

Corso di formazione e aggiornamento professionale

Analisi e adeguamento sismico  
di edifici in c.a. ed in muratura

Valutazione della sicurezza, verifica sismica  
e interventi su edifici esistenti in c.a.

2 - Modalità di collasso (duttile o fragile) e metodi di analisi.  
Verifica per collasso fragile

Messina

13 aprile 2012

Aurelio Ghersi

### Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?

- Duttile: estese plasticizzazioni agli estremi delle aste (in particolare delle travi), meccanismo di collasso globale e non di piano
- Poco duttile: plasticizzazioni agli estremi dei pilastri, meccanismo di collasso di piano
- Fragile: rottura a taglio delle sezioni di pilastri e travi, rotture a taglio dei nodi, scorrimento tra testa pilastro e trave in corrispondenza alle riprese di getto

### Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?

Edifici progettati solo per carichi verticali  
o progettati per sisma in maniera non corretta

- Cosa mostra l'evidenza sperimentale ?  
(danneggiamento e crollo di edifici in cemento armato in conseguenza ai terremoti)

### Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?



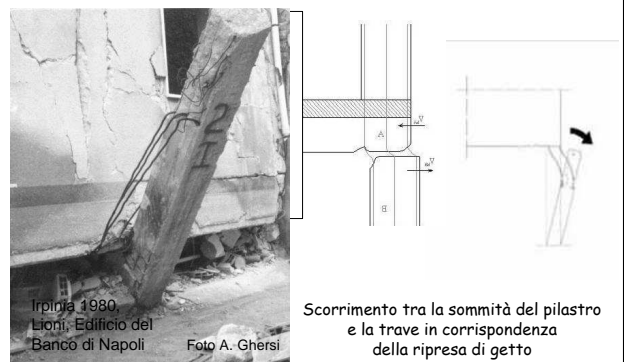
Danneggiamento dei nodi in testa ed al piede del pilastro:  
non si ha formazione di cerniere plastiche sulla colonna  
né tantomeno sulle travi

### Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?



Danneggiamento dei nodi in testa ed al piede del pilastro:  
non si ha formazione di cerniere plastiche sulla colonna  
né tantomeno sulle travi

### Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

### Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?

Edifici progettati solo per carichi verticali  
o progettati per sisma in maniera non corretta

- Cosa mostra l'evidenza sperimentale ?  
(danneggiamento e crollo di edifici in cemento armato in conseguenza ai terremoti)



In tutti questi casi il collasso è fragile

### Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?

Edifici progettati correttamente per sisma  
(indipendentemente dalle normative di riferimento)  
oppure progettati solo per carichi verticali,  
ma con una particolare cura del progetto e dei dettagli  
costruttivi (buone sezioni dei pilastri, ben armate e  
molto ben staffate)



In questi casi il collasso può essere duttile

### Collasso di edifici esistenti: in molti casi: fragile!

Quindi:

- Determinare innanzitutto il livello di azione sismica che porta a rottura fragile (resistenza a taglio dei pilastri, resistenza a taglio dei nodi, scorrimento travi-pilastro)
- Usare una modellazione che tenga conto in maniera corretta della rigidezza degli elementi strutturali (commisurata al livello di sollecitazione che porta alle rotture fragili)
- Tenere conto anche degli elementi non strutturali, tramezzi e tamponature, che hanno un ruolo rilevante per basse azioni sismiche

### Primi interventi, essenziali (o comunque prime verifiche)

Ridurre il rischio di rottura fragile, con:

- Staffatura efficace degli estremi dei pilastri
- Cerchiatura dei nodi
- Cucitura tra pilastri e travi

Miglioramento, **essenziale**

Solo dopo aver fatto questo:

- Valutazione del comportamento non lineare
- Controllo della duttilità delle sezioni

Adeguamento, quando occorre

### Analisi strutturale ai fini della verifica per rotture fragili

### Possibili metodi di analisi

- Risoluzione semplificata, con stima delle rigidezze (linee guida della Basilicata, suggerimenti A. Ghersi)
- Analisi lineare, statica o modale
  - Da usare con fattore di struttura  $q$  basso o unitario
- ~~Analisi statica non lineare (pushover)~~ — di solito non necessaria
- ~~Analisi dinamica non lineare~~ — troppo complicata

## Tipi di analisi

- **Analisi elastica lineare**
  - È possibile usare modelli molto semplificati  
Linee guida Basilicata - app. D, suggerimenti A. Gherzi
  - È possibile ridurre l'azione sismica con  $q = 1.5$   
OPCM 3431, punto 11.2.22
  - Suggerimento operativo:  
usare analisi modale  
fare il calcolo con  $q=1$  e poi scalare i risultati
- È inutile pensare ad altri tipi di analisi
  - Analisi statica non lineare (pushover)
  - Analisi dinamica non lineare

## Analisi strutturale semplificata:

linee guida della Basilicata, appendice D  
oppure indicazioni di A. Gherzi

## Analisi semplificata (Basilicata)

Ipotesi base: crisi solo per pilastri

- Valutare le rigidità dei pilastri

$$k_i = c \frac{E I}{h^3} \quad \begin{array}{ll} c = 9 & \text{in presenza di travi emergenti} \\ c = 6 & \text{in presenza di travi a spessore} \\ c = 3 & \text{in assenza di travi} \end{array}$$

- Valutare la rigidità di piano

$$K_p = \sum k_i$$

## Analisi semplificata (Basilicata)

- Calcolare le forze  $F_j$ , con formule per analisi statica (a meno di T)
- Calcolare tagli di piano e spostamenti relativi

$$V_p = \sum_{j=p}^n F_j \quad u_{rel,p} = \frac{V_p}{K_p}$$

- Calcolare spostamenti assoluti

$$u_p = \sum_{j=1}^p u_{rel,j}$$

## Analisi semplificata (Basilicata)

- Stimare il periodo con la formula di Rayleigh

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n m_j u_j^2}{\sum_{j=1}^n F_j u_j}}$$

- Ripartire il taglio di piano in base alla rigidità

$$V_i = V_p \frac{k_i}{K_p}$$

## Analisi semplificata (A. Gherzi)

- Valutare le rigidità solo dei pilastri "che contano"
- Ridurre la rigidità per tener conto delle travi

Dal secondo piano in su

$$k_i = \frac{\frac{12 E I_i}{h_r^3}}{1 + \frac{l_{media}}{h_r} \frac{\sum I_p}{\sum I_i}}$$

$$k_i = \frac{\frac{12 E I_i}{h_r^3}}{1 + 0.5 \frac{l_{media}}{h_r} \frac{\sum I_p}{\sum I_i}} \quad \text{Al primo piano}$$

- Per il resto si prosegue come per le indicazioni della Basilicata

### Analisi semplificate considerazioni

- I procedimenti sono semplici e facilmente automatizzabili con un foglio di calcolo
- Il risultato è approssimato, ma accettabile quando le incertezze generali sono molte

... ma forse è più semplice risolvere uno schema piano (o spaziale), con analisi statica (o modale) senza la presunzione di credere che quest'ultimo sia "la verità"

### Edificio esaminato a titolo di esempio

### Edificio esistente da esaminare

- Edificio destinato ad abitazione
- Numero di impalcati: 6
- Epoca di costruzione: fine anni '70
- Terreno: abbastanza compatto (suolo B)
- Classificazione sismica
  - All'epoca di costruzione: nessuna
  - Oggi: media sismicità

$T_r$ [anni]	$a_g / g$	$F_0$	$T_C^*$ [s]
30	0.061	2.360	0.280
50	0.082	2.316	0.292
475	0.250	2.410	0.360
975	0.339	2.445	0.383

### Edificio esistente da esaminare

- Dati disponibili:
  - Non esistono elaborati progettuali
  - Non esistono certificati di prova su materiali
- Obiettivo: grado di conoscenza adeguato (LC2)

Livello di Conoscenza	Geometria (carpenterie)	Dettagli strutturali	Proprietà dei materiali
LC2	Da disegni di carpenteria originali con rilievo visivo a campione oppure rilievo ex-novo completo	Disegni costruttivi incompleti con limitate verifiche in situ oppure estese verifiche in-situ	Dalle specifiche originali di progetto o dai certificati di prova originali con limitate prove in-situ oppure estese prove in-situ

Verifiche estese	Rilievo (dei dettagli costruttivi)	Prove (sui materiali)
	La quantità e disposizione dell'armatura è verificata per almeno il 35% degli elementi	2 provini di cls. per 300 m <sup>2</sup> di piano dell'edificio, 2 campioni di armatura per piano dell'edificio

