

Corso di formazione e aggiornamento professionale

Analisi e adeguamento sismico  
di edifici in c.a. ed in muratura

Valutazione della sicurezza, verifica sismica  
e interventi su edifici esistenti in c.a.

4 - Rottura "duttile". Controllo in termini di deformazioni

Messina

13 aprile 2012

Aurelio Gheresi

# Analisi lineare con forze non ridotte e analisi statica non lineare

- La prima è un'approssimazione della seconda (ed ha limiti di applicabilità)
- L'una e l'altra consentono di valutare il comportamento della struttura al crescere dell'azione sismica ed a valutare quando si raggiungono i limiti corrispondenti allo SL di interesse
- Se la struttura ha collasso fragile per accelerazioni non elevate, il suo comportamento può (deve?) essere valutato con analisi lineare

		Modello Lineare		Modello Non Lineare	
		Domanda	Capacità	Domanda	Capacità
Tipo di elemento o meccanismo (e/m)	Duttile / Fragile	Accettazione del Modello Lineare (ML) (per il controllo dei valori di $\rho_i = D_i/C_i$ )		Dall'analisi. Usare i valori medi nel modello.	In termini di deformazione. Usare i valori medi <u>divisi</u> per il FC.
		Dall'analisi. Usare i valori medi dei moduli nel modello.	In termini di resistenza. Usare i valori medi.		
		Verifiche (se il ML è accettato)			
	Duttile	Dall'analisi.	In termini di deformazione. Usare i valori medi <u>divisi</u> per il FC.		
	Fragile	Verifiche (se il ML è accettato)			In termini di resistenza. Usare i valori medi <u>divisi</u> per il FC e per il coefficiente parziale.
Se $\rho_i \leq 1$ , dall'analisi.		In termini di resistenza. Usare i valori medi <u>divisi</u> per il FC e per il coefficiente parziale.			
Se $\rho_i > 1$ , dall'equilibrio con la resistenza degli e/m duttili. Usare i valori medi <u>moltiplicati</u> per FC.					

# Controllo in termini di deformazioni

Cosa significa ?

- Durante il terremoto la struttura v  in campo plastico
  - Le caratteristiche di sollecitazioni non possono crescere oltre un certo limite
  - Si hanno deformazioni plastiche; la rottura avviene per superamento della deformazione plastica (rotazione delle cerniere plastiche)
- Occorre prevedere e controllare l'entit  delle deformazioni plastiche

# Controllo in termini di deformazioni

## problemi di base

Problemi concettuali:

- Scelta di modelli per il legame costitutivo del materiale
- Definizione dell'ampiezza della cerniera plastica
- Valutazione corretta del comportamento in 3D (interazione  $N-M_x-M_y$  e relative curvature)

# Controllo in termini di deformazioni

## problemi di base

### Problemi operativi:

- Solo l'analisi dinamica non lineare fornisce le rotazioni plastiche per un dato sisma; ma:
  - quali e quanti accelerogrammi usare ?
- Una analisi statica non lineare fornisce rotazioni plastiche; ma queste:
  - corrispondono a quelle ottenute dall'analisi dinamica ?
  - e a quale valore di  $a_g$  corrispondono ?
- Una analisi lineare (modale) non fornisce rotazioni plastiche; come fare a prevederle ?

# Controllo in termini di deformazioni considerazioni

- Le travi hanno molto spesso una buona duttilità, anche se non progettate espressamente per questo

Problemi per:

- Strutture irregolari (campate molto corte, schemi con forti rotazioni planimetriche) perché portano alla plasticizzazione precoce di qualche elemento
- Sezioni sottodimensionate con armatura tesa molto forte e armatura compressa quasi inesistente
- Sezioni non ben armate per carichi verticali
- Difetti di esecuzione e deterioramento nel tempo

Se non si verificano queste condizioni le travi potrebbero non dare problemi di duttilità

# Controllo in termini di deformazioni considerazioni

- I pilastri possono essere più o meno resistenti a flessione e duttili, in funzione dell'armatura disposta e del valore dello sforzo normale

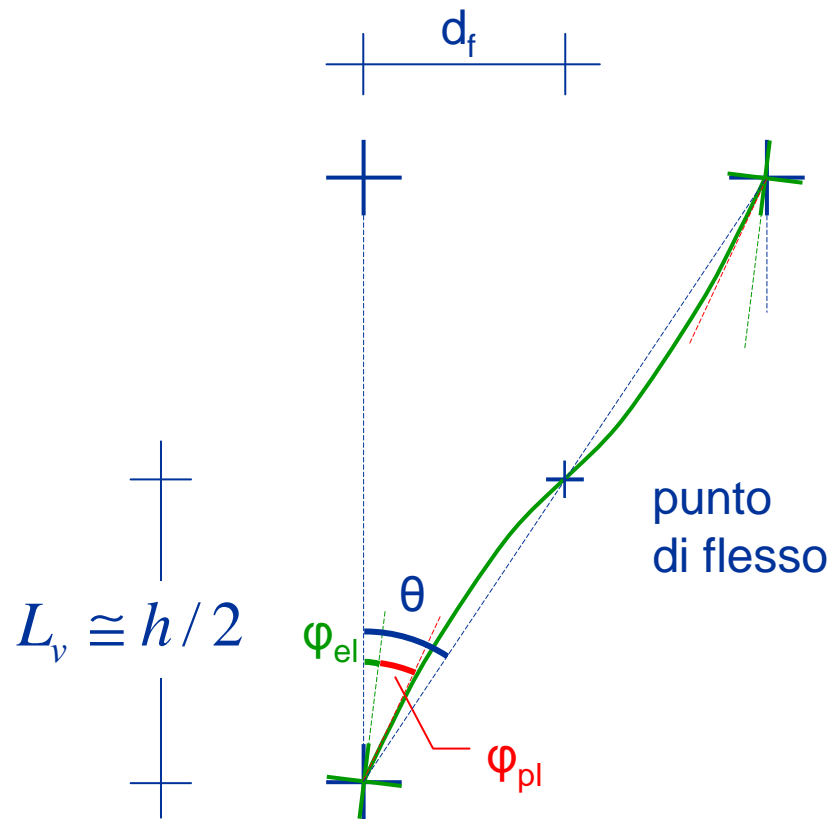
Problemi particolari per:

- Strutture irregolari (pilastri molto corte, schemi con forti rotazioni planimetriche) perché portano alla plasticizzazione precoce di qualche elemento
- Pilastri con tensione media molto elevata
- Pilastri con armatura longitudinale molto bassa
- Difetti di esecuzione e deterioramento nel tempo

È opportuno concentrarsi soprattutto sui pilastri nella verifica di duttilità



# Deformazioni dei pilastri



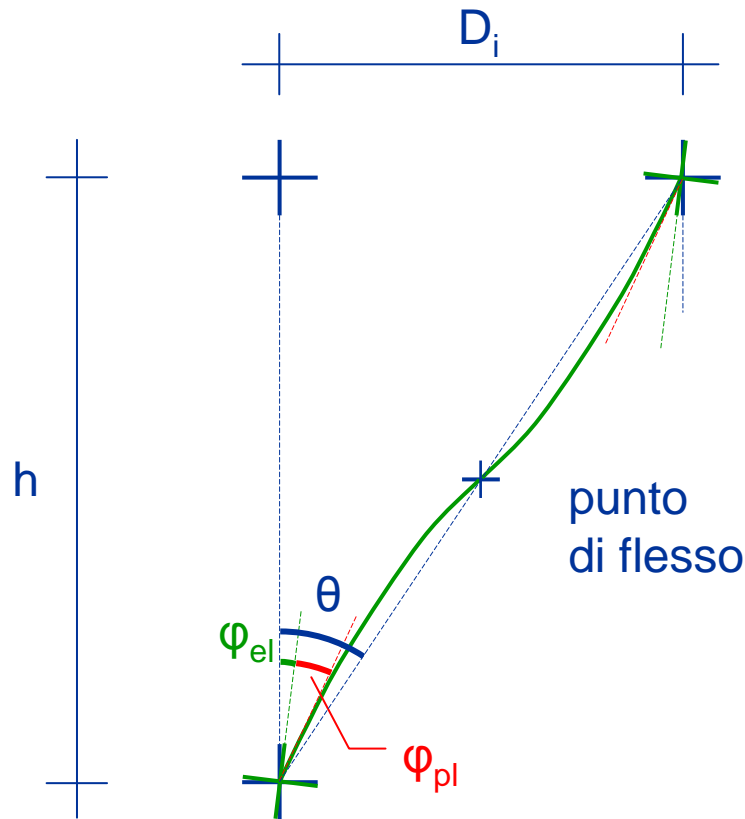
$\varphi_{el}$  rotazione elastica del nodo

$\varphi_{pl}$  rotazione della cerniera plastica

$\theta$  rotazione rispetto alla corda

$$\theta = \frac{d_f}{L_v} \cong \frac{d_f}{h/2}$$

# Deformazioni dei pilastri



Se la situazione è uguale  
in testa e al piede

$$\theta = \frac{D_i}{h}$$

$$D_i = \theta h$$

$\theta$  rotazione rispetto  
alla corda

$$\theta = \frac{d_f}{L_v} \cong \frac{d_f}{h/2}$$

# Rotazione alla corda

- Valore limite della rotazione alla corda a collasso (CO, ovvero SLC):

Può essere calcolato partendo dalla rotazione della cerniera plastica

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} \left( \theta_y + (\phi_u - \phi_y) L_{pl} \left( 1 - \frac{0,5L_{pl}}{L_V} \right) \right)$$

Non è molto agevole utilizzarla, per la complessità nel determinare la rotazione ultima della cerniera plastica

# Rotazione alla corda

- Valore limite della rotazione alla corda a collasso (CO, ovvero SLC)

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

- Moltiplicare per 0.85 negli elementi non dotati di adeguati dettagli antisismici
  - Moltiplicare per 0.75 in presenza di barre lisce o ancoraggi non sufficienti
- Valore limite per DS (SLV):  
moltiplicare per 0.75

# Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega)}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

$\gamma_{el} = 1.5$  per gli elementi primari

$$\frac{1}{\gamma_{el}} = 0.6667$$

# Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

$$f_c = \frac{f_{cm}}{FC} = \frac{28}{1,2} = 23,33 \text{ MPa}$$

$$v = \frac{N}{A_c f_c} = \frac{400 \times 10^3}{900 \times 10^2 \times 23,33} = 0,1905$$

$$0,3^v = 0,7951$$

# Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0.225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

$$\omega = \frac{A_s}{b h} \frac{f_y}{f_c} \quad \omega' = \frac{A'_s}{b h} \frac{f_y}{f_c} \quad \text{per pilastri } \omega = \omega'$$

$$\left[ \frac{\max(0.01, \omega')}{\max(0.01, \omega)} f_c \right]^{0.225} = 23.33^{0.225} = 2.0314$$

# Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

$$L_v = 160 \text{ cm}$$

luce di taglio = distanza dal punto di flesso

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$\left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} = \left( \frac{160}{30} \right)^{0,35} = 1.7966$$



# Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

Contributo delle staffe: per staffatura modesta viene circa 1

Più precisamente, in questo caso, 1.0057 - lo trascuro

Contributo di ferri piegati - non ce ne sono

# Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

Quindi, per DS (SLV):

$$\begin{aligned} \theta_{u(DS)} &= 0.75 \times 0.85 \times 0.6667 \times 0.0160 \times 0.7951 \times 2.0314 \times 1.7966 = \\ &= 0.0197 \end{aligned}$$

# Spostamento relativo limite di interpiano

- Se le rotazioni alla corda in testa e al piede del pilastro sono uguali e se si trascura la rotazione dei nodi si ha:

$$u_{rel} = \theta_{u,DS} \times 2 L_v = \theta_{u,DS} \times h_p$$

Nell'esempio:

$$u_{rel} = 0.0197 \times 3200 = 63.1 \text{ mm}$$

Nota: forse si poteva considerare, cautelativamente, l'altezza netta (2700 mm); questo in particolare se il programma di calcolo considera tratti rigidi agli estremi delle aste

# Spostamento relativo limite di interpiano

- Lo spostamento limite dipende dallo sforzo normale, che varia per effetto del sisma

pilastro	piano	Nq	b	h	spo u per Nq	ag 0.1	ag 0.2	ag 0.3	ag 0.4
1	6	66.1	30	30	76.46	75.86	75.26	74.67	74.08
1	5	163.7	30	30	72.30	70.18	68.12	66.12	64.18
1	4	261.3	30	30	68.37	64.29	60.45	56.84	53.45
1	3	358.9	30	30	64.65	58.57	53.07	48.09	43.57
1	2	456.5	30	30	61.13	53.25	46.39	40.41	35.21
1	1	556.4	40	30	62.52	54.87	48.15	42.26	37.09

