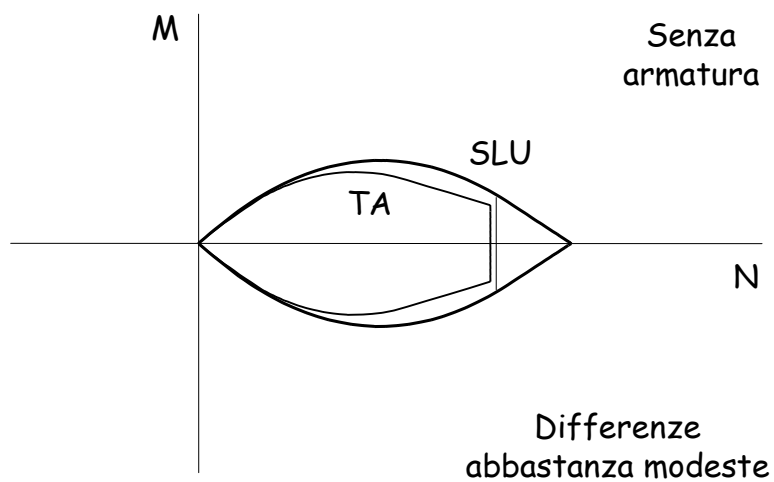


Domini: confronto tra TA e SLU

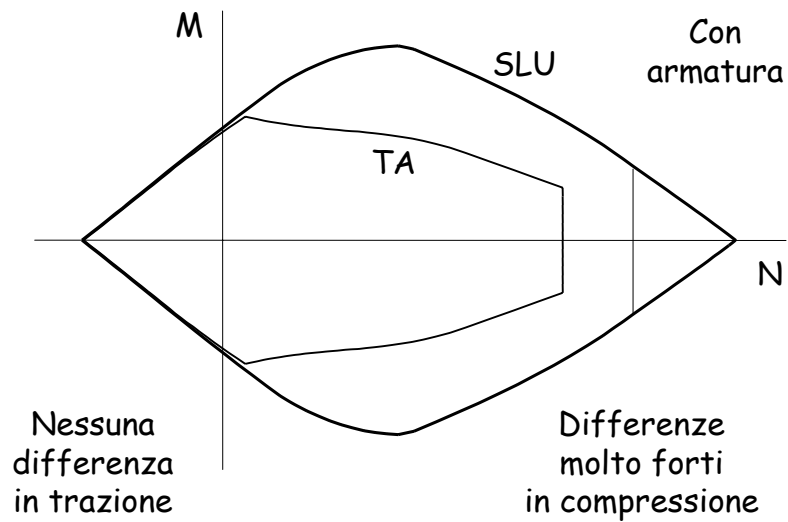
Il confronto può essere effettuato sovrapponendo i domini ricavati per TA e SLU

Poiché i carichi allo SLU sono maggiori (di $1.4 \div 1.5$) di quelli alle TA, il dominio relativo alle TA deve essere opportunamente scalato (ad esempio $\times 1,45$)

Domini: confronto tra TA e SLU



Domini: confronto tra TA e SLU



Formule di progetto

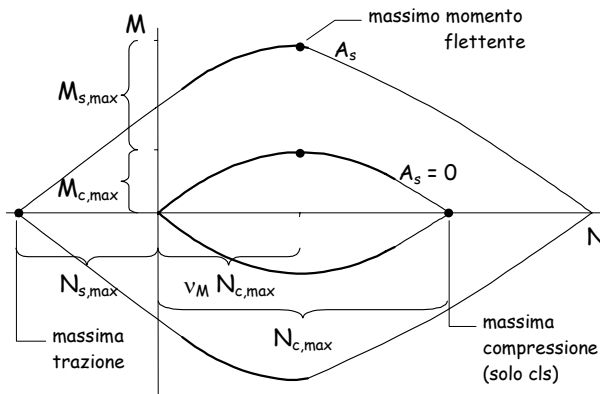
Col metodo delle Tensioni Ammissibili

Non esistono formule semplici per:

