

Corso di aggiornamento

## Verifica sismica degli edifici esistenti in c.a.

9 - Analisi lineare: verifica di resistenza - rottura dei nodi  
e scorrimento trave-pilastro

Forlì

29-31 gennaio 2015

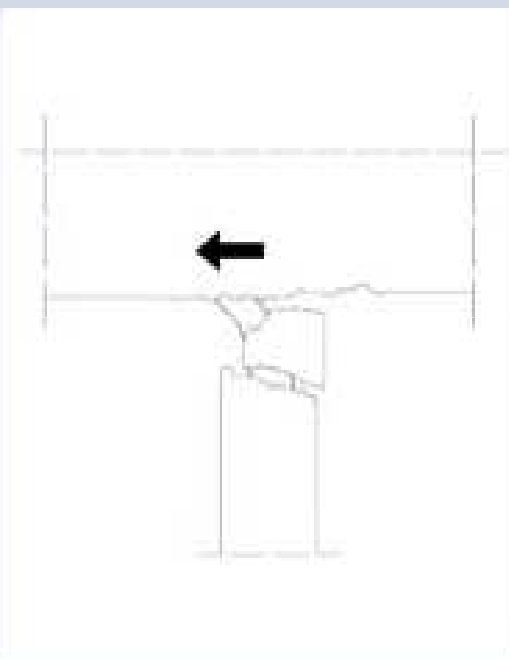
Aurelio Ghersi

Rottura dei nodi

# Rottura dei nodi



Collasso di un nodo trave-colonna esterno in c.a.: rottura causata dalle elevate sollecitazioni di taglio.



Terremoto: Molise, 2002  
Località: San Giuliano di Puglia

# Rottura dei nodi



Danneggiamento del nodo  
trave-colonna a causa degli  
elevati sforzi assiali e di taglio.



Terremoto: Santa Lucia, 1990  
Località: Augusta

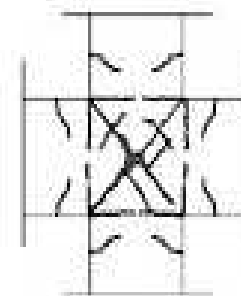
# Rottura dei nodi



# Rottura dei nodi



Danneggiamento di un nodo trave-colonna interno in c.a.: espulsione del copriferro a causa delle sollecitazioni flessionali.



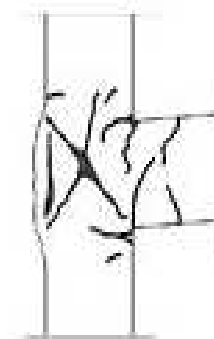
Terremoto: Irpinia, 1980

Località: Lioni

# Rottura dei nodi

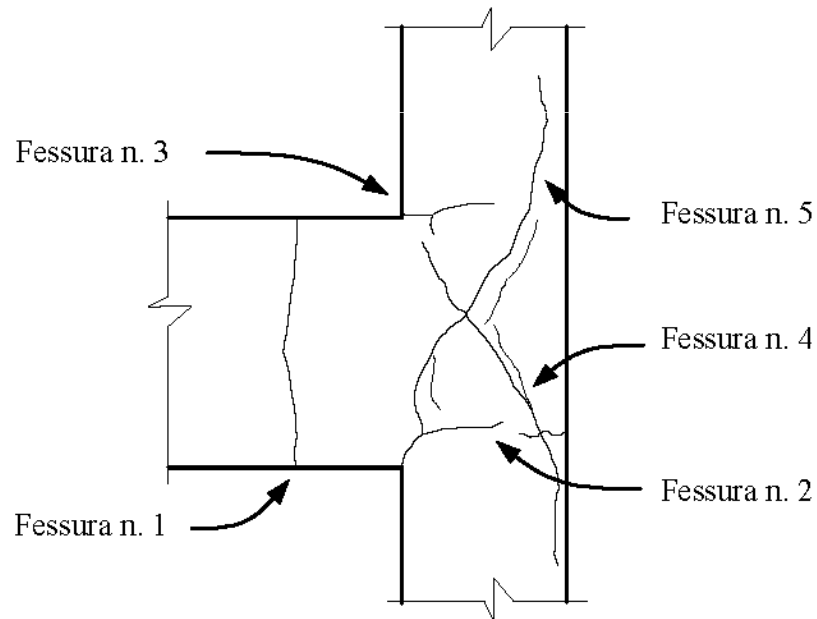


Danneggiamento del nodo trave-colonna esterno: espulsione del copriferro a causa delle sollecitazioni flettenti.



Terremoto: Molise, 2002  
Località: San Giuliano di Puglia

# Danneggiamento del nodo per azioni cicliche



Evoluzione del quadro  
fessurativo di un nodo  
trave-pilastro realizzato  
in laboratorio

Fessura n.1 → Cerniera plastica sulla trave

Fessure n.2 e n.3 → Cerniera plastica sul pilastro

Fessure n.4 e n.5 → Collasso fragile del nodo e  
conseguente chiusura delle fessure  
da momento flettente

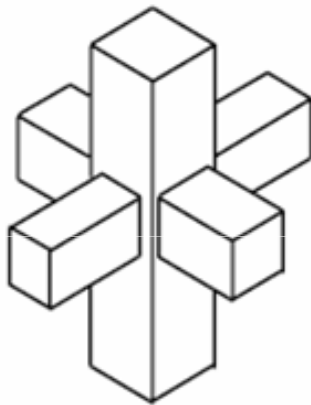


# Confinamento dei nodi

## Nodi interamente confinati

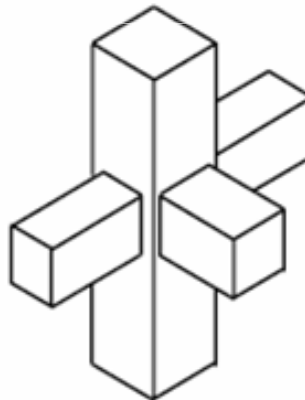
- In ognuna delle 4 facce si innestano travi
- Le travi sono sovrapposte ai pilastri per almeno i  $\frac{3}{4}$  della larghezza del pilastro (e tra loro per i  $\frac{3}{4}$  dell'altezza)

