

# Analisi Pushover

Catania, 2004

Pier Paolo Rossi

# Procedura di verifica tramite analisi statica non lineare

È un approccio piuttosto recente:

1. Si calcola la risposta inelastica della struttura soggetta a forze orizzontali crescenti (analisi non lineare o analisi pushover)
2. Si valutano gli spostamenti della struttura (richieste di spostamento) in corrispondenza di livelli di carico sismico predefiniti.

Infine

si verifica che le richieste di spostamento siano superiori agli spostamenti che, valutati secondo analisi pushover, corrispondono al raggiungimento dei livelli prestazionali di riferimento

# 1 - Valutazione del comportamento strutturale

## Analisi pushover

- L'analisi statica non lineare consiste nell'applicare all'edificio i carichi gravitazionali ed un sistema di forze orizzontali che, mantenendo invariati i rapporti relativi tra le forze stesse, vengano tutte scalate in modo da far crescere monotonicamente lo spostamento orizzontale di un punto di controllo della struttura fino al raggiungimento delle condizioni ultime.



# Analisi statica non lineare: Sistema bilineare equivalente

Sia  $\Phi$  il vettore rappresentativo del primo modo di vibrazione normalizzato al valore unitario della componente relativa al punto di controllo:

Coefficiente di partecipazione

$$\Gamma = \frac{\sum m_i \Phi_i}{\sum m_i \Phi_i^2}$$

Per il sistema equivalente ad un grado di libertà:

$$F^* = \frac{F_b}{\Gamma}$$

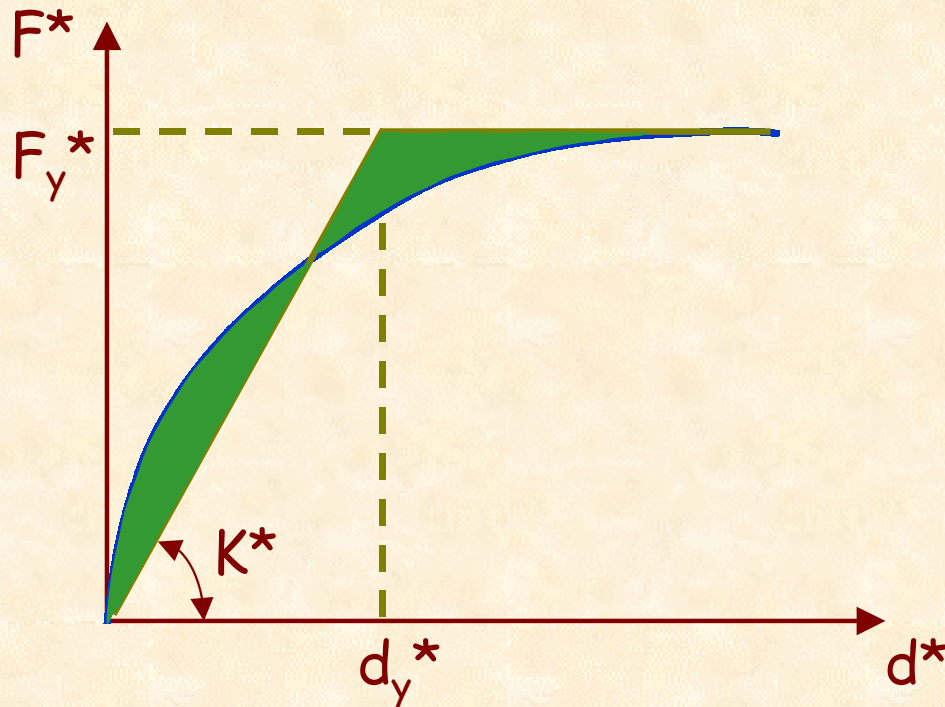
$$d^* = \frac{d_c}{\Gamma}$$

# Analisi statica non lineare: Sistema bilineare equivalente

Coordinate del punto di snervamento

$$F_y^* = \frac{F_{bu}}{\Gamma}$$

$$d_y^* = \frac{F_y^*}{K^*}$$



Bilinearizzazione ottenuta  
uguagliando le aree

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K^*}}$$

con  $m^* = \sum m_i \Phi_i$

# Analisi statica non lineare: Spostamento massimo

Se:  $T^* > T_c$        $d_{max}^* = d_{e,max}^* = S_{De}(T^*)$

Se:  $T^* \leq T_c$        $d_{max}^* = \frac{d_{e,max}^*}{q^*} \left[ 1 + (q^* - 1) \frac{T_c}{T^*} \right] \geq d_{e,max}^*$

Essendo:

$$q^* = \frac{S_e(T^*)m^*}{F_y^*}$$

Forza di risposta elastica del sistema equivalente

Forza di snervamento del sistema equivalente



# Analisi statica non lineare

L'idea è ottima

Ma

- Gli spostamenti di collasso valutati con forze statiche coincidono con quelli dinamici?
- Quanto è affidabile la previsione degli spostamenti che la struttura subirà durante un terremoto?

# Analisi statica non lineare

- L'analisi statica non lineare consiste nell'applicare all'edificio i carichi gravitazionali ed un sistema di forze orizzontali che, mantenendo invariati i rapporti relativi tra le forze stesse, vengano tutte scalate in modo da far crescere monotonicamente lo spostamento orizzontale di un punto di controllo della struttura fino al raggiungimento delle condizioni ultime.
- Le prescrizioni contenute nelle presenti norme si applicano agli edifici che soddisfino le condizioni di regolarità in pianta e in altezza. Il metodo può essere esteso ad edifici non regolari purché si tenga conto dell'evoluzione della rigidità e corrispondentemente delle forme di vibrazione conseguenti allo sviluppo delle deformazioni inelastiche (metodi evolutivi). Le modalità di tale estensione, che dipendono dalla configurazione geometrica e meccanica specifica dell'edificio in esame, devono essere adeguatamente documentate.

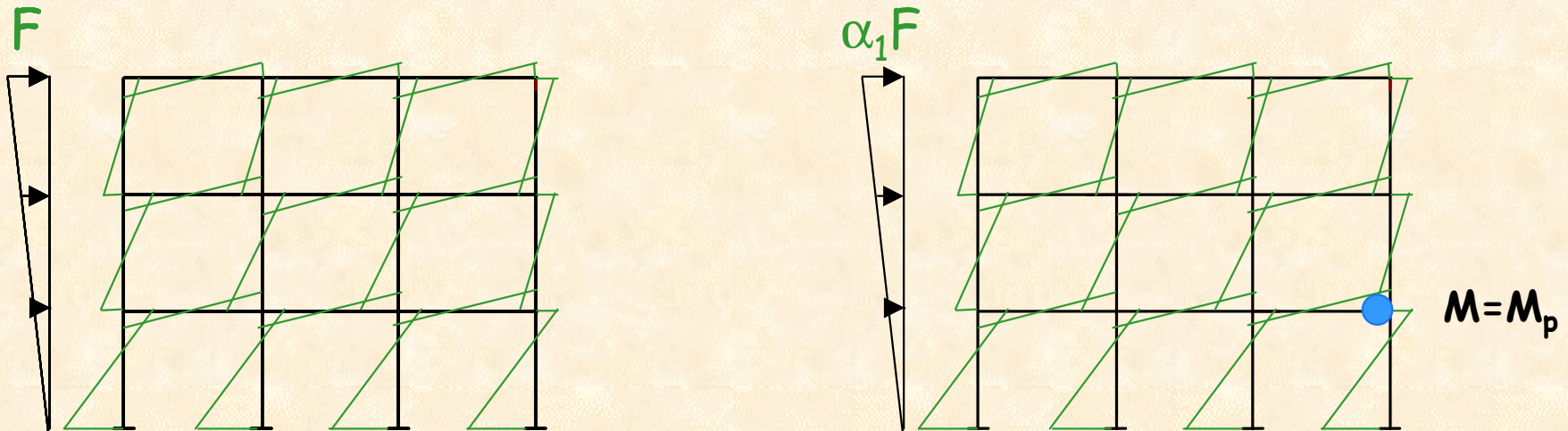


# Analisi statica non lineare

È un'analisi non-lineare, costituita da una sequenza di risposte lineari ad incrementi (passi) di carico.

## 1° PASSO

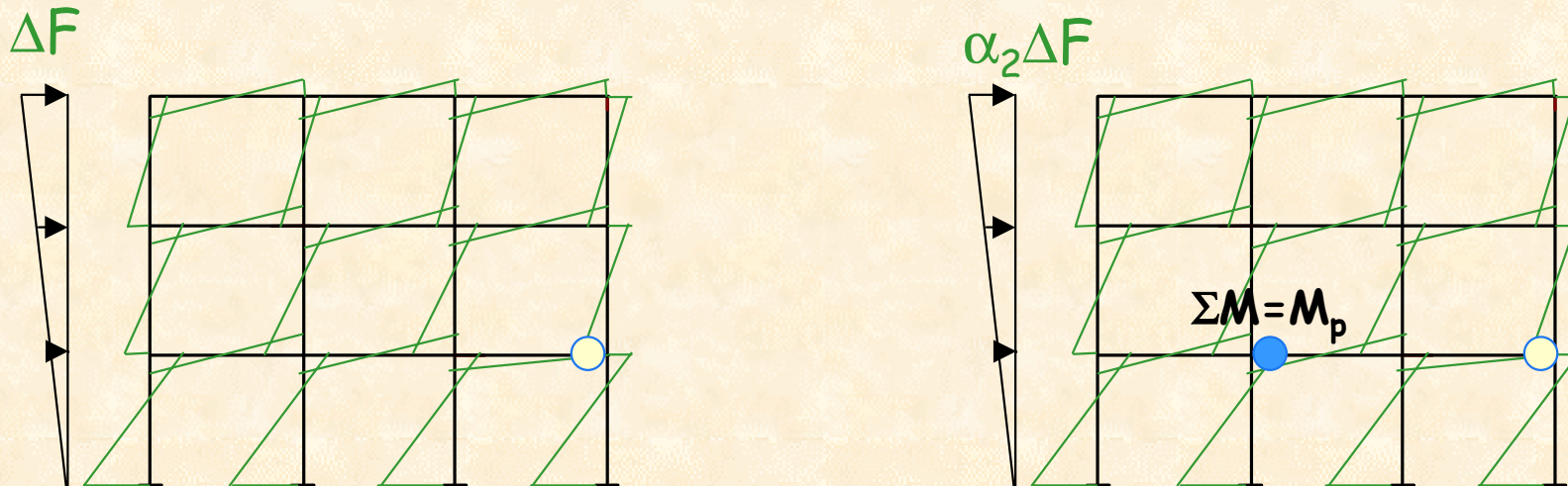
All'inizio del primo passo di carico la struttura, non ancora danneggiata dall'azione sismica, è sottoposta all'azione di forze sismiche equivalenti di predeterminata distribuzione. Il primo passo di carico avrà termine in corrispondenza del moltiplicatore delle forze orizzontali corrispondente alla prima plasticizzazione.