Considerando il sisma nel verso peggiore si ha sempre una riduzione di spostamento limite

# Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

pilastro	piano
1	6
1	5
1	4
1	3
1	2
1	1
2	6
2	5
2	4
2	3
2	2
2	1
3	6
3	5
3	4
3	3
3	2
3	1

Nq	b	h	spo u per Nq	ag 0.1	ag 0.2	ag 0.3	ag 0.4
66.1	30	30	76.46	75.86	75.26	74.67	74.08
163.7	30	30	72.30	70.18	68.12	66.12	64.18
261.3	30	30	68.37	64.29	60.45	56.84	53.45
358.9	30	30	64.65	58.57	53.07	48.09	43.57
456.5	30	30	61.13	53.25	46.39	40.41	35.21
556.4	40	30	62.52	54.87	48.15	42.26	37.09
108.0	30	30	74.65	74.42	74.19	73.96	73.74
244.0	30	30	69.05	68.75	68.46	68.17	67.88
380.0	30	30	63.87	63.43	62.99	62.55	62.11
518.2	30	40	57.47	57.14	56.82	56.50	56.18
658.7	30	50	52.95	52.64	52.33	52.02	51.71
801.4	30	60	49.52	48.91	48.30	47.71	47.12
108.0	30	30	74.65	74.43	74.21	74.00	73.78
244.0	30	30	69.05	68.75	68.45	68.16	67.86
380.0	30	30	63.87	63.37	62.88	62.40	61.91
518.2	30	40	57.47	56.89	56.31	55.74	55.18
658.7	30	50	52.95	52.39	51.83	51.28	50.74
801.4	30	60	49.52	49.00	48.48	47.97	47.46

Lo  
spostamento  
limite del  
piano è  
quello del  
pilastro che  
ha un limite  
più basso

6
5
4
3
2
1

spo u min	spo u min	spo u min	spo u min	spo u min
73.12	72.78	72.45	72.11	71.78
67.33	66.26	64.97	63.02	61.13
61.99	60.02	56.40	53.00	49.80
56.00	53.09	48.89	44.20	39.95
51.72	48.05	43.60	39.56	35.21
48.45	44.42	39.84	35.74	32.05

# Analisi lineare

Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09

# Analisi lineare

- Si ipotizza che gli spostamenti reali per un qualsiasi  $a_g$  siano uguali a quelli forniti dall'analisi lineare
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

# Analisi lineare

Nota:

- La previsione dello spostamento in testa con l'analisi lineare è abbastanza accettabile
- Quello che può cambiare molto, e non è colto dall'analisi lineare, è la variazione della deformata al progredire della plasticizzazione:  
se si forma un meccanismo di piano lo spostamento si concentra tutto a quel piano, con valori molto maggiori di quelli previsti dall'analisi lineare

Per questo motivo occorre verificare l'applicabilità dell'analisi lineare



# Applicabilità dell'analisi lineare (1)

- Calcolare per tutte le sezioni il momento resistente (con valori medi di  $f_c$  e  $f_y$  - non divisi per il fattore di confidenza né per il coefficiente parziale di sicurezza)  
 $C$  = capacità
- Per un assegnato  $a_g$  calcolare il momento sollecitante  
 $D$  = domanda
- Calcolare il rapporto  $\rho = D / C$

# Applicabilità dell'analisi lineare (2)

- Esaminare tutte le sezioni in cui  $\rho > 2$ ; tra queste:
  - Trovare il minimo  $\rho_{\min}$
  - Trovare il massimo  $\rho_{\max}$
  - Calcolare il rapporto  $\rho_{\max} / \rho_{\min}$
- L'analisi è applicabile se  $\rho_{\max} / \rho_{\min} \leq 2.5$

Si può trovare il valore massimo di  $a_g$  per il quale l'analisi è applicabile

# Applicabilità dell'analisi lineare

					min	2.001
					max	3.871
					rapp	1.535
		X		ag		
				0.150		
pilastro	piano	Msisma	Mres	M(ag)		$\rho$
1	6	359.68	30.15	53.95	1.79	
1	5	617.84	41.27	92.68	2.25	2.246
1	4	813.76	51.13	122.06	2.39	2.387
1	3	739.76	59.72	110.96	1.86	
1	2	701.32	73.02	105.20	1.44	
1	1	610.92	97.52	91.64	0.94	elastico
2	6	522.36	35.08	78.35	2.23	2.234
2	5	862.80	49.48	129.42	2.62	2.616
2	4	1053.92	61.40	158.09	2.57	2.575
2	3	1705.36	113.17	255.80	2.26	2.260
2	2	2065.80	169.60	309.87	1.83	
2	1	2890.52	236.96	433.58	1.83	
3	6	527.16	35.08	79.07	2.25	2.254
3	5	866.32	49.48	129.95	2.63	2.627
3	4	1062.32	61.40	159.35	2.60	2.595
3	3	1786.56	113.17	267.98	2.37	2.368
3	2	2262.52	169.60	339.38	2.00	2.001
3	1	2986.04	236.96	447.91	1.89	

basso

					min	2.009
					max	5.119
					rapp	2.548
		X		ag		
				0.250		
pilastro	piano	Msisma	Mres	M(ag)		$\rho$
1	6	359.68	30.15	89.92	2.98	2.982
1	5	617.84	41.27	154.46	3.74	3.743
1	4	813.76	51.13	203.44	3.98	3.979
1	3	739.76	59.72	184.94	3.10	3.097
1	2	701.32	73.02	175.33	2.40	2.401
1	1	610.92	97.52	152.73	1.57	
2	6	522.36	35.08	130.59	3.72	3.723
2	5	862.80	49.48	215.70	4.36	4.360
2	4	1053.92	61.40	263.48	4.29	4.291
2	3	1705.36	113.17	426.34	3.77	3.767
2	2	2065.80	169.60	516.45	3.05	3.045
2	1	2890.52	236.96	722.63	3.05	3.050
3	6	527.16	35.08	131.79	3.76	3.757
3	5	866.32	49.48	216.58	4.38	4.378
3	4	1062.32	61.40	265.58	4.33	4.325
3	3	1786.56	113.17	446.64	3.95	3.947
3	2	2262.52	169.60	565.63	3.34	3.335
3	1	2986.04	236.96	746.51	3.15	3.150

non  
accettabile

# Applicabilità dell'analisi lineare

					min	2.024
					max	5.006
					rapp	2.473
		<b>X</b>		<b>ag</b>		
				0.245		
pilastro	piano	Msisma	Mres	M(ag)		$\rho$
1	6	359.68	30.15	87.94	2.92	2.916
1	5	617.84	41.27	151.06	3.66	3.661
1	4	813.76	51.13	198.96	3.89	3.891
1	3	739.76	59.72	180.87	3.03	3.029
1	2	701.32	73.02	171.47	2.35	2.348
1	1	610.92	97.52	149.37	1.53	
2	6	522.36	35.08	127.72	3.64	3.641
2	5	862.80	49.48	210.95	4.26	4.264
2	4	1053.92	61.40	257.68	4.20	4.197
2	3	1705.36	113.17	416.96	3.68	3.684
2	2	2065.80	169.60	505.09	2.98	2.978
2	1	2890.52	236.96	706.73	2.98	2.982
3	6	527.16	35.08	128.89	3.67	3.675
3	5	866.32	49.48	211.82	4.28	4.281
3	4	1062.32	61.40	259.74	4.23	4.230
3	3	1786.56	113.17	436.81	3.86	3.860
3	2	2262.52	169.60	553.19	3.26	3.262
3	1	2986.04	236.96	730.09	3.08	3.081

					min	2.603	
					max	5.539	
					rapp	2.128	ok
		<b>Y</b>		<b>ag</b>			
				0.211			
pilastro	piano	Msisma	Mres	M(ag)		$\rho$	
17	6	627.48	28.26	132.46	4.69	4.687	
17	5	842.12	37.85	177.77	4.70	4.697	
17	4	1016.96	46.56	214.68	4.61	4.611	
17	3	1084.44	54.38	228.93	4.21	4.210	
17	2	1106.48	61.29	233.58	3.81	3.811	
17	1	694.12	73.29	146.53	2.00		
9	6	879.76	33.53	185.72	5.54	5.539	
9	5	1235.64	47.88	260.84	5.45	5.448	
9	4	1516.80	59.87	320.20	5.35	5.348	
9	3	1499.84	75.44	316.62	4.20	4.197	
9	2	2479.64	123.94	523.45	4.22	4.223	
9	1	2831.56	182.96	597.74	3.27	3.267	
1	6	631.00	30.15	133.20	4.42	4.417	
1	5	861.72	41.27	181.91	4.41	4.408	
1	4	1046.00	51.13	220.81	4.32	4.318	
1	3	1135.32	59.72	239.67	4.01	4.013	
1	2	1037.20	73.02	218.95	3.00	2.998	
1	1	1537.20	117.07	324.50	2.77	2.772	

# Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

direzione x		per $a_g = 1 \text{ g}$
trasverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	477.128	56.664
5	430.420	94.344
4	347.128	118.368
3	235.832	101.952
2	135.448	87.560
1	47.996	47.996

spostamento relativo limite per rotazione corda					
	$a_g$	$a_g$	$a_g$	$a_g$	$a_g$
per $N_q$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.408
73.12	72.78	72.45	72.11	71.78	71.91
67.33	66.26	64.97	63.02	61.13	61.86
61.99	60.02	56.40	53.00	49.80	51.03
56.00	53.09	48.89	44.20	39.95	41.56
51.72	48.05	43.60	39.56	35.21	37.16
48.45	44.42	39.84	35.74	32.05	33.45

accelerazione sopportabile					
	$a_g$	$a_g$	$a_g$	$a_g$	$a_g$
per $N_q$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.408
1.290	1.284	1.279	1.273	1.267	1.269
0.714	0.702	0.689	0.668	0.648	0.656
0.524	0.507	0.476	0.448	0.421	0.431
0.549	0.521	0.480	0.434	0.392	0.408
0.591	0.549	0.498	0.452	0.402	0.424
1.009	0.925	0.830	0.745	0.668	0.697

La rotazione limite si raggiunge per  
 $a_g = 0.408 \text{ g}$

# Spostamento relativo limite di interpiano - direzione y

direzione y			spostamento relativo limite per rotazione corda					accelerazione sopportabile						
traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)	per Nq	ag 0.1	ag 0.2	ag 0.3	ag 0.4	ag 0.265	per Nq	ag 0.1	ag 0.2	ag 0.3	ag 0.4	ag 0.265
6	747.884	96.268	73.12	72.32	71.53	70.75	69.98	71.39	0.760	0.751	0.743	0.735	0.727	0.742
5	674.448	139.364	67.33	64.92	62.59	60.35	58.19	62.17	0.483	0.466	0.449	0.433	0.418	0.446
4	557.780	168.920	61.99	57.88	54.05	50.47	47.12	53.36	0.367	0.343	0.320	0.299	0.279	0.316
3	403.108	175.460	56.00	51.61	47.57	43.84	39.10	46.85	0.319	0.294	0.271	0.250	0.223	0.267
2	232.224	155.212	51.72	47.17	42.51	35.85	30.24	41.18	0.333	0.304	0.274	0.231	0.195	0.265
1	77.416	77.416	48.45	43.97	39.90	34.24	29.16	39.01	0.626	0.568	0.515	0.442	0.377	0.504

La rotazione limite si raggiunge per  
 $a_g = 0.265 g$

# Conclusioni

per analisi lineare (con  $\rho$ )

- L'analisi mostra che il moltiplicatore di collasso potrebbe arrivare a

$$a_g = 0.265 g$$

raggiunto per sisma in direzione y

L'analisi è però applicabile in tale direzione fino a un valore

$$a_g = 0.211 g$$

che deve quindi ritenersi il limite

# Analisi non lineare (pushover)

Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09



# Pushover

- C'è chi l'ha definita  
"storia di una tentazione"

Devo usare la pushover ...  
Voglio usare la pushover ...  
Una relazione senza  
pushover non vale niente ...