Per i nodi interamente confinati  
non occorrono verifiche

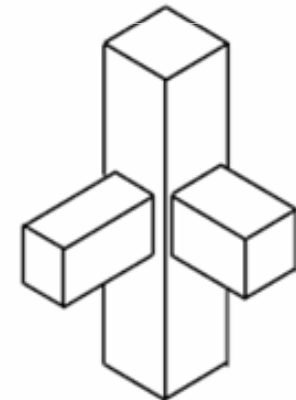


Nodo interno,  
interamente  
confinato

Nodi non  
interamente  
confinati

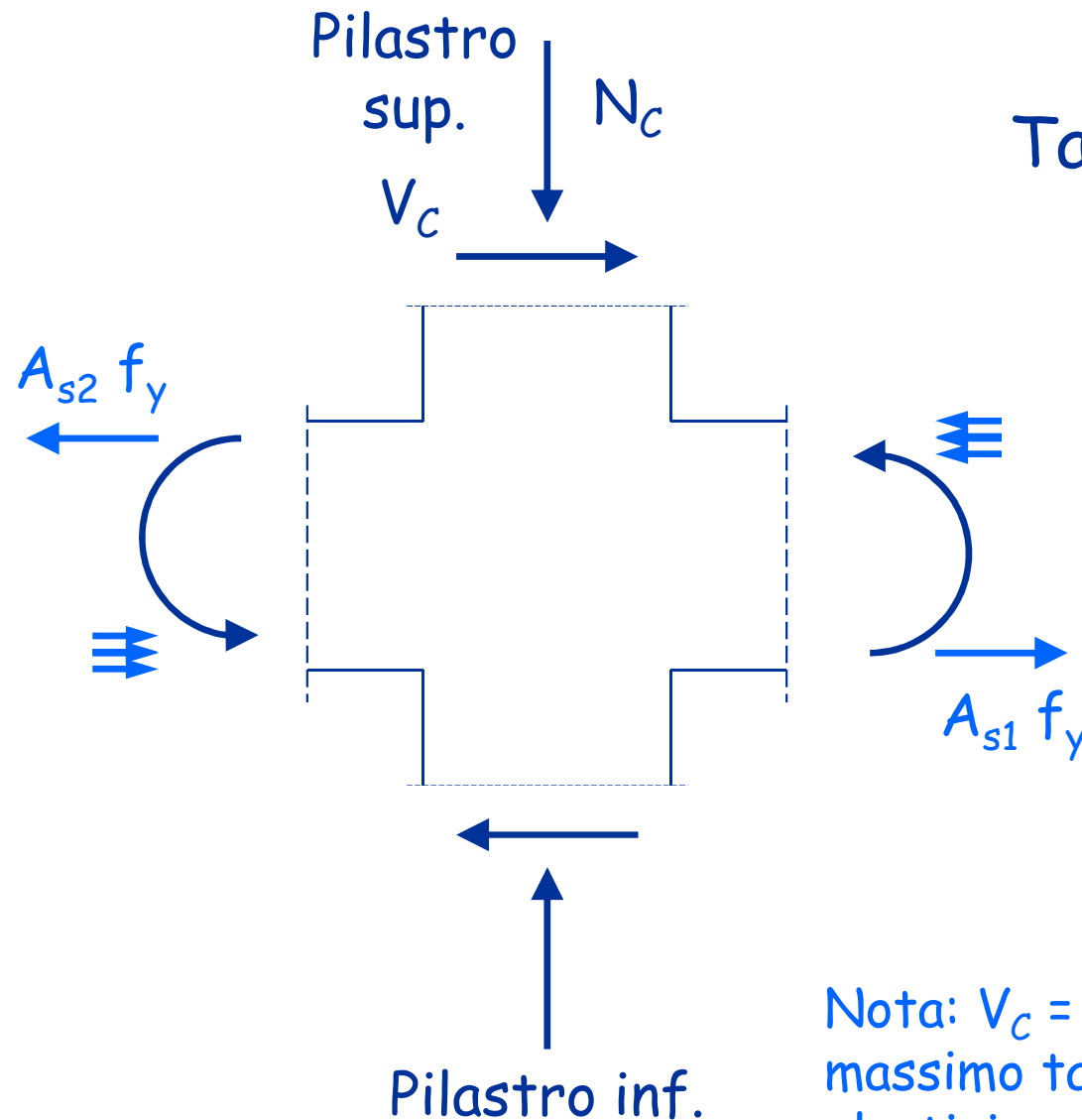


Nodo laterale



Nodo d'angolo

# Azione tagliante nel nodo



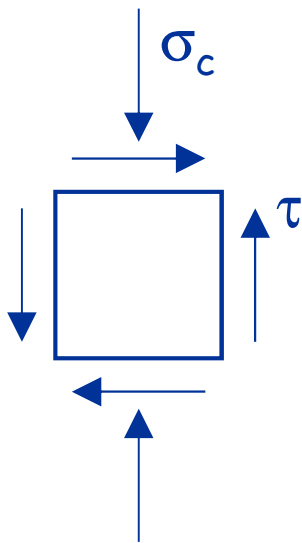
Taglio sollecitante il nodo

$$V_j = V_c - (A_{s1} + A_{s2}) f_y$$

Nota:  $V_c$  = taglio fornito dal calcolo o massimo taglio corrispondente alla plasticizzazione degli estremi del pilastro

# Verifica del nodo

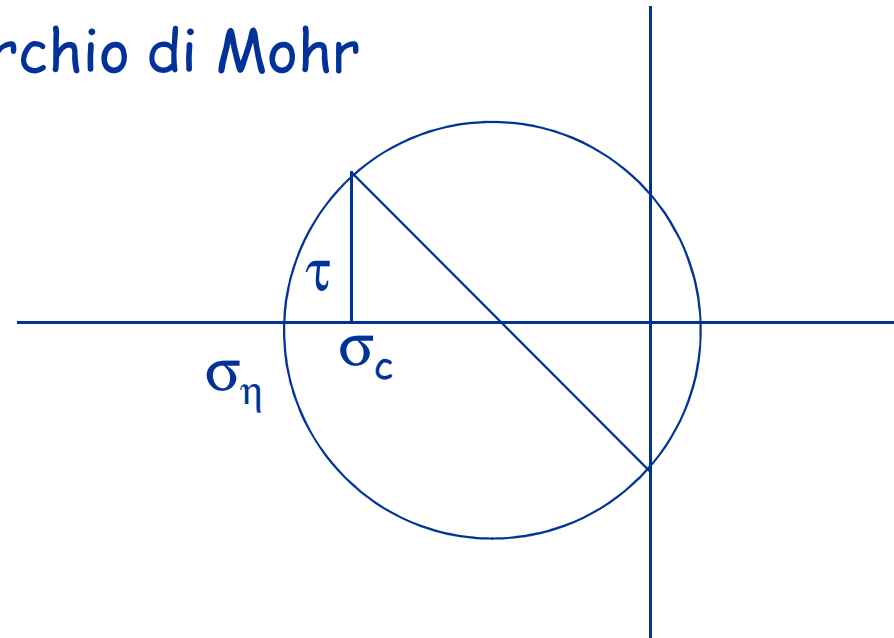
compressione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c$$

compressione

# Verifica del nodo

compressione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c \quad \text{compressione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \eta f_c \sqrt{1 - \frac{\sigma_c}{\eta f_c}}$$

ovvero  
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$V_j \leq \eta f_c b h \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c}$$

