

Corso di formazione e aggiornamento professionale

Analisi e adeguamento sismico
di edifici in c.a. ed in muratura

Valutazione della sicurezza, verifica sismica
e interventi su edifici esistenti in c.a.

4 - Rottura "duttile". Controllo in termini di deformazioni

Messina
13 aprile 2012
Aurelio Ghersi

Analisi lineare con forze non ridotte e analisi statica non lineare

- La prima è un'approssimazione della seconda (ed ha limiti di applicabilità)
- L'una e l'altra consentono di valutare il comportamento della struttura al crescere dell'azione sismica ed a valutare quando si raggiungono i limiti corrispondenti allo SL di interesse
- Se la struttura ha collasso fragile per accelerazioni non elevate, il suo comportamento può (deve?) essere valutato con analisi lineare

Tipo di elemento o meccanismo (e/m)		Modello Lineare		Modello Non Lineare	
		Domanda	Capacità	Domanda	Capacità
Duttile / Fragile	Duttile / Fragile	Accettazione del Modello Lineare (ML) (per il controllo dei valori di $p_1 = D_1 C_1$)		Dall'analisi. Usare i valori medi nel modello.	In termini di deformazione usare i valori medi divisi per il FC.
	Duttile	Dall'analisi. Usare i valori medi dei moduli nel modello.	In termini di resistenza. Usare i valori medi.		
		Verifiche (se il ML è accettato)			
		Dall'analisi.	In termini di deformazione usare i valori medi divisi per il FC.		
		Verifiche (se il ML è accettato)			
		Se $p_1 \leq 1$, dall'analisi.	In termini di resistenza. Usare i valori medi divisi per il FC e per il coefficiente parziale.		In termini di resistenza. Usare i valori medi divisi per il FC e per il coefficiente parziale.
	Fragile	Se $p_1 > 1$, dall'equilibrio con la resistenza degli e/m duttili. Usare i valori medi moltiplicati per FC.			

Controllo in termini di deformazioni

Cosa significa ?

- Durante il terremoto la struttura va in campo plastico
 - Le caratteristiche di sollecitazioni non possono crescere oltre un certo limite
 - Si hanno deformazioni plastiche; la rottura avviene per superamento della deformazione plastica (rotazione delle cerniere plastiche)
- Occorre prevedere e controllare l'entità delle deformazioni plastiche

Controllo in termini di deformazioni problemi di base

Problemi concettuali:

- Scelta di modelli per il legame costitutivo del materiale
- Definizione dell'ampiezza della cerniera plastica
- Valutazione corretta del comportamento in 3D (interazione $N-M_x-M_y$ e relative curvature)

Controllo in termini di deformazioni problemi di base

Problemi operativi:

- Solo l'analisi dinamica non lineare fornisce le rotazioni plastiche per un dato sisma; ma:
 - quali e quanti accelerogrammi usare ?
- Una analisi statica non lineare fornisce rotazioni plastiche; ma queste:
 - corrispondono a quelle ottenute dall'analisi dinamica ?
 - e a quale valore di a_g corrispondono ?
- Una analisi lineare (modale) non fornisce rotazioni plastiche; come fare a prevederle ?

Controllo in termini di deformazioni considerazioni

- Le travi hanno molto spesso una buona duttilità, anche se non progettate espressamente per questo

Problemi per:

- Strutture irregolari (campate molto corte, schemi on forti rotazioni planimetriche) perché portano alla plasticizzazione precoce di qualche elemento
- Sezioni sottodimensionate con armatura tesa molto forte e armatura compressa quasi inesistente
- Sezioni non ben armate per carichi verticali
- Difetti di esecuzione e deterioramento nel tempo

Se non si verificano queste condizioni le travi potrebbero non dare problemi di duttilità

Controllo in termini di deformazioni considerazioni

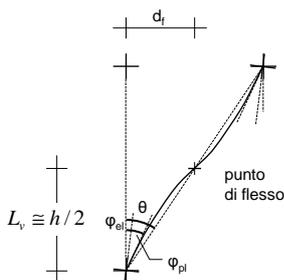
- I pilastri possono essere più o meno resistenti a flessione e duttili, in funzione dell'armatura disposta e del valore dello sforzo normale

Problemi particolari per:

- Strutture irregolari (pilastri molto corte, schemi on forti rotazioni planimetriche) perché portano alla plasticizzazione precoce di qualche elemento
- Pilastri con tensione media molto elevata
- Pilastri con armatura longitudinale molto bassa
- Difetti di esecuzione e deterioramento nel tempo

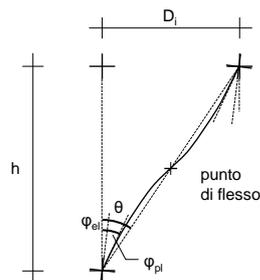
È opportuno concentrarsi soprattutto sui pilastri nella verifica di duttilità

Deformazioni dei pilastri



- ϕ_{el} rotazione elastica del nodo
 - ϕ_{pl} rotazione della cerniera plastica
 - θ rotazione rispetto alla corda
- $$\theta = \frac{d_f}{L_v} \cong \frac{d_f}{h/2}$$

