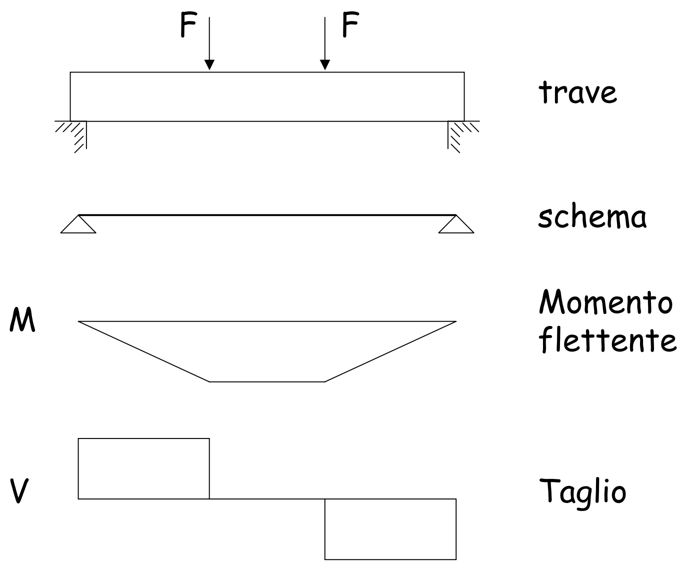
Dalle tensioni ammissibili agli stati limite

Taglio

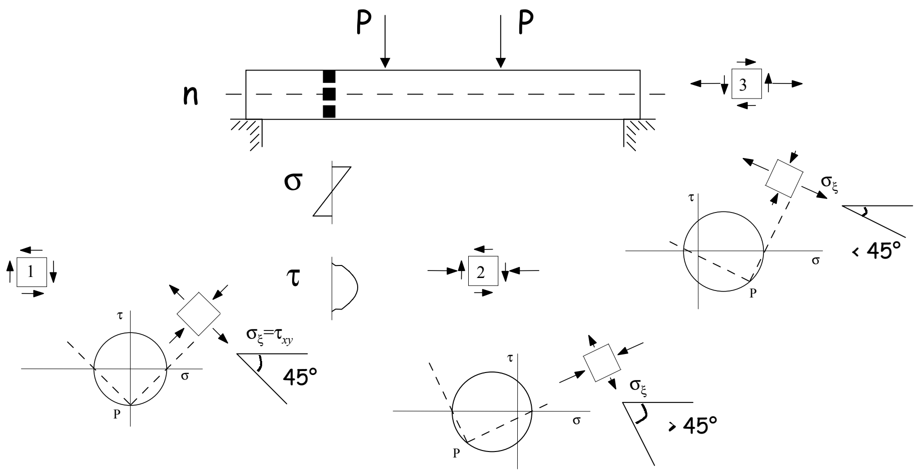
Spoleto, 21 maggio 2004

Aurelio Ghersi

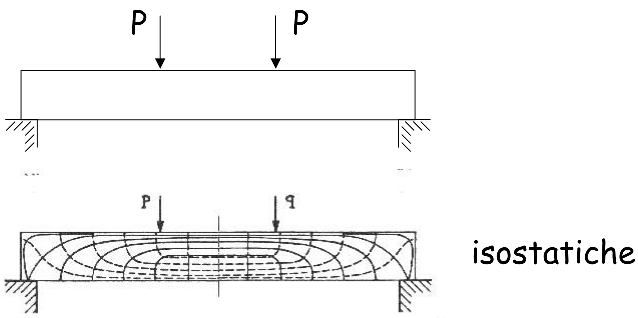
Comportamento di una trave



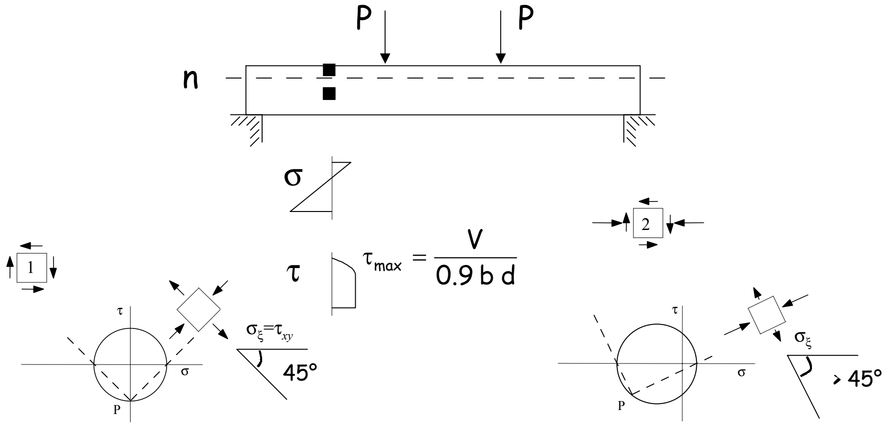
Comportamento di una trave
1 – calcestruzzo resistente a trazione