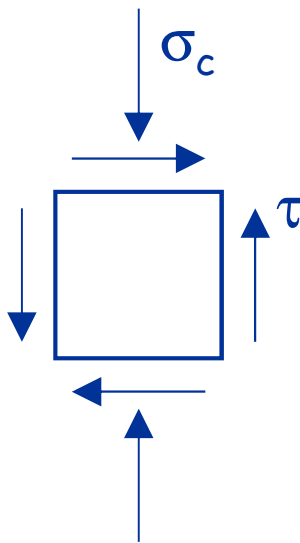
$$\eta = \alpha_j \left(1 - \frac{f_c}{250}\right)$$

$\alpha_j = 0.60$     nodo interno

$\alpha_j = 0.48$     nodo esterno

# Verifica del nodo

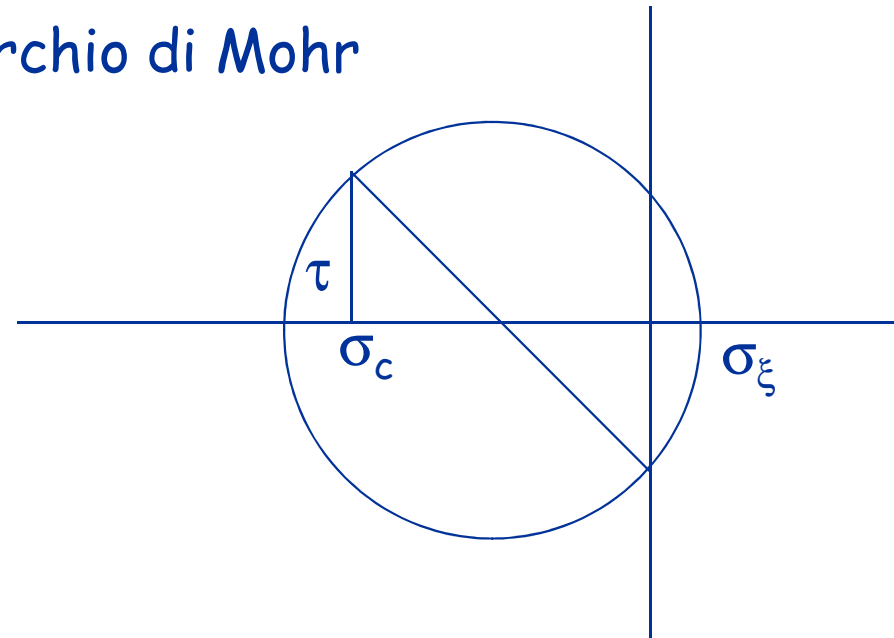
trazione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

# Verifica del nodo

trazione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

si può ottenere

$$\tau \leq f_{ct} \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{f_{ct}}}$$

ovvero

$$V_j \leq f_{ct} b h \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$

NTC 08

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c}$$

OPCM 3431

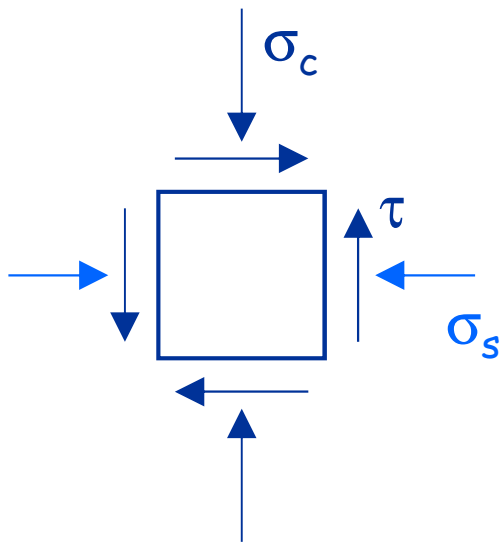
# Verifica del nodo

trazione - in assenza di specifiche armature

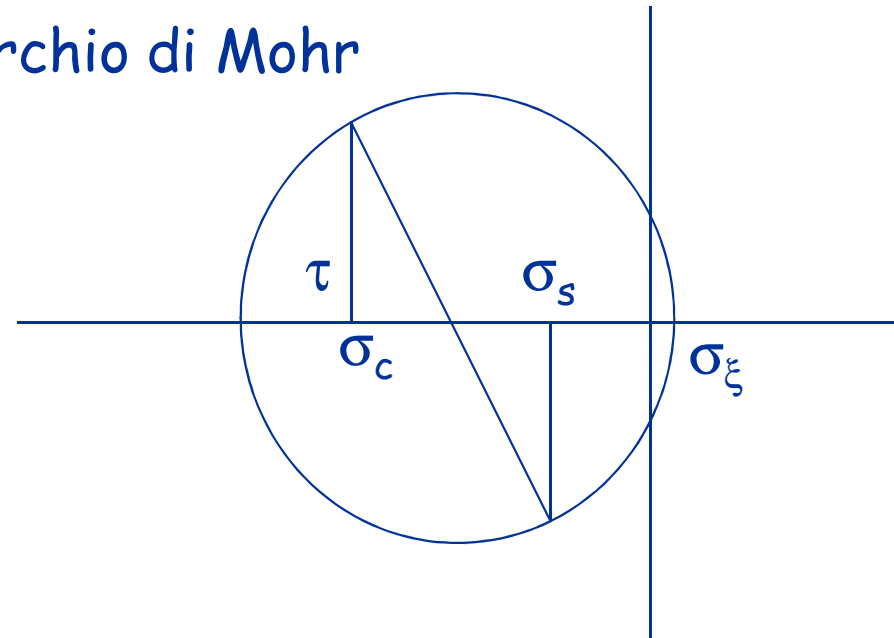
- Una osservazione:  
quale valore prendere per  $f_{ctm}$ ?
- La formula generale per nuova  
progettazione lega la resistenza a  
trazione al valore caratteristico di  $f_c$ ,  
elevato a 2/3 
$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$
- Nell'OPCM lo mette in relazione alla  
radice quadrata di  $f_c$  
$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c}$$
- Ritengo che sia questo il riferimento  
corretto e quindi, più precisamente 
$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{\frac{f_{cm}}{FC \gamma_c}}$$

# Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali



Cerchio di Mohr



$$\sigma_c = \frac{N}{b h} \quad \sigma_s = \frac{A_s f_y}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione



# Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali

$$\sigma_{\xi} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \sqrt{(f_{ct} + \sigma_c)(f_{ct} + \sigma_s)} \quad \text{per verifica}$$

$$\sigma_s \geq \frac{\tau^2}{f_{ct} + \sigma_c} - f_{ct} \quad \text{per progetto armatura}$$

ovvero  
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$\frac{A_s f_y}{b h} \geq \frac{(V / b h)^2}{f_{ct} + v f_c} - f_{ct} \quad v = \frac{N}{b h f_c}$$

E quindi

$$V_j \leq b h \sqrt{\left(\frac{A_s f_y}{b h} + f_{ct}\right) (f_{ct} + v f_c)}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939

