

Corso di aggiornamento professionale

**Valutazione della sicurezza  
e verifica sismica di edifici esistenti in c.a.**

5 - Comportamento dell'edificio; rottura fragile

Parma

21-23 giugno 2010

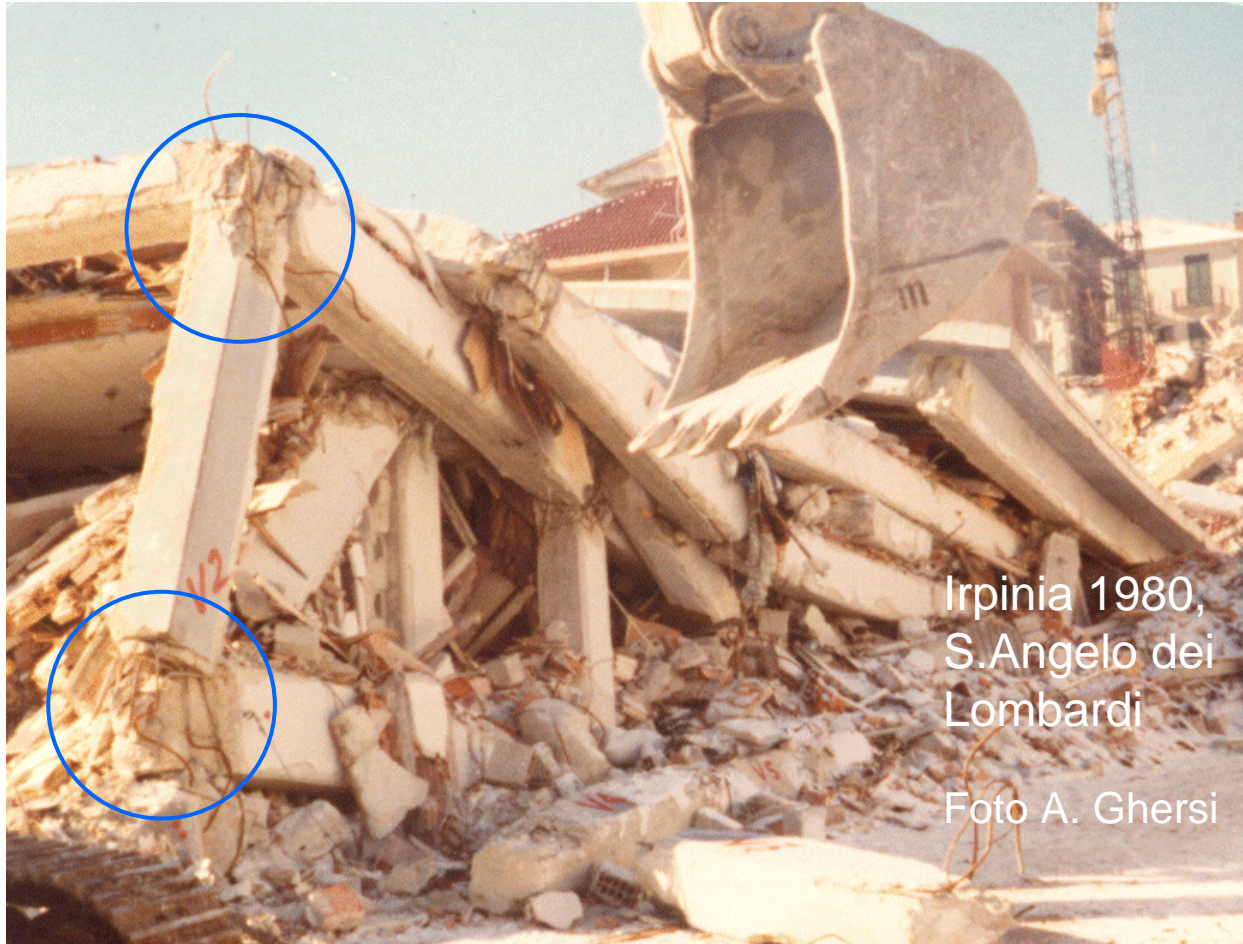
Aurelio Ghersi

# Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?

- Duttile: estese plasticizzazioni agli estremi delle aste (in particolare delle travi), meccanismo di collasso globale e non di piano
- Fragile: rottura a taglio delle sezioni di pilastri e travi, rotture a taglio dei nodi, scorrimento tra testa pilastro e trave in corrispondenza alle riprese di getto

Cosa mostra l'evidenza sperimentale  
(danneggiamento e crollo di edifici in cemento armato  
in conseguenza ai terremoti) ?

# Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?



Irpinia 1980,  
S. Angelo dei  
Lombardi

Foto A. Gherzi

Danneggiamento dei nodi in testa ed al piede del pilastro:  
non si ha formazione di cerniere plastiche sulla colonna  
né tantomeno sulle travi



## Collasso di edifici esistenti: duatile o fragile?



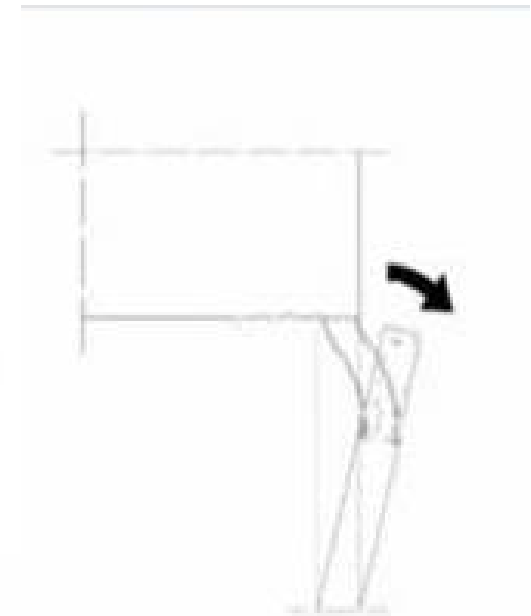
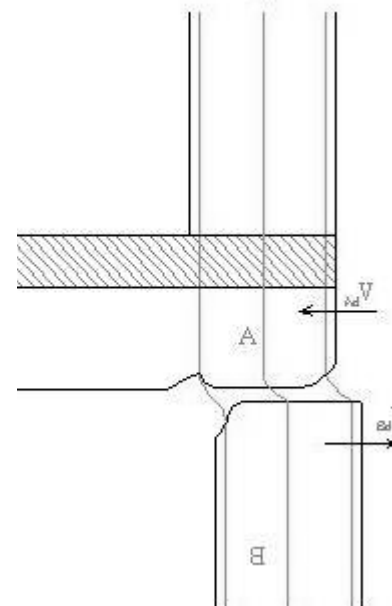
Danneggiamento dei nodi in testa ed al piede del pilastro:  
non si ha formazione di cerniere plastiche sulla colonna  
né tantomeno sulle travi

# Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?