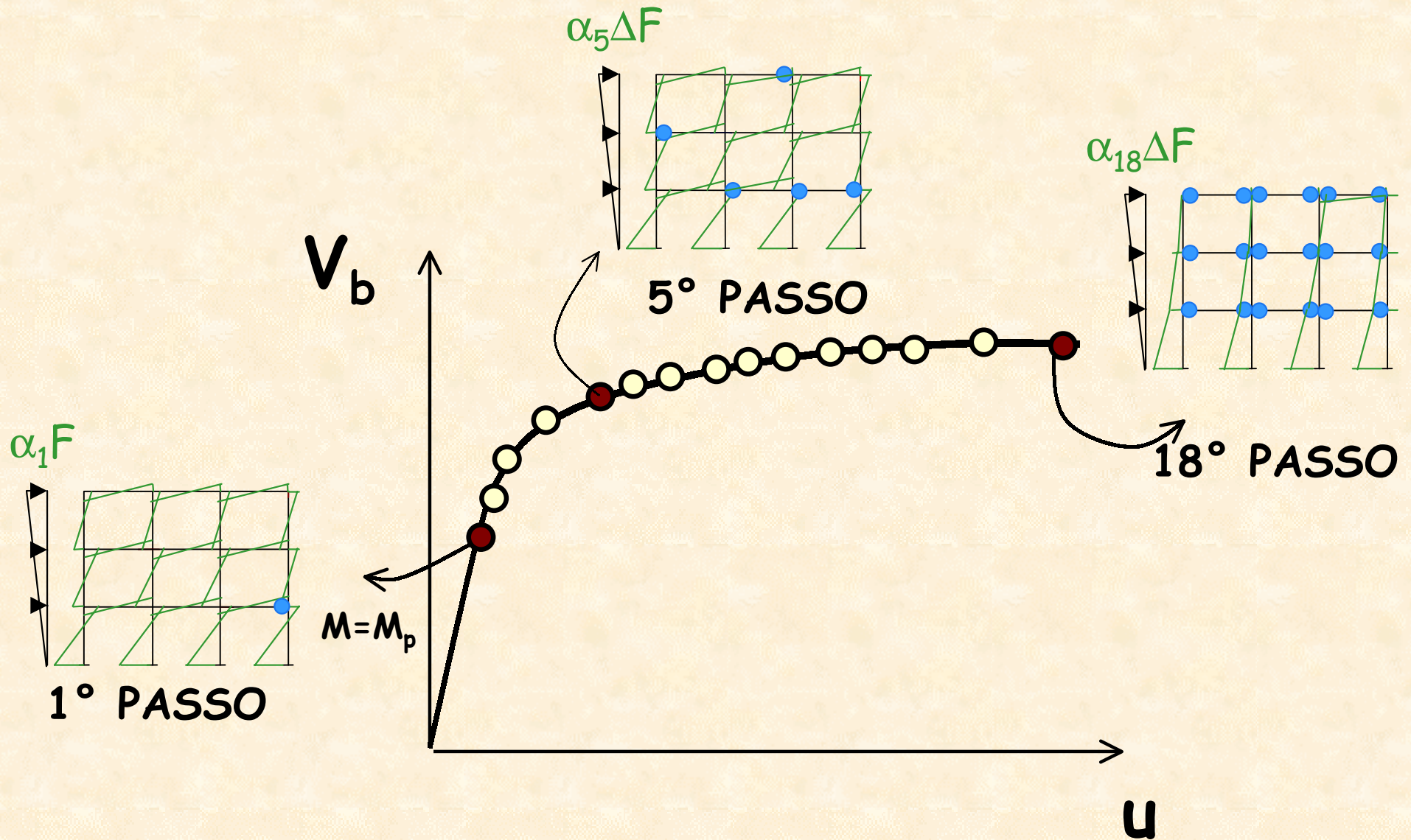
# Analisi statica non lineare

## iesimo PASSO

All'inizio dell'iesimo passo di carico la struttura si presenta geometricamente modificata rispetto alla sua configurazione iniziale per la presenza di alcune cerniere plastiche. Tale struttura modificata è sottoposta all'azione di nuove forze sismiche equivalenti. Il passo di carico avrà termine in corrispondenza del moltiplicatore dell'incremento delle forze orizzontali corrispondente ad una nuova plasticizzazione (o ad un ritorno in campo elastico di una cerniera plastica).



# Analisi statica non lineare





# Analisi statica non lineare

- L'analisi statica non lineare consiste nell'applicare all'edificio i carichi gravitazionali ed un sistema di forze orizzontali che, mantenendo invariati i rapporti relativi tra le forze stesse, vengano tutte scalate in modo da far crescere monotonicamente lo spostamento orizzontale di un punto di controllo della struttura fino al raggiungimento delle condizioni ultime.
- Le prescrizioni contenute nelle presenti norme si applicano agli edifici che soddisfino le condizioni di regolarità in pianta e in altezza. Il metodo può essere esteso ad edifici non regolari purché si tenga conto dell'evoluzione della rigidità e corrispondentemente delle forme di vibrazione conseguenti allo sviluppo delle deformazioni inelastiche (metodi evolutivi). Le modalità di tale estensione, che dipendono dalla configurazione geometrica e meccanica specifica dell'edificio in esame, devono essere adeguatamente documentate.

# Analisi statica non lineare

Devono essere applicate all'edificio almeno due distinte distribuzioni di forze orizzontali, applicate ai baricentri delle masse a ciascun piano:

1. Distribuzione di forze proporzionali alle masse
2. Distribuzione di forze affine al primo modo di vibrazione

Tutti i passi successivi devono essere eseguiti per entrambe le distribuzioni di forze eseguendo le verifiche di duttilità e di resistenza di ciascun elemento/meccanismo per la distribuzione più sfavorevole.

L'analisi deve essere spinta fino al raggiungimento di uno spostamento del punto di controllo pari al 150% dello spostamento di risposta ottenuto come indicato nel seguito.

Nel caso di analisi evolutiva si applica la sola distribuzione di forze modali, eventualmente prendendo in considerazione l'effetto di più modi di vibrazione.



# L'analisi pushover quale alternativa all'analisi dinamica non lineare

## PROBLEMATICHE

1. **MODELLAZIONE DELL'AZIONE SISMICA**
2. **CALCOLO DELLA RISPOSTA STRUTTURALE**



# 1. MODELLAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

IL MODELLO DI CARICO DEVE SIMULARE LE AZIONI DI INERZIA CHE SI MANIFESTANO, IN OCCORRENZA DI EVENTI SISMICI

IN:

- STRUTTURE INTEGRE (a comportamento elastico)
- STRUTTURE DANNEGGIATE (a comportamento inelastico)

---

MODELLI DI CARICO INVARIANTI

MODELLI DI FORZE COSTANTI

MODELLI DI CARICO EVOLUTIVI

MODELLI DI FORZE VARIABILI

## *2. CALCOLO DELLA RISPOSTA STRUTTURALE*

L'ANALISI PUSHOVER PUO' ESSERE CONDOTTA VALUTANDO LA RISPOSTA STRUTTURALE AL GENERICO PASSO DI CARICO TRAMITE

**A. ANALISI STATICA**

**B. ANALISI MODALE**

**(Gupta e Kunnath; 2000)**

# CALCOLO DELLA RISPOSTA STRUTTURALE

## ANALISI STATICA

### MODELLI INVARIANTI

- **MODELLI "SEMI-EMPIRICI"**

PER I QUALI NON ESISTE UNA DIPENDENZA DIRETTA O ANALITICAMENTE FORMULATA DALLE CARATTERISTICHE DINAMICHE DELLA STRUTTURA  
(ad es. triangolari o costanti)

- **MODELLI TEORICI**

DIPENDENTI DALLE CARATTERISTICHE DINAMICHE DELLA STRUTTURA E/O DEL SISMA

### MODELLI EVOLUTIVI

- **MODELLI TEORICI**

## ANALISI MODALE

### MODELLI INVARIANTI

### MODELLI EVOLUTIVI



# MODELLAZIONE DELLE AZIONI SISMICHE

## ANALISI STATICA

- **Modello di carico A1**  
(semi-empirico)

Le forze statiche equivalenti sono proporzionali alle masse

$$F_i = \frac{m_i}{\sum_{j=1}^n m_j} V$$

- **Modello di carico A2**  
(semi-empirico)

Le forze statiche equivalenti sono proporzionali alle masse ed alle quote delle stesse

$$F_i = \frac{m_i \cdot h_i}{\sum_{j=1}^n m_j \cdot h_j} V$$

# MODELLAZIONE DELLE AZIONI SISMICHE

## ANALISI STATICA

### - Modello di carico B1

Le forze statiche equivalenti sono proporzionali alla deformata del modo equivalente (Requena e Ayala, 2000):

$$\bar{\phi}_i = \sqrt{\sum_{j=1}^M (\Gamma_{ij} \cdot \phi_j)^2}$$

e sono deducibili dalla relazione:

$$F_i = \frac{m_i \cdot \bar{\phi}_i}{\sum_{j=1}^M m_j \cdot \bar{\phi}_j} V$$

### - Modello di carico B2

Le forze orizzontali (Freeman et al., 1998) sono ottenute dalla combinazione delle forze statiche equivalenti corrispondenti ai vari modi.