Deformazioni dei pilastri



Se la situazione è uguale in testa e al piede

- $$\theta = \frac{D_i}{h}$$
- $$D_i = \theta h$$
- θ rotazione rispetto alla corda
- $$\theta = \frac{d_f}{L_v} \cong \frac{d_f}{h/2}$$

Rotazione alla corda

- Valore limite della rotazione alla corda a collasso (CO, ovvero SLC):
Può essere calcolato partendo dalla rotazione della cerniera plastica

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} \left(\theta_y + (\phi_u - \phi_y) L_{pl} \left(1 - \frac{0,5L_{pl}}{L_v} \right) \right)$$

Non è molto agevole utilizzarla, per la complessità nel determinare la rotazione ultima della cerniera plastica

Rotazione alla corda

- Valore limite della rotazione alla corda a collasso (CO, ovvero SLC)

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,01; \omega)}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left(\frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha_{ps} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100\rho_d})$$

- Moltiplicare per 0.85 negli elementi non dotati di adeguati dettagli antisismici
- Moltiplicare per 0.75 in presenza di barre lisce o ancoraggi non sufficienti

- Valore limite per DS (SLV):
moltiplicare per 0.75

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,0; \omega)}{\max(0,0; \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha_{ps} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100\rho_d})$$

$\gamma_{el} = 1.5$ per gli elementi primari

$$\frac{1}{\gamma_{el}} = 0.6667$$

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,0; \omega)}{\max(0,0; \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha_{ps} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100\rho_d})$$

$$f_c = \frac{f_{cm}}{FC} = \frac{28}{1.2} = 23.33 \text{ MPa}$$

$$v = \frac{N}{A_c f_c} = \frac{400 \times 10^3}{900 \times 10^2 \times 23.33} = 0.1905$$

$$0.3^v = 0.7951$$

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,0; \omega)}{\max(0,0; \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha_{ps} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100\rho_d})$$

$$\omega = \frac{A_s f_y}{b h f_c} \quad \omega' = \frac{A'_s f_y}{b h f_c} \quad \text{per pilastri } \omega = \omega'$$

$$\left[\frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{-0,225} = 23.33^{0.225} = 2.0314$$

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,0; \omega)}{\max(0,0; \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha_{ps} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100\rho_d})$$

$L_V = 160 \text{ cm}$ luce di taglio = distanza dal punto di flesso
 $h = 30 \text{ cm}$

$$\left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} = \left(\frac{160}{30} \right)^{0,35} = 1.7966$$

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,0; \omega)}{\max(0,0; \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha_{ps} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100\rho_d})$$

Contributo delle staffe: per staffatura modesta viene circa 1

Più precisamente, in questo caso, 1.0057 - lo trascuro

Contributo di ferri piegati - non ce ne sono

Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[\frac{\max(0,0; \omega)}{\max(0,0; \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0,35} 25^{\left(\alpha_{ps} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100\rho_d})$$

Quindi, per DS (SLV):

$$\theta_{u(bs)} = 0.75 \times 0.85 \times 0.6667 \times 0.0160 \times 0.7951 \times 2.0314 \times 1.7966 = 0.0197$$

Spostamento relativo limite di interpiano

- Se le rotazioni alla corda in testa e al piede del pilastro sono uguali e se si trascura la rotazione dei nodi si ha:

$$u_{rel} = \theta_{u,DS} \times 2 L_v = \theta_{u,DS} \times h_p$$

Nell'esempio:

$$u_{rel} = 0.0197 \times 3200 = 63.1 \text{ mm}$$

Nota: forse si poteva considerare, cautelativamente, l'altezza netta (2700 mm); questo in particolare se il programma di calcolo considera tratti rigidi agli estremi delle aste

Spostamento relativo limite di interpiano

- Lo spostamento limite dipende dallo sforzo normale, che varia per effetto del sisma

pilastro piano	Nq	b	h	sps u per Nq				
				89 0.1	89 0.2	89 0.3	89 0.4	
1 6	66.1	30	30	76.46	75.96	75.26	74.67	74.00
1 5	163.7	30	30	72.30	70.18	68.12	66.12	64.10
1 4	261.3	30	30	68.37	64.29	60.45	56.84	53.45
1 3	359.9	30	30	64.66	58.57	53.07	48.09	43.57
1 2	458.5	30	30	61.13	53.25	46.39	40.41	36.21
1 1	556.4	40	30	62.52	54.87	48.15	42.26	37.09

Considerando il sisma nel verso peggiore si ha sempre una riduzione di spostamento limite

Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

pilastro piano	Nq	b	h	sps u per Nq				
				89 0.1	89 0.2	89 0.3	89 0.4	
1 6	66.1	30	30	76.46	75.96	75.26	74.67	74.00
1 5	163.7	30	30	72.30	70.18	68.12	66.12	64.10
1 4	261.3	30	30	68.37	64.29	60.45	56.84	53.45
1 3	359.9	30	30	64.66	58.57	53.07	48.09	43.57
1 2	458.5	30	30	61.13	53.25	46.39	40.41	36.21
1 1	556.4	40	30	62.52	54.87	48.15	42.26	37.09
2 6	106.0	30	30	74.65	74.42	74.19	73.96	73.74
2 5	244.0	30	30	69.05	68.75	68.46	68.17	67.88
2 4	280.0	30	30	63.87	63.43	62.99	62.55	62.11
2 3	518.2	30	40	57.47	57.14	56.82	56.50	56.18
2 2	658.7	30	50	52.95	52.64	52.33	52.02	51.71
2 1	801.4	30	60	49.52	49.91	48.30	47.71	47.12
3 6	106.0	30	30	74.65	74.43	74.21	74.00	73.78
3 5	244.0	30	30	69.05	68.75	68.45	68.16	67.86
3 4	300.0	30	30	63.67	63.37	62.98	62.40	61.91
3 3	518.2	30	40	57.47	56.89	56.31	55.74	55.10
3 2	658.7	30	50	52.95	52.39	51.83	51.28	50.74
3 1	801.4	30	60	49.52	49.00	48.48	47.97	47.46

Lo spostamento limite del piano è quello del pilastro che ha un limite più basso

	sps u min				
6	73.12	72.78	72.45	72.11	71.78
5	67.30	66.25	64.97	63.02	61.13
4	61.99	60.02	56.40	53.00	49.80
3	56.00	53.09	48.89	44.20	39.95
2	51.72	49.05	43.60	39.56	36.21
1	48.45	44.42	39.84	35.74	32.05

Analisi lineare

Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09

Analisi lineare

- Si ipotizza che gli spostamenti reali per un qualsiasi a_g siano uguali a quelli forniti dall'analisi lineare
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

Analisi lineare

Nota:

- La previsione dello spostamento in testa con l'analisi lineare è abbastanza accettabile
- Quello che può cambiare molto, e non è colto dall'analisi lineare, è la variazione della deformata al progredire della plasticizzazione: se si forma un meccanismo di piano lo spostamento si concentra tutto a quel piano, con valori molto maggiori di quelli previsti dall'analisi lineare

Per questo motivo occorre verificare l'applicabilità dell'analisi lineare

Applicabilità dell'analisi lineare (1)

- Calcolare per tutte le sezioni il momento resistente (con valori medi di f_c e f_y - non divisi per il fattore di confidenza né per il coefficiente parziale di sicurezza)
C = capacità
- Per un assegnato a_g calcolare il momento sollecitante
D = domanda
- Calcolare il rapporto $\rho = D / C$

Applicabilità dell'analisi lineare (2)

- Esaminare tutte le sezioni in cui $\rho > 2$; tra queste:
 - Trovare il minimo ρ_{min}
 - Trovare il massimo ρ_{max}
 - Calcolare il rapporto ρ_{max} / ρ_{min}
- L'analisi è applicabile se $\rho_{max} / \rho_{min} \leq 2.5$

Si può trovare il valore massimo di a_g per il quale l'analisi è applicabile

Applicabilità dell'analisi lineare

basso						non accettabile					
X						Y					
ag 0.150						ag 0.250					
min max rapp 2.001 2.001 1.535						min max rapp 2.009 2.548					
pilastro	piano	M(sima)	M(res)	M(ag)	ρ	pilastro	piano	M(sima)	M(res)	M(ag)	ρ
1	6	359.69	30.15	53.95	1.79	1	6	359.69	30.15	53.95	2.96
1	5	617.84	41.27	93.68	2.25	1	5	617.84	41.27	154.46	3.74
1	4	813.76	51.13	122.06	2.39	1	4	813.76	51.13	203.44	3.98
1	3	739.76	59.72	110.96	1.86	1	3	739.76	59.72	184.94	3.10
1	2	701.32	73.02	105.20	1.44	1	2	701.32	73.02	175.33	2.40
1	1	610.92	97.52	91.64	0.94	1	1	610.92	97.52	152.73	1.57
2	6	522.36	35.08	78.35	2.23	2	6	522.36	35.08	130.59	3.72
2	5	862.80	49.48	129.42	2.52	2	5	862.80	49.48	215.70	4.38
2	4	1053.92	61.40	158.09	2.57	2	4	1053.92	61.40	263.48	4.29
2	3	1705.36	113.17	255.80	2.26	2	3	1705.36	113.17	426.34	3.77
2	2	2065.80	169.60	309.87	1.83	2	2	2065.80	169.60	516.45	3.05
2	1	2890.52	236.96	433.58	1.83	2	1	2890.52	236.96	722.63	3.05
3	6	527.16	35.08	79.07	2.25	3	6	527.16	35.08	131.79	3.76
3	5	866.32	49.48	129.95	2.53	3	5	866.32	49.48	216.88	4.38
3	4	1062.32	61.40	159.35	2.60	3	4	1062.32	61.40	265.69	4.33
3	3	1786.56	113.17	267.96	2.37	3	3	1786.56	113.17	446.64	3.95
3	2	2262.52	169.60	339.39	2.00	3	2	2262.52	169.60	555.63	3.34
3	1	2886.04	236.96	447.91	1.89	3	1	2886.04	236.96	746.51	3.15