Irpinia 1980,  
Lioni, Edificio del  
Banco di Napoli

Foto A. Gherzi



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Collasso di edifici esistenti: fragile!

Quindi:

- Determinare innanzitutto il livello di azione sismica che porta a rottura fragile (resistenza a taglio dei pilastri, resistenza a taglio dei nodi, scorrimento travi-pilastro)
- Usare una modellazione che tenga conto in maniera corretta della rigidità degli elementi strutturali (commisurata al livello di sollecitazione che porta alle rotture fragili)
- Tenere conto anche degli elementi non strutturali, tramezzi e tamponature, che hanno un ruolo rilevante per basse azioni sismiche

# Primi interventi, essenziali (o comunque prime verifiche)

Ridurre il rischio di rottura fragile, con:

- Cerchiatura dei nodi
- Staffatura efficace degli estremi dei pilastri
- Cucitura tra pilastri e travi

Miglioramento, **essenziale**

Solo dopo aver fatto questo:

- Valutazione del comportamento non lineare
- Controllo della duttilità delle sezioni

Adeguamento, quando occorre

*Analisi strutturale  
ai fini della verifica per rotture fragili*



# Possibili metodi di analisi

- Risoluzione semplificata, con stima delle rigidezze (linee guida della Basilicata, suggerimenti A. Ghersi)
- Analisi lineare, statica o modale
  - Da usare con fattore di struttura  $q$  basso o nullo
- ~~Analisi statica non lineare (pushover)~~ di solito non necessaria
- ~~Analisi dinamica non lineare~~ troppo complicata

# Tipi di analisi

- Analisi elastica lineare
  - È possibile usare modelli molto semplificati  
Linee guida Basilicata - app. D, suggerimenti A. Ghersi
  - È possibile ridurre l'azione sismica con  $q = 1.5$   
OPCM 3431, punto 11.2.22
  - Suggerimento operativo:  
usare analisi modale  
fare il calcolo con  $q=1$  e poi scalare i risultati
- È inutile pensare ad altri tipi di analisi
  - Analisi statica non lineare (pushover)
  - Analisi dinamica non lineare

**Analisi strutturale semplificata:**  
linee guida della Basilicata, appendice D  
oppure indicazioni di A. Ghersi

# Analisi semplificata (Basilicata)

Ipotesi base: crisi solo per pilastri

- Valutare le rigidezze dei pilastri

$$k_i = c \frac{EI}{h^3}$$

|         |                                 |
|---------|---------------------------------|
| $c = 9$ | in presenza di travi emergenti  |
| $c = 6$ | in presenza di travi a spessore |
| $c = 3$ | in assenza di travi             |

- Valutare la rigidezza di piano

$$K_p = \sum k_i$$

# Analisi semplificata (Basilicata)

- Calcolare le forze  $F_j$ , con formule per analisi statica (a meno di T)
- Calcolare tagli di piano e spostamenti relativi

$$V_p = \sum_{j=p}^n F_j \quad u_{rel,p} = \frac{V_p}{K_p}$$

- Calcolare spostamenti assoluti

$$u_p = \sum_{j=1}^p u_{rel,j}$$



# Analisi semplificata (Basilicata)

- Stimare il periodo con la formula di Rayleigh

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n m_j u_j^2}{\sum_{j=1}^n F_j u_j}}$$

- Ripartire il taglio di piano in base alla rigidezza

$$V_i = V_p \frac{k_i}{K_p}$$

# Analisi semplificata (A. Gheresi)

- Valutare le rigidezze solo dei pilastri "che contano"
- Ridurre la rigidezza per tener conto delle travi

Dal secondo piano in su

$$k_i = \frac{\frac{12 E I_i}{h_r^3}}{1 + \frac{l_{media}}{h_r} \frac{\sum I_p}{\sum I_t}}$$

$$k_i = \frac{\frac{12 E I_i}{h_r^3}}{1 + 0.5 \frac{l_{media}}{h_r} \frac{\sum I_p}{\sum I_t}}$$

Al primo piano

- Per il resto si prosegue come per le indicazioni della Basilicata

File Analisi-AG.xls

# Analisi semplificate

## considerazioni

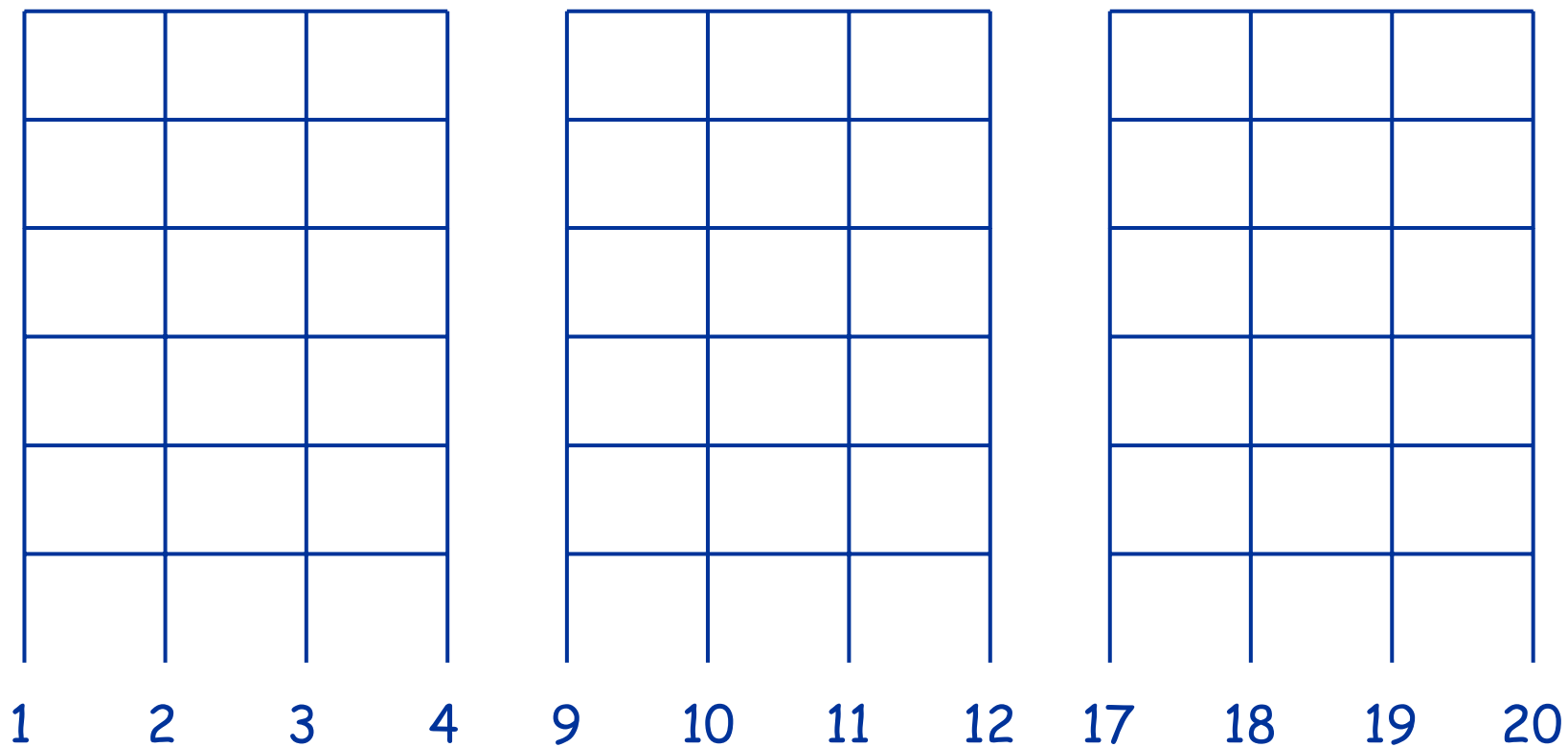
- I procedimenti sono semplici e facilmente automatizzabili con un foglio di calcolo
- Il risultato è approssimato, ma accettabile quando le incertezze generali sono molte