$$F_i = \sqrt{\sum_{j=1}^M F_{ji}^2}$$

# MODELLAZIONE DELLE AZIONI SISMICHE

## ANALISI STATICA

### - Modello di carico B3

Le forze statiche equivalenti sono ricavate come differenza dei tagli modali di piano (Yang e Wang; 2000):

$$F_i = Q_i - Q_{i+1}$$

determinati mediante combinazione dei tagli associati ai singoli modi di vibrazione:

$$Q_i = \sqrt{\sum_{j=1}^M Q_{ij}^2}$$

### - Modello di carico B4

Le forze statiche equivalenti sono ricavate come differenza dei momenti ribaltanti modali di piano (Rossi et al.; 2000):

$$F_i = \frac{\mathcal{M}_i - \mathcal{M}_{i+1}}{h_i}$$

determinati mediante combinazione dei momenti associati ai singoli modi di vibrazione:

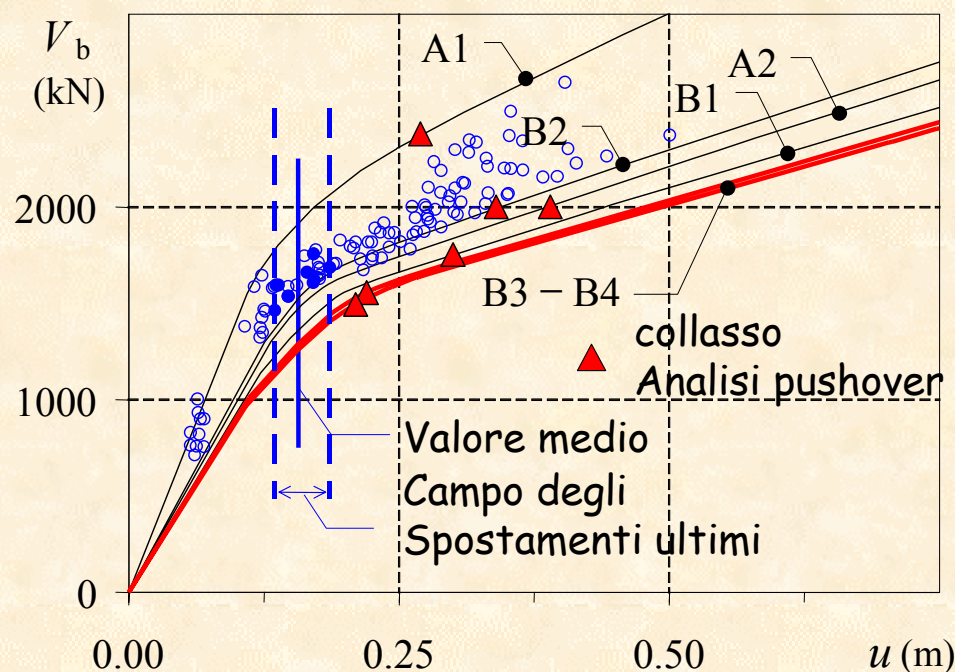
$$\mathcal{M}_i = \sqrt{\sum_{j=1}^M \mathcal{M}_{ij}^2}$$



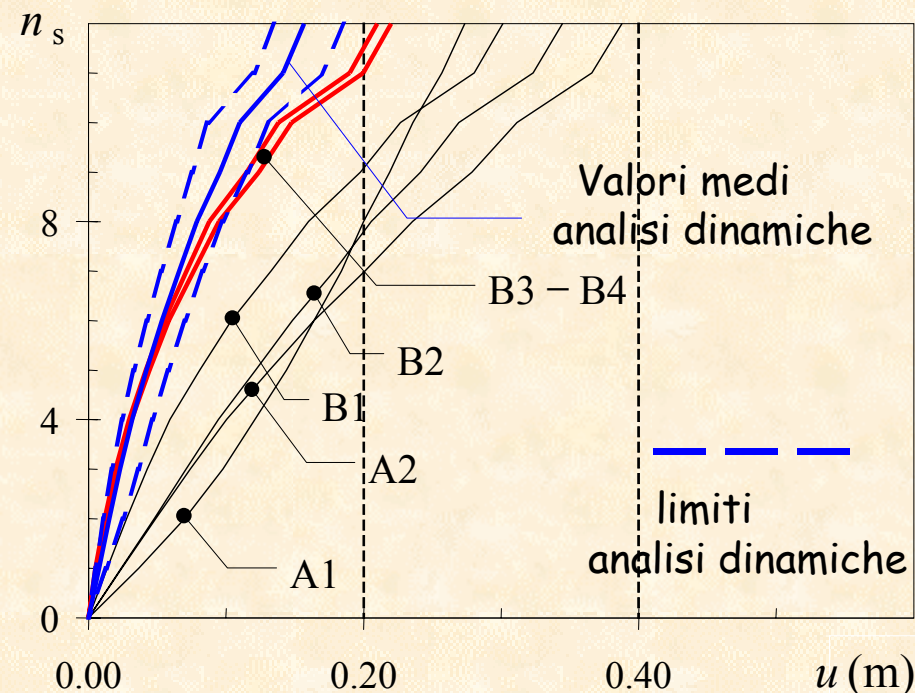
# Sistemi con controventi eccentrici

- Le curve di capacità corrispondenti ai modelli semi-empirici (A1-A2) inglobano i risultati dell'analisi dinamica incrementale. Malgrado ciò, entrambi i modelli sovrastimano gli spostamenti di collasso.
- I modelli B3-B4 sembrano essere i più affidabili nella previsione della risposta sismica a collasso.

## Curve di capacità'



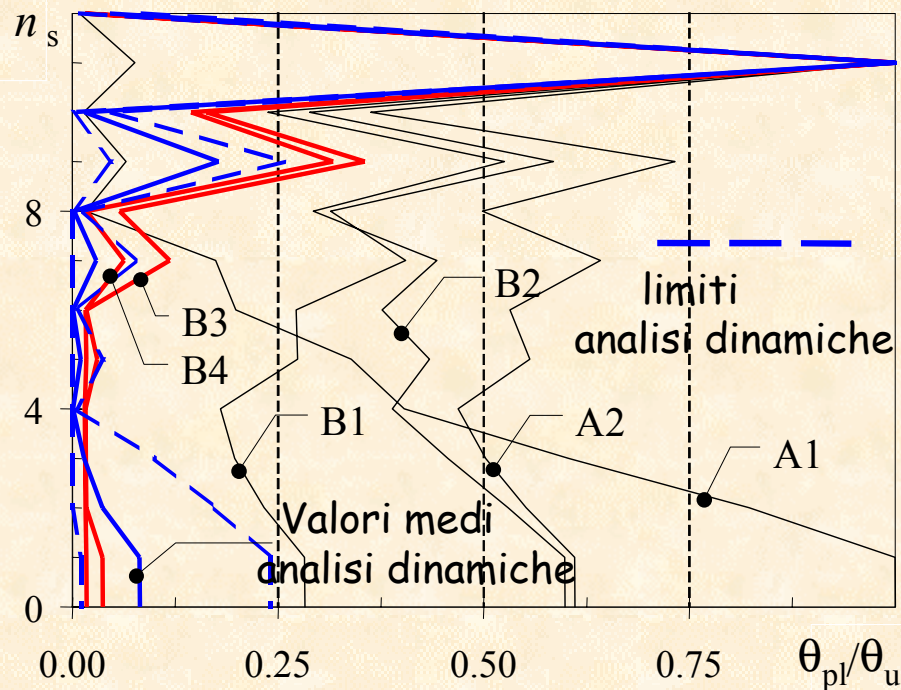
## Spostamenti laterali a collasso



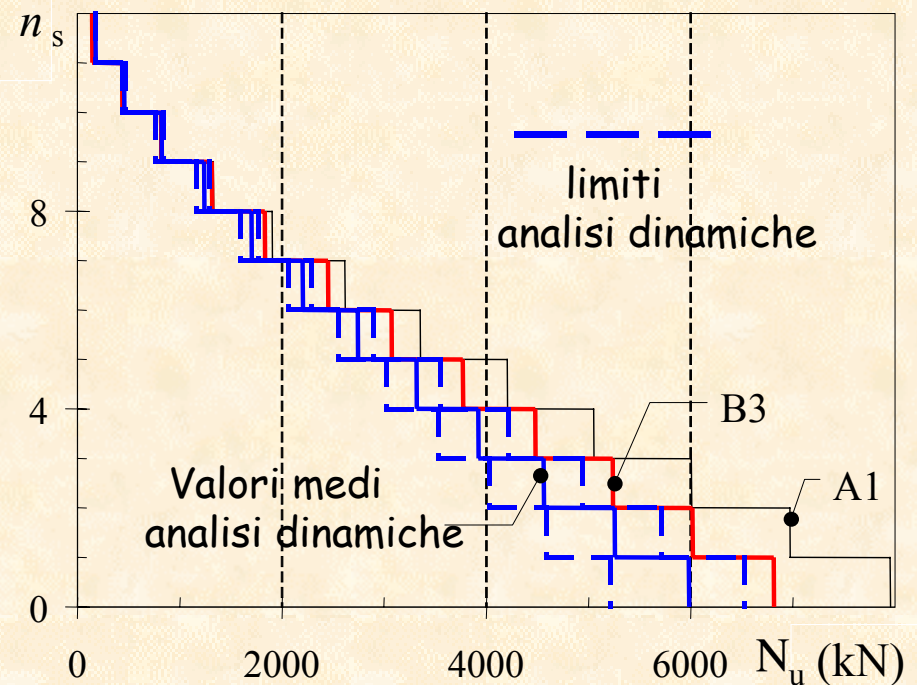
# Sistemi con controventi eccentrici

- I modelli di carico B3-B4 sembrano essere anche i più affidabili nella previsione delle massime rotazioni plastiche dei link (elementi dissipativi) e nella stima degli sforzi assiali delle colonne (elementi non-dissipativi).