Applicabilità dell'analisi lineare

basso						non accettabile					
X						Y					
ag 0.150						ag 0.250					
min max rapp 2.001 2.001 1.535						min max rapp 2.009 2.548					
pilastro	piano	M(sima)	M(res)	M(ag)	ρ	pilastro	piano	M(sima)	M(res)	M(ag)	ρ
1	6	359.69	30.15	53.95	1.79	1	6	359.69	30.15	53.95	2.96
1	5	617.84	41.27	93.68	2.25	1	5	617.84	41.27	154.46	3.74
1	4	813.76	51.13	122.06	2.39	1	4	813.76	51.13	203.44	3.98
1	3	739.76	59.72	110.96	1.86	1	3	739.76	59.72	184.94	3.10
1	2	701.32	73.02	105.20	1.44	1	2	701.32	73.02	175.33	2.40
1	1	610.92	97.52	91.64	0.94	1	1	610.92	97.52	152.73	1.57
2	6	522.36	35.08	78.35	2.23	2	6	522.36	35.08	130.59	3.72
2	5	862.80	49.48	129.42	2.52	2	5	862.80	49.48	215.70	4.38
2	4	1053.92	61.40	158.09	2.57	2	4	1053.92	61.40	263.48	4.29
2	3	1705.36	113.17	255.80	2.26	2	3	1705.36	113.17	426.34	3.77
2	2	2065.80	169.60	309.87	1.83	2	2	2065.80	169.60	516.45	3.05
2	1	2890.52	236.96	433.58	1.83	2	1	2890.52	236.96	722.63	3.05
3	6	527.16	35.08	79.07	2.25	3	6	527.16	35.08	131.79	3.76
3	5	866.32	49.48	129.95	2.53	3	5	866.32	49.48	216.88	4.38
3	4	1062.32	61.40	159.35	2.60	3	4	1062.32	61.40	265.69	4.33
3	3	1786.56	113.17	267.96	2.37	3	3	1786.56	113.17	446.64	3.95
3	2	2262.52	169.60	339.39	2.00	3	2	2262.52	169.60	555.63	3.34
3	1	2886.04	236.96	447.91	1.89	3	1	2886.04	236.96	746.51	3.15

Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

direzione x	traverso	per $a_g = 1g$		spostamento relativo limite per rotazione corda					accelerazione sopportabile					
		spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)	per Nq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.408	per Nq	0.1	0.2	0.3	0.4
6	477.128	56.664	73.13	72.78	72.45	72.11	71.78	71.41	1.290	1.284	1.279	1.273	1.267	1.269
5	430.420	94.344	67.33	66.26	64.97	63.02	61.13	61.86	0.714	0.702	0.689	0.668	0.648	0.656
4	347.128	118.368	61.99	60.02	56.40	53.00	49.80	51.03	0.524	0.507	0.476	0.448	0.421	0.431
3	236.832	101.952	56.00	53.09	48.89	44.20	39.95	41.56	0.549	0.521	0.480	0.434	0.382	0.403
2	136.448	67.660	51.72	48.05	43.60	39.65	35.21	37.16	0.591	0.549	0.495	0.452	0.402	0.424
1	47.996	47.996	48.45	44.42	39.84	35.74	32.05	33.45	1.009	0.925	0.830	0.745	0.668	0.697

La rotazione limite si raggiunge per $a_g = 0.408 g$

Spostamento relativo limite di interpiano - direzione y

direzione y	traverso	per $a_g = 1g$		spostamento relativo limite per rotazione corda					accelerazione sopportabile					
		spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)	per Nq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.265	per Nq	0.1	0.2	0.3	0.4
6	747.884	96.368	73.13	72.33	71.53	70.75	69.98	71.39	0.780	0.751	0.743	0.735	0.727	0.742
5	674.448	139.364	67.33	64.92	62.59	60.36	58.19	62.17	0.483	0.466	0.449	0.433	0.418	0.446
4	567.760	188.900	61.99	57.88	54.05	50.47	47.12	53.36	0.367	0.343	0.320	0.299	0.279	0.316
3	403.108	175.480	56.00	51.61	47.57	43.84	39.10	46.85	0.319	0.294	0.271	0.250	0.223	0.267
2	232.224	155.212	51.72	47.17	42.51	38.65	33.24	41.18	0.333	0.304	0.274	0.251	0.196	0.265
1	77.416	77.416	48.45	43.97	39.90	34.24	29.16	39.01	0.626	0.588	0.515	0.442	0.377	0.604

La rotazione limite si raggiunge per $a_g = 0.265 g$

Conclusioni

per analisi lineare (con ρ)

- L'analisi mostra che il moltiplicatore di collasso potrebbe arrivare a

$$a_g = 0.265 g$$

raggiunto per sisma in direzione y

L'analisi è però applicabile in tale direzione fino a un valore

$$a_g = 0.211 g$$

che deve quindi ritenersi il limite

Analisi non lineare (pushover)

Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09

Pushover

- C'è chi l'ha definita "storia di una tentazione"



Pushover

- C'è chi l'ha definita "storia di una tentazione"

Cosa uscirà dal calcolo ?
E perché a me viene completamente diverso da quello che viene a te ?