... ma forse è più semplice risolvere uno schema piano (o spaziale), con analisi statica (o modale)  
senza la presunzione di credere che quest'ultimo sia "la verità"

# Analisi lineare effettuata

(schema piano, analisi modale)

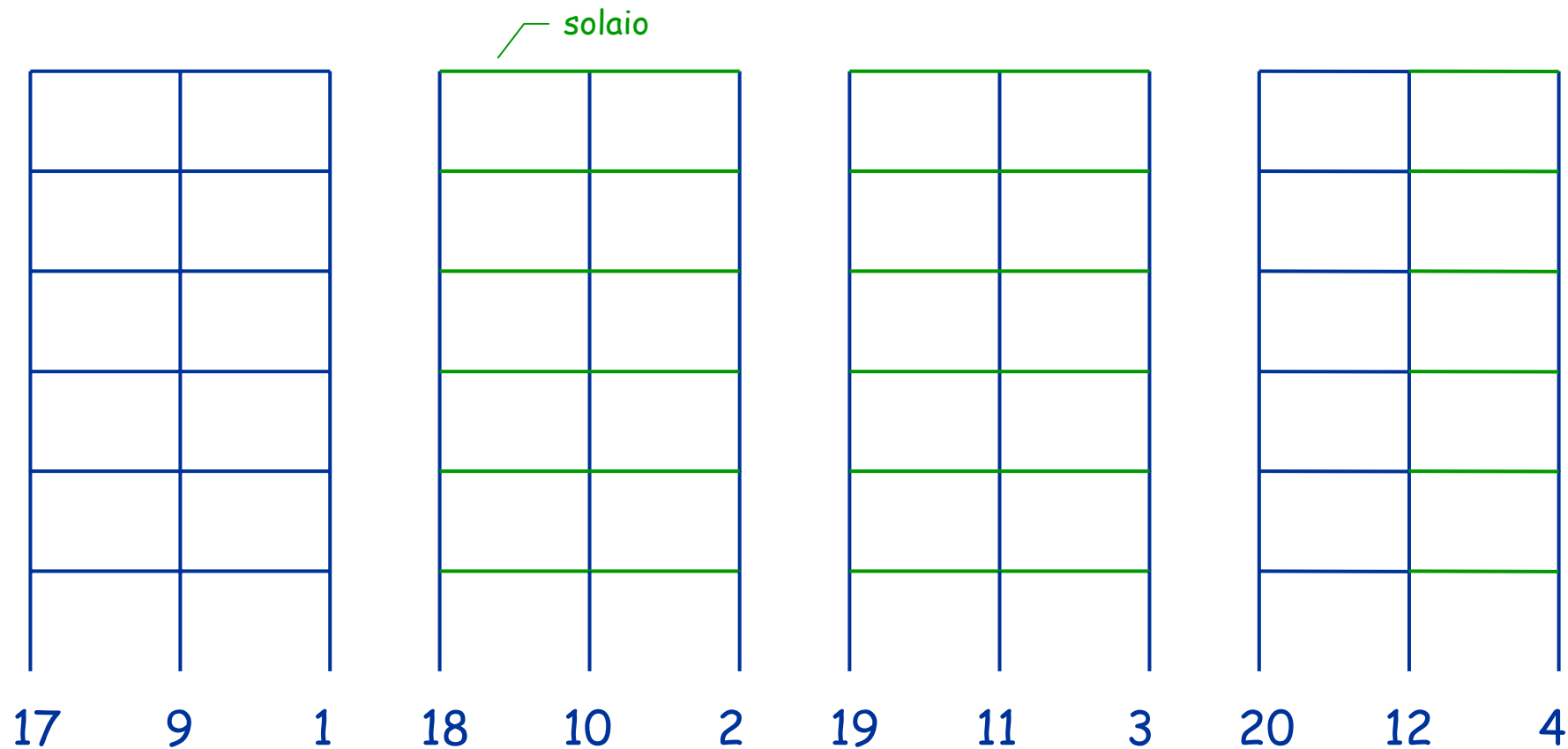
# Schema geometrico treno di telai - direzione x



Periodo:  $T = 1.06 \text{ s}$



# Schema geometrico treno di telai - direzione y



Periodo:  $T = 1.68 \text{ s}$

## Analisi modale (con $q = 1$ )

Si procede come per nuovi edifici:

- Determinazione delle masse di piano, con  $g_k + \psi_2 q_k$
- Definizione dello spettro di risposta elastico per SLV  
nell'esempio: periodo di ritorno 475 anni, suolo B
- Effettuazione dell'analisi modale con spettro elastico ( $q = 1$ ) o se si preferisce con spettro scalato con  $q = 1.5$

