

Sezioni in c. a. dalle tensioni ammissibili agli stati limite

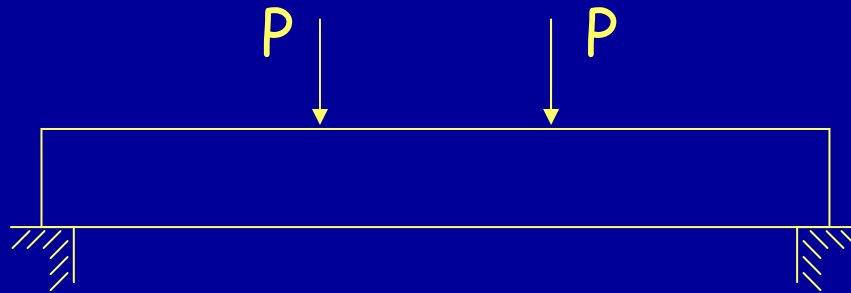
Taglio, punzonamento, torsione

Teramo, 21 ottobre 2006

Edoardo M. Marino

Taglio

Comportamento di una trave



trave



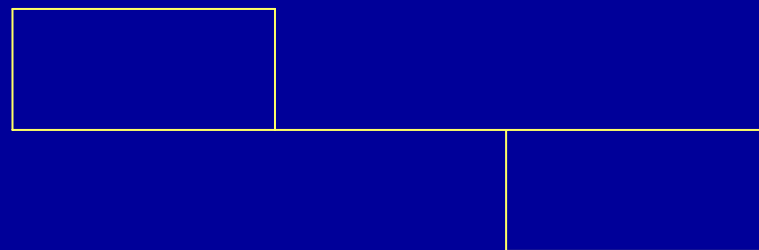
schema

M



Momento
flettente

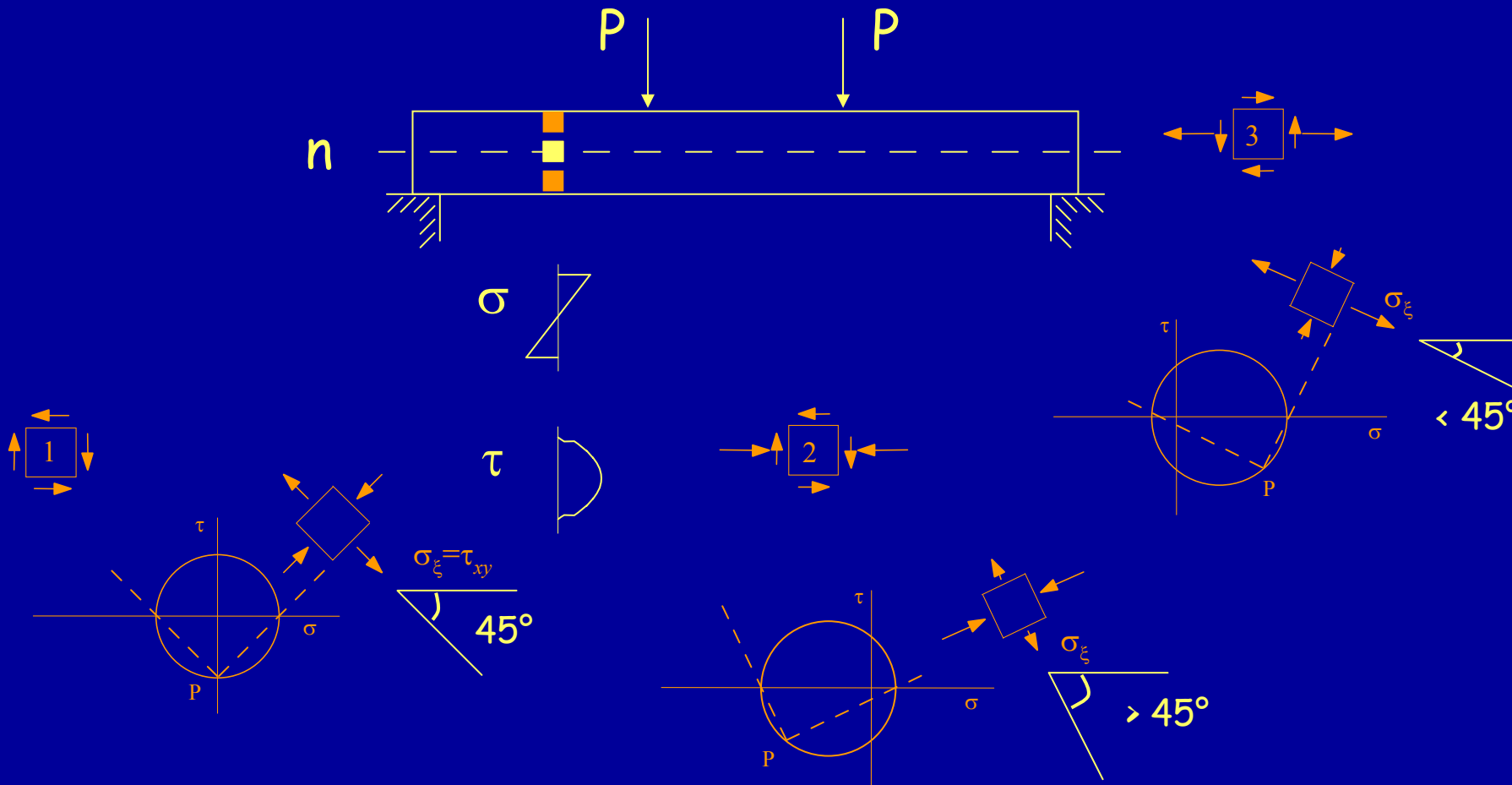
V



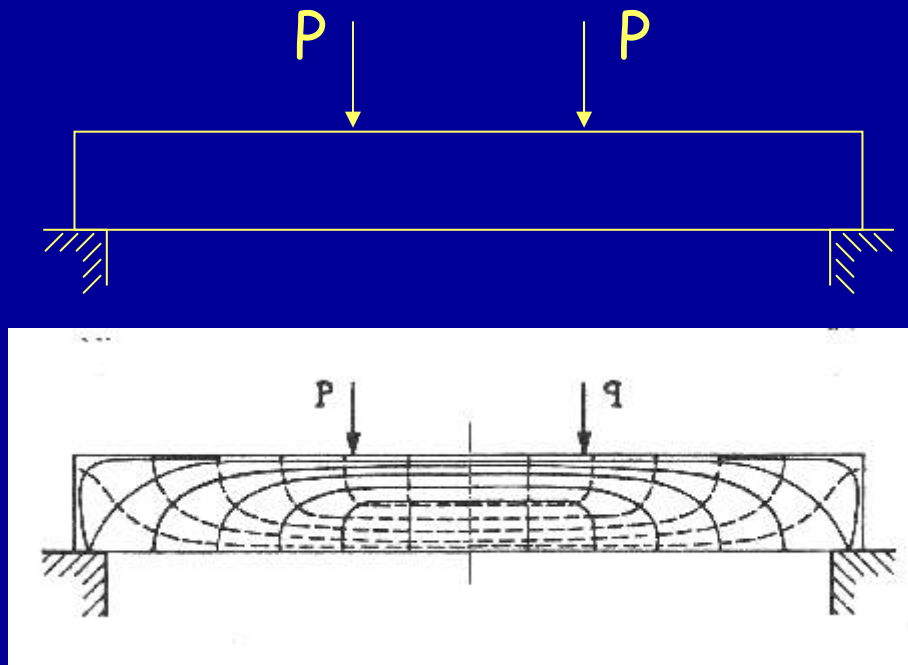
Taglio

Comportamento di una trave

1 - calcestruzzo resistente a trazione



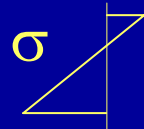
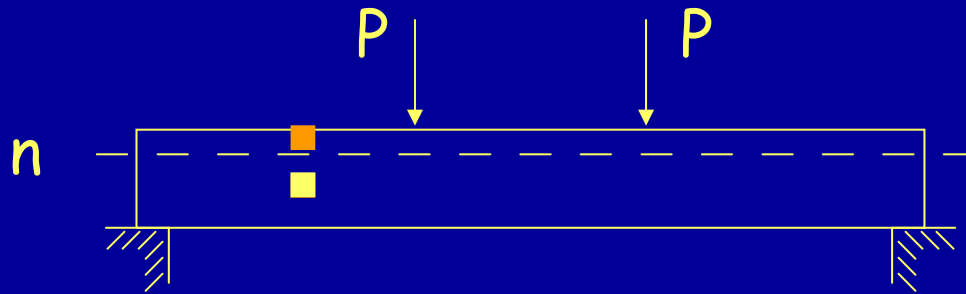
Comportamento di una trave 1 - calcestruzzo resistente a trazione