Nodo interno

sezione pilastro 30×30

$$f_c = \frac{f_{cm}}{FC \gamma_c} = 8.97 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{288.0}{30 \times 30} \times 10^1 = 3.20 \text{ MPa}$$

$$\eta = \alpha_j \left( 1 - \frac{f_c}{250} \right) = 0.6 \left( 1 - \frac{8.97}{250} \right) = 0.578 \quad \alpha_j = 0.60$$

$$v = \frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{3.20}{8.97} = 0.357$$

$$\frac{v}{\eta} = \frac{0.357}{0.578} = 0.617$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As-sin		As-des		MEd/z sx+dx(kN)	As fy		Vj (kN)
							sup (cm2)	inf	sup (cm2)	inf		(kN)		
		dir x												
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308	7.70	3.08	7.70	3.08	278.5	278.47	278.47	242.92
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617	7.70	3.08	7.70	3.08	726.5	377.15	543.09	496.65
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925	7.70	3.08	7.70	3.08	1026.6	377.15	543.09	480.97
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928	7.70	3.08	7.70	3.08	1482.5	377.15	543.09	441.01
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933	7.70	3.08	7.70	3.08	2013.7	377.15	543.09	392.45
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939	7.70	3.08	7.70	3.08	1983.1	377.15	543.09	317.87

Nodo interno

sezione pilastro 30×30

Azione orizzontale dovuta all'armatura delle travi

$$F = A_s f_y$$

$$\text{MIN } F = (7.70 + 3.08) \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 377.15 \text{ kN}$$

$$\text{MAX } F = (7.70 + 3.08) \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 543.09 \text{ kN}$$

Nota: in questo caso le armature sono snervate perché il momento sollecitante (sin+des) darebbe una trazione M/z maggiore

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |46.44 - 543.09| = 496.65 \text{ kN}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As-sin		As-des		MEd/z sx+dx(kN)	As fy		Vj (kN)
							sup (cm2)	inf	sup (cm2)	inf		(kN)		
		dir x												
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308	7.70	3.08	7.70	3.08	278.5	278.47	278.47	242.92
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617	7.70	3.08	7.70	3.08	726.5	377.15	543.09	496.65
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925	7.70	3.08	7.70	3.08	1026.6	377.15	543.09	480.97
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928	7.70	3.08	7.70	3.08	1482.5	377.15	543.09	441.01
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933	7.70	3.08	7.70	3.08	2013.7	377.15	543.09	392.45
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939	7.70	3.08	7.70	3.08	1983.1	377.15	543.09	317.87

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y$$

$$\text{MIN } F = (7.70 + 3.08) \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 377.15 \text{ kN}$$

$$\text{MAX } F = (7.70 + 3.08) \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 543.09 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |225.22 - 543.09| = 317.87 \text{ kN}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939

Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
242.92	284.90	98.90	no
496.65	212.12	126.66	no
480.97	93.92	149.35	no
441.01	133.36	217.59	no
392.45	168.72	286.24	no
317.87	199.68	355.31	no

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

$$\sigma_c = 4.874 \text{ MPa}$$

$$v = 0.543$$

$$\eta = 0.578$$

$$\begin{aligned}
 V_{jR,com} &= \eta f_c b h_{jcx} \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}} = \\
 &= 0.578 \times 8.97 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 - \frac{0.543}{0.578}} \times 10^{-1} = 199.68 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939

Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
242.92	284.90	98.90	no
496.65	212.12	126.66	no
480.97	93.92	149.35	no
441.01	133.36	217.59	no
392.45	168.72	286.24	no
317.87	199.68	355.31	no

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

$$f_{ct} = 0.3 \times \sqrt{8.97} = 0.90 \text{ MPa}$$

$$V_j > \text{MIN}(V_{jR,com}; V_{jR,tra})$$

Non verificato per  $a_g = 0.25 g$

$$V_{jR,tra} = f_{ct} b h_{jc} \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}} =$$

$$= 0.90 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 + \frac{4.87}{0.90}} \times 10^{-1} = 355.31 \text{ kN}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939

Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)		$\rho$	1/ $\rho$
242.92	284.90	98.90	no	2.456	40.7%
496.65	212.12	126.66	no	3.921	25.5%
480.97	93.92	149.35	no	5.121	19.5%
441.01	133.36	217.59	no	3.307	30.2%
392.45	168.72	286.24	no	2.326	43.0%
317.87	199.68	355.31	no	1.592	62.8%

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

- In qualche piano il nodo si rompe per valori piuttosto piccoli dell'accelerazione sismica (ma maggiori di quelli che portano a rottura i pilastri per taglio)

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939
		dir y				
17	6	90.14	27.61	50.5	0.561	0.135
17	5	127.02	34.61	132.5	1.472	0.355
17	4	155.92	41.09	214.5	2.383	0.574
17	3	166.72	47.03	296.5	3.294	0.793
17	2	164.68	52.42	378.5	4.206	1.013
17	1	94.53	63.72	460.5	5.117	1.232
		dir y				
1	6	91.30	28.98	66.1	0.734	0.177
1	5	130.40	37.14	163.7	1.819	0.438
1	4	160.66	44.55	261.3	2.903	0.699
1	3	174.05	51.19	358.9	3.988	0.960
1	2	158.93	63.50	456.5	5.072	1.222
1	1	198.72	100.35	556.4	4.637	1.117

Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)		$\rho$	1/ $\rho$
242.92	284.90	98.90	no	2.456	40.7%
496.65	212.12	126.66	no	3.921	25.5%
480.97	93.92	149.35	no	5.121	19.5%
441.01	133.36	217.59	no	3.307	30.2%
392.45	168.72	286.24	no	2.326	43.0%
317.87	199.68	355.31	no	1.592	62.8%
127.56	254.85	75.59	no	1.688	59.3%
120.56	220.16	96.33	no	1.251	79.9%
114.08	178.86	113.34	no	1.006	99.4%
108.14	124.55	128.11	ok	ok	ok
102.74	sigma c >	141.35	no	sigma c >	sigma c >
91.45	sigma c >	153.45	no	sigma c >	sigma c >
126.19	248.62	79.95	no	1.578	63.4%
118.03	205.43	103.14	no	1.144	87.4%
110.62	150.29	121.99	ok	ok	ok
103.98	54.52	138.30	no	1.907	52.4%
91.67	sigma c >	152.88	no	sigma c >	sigma c >
54.82	sigma c >	214.10	no	sigma c >	sigma c >

$\eta f_{cd} = 5.19 \text{ MPa}$  per nodo interno       $\eta f_{cd} = 4.15 \text{ MPa}$  per nodo esterno

alcuni nodi esterni hanno  $\sigma_c > \eta f_c$  (ma per bassi valori di V forse non ha senso usare come limite  $\eta f_c$ )



# Verifica dei nodi

## conclusione

I nodi interni stanno spesso male per  $a_g=0.25 g$ , ma se li si considera come confinati la verifica non sarebbe necessaria

I nodi esterni spesso non sono verificati per  $a_g=0.25 g$ , anche ai piani bassi perché lì  $\sigma_c$  è eccessiva (o  $\eta f_{cd}$  troppo bassa - ma probabilmente per bassi valori di  $V$  occorrerebbe ridiscutere  $\eta f_{cd}$  )