- costruire il dominio $M-N$
- progettare l'armatura
- dimensionare la sezione

Dominio M-N allo SLU

I punti fondamentali possono essere individuati mediante pochi parametri



Dominio M-N allo SLU

I punti fondamentali possono essere individuati mediante pochi parametri

	sez. rettangolare	sez. circolare
$N_{c,max}$	$A_c \alpha f_{cd}$	
$N_{s,max}$	$A_{s,tot} f_{yd}$	
v_M	0.48	
$M_{c,max}$	$0.12 A_c h \alpha f_{cd}$	$0.10 A_c h \alpha f_{cd}$
$M_{s,max}$	$0.5 A_{s,tot} (h - 2c) f_{yd}$	$0.3 A_{s,tot} (h - 2.4c) f_{yd}$

Formulazione analitica

Momento resistente:

$$M_{Rd} = (M_{c,max} + M_{s,max}) \left[1 - \left| \frac{N_{Rd} - 0.48 N_{c,max}}{0.48 N_{c,max} + N_{s,max}} \right|^m \right]$$

	sez. rettangolare	sez. circolare
m	$1 + \frac{1}{1 + 2 N_{s,max} / N_{c,max}}$	$1 + \sqrt[3]{\frac{1}{1 + 2 N_{s,max} / N_{c,max}}}$

N positivo se compressione

Formulazione analitica

Verifica di resistenza:

$$\frac{|M_{Sd}|}{M_{c,max} + M_{s,max}} + \left| \frac{N_{Sd} - 0.48 N_{c,max}}{0.48 N_{c,max} + N_{s,max}} \right|^m \leq 1$$

N positivo se compressione

Formulazione analitica

Progetto dell'armatura:

sez. rettangolare

$$A_s = A'_s = \frac{\Delta M_{Sd}}{z_{eq} f_{yd}}$$

$$z_{eq} = h - 2c \cong 0.9d$$

sez. circolare

$$A_{s,tot} = 2 \frac{\Delta M_{Sd}}{z_{eq} f_{yd}}$$

$$z_{eq} = 0.6(h - 2.4c)$$

$$\Delta M_{Sd} = M_{Sd} - M_{c,max} \left[1 - \left(\frac{N_{Sd} - 0.48 N_{c,max}}{0.48 N_{c,max}} \right)^2 \right]$$

N positivo se compressione

Formulazione analitica

Progetto della sezione:

$$h = r'' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad \text{per sezione rettangolare}$$

Il coefficiente r'' è in questo caso dipendente da:

- sforzo normale adimensionalizzato $v = N_{Sd} / N_{c,max}$
- percentuale meccanica di armatura che si vuole disporre $\omega_{tot} = A_{s,tot} f_{yd} / A_c \alpha f_{cd}$
- caratteristiche dei materiali

Confronto
tensioni ammissibili - stato limite ultimo

Taglio

Verifica - tensioni ammissibili

Per decidere se:

- non calcolare l'armatura a taglio
- non disporre armatura a taglio (solai)

$$\tau_{\max} = \frac{V}{0.9 b d} \leq \tau_{c0}$$

$$V \leq 0.9 \tau_{c0} b d$$

Verifica - stato limite ultimo

Per decidere se:

- non calcolare l'armatura a taglio
- non disporre armatura a taglio (solai)

(modello a pettine)

$$V_{Sd} \leq k(1.2 + 40 \rho_l) \tau_{Rd} b d$$

Verifica - confronto

TA $V \leq 0.9 \tau_{c0} b d$

Formule sostanzialmente analoghe

Cambiano i coefficienti

SLU $V_{Sd} \leq k(1.2 + 40 \rho_l) \tau_{Rd} b d$

Verifica - confronto

Si ipotizza che V_{sd} (SLU) = 1.45 V (TA)

$$TA \quad V \leq 0.9 \tau_{c0} b d$$

0.48

Allo stato limite ultimo
può essere necessaria armatura
per un taglio minore

Problemi
per i solai

0.3 ÷ 0.7

$$SLU \quad V_{sd} \leq k (1.2 + 40 \rho_l) \tau_{Rd} b d$$

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Verifica - tensioni ammissibili