isostatiche

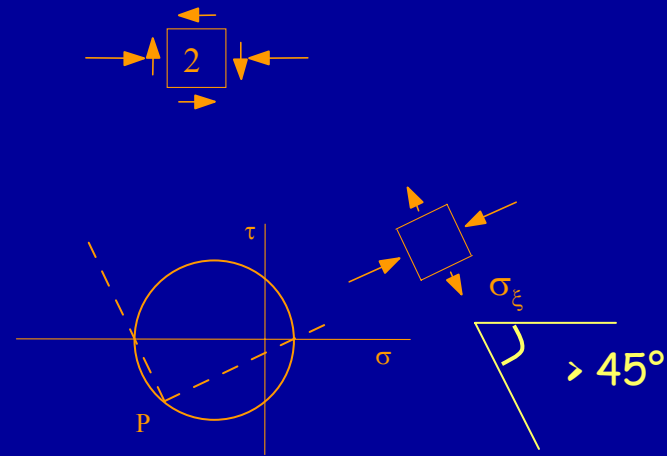
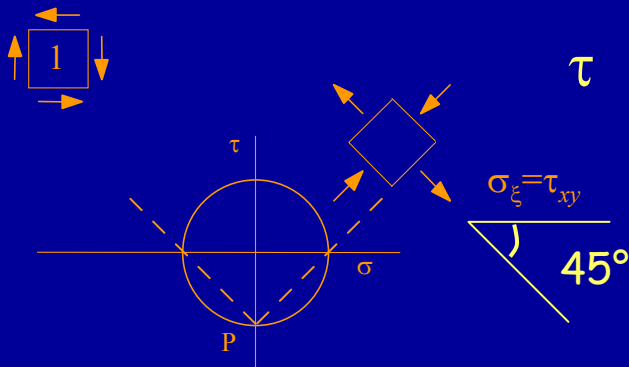
Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione



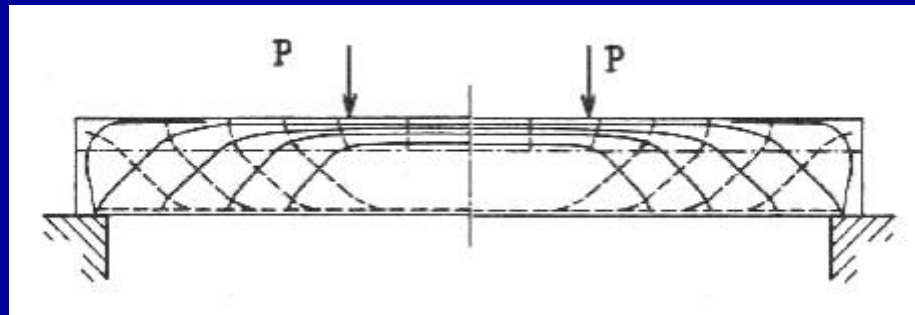
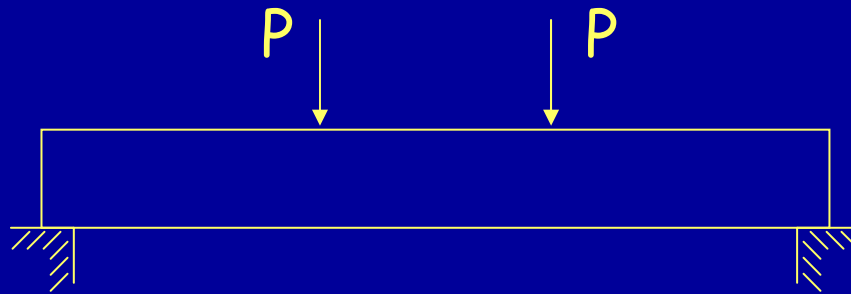
$$\tau_{\max} = \frac{V}{0.9 b d}$$

A diagram showing a parabolic shear stress distribution τ across the height of the beam. The maximum shear stress τ_{\max} occurs at the neutral axis and is zero at the top and bottom surfaces.

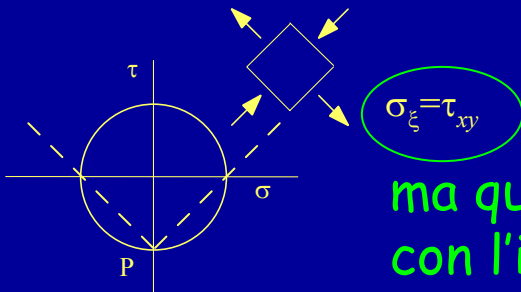


Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione



isostatiche



ma questa tensione di trazione è incompatibile con l'ipotesi fatta per il materiale

Resistenza di trave non armata a taglio

Verifica - tensioni ammissibili

Non è necessaria armatura a taglio se $\tau < \tau_{c0}$

Vuol dire che:

- Non si accetta trazione dovuta alla flessione
- Si accettano modeste trazioni dovute al taglio

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

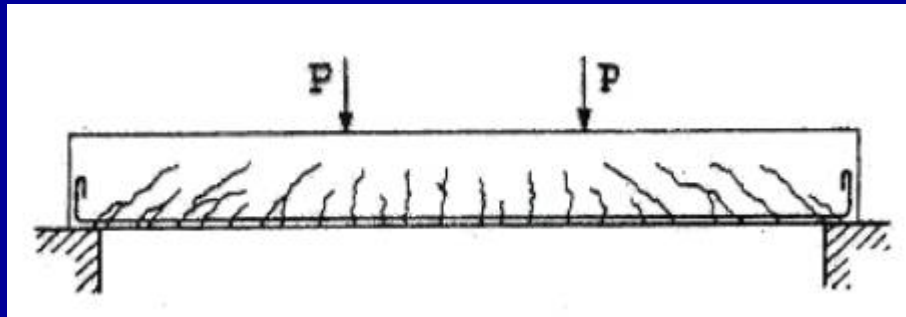
$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d$$

Nota: si devono comunque disporre armature minime a taglio, tranne che nei solai

Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

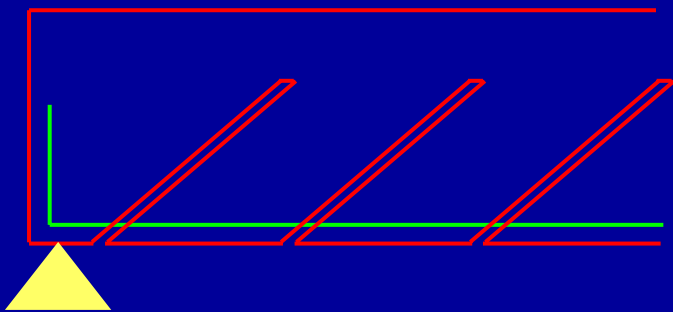
Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio



Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

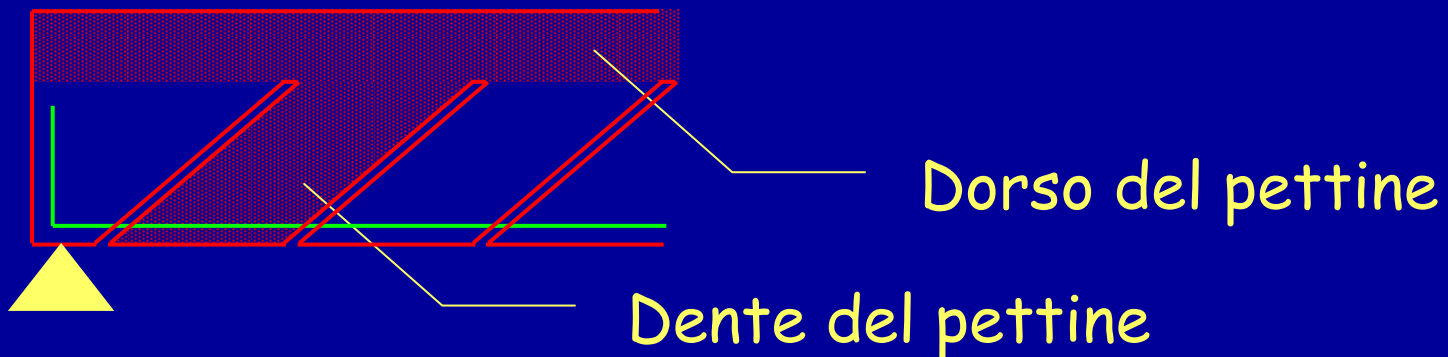


Verifica - stato limite ultimo

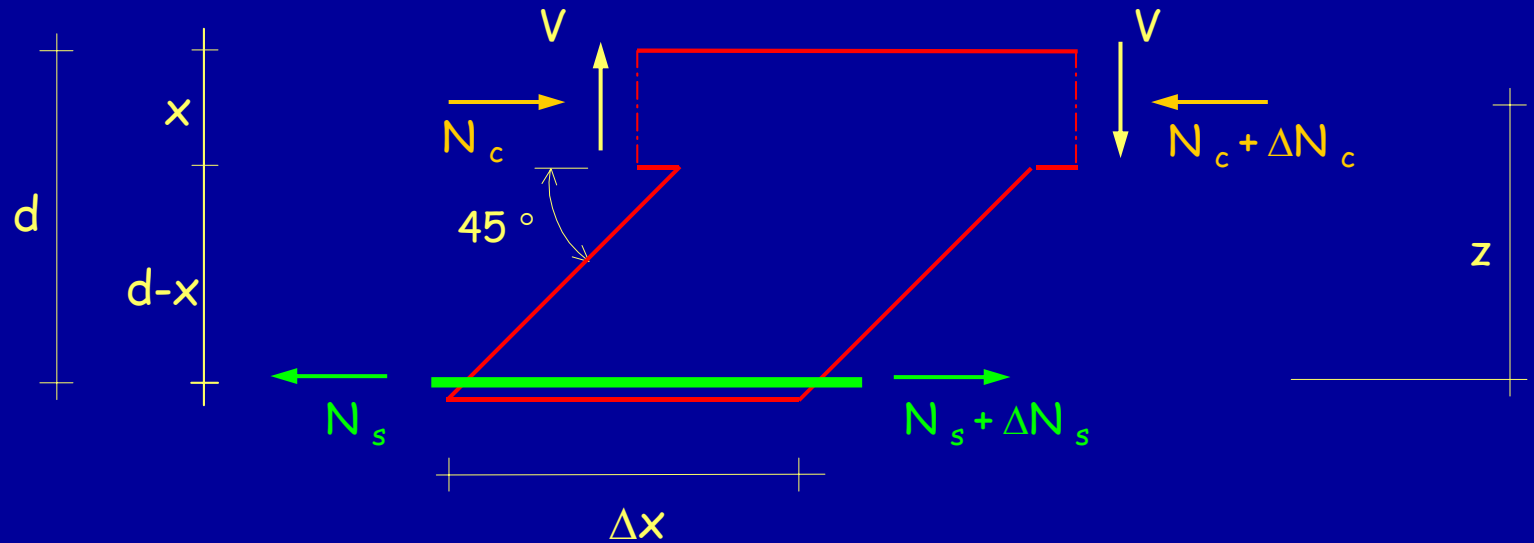
Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

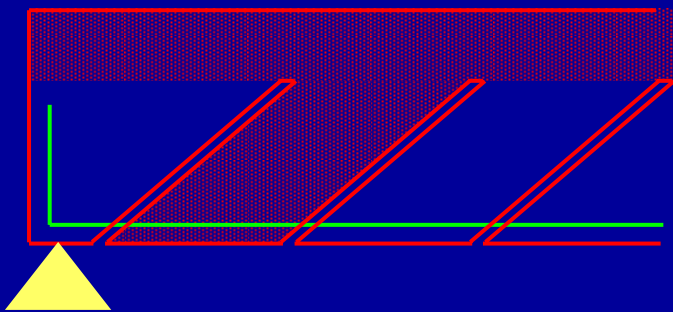
Modello a pettine



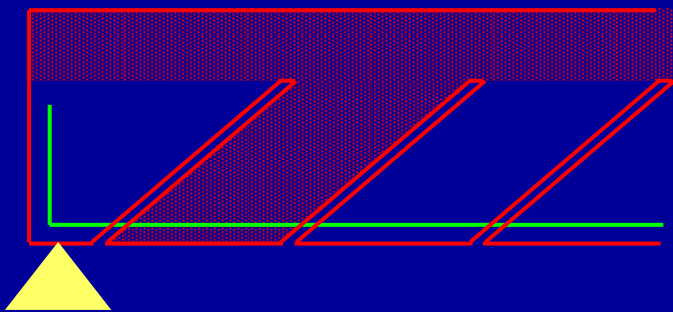
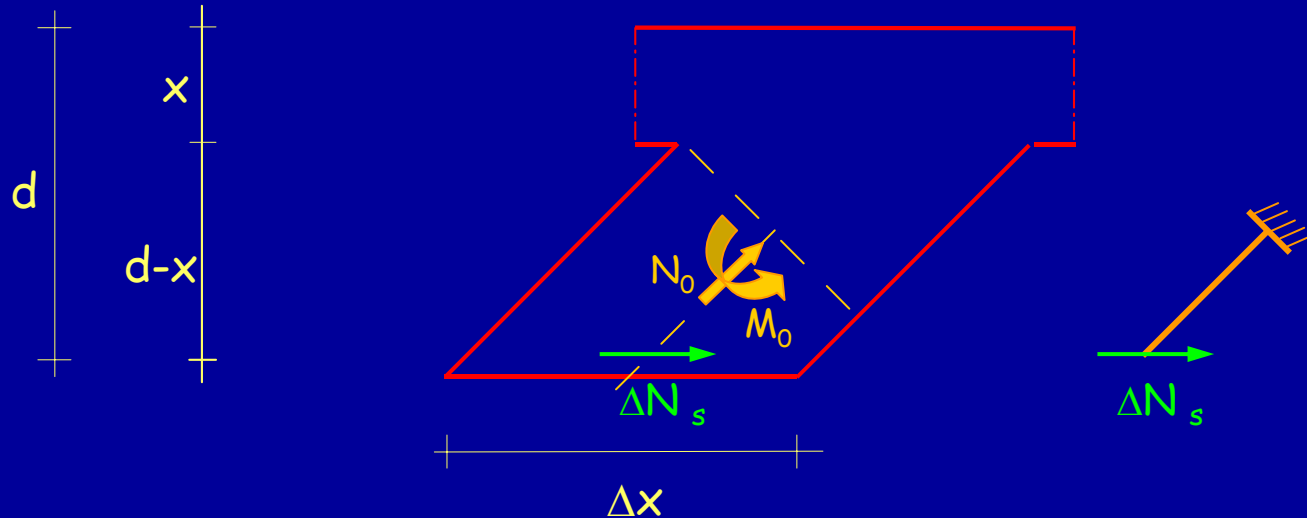
Resistenza del dente



$$\Delta N_s = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V \Delta x}{z}$$



Resistenza del dente

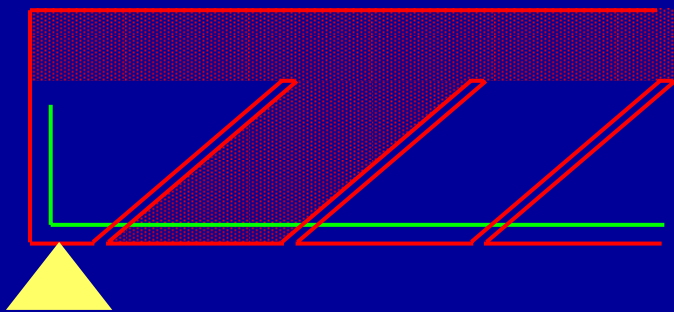
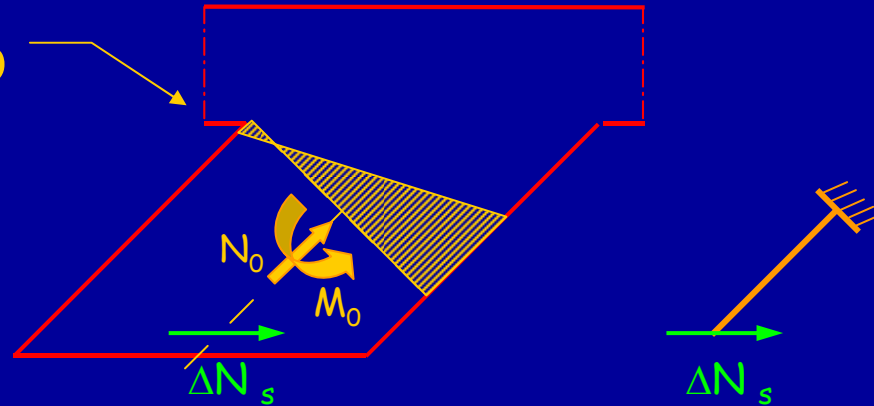


$$N_0 = -\frac{\Delta N_s}{\sqrt{2}} = -\frac{V \Delta x}{\sqrt{2} z}$$

$$M_0 = -\Delta N_s \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right) = -\frac{V \Delta x}{z} \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right)$$

Resistenza del dente

Rottura quando
 $\sigma = f_{ctd}$

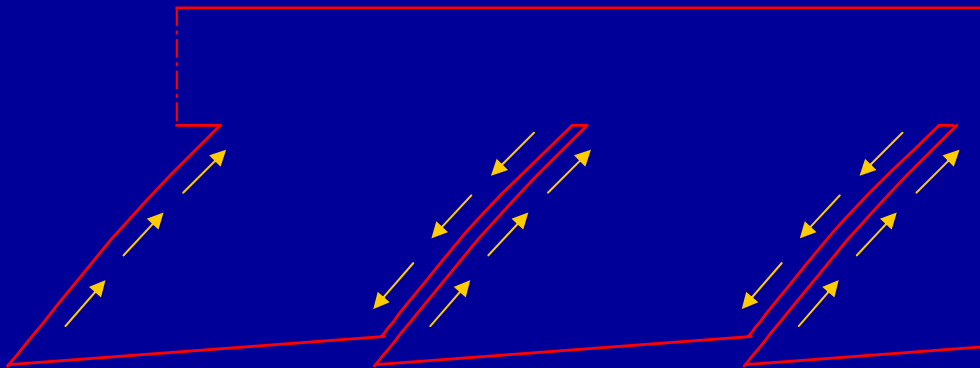


Resistenza del dente:

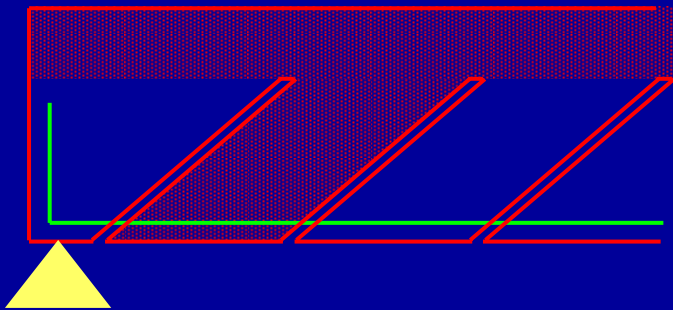
$$V_{Rd} = \tau_{Rd} b d$$

$$\tau_{Rd} = 0.25 f_{ctd}$$

Altri contributi alla resistenza del dente



Ingranamento degli inerti

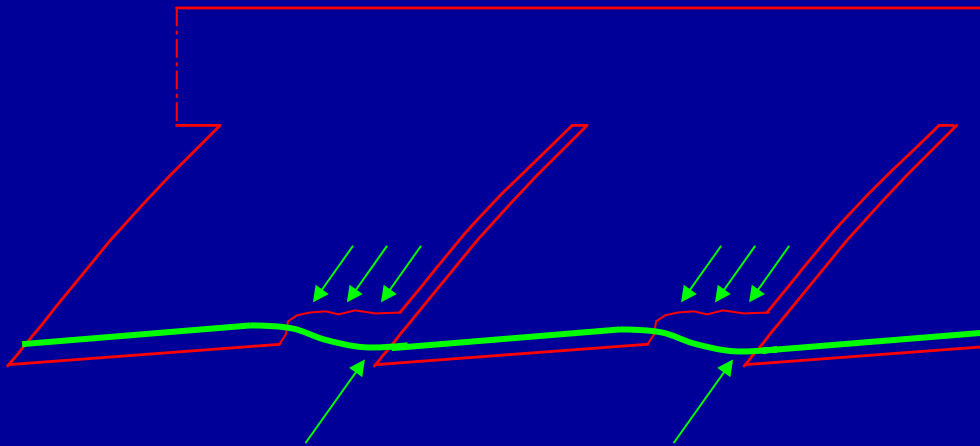


Resistenza del dente:

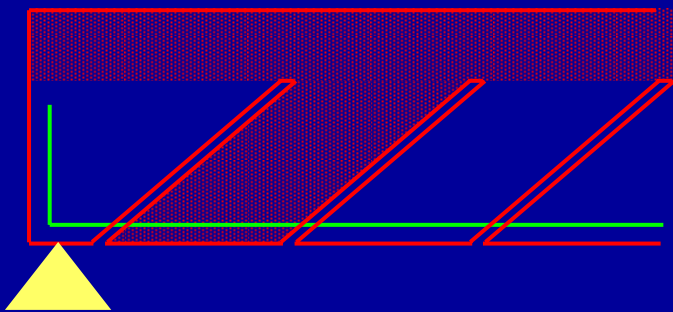
$$V_{Rd} = \tau_{Rd} k b d$$

$$k = 1.6 - d \geq 1$$

Altri contributi alla resistenza del dente



Effetto spinotto



Resistenza del dente:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} \leq 0.02$$

Esempio - tensioni ammissibili

Travetti di solaio:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\emptyset 10 \text{ a travetto}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$3.1 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d =$$

$$= 0.9 \times 0.53 \times 20 \times 22 \times 10^{-1} = 21.0 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo

Travetti di solaio:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\emptyset 10 \text{ a travetto}$$

$$3.1 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d$$

$$V_{Rd1} = 22.2 \text{ kN}$$

$$\tau_{Rd} = 0.25 \text{ MPa}$$

$$k = 1.6 - 0.22 = 1.38$$

$$\rho_l = \frac{3.1}{20 \times 24} = 0.00646$$

$$1.2 + 40 \rho_l = 1.46$$

Confronto

Tensioni ammissibili:

$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d = 21.0 \text{ kN}$$

0.48 0.48 × 1.45 = 0.72

Stato limite ultimo:

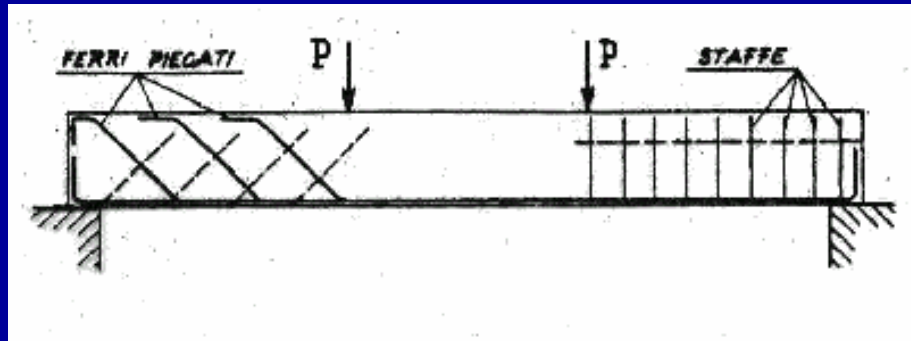
$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) b d = 22.2 \text{ kN}$$

0.50 0.25 ÷ 0.80

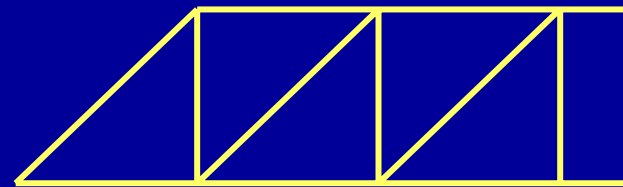
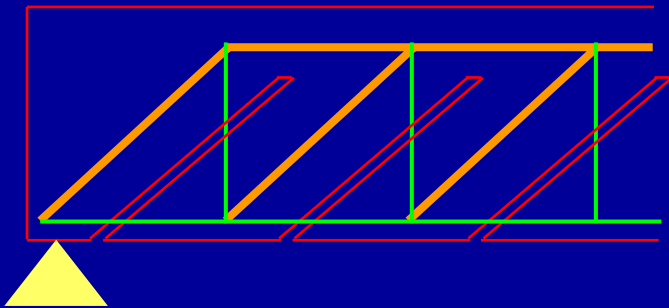
Ma i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, quindi la resistenza è, in proporzione, minore

Resistenza di trave armata a taglio

Modello di calcolo



Traliccio di Morsch



Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi:
$$V_{c1} = 0.9 \tau_{c1} b d$$

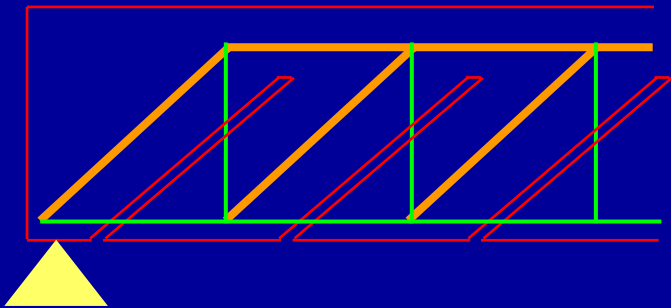
La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Mörsch - schema isostatico

Per staffe:
$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s$$

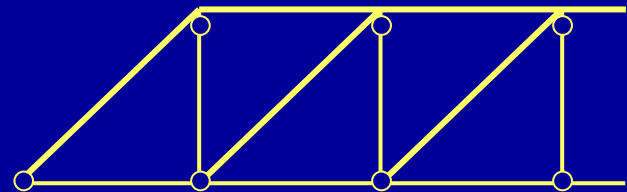
Verifica - stato limite ultimo

Sia la resistenza del calcestruzzo che quella dell'armatura vengono valutate col modello di traliccio

Attenzione: occorre tener conto del fatto che il traliccio è iperstatico



Traliccio iperstatico



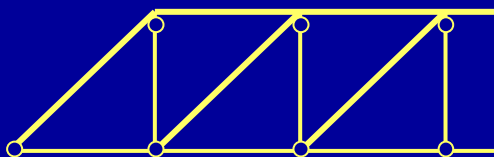
Verifica - stato limite ultimo

In campo lineare, l'iperstaticità del traliccio è irrilevante

Rigidezza estensionale \gg Rigidezza flessionale

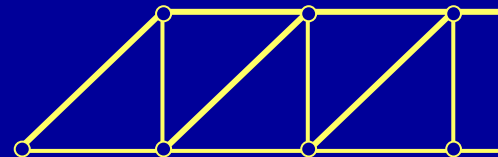


Traliccio iperstatico



=

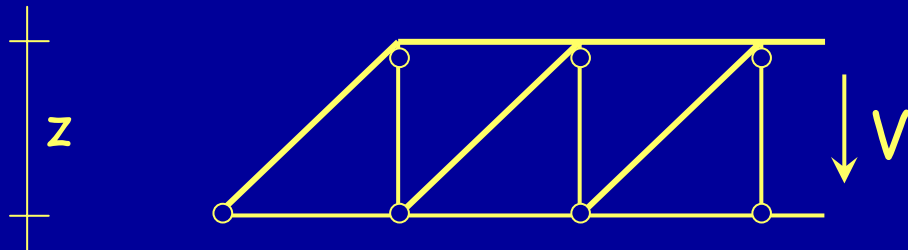
Traliccio isostatico



Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza del calcestruzzo:



$$N_c = V \sqrt{2}$$

$$A_c = b z \sqrt{2}$$

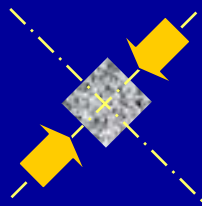
Ponendo

$$\sigma_c = v f_{cd}$$

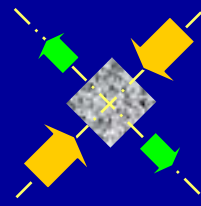
si ottiene

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} b z$$

Notare:



$$\alpha f_{cd}$$



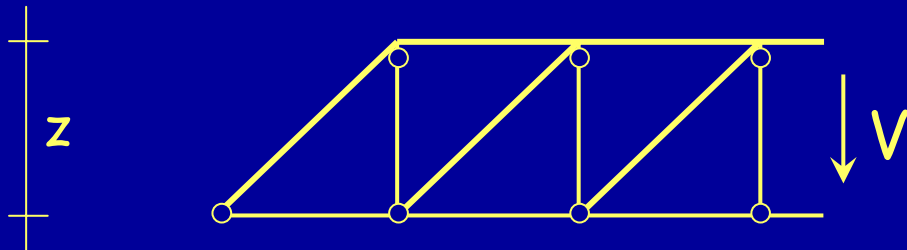
$$v f_{cd}$$

$$v = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200}$$

Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza dell'armatura:



$$N_s = V$$

Ponendo $\sigma_s = f_{yd}$ si ottiene

$$V_{wd} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z$$

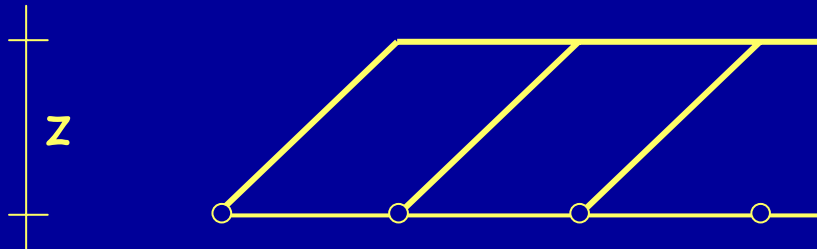
Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "normale"

Se si rompe prima il calcestruzzo: fine

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} b z$$



Se si snerva l'armatura
scompare l'armatura a taglio

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd}$$

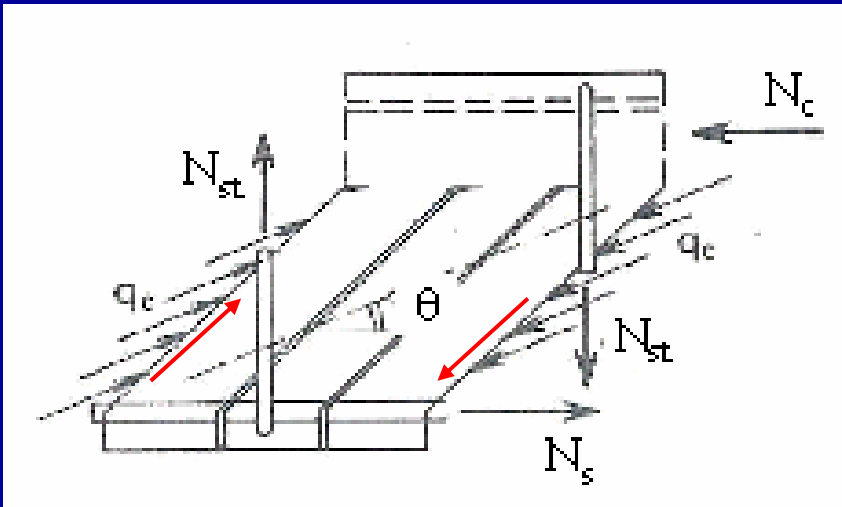
rimane ancora il "pettine"
con la sua resistenza

con $V_{cd} = V_{Rd1}$

Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"



Quando si snerva l'armatura scompare l'armatura a taglio

ma per l'ingranamento degli inerti la direzione di compressione si inclina

$$1 \leq \cot \theta \leq 2$$

$$V_{Rd2} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} b z$$

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

Esempio - tensioni ammissibili

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)} \\ & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$\begin{aligned} V_{c1} &= 0.9 \tau_{c1} b d = \\ &= 0.9 \times 1.69 \times 30 \times 46 \times 10^{-1} = 210 \text{ kN} \end{aligned}$$

La resistenza dell'armatura è

$$\begin{aligned} V_{st} &= \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s = \\ &= 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 255 \times 10^{-3} = 70.7 \text{ kN} \end{aligned}$$

Esempio - stato limite ultimo modello "normale"

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)} \\ & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$\begin{aligned} V_{Rd2} &= \frac{1}{2} v f_{cd} b z = \\ &= \frac{0.596}{2} \times 13.0 \times 30 \times 0.9 \times 46 \times 10^{-1} = 481 \text{ kN} \end{aligned}$$

Esempio - stato limite ultimo modello "normale"

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)} \\ & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza dell'armatura si calcola così

$$V_{cd} = V_{Rd1} = 54.3 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} V_{wd} &= \frac{A_{st}}{s} 0.9 d f_{yd} = \\ &= 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 374 \times 10^{-3} = 103.7 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} = 158 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo "inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)} \\ & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rd2} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} b z$$

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 481 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 385 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo "inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)} \\ & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd3} = 207.4 \text{ kN}$$

Esempio - stato limite ultimo "inclinazione variabile del traliccio"

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_s = 4\emptyset 14 \text{ (6.2 cm}^2\text{)} \\ & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (6.7 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

In definitiva, poiché

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 481 \text{ kN} \quad V_{Rd3} = 103.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2} = 385 \text{ kN} \quad V_{Rd3} = 207.4 \text{ kN}$$

si può assumere $\cot \theta = 2$ e $V_{Rd} = 207.4 \text{ kN}$

Confronto - calcestruzzo

Tensioni ammissibili:

$$V_{c1} = 0.9 \tau_{c1} b d = 210 \text{ kN}$$

1.52 1.52 × 1.45 = 2.28

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$V_{Rd2} = \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta} v f_{cd} 0.9 b d = 385 \text{ kN}$$

3.10 $\cot\theta = 1 \Rightarrow 3.87$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è, in proporzione, maggiore

Confronto - armatura

Tensioni ammissibili:

$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \overline{\sigma}_s = 70.7 \text{ kN}$$

255

255 x 1.45 = 370

Stato limite ultimo (cotθ = 2):

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d f_{yd} \cot \theta = 207.4 \text{ kN}$$

748

Cotθ = 1 ⇒ 374

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio è il doppio)

Progetto dell'armatura

Tensioni ammissibili:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$V = 85 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{V}{0.9 d \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{85}{0.9 \times 46 \times 255} \times 10^3 = 8.1 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$V_{Sd} = 120 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{V_{Sd}}{0.9 d f_{yd} \cot\theta} \\ &= \frac{120}{0.9 \times 46 \times 374 \times 2} \times 10^3 = 3.9 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Minimi di armature

Area minima delle staffe:

$$\rho = \frac{A_{st}}{b s} \geq \rho_{min}$$

ρ_{min} dipende dalle caratteristiche dei materiali impiegati

Valori di ρ_{min}

Classi di calcestruzzo	Classi di acciaio		
	S220	S400	S500
C12/15 - C20/25	0.0016	0.0009	0.0007
C25/30 - C35/45	0.0024	0.0013	0.0011
C40/50 - C50/60	0.0030	0.0016	0.0013

Minimi di armature

Area minima delle staffe:

$$\rho = \frac{A_{st}}{b s} \geq \rho_{min}$$

ρ_{min} dipende dalle caratteristiche dei materiali impiegati

Passo delle staffe:

deve essere non superiore a

$$s \leq 0.8 d \leq 30 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} \leq 1/5 V_{Rd2}$$

$$s \leq 0.6 d \leq 30 \text{ cm}$$

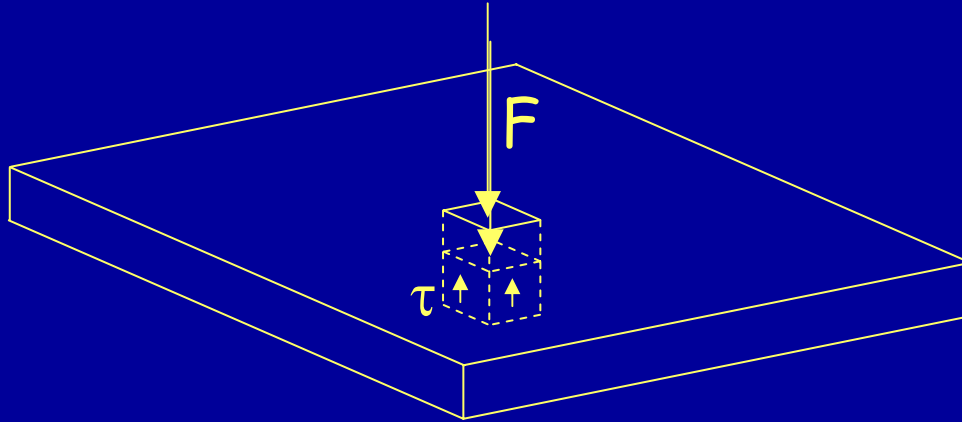
$$1/5 V_{Rd2} < V_{Sd} \leq 2/3 V_{Rd2}$$

$$s \leq 0.3 d \leq 20 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} > 2/3 V_{Rd2}$$