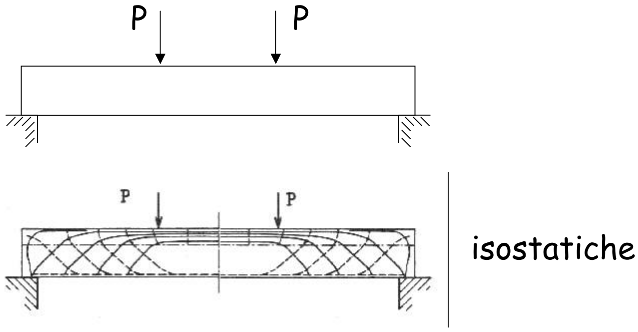
Comportamento di una trave 1 – calcestruzzo resistente a trazione

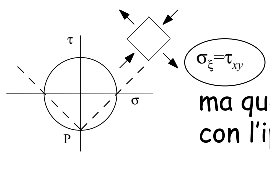


Comportamento di una trave
2 – calcestruzzo non resistente a trazione



Comportamento di una trave
2 – calcestruzzo non resistente a trazione





ma questa tensione di trazione è incompatibile con l'ipotesi fatta per il materiale

Resistenza di trave non armata a taglio

Verifica – tensioni ammissibili

Non è necessaria armatura a taglio se $\tau < \tau_{c1}$

Vuol dire che:
- Non si accetta trazione dovuta alla flessione
- Si accettano modeste trazioni dovute al taglio

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

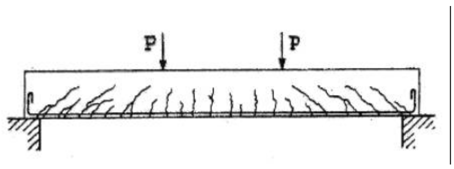
$$V_{c0} = 0.9\ \tau_{c0}\ b\ d$$

Nota: si devono comunque disporre armature minime a taglio, tranne che nei solai

Verifica – stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

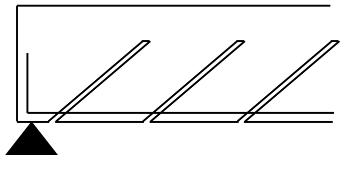
Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

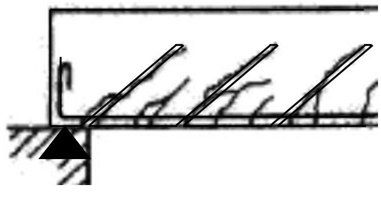


Verifica – stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio



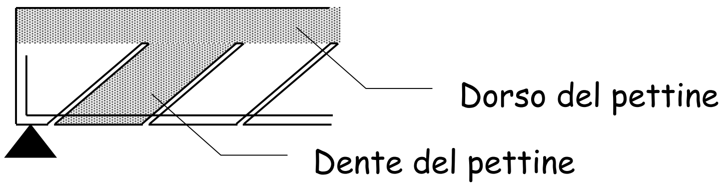


Verifica – stato limite ultimo

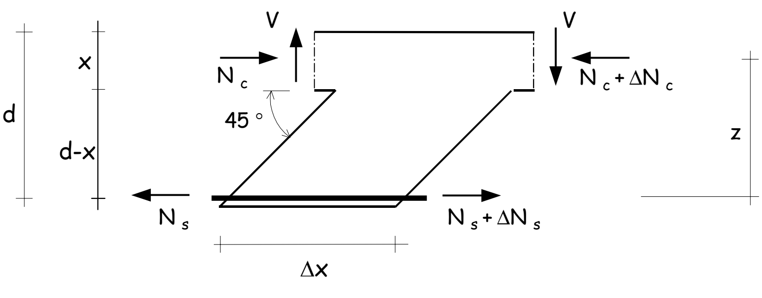
Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