- C'è chi dice che è "il grande dramma di suspense dell'anno"



Pushover



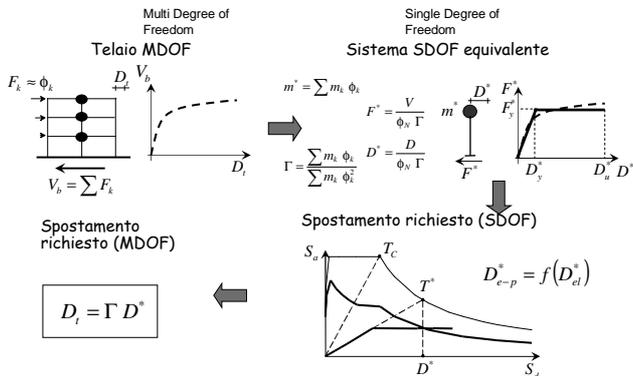
In realtà queste definizioni si riferiscono ad un'altra pushover

... ma forse vanno bene anche per il nostro caso

Analisi statica non lineare

- Si valuta il comportamento non lineare della struttura per forze statiche crescenti
- Si ipotizza che gli spostamenti così ottenuti siano uguali a quelli reali (calcolabili con l'analisi dinamica non lineare)
- È necessario individuare quale sia il valore di a_g che corrisponde ad un assegnato punto della pushover
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

Analisi statica non lineare determinazione dello spostamento "richiesto"



Proposta alternativa

È veramente necessario passare al sistema SDOF?

Proposta:

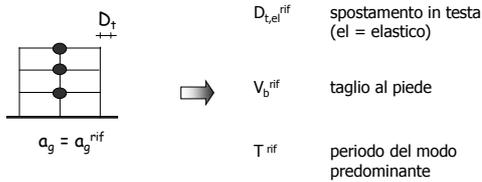
determinare lo spostamento richiesto (elasto-plastico) direttamente dallo spostamento (elastico) fornito dall'analisi modale con spettro di risposta del sistema MDOF

- corretto per tener conto della differenza $D_{e-p} - D_{el}$
- corretto per tener conto della pendenza iniziale della bilineare

Le stesse correzioni fatte nello SDOF

Analisi statica non lineare 1 - analisi modale

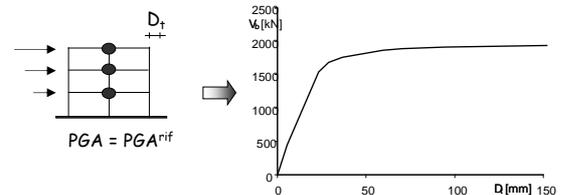
- Analisi modale con spettro di risposta (elastica)



Nota: poiché il modello è elastico lineare, gli spostamenti variano linearmente con PGA

Analisi statica non lineare 2 - analisi incrementale (pushover)

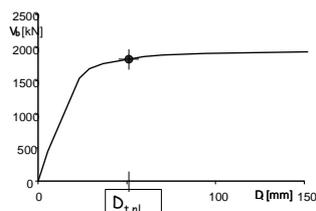
- Applicazione di forze crescenti ad uno schema con possibilità di plasticizzazione



Nota: deve essere fatta due volte, con due distribuzioni di forze

Analisi statica non lineare relazione $D_t - a_g$

Quale accelerazione a_g corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



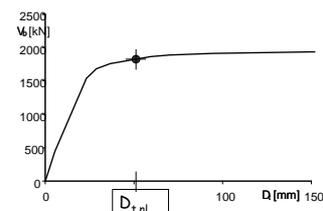
$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,el}}{D_{t,rl}}$$

Idea base: uguaglianza di spostamenti

$$D_{t,el} = D_{t,rl}$$

Analisi statica non lineare relazione $D_t - a_g$

Quale accelerazione a_g corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



Ma in realtà questo non è esatto

Occorre effettuare due correzioni

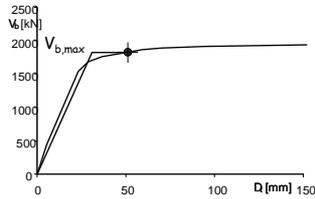
Idea base: uguaglianza di spostamenti

$$D_{t,el} = D_{t,rl}$$

Analisi statica non lineare 3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



Prima possibilità
(Eurocodice, NTC08)

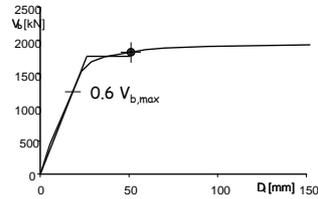
Uguaglianza del
valore massimo

Criterio generale: area sottesa uguale

Analisi statica non lineare 3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



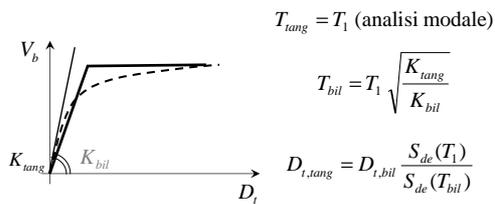
Seconda possibilità
(Fajfar)

Il tratto lineare
interseca la curva
al 60% di $V_{b,max}$

Criterio generale: area sottesa uguale

Analisi statica non lineare 4 - correzione per variazione rigidezza

- La bilinearizzazione comporta una variazione di rigidezza e quindi di periodo



$$T_{tang} = T_1 \text{ (analisi modale)}$$

$$T_{bil} = T_1 \sqrt{\frac{K_{tang}}{K_{bil}}}$$

$$D_{t,tang} = D_{t,bil} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})}$$