Punzonamento

Il fenomeno

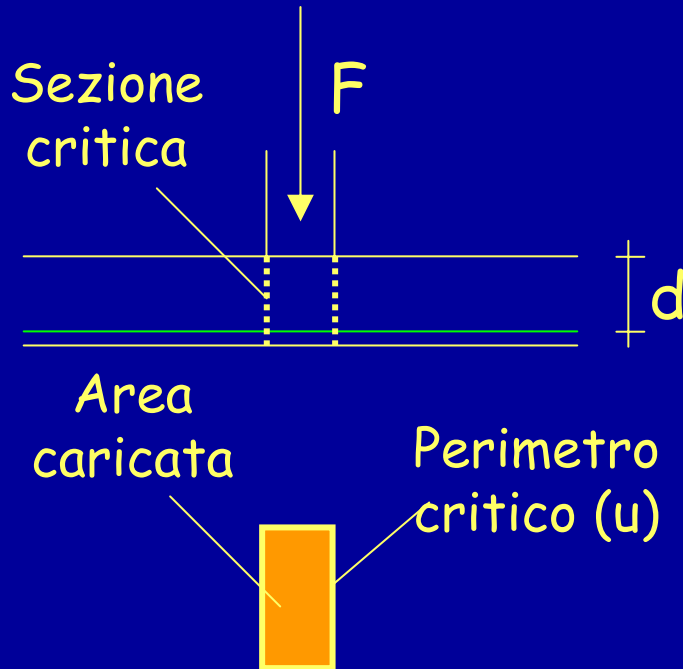


Le τ equilibrano la forza concentrata F

La forza massima che le τ possono contrastare è la resistenza a punzonamento dell'elemento in calcestruzzo

Se la forza F supera la resistenza a punzonamento si dispone un'armatura a punzonamento (barre piegate a 45°)

Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

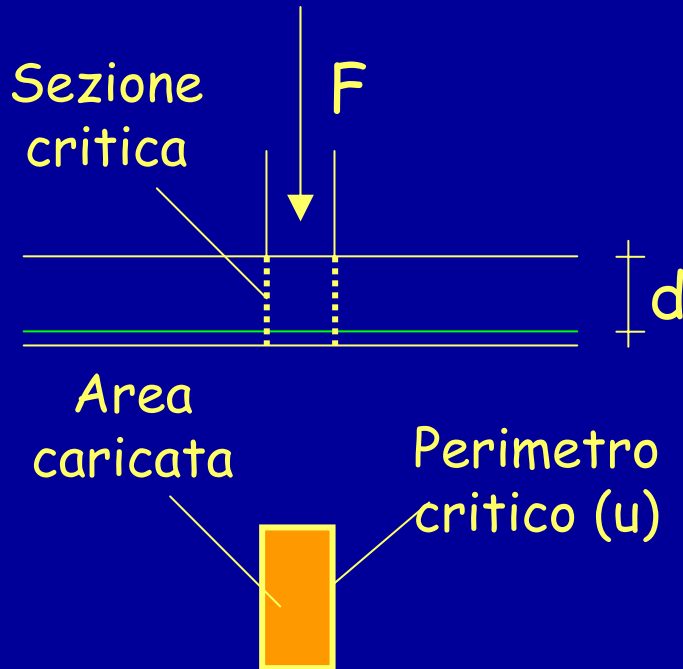
$$\tau_{\max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

$$\tau_{\max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

Non è necessaria armatura a punzonamento se $\tau_{\max} < \tau_{c0}$

Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

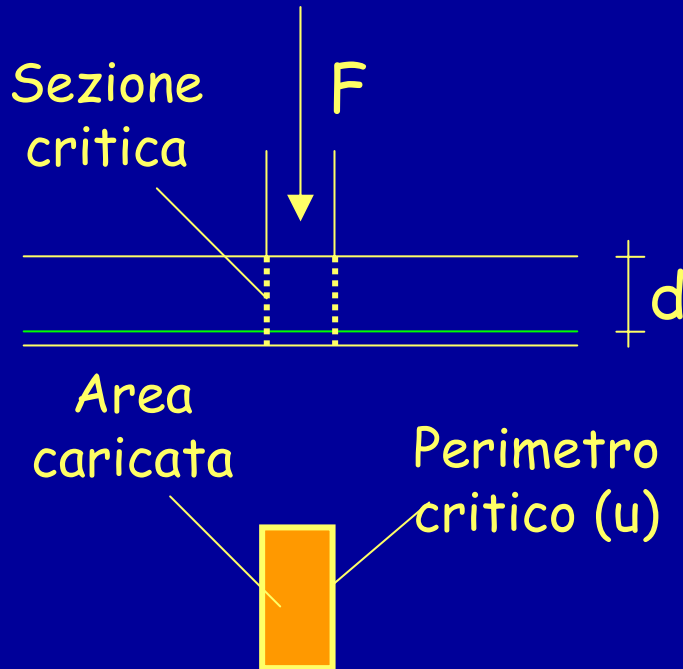
$$\tau_{\max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

$$\tau_{\max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

È necessario aumentare lo spessore della soletta
se $\tau_{\max} > \tau_{c1}$

Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

$$\tau_{\max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

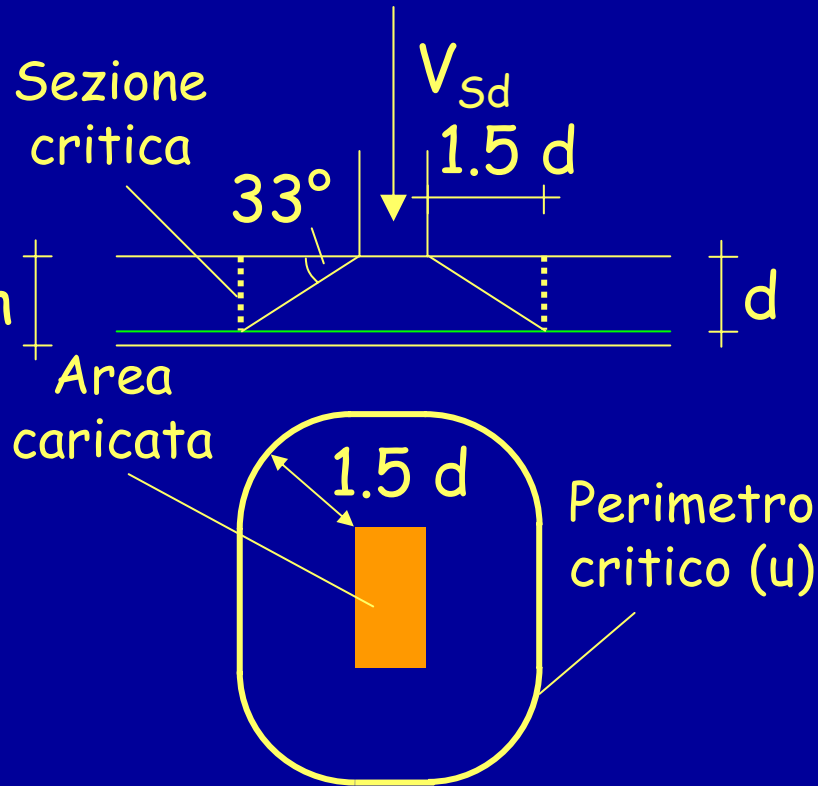
$$\tau_{\max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

È necessario disporre un'armatura a punzonamento se

$$\tau_{c0} < \tau_{\max} < \tau_{c1}$$

$$A_{s,\text{pun}} = \frac{\sqrt{2 F}}{\bar{\sigma}_s}$$

Verifica - stato limite ultimo



Azione per unità di lunghezza

$$v_{Sd} = \frac{V_{Sd}}{u}$$

Per carichi eccentrici

$$v_{Sd} = \frac{\beta V_{Sd}}{u}$$

$\beta = 1.5$ e $\beta = 1.4$ per pilastri posti allo spigolo o al bordo della piastra

Bisogna verificare che $v_{Sd} < v_{Rd}$

Verifica - stato limite ultimo

V_{rd1} Resistenza in assenza di armatura a punzonamento

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) d$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \rho_{ly}}$$