# Esempio

## Massa (peso) degli impalcati

- Dai carichi unitari, si valutano le masse di impalcato, secondo le norme vigenti

|           |        |      | m <sup>2</sup> | solaio | m <sup>2</sup> | sbalzo | m     | trave | m    | tompagno | somma | pilastro | TOT    | a m <sup>2</sup> |
|-----------|--------|------|----------------|--------|----------------|--------|-------|-------|------|----------|-------|----------|--------|------------------|
| Impalcati | ultimo | sism | 283.5          | 5.6    | 40.5           | 5.2    | 113.0 | 3.5   | 44.5 | 7.0      | 2505  | 81.0     | 2586.2 | 7.98             |
|           |        |      |                |        |                |        |       |       |      |          |       | massa    | 263.6  |                  |
|           | altri  | sism | 283.5          | 5.6    | 40.5           | 5.2    | 113.0 | 3.5   | 89.0 | 7.0      | 2817  | 200.7    | 3017.4 | 9.31             |
|           |        |      |                |        |                |        |       |       |      |          |       | massa    | 307.6  |                  |

# Pilastri

## Sforzo normale in condizioni sismiche

|        | 1     |       |        |    |    |      |        |   |    |     | con sisma |       |
|--------|-------|-------|--------|----|----|------|--------|---|----|-----|-----------|-------|
|        | N pia | N     | Ac,nec | b  | h  | Ac   | As,nec | n | fi | As  | N pia     | N     |
| ultimo | 81.5  | 81.5  | 126    | 30 | 30 | 900  | 2.7    | 4 | 12 | 4.5 | 66.1      | 66.1  |
| 5      | 113.0 | 194.5 | 300    | 30 | 30 | 900  | 2.7    | 4 | 12 | 4.5 | 97.6      | 163.7 |
| 4      | 113.0 | 307.5 | 474    | 30 | 30 | 900  | 2.8    | 4 | 12 | 4.5 | 97.6      | 261.3 |
| 3      | 113.0 | 420.5 | 648    | 30 | 30 | 900  | 3.9    | 4 | 12 | 4.5 | 97.6      | 358.9 |
| 2      | 113.0 | 533.5 | 823    | 30 | 30 | 900  | 4.9    | 4 | 14 | 6.2 | 97.6      | 456.5 |
| 1      | 113.0 | 646.5 | 997    | 30 | 40 | 1200 | 6.0    | 6 | 14 | 9.2 | 99.9      | 556.4 |
|        |       |       |        |    |    |      |        |   |    |     |           |       |
|        |       |       |        |    |    |      |        |   |    |     |           |       |
|        | 9     |       |        |    |    |      |        |   |    |     |           |       |
|        | N pia | N     |        |    |    |      |        |   |    |     | N pia     | N     |
| ultimo | 110.0 | 110.0 |        |    |    |      |        |   |    |     | 94.6      | 94.6  |
|        | 150.3 | 260.3 |        |    |    |      |        |   |    |     | 133.1     | 227.7 |
|        | 150.3 | 410.6 |        |    |    |      |        |   |    |     | 133.1     | 360.8 |
|        | 150.3 | 560.9 |        |    |    |      |        |   |    |     | 133.1     | 493.9 |
|        | 150.3 | 711.2 |        |    |    |      |        |   |    |     | 135.4     | 629.3 |
|        | 150.3 | 861.5 |        |    |    |      |        |   |    |     | 137.6     | 766.9 |
|        |       |       |        |    |    |      |        |   |    |     |           |       |
|        |       |       |        |    |    |      |        |   |    |     |           |       |
|        | 17    |       |        |    |    |      |        |   |    |     |           |       |
|        | N pia | N     |        |    |    |      |        |   |    |     | N pia     | N     |
| ultimo | 57.5  | 57.5  | 89     | 30 | 30 | 900  | 2.7    | 4 | 12 | 4.5 | 50.5      | 50.5  |
|        | 89.0  | 146.5 | 226    | 30 | 30 | 900  | 2.7    | 4 | 12 | 4.5 | 82.0      | 132.5 |
|        | 89.0  | 235.5 | 363    | 30 | 30 | 900  | 2.7    | 4 | 12 | 4.5 | 82.0      | 214.5 |
|        | 89.0  | 324.5 | 500    | 30 | 30 | 900  | 3.0    | 4 | 12 | 4.5 | 82.0      | 296.5 |
|        | 89.0  | 413.5 | 638    | 30 | 30 | 900  | 3.8    | 4 | 12 | 4.5 | 82.0      | 378.5 |
|        | 89.0  | 502.5 | 775    | 30 | 30 | 900  | 4.6    | 4 | 14 | 6.2 | 82.0      | 460.5 |
|        |       |       |        |    |    |      |        |   |    |     |           |       |
|        |       |       |        |    |    |      |        |   |    |     |           |       |

Dallo stesso foglio di calcolo  
usato per il progetto simulato  
si ottiene anche lo sforzo  
normale da carichi verticali in  
presenza di sisma,  
conformemente alle NTC 08

# Travi

## Momenti flettenti da q in condizioni sismiche

|       |        |      |       |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|--------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
|       |        |      | luce  |      | 4.00 |      | 4.00 |      | 4.00 |      |
|       |        |      |       | 1    |      | 2    |      | 3    |      | 4    |
| Trave |        |      |       | M-   | M+   | M-   | M+   | M-   | M+   | M-   |
| 1...4 | ultimo | sism | 25.3  | 16.9 | 28.9 | 40.5 | 25.3 | 33.7 | 25.3 | 25.3 |
|       |        | max  | 33.0  | 22.0 | 37.7 | 52.8 | 33.0 | 44.0 | 33.0 | 33.0 |
|       |        | As   |       | 2.5  | 4.2  | 5.9  | 3.7  | 4.9  | 3.7  | 3.7  |
|       |        |      | n,sup | 2    | 0    | 4    | 0    | 4    | 0    | 3    |
|       |        |      | fi    | 14   | 0    | 14   | 0    | 14   | 0    | 14   |
|       |        |      | n,inf | 2    | 3    | 2    | 3    | 2    | 3    | 2    |
|       |        |      | fi    | 14   | 14   | 14   | 14   | 14   | 14   | 14   |

|  |       |      |       |      |      |      |      |      |      |      |
|--|-------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
|  | altri | sism | 32.3  | 21.5 | 36.9 | 51.7 | 32.3 | 43.1 | 32.3 | 32.3 |
|  |       | max  | 40.0  | 26.7 | 45.7 | 64.0 | 40.0 | 53.3 | 40.0 | 40.0 |
|  |       | As   |       | 3.0  | 5.1  | 7.2  | 4.5  | 6.0  | 4.5  | 4.5  |
|  |       |      | n,sup | 2    | 0    | 5    | 0    | 4    | 0    | 3    |
|  |       |      |       |      |      | 14   | 0    | 14   | 0    | 14   |
|  |       |      |       |      |      | 2    | 3    | 2    | 3    | 2    |
|  |       |      |       |      |      | 14   | 14   | 14   | 14   | 14   |