Per decidere se:

- la sezione è accettabile

$$\tau_{max} = \frac{V}{0.9 b d} \leq \tau_{c1}$$

$$V \leq 0.9 \tau_{c1} b d$$

Verifica - stato limite ultimo

Per decidere se:

- la sezione è accettabile

(traliccio di Morsch, con inclinazione θ variabile)

$$V_{sd} \leq \frac{v f_{cd} \cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} 0.9 b d$$

$$1 \leq \cot \theta \leq 2$$

Verifica - confronto

TA $V \leq 0.9 \tau_{c1} b d$

Formule sostanzialmente analoghe

Cambiano i coefficienti

SLU $V_{sd} \leq \frac{v f_{cd} \cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} 0.9 b d$

Verifica - confronto

Si ipotizza che V_{sd} (SLU) = 1.45 V (TA)

$$\text{TA} \quad V \leq 0.9 \tau_{ct} b d$$

1.52

La resistenza della sezione allo stato limite ultimo cresce più del rapporto dei carichi

$$\text{SLU} \quad V_{sd} \leq \frac{v f_{cd} \cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} 0.9 b d$$

2.8 ÷ 3.5

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Progetto armatura - tensioni ammissibili

Se l'armatura è costituita da staffe:

(traliccio di Mörsch)

$$A_{st} = \frac{V s}{n_b z \bar{\sigma}_s}$$

Progetto armatura - stato limite ultimo

Se l'armatura è costituita da staffe:

(traliccio di Morsch, con inclinazione θ variabile)

$$A_{st} = \frac{V s}{n_b z f_{yd} \cot \theta}$$

$$1 \leq \cot \theta \leq 2$$

Progetto armatura - confronto

TA
$$A_{st} = \frac{V s}{n_b z \bar{\sigma}_s}$$

Stesse formule

La differenza è data da $\cot \theta$

SLU
$$A_{st} = \frac{V s}{n_b z f_{yd} \cot \theta}$$

Progetto armatura - confronto

Si ipotizza che V_{sd} (SLU) = 1.45 V (TA)

$$TA \quad A_{st} = \frac{V s}{n_b z \bar{\sigma}_s}$$

Allo stato limite ultimo
l'armatura può essere dimezzata

$$\frac{V}{\bar{\sigma}_s} \cong \frac{1.45 V}{f_{yd}}$$

$$1 \leq \cot \theta \leq 2$$

$$SLU \quad A_{st} = \frac{V_{sd} s}{n_b z f_{yd} \cot \theta}$$

Calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa

Acciaio Fe B 44 k

Confronto
tensioni ammissibili - stato limite ultimo

Conclusioni

Conclusioni

Con un po' di studio ed un minimo di applicazioni
ci si può abituare ad usare il metodo degli stati limite
e si possono ricreare gli "ordini di grandezza"
che occorre avere anche per accettare i risultati
forniti da programmi di calcolo

Bibliografia:

Aurelio Ghersi
Il cemento armato. Dalle tensioni ammissibili
agli stati limite: un approccio unitario
Flaccovio, 2005

FINE

Prime diapositive preparate ex-novo

Il seguito è tratto, con ampie modifiche,
dalle presentazioni
Spoleto - 1, Spoleto - 2
Spoleto - 3, Spoleto - 4
Spoleto - 5, Spoleto - 6

Per questa presentazione:

coordinamento	A. Ghersi
realizzazione	A. Ghersi
ultimo aggiornamento	24/05/2005