### Conoscenza dell'edificio

Non è stato recuperato il progetto

#### Geometria:

- Si effettua un rilievo completo

#### Dettagli costruttivi:

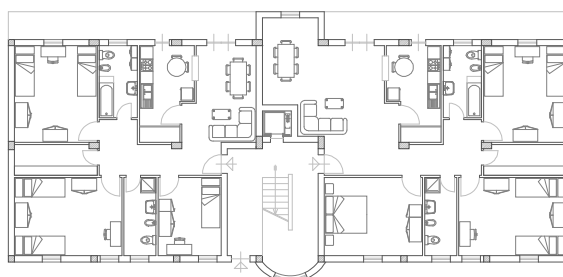
- Si fa un progetto simulato (per avere un'idea)
- Si fa un rilievo esteso

#### Materiali:

- Si fanno estese prove in situ

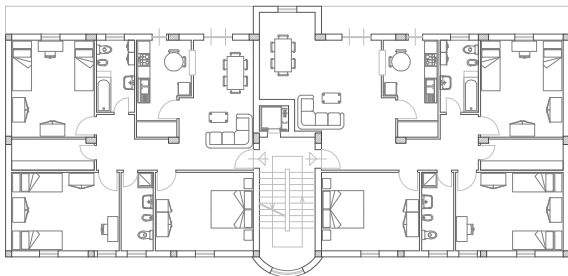
Grado di conoscenza: LC2

### Rilievo dell'edificio



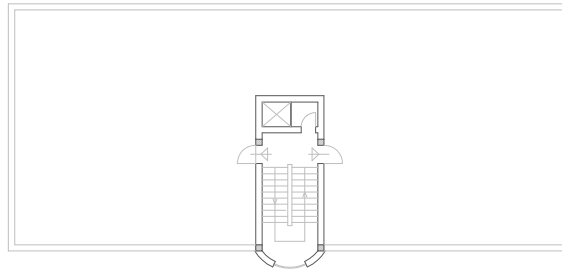
Piano terra

## Rilievo dell'edificio



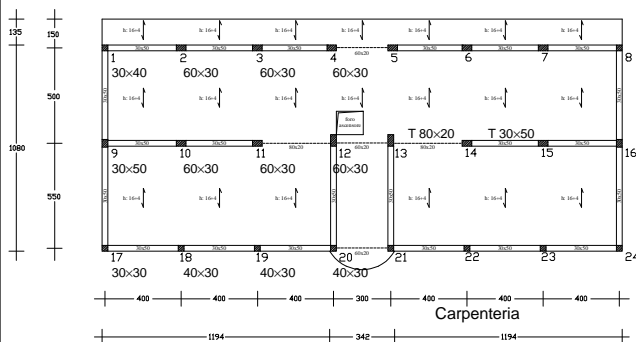
Piano tipo

## Rilievo dell'edificio



Copertura

## Rilievo dell'edificio



Carpenteria

## Carichi unitari e materiali

### Carichi unitari:

Elemento	$g_k$	$q_k$	$g_k + q_k$
Solaio (kN/m <sup>2</sup> )	5.00	2.00	7.00
Sbalzo (kN/m <sup>2</sup> )	4.00	4.00	8.00
Trave (kN/m)	3.50	-	3.50
Tamponature (kN/m)	7.00	-	7.00

### Materiali:

- Calcestruzzo -  $R_{ck} = 25$  MPa  
 $\bar{\sigma}_c = 8.5$  MPa
- Acciaio - FeB38k  
 $\bar{\sigma}_s = 215$  MPa

## Progetto simulato

Pilastri: sezione e armature

piano	pilastro 1			pilastro 9			pilastro 17		
	progetto	rilievo		progetto	rilievo		progetto	rilievo	
	sezione	$A_s$	sezione	$A_s$	sezione	$A_s$	sezione	$A_s$	sezione
6	30x30	4Ø12		30x30	4Ø12	30x30	4Ø12		
5	30x30	4Ø12		30x30	4Ø12	30x30	4Ø12		
4	30x30	4Ø12		30x30	4Ø12	30x30	4Ø12		
3	30x30	4Ø12		30x30	4Ø14	30x30	4Ø12		
2	30x30	4Ø14		30x40	6Ø14	30x30	4Ø12		
1	30x40	6Ø14		30x50	6Ø14	30x30	4Ø14	40x30	6Ø14

piano	pilastri 2, 3, 4			pilastri 10, 11, 12			pilastri 18, 19, 20		
	progetto	rilievo		progetto	rilievo		progetto	rilievo	
	sezione	$A_s$	sezione	$A_s$	sezione	$A_s$	sezione	$A_s$	sezione
6	30x30	4Ø12		30x30	4Ø12	30x30	4Ø12		
5	30x30	4Ø12		30x30	4Ø12	30x30	4Ø12		
4	30x30	4Ø14	30x30	4Ø14	30x30	4Ø14	30x30	4Ø12	
3	40x30	6Ø14	40x30	6Ø14	40x30	6Ø14	30x30	4Ø12	
2	50x30	6Ø14	50x30	6Ø14	50x30	6Ø14	30x30	4Ø14	
1	60x30	6Ø14		60x30	6Ø14	60x30	6Ø14	40x30	6Ø14

File Edificio.xls - foglio Pilastri

## Progetto simulato

Carico sulle travi

### Valutato per area (larghezza) di influenza

		sism	5.6	5.2	3.5	7.0					
		max	7.0	8.0	3.5	7.0					
Trave			solai	sbalzo	trave	tampagno	TOT				
1..4	ultimo	sism	2.5	5.6	1.5	5.2	1.0	3.5	0.0	7.0	25.3
		max	2.5	7.0	1.5	8.0	1.0	3.5	0.0	7.0	33.0
	altri	sism	2.5	5.6	1.5	5.2	1.0	3.5	1.0	7.0	32.3
		max	2.5	7.0	1.5	8.0	1.0	3.5	1.0	7.0	40.0
9..12	ultimo	sism	5.5	5.6	0	5.2	1.0	3.5	0.0	7.0	34.3
		max	5.5	7.0	0	8.0	1.0	3.5	0.0	7.0	42.0
	altri	sism	5.5	5.6	0	5.2	1.0	3.5	0.0	7.0	34.3
		max	5.5	7.0	0	8.0	1.0	3.5	0.0	7.0	42.0
17..20	ultimo	sism	2.5	5.6	0	5.2	1.0	3.5	0.0	7.0	17.5
		max	2.5	7.0	0	8.0	1.0	3.5	0.0	7.0	21.0
	altri	sism	2.5	5.6	0	5.2	1.0	3.5	1.0	7.0	24.5
		max	2.5	7.0	0	8.0	1.0	3.5	1.0	7.0	28.0
1-3-17	ultimo	sism	0.5	5.6	0	5.2	1.0	3.5	0.0	7.0	6.3
		max	0.5	7.0	0	8.0	1.0	3.5	0.0	7.0	7.0
	altri	sism	0.5	5.6	0	5.2	1.0	3.5	1.0	7.0	13.3
		max	0.5	7.0	0	8.0	1.0	3.5	1.0	7.0	14.0

File Edificio.xls - foglio Carichi tra imp

## Progetto simulato

### Travi

#### Armatura

Trave	Piano		I (M)	(M')	II (M)	(M')	III (M)	(M')	IV (M)
1-2-3-4	6	M	-22.0	+37.7	-52.8	+33.0	-44.0	+33.0	-33.0
		sup	2Ø14		4Ø14		4Ø14		3Ø14
		inf	2Ø14	3Ø14	2Ø14	3Ø14	2Ø14	3Ø14	2Ø14
	1-5	M	-26.7	+45.7	-64.0	+40.0	-53.3	+40.0	-40.0
		sup	2Ø14		5Ø14		4Ø14		3Ø14
		inf	2Ø14	4Ø14	2Ø14	3Ø14	2Ø14	3Ø14	2Ø14
9-10-11-12	6	M	-28.0	+48.0	-67.2	+42.0	-56.0	+42.0	-42.0
		sup	2Ø14		5Ø14		7Ø18		6Ø18
		inf	2Ø14	4Ø14	2Ø14	4Ø14	2Ø18	6Ø18	2Ø18
	1-5	M	-28.0	+48.0	-67.2	+42.0	-56.0	+42.0	-42.0
		sup	2Ø14		5Ø14		7Ø18		6Ø18
		inf	2Ø14	4Ø14	2Ø14	4Ø14	2Ø18	6Ø18	2Ø18