Dal foglio di calcolo usato per il progetto simulato si ottiene anche il momento flettente da carichi verticali in presenza di sisma



# Materiali

Valori ottenuti mediante prove

Calcestruzzo:

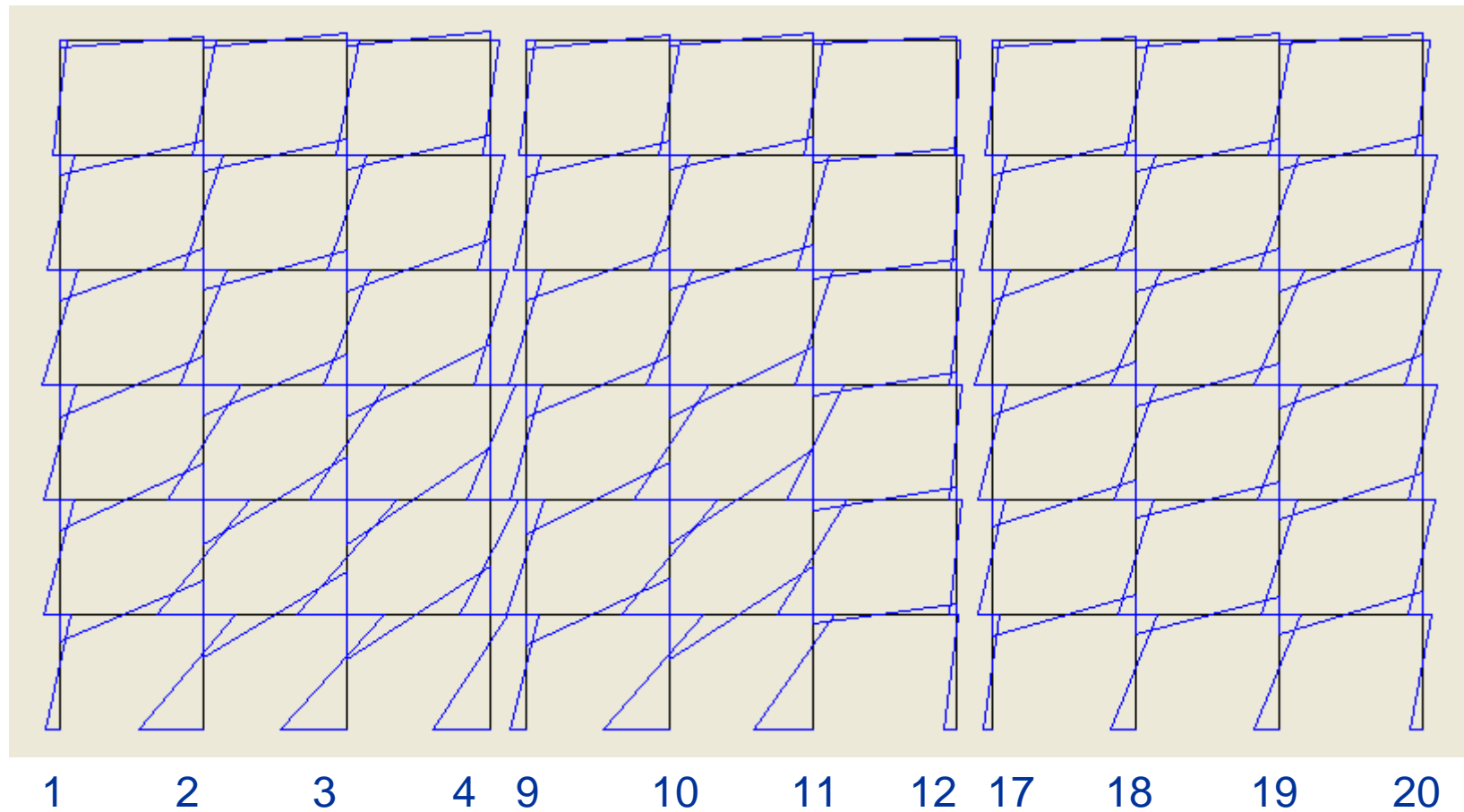
- Si ottiene dalle prove  $f_{cm} = 28 \text{ MPa}$   
(corrisponde a  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )

Acciaio:

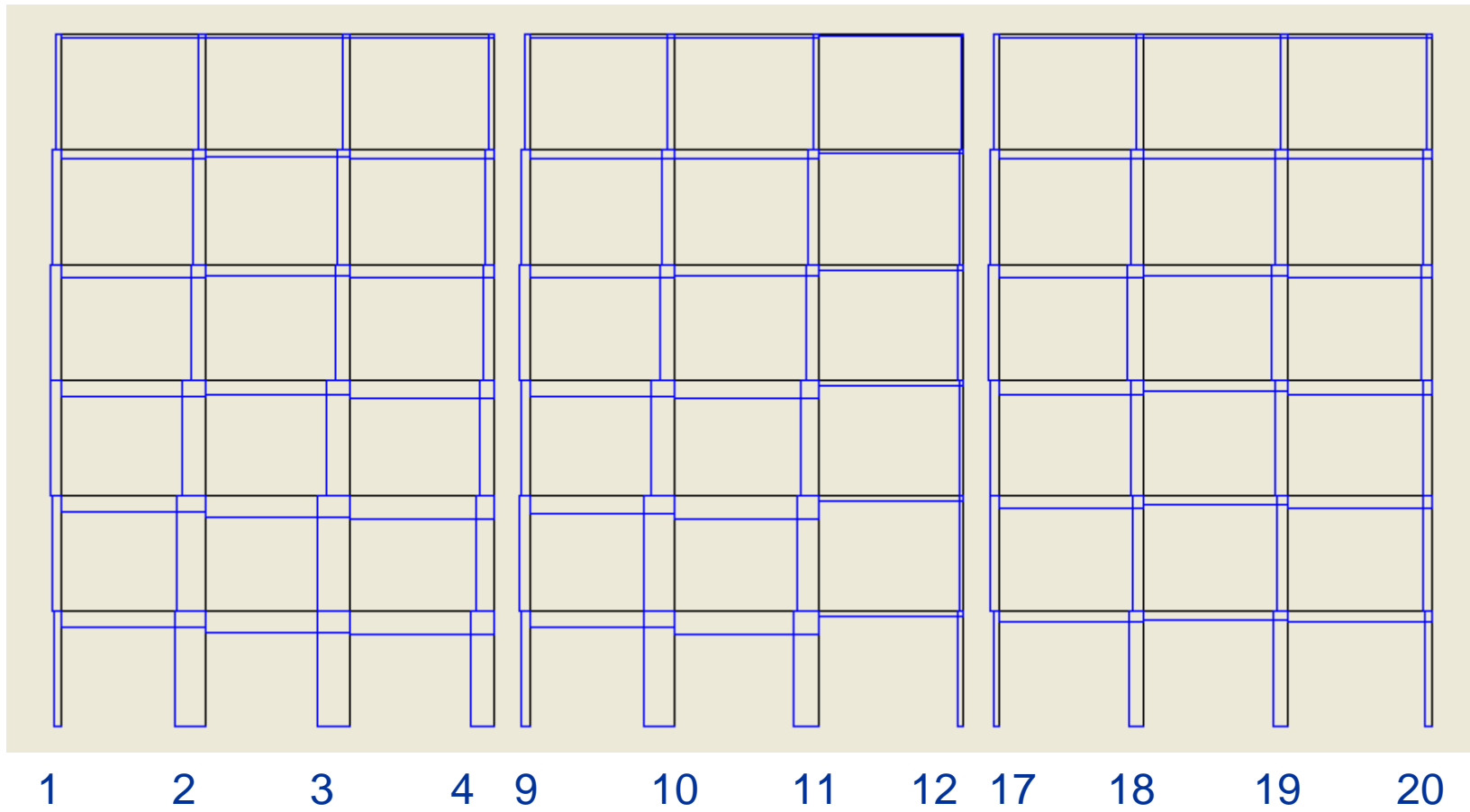
- Si trovano barre ad aderenza migliorata;  
si ottiene dalle prove  $f_{ym} = 420 \text{ MPa}$   
(corrisponde a FeB38k)