Deformazioni plastiche dei link a collasso



Sforzi normali nelle colonne

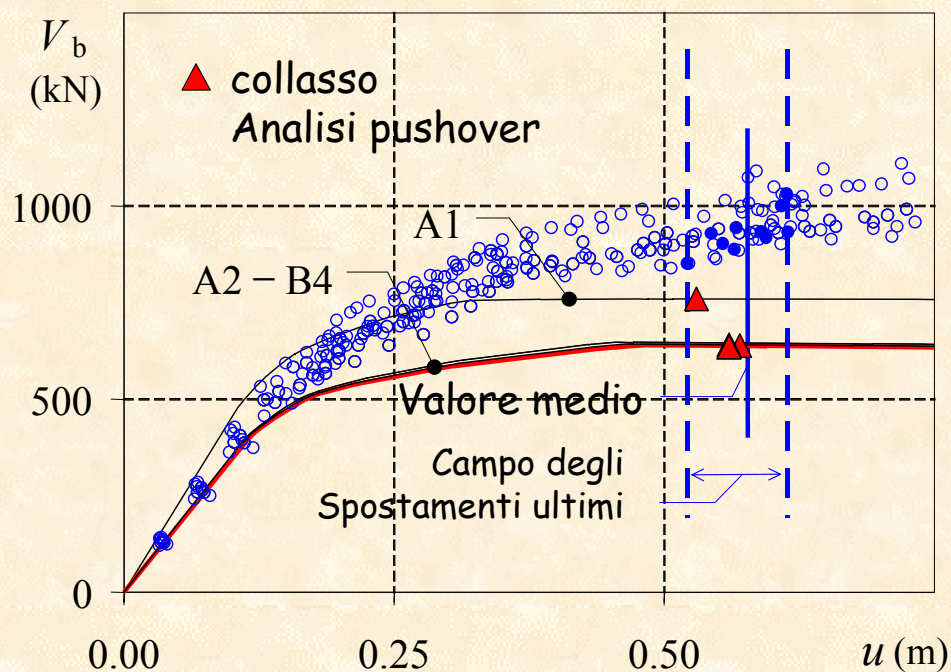




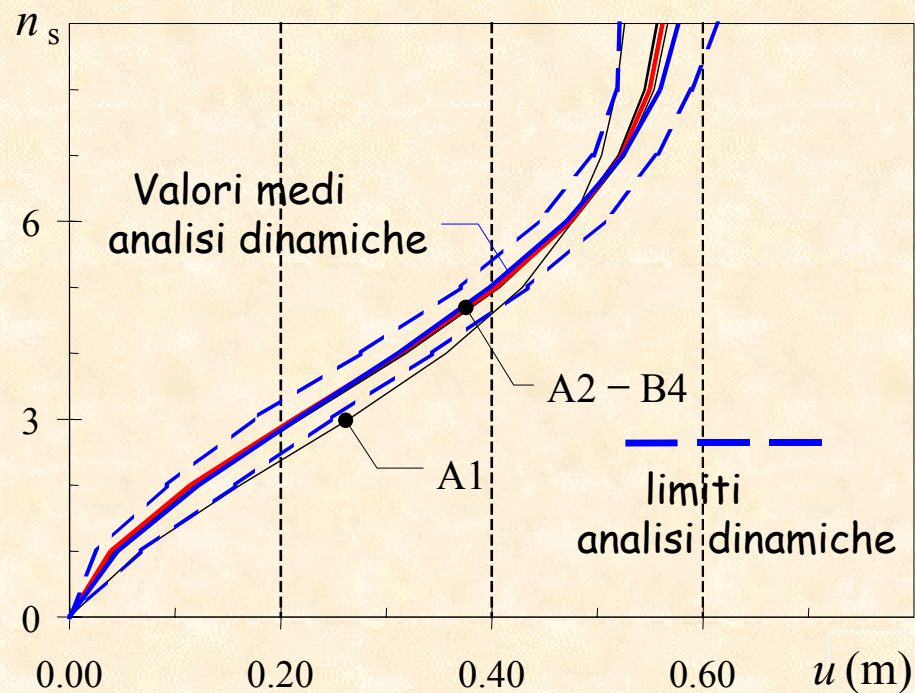
# Sistemi non controventati

- Ad eccezione del modello A1, tutti i modelli di carico valutano esattamente gli spostamenti laterali a collasso. Ciò malgrado, essi sottostimano i tagli di base nel campo inelastico del comportamento strutturale.

## Curve di capacità



## Spostamenti orizzontali

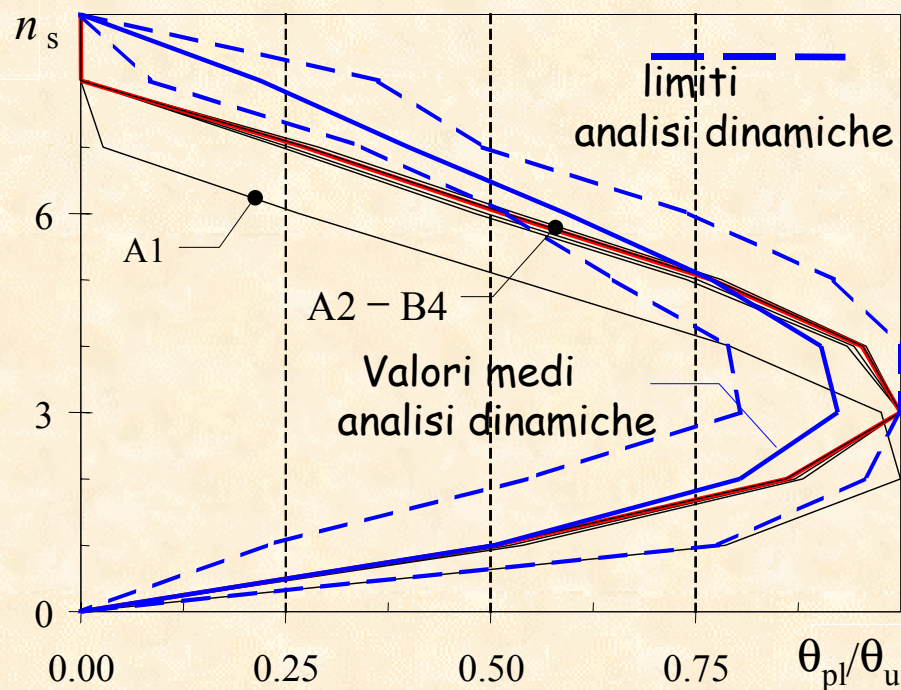




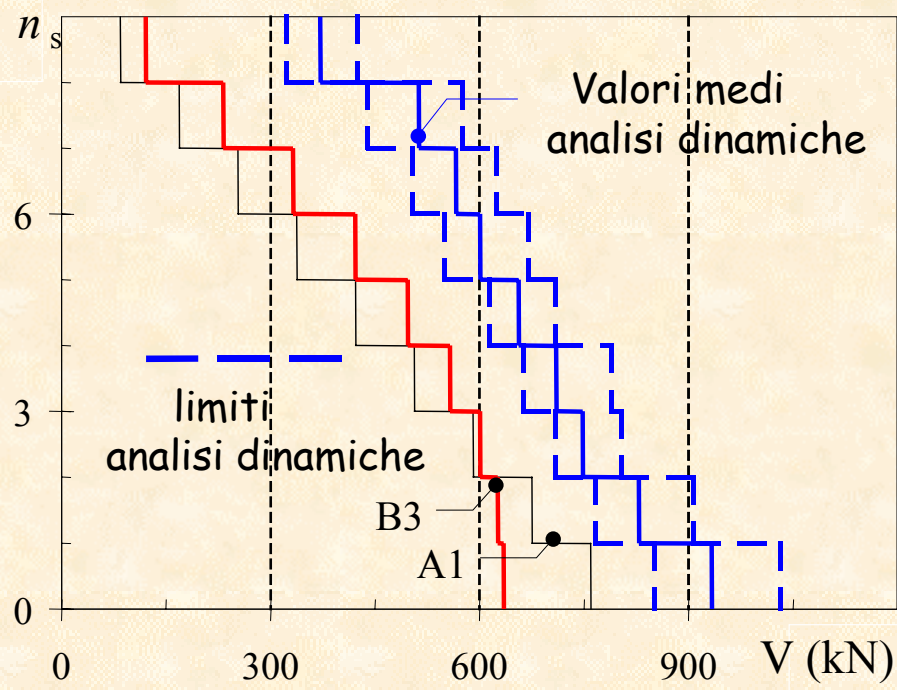
# Sistemi non controventati

- Tutti i modelli di carico sottostimano gli sforzi assiali delle colonne (elementi non dissipativi) e, ad eccezione di A1, forniscono valori delle massime rotazioni plastiche delle travi molto prossimi a quelli sperimentali.