V_{rd2} Resistenza della sezione in calcestruzzo in presenza di armatura a punzonamento

$$V_{Rd2} = 1.6 V_{Rd1}$$

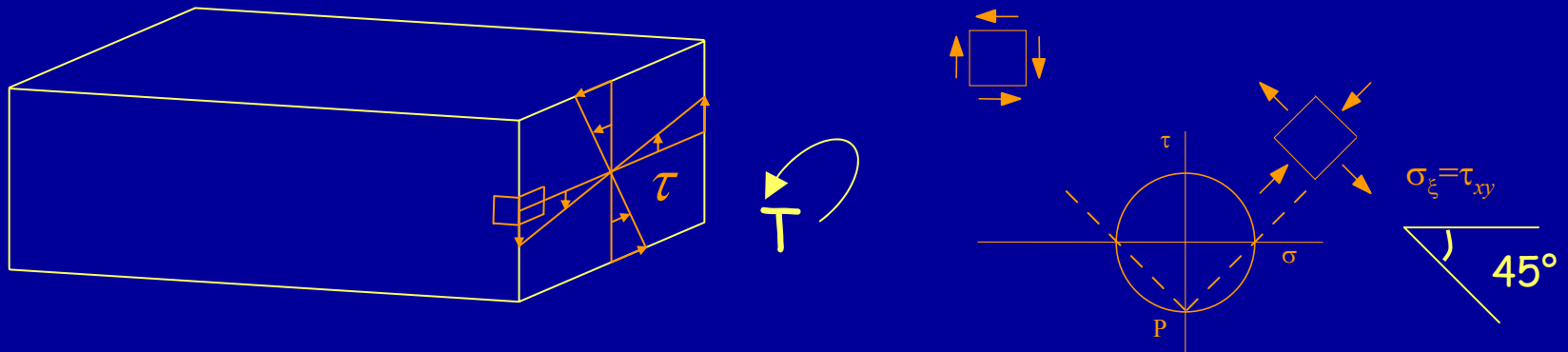
V_{rd3} Resistenza dell'armatura a punzonamento

$$V_{Rd3} = V_{Rd1} + \frac{A_{s,pun} f_{yd}}{\sqrt{2} u}$$

Torsione

Comportamento di una trave

1 - calcestruzzo resistente a trazione

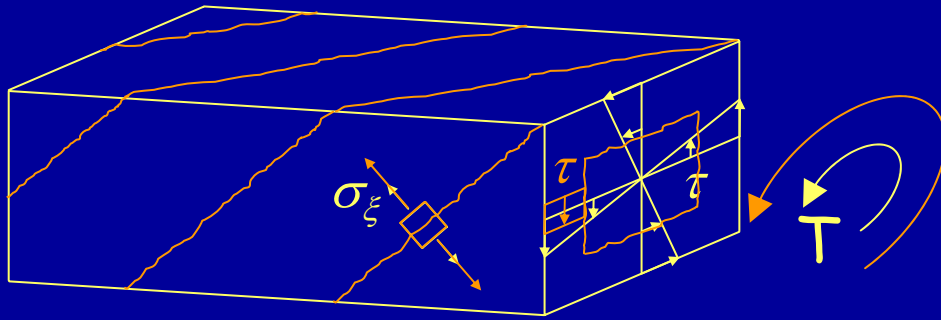


Per bassi livelli di sollecitazioni, la torsione è fronteggiata dallo stato tensionale che si sviluppa nel calcestruzzo.

Le armature non partecipano efficacemente alla resistenza strutturale.

Comportamento di una trave

2 - calcestruzzo non resistente a trazione



Aumentando il momento torcente ...

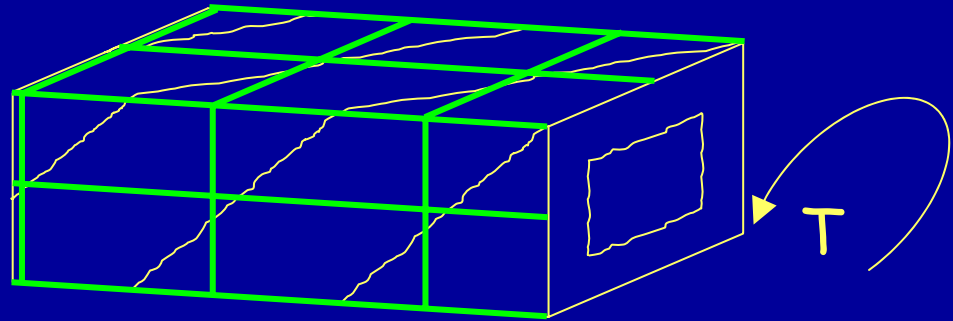
... il calcestruzzo si fessura

Armatura a torsione

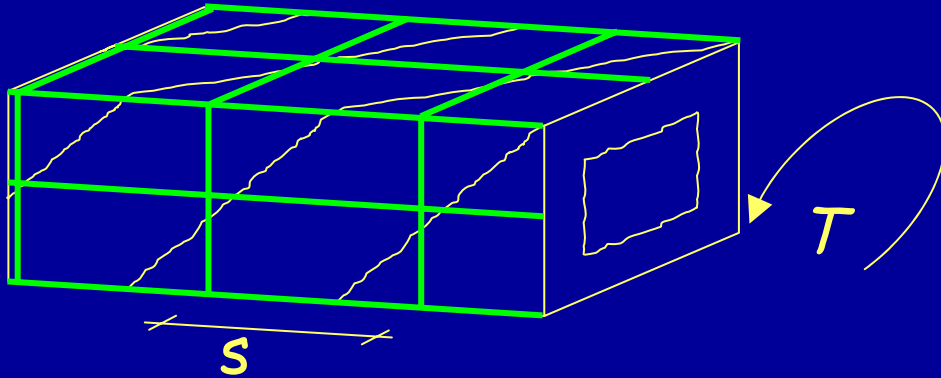


... a spirale

... con staffe e
ferri longitudinali



Modello di calcolo



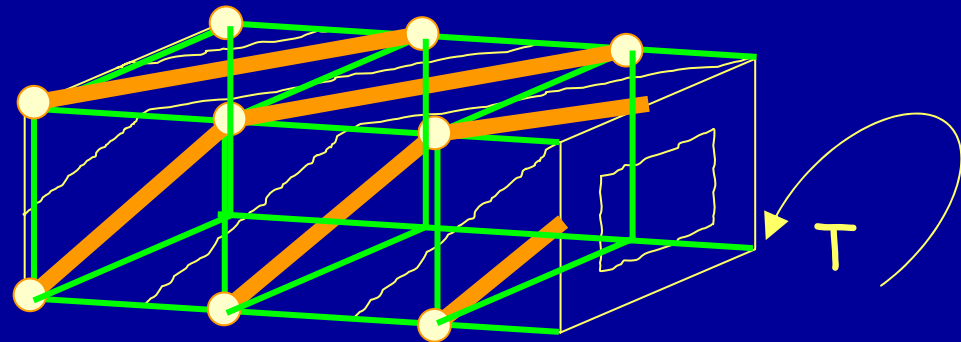
Struttura a traliccio

Elementi strutturali

Traliccio di Rausch

Aste incerniate

Traliccio di Rausch

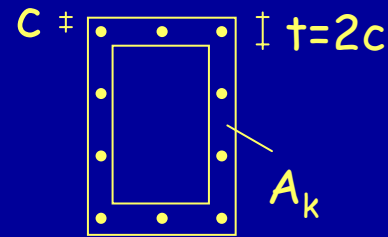


Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi:

$$T_{c1} = 2 A_k \tau_{c1}$$



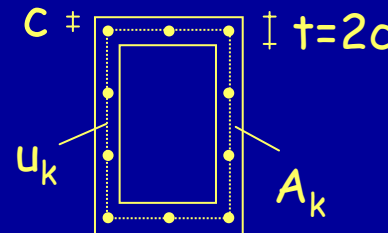
La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Rausch

Per le staffe:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s$$

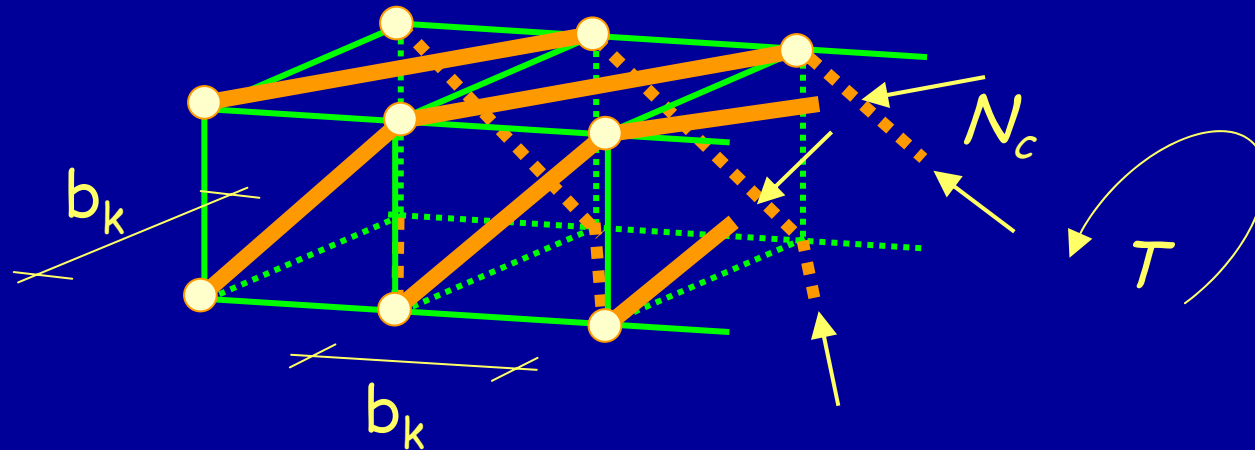
Per i ferri longitudinali:

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s$$



Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$
$$A_c = \frac{t b_k}{\sqrt{2}}$$

con $t = 2c$

Ponendo $\sigma_c = v f_{cd}$ si ottiene $T_{Rd1} = v f_{cd} t A_k$

$$v = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0.5$$

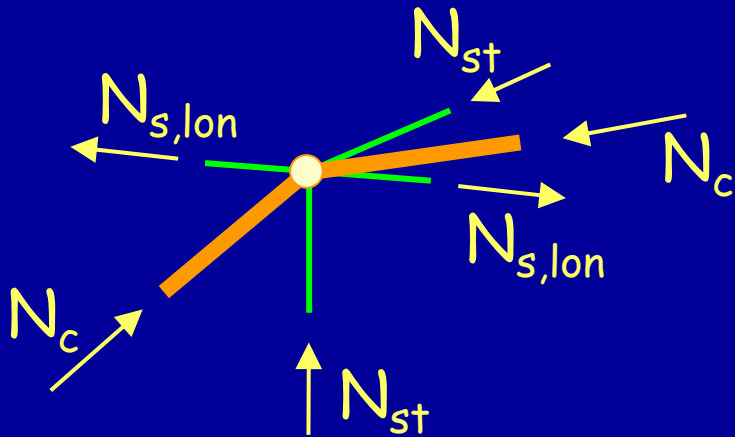
$$v = 0.7 \left(0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \right) \geq 0.35$$

Travi a cassone con armatura su entrambe le facce

Armatura sul perimetro esterno

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza dell'armatura:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$

$$N_{st} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

$$N_{s,lon} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

Ponendo $\sigma_{st} = f_{yd}$ si ottiene

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s}$$

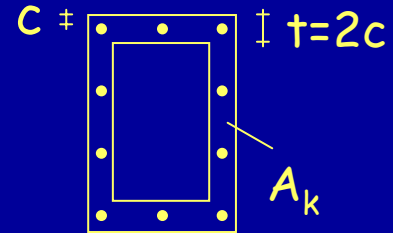
Ponendo $\sigma_{s,lon} = f_{yd}$ si ottiene

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k}$$

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo

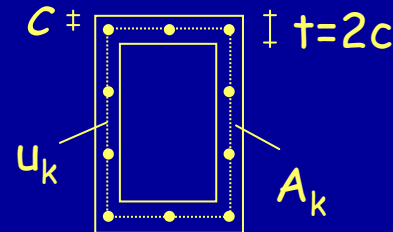
$$T_{Rd1} = v f_{cd} t A_k$$



Resistenza dell'armatura

Staffe:

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s}$$



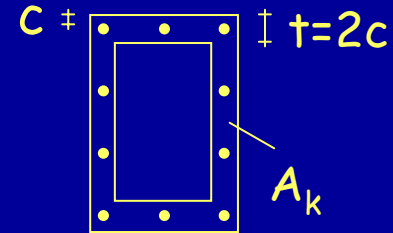
Ferri longitudinali:

$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k}$$

Verifica - stato limite ultimo

Resistenza del calcestruzzo

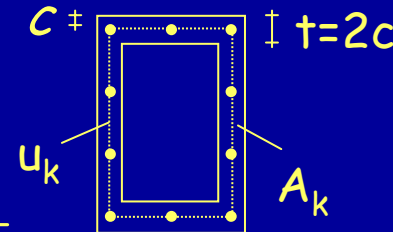
$$T_{Rd1} = \frac{2 v f_{cd} t A_k}{\cot \theta + \tan \theta}$$



Resistenza dell'armatura

Staffe: $T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s} \cot \theta$

Ferri longitudinali: $T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \frac{1}{\cot \theta}$



Per effetto dell'ingranamento degli inerti i puntoni di calcestruzzo si inclinano ($1 \leq \cot \theta \leq 2$)

Esempio - tensioni ammissibili

Trave emergente:

$$\begin{array}{lll} b = 30 \text{ cm} & h = 50 \text{ cm} & A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)} \\ c = 4 \text{ cm} & d = 46 \text{ cm} & \text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)} \end{array}$$

La resistenza della trave a torsione è

$$\begin{aligned} T_{c1} &= 2 A_k \tau_{c1} = \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 8 \times 1.69 \times 10^{-3} = 25 \text{ kN m} \end{aligned}$$

La resistenza dell'armatura è

$$\begin{aligned} T_{st} &= 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s = \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 3.4 \times 255 \times 10^{-5} = 16 \text{ kN m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{s,lon} &= 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s \\ &= 2 \times (22 \times 42) \times 0.096 \times 255 \times 10^{-3} = 45 \text{ kN m} \end{aligned}$$

Esempio - stato limite ultimo

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_{s,lon} = 8\emptyset 14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \emptyset 8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza della trave a torsione è

$$T_{Rd1} = \frac{2 v f_{cd} t A_k}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad T_{Rd1} = 40 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \quad \Rightarrow \quad T_{Rd1} = 32 \text{ kN m}$$

Esempio - stato limite ultimo

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

$$\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.4 cm}^2\text{/m)}$$

La resistenza dell'armatura è

Staffe:
$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{st}}{s} \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rd2} = 24 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow T_{Rd2} = 47 \text{ kN m}$$

Ferri longitudinali:
$$T_{Rd2} = 2 f_{yd} A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rd2} = 66 \text{ kN m}$$

$$\cot \theta = 2 \Rightarrow T_{Rd1} = 33 \text{ kN m}$$

Confronto - calcestruzzo

Tensioni ammissibili:

$$T_{c1} = 2 \tau_{c1} A_k t = 25 \text{ kN m}$$

1.68 1.68 × 1.45 = 2.44

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd1} = 2 \frac{v f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta} A_k t = 32 \text{ kN m}$$

2.17 $\cot\theta = 1 \Rightarrow 2.70$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è, in proporzione, simile

Confronto - staffe

Tensioni ammissibili:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s = 16 \text{ kN m}$$

$$255 \quad 255 \times 1.45 = 370$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd2} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd} \cot\theta = 47 \text{ kN m}$$

$$748 \quad \cot\theta = 1 \Rightarrow 374$$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio è il doppio)

Confronto - armatura longitudinale

Tensioni ammissibili:

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \left(\bar{\sigma}_s \right) = 45 \text{ kN m}$$

255 $255 \times 1.45 = 370$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Rd2} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \left(\frac{f_{yd}}{\cot\theta} \right) = 33 \text{ kN m}$$

187 $\cot\theta = 1 \Rightarrow 374$

Poiché i carichi allo SLU sono circa 1.45 volte maggiori, la resistenza è notevolmente minore (nell'esempio è la metà)

Progetto delle staffe

Tensioni ammissibili:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{T}{2 A_k \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{T_{Sd}}{2 A_k f_{yd} \cot \theta}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$T = 18 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{T}{2 A_k \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{18}{2 \times (22 \times 42) \times 255} \times 10^5 = 3.8 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Sd} = 26 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{st}}{s} &= \frac{T_{Sd}}{2 A_k f_{yd} \cot\theta} \\ &= \frac{26}{2 \times (22 \times 42) \times 374 \times 2} \times 10^5 = 1.9 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Progetto dell'armatura longitudinale

Tensioni ammissibili:

$$A_{s,lon} = \frac{T u_k}{2 A_k \bar{\sigma}_s}$$

Stato limite ultimo:

$$A_{s,lon} = \frac{T_{Sd} u_k \cot \theta}{2 A_k f_{yd}}$$

Esempio

Trave emergente:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

Tensioni ammissibili:

$$T = 18 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} A_{s,lon} &= \frac{T u_k}{2 A_k \bar{\sigma}_s} \\ &= \frac{18 \times (2 \times (22 + 42))}{2 \times (22 \times 42) \times 255} \times 10^3 = 4.9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Stato limite ultimo ($\cot\theta = 2$):

$$T_{Sd} = 26 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} A_{s,lon} &= \frac{T_{Sd} u_k \cot\theta}{2 A_k f_{yd}} \\ &= \frac{26 \times (2 \times (22 + 42)) \times 2}{2 \times (22 \times 42) \times 374} \times 10^3 = 9.6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Torsione e taglio

Calcestruzzo:

$$\left(\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} \right)^2 + \left(\frac{T_{Sd}}{T_{Rd1}} \right)^2 \leq 1$$

Staffe:

- si progettano separatamente, per la torsione e per il taglio e si sommano.
- l'angolo θ deve essere uguale per la torsione e per il taglio.

Minimi di armature

Staffe:

- limiti validi per il taglio
- la distanza longitudinale fra le staffe deve essere non maggiore di $u_k/8$

Armatura longitudinale:

- almeno una barra per spigolo
- distanza tra le barre non superiore a 35 cm

FINE

Per questa presentazione:

coordinamento

A. Ghersi

realizzazione

*A. Ghersi,
E.M. Marino*

ultimo aggiornamento

14/10/2006