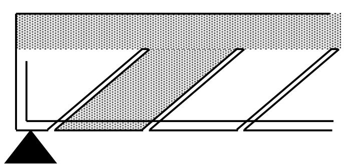
Modello a pettine



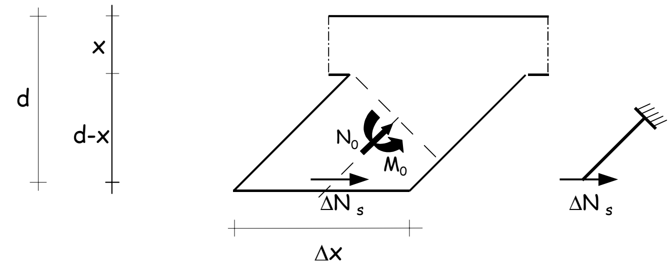
Resistenza del dente

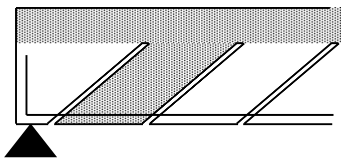


$$\Delta N_s = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V\,\Delta x}{z}$$



Resistenza del dente



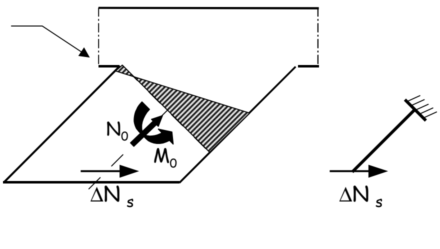


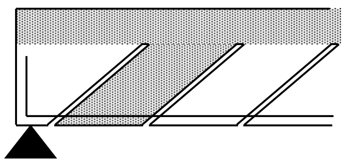
$$N_0 = -\frac{\Delta N_s}{\sqrt{2}} = -\frac{V\ \Delta x}{\sqrt{2}\ z}$$

$$M_0 = -\Delta N_s \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right) = -\frac{V\ \Delta x}{z} \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right)$$

Resistenza del dente

Rottura quando
$\sigma = f_{cfd}$



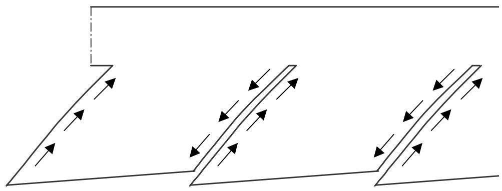


Resistenza del dente:

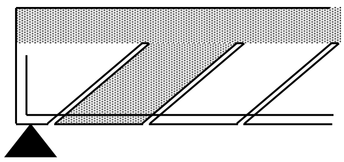
$$V_{Rd} = \tau_{Rd}\ b\ d$$

$$\tau_{Rd} = 0.25\ f_{ctd}$$

Altri contributi
alla resistenza del dente



Ingranamento degli inerti

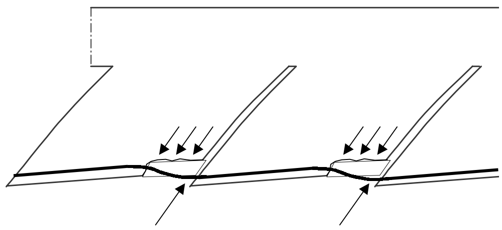


Resistenza del dente:

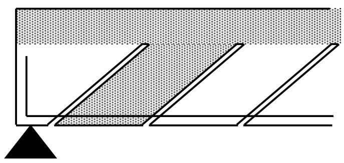
$$V_{Rd} = \tau_{Rd}\, \boxed{k}\, b\, d$$

$$k = 1.6 - d \quad \geq 1$$

Altri contributi
alla resistenza del dente



Effetto spinotto



Resistenza del dente:

$$\boxed{V_{Rd1}} = \tau_{Rd}\, k\, \boxed{(1.2 + 40\, \rho_l)}\, b\, d$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b\, d} \quad \leq 0.02$$

Esempio – tensioni ammissibili

Travetti di solaio:

b = 20 cm h = 24 cm A_s = 2∅10 a travetto

d = 22 cm 3.1 cm^2 a metro

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

$$V_{c0} = 0.9\ \tau_{c0}\ b\ d =$$
$$= 0.9 \times 0.53 \times 20 \times 22 \times 10^{-1} = 21.0\ \text{kN}$$

Esempio – stato limite ultimo

Travetti di solaio:

b = 20 cm h = 24 cm A_s = 2∅10 a travetto

d = 22 cm 3.1 cm^2 a metro

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd}\ k\ (1.2 + 40\ \rho_l)\ b\ d$$

$$V_{Rd1} = 22.2\ \text{kN}$$

$$\tau_{Rd} = 0.25\ \text{MPa}$$
$$k = 1.6 - 0.22 = 1.38$$
$$\rho_l = \frac{3.1}{20 \times 24} = 0.00646$$
$$1.2 + 40\ \rho_l = 1.46$$