# Sisma in direzione x

## diagramma del momento flettente

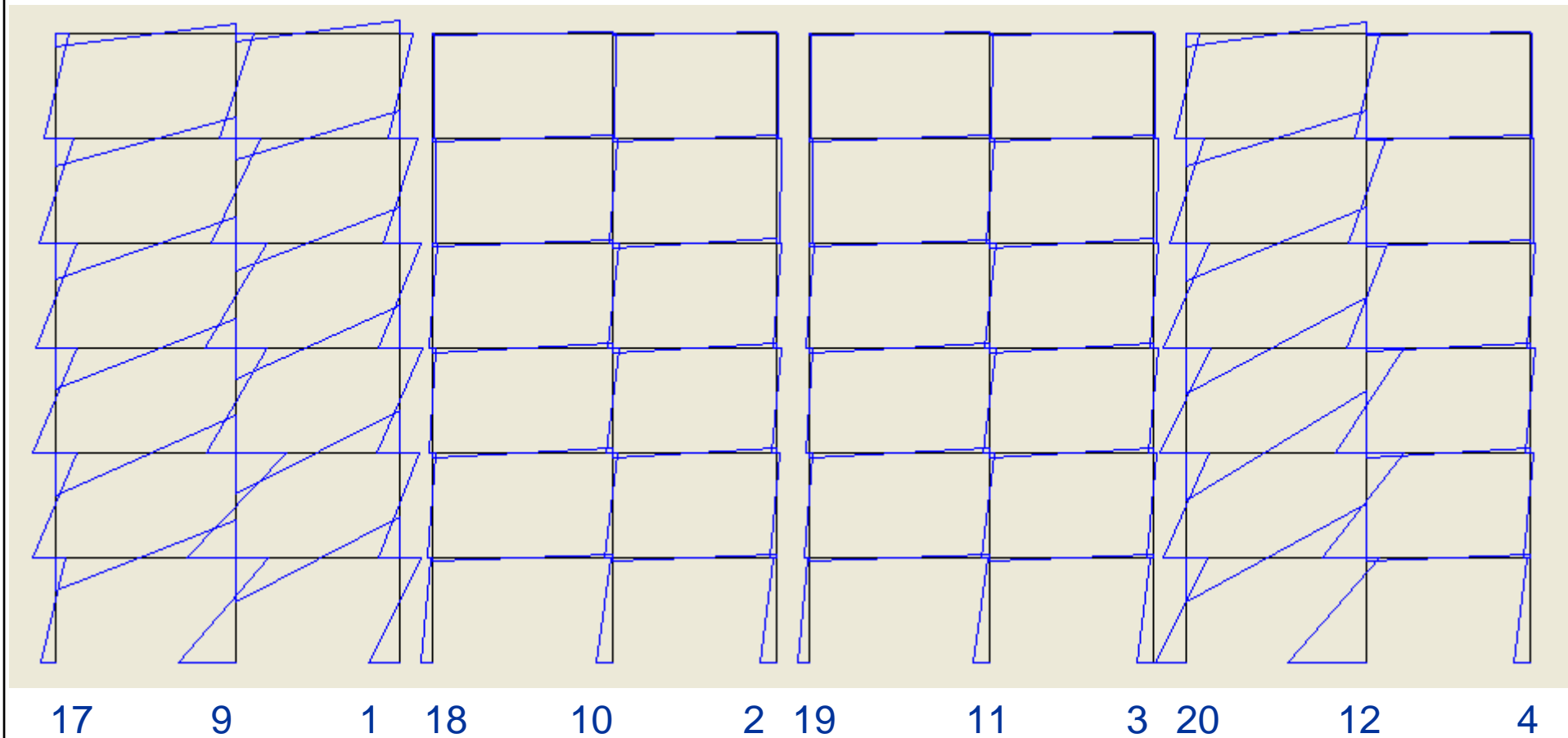


## Sisma in direzione x diagramma del taglio



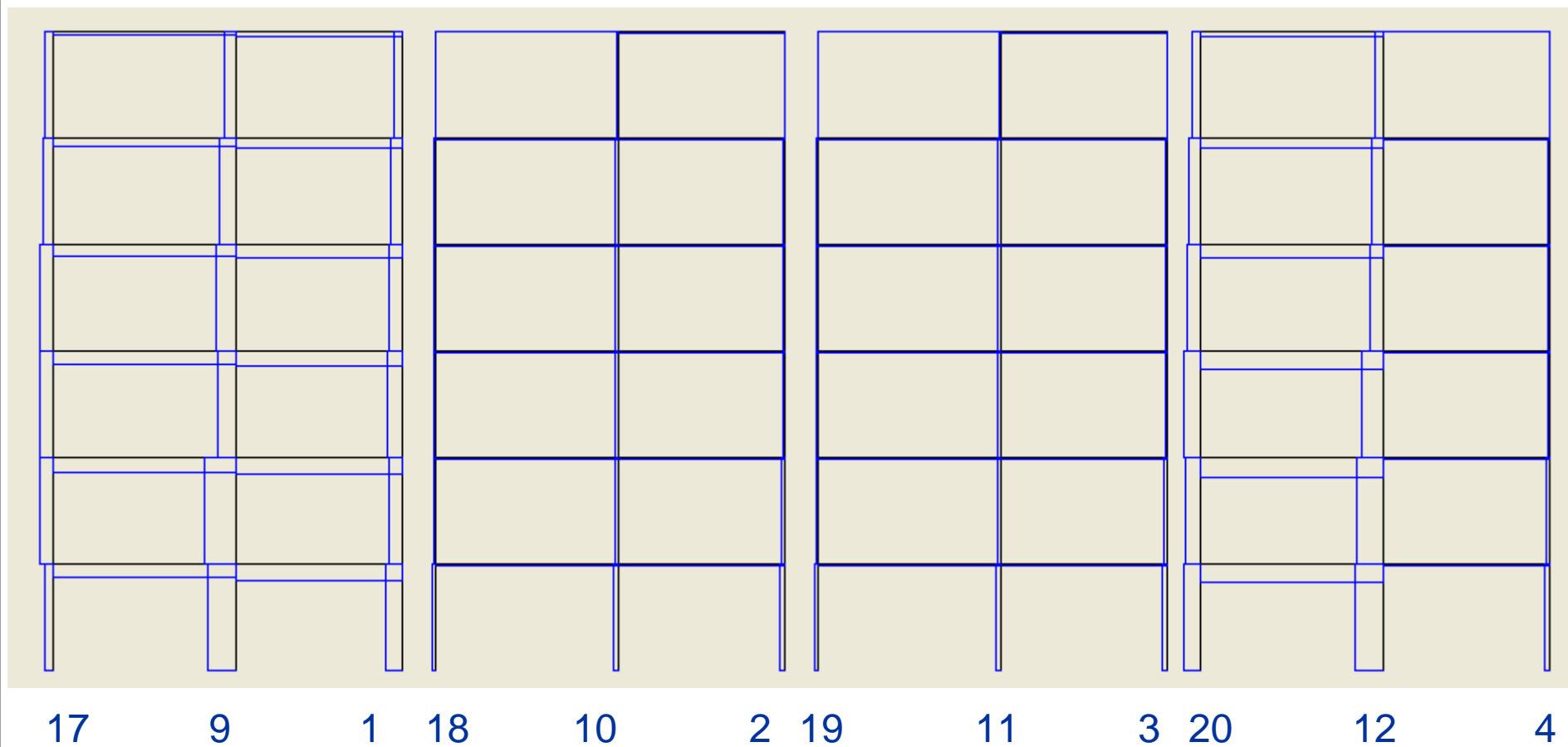
# Sisma in direzione y

## diagramma del momento flettente



# Sisma in direzione y

## diagramma del taglio



# Risultati, con $a_g = 1.00\text{ g}$ pilastri, direzione x

| pilastro | piano | momento    | momento    | taglio  | sforzo       | Nq    |
|----------|-------|------------|------------|---------|--------------|-------|
|          |       | sup. (kNm) | inf. (kNm) | (kN)    | normale (kN) |       |
| 1        | 6     | 359.68     | 305.68     | 207.80  | -137.84      | 66.1  |
| 1        | 5     | 617.84     | 573.72     | 372.08  | -519.40      | 163.7 |
| 1        | 4     | 803.44     | 813.76     | 505.20  | -1073.12     | 261.3 |
| 1        | 3     | 693.44     | 739.76     | 447.72  | -1720.28     | 358.9 |
| 1        | 2     | 665.12     | 701.32     | 426.96  | -2405.72     | 456.5 |
| 1        | 1     | 500.64     | 610.92     | 347.36  | -3036.16     | 556.4 |
| 2        | 6     | 522.36     | 491.12     | 316.68  | -53.56       | 108.0 |
| 2        | 5     | 862.80     | 846.00     | 533.96  | -74.64       | 244.0 |