# Pushover

- C'è chi l'ha definita  
"storia di una tentazione"
- C'è chi dice che è  
"il grande dramma di  
suspense dell'anno"



# Pushover



In realtà queste definizioni si riferiscono ad un'altra pushover

... ma forse vanno bene anche per il nostro caso

# Analisi statica non lineare

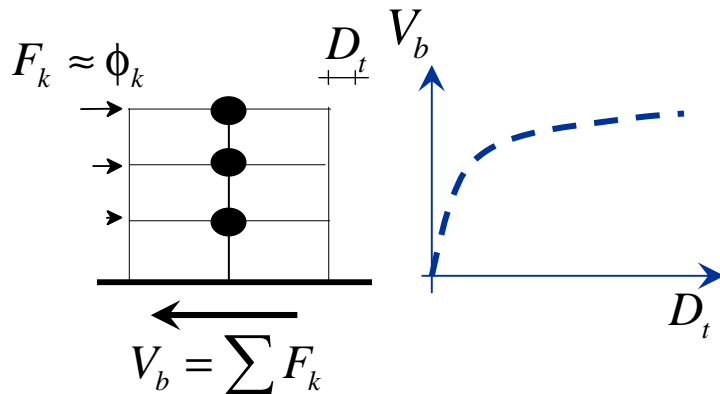
- Si valuta il comportamento non lineare della struttura per forze statiche crescenti
- Si ipotizza che gli spostamenti così ottenuti siano uguali a quelli reali (calcolabili con l'analisi dinamica non lineare)
- È necessario individuare quale sia il valore di  $a_g$  che corrisponde ad un assegnato punto della pushover
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

# Analisi statica non lineare

## determinazione dello spostamento "richiesto"

Multi Degree of Freedom

Telaio MDOF

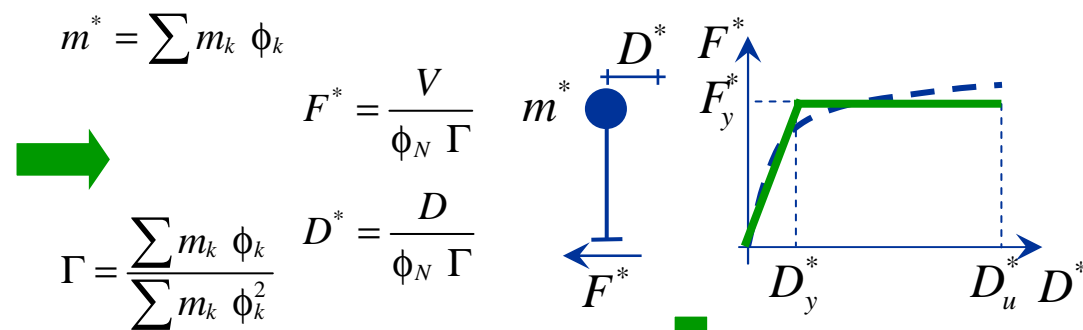


Spostamento richiesto (MDOF)

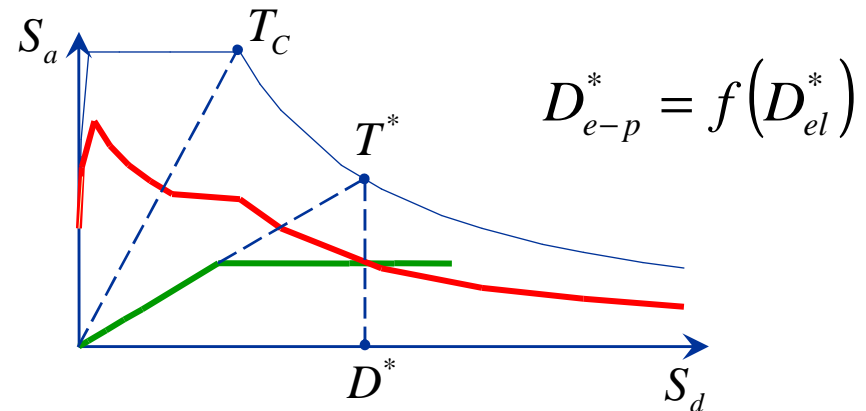
$$D_t = \Gamma D^*$$

Single Degree of Freedom

Sistema SDOF equivalente



Spostamento richiesto (SDOF)



# Proposta alternativa

È veramente necessario passare al sistema SDOF?

Proposta:

determinare lo spostamento richiesto (elasto-plastico) direttamente dallo spostamento (elastico) fornito dall'analisi modale con spettro di risposta del sistema MDOF

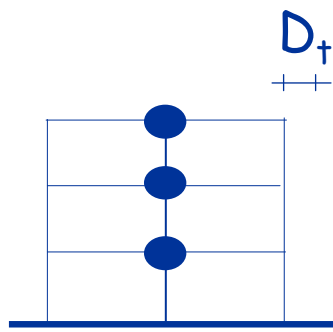
- corretto per tener conto della differenza  $D_{e-p} - D_{el}$
- corretto per tener conto della pendenza iniziale della bilineare

Le stesse correzioni fatte nello SDOF

# Analisi statica non lineare

## 1 - analisi modale

- Analisi modale con spettro di risposta (elastica)



$$a_g = a_g^{rif}$$



$$D_{t,el}^{rif}$$

spostamento in testa  
(el = elastico)

$$V_b^{rif}$$

taglio al piede

$$T^{rif}$$

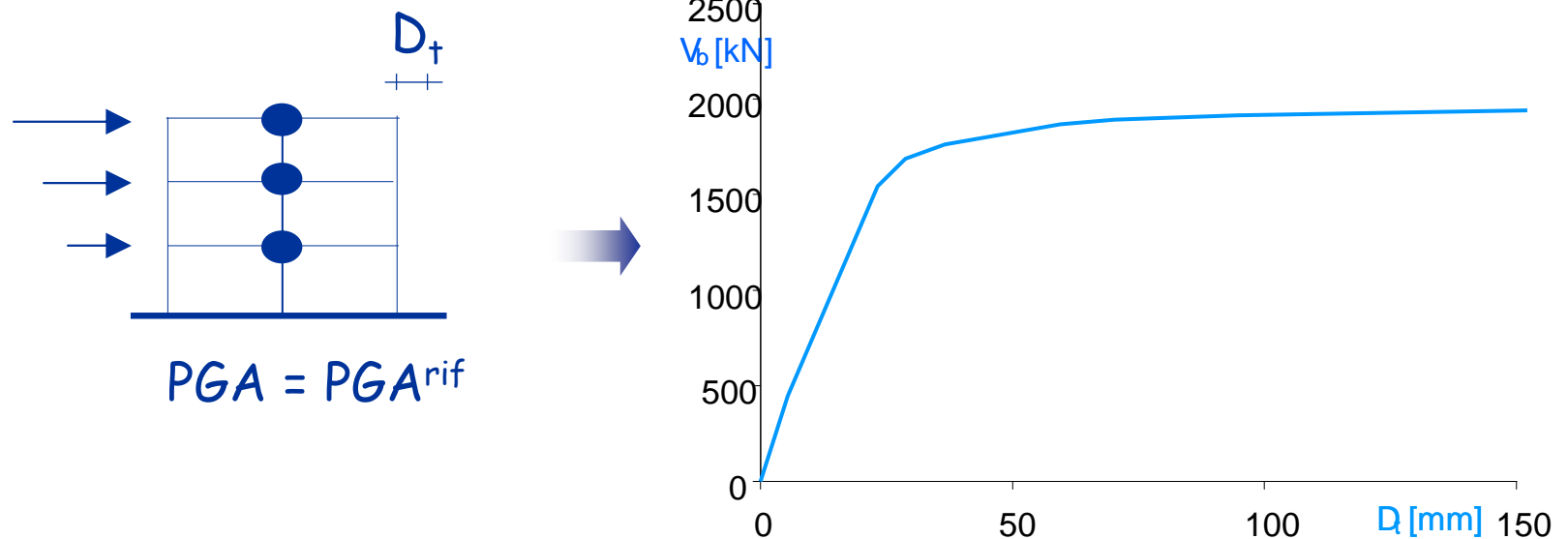
periodo del modo  
predominante

Nota: poiché il modello è elastico lineare,  
gli spostamenti variano linearmente con PGA

# Analisi statica non lineare

## 2 - analisi incrementale (pushover)

- Applicazione di forze crescenti ad uno schema con possibilità di plasticizzazione



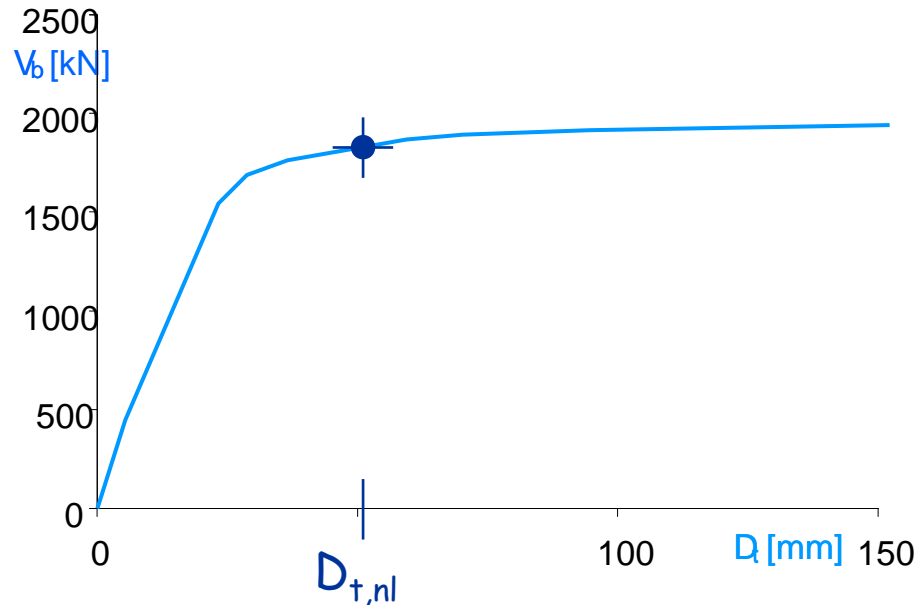
Nota: deve essere fatta due volte,  
con due distribuzioni di forze



# Analisi statica non lineare

## relazione $D_t - a_g$

Quale accelerazione  $a_g$  corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,el}}{D_{t,el}^{rif}}$$



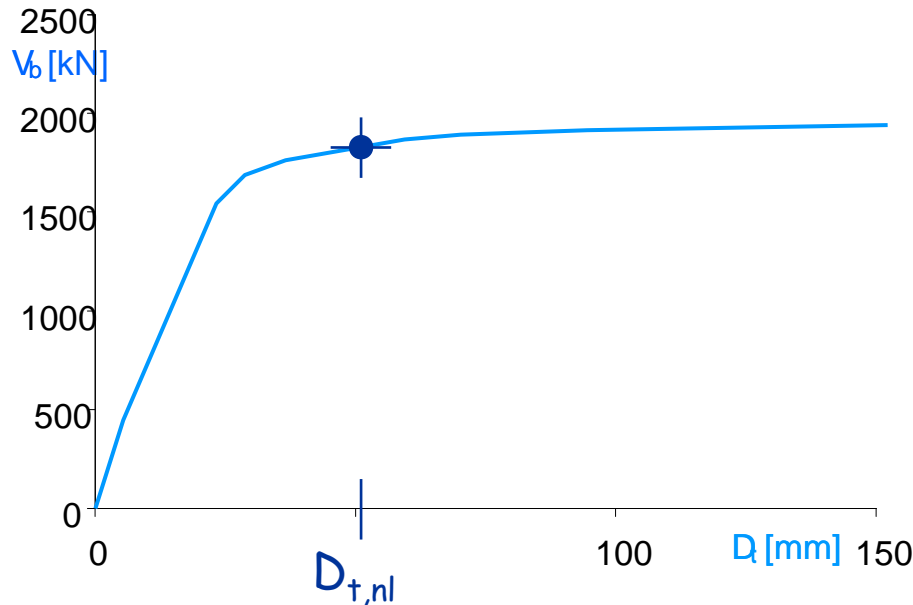
Idea base: uguaglianza di spostamenti

$$D_{t,el} = D_{t,nl}$$

# Analisi statica non lineare

## relazione $D_t - a_g$

Quale accelerazione  $a_g$  corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



Ma in realtà  
questo non è  
esatto

Occorre  
effettuare due  
correzioni

Idea base: uguaglianza di spostamenti

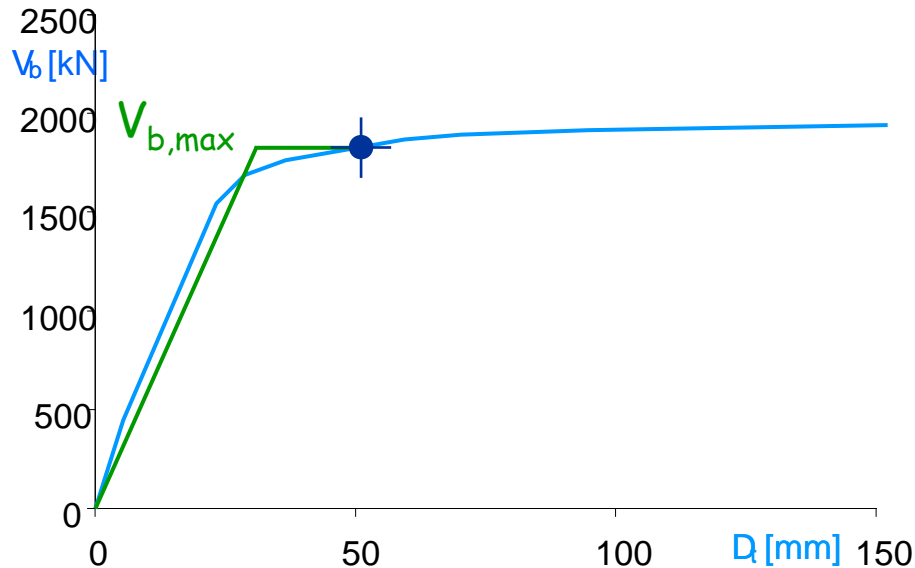
$$D_{t,el} = D_{t,nl}$$

# Analisi statica non lineare

## 3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



Prima possibilità  
(Eurocodice, NTC08)