Confronto

Tensioni ammissibili:

$$V_{c0} = \underbrace{0.9\ \tau_{c0}}_{0.48}\ b\ d = 21.0\ \text{kN}$$

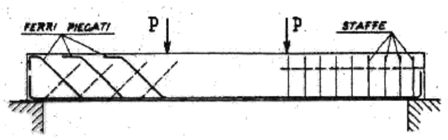
Stato limite ultimo:

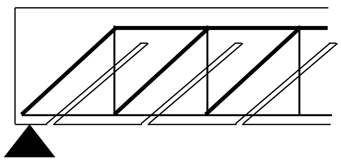
$$V_{Rd1} = \underbrace{\tau_{Rd}\ k\ (1.2 + 40\ \underbrace{\rho_l}_{0.25 \div 0.80})}_{0.50}\ b\ d = 22.2\ \text{kN}$$

Ma i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, quindi la resistenza è, in proporzione, minore

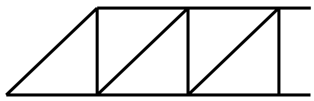
Resistenza di trave armata a taglio

Modello di calcolo





Traliccio di Mörsch



Verifica – tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi: $V_{c1} = 0.9\ \tau_{c1}\ b\ d$

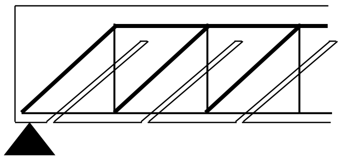
La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Mörsch - schema isostatico

Per staffe: $V_{st} = \frac{A_{st}}{s}\ 0.9\ d\ \overline{\sigma}_s$

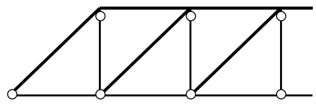
Verifica – stato limite ultimo

Sia la resistenza del calcestruzzo che quella dell'armatura vengono valutate col modello di traliccio

Attenzione: occorre tener conto del fatto che il traliccio è iperstatico



Traliccio iperstatico

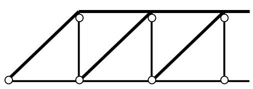


Verifica – stato limite ultimo

In campo lineare, l'iperstaticità del traliccio è irrilevante

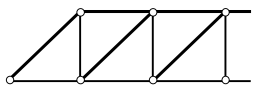
Rigidezza estensionale >> Rigidezza flessionale

Traliccio iperstatico



=

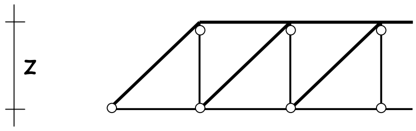
Traliccio isostatico



Verifica – stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

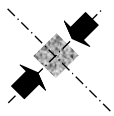
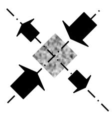
Resistenza del calcestruzzo:



$$N_c = V\sqrt{2}$$

$$A_c = b\,z\,\sqrt{2}$$

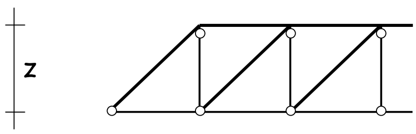
Ponendo $\sigma_c = \nu\, f_{cd}$ si ottiene $V_{Rd2} = \dfrac{1}{2}\,\nu\, f_{cd}\, b\, z$

Notare:  $\alpha\, f_{cd}$  $\nu\, f_{cd}$ $\nu = 0.7 - \dfrac{f_{ck}}{200}$

Verifica – stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza dell’armatura:



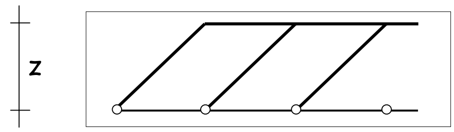
$$N_s = V$$

Ponendo $\sigma_s = f_{yd}$ si ottiene $V_{wd} = \dfrac{A_{st}}{s} f_{yd}\, z$

Verifica – stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "normale"



Se si rompe prima il calcestruzzo: fine

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} \nu f_{cd} b z$$

Se si snerva l'armatura scompare l'armatura a taglio

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd}$$

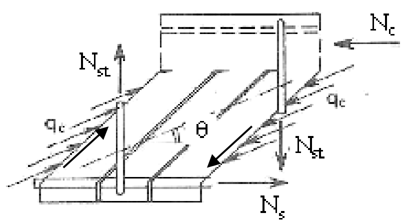
rimane ancora il "pettine" con la sua resistenza

con $V_{cd} = V_{Rd1}$

Verifica – stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"