File Edificio.xls - foglio Travi

## Rilievo

I valori forniti dal progetto simulato sono utili per:

- Effettuare un riscontro con le dimensioni geometriche fornite da un dettagliato rilievo geometrico
- Programmare il piano di prove necessari, sapendo cosa ci si deve aspettare e quali elementi possono essere considerati ripetitivi
- Decidere se le prove fatte sono sufficienti, sulla base del maggior o minor riscontro con quanto previsto dal progetto simulato

## Materiali

Valori ottenuti mediante prove

Calcestruzzo:

- Si ottiene dalle prove  $f_{cm} = 28 \text{ MPa}$   
(corrisponde a  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )

Acciaio:

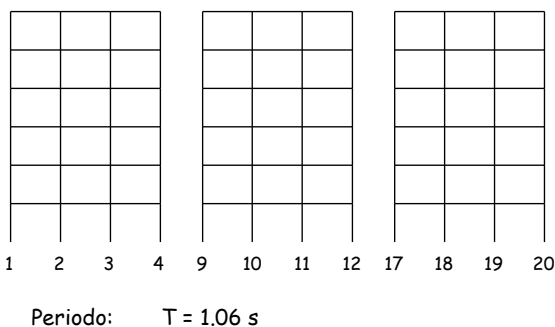
- Si trovano barre ad aderenza migliorata; si ottiene dalle prove  $f_{ym} = 420 \text{ MPa}$   
(corrisponde a FeB38k)

## Analisi lineare effettuata

(schema piano, analisi modale)

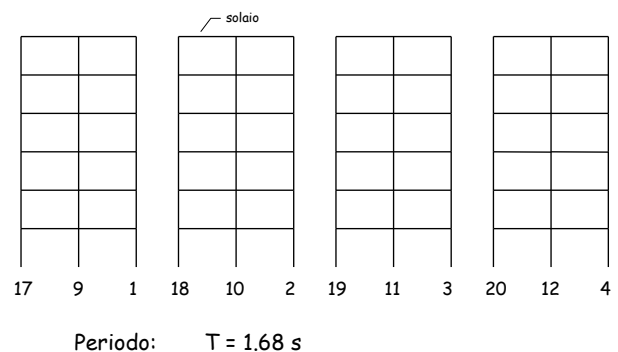
## Schema geometrico

### treno di telai - direzione x



## Schema geometrico

### treno di telai - direzione y



## Analisi modale (con $q = 1$ )

Si procede come per nuovi edifici:

- Determinazione delle masse di piano, con  $g_k + \psi_2 q_k$
- Definizione dello spettro di risposta elastico per SLV  
nell'esempio: periodo di ritorno 475 anni, suolo B
- Effettuazione dell'analisi modale con spettro elastico ( $q = 1$ ) o se si preferisce con spettro scalato con  $q = 1.5$

## Spettri di risposta una considerazione

- Per l'Eurocodice 8 (e in precedenti versioni delle norme italiane) la forma dello spettro (e i valori  $F_o$ ,  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$ ) sono indipendenti da  $a_g$
- Per le NTC08 questi parametri variano con  $a_g$
- Consiglio:
  - Fare riferimento ai parametri relativi allo spettro per SLV
  - Considerare nei calcoli  $a_g = 1.00 g$  e poi scalare i risultati per ottenere il valore  $a_{g,u}$  per cui si ha il collasso
  - In relazione indicare il rapporto  $a_{g,u} / a_{g,SLV}$   
(ad esempio dire che la struttura collassa per una accelerazione che è il 30% di quella prevista dalla norma)

## Esempio Massa (peso) degli impalcati

- Dai carichi unitari, si valutano le masse di impalcato, secondo le norme vigenti

impalcato	ultimo	sism	m <sup>2</sup>	solaio	m <sup>2</sup>	sbalzo	m	trave	m	tompagno	somma	pilastro	TOT	a m <sup>2</sup>
			283.5	5.6	40.5	5.2	113.0	3.5	44.5	7.0	2505	2586.2	7.98	
											massa	263.6		
											massa	307.6		

## Pilastri Sforzo normale in condizioni sismiche

1	N pia	N	Ac,nec	b	h	Ac	As,nec	n	e	As	con sisma	N
ultimo	81.5	81.5	126	30	30	900	2.7	4	12	4.5	N pia	N
											54.6	54.6
5	113.0	194.5	300	30	30	900	2.7	4	12	4.5	133.1	227.7
											133.1	360.8
4	113.0	307.5	474	30	30	900	2.8	4	12	4.5	133.1	493.9
											135.4	629.3
3	113.0	420.5	648	30	30	900	3.9	4	12	4.5	97.6	456.5
											99.9	556.4
2	113.0	533.5	823	30	30	900	4.9	4	14	6.2		
1	113.0	646.5	997	30	40	1200	6.0	6	14	9.2		

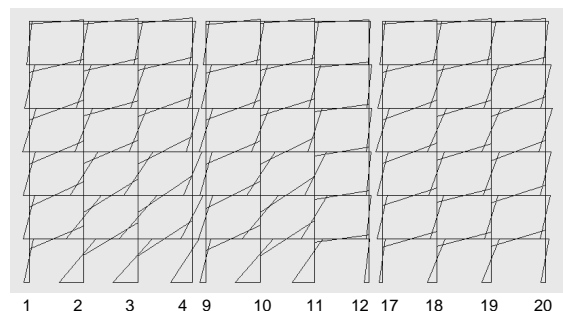
Dallo stesso foglio di calcolo usato per il progetto simulato si ottiene anche lo sforzo normale da carichi verticali in presenza di sisma, conformemente alle NTC 08

## Travi Momenti flettenti da $q$ in condizioni sismiche

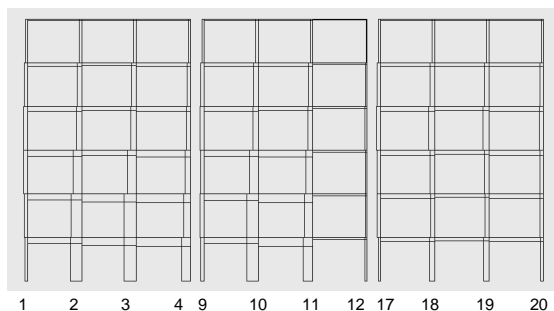
		luce	1	2	3	4				
			M+	M-	M-	M+				
Trave			1	2	3	4				
1...4	ultimo	sism	25.3	16.9	28.9	40.5	25.3	33.7	25.3	25.3
		max	33.0	22.0	37.7	52.8	33.0	44.0	33.0	33.0
		As		2.5	4.2	5.9	3.7	4.9	3.7	3.7
		n.sup		2	0	4	0	4	0	3
		n.inf		14	0	14	0	14	0	14
		f		2	3	2	3	2	3	2
		f		14	14	14	14	14	14	14

Dal foglio di calcolo usato per il progetto simulato si ottiene anche il momento flettente da carichi verticali in presenza di sisma

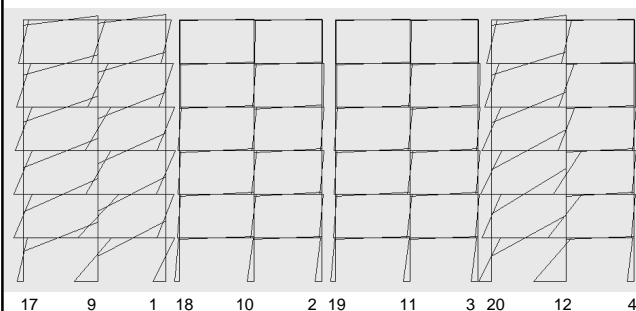
## Sisma in direzione x diagramma del momento flettente



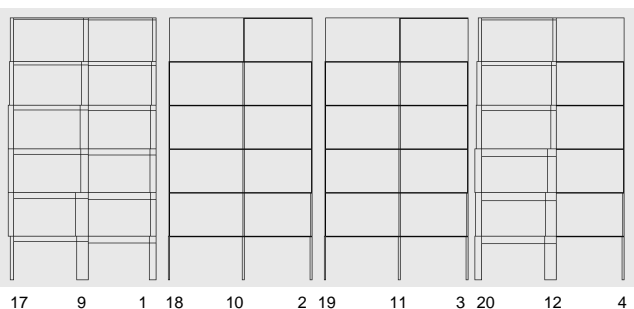
### Sisma in direzione x diagramma del taglio