Uguaglianza del  
valore massimo

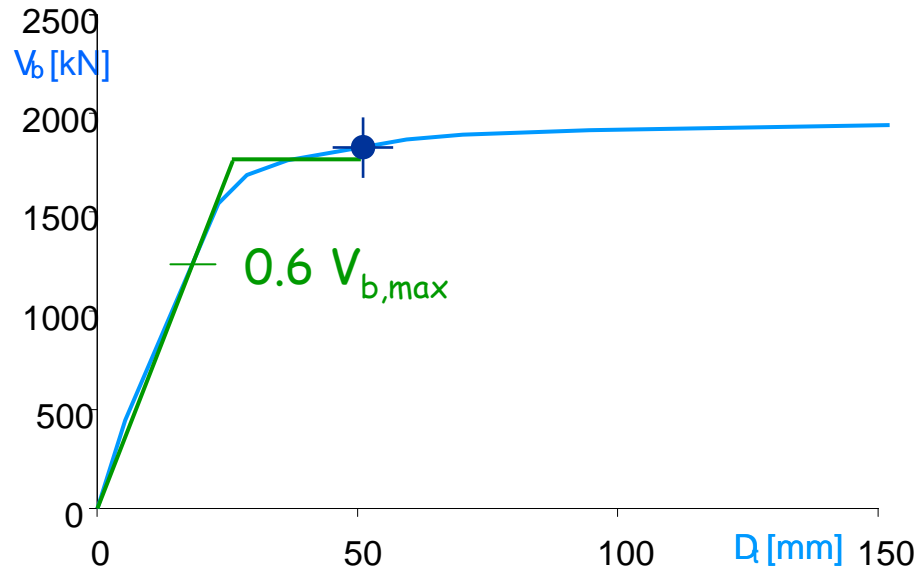
Criterio generale: area sottesa uguale

# Analisi statica non lineare

## 3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



Seconda possibilità  
(Fajfar)

Il tratto lineare  
interseca la curva  
al 60% di  $V_{b,max}$

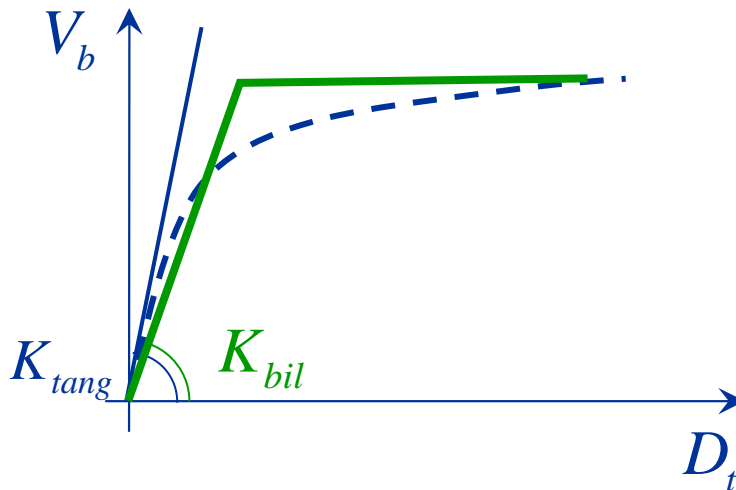
Criterio generale: area sottesa uguale

# Analisi statica non lineare

## 4 - correzione per variazione rigidezza

- La bilinearizzazione comporta una variazione di rigidezza e quindi di periodo

$$T_{tang} = T_1 \text{ (analisi modale)}$$



$$T_{bil} = T_1 \sqrt{\frac{K_{tang}}{K_{bil}}}$$

$$D_{t,tang} = D_{t,bil} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})}$$

- Gli spostamenti si modificano in funzione della variazione di periodo

$$S_{de}(T) = \text{spostamento spettrale}$$

# Spostamento richiesto

## 5 - correzione per spostamento elasto-plastico

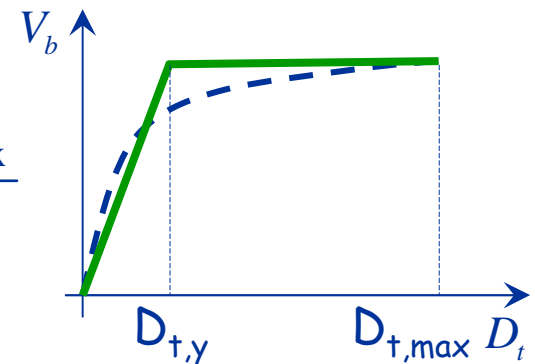
- Lo spostamento di una struttura che vada in campo plastico può essere uguale oppure maggiore di quello di una struttura che rimane in campo elastico
- Si assume:

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \quad T \geq T_c$$

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \frac{1}{\mu} \left[ 1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c$$

Nota: la duttilità  $\mu$  è ricavata dalla bilineare

$$\mu = \frac{D_{t,max}}{D_{t,y}}$$



# Passaggi matematici

(per mio ricordo)

- Dall'articolo di Bosco, Gheresi, Marino, "On the evaluation of seismic response of structures by nonlinear static methods"

$$R_\mu = \mu \quad \text{when } T^* \geq T_C \quad (8a)$$

$$R_\mu = (\mu - 1) \frac{T^*}{T_C} + 1 \quad \text{when } T^* < T_C \quad (8b)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_e)} \quad \text{if } T_e \geq T_C \text{ or } R_\mu \leq 1 \quad (20a)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_e)} \frac{R_\mu}{1 + (R_\mu - 1) T_C / T_e} \quad \text{if } T_e < T_C \text{ and } R_\mu > 1 \quad (20b)$$

$$\frac{1}{\mu} \left[ 1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

# Spostamento richiesto

## 6 - determinazione di $a_g$

- Riunendo le indicazioni precedenti

$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \quad T \geq T_c$$

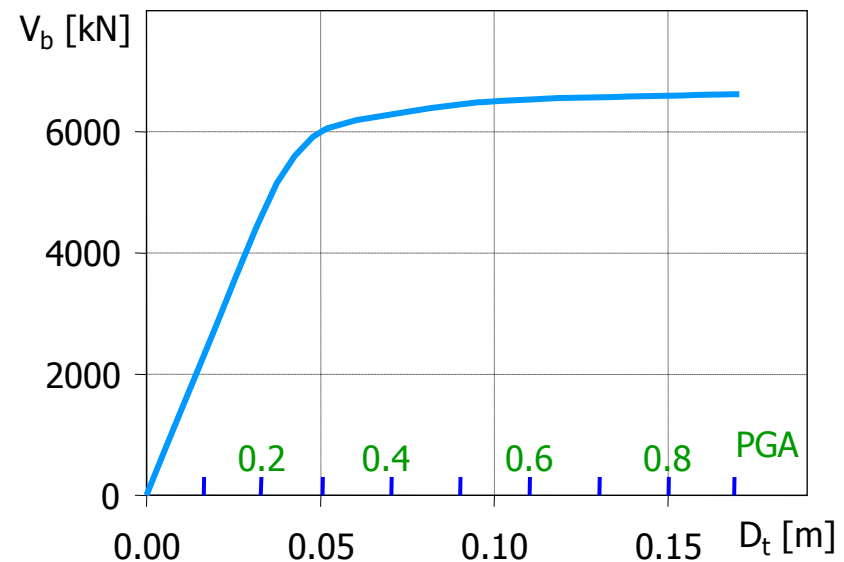
$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \frac{1}{\mu} \left[ 1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c$$



# Relazione spostamenti - PGA

- Con le relazioni precedenti, si può far corrispondere ad ogni spostamento un valore di PGA.

Si può quindi usare una doppia scala di riferimento per le ascisse



# Applicazione alla struttura in esame

## telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover

analisi modale		
ag	Dt [mm]	Vb [kN]
0.25	119.28	2291.83
T	1.064	s

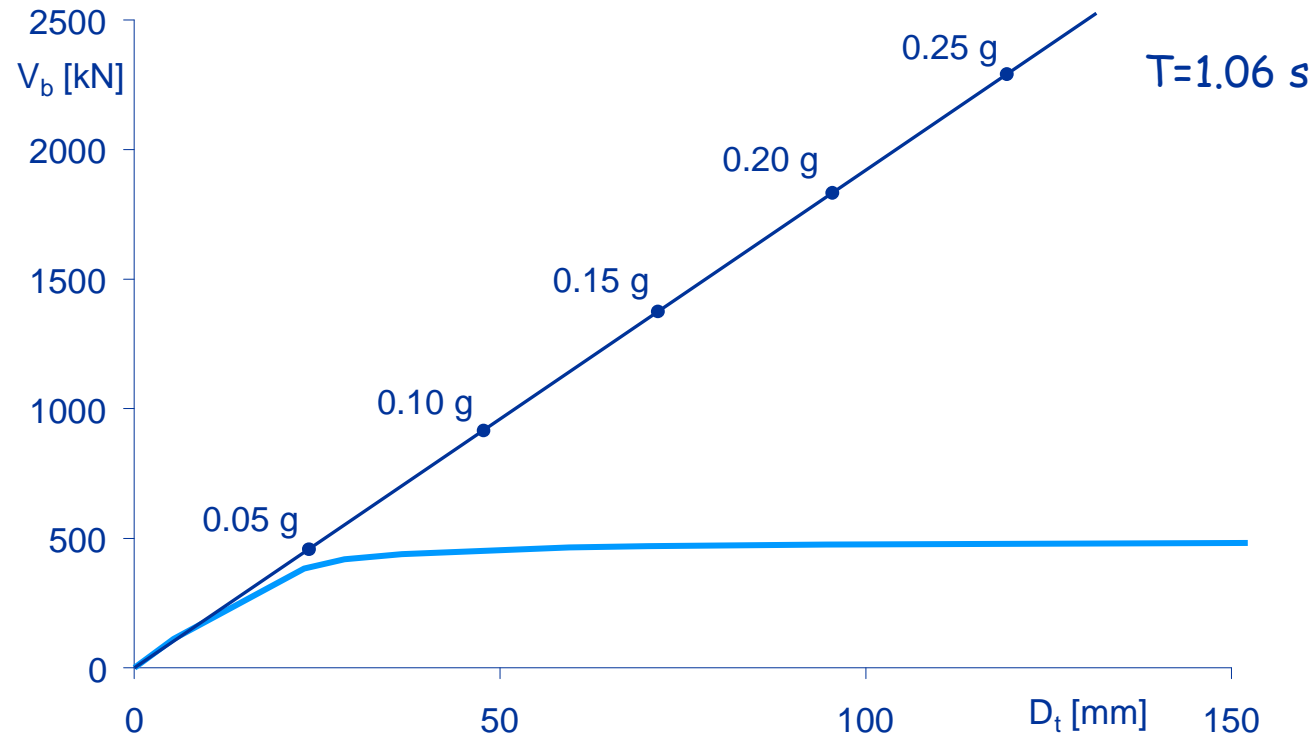
$$K_{tang} = \frac{2291.83}{119.28} = 19.21 \text{ kN/mm}$$

pushover		
passo	Dt [mm]	Vb [kN]
0	0.00	0.00
1	5.36	111.43
2	23.22	383.86
3	28.73	419.63
4	36.53	438.76
5	59.42	464.63
6	70.19	470.50
7	94.52	475.79
8	152.17	482.80
9	166.20	483.79
10	229.01	483.79
11	296.82	483.79
12	364.16	483.79
13	424.16	483.79
14	484.16	483.79
15	544.16	483.79
16	599.55	483.79