Il fatto che molti nodi non stiano troppo male probabilmente dipende dal fatto che:

- La resistenza a flessione dei pilastri non è molto alta (e questo limita il taglio nei pilastri)
- Anche la resistenza a flessione delle travi non è molto alta (e questo riduce la loro azione sui nodi)

Nota: si sarebbe dovuto tener conto anche della variazione di sforzo normale nei nodi

Scorrimento  
tra estremo del pilastro e nodo

# Scorrimento tra parete e impalcato

23/11/1980 - Irpinia e Basilicata

S. Angelo dei Lombardi,  
edificio in costruzione

Si nota lo scorrimento  
della parete in  
corrispondenza della  
ripresa di getto

Le barre verticali sono  
in genere fuoriuscite  
dalla sezione, senza  
tranciarsi



foto A. Gherzi

# Scorrimento tra testa pilastro e trave più frequente

23/11/1980 - Irpinia e Basilicata

Lioni

Lo scorrimento della testa del pilastro rispetto alla trave è stato tale da far perdere l'appoggio

Le barre verticali sono fuoriuscite dalla sezione, senza tranciarsi, e tirate verso il basso durante il crollo

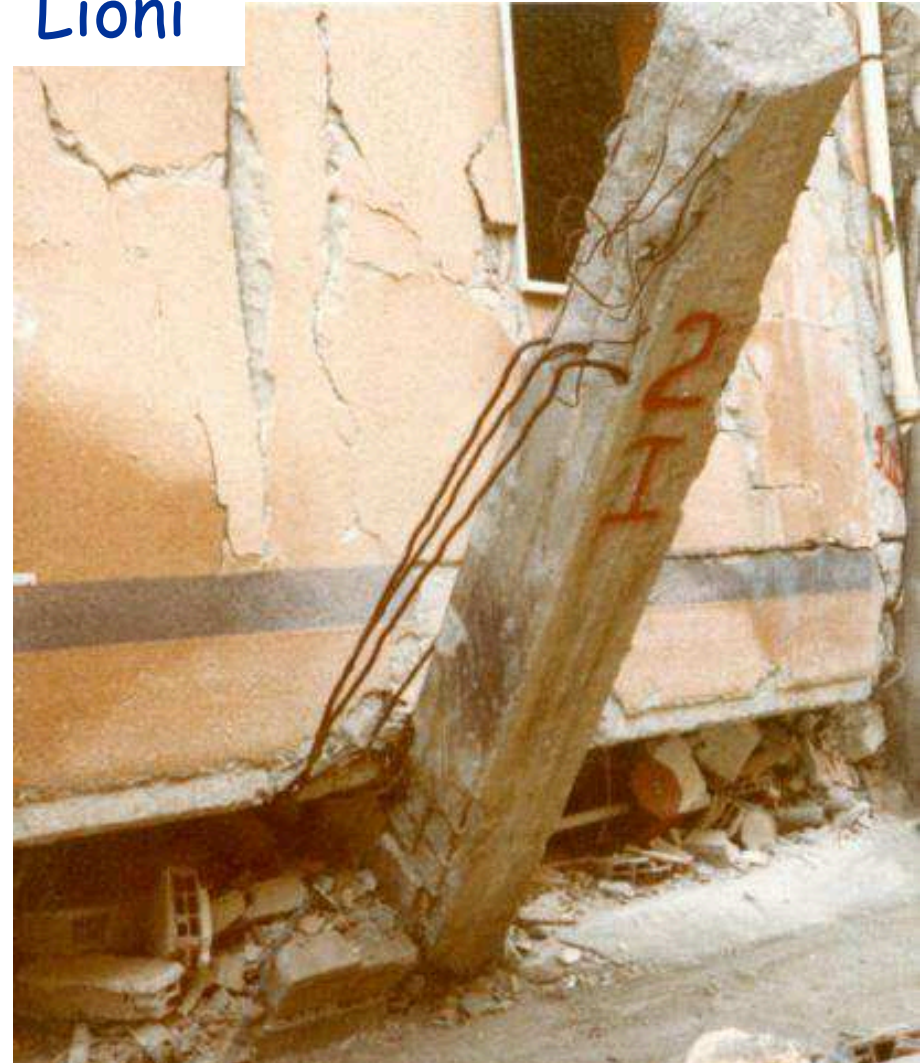
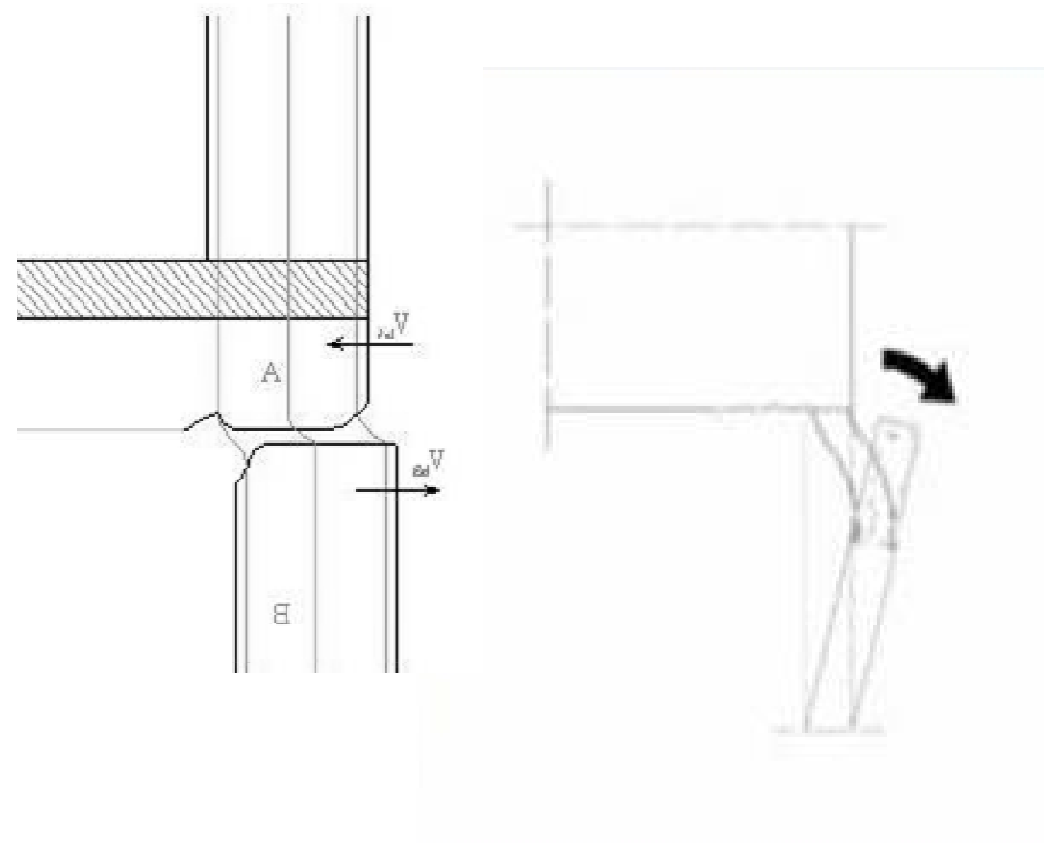