### Sisma in direzione y diagramma del momento flettente



### Sisma in direzione y diagramma del taglio



### Risultati, con $a_g = 1.00$ g pilastri, direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	$\eta q$
1	6	369.68	305.68	207.80	-137.84	66.1
1	5	617.84	573.72	372.08	-519.40	163.7
1	4	803.44	813.76	505.20	-1073.12	261.3
1	3	693.44	738.76	447.72	-1720.28	358.9
1	2	665.12	701.32	425.96	-2406.72	456.5
1	1	500.64	610.92	347.36	-3036.16	556.4
2	6	522.36	491.12	316.68	-53.56	108.0
2	5	862.80	846.00	533.96	-74.64	244.0
2	4	1063.92	1010.24	644.96	121.44	380.0
2	3	1705.36	1572.48	1023.96	131.72	518.2
2	2	2059.60	2065.90	1286.36	-171.68	658.7
2	1	1455.16	2890.52	1357.72	-433.84	801.4
3	6	527.16	495.92	319.68	50.76	108.0
3	5	866.32	847.96	535.68	75.52	244.0
3	4	1062.32	1027.76	653.08	-135.52	380.0
3	3	1786.56	1669.92	1079.88	-235.64	518.2
3	2	2262.62	2260.56	1409.96	-310.24	658.7
3	1	1646.00	2966.04	1447.24	-370.48	801.4
4	6	366.44	311.40	211.68	142.08	108.0
4	5	627.08	587.04	379.20	531.20	244.0
4	4	772.12	733.72	470.20	1064.84	380.0
4	3	1121.60	1062.96	678.24	1839.68	518.2
4	2	1275.24	1367.28	830.60	2624.32	658.7
4	1	800.24	2561.68	1049.64	3792.92	801.4

File Edificio.xls - foglio PilX

### Risultati, con $a_g = 1.00$ g pilastri, direzione y

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	$\eta q$
17	6	627.48	527.24	360.56	-195.72	50.5
17	5	842.12	786.08	508.08	-620.08	132.5
17	4	1016.96	961.36	623.68	-1153.68	214.5
17	3	1051.36	1084.44	666.88	-1723.04	296.5
17	2	1002.16	1106.48	658.72	-2346.72	378.5
17	1	516.08	694.12	378.12	-2696.08	460.5
9	6	879.76	831.36	534.72	-17.80	94.6
9	5	1235.64	1214.08	765.48	-68.08	227.7
9	4	1516.80	1513.84	947.00	-136.00	360.9
9	3	1499.84	1411.28	809.52	-213.84	493.9
9	2	2479.64	2384.96	1519.92	-300.28	629.3
9	1	1627.68	2631.56	1392.88	-485.44	766.9
1	6	631.00	536.40	365.20	212.36	66.1
1	5	861.72	809.40	521.60	687.24	163.7
1	4	1046.00	1012.72	642.64	1289.32	261.3
1	3	1058.96	1156.32	686.20	1836.84	358.9
1	2	997.92	1037.20	635.72	2647.00	456.5
1	1	1006.76	1537.20	794.88	3377.92	556.4
18	6	94.60	89.04	-34.24	-33.64	76.8
18	5	199.72	141.72	82.96	-84.12	181.6
18	4	211.52	168.60	98.44	-149.48	266.4
18	3	162.92	174.40	93.84	-217.00	381.2
18	2	124.36	226.92	98.68	-281.68	496.0
18	1	75.52	549.88	152.72	-330.16	603.0

File Edificio.xls - foglio PilY

### Risultati, con $a_g = 1.00$ g spostamenti orizzontali

direzione x		
traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	477.128	56.664
5	430.420	94.344
4	347.128	118.368
3	235.832	101.952
2	135.448	87.660
1	47.996	47.996
direzione y		
traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	747.884	96.268
5	674.448	139.364
4	557.780	168.920
3	403.108	175.460
2	232.224	155.212
1	77.416	77.416

File Edificio.xls - foglio Spo



## Utilizzo dei risultati

Una volta determinate le sollecitazioni:

- esaminare i risultati per individuare rotture fragili
  - La normativa fornisce indicazioni su quali valori utilizzare per la resistenza dei materiali nel fare le verifiche
  - È importante tener conto del fatto che quando entrambi gli estremi di un pilastro si plasticizzano il momento flettente non può crescere e quindi anche il taglio non può crescere ulteriormente

## Livelli di conoscenza e fattori di confidenza

Livello di Conoscenza	Geometria (carpenterie)	Dettagli strutturali	Proprietà dei materiali	Metodi di analisi	FC
LC1	Da disegni di carpenteria originali con rilievo visivo a campione oppure rilievo ex-novo completo	Progetto simulato in accordo alle norme dell'epoca e <i>limitate</i> verifiche in-situ	Valori usuali per la pratica costruttiva dell'epoca e <i>limitate</i> prove in-situ	Analisi lineare statica o dinamica	1.35
LC2		Disegni costruttivi incompleti con <i>limitate</i> verifiche in-situ oppure estese verifiche in-situ	Dalle specifiche originali di progetto o dai certificati di prova originali con <i>limitate</i> prove in-situ oppure estese prove in-situ	Tutti	1.20
LC3		Disegni costruttivi completi con <i>limitate</i> verifiche in-situ oppure esautive verifiche in-situ	Dai certificati di prova originali o dalle specifiche originali di progetto con <i>estese</i> prove in-situ oppure esautive prove in-situ	Tutti	1.00

I fattori di confidenza sono ulteriori coefficienti di sicurezza

## Valori delle resistenze da utilizzare per verifica di elementi fragili

- Come base, si utilizzano i valori medi (non quelli caratteristici)
- Per determinare i momenti di plasticizzazione degli estremi di un'asta ed il conseguente taglio massimo, si usano i valori medi moltiplicati per FC
- Per valutare la resistenza dell'elemento fragile si usano i valori medi divisi per il fattore di sicurezza parziale  $\gamma_M$  e divisi per FC

Nota: nelle NTC08 (punto 8.7.2) si dice solo "si impiegano le proprietà dei materiali esistenti"; non viene mai detto di usare i valori medi  
COMMENTARE

## Valori delle resistenze da utilizzare per verifica di elementi fragili

Esempio:

- Per il calcestruzzo con  $R_{ck} = 25$  MPa si è trovato (in base alle prove sperimentali)  $f_{cm} = 28$  MPa
- Per l'acciaio FeB38k si è trovato (in base alle prove sperimentali)  $f_{ym} = 420$  MPa
- Per determinare il taglio massimo, si usa:  
 $f_c = 28 \times 1.2 = 33.6$  MPa,  $f_y = 420 \times 1.2 = 504$  MPa
- Per valutare la resistenza dell'elemento fragile si usano  
 $f_c = 28 / 1.5 / 1.2 = 13.22$  MPa  
 $f_y = 420 / 1.15 / 1.2 = 304.3$  MPa

## Valutazione delle sollecitazioni per verifica di elementi fragili

Rotture a taglio:

- Si noti che c'è un legame tra taglio V e resistenza a flessione  $M_R$   
ad esempio, per il pilastro,  $V \leq (M_{R,sup} + M_{R,inf}) / h$
- Finché non si hanno plasticizzazioni si usa il taglio fornito dal calcolo
- Se si hanno plasticizzazioni (nelle sezioni adiacenti) il taglio si ricava per l'equilibrio, dai  $M_R$

## Esempio risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(kN)	VED max (kN)
analisi modale q=1, ag/gs								con res. F.C. con h=2.70
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	38.74
1	4	200.86	-203.44	126.40	269.28	261.3	63.46	47.41
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	389.9	73.95	54.70
1	2	166.28	-175.33	109.74	601.43	456.5	92.66	66.45
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02
2	6	130.59	-122.78	79.17	13.39	108.0	45.60	33.77
2	5	215.70	-211.50	133.49	18.66	244.0	61.54	45.58
2	4	263.48	-262.56	161.24	-30.36	380.0	75.99	56.29
2	3	426.34	-393.12	255.99	-32.93	518.2	139.98	103.69
2	2	514.65	-516.45	320.09	42.92	658.7	206.94	153.22
2	1	363.79	-722.63	339.43	108.46	801.4	286.12	211.94
3	6	131.79	-123.98	79.92	-12.69	108.0	45.60	33.77
3	5	216.58	-211.99	133.92	-18.88	244.0	61.54	45.58
3	4	265.58	-258.94	163.27	33.88	380.0	75.99	56.29
3	3	446.64	-417.48	269.97	58.91	518.2	139.98	103.69
3	2	555.63	-552.64	352.49	77.48	658.7	206.94	153.22
3	1	411.50	-746.51	361.81	92.62	801.4	286.12	211.94
4	6	91.61	-77.85	52.92	-36.52	108.0	45.60	33.77
4	5	156.77	-146.76	94.80	-132.80	244.0	61.54	45.58
4	4	193.03	-183.43	117.55	-271.21	380.0	75.99	56.29
4	3	280.40	-263.24	169.56	-459.92	518.2	139.98	103.69
4	2	318.81	-346.82	207.65	-708.08	658.7	206.94	153.22
4	1	200.06	-640.42	262.41	-948.23	801.4	286.12	211.94