# Applicazione alla struttura in esame

## telai in direzione x

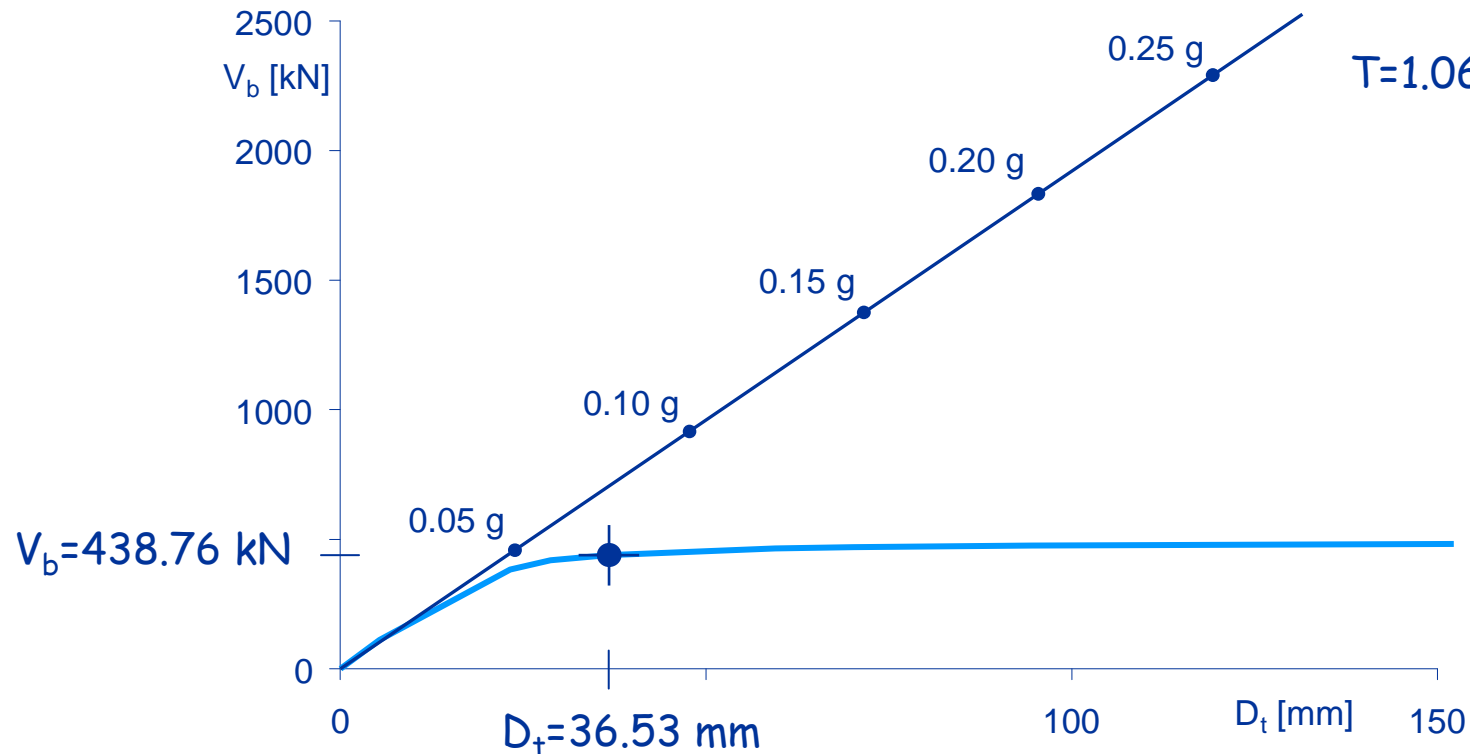
- Analisi lineare e pushover



# Applicazione alla struttura in esame

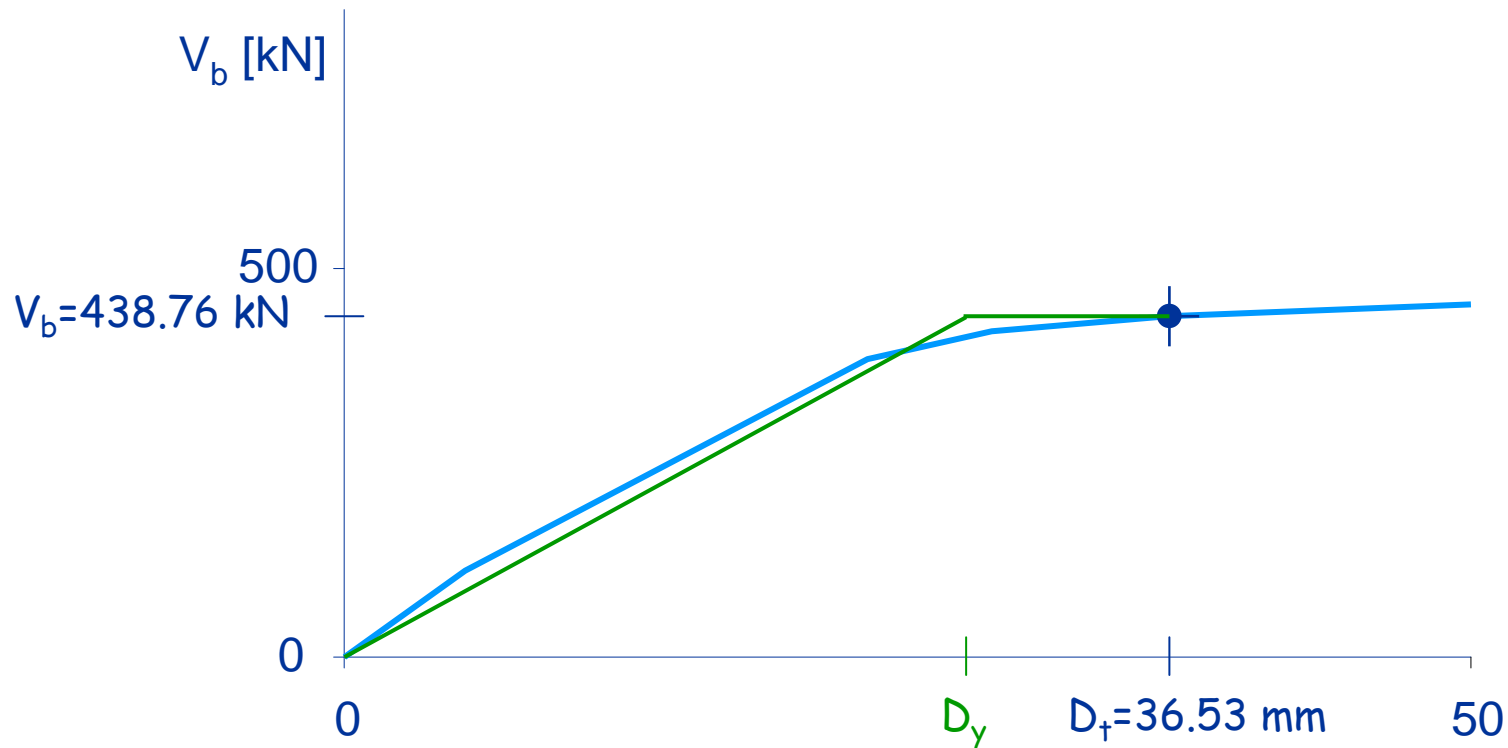
## telai in direzione x

- Determinazione dell'accelerazione corrispondente ad un punto della curva



# Bilinearizzazione

secondo indicazioni Eurocodice e NTC08

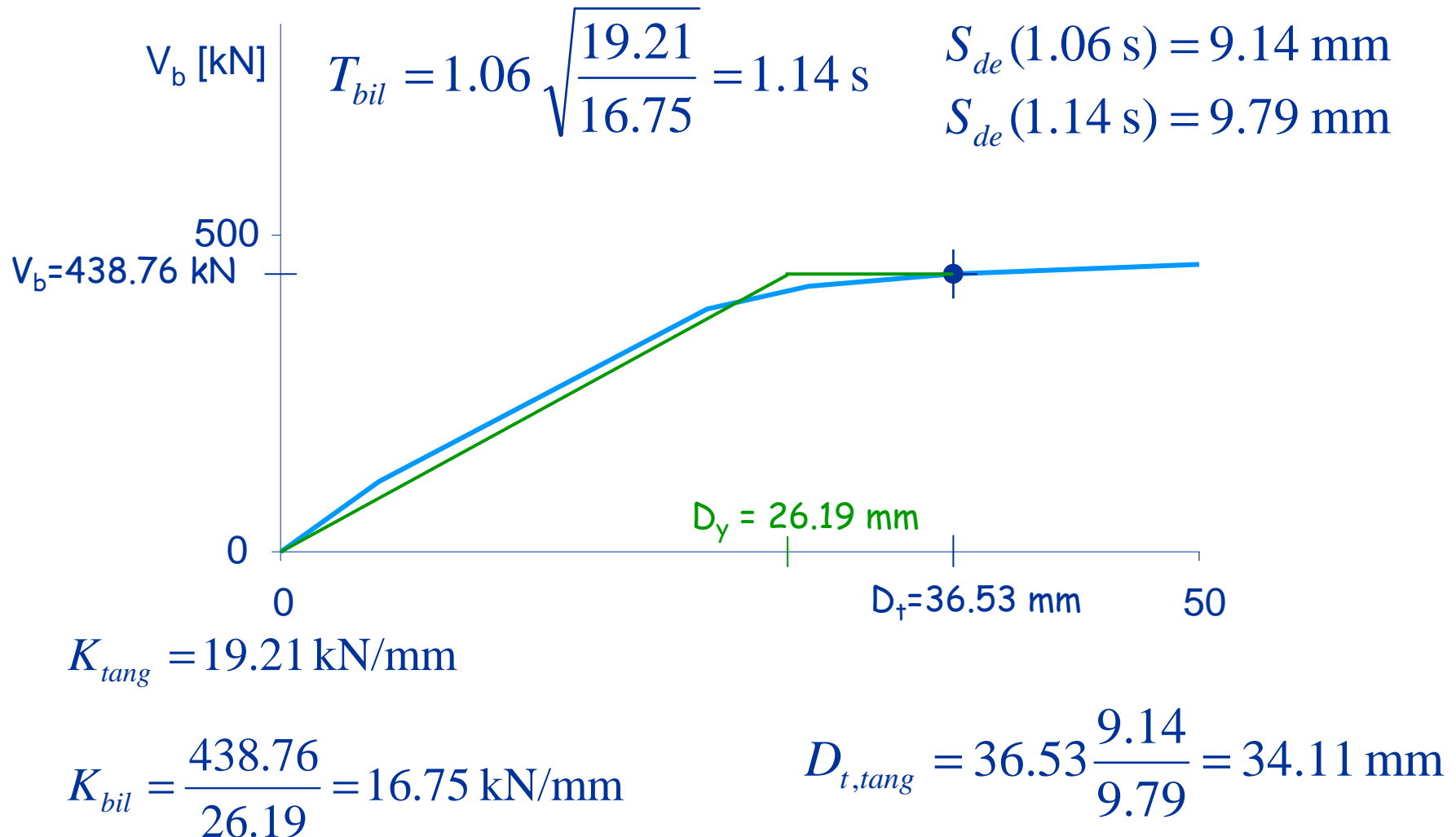


$A$  = area sottesa dalla curva  
 $= 10284$  kN mm  
 $V_y = V_b$

$$D_y = \frac{2 (D_t V_b - A)}{V_y} = 26.19 \text{ mm}$$

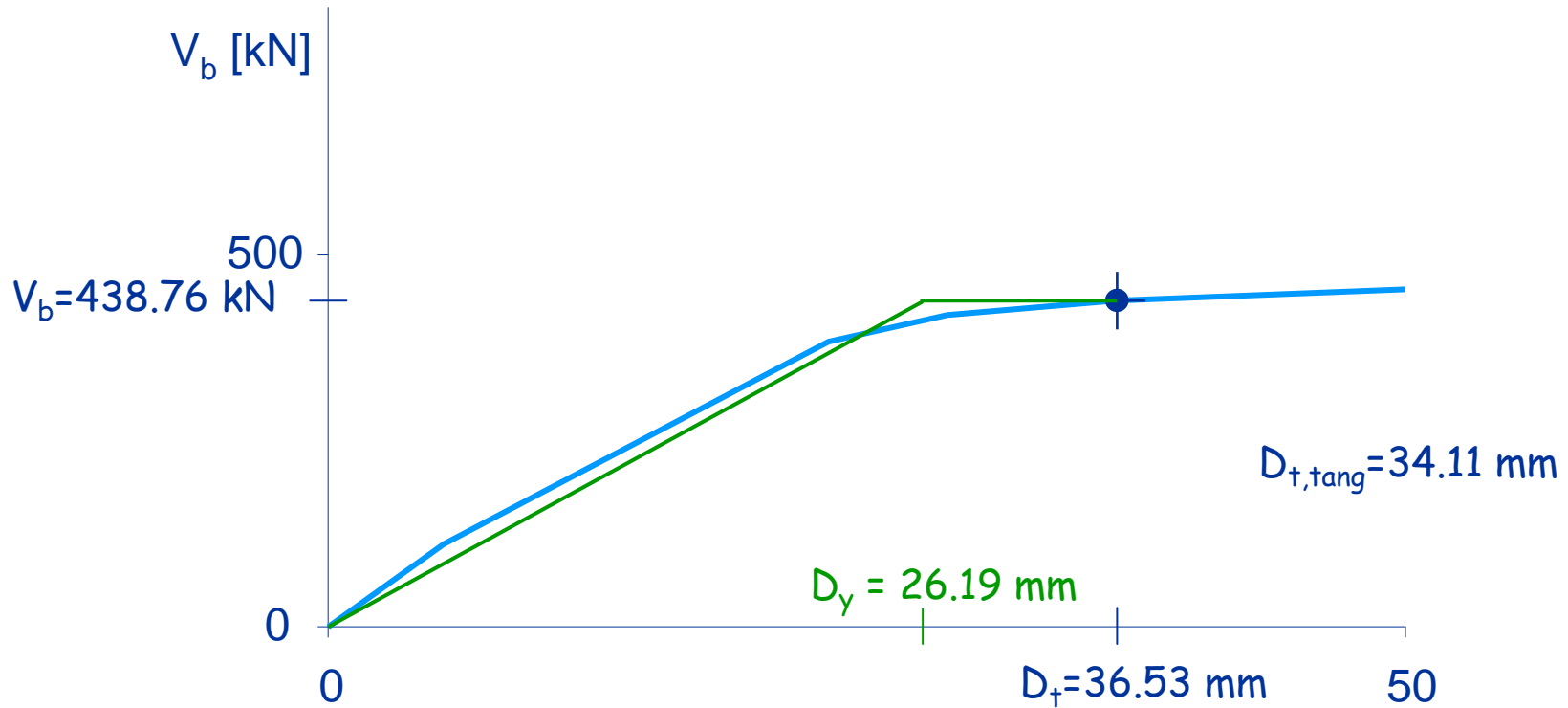
# Correzione 1

## rigidezza della tangente e della bilineare



# Correzione 2

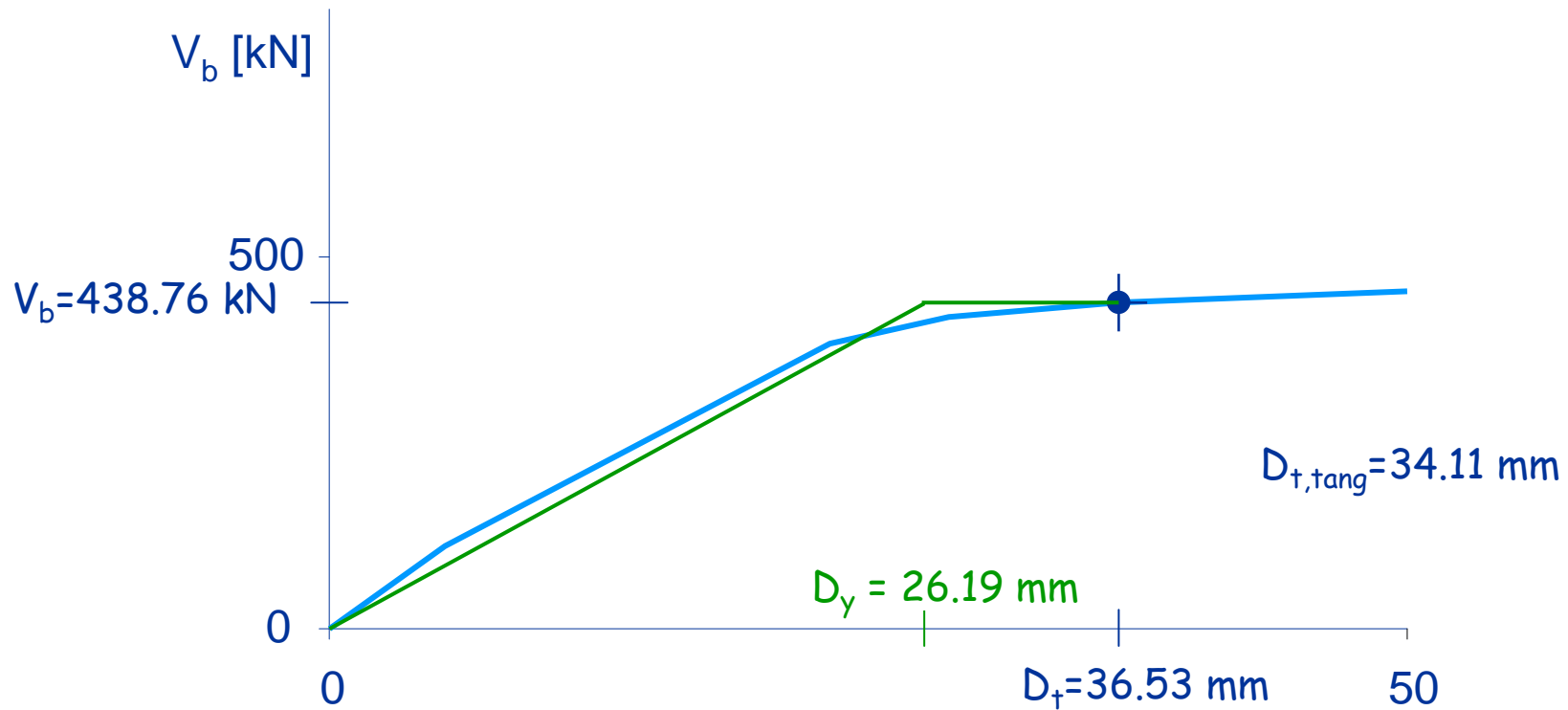
## spostamento elastico ed elastoplastico



$$T > T_C$$

La correzione  
non è necessaria

# Accelerazione $a_g$ corrispondente al punto assegnato



$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,tang}}{D_{t,el}^{rif}} = 0.25 \frac{34.11}{119.28} = 0.071 g$$



# Applicazione alla struttura in esame

## telai in direzione x

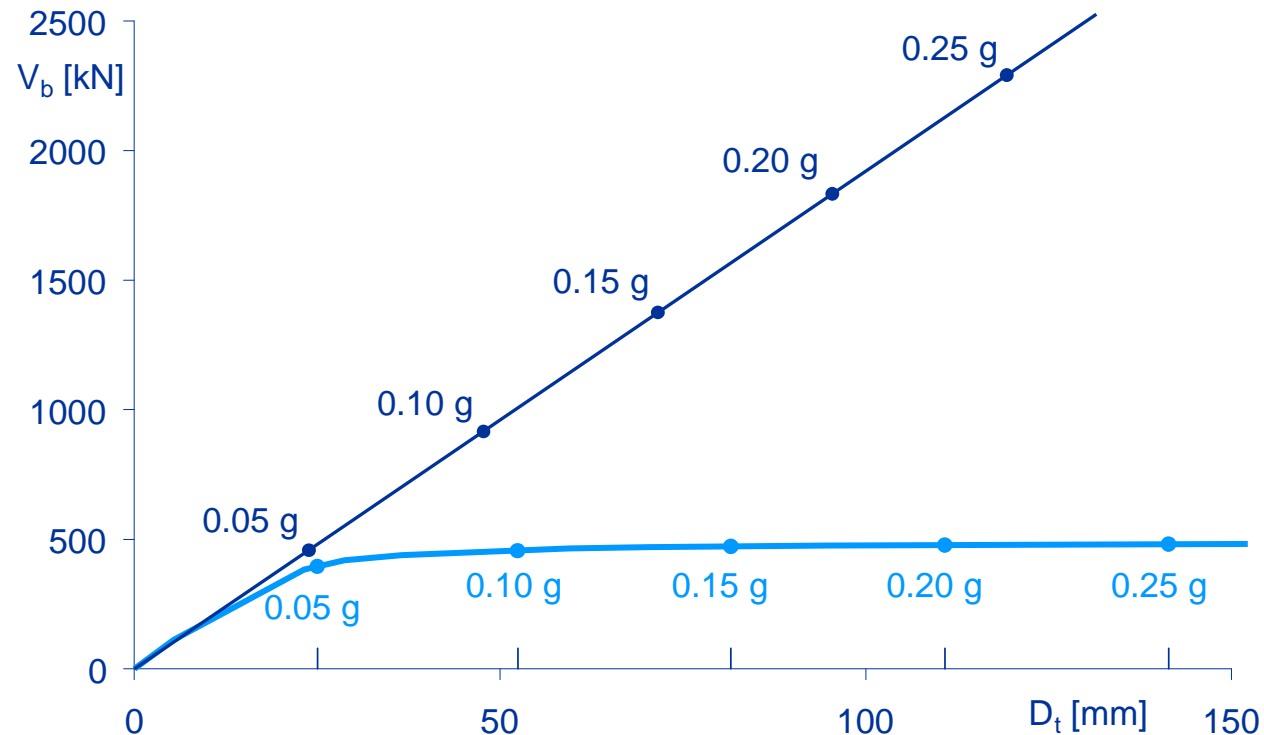
- Accelerazione per tutti i punti della curva

analisi modale											
ag	Dt [mm]	Vb [kN]					Kel				
0.25	119.28	2291.83					19.21				
T	1.064	s				ag(T)	0.319	g			
						D(T)	9.14	mm			
pushover											
passo	Dt [mm]	Vb [kN]	Area	Vy	Dy	Kbil	T	Dep(T)	Dep/D	Dt,el	ag
0	0.00	0.00	0	0.00	0.00		1.064	9.14	1.000	0.00	0.000