foto A. Gherzi

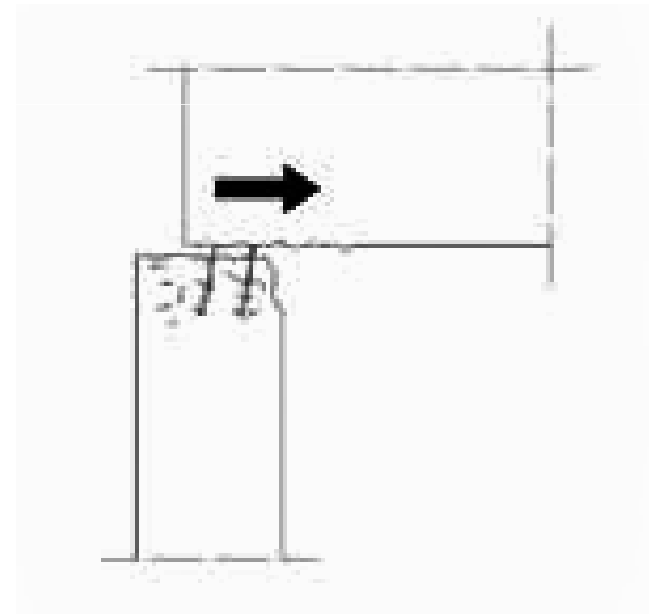


# Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Scorrimento pilastro-nodo

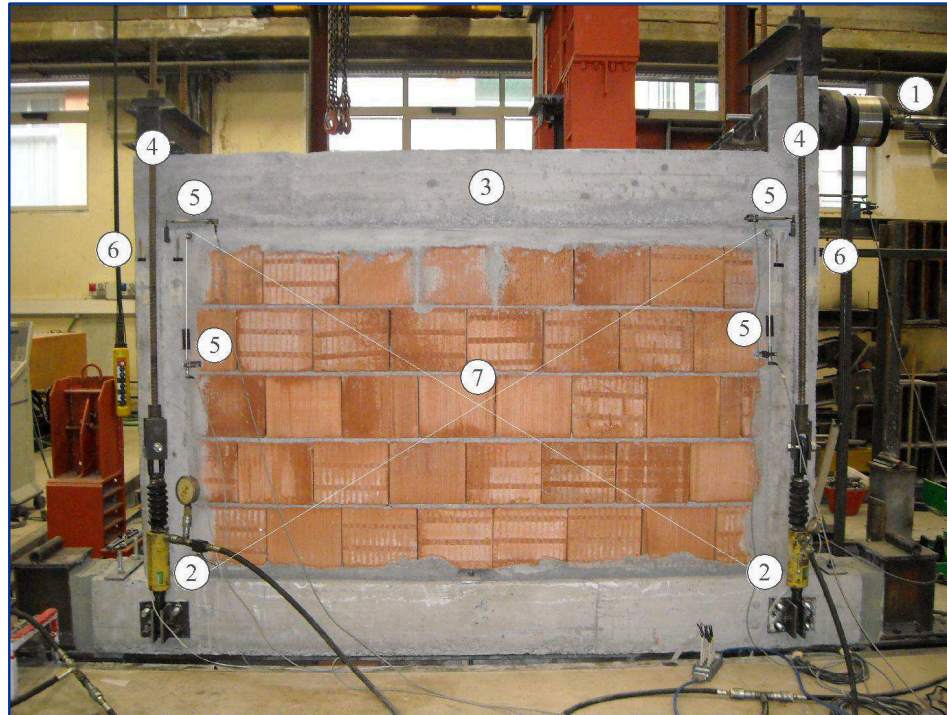


Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto



# Prova di scorrimento su telaio

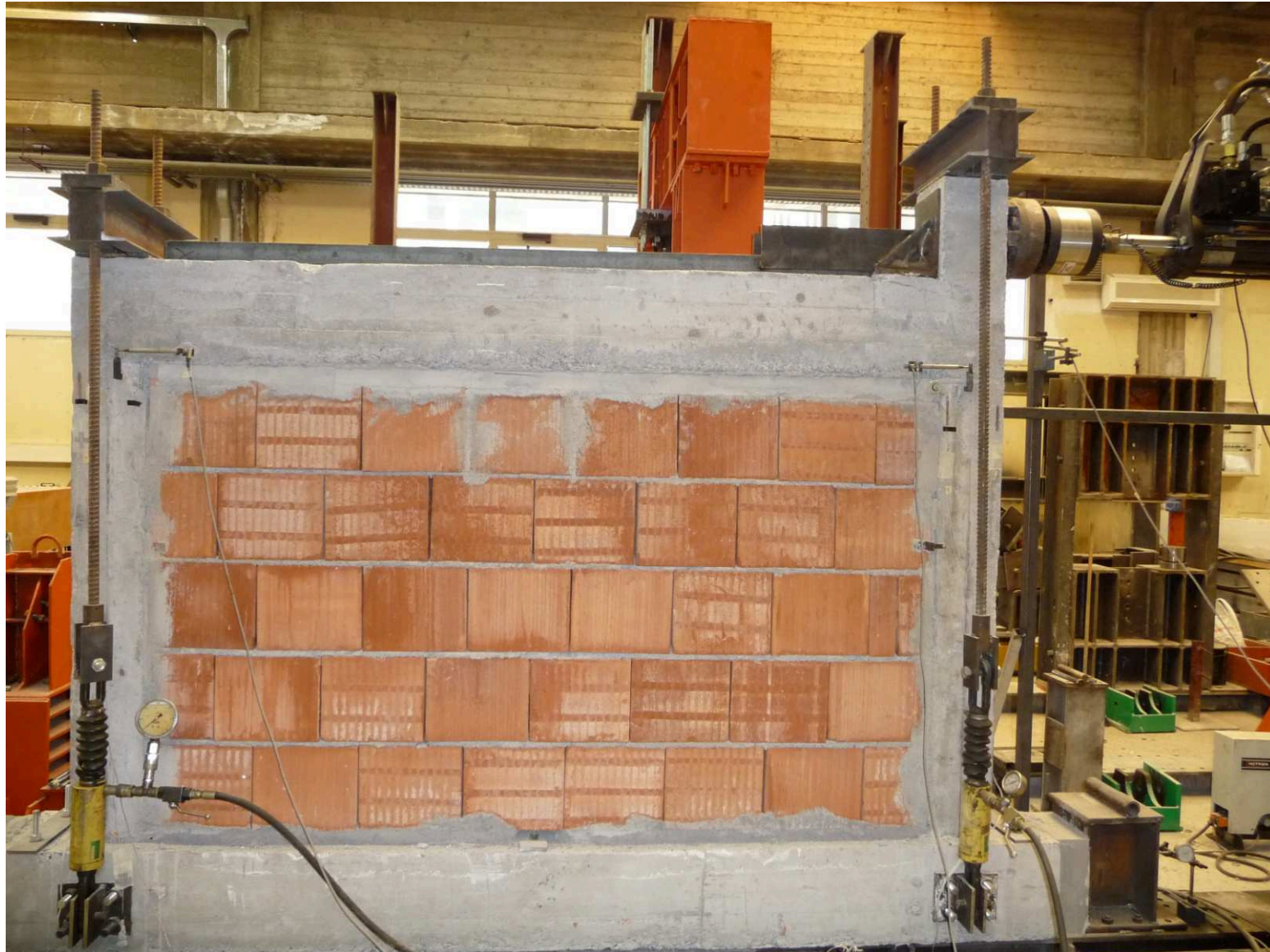
## Laboratorio Prove Materiali dell'Università di Catania