Pilastro 1 piano 3 per 0.25 g  
V=111.93 kN  
Ma il pilastro si plasticizza prima  
Il taglio non può superare il valore  
V=54.70 kN

## Esempio risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq
analisi modale						
		m=1, aggr.	0.250			
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7
1	4	200.96	-203.44	126.30	266.29	261.3
1	3	173.35	-164.94	111.93	430.07	289.9
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4
2	6	130.59	-122.78	79.17	13.39	108.0
2	5	215.70	-211.50	133.49	18.66	244.0
2	4	263.48	-262.56	161.24	-30.36	300.0
2	3	426.34	-393.12	255.99	-32.93	518.2
2	2	514.65	-516.45	322.09	42.92	658.7
2	1	363.79	-722.63	339.43	109.46	801.4
3	6	131.79	-123.98	79.92	-12.69	108.0
3	5	216.58	-211.99	133.92	-18.88	244.0
3	4	265.58	-256.94	163.27	33.88	300.0
3	3	446.64	-417.46	269.97	58.91	518.2
3	2	565.63	-562.64	352.49	77.56	658.7
3	1	411.50	-746.51	361.81	92.62	801.4
4	6	91.61	-77.85	52.92	-35.52	108.0
4	5	156.77	-146.76	94.80	-132.80	244.0
4	4	193.03	-183.43	117.55	-271.21	300.0
4	3	280.40	-263.24	189.60	-459.92	518.2
4	2	318.81	-346.82	207.65	-708.08	658.7
4	1	200.06	-640.42	262.41	-948.23	801.4

MRd(Nq)	VEd max
(kNm)	(kN)
con res. T/C	con h=2.70
40.39	29.92
52.30	38.74
63.46	47.01
73.95	54.70
92.66	68.66
124.23	92.02
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94

Nota:  
in realtà  
dovrebbe  
essere con  
N variabile  
(l'ho trascurato  
per semplicità;  
vedere più  
avanti, con  
riferimento a  
rottura duttile)

## Esempio risultati dell'analisi modale, pilastri direzione y

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq
analisi modale						
		m=1, aggr.	0.250			
17	6	156.97	-131.81	90.14	48.93	50.5
17	5	210.53	-196.52	127.02	155.02	132.5
17	4	254.24	-245.34	155.92	286.42	214.5
17	3	262.84	-271.11	188.72	430.76	286.5
17	2	260.54	-276.62	164.68	586.68	379.5
17	1	129.02	-173.53	94.53	724.02	460.5
9	6	219.94	-207.84	133.68	4.45	94.6
9	5	308.91	-303.52	191.37	17.02	227.7
9	4	379.20	-378.46	236.75	34.00	360.8
9	3	374.66	-382.82	227.38	63.46	493.9
9	2	619.91	-596.24	379.98	75.07	629.3
9	1	406.92	-707.89	348.22	121.36	766.9
1	6	157.75	-134.60	91.30	-53.09	66.1
1	5	215.43	-202.35	130.40	-171.81	163.7
1	4	261.50	-253.18	160.66	-322.33	261.3
1	3	273.49	-283.83	174.05	-484.21	389.9
1	2	249.48	-259.30	158.93	-661.75	456.5
1	1	251.69	-384.30	198.72	-844.48	556.4
18	6	23.65	22.26	-5.56	8.41	76.8
18	5	49.93	35.43	20.74	21.03	181.6
18	4	52.88	42.15	24.61	37.12	286.4
18	3	45.73	43.60	22.46	54.25	391.2
18	2	31.09	-56.73	24.67	70.42	496.0
18	1	-18.88	-137.47	38.18	82.54	603.0

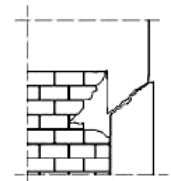
MRd(Nq)	VEd max
(kNm)	(kN)
con res. T/C	con h=2.70
38.42	26.46
48.68	36.98
58.30	43.11
67.29	49.85
75.84	56.18
92.93	68.84
43.95	32.55
59.70	44.22
74.04	54.85
95.97	71.09
154.54	114.47
224.97	166.64
40.39	29.92
52.30	38.74
63.46	47.01
73.95	54.70
92.66	68.66
145.10	107.48
41.73	30.91
54.40	40.30
66.20	49.04
77.12	57.13
96.15	71.23
128.57	95.24

## Rottura fragile per taglio

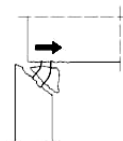
## Rottura del pilastro per taglio



Rottura diagonale  
della muratura e  
propagazione come  
lesione a taglio nel  
pilastro



## Rottura del pilastro per taglio



## Verifica a taglio

- Nell'OPCM 3431 non vi sono indicazioni specifiche (deduco che si deve fare riferimento a  $V_{Rd,max}$  e  $V_{Rd,s}$ )
- Le linee guida della Basilicata rinviano espressamente alle formule dell'Eurocodice 2
- L'Eurocodice 8, parte 3, propone formule specifiche (punto A.3.3.1) ma che valgono solo per SLC

$$V_R = \frac{1}{\gamma_{cl}} \left[ \frac{h-x}{2L_v} \min(N; 0,55A_c f_c) + (1 - 0,05 \min(5; \mu_s^p)) \cdot \left[ 0,16 \max(0,5; 100 \rho_{tot}) \left( 1 - 0,16 \min\left(5; \frac{L_v}{h}\right) \right) \sqrt{f_c} A_c + V_w \right] \right]$$

$$V_w = \rho_w b_w z f_{yw}$$

## Verifica a taglio

Formule utilizzate (secondo NTC 08, punto 4.1.2.1.3.2):

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\theta) \cdot \sin\alpha$$

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\theta) / (1 + \text{ctg}^2\theta)$$

con

$$f'_{cd} = 0,5 \cdot f_{cd} \quad 1 \leq \text{ctg}\theta \leq 2,5$$

$$\alpha_c = \begin{cases} 1 & \text{per membrane non compresse} \\ 1 + \sigma_{cp}/f_{cd} & \text{per } 0 \leq \sigma_{cp} < 0,25 f_{cd} \\ 1,25 & \text{per } 0,25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd} \\ 2,5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd}) & \text{per } 0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd} \end{cases}$$

Nota: con  $f_c$  e  $f_y$  definiti in precedenza, anziché  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$

## Esempio

risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq)	VEd max	VRds	VRdc	ag/g
		sup. (kNm)	inf. (kNm)	q=1, ag/g=	0.250	con res. °FC	con h=2.70	con h=2.70	cot tetra=2.5		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	36.74	50.34	182.05	ok
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3	63.46	47.01	50.34	196.17	ok
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.112
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.118
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02	50.34	266.72	0.145

Sezione 30x30 staffe Ø6/20

$$V_{Rds} = 0,9 d \frac{A_{sw}}{s} f_y \cot\theta =$$

$$= 0,9 \times 26 \times \frac{0,566}{20} \times 304 \times 2,5 \times 10^{-1} = 50,34 \text{ kN}$$

$$V_{Rdc} = 0,9 d b \alpha_c f'_c \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta} =$$

$$= 0,9 \times 26 \times 30 \times 1,25 \times 6,61 \times \frac{2,5}{1 + 2,5^2} \times 10^{-1} = 200,04 \text{ kN}$$

## Esempio

risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq)	VEd max	VRds	VRdc	ag/g
		sup. (kNm)	inf. (kNm)	q=1, ag/g=	0.250	con res. °FC	con h=2.70	con h=2.70	cot tetra=2.5		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	36.74	50.34	182.05	ok
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3	63.46	47.01	50.34	196.17	ok
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.112
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.118
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02	50.34	266.72	0.145