- Gli spostamenti si modificano in funzione della variazione di periodo

$S_{de}(T)$ = spostamento spettrale

Spostamento richiesto

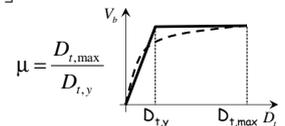
5 - correzione per spostamento elasto-plastico

- Lo spostamento di una struttura che va in campo plastico può essere uguale oppure maggiore di quello di una struttura che rimane in campo elastico
- Si assume:

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \quad T \geq T_c$$

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c$$

Nota: la duttilità μ è ricavata dalla bilineare



Passaggi matematici (per mio ricordo)

- Dall'articolo di Bosco, Ghersi, Marino, "On the evaluation of seismic response of structures by nonlinear static methods"

$$R_\mu = \mu \quad \text{when } T^* \geq T_c \quad (8a)$$

$$R_\mu = (\mu - 1) \frac{T^*}{T_c} + 1 \quad \text{when } T^* < T_c \quad (8b)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_c)} \quad \text{if } T_c \geq T_c \text{ or } R_\mu \leq 1 \quad (20a)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_c)} \frac{R_\mu}{1 + (R_\mu - 1) T_c / T_c} \quad \text{if } T_c < T_c \text{ and } R_\mu > 1 \quad (20b)$$

$$\frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

Spostamento richiesto

6 - determinazione di a_g

- Riunendo le indicazioni precedenti

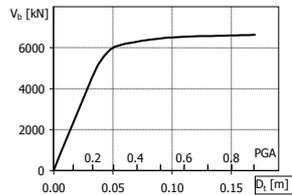
$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \quad T \geq T_c$$

$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c$$

Relazione spostamenti - PGA

- Con le relazioni precedenti, si può far corrispondere ad ogni spostamento un valore di PGA.

Si può quindi usare una doppia scala di riferimento per le ascisse



Applicazione alla struttura in esame telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover

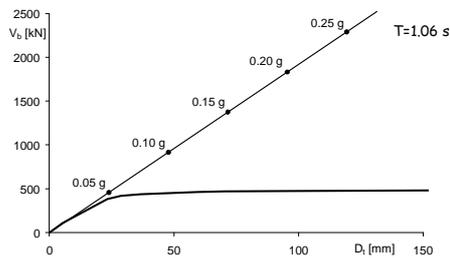
analisi modale		
ag	Dt [mm]	Vb [kN]
0.25	119.28	2291.83
T = 1.064 s		

$$K_{lineare} = \frac{2291.83}{119.28} = 19.21 \text{ kN/mm}$$

pushover		
passo	Dt [mm]	Vb [kN]
0	0.00	0.00
1	5.26	111.43
2	23.22	363.86
3	26.73	419.53
4	36.53	438.76
5	59.42	464.63
6	70.19	470.50
7	94.52	475.79
8	152.17	482.80
9	166.20	483.79
10	229.01	483.79
11	296.62	483.79
12	384.16	483.79
13	424.16	483.79
14	484.16	483.79
15	544.16	483.79
16	599.55	483.79

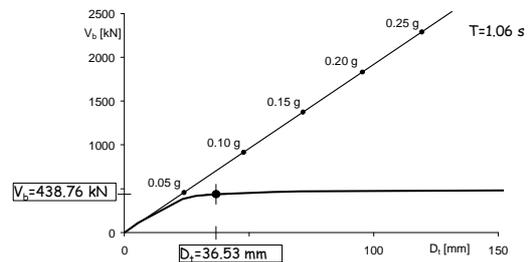
Applicazione alla struttura in esame telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover

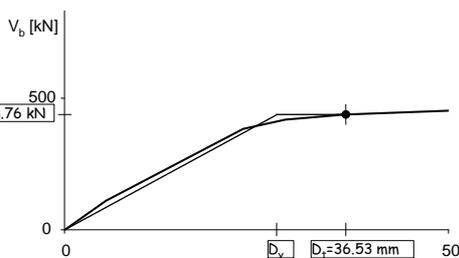


Applicazione alla struttura in esame telai in direzione x

- Determinazione dell'accelerazione corrispondente ad un punto della curva



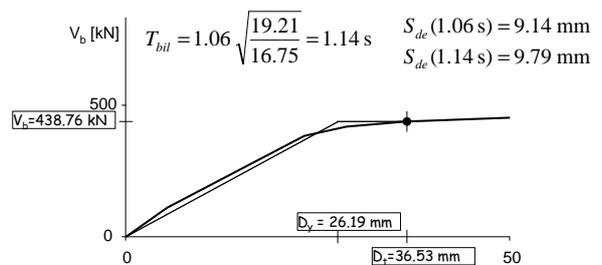
Bilinearizzazione secondo indicazioni Eurocodice e NTC08