Quando si snerva l'armatura scompare l'armatura a taglio

ma per l'ingranamento degli inerti la direzione di compressione si inclina

$$1 \le \cot\theta \le 2$$

$$V_{Rd2} = \frac{\cot\theta}{1+\cot^2\theta} \nu f_{cd} b z \qquad V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot\theta$$

Esempio – tensioni ammissibili

Trave emergente:

b = 30 cm h = 50 cm A_s = 4∅14 (6.2 cm^2)

d = 46 cm staffe ∅8/15 (6.7 cm^2/m)

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{c1} = 0.9\ \tau_{c1}\ b\ d =$$
$$= 0.9 \times 1.69 \times 30 \times 46 \times 10^{-1} = 210\ \text{kN}$$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s}\ 0.9\ d\ \overline{\sigma}_s =$$
$$= 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 255 \times 10^{-3} = 70.7\ \text{kN}$$

Esempio – stato limite ultimo
modello "normale"

Trave emergente:

b = 30 cm h = 50 cm A_s = 4∅14 (6.2 cm^2)

d = 46 cm staffe ∅8/15 (6.7 cm^2/m)

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2}\ \nu\ f_{cd}\ b\ z =$$
$$= \frac{0.596}{2} \times 13.0 \times 30 \times 0.9 \times 46 \times 10^{-1} = 481\ \text{kN}$$

Esempio – stato limite ultimo
modello "normale"

Trave emergente:

b = 30 cm   h = 50 cm A_s = 4∅14 (6.2 cm^2)

d = 46 cm   staffe ∅8/15 (6.7 cm^2/m)

La resistenza dell'armatura si calcola così

$$V_{cd} = V_{Rd1} = 54.3\ \text{kN}$$

$$V_{wd} = \frac{A_{st}}{s}\ 0.9\ d\ f_{yd} =$$

$$= 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 374 \times 10^{-3} = 103.7\ \text{kN}$$

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} = 158\ \text{kN}$$

Esempio – stato limite ultimo
"inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

b = 30 cm   h = 50 cm A_s = 4∅14 (6.2 cm^2)

d = 46 cm   staffe ∅8/15 (6.7 cm^2/m)

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rd2} = \frac{\cot\theta}{1+\cot^2\theta}\ \nu\ f_{cd}\ b\ z$$

$$\cot\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 481\ \text{kN}$$

$$\cot\theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 385\ \text{kN}$$

Esempio – stato limite ultimo
"inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

b = 30 cm h = 50 cm A_s = 4∅14 (6.2 cm^2)

d = 46 cm staffe ∅8/15 (6.7 cm^2/m)

La resistenza dell'armatura è

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd}\ z \cot\theta$$

$$\cot\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$\cot\theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd3} = 207.4 \text{ kN}$$

Esempio – stato limite ultimo
"inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

b = 30 cm h = 50 cm A_s = 4∅14 (6.2 cm^2)

d = 46 cm staffe ∅8/15 (6.7 cm^2/m)

In definitiva, poiché

$$\cot\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 481 \text{ kN} \qquad V_{Rd3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$\cot\theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 385 \text{ kN} \qquad V_{Rd3} = 207.4 \text{ kN}$$

si può assumere $\cot\theta = 2$ e $V_{Rd} = 207.4$ kN

Confronto - calcestruzzo

Tensioni ammissibili:

$$V_{c1} = 0.9\ \tau_{c1}\ b\ d = 210\ \text{kN}$$

1.52

Stato limite ultimo:

$$V_{Rd2} = \frac{\cot\theta}{1+\cot^2\theta}\ \nu\ f_{cd}\ 0.9\ b\ d = 385\ \text{kN}$$

3.10 $\quad$ 3.10 ÷ 3.87

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è, in proporzione, maggiore

Confronto - armatura

Tensioni ammissibili:

$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s}\ 0.9\ d\ \overline{\sigma}_s = 70.7\ \text{kN}$$

255

Stato limite ultimo:

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s}\ 0.9\ d\ f_{yd}\ \cot\theta = 207.4\ \text{kN}$$

748 $\quad$ 374 ÷ 748

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio è il doppio)

FINE

Parzialmente tratto dalla presentazione
Cemento armato - 5

Per questa presentazione:

coordinamento	A. Ghersi
realizzazione	A. Ghersi
ultimo aggiornamento	17/05/2004