Sezione 30x30 staffe Ø6/20

$$V_{Rd} = \text{MIN}(V_{Rds}, V_{Rdc}) = 50,34 \text{ kN}$$

$$\text{Per } a_g = 0,25 \text{ g} \quad V_{Ed} = 111,93 \text{ kN}$$

$$\text{quindi } V_{Rd} = V_{Ed} \text{ per } a_g = 0,25 \times \frac{50,34}{111,93} = 0,112 \text{ g}$$

## Esempio

risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq)	VEd max	VRds	VRdc	ag/g
		sup. (kNm)	inf. (kNm)	q=1, ag/g=	0.250	con res. °FC	con h=2.70	con h=2.70	cot tetra=2.5		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	36.74	50.34	182.05	ok
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3	63.46	47.01	50.34	196.17	ok
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.112
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.118
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02	50.34	266.72	0.145

In altri casi la resistenza è maggiore di  $V_{Ed, \max}$  e quindi non si ha mai rottura

## Esempio

risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq)	VEd max	VRds	VRdc	ag/g
		sup. (kNm)	inf. (kNm)	q=1, ag/g=	0.250	con res. °FC	con h=2.70	con h=2.70	cot tetra=2.5		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	36.74	50.34	182.05	ok
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3	63.46	47.01	50.34	196.17	ok
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.112
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.118
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02	50.34	266.72	0.145
2	6	130.59	-122.78	79.17	13.39	108.0	45.60	33.77	50.34	174.56	ok
2	5	215.70	-211.50	133.49	16.66	244.0	61.54	45.58	50.34	192.85	ok
2	4	263.48	-252.56	161.24	-30.36	380.0	75.99	56.29	50.34	200.04	0.078
2	3	426.34	-393.12	255.99	-32.93	518.2	139.98	103.69	69.70	276.98	0.068
2	2	514.65	-516.46	322.08	42.92	659.7	206.04	153.22	89.06	363.92	0.059
2	1	363.79	-722.63	339.43	108.46	801.4	286.12	211.94	108.43	430.86	0.080
3	6	131.79	-129.98	79.92	-12.69	108.0	45.60	33.77	50.34	174.56	ok
3	5	216.58	-211.99	133.92	-16.88	244.0	61.54	45.58	50.34	192.85	ok
3	4	266.58	-256.94	163.27	33.88	380.0	75.99	56.29	50.34	200.04	0.077
3	3	446.64	-417.48	269.97	50.91	518.2	139.98	103.69	69.70	276.98	0.062
3	2	555.63	-562.64	352.49	77.46	659.7	206.04	153.22	89.06	363.92	0.063
3	1	411.50	-746.51	361.81	92.62	801.4	286.12	211.94	108.43	430.86	0.075
4	6	91.61	-77.85	52.92	-36.52	108.0	45.60	33.77	50.34	174.56	ok
4	5	156.77	-146.76	94.80	-132.80	244.0	61.54	45.58	50.34	192.85	ok
4	4	193.03	-183.43	117.55	-271.21	380.0	75.99	56.29	50.34	200.04	0.107
4	3	260.40	-263.24	169.96	-459.92	518.2	139.98	103.69	69.70	276.98	0.103
4	2	318.91	-346.62	207.65	-708.08	659.7	206.04	153.22	89.06	363.92	0.107
4	1	200.06	-640.42	262.41	-948.23	801.4	286.12	211.94	108.43	430.86	0.103

## Esempio

risultati dell'analisi modale, pilastri direzione y

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq)	VEd max	VRds	VRdc	ag/g
		sup. (kNm)	inf. (kNm)	q=1, ag/g=	0.250	con res. °FC	con h=2.70	con h=2.70	cot tetra=2.5		
17	6	166.87	-131.61	90.14	48.93	50.5	38.42	26.46	50.34	166.83	ok
17	5	210.53	-196.52	127.02	155.02	48.58	36.98	36.98	50.34	177.95	ok
17	4	264.24	-245.34	156.92	288.42	214.5	58.20	43.11	50.34	188.88	ok
17	3	283.84	-271.11	166.72	430.76	296.5	67.29	49.95	50.34	199.91	ok
17	2	290.54	-276.62	164.66	586.68	370.5	75.84	56.16	50.34	200.04	0.076
17	1	129.02	-173.53	94.53	734.02	460.5	92.93	68.84	50.34	200.04	0.133
9	6	219.94	-207.84	133.68	4.45	94.6	43.95	32.55	50.34	172.76	ok
9	5	308.91	-303.52	191.37	17.02	227.7	59.70	44.22	50.34	190.66	ok
9	4	379.20	-378.46	236.75	34.00	360.8	74.04	54.85	50.34	200.04	0.063
9	3	374.96	-352.62	227.38	53.46	493.9	96.97	71.09	50.34	200.04	0.056
9	2	619.91	-596.24	379.88	75.07	628.3	154.54	114.47	69.70	276.98	0.046
9	1	406.92	-707.69	348.22	121.36	766.9	224.97	166.64	89.06	363.92	0.054
1	6	157.75	-134.60	91.30	-53.09	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	215.43	-202.35	130.40	-171.61	163.7	52.30	36.74	50.34	182.05	ok
1	4	261.50	-263.18	160.66	-322.33	261.3	63.46	47.01	50.34	196.17	ok
1	3	273.49	-263.83	174.05	-484.21	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.072
1	2	248.48	-259.30	158.93	-661.75	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.079
1	1	251.69	-384.30	198.72	-844.48	556.4	145.10	107.46	69.70	276.98	0.080
18	6	23.65	-22.26	-8.56	9.41	76.8	41.73	30.91	50.34	170.36	ok
18	5	49.93	-35.43	20.74	21.03	181.6	54.40	40.30	50.34	184.46	ok
18	4	52.88	-42.15	24.61	37.12	286.4	66.20	49.04	50.34	198.65	ok
18	3	45.73	-43.60	23.46	54.25	391.2	77.12	57.13	50.34	200.04	ok
18	2	31.09	-56.73	24.67	70.42	496.0	95.16	71.23	50.34	200.04	ok
18	1	-18.88	-137.47	38.18	82.54	603.0	126.57	95.24	50.34	266.72	ok

## Verifica a taglio conclusione

La sezione più vulnerabile è quella del pilastro 9, II ordine, per sisma in direzione y

La rottura a taglio avviene per  $a_g = 0.046 g$  o, se si assume  $q = 1.5$ , per  $a_g = 0.069 g$  (molto lontano da  $a_g = 0.250 g$ )

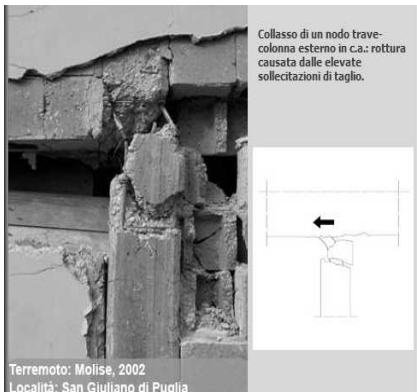
Numerose altre sezioni arrivano alla rottura a taglio per accelerazioni un po' maggiori, sempre piccole rispetto a  $a_g = 0.250 g$

Nota 1: più correttamente, al variare di  $a_g$  si dovrebbe cambiare spettro di risposta, ma questo è difficilmente proponibile

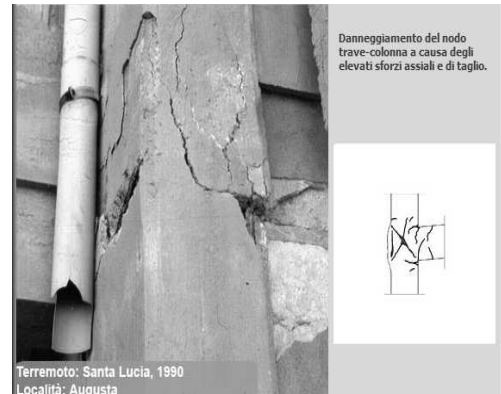
Nota 2: si dovrebbero verificare anche le travi, ma in genere stanno molto meglio