$A = \text{area sottesa dalla curva} = 10284 \text{ kN mm}$
 $V_y = V_b$

$$D_y = \frac{2(D_t V_b - A)}{V_y} = 26.19 \text{ mm}$$

Correzione 1 rigidità della tangente e della bilineare



$$K_{tang} = 19.21 \text{ kN/mm}$$

$$K_{bil} = \frac{438.76}{26.19} = 16.75 \text{ kN/mm}$$

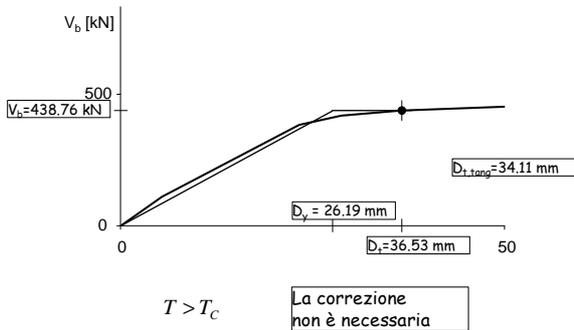
$$T_{bil} = 1.06 \sqrt{\frac{19.21}{16.75}} = 1.14 \text{ s}$$

$$S_{de}(1.06 \text{ s}) = 9.14 \text{ mm}$$

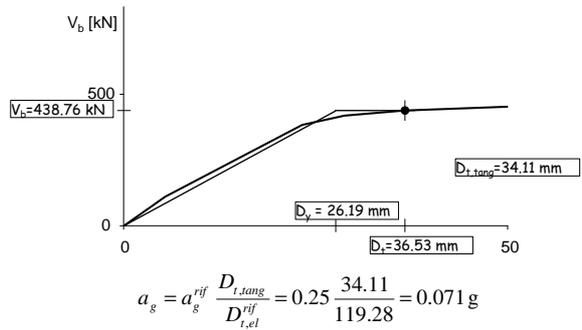
$$S_{de}(1.14 \text{ s}) = 9.79 \text{ mm}$$

$$D_{t,tang} = 36.53 \frac{9.14}{9.79} = 34.11 \text{ mm}$$

Correzione 2 spostamento elastico ed elastoplastico



Accelerazione a_g corrispondente al punto assegnato



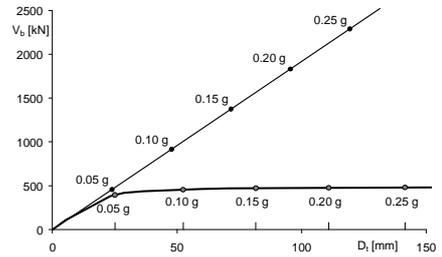
Applicazione alla struttura in esame telai in direzione x

- Accelerazione per tutti i punti della curva

analisi modale				Kel			
ag	Dt [mm]	Vb [kN]					
0.25	119.28	2291.83					
T	1.064	s		ag(T)	0.319	g	
				D(T)	9.14	mm	
pushover							
passo	Dt [mm]	Vb [kN]	Area	Vy	Dy	Kbil	T
0	0.00	0.00	0	0.00	0.00		
1	5.36	111.43	299	111.43	5.36	20.77	1.064
2	23.22	383.86	4721	383.86	21.84	17.57	1.113
3	29.73	438.76	6926	438.76	24.41	17.10	1.126
4	36.53	438.76	10284	438.76	26.19	16.75	1.140
5	59.42	438.76	20320	438.76	30.08	15.45	1.167
6	70.19	470.90	25669	470.90	31.32	15.02	1.203
7	94.52	475.79	31770	475.79	32.80	14.51	1.225
8	152.17	482.80	64801	482.80	35.91	13.45	1.272
9	166.20	483.79	71982	483.79	36.48	13.26	1.281
10	223.01	483.79	101867	483.79	36.48	13.26	1.281
11	266.82	483.79	134773	483.79	36.48	13.26	1.281
12	364.16	483.79	167348	483.79	36.48	13.26	1.281
13	424.16	483.79	196376	483.79	36.48	13.26	1.281
14	484.16	483.79	225403	483.79	36.48	13.26	1.281
15	544.16	483.79	254430	483.79	36.48	13.26	1.281
16	599.55	483.79	281231	483.79	36.49	13.26	1.281

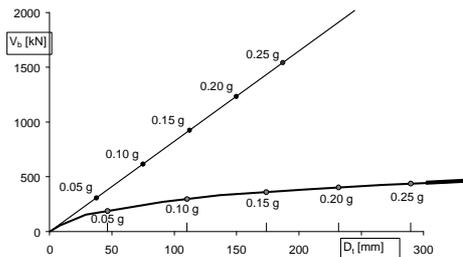
Applicazione alla struttura in esame telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e a_g

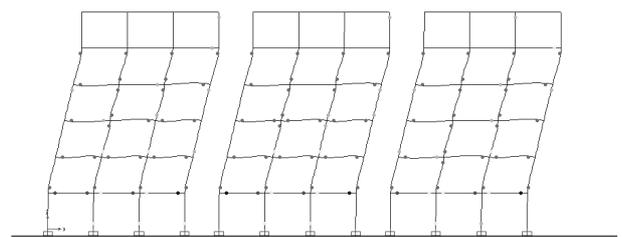


Applicazione alla struttura in esame telai in direzione y

- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e a_g

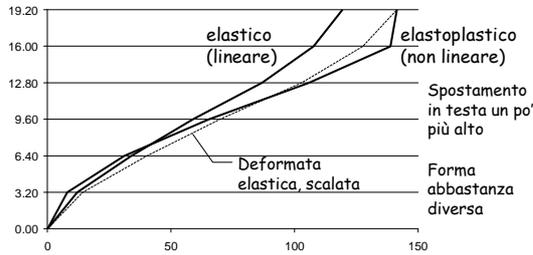


Direzione X travi plasticizzate



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x con comportamento elastico e plastico



Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x

Per ciascun interpiano:

- Calcolare la rotazione alla corda θ_u e gli spostamenti limite corrispondenti
 - θ_u dipende anche dallo sforzo normale, che varia in maniera non lineare ed è diverso da quello fornito dall'analisi lineare (ma in genere il ΔN da sisma è minore con analisi non lineare)
- Determinare lo spostamento limite minimo
- Confrontarlo con il valore fornito dal calcolo

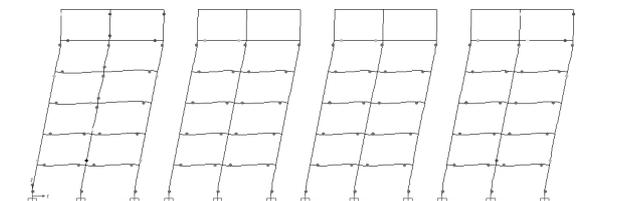
Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x

spostamenti relativi		spostamenti disponibili		
ag =	0.25	ag =	0.25	
piano	Dr	piano	Dr	rapporto
6	2.67	6	72.28	27.100
5	32.95	5	63.99	1.942
4	40.35	4	54.67	1.365
3	34.35	3	46.49	1.363
2	23.06	2	41.53	1.801
1	7.99	1	37.73	4.722
			min	1.363
				verifica ok

La verifica è soddisfatta

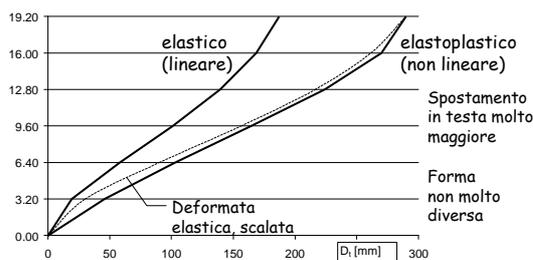
Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

Direzione Y travi e travetti plasticizzati



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.y con comportamento elastico e plastico



Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili		
ag =	0.25	ag =	0.25	
piano	Dr	piano	Dr	rapporto
6	19.65	6	71.14	3.621
5	45.85	5	61.46	1.340
4	59.97	4	52.23	0.871
3	61.30	3	45.66	0.745
2	57.17	2	39.04	0.683
1	45.68	1	37.10	0.812
			min	0.683
				verifica no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

Verifica per $a_g=0.20\text{ g}$ - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili		
ag =	0.20	ag =	0.20	
piano	Dr	piano	Dr	rapporto
6	18.37	6	71.53	3.895
5	34.48	5	62.59	1.815
4	46.59	4	54.05	1.160
3	49.12	3	47.57	0.968
2	46.78	2	42.51	0.909
1	36.35	1	39.90	1.098
			min	0.909
				verifica no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

Verifica per $a_g=0.184\text{ g}$ - dir.y

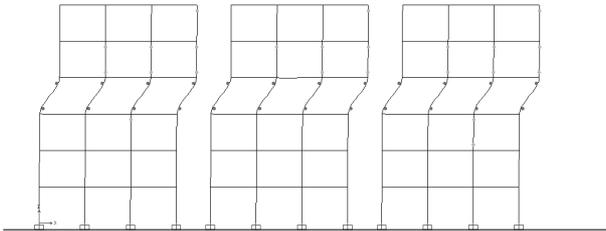
spostamenti relativi		spostamenti disponibili		
ag =	0.18	ag =	0.18	
piano	Dr	piano	Dr	rapporto
6	17.96	6	71.66	3.991
5	30.84	5	62.96	2.041
4	42.31	4	54.65	1.291
3	45.23	3	48.19	1.066
2	43.45	2	43.65	1.005
1	33.37	1	40.53	1.215
			min	1.005
				verifica ok

La verifica è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

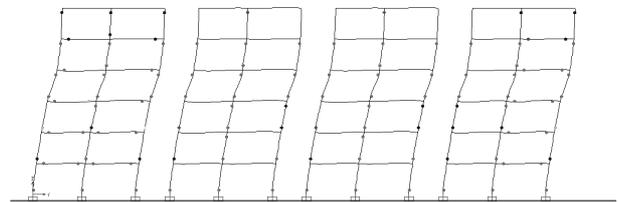
Direzione X travi infinitamente resistenti

E se il modello cambia ?



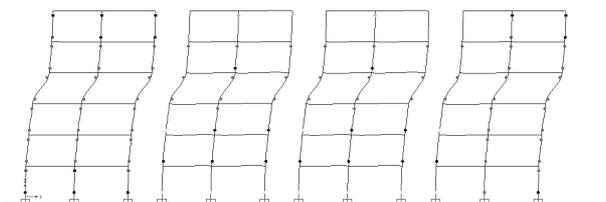
Meccanismo di piano

Direzione Y travi plasticizzate, travetti no



Minime variazioni

Direzione Y travi e travetti infinitamente resistenti



Meccanismo di piano