# Prova di scorrimento su telaio

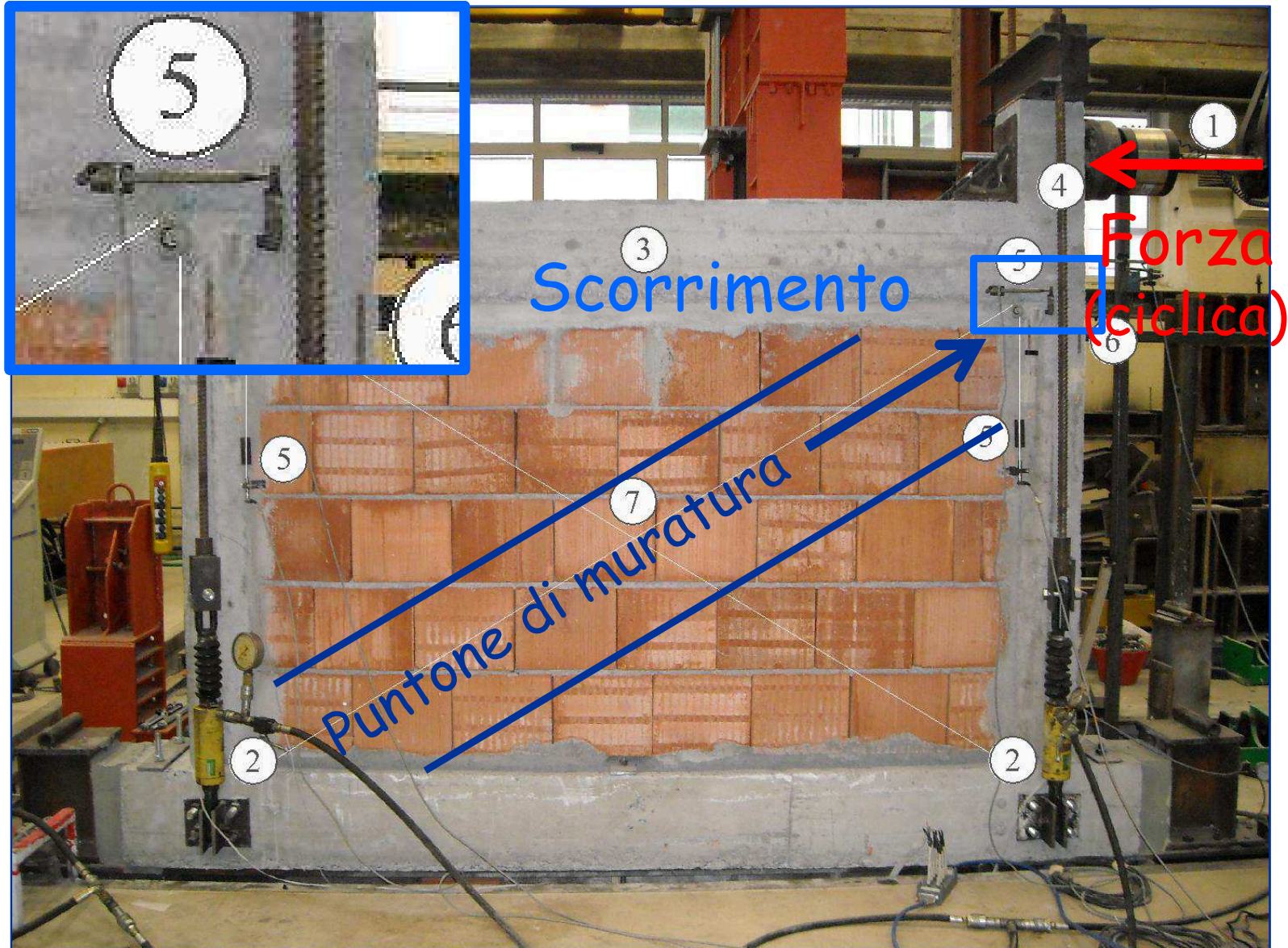
Laboratorio Prove Materiali dell'Università di Catania