## Rottura dei nodi

### Rottura dei nodi



### Rottura dei nodi



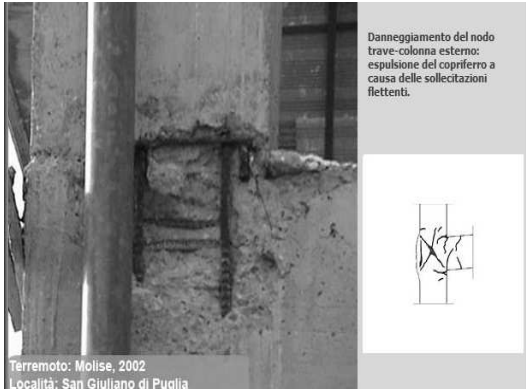
### Rottura dei nodi



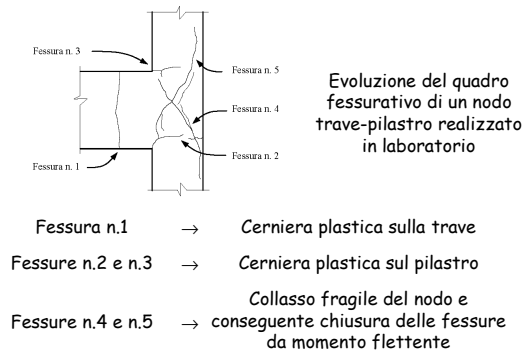
### Rottura dei nodi



## Rottura dei nodi



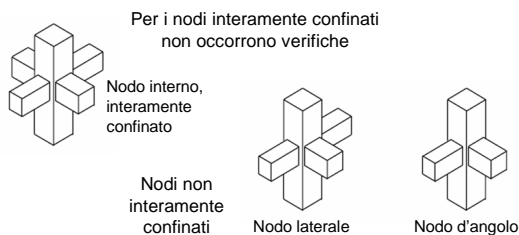
## Danneggiamento del nodo per azioni cicliche



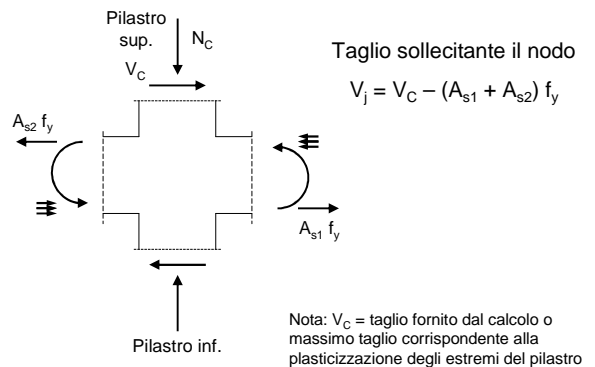
## Confinamento dei nodi

### Nodi interamente confinati

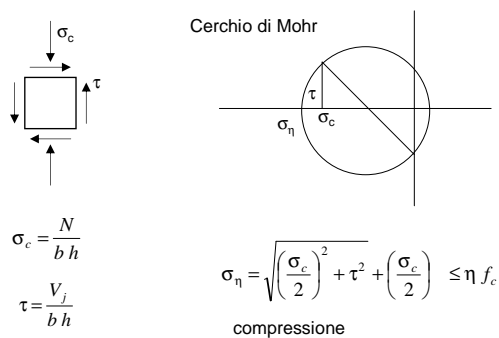
- In ognuna delle 4 facce si innestano travi
- Le travi sono sovrapposte ai pilastri per almeno  $\frac{3}{4}$  della larghezza del pilastro (e tra loro per  $\frac{3}{4}$  dell'altezza)



## Azione tagliante nel nodo



## Verifica del nodo compressione - in assenza di specifiche armature



## Verifica del nodo compressione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c \quad \text{compressione}$$

con semplici passaggi (vedi file Nodo.pdf)

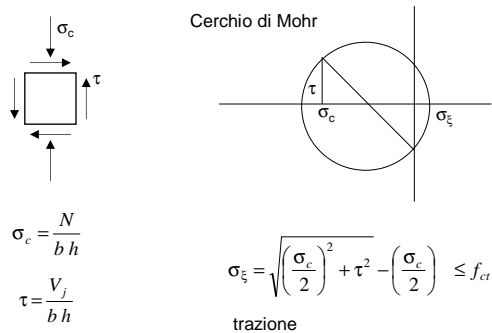
$$\tau \leq \eta f_c \sqrt{1 - \frac{\sigma_c}{\eta f_c}}$$

ovvero NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$V_j \leq \eta f_c b h \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c} \quad \eta = \alpha_j \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \quad \begin{array}{ll} \alpha_j = 0.60 & \text{nodo interno} \\ \alpha_j = 0.48 & \text{nodo esterno} \end{array}$$

### Verifica del nodo trazione - in assenza di specifiche armature



### Verifica del nodo trazione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_s = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

si può ottenere

$$\tau \leq f_{ct} \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{f_{ct}}}$$

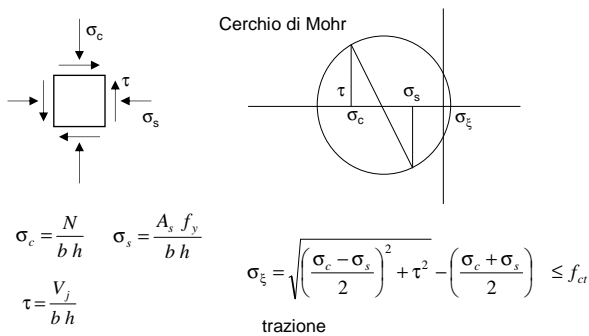
ovvero

$$V_j \leq f_{ct} b h \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} \quad \text{NTC 08}$$

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c} \quad \text{OPCM 3431}$$

### Verifica del nodo trazione - in presenza di armature orizzontali



### Verifica del nodo trazione - in presenza di armature orizzontali

$$\sigma_s = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \sqrt{(f_{ct} + \sigma_c)(f_{ct} + \sigma_s)} \quad \text{per verifica}$$

$$\sigma_s \geq \frac{\tau^2}{f_{ct} + \sigma_c} - f_{ct} \quad \text{per progetto armatura}$$

ovvero  
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$\frac{A_s f_y}{b h} \geq \frac{(V / b h)^2}{f_{ct} + v f_c} - f_{ct}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c}$$

### Esempio verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	V <sub>Ed</sub> max (kN)	N <sub>Ed</sub>	σ <sub>c</sub>	σ <sub>s</sub> /f <sub>y</sub>	A <sub>s1</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s</sub> f <sub>y</sub> (kN)	V <sub>j</sub> (kN)
11	6	66.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	118.23
11	5	110.60	49.17	289.0	3.200	0.568	3.08	107.80	106.06
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.952	3.08	107.80	88.36
11	3	199.09	109.61	679.2	4.815	0.955	3.08	107.80	45.62
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.960	3.08	107.80	53.94
11	1	264.03	241.14	877.4	4.874	0.965	3.08	107.80	133.34

Nodo di estremità sezione pilastro 30x30

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y \quad \text{MIN} \quad F = 3.08 \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 107.80 \text{ kN}$$

$$\quad \quad \quad \text{MAX} \quad F = 3.08 \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 155.23 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |66.87 - 155.23| = 88.36 \text{ kN}$$

### Esempio verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	V <sub>Ed</sub> max (kN)	N <sub>Ed</sub>	σ <sub>c</sub>	σ <sub>s</sub> /f <sub>y</sub>	A <sub>s1</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s</sub> f <sub>y</sub> (kN)	V <sub>j</sub> (kN)
11	6	66.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	118.23
11	5	110.60	49.17	289.0	3.200	0.568	3.08	107.80	106.06
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.952	3.08	107.80	88.36
11	3	199.09	109.61	679.2	4.815	0.955	3.08	107.80	45.62
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.960	3.08	107.80	53.94
11	1	264.03	241.14	877.4	4.874	0.965	3.08	107.80	133.34

Nodo di estremità sezione pilastro 30x60

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y \quad \text{MIN} \quad F = 3.08 \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 107.80 \text{ kN}$$

$$\quad \quad \quad \text{MAX} \quad F = 3.08 \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 155.23 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |241.14 - 107.80| = 133.34 \text{ kN}$$

## Esempio verifica di alcuni nodi

pilastro:	piano:	taglio (kN)	V <sub>Ed</sub> max (kN)	N <sub>q</sub>	σ <sub>c</sub>	η/γ	As1 (cm <sup>2</sup> )	As f <sub>y</sub> (kN)	V <sub>j</sub> (kN)	V/R com (kN)	V/R tra (kN)	
dir x												
11	6	65.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	155.23	118.23	314.77	113.08 no
11	5	110.60	49.17	289.0	3.200	0.568	3.08	107.80	155.23	106.06	244.54	142.79 ok
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.852	3.08	107.80	155.23	88.36	143.25	167.31 ok
11	3	199.09	109.61	578.2	4.818	0.855	3.08	107.80	155.23	45.62	206.06	223.43 ok
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.860	3.08	107.80	155.23	53.94	266.06	279.90 ok
11	1	284.03	241.14	877.4	4.874	0.865	3.08	107.80	155.23	133.34	323.15	397.95 ok