| 2        | 4     | 1053.92    | 1010.24    | 644.96  | 121.44       | 380.0 |
| 2        | 3     | 1705.36    | 1572.48    | 1023.96 | 131.72       | 518.2 |
| 2        | 2     | 2058.60    | 2065.80    | 1288.36 | -171.68      | 658.7 |
| 2        | 1     | 1455.16    | 2890.52    | 1357.72 | -433.84      | 801.4 |
| 3        | 6     | 527.16     | 495.92     | 319.68  | 50.76        | 108.0 |
| 3        | 5     | 866.32     | 847.96     | 535.68  | 75.52        | 244.0 |
| 3        | 4     | 1062.32    | 1027.76    | 653.08  | -135.52      | 380.0 |
| 3        | 3     | 1786.56    | 1669.92    | 1079.88 | -235.64      | 518.2 |
| 3        | 2     | 2262.52    | 2250.56    | 1409.96 | -310.24      | 658.7 |
| 3        | 1     | 1646.00    | 2986.04    | 1447.24 | -370.48      | 801.4 |
| 4        | 6     | 366.44     | 311.40     | 211.68  | 142.08       | 108.0 |
| 4        | 5     | 627.08     | 587.04     | 379.20  | 531.20       | 244.0 |
| 4        | 4     | 772.12     | 733.72     | 470.20  | 1084.84      | 380.0 |
| 4        | 3     | 1121.60    | 1052.96    | 678.24  | 1839.68      | 518.2 |
| 4        | 2     | 1275.24    | 1387.28    | 830.60  | 2824.32      | 658.7 |
| 4        | 1     | 800.24     | 2561.68    | 1049.64 | 3792.92      | 801.4 |