## Rotazioni plastiche delle travi a collasso



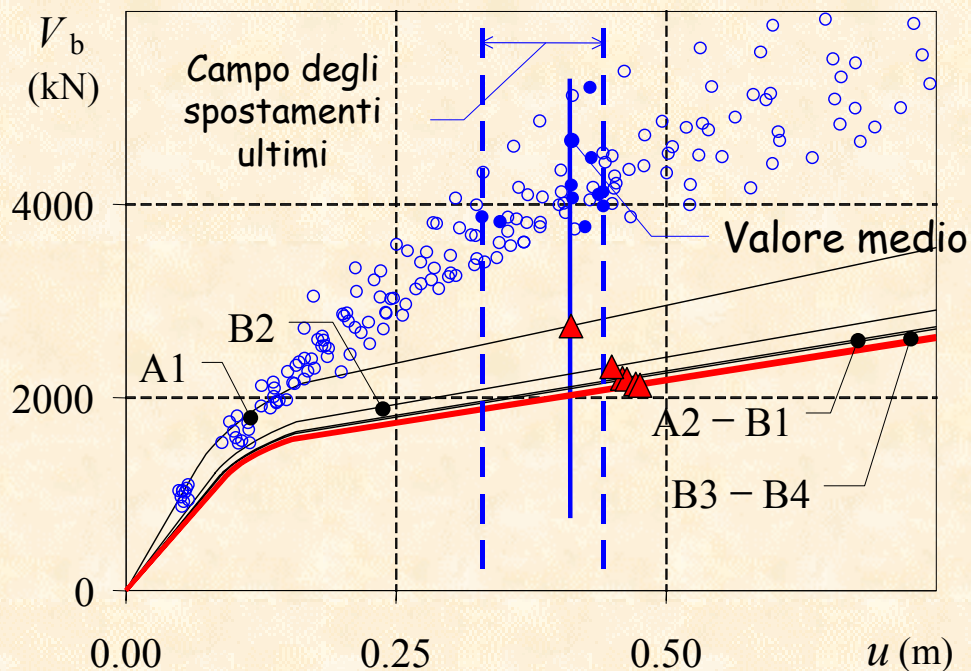
## Tagli di piano a collasso



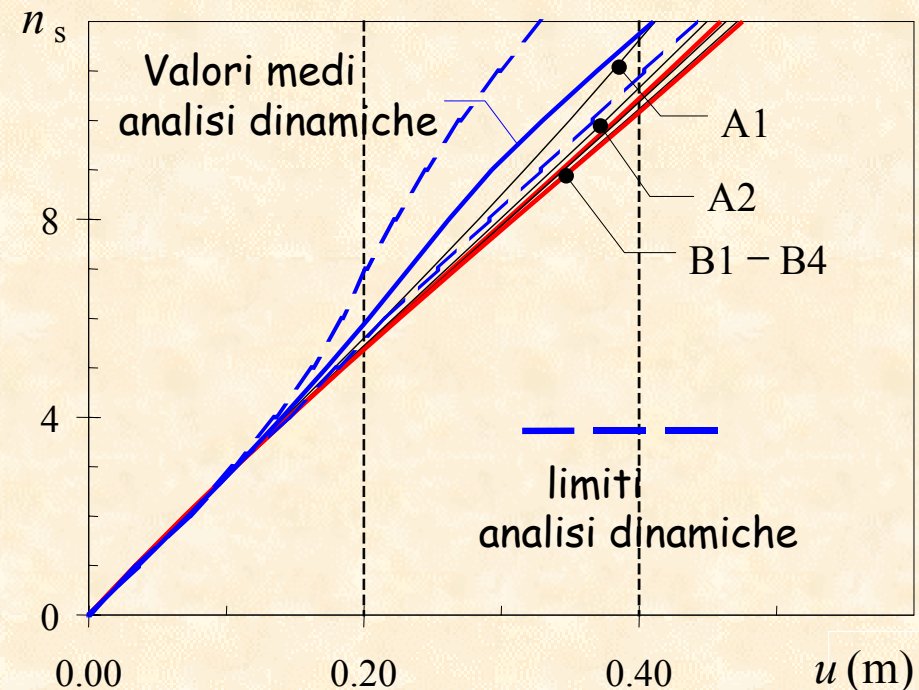
# Sistemi con controventi eccentrici e pendoli

- Tutti i modelli di carico sembrano essere piuttosto affidabili nella valutazione dei massimi spostamenti laterali di collasso.
- Come per i sistemi non controventati, tutti i modelli di carico sottostimano il taglio di base in campo inelastico.

## Curve di capacità



## Spostamenti orizzontali a collasso

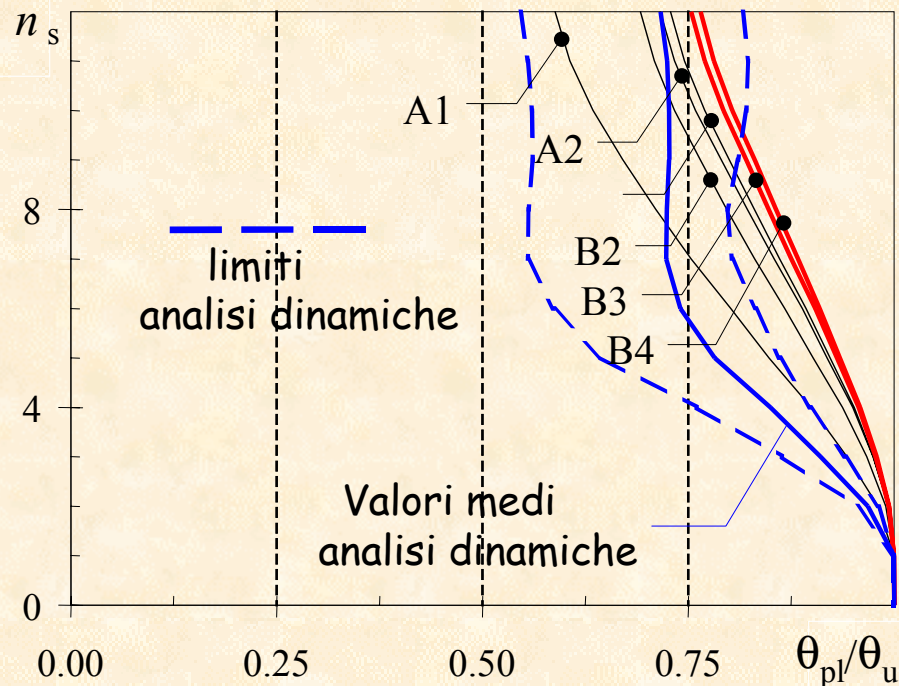




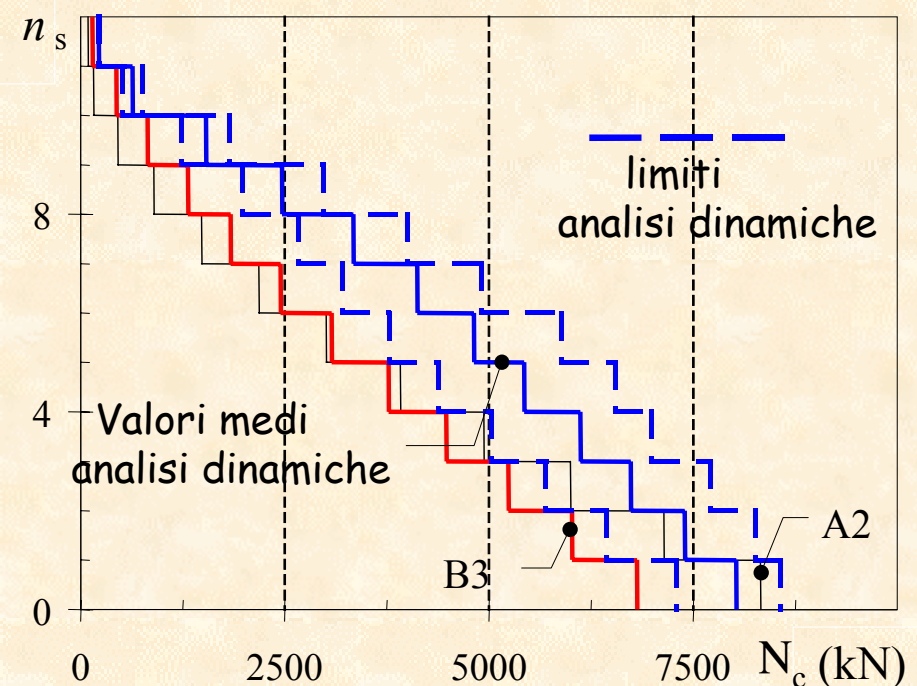
# Sistemi con controventi eccentrici e pendoli

- Tutti i modelli di carico risultano poco affidabili nella valutazione degli sforzi assiali delle colonne e delle rotazioni plastiche.
- Le analisi pushover conducono ad un meccanismo globale non coerente con quello evidenziato dalla sperimentazione.

## Deformazioni plastiche dei link



## Sforzi normali nelle colonne

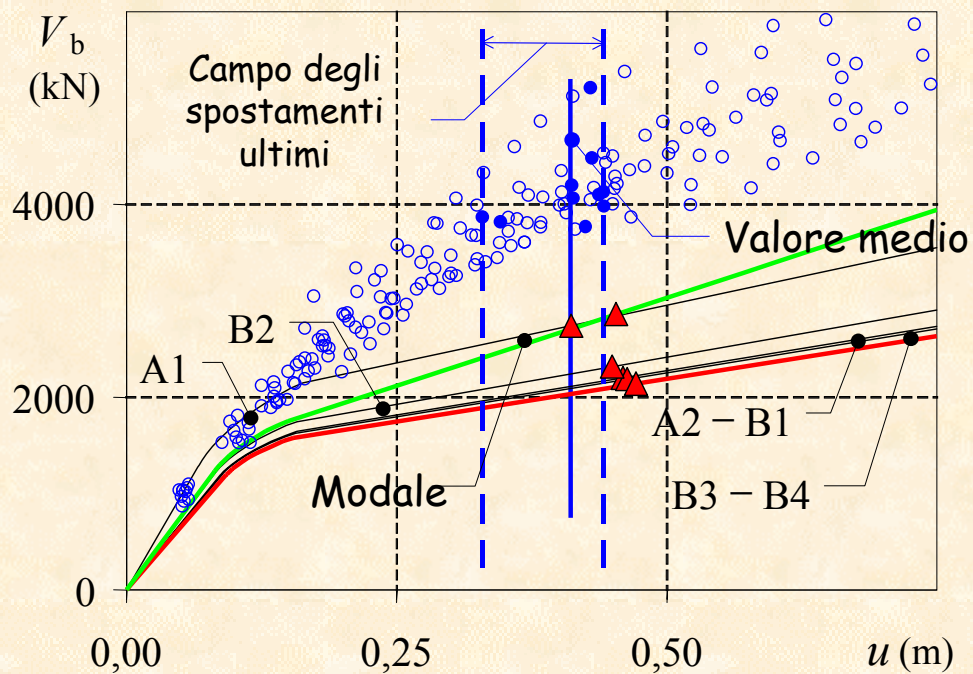




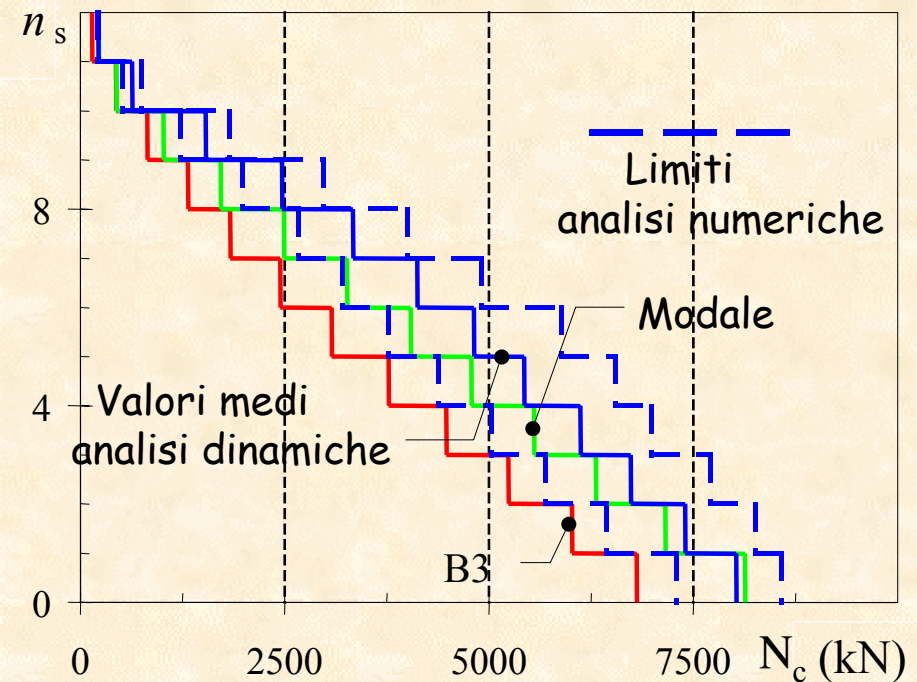
# Sistemi con controventi eccentrici e pendoli

- L'utilizzo dell'analisi modale migliora sensibilmente la previsione del taglio di base e delle sollecitazioni degli elementi.
- Malgrado ciò, la plasticizzazione delle colonne dei piani superiori non é colta per la lieve sottostima degli sforzi assiali delle stesse.