1	5.36	111.43	299	111.43	5.36	20.77	1.064	9.14	1.000	5.36	0.011
2	23.22	383.86	4721	383.86	21.84	17.57	1.113	9.56	1.046	22.21	0.047
3	28.73	419.63	6935	419.63	24.41	17.19	1.125	9.67	1.057	27.18	0.057
4	36.53	438.76	10284	438.76	26.19	16.75	1.140	9.79	1.071	34.11	0.071
5	59.42	484.63	20620	484.63	30.08	15.45	1.167	10.20	1.115	53.28	0.112
6	70.19	470.50	25659	470.50	31.32	15.02	1.203	10.34	1.131	62.07	0.130
7	94.52	475.79	37170	475.79	32.80	14.51	1.225	10.52	1.151	82.13	0.172
8	152.17	482.80	64801	482.80	35.91	13.45	1.272	10.93	1.195	127.30	0.267
9	166.20	483.79	71582	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	138.08	0.289
10	229.01	483.79	101967	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	190.26	0.399
11	296.82	483.79	134773	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	246.59	0.517
12	364.16	483.79	167348	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	302.53	0.634
13	424.16	483.79	196376	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	352.37	0.739
14	484.16	483.79	225403	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	402.21	0.843
15	544.16	483.79	254430	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	452.05	0.947
16	599.55	483.79	281231	483.79	36.49	13.26	1.281	11.01	1.204	498.06	1.044

# Applicazione alla struttura in esame

## telai in direzione x

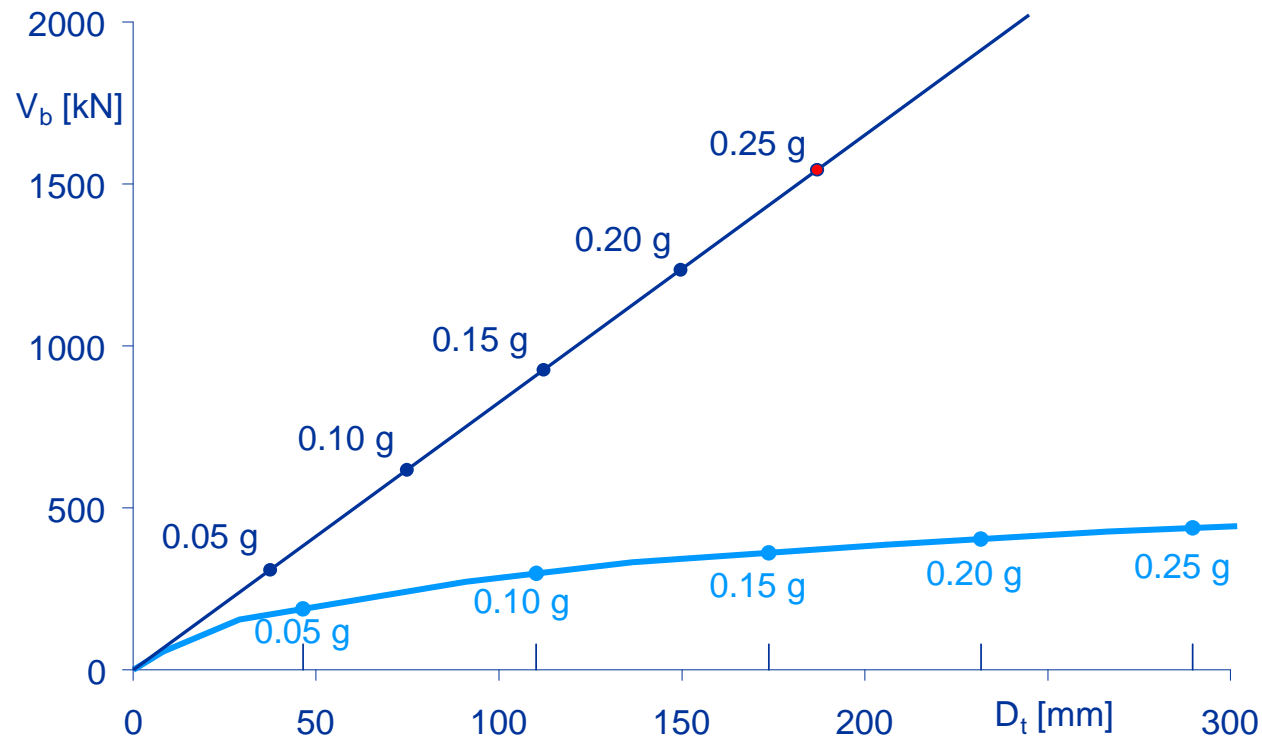
- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e  $a_g$