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

$$\sigma_c = \frac{N}{b h} = \frac{877.4}{30 \times 60} \times 10^1 = 4.87 \text{ MPa} \quad \eta = 0.48 \times \left(1 - \frac{28}{250}\right) = 0.426$$

$$V_{jR,com} = \eta f_c b h_{jc} \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}} =$$

$$= 0.426 \times 13.22 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 - \frac{4.87}{0.426 \times 13.22}} = 323.15 \text{ kN}$$

## Esempio verifica di alcuni nodi

pilastro:	piano:	taglio (kN)	V <sub>Ed</sub> max (kN)	N <sub>q</sub>	σ <sub>c</sub>	η/γ	As1 (cm <sup>2</sup> )	As f <sub>y</sub> (kN)	V <sub>j</sub> (kN)	V/R com (kN)	V/R tra (kN)	
dir x												
11	6	65.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	155.23	118.23	314.77	113.08 no
11	5	110.60	49.17	289.0	3.200	0.568	3.08	107.80	155.23	106.06	244.54	142.79 ok
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.852	3.08	107.80	155.23	88.36	143.25	167.31 ok
11	3	199.09	109.61	578.2	4.818	0.855	3.08	107.80	155.23	45.62	206.06	223.43 ok
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.860	3.08	107.80	155.23	53.94	266.06	279.90 ok
11	1	284.03	241.14	877.4	4.874	0.865	3.08	107.80	155.23	133.34	323.15	397.95 ok

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

$$f_{ct} = 0.3 \times \sqrt{13.22} = 1.09 \text{ MPa}$$

$$V_{jR,tra} = f_{ct} b h_{jc} \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}} =$$

$$= 1.09 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 + \frac{4.87}{1.09}} \times 10^{-1} = 397.9 \text{ kN}$$

## Esempio verifica di alcuni nodi

pilastro:	piano:	taglio (kN)	V <sub>Ed</sub> max (kN)	N <sub>q</sub>	σ <sub>c</sub>	η/γ	As1 (cm <sup>2</sup> )	As f <sub>y</sub> (kN)	V <sub>j</sub> (kN)	V/R com (kN)	V/R tra (kN)	
dir x												
11	6	65.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	155.23	118.23	314.77	113.08 no
11	5	110.60	49.17	289.0	3.200	0.568	3.08	107.80	155.23	106.06	244.54	142.79 ok
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.852	3.08	107.80	155.23	88.36	143.25	167.31 ok
11	3	199.09	109.61	578.2	4.818	0.855	3.08	107.80	155.23	45.62	206.06	243.74 ok
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.860	3.08	107.80	155.23	53.94	266.06	320.62 ok
11	1	284.03	241.14	877.4	4.874	0.865	3.08	107.80	155.23	133.34	323.15	397.95 ok
dir y												
17	6	90.14	28.46	50.5	0.551	0.100	3.08	107.80	155.23	126.78	352.96	86.60 no
17	5	127.02	35.96	132.5	1.472	0.261	3.08	107.80	155.23	119.25	319.71	110.36 no
17	4	155.92	43.11	214.5	2.383	0.423	3.08	107.80	155.23	112.12	282.57	126.49 ok
17	3	166.72	49.85	296.5	3.294	0.585	3.08	107.80	155.23	105.39	239.75	144.35 ok
17	2	164.68	56.18	378.5	4.206	0.746	3.08	107.80	155.23	99.05	167.30	150.64 ok
17	1	94.53	68.84	460.5	5.117	0.908	3.08	107.80	155.23	86.39	112.90	171.75 ok
dir y												
1	6	91.30	29.92	68.1	0.734	0.130	3.08	107.80	155.23	125.31	346.88	93.13 no
1	5	130.40	38.74	163.7	1.819	0.323	3.08	107.80	155.23	116.49	306.11	117.59 ok
1	4	160.66	47.01	261.3	2.903	0.515	3.08	107.80	155.23	108.23	259.00	137.77 ok
1	3	174.05	54.70	358.9	3.988	0.708	3.08	107.80	155.23	100.53	201.15	155.35 ok
1	2	158.93	66.56	456.5	5.072	0.900	3.08	107.80	155.23	86.67	117.63	171.13 ok
1	1	198.72	107.48	556.4	4.837	0.823	3.08	107.80	155.23	47.75	227.81	238.96 ok

## Verifica dei nodi conclusione

Alcuni nodi non sono verificati per  $a_g = 0.25 g$ ,  
ma di poco e solo ai piani alti (per N basso)

Il fatto che i nodi non stiano male probabilmente  
dipende dal fatto che:

- La resistenza a flessione dei pilastri non è molto alta  
(e questo limita il taglio nei pilastri)
- Anche la resistenza a flessione delle travi non è  
molto alta (e questo riduce la loro azione sui nodi)

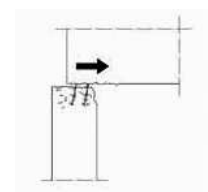
Nota: si sarebbe dovuto tener conto anche della variazione di  
sforzo normale nei nodi

## Scorrimento tra testa pilastro e nodo

## Scorrimento pilastro-nodo



Sicilia 1990,  
terremoto di  
Santa Lucia,  
Augusta



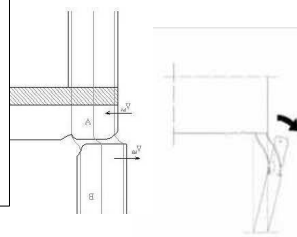
Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

## Scorrimento pilastro-nodo



Irpinia 1980,  
Lioni; Edificio del  
Banco di Napoli

Foto A. Ghersi



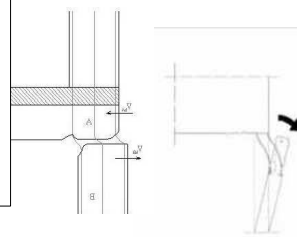
Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

## Scorrimento pilastro-nodo



Irpinia 1980,  
Lioni; Edificio del  
Banco di Napoli

Foto A. Ghersi



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

## Verifica di scorrimento pilastro-nodo

- Non esistono molte indicazioni a riguardo
- Solo l'Eurocodice 8, parte 1 (punto 5.5.3.4.4) parla di verifica di scorrimento tra parete e impalcato; le formule proposte possono estendersi, con opportune modifiche, anche al caso in esame

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle barre verticali      Resistenza per attrito

Resistenza di eventuali barre inclinate

## Verifica di scorrimento pilastro-nodo

$$V_{dd} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,3 \times \sum A_{sj} \times \sqrt{f_{cd} \times f_{yd}} \\ 0,25 \times f_{yd} \times \sum A_{sj} \end{array} \right.$$

$$V_{id} = \min \left\{ \begin{array}{l} \mu_t \times [(\sum A_{sj} \times f_{yd} + N_{Ed}) \times \xi + M_{Ed}/z] \\ 0,5 \eta \times f_{cd} \times \xi \times l_w \times b_{w0} \end{array} \right.$$

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle barre verticali      Resistenza per attrito

Resistenza di eventuali barre inclinate

## Esempio verifica scorrimento

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nd	Vdd 1	Vdd 2	ξ	Vid 1	Vid 2	VRdS
dir x										
11	6	65.97	37.01	144.0						
11	5	110.60	49.17	288.0						
11	4	133.99	66.67	432.0						
11	3	199.09	109.51	576.2						
11	2	242.24	161.74	726.7						
11	1	264.03	241.14	877.4						
dir y										
17	6	30.14	26.46	50.5	37.31	34.42	1.57	91.29	16.61	51.03 ok
17	5	127.02	36.98	132.5	37.31	34.42	4.12	130.23	43.59	79.00 ok
17	4	155.92	43.11	214.5	37.31	34.42	6.68	176.36	70.55	104.97 ok
17	3	166.72	49.95	296.5	37.31	34.42	9.23	229.68	97.52	131.94 ok
17	2	164.66	56.10	379.5	37.31	34.42	11.76	290.16	124.48	159.91 ok
17	1	94.53	68.84	460.5	50.78	46.85	14.33	302.23	151.45	198.30 ok
dir y										
1	6	91.30	29.92	66.1						
1	5	130.40	36.74	163.7						
1	4	160.66	47.01	261.3						
1	3	174.05	54.70	359.9						
1	2	159.93	63.56	456.5						
1	1	198.72	107.48	556.4						

Nota: N (e quindi V<sub>id</sub>) si può ridurre anche di molto per effetto del sisma