Curve di capacità



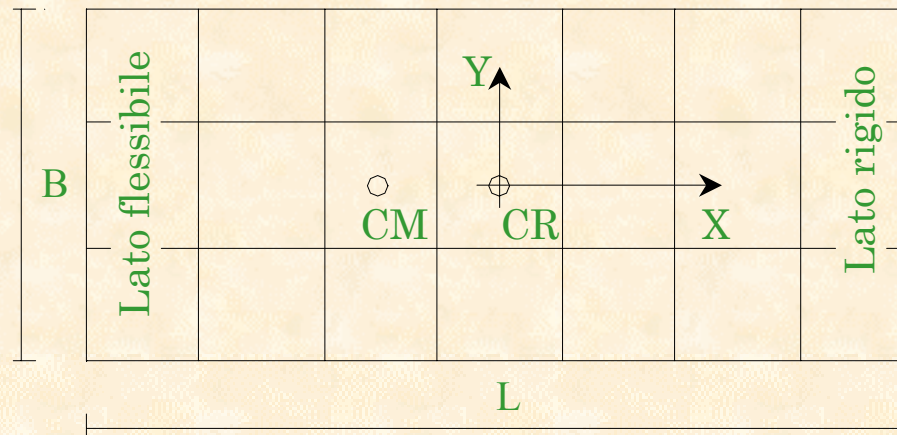
Sforzi normali nelle colonne



3D

# EDIFICI ANALIZZATI

## Caratteristiche geometriche ed inerziali in pianta

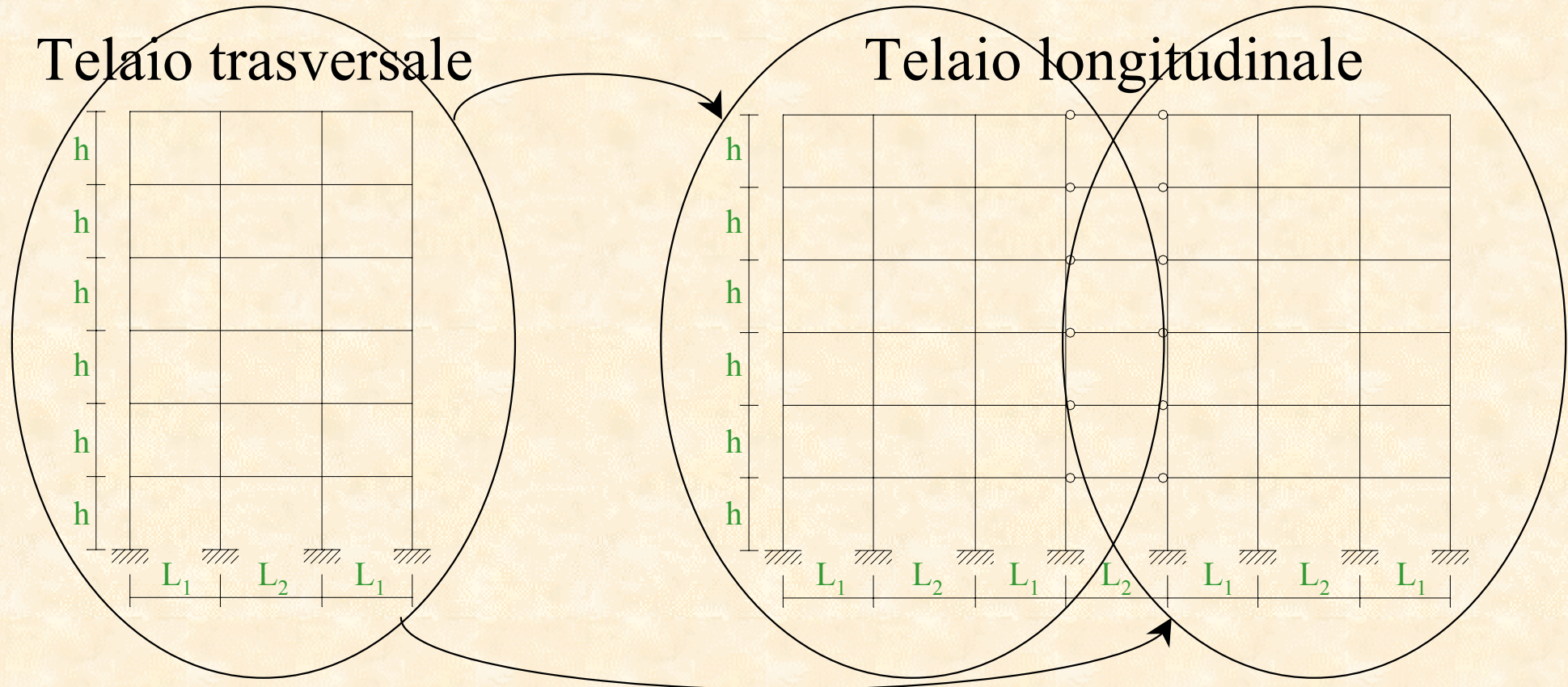


- |    |  |                      |                 |
|----|--|----------------------|-----------------|
| 1. | Forma rettangolare con                                       | $L = 29,50 m$        | $B = 12,50 m$   |
| 2. | Numero elementi resistenti                                   | $n_x = 4$            | $n_y = 8$       |
| 3. | Massa e raggio di inerzia                                    | $m = 187,325 t$      | $r_m = 9,204 m$ |
| 4. | Periodo traslazionale disaccoppiato                          | $T_x = 1,0 s$        | $T_y = 1,0 s$   |
| 5. | Rapporto frequenze traslazionali e rotazionali disaccoppiate | $\Omega_g = 1,0$     |                 |
| 6. | Eccentricità strutturale                                     | $e_s = 0,15 \cdot L$ |                 |



# EDIFICI ANALIZZATI

## Caratteristiche geometriche ed inerziali dei telai



**1.** Altezza di interpiano  $h = 3,20 m$

**2.** Lunghezza campate  $L_1 = 4,00 m$   $L_2 = 4,50 m$

**3.** Rapporto momenti d'inerzia  $I_t/I_c = 0,364$

# EDIFICI ANALIZZATI

## — Resistenza delle aste —

Le resistenze flessionali delle aste sono valutate con riferimento alla più gravosa delle condizioni di carico:

### 1. Carichi verticali (S.L.U.)

$$F_d = \gamma_g \cdot g_k + \gamma_q \cdot q_k$$

Nota: I coefficienti di sicurezza per carichi permanenti ( $\gamma_g$ ) e variabili ( $\gamma_q$ ) previsti da normativa sono assunti, rispettivamente, pari a 1,4 ed 1,5.

### 2. Carichi verticali ridotti + azioni orizzontali

$$F_d = g_k + \psi_2 \cdot q_k + F_h$$

Nota: Condizione di carico quasi permanente per edifici di civile abitazione con carichi variabili ridotti al 20% ( $\psi_2=0,20$ ) ed azioni dinamiche valutate mediante spettro di risposta elastico EC8.

# *EDIFICI ANALIZZATI*

## *Tecniche e modi di progettazione e di analisi*

L'edificio è progettato due volte mediante:

1. Analisi statica
2. Analisi multi-modale

La progettazione è eseguita nel rispetto del criterio di gerarchia delle resistenze (capacity design).

Nota: La dissipazione energetica è prevista:

- Agli estremi delle travi di tutti i piani
- Nelle sezioni al piede delle colonne del primo ordine



# *EDIFICI ANALIZZATI*

## *Tecniche di analisi*

I due sistemi sono studiati mediante analisi pushover modale con modello di carico evolutivo.

Nota: Il legame momento-curvatura delle sezioni è di tipo elastico perfettamente plastico

## *Confronto dei risultati*

I risultati ottenuti sono confrontati con quelli di un'analisi dinamica caratterizzata da un valore della massima accelerazione al suolo in grado di generare uno spostamento del centro di massa eguale a quello dell'analisi pushover in oggetto.

# *ANALISI DEI RISULTATI*

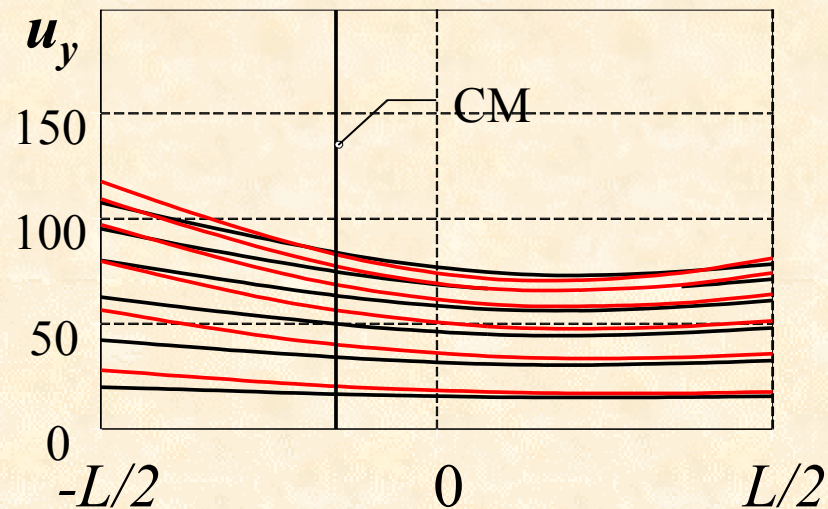
## *— Parametri di risposta —*

I parametri di risposta analizzati sono:

- 1.** Spostamenti assoluti
- 2.** Spostamenti di interpiano
- 3.** Momenti flettenti
- 4.** Richiesta di duttilità delle travi
- 5.** Richiesta di duttilità dei pilastri

# *SPOSTAMENTI ASSOLUTI*

**Sistema progettato con analisi multi-modale**



Analisi pushover  
**Analisi dinamica**

In accordo con i risultati dell'analisi dinamica gli spostamenti previsti dall'analisi pushover modale risultano maggiori sul lato flessibile che non sul lato rigido.