# Applicazione alla struttura in esame

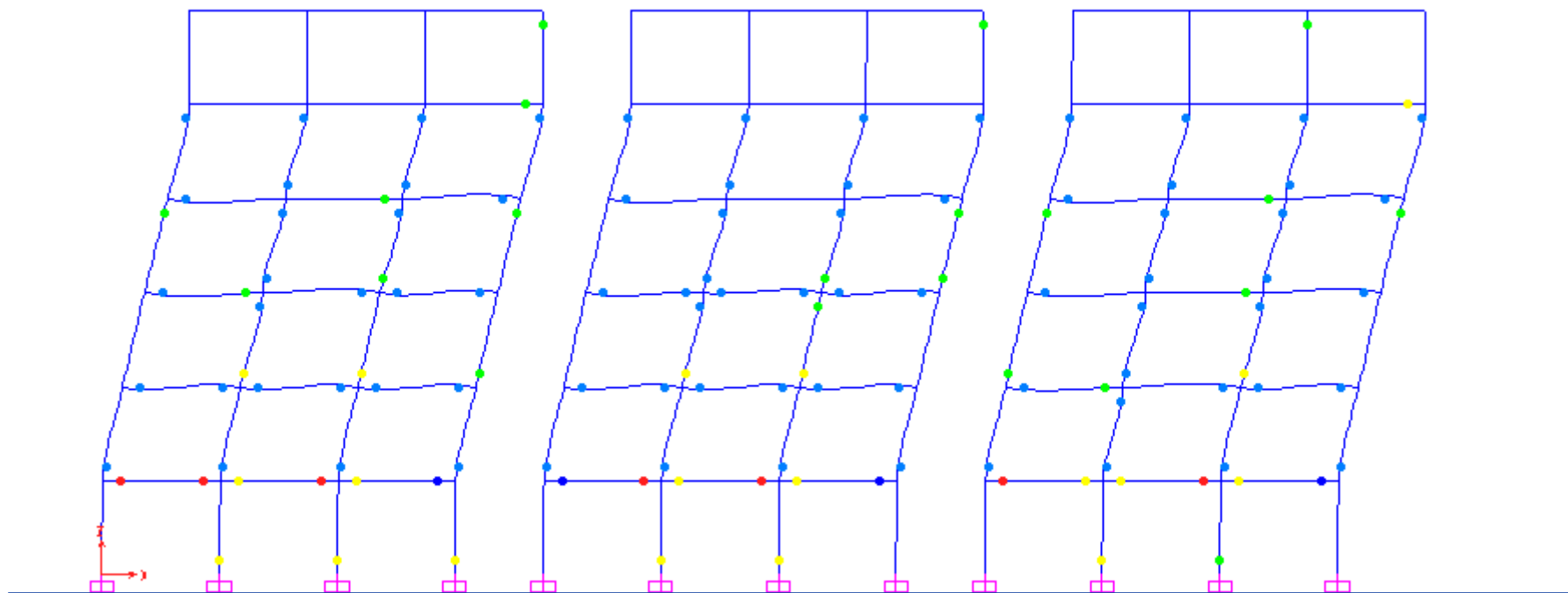
## telai in direzione y

- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e  $a_g$



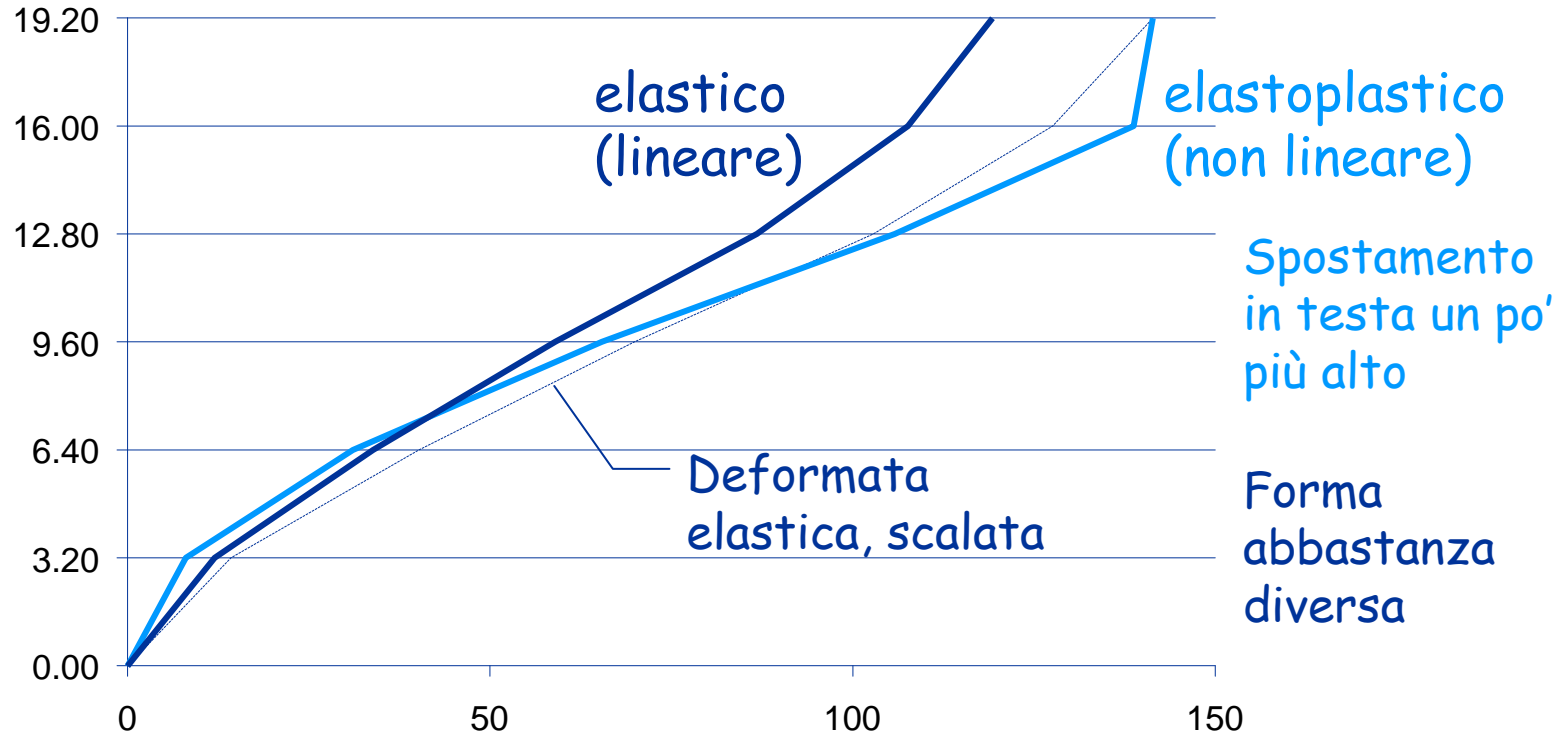
# Direzione X

## travi plasticizzate



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

# Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x con comportamento elastico e plastico



# Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x

Per ciascun interpiano:

- Calcolare la rotazione alla corda  $\theta_u$  e gli spostamenti limite corrispondenti
  - $\theta_u$  dipende anche dallo sforzo normale, che varia in maniera non lineare ed è diverso da quello fornito dall'analisi lineare (ma in genere il  $\Delta N$  da sisma è minore con analisi non lineare)
- Determinare lo spostamento limite minimo
- Confrontarlo con il valore fornito dal calcolo

# Verifica per $a_g=0.25 \text{ g}$ - dir.x

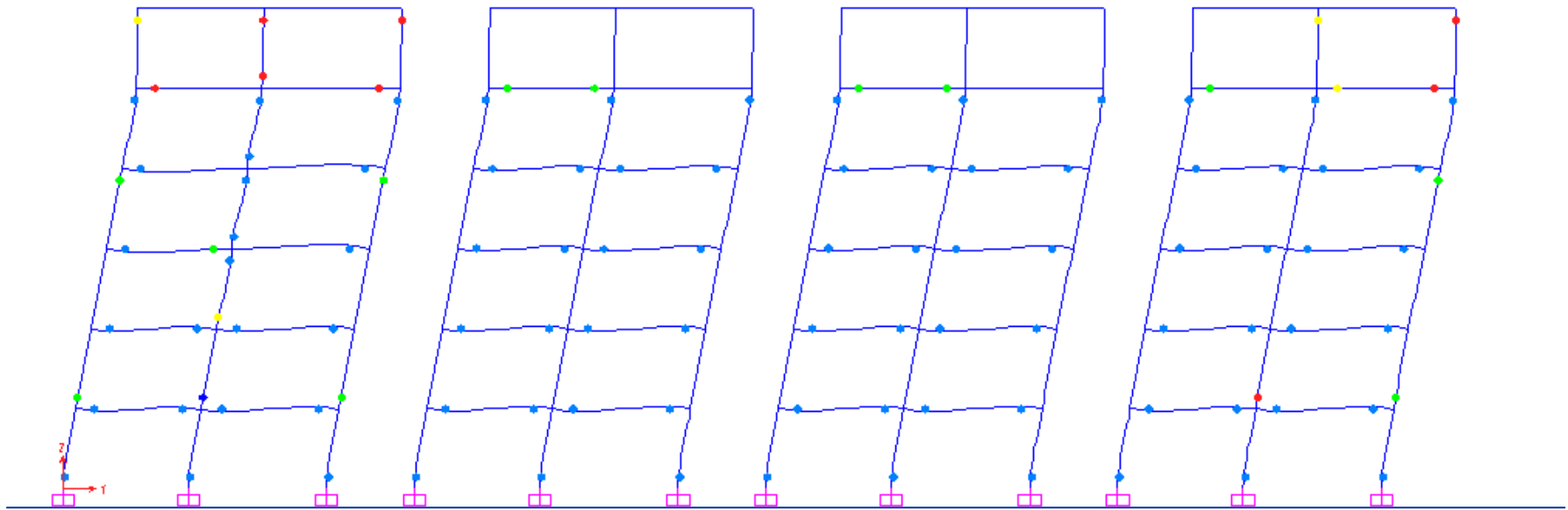
spostamenti relativi		spostamenti disponibili			
ag =	0.25	ag =	0.25		
piano	Dr	piano	Dr	rapporto	
6	2.67	6	72.28	27.100	
5	32.95	5	63.99	1.942	
4	40.35	4	54.67	1.355	
3	34.35	3	46.49	1.353	
2	23.06	2	41.53	1.801	
1	7.99	1	37.73	4.722	
					verifica
				min	1.353 ok