# Prova di scorrimento su telaio

Laboratorio Prove Materiali dell'Università di Catania



# Prova di scorrimento su telaio

## graficizzazione dei risultati sperimentali





# Prova di scorrimento su telaio

fase finale, con grandi scorrimenti



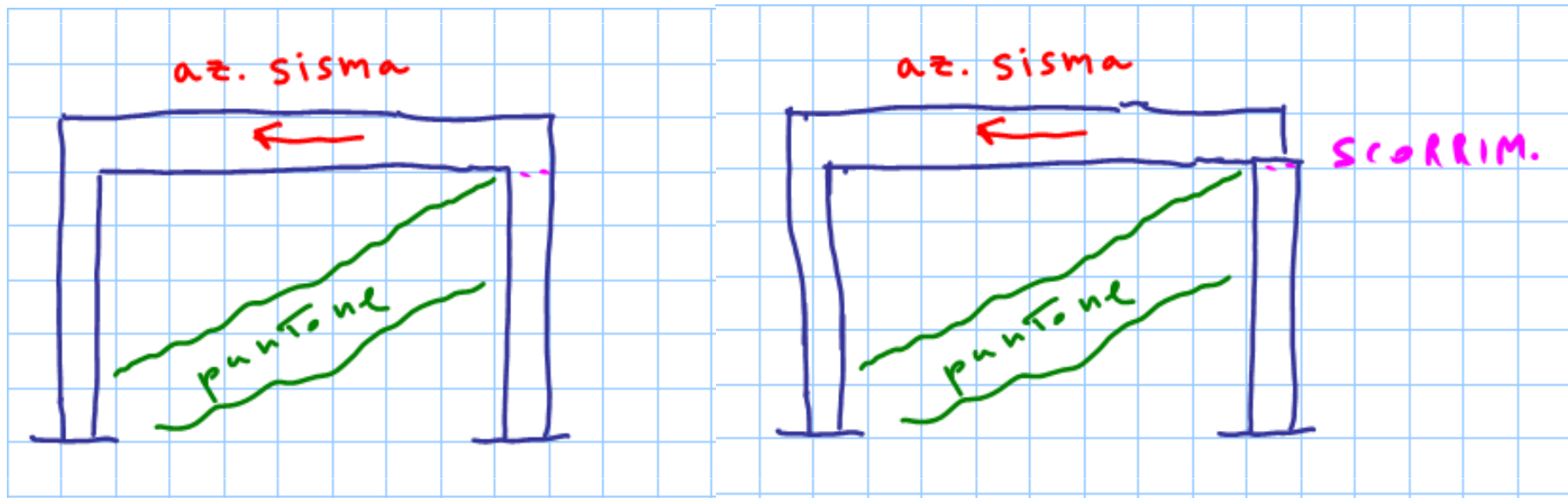
# Prova di scorrimento su telaio

fase finale, con grandi scorrimenti

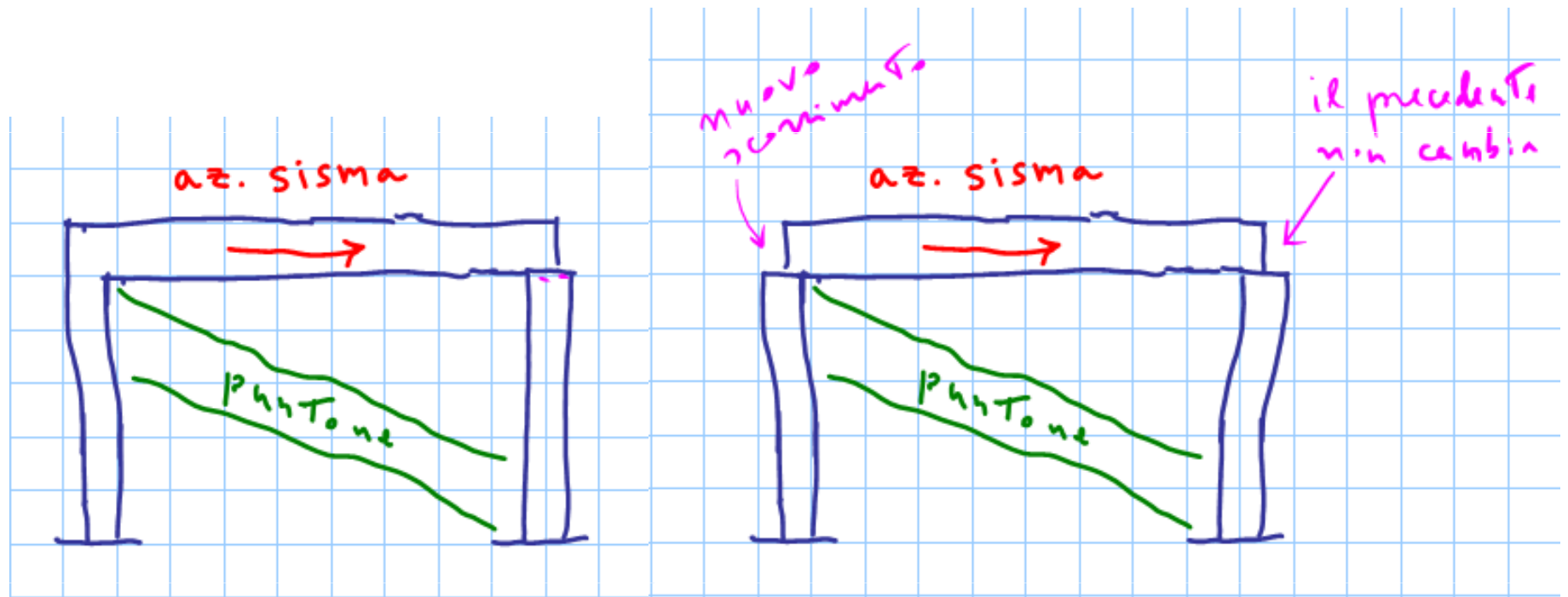




# Comportamento sotto azione sismica (alternata)



# Comportamento sotto azione sismica (alternata)



# Verifica di scorrimento pilastro-nodo

- Non esistono molte indicazioni a riguardo
- Solo l'Eurocodice 8, parte 1 (punto 5.5.3.4.4) parla di verifica di scorrimento tra parete e impalcato; le formule proposte possono estendersi, con opportune modifiche, anche al caso in esame

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle barre verticali

Resistenza di eventuali barre inclinate

Resistenza per attrito

# Verifica di scorrimento pilastro-nodo

$$V_{dd} = \min \begin{cases} 1,3 \times \sum A_{sj} \times \sqrt{f_{cd} \times f_{yd}} \\ 0,25 \times f_{yd} \times \sum A_{sj} \end{cases}$$

$$V_{fd} = \min \begin{cases} \mu_f \times [(\sum A_{sj} \times f_{yd} + N_{Ed}) \times \xi + M_{Ed}/Z] \\ 0,5 \eta \times f_{cd} \times \xi \times I_w \times b_{wo} \end{cases}$$

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle  
barre verticali

Resistenza di eventuali  
barre inclinate

Resistenza  
per attrito



# Esempio

## verifica scorrimento

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	Vdd 1	Vdd 2	$\xi$	Vfd 1	Vfd 2	VRdS	
		dir x									
11	6	65.97	35.55	144.0							
11	5	110.60	46.44	288.0							
11	4	133.99	62.13	432.0							
11	3	199.09	102.09	578.2							
11	2	242.24	150.64	726.7							
11	1	284.03	225.22	877.4							
		dir y									
17	6	90.14	27.61	50.5	30.73	34.42	4.00	97.88	29.85	60.58	ok
17	5	127.02	34.61	132.5	30.73	34.42	6.08	136.68	45.34	76.08	ok
17	4	155.92	41.09	214.5	30.73	34.42	9.84	192.57	73.41	104.14	ok
17	3	166.72	47.03	296.5	30.73	34.42	13.60	259.19	101.47	132.20	ok
17	2	164.68	52.42	378.5	30.73	34.42	17.36	336.50	129.53	160.26	ok
17	1	94.53	63.72	460.5	41.83	46.85	21.12	464.85	157.59	199.42	ok
		dir y									
1	6	91.30	28.98	66.1							
1	5	130.40	37.14	163.7							
1	4	160.66	44.55	261.3							
1	3	174.05	51.19	358.9							
1	2	158.93	63.50	456.5							
1	1	198.72	100.35	556.4							

Nota: N (e quindi  $V_{fd}$ ) si può ridurre anche di molto per effetto del sisma

# Verifica scorrimento

## commento

- Nell'esempio la verifica a scorrimento non risulta condizionante
  - La variazione di sforzo normale indotta dal sisma potrebbe essere penalizzante ma in questo caso non cambia la sostanza
- Il problema diventa invece rilevante in presenza di tamponature (specie se robuste) perché in tal caso il taglio aumenta notevolmente e la decompressione del pilastro è più rilevante