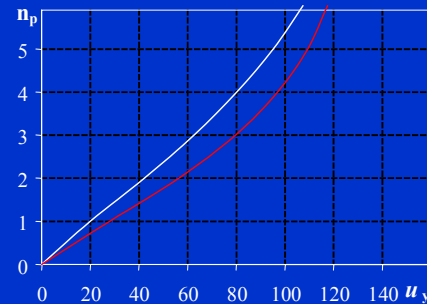
Gli spostamenti assoluti del lato flessibile risultano lievemente amplificati rispetto a quelli dell'analisi pushover.



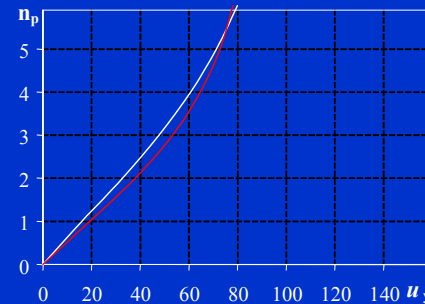
# *SPOSTAMENTI DI INTERPIANO*

Sistema progettato con analisi multi-modale

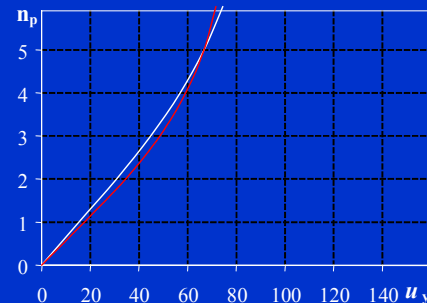
Telaio 5



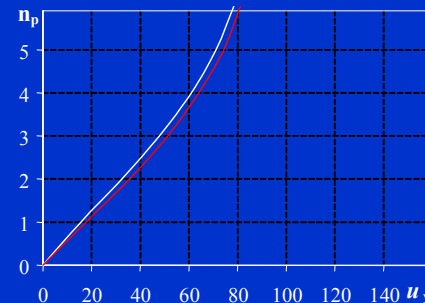
Telaio 8



Telaio 9



Telaio 12



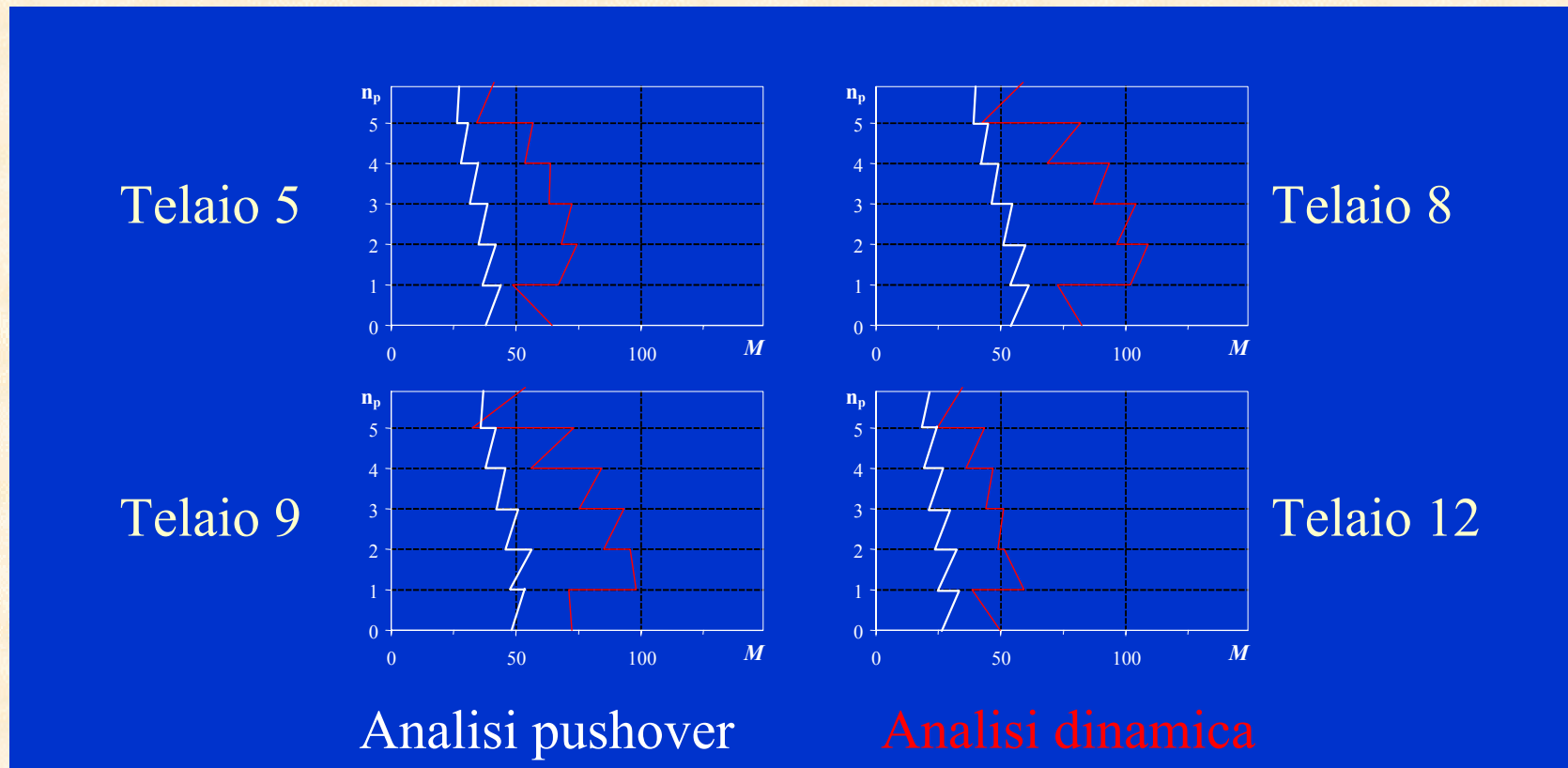
Analisi pushover

Analisi dinamica

Gli spostamenti assoluti valutati dall'analisi pushover modale sono approssimati meglio nei telai disposti lungo il lato rigido dell'edificio

# MOMENTI FLETTENTI

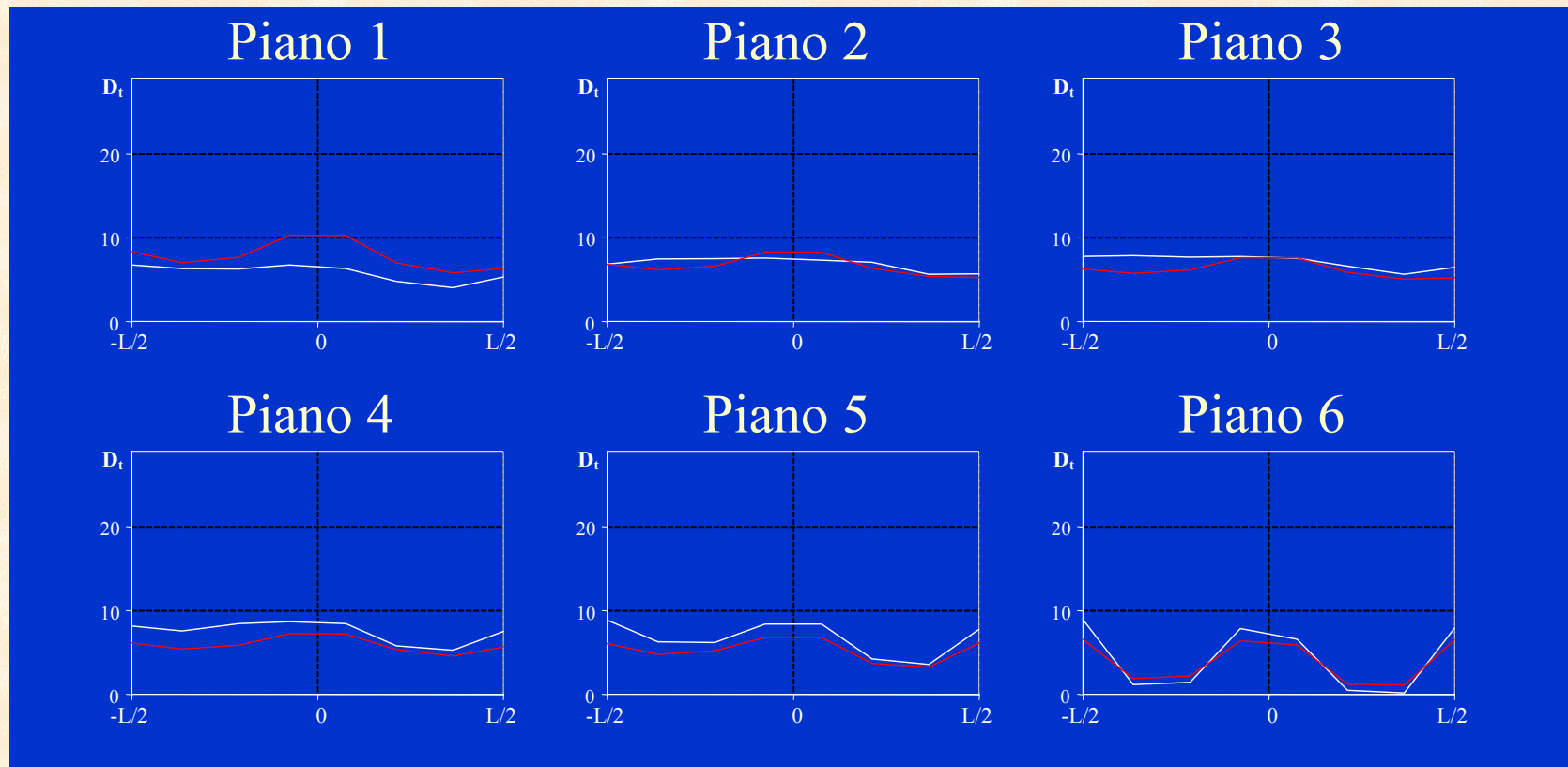
Sistema progettato con analisi multi-modale



Le approssimazioni, come già evidenziato da analisi pushover 2D, sono sottostimate negli elementi destinati a permanere in campo elastico sino al collasso strutturale.