La verifica è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

# Direzione Y

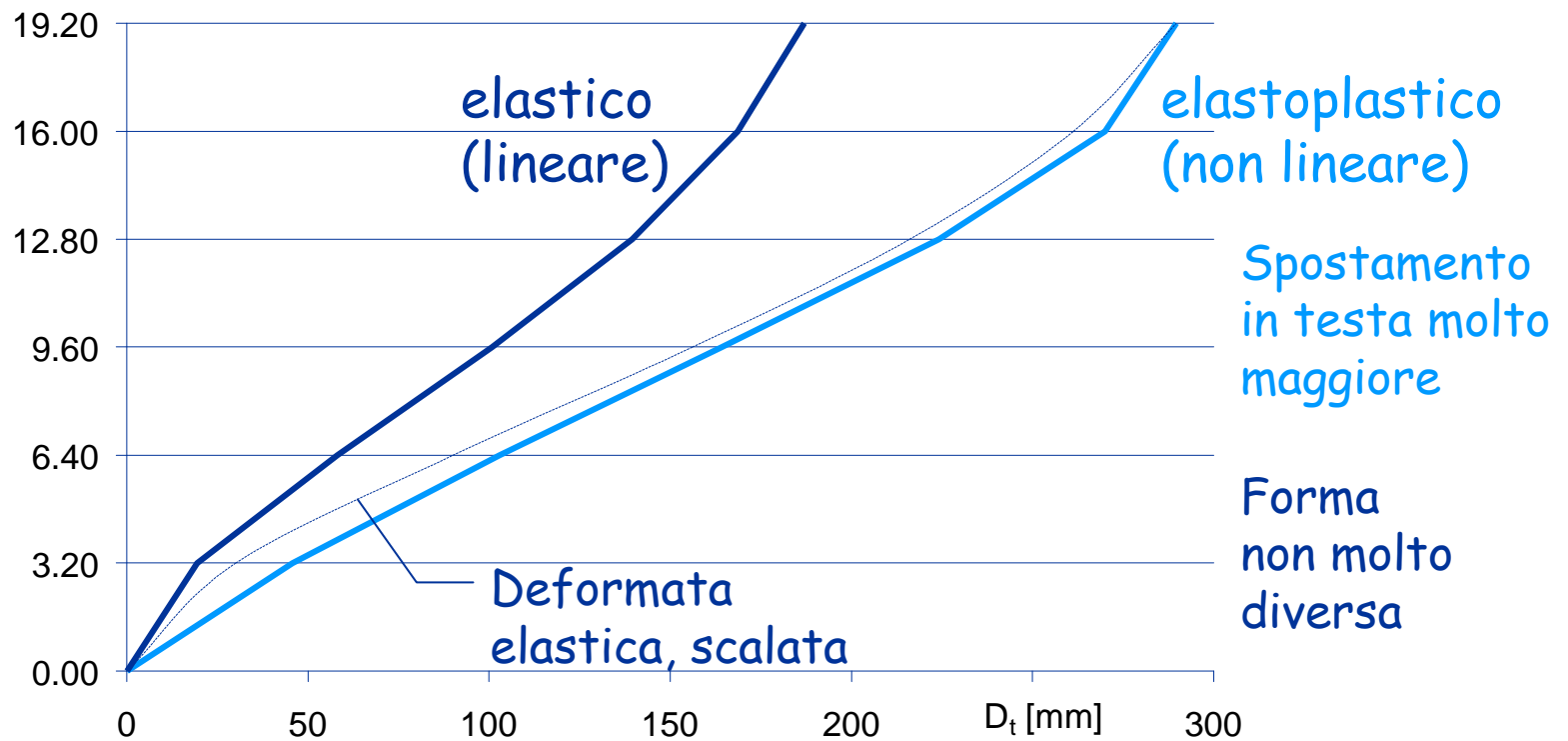
## travi e travetti plasticizzati



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale



# Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.y con comportamento elastico e plastico



# Verifica per $a_g=0.25$ g - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili					
ag =	0.25		ag =	0.25			
piano	Dr		piano	Dr		rapporto	
6	19.65		6	71.14		3.621	
5	45.85		5	61.46		1.340	
4	59.97		4	52.23		0.871	
3	61.30		3	45.66		0.745	
2	57.17		2	39.04		0.683	
1	45.68		1	37.10		0.812	
							verifica
					min	0.683	no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

# Verifica per $a_g=0.20$ g - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili					
ag =	0.20		ag =	0.20			
piano	Dr		piano	Dr		rapporto	
6	18.37		6	71.53		3.895	
5	34.48		5	62.59		1.815	
4	46.59		4	54.05		1.160	
3	49.12		3	47.57		0.968	
2	46.78		2	42.51		0.909	
1	36.35		1	39.90		1.098	
							verifica
					min	0.909	no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

# Verifica per $a_g=0.184 \text{ g}$ - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili					
ag =	0.18		ag =	0.18			
piano	Dr		piano	Dr		rapporto	
6	17.96		6	71.66		3.991	
5	30.84		5	62.96		2.041	
4	42.31		4	54.65		1.291	
3	45.23		3	48.19		1.066	
2	43.45		2	43.65		1.005	
1	33.37		1	40.53		1.215	
							verifica
					min	1.005	ok

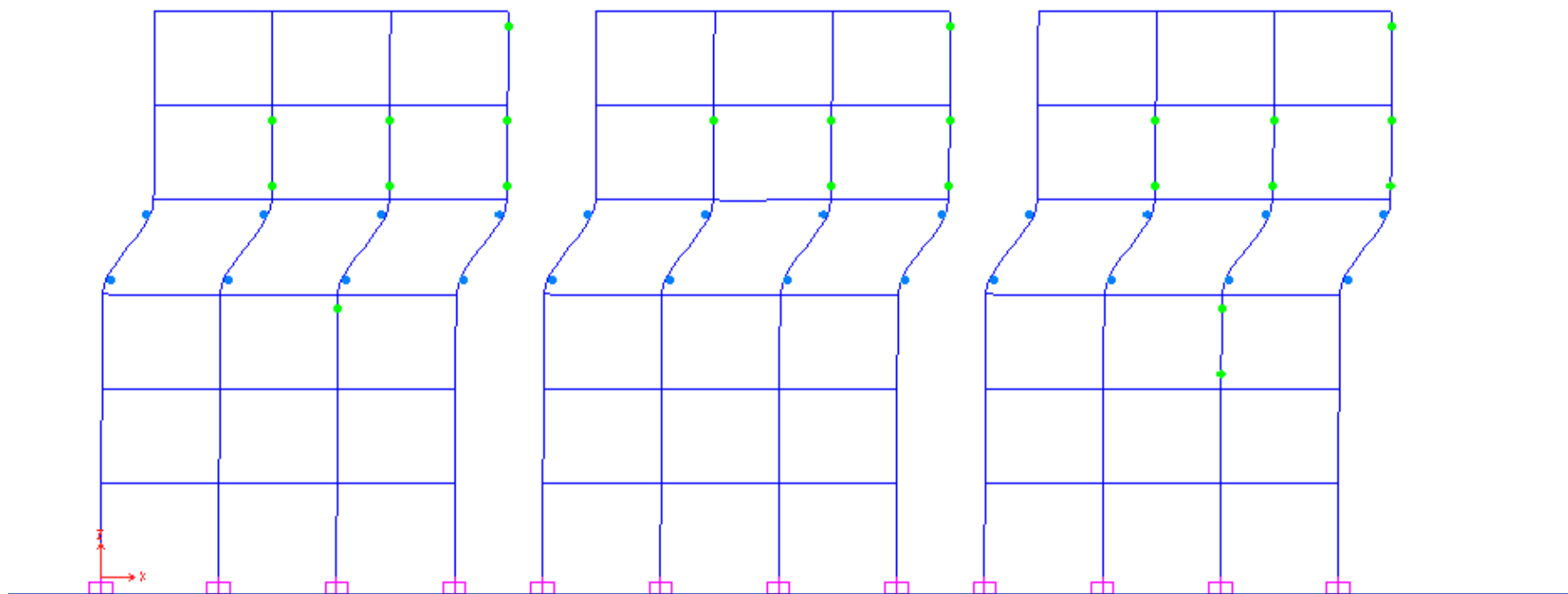
La verifica è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

# Direzione X

travi infinitamente resistenti

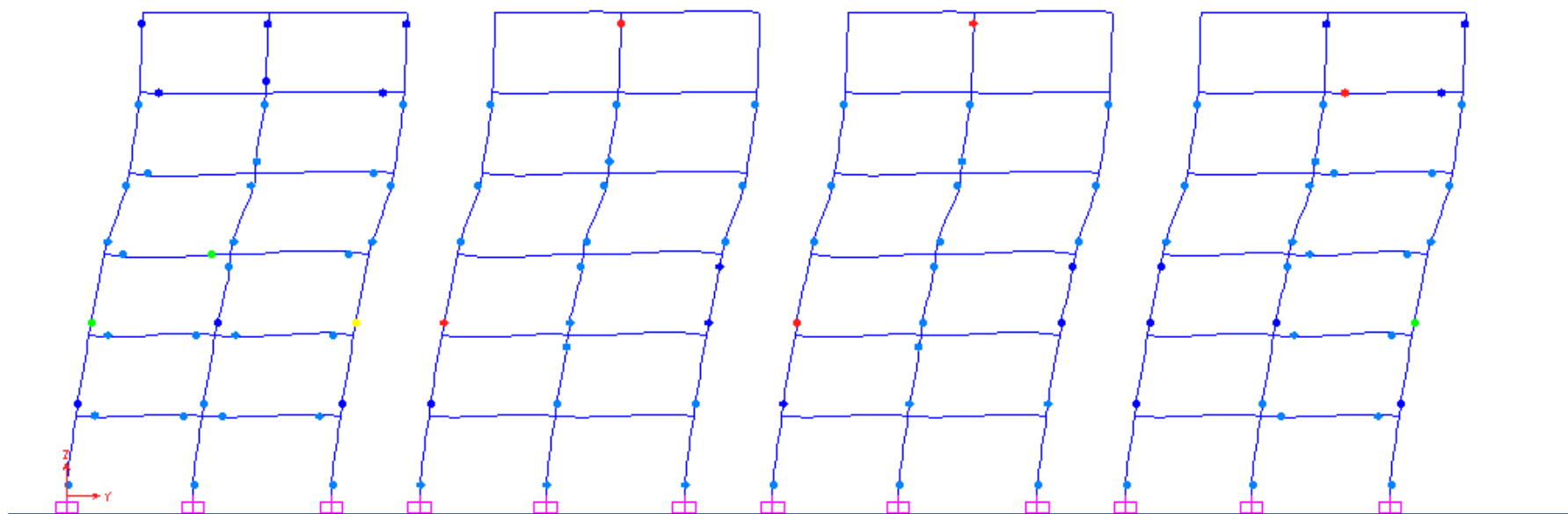
E se il modello cambia ?



Meccanismo di piano

# Direzione Y

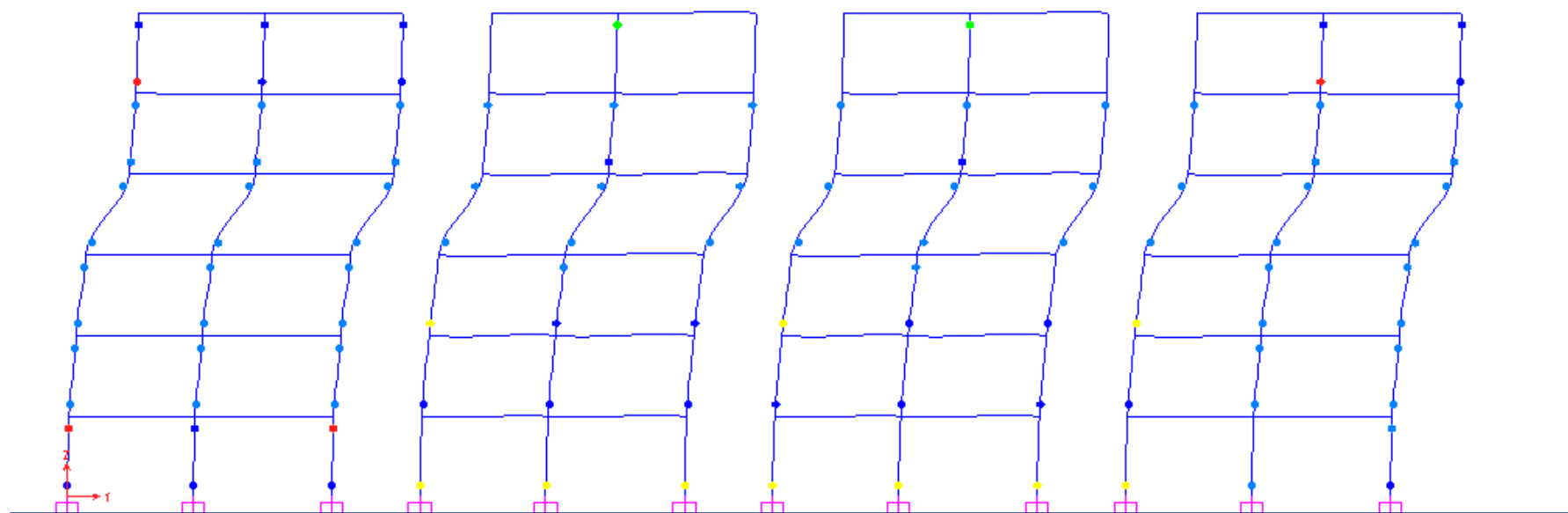
travi plasticizzate, travetti no



Minime variazioni

# Direzione Y

travi e travetti infinitamente resistenti



Meccanismo di piano