# DUTTILITA' TRAVI

Sistema progettato con analisi multi-modale

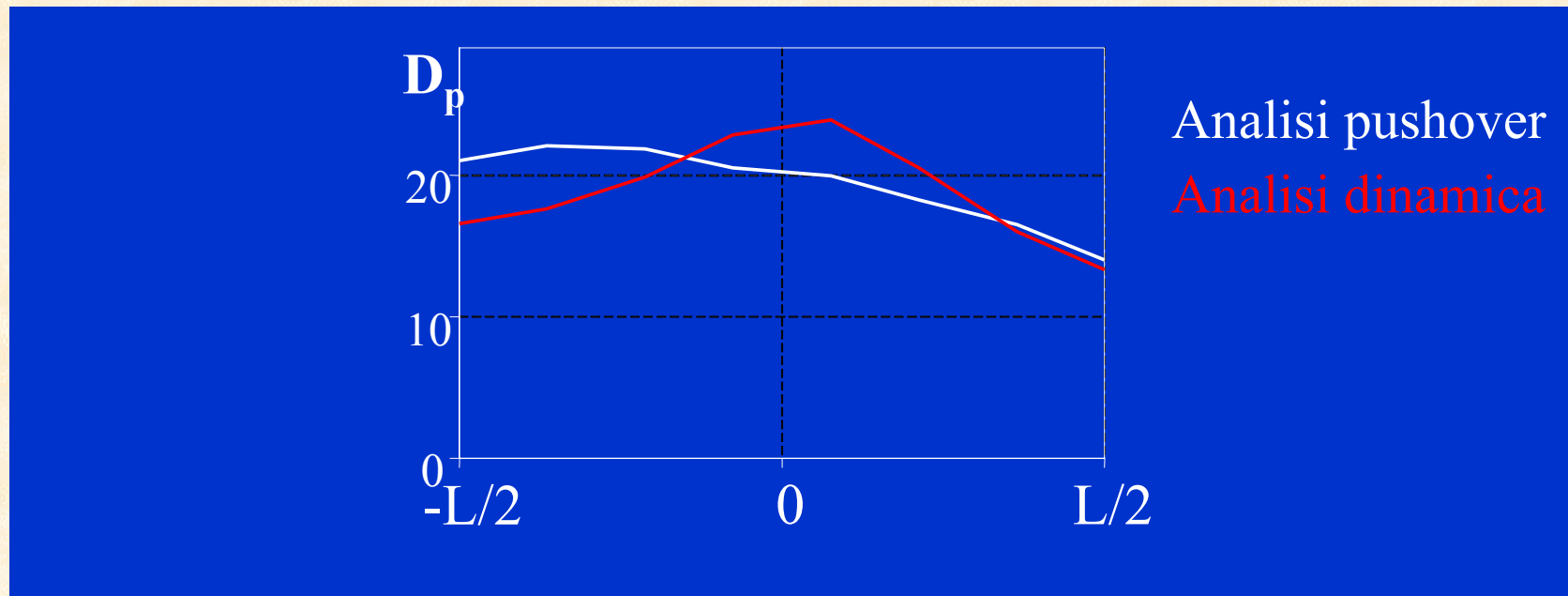


Le richieste di duttilità delle travi sono in buon accordo con l'andamento reale. Leggermente sottostimate sono le duttilità del primo piano.



# DUTTILITA' PILASTRI

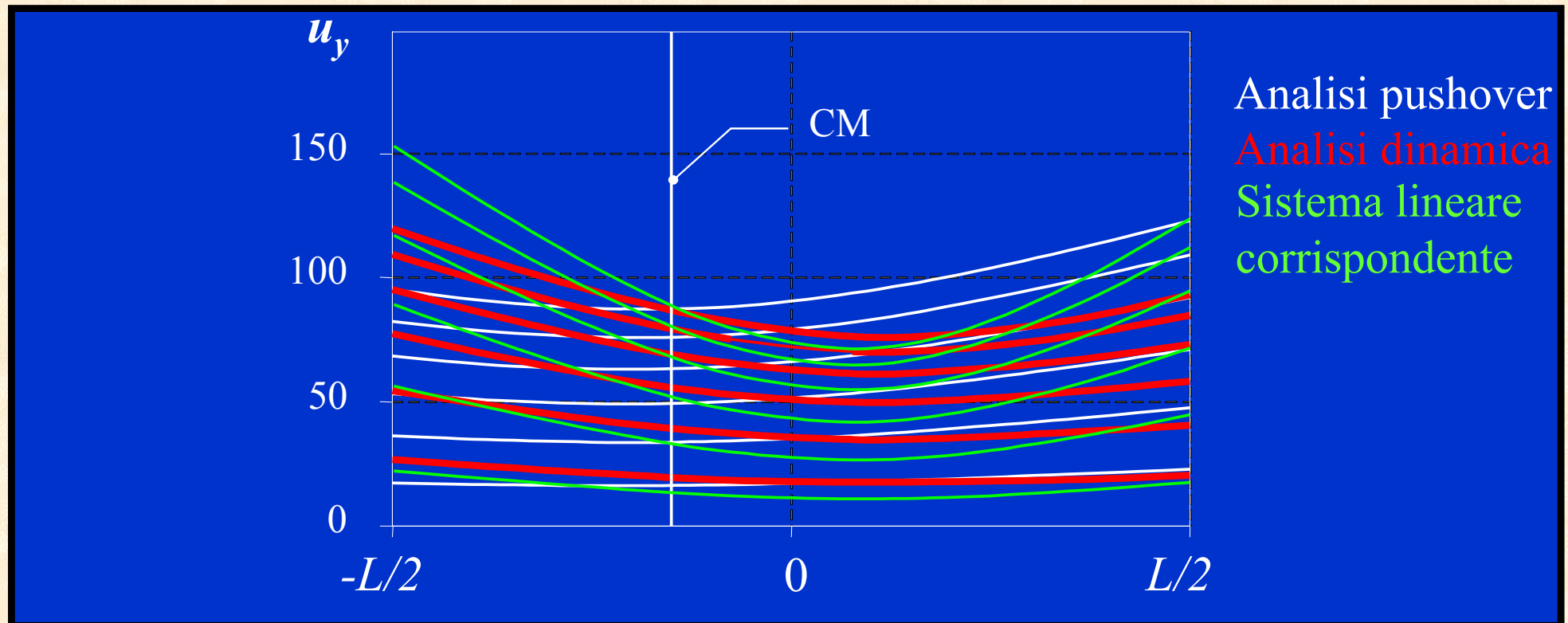
Sistema progettato con analisi multi-modale



L'analisi pushover sovrastima la richiesta di duttilità nel lato flessibile e la sottostima in prossimità del baricentro geometrico. Nel lato rigido invece determina una richiesta di duttilità prossima a quella valutata dall'analisi dinamica.

# SPOSTAMENTI ASSOLUTI

Sistema progettato con analisi Statica



Secondo l'analisi pushover i telai si plasticizzano in successione a partire dal lato rigido verso il lato flessibile.

Durante le plasticizzazioni  $CR \rightarrow CM$  e cambiano i parametri dinamici

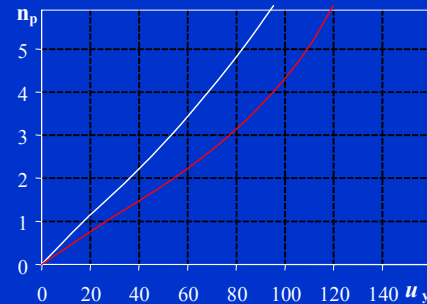
$$\Omega_g = 1,0 \rightarrow \Omega_g = 0,6$$

$$e_s = 0,15 \cdot L \rightarrow e_s = 0,05 \cdot L$$

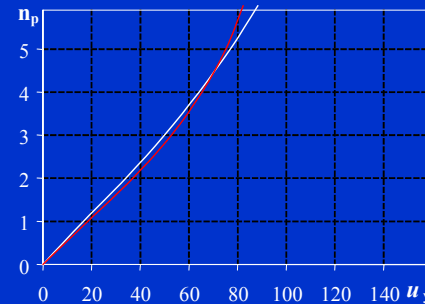
# SPOSTAMENTI DI INTERPIANO

Sistema progettato con analisi Statica

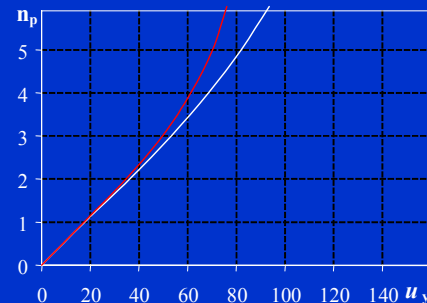
Telaio 5



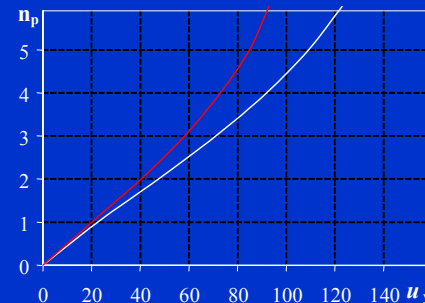
Telaio 8



Telaio 9



Telaio 12



Analisi pushover

Analisi dinamica

L'andamento degli spostamenti è sottostimato al lato flessibile dell'edificio e la valutazione si inverte in corrispondenza del telaio prossimo al CM.