File Edificio.xls - foglio PilX

# Risultati, con $a_g = 1.00\text{ g}$ pilastri, direzione y

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | Nq    |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|-------|
| 17       | 6     | 627.48                | 527.24                | 360.56         | -195.72                | 50.5  |
| 17       | 5     | 842.12                | 786.08                | 508.08         | -620.08                | 132.5 |
| 17       | 4     | 1016.96               | 981.36                | 623.68         | -1153.68               | 214.5 |
| 17       | 3     | 1051.36               | 1084.44               | 666.88         | -1723.04               | 296.5 |
| 17       | 2     | 1002.16               | 1106.48               | 658.72         | -2346.72               | 378.5 |
| 17       | 1     | 516.08                | 694.12                | 378.12         | -2896.08               | 460.5 |
| 9        | 6     | 879.76                | 831.36                | 534.72         | -17.80                 | 94.6  |
| 9        | 5     | 1235.64               | 1214.08               | 765.48         | -68.08                 | 227.7 |
| 9        | 4     | 1516.80               | 1513.84               | 947.00         | -136.00                | 360.8 |
| 9        | 3     | 1499.84               | 1411.28               | 909.52         | -213.84                | 493.9 |
| 9        | 2     | 2479.64               | 2384.96               | 1519.92        | -300.28                | 629.3 |
| 9        | 1     | 1627.68               | 2831.56               | 1392.88        | -485.44                | 766.9 |
| 1        | 6     | 631.00                | 538.40                | 365.20         | 212.36                 | 66.1  |
| 1        | 5     | 861.72                | 809.40                | 521.60         | 687.24                 | 163.7 |
| 1        | 4     | 1046.00               | 1012.72               | 642.64         | 1289.32                | 261.3 |
| 1        | 3     | 1093.96               | 1135.32               | 696.20         | 1936.84                | 358.9 |
| 1        | 2     | 997.92                | 1037.20               | 635.72         | 2647.00                | 456.5 |
| 1        | 1     | 1006.76               | 1537.20               | 794.88         | 3377.92                | 556.4 |
| 18       | 6     | 94.60                 | 89.04                 | -34.24         | -33.64                 | 76.8  |
| 18       | 5     | 199.72                | 141.72                | 82.96          | -84.12                 | 181.6 |
| 18       | 4     | 211.52                | 168.60                | 98.44          | -148.48                | 286.4 |
| 18       | 3     | 182.92                | 174.40                | 93.84          | -217.00                | 391.2 |
| 18       | 2     | 124.36                | 226.92                | 98.68          | -281.68                | 496.0 |
| 18       | 1     | 75.52                 | 549.88                | 152.72         | -330.16                | 603.0 |

File Edificio.xls - foglio PilY



## Risultati, con $a_g = 1.00 g$ spostamenti orizzontali

| direzione x |               |               |
|-------------|---------------|---------------|
| traverso    | spostamento   | spostamento   |
|             | assoluto (mm) | relativo (mm) |
|             |               |               |
| 6           | 477.128       | 56.664        |
| 5           | 430.420       | 94.344        |
| 4           | 347.128       | 118.368       |
| 3           | 235.832       | 101.952       |
| 2           | 135.448       | 87.560        |
| 1           | 47.996        | 47.996        |
|             |               |               |
|             |               |               |
| direzione y |               |               |
| traverso    | spostamento   | spostamento   |
|             | assoluto (mm) | relativo (mm) |
|             |               |               |
| 6           | 747.884       | 96.268        |
| 5           | 674.448       | 139.364       |
| 4           | 557.780       | 168.920       |
| 3           | 403.108       | 175.460       |
| 2           | 232.224       | 155.212       |
| 1           | 77.416        | 77.416        |

# Analisi modale (con $q = 1$ )

Si procede come per nuovi edifici:

- Determinazione delle masse di piano, con  $g_k + \psi_2 q_k$
- Definizione dello spettro di risposta elastico per SLV  
nell'esempio: periodo di ritorno 475 anni, suolo B
- Effettuazione dell'analisi modale con spettro elastico ( $q = 1$ ) o se si preferisce con spettro scalato con  $q = 1.5$

Esame dei risultati per individuare rotture fragili:

- Usare risultati del calcolo  
oppure valori corrispondenti alla plasticizzazione  
delle sezioni a flessione

# Valutazione delle sollecitazioni per verifica di elementi fragili

Rotture a taglio:

- Si noti che c'è un legame tra taglio  $V$  e resistenza a flessione  $M_R$   
ad esempio, per il pilastro,  $V \leq (M_{R,\text{sup}} + M_{R,\text{inf}})/h$
- Finché non si hanno plasticizzazioni si usa il taglio fornito dal calcolo
- Se si hanno plasticizzazioni (nelle sezioni adiacenti) il taglio si ricava per l'equilibrio, dai  $M_R$

# Livelli di conoscenza e fattori di confidenza

| Livello di Conoscenza | Geometria (carpenterie)   | Dettagli strutturali   | Proprietà dei materiali   | Metodi di analisi                  | FC   |
|-----------------------|---|--|---|------------------------------------|------|
| LC1                   | Da disegni di carpenteria originali con rilievo visivo a campione oppure rilievo ex-novo completo | Progetto simulato in accordo alle norme dell'epoca<br><b>e</b><br><i>limitate</i> verifiche in-situ                          | Valori usuali per la pratica costruttiva dell'epoca<br><b>e</b><br><i>limitate</i> prove in-situ  | Analisi lineare statica o dinamica | 1.35 |
| LC2                   |   | Disegni costruttivi incompleti con<br><i>limitate</i> verifiche in situ<br><b>oppure</b><br><i>estese</i> verifiche in-situ  | Dalle specifiche originali di progetto o dai certificati di prova originali con<br><i>limitate</i> prove in-situ<br><b>oppure</b><br><i>estese</i> prove in-situ  | Tutti                              | 1.20 |
| LC3                   |   | Disegni costruttivi completi con<br><i>limitate</i> verifiche in situ<br><b>oppure</b><br><i>esaustive</i> verifiche in-situ | Dai certificati di prova originali o dalle specifiche originali di progetto con<br><i>estese</i> prove in situ<br><b>oppure</b><br><i>esaustive</i> prove in-situ | Tutti                              | 1.00 |

I fattori di confidenza sono ulteriori coefficienti di sicurezza

# Valori delle resistenze da utilizzare per verifica di elementi fragili

- Come base, si utilizzano i valori medi (non quelli caratteristici)
- Per determinare i momenti di plasticizzazione degli estremi di un'asta ed il conseguente taglio massimo, si usano i valori medi moltiplicati per FC
- Per valutare la resistenza dell'elemento fragile si usano i valori medi divisi per il fattore di sicurezza parziale  $\gamma_M$  e divisi per FC

Nota: nelle NTC08 (punto 8.7.2) si dice solo "si impiegano le proprietà dei materiali esistenti"; non viene mai detto di usare i valori medi

COMMENTARE

# Valori delle resistenze da utilizzare per verifica di elementi fragili

Esempio:

- Per il calcestruzzo con  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$  si è trovato (in base alle prove sperimentali)  $f_{cm} = 28 \text{ MPa}$
- Per l'acciaio FeB38k si è trovato (in base alle prove sperimentali)  $f_{ym} = 420 \text{ MPa}$
- Per determinare il taglio massimo, si usa:  
 $f_c = 28 \times 1.2 = 33.6 \text{ MPa}$ ,  $f_y = 420 \times 1.2 = 504 \text{ MPa}$
- Per valutare la resistenza dell'elemento fragile si usano  
 $f_c = 28 / 1.5 / 1.2 = 13.22 \text{ MPa}$   
 $f_y = 420 / 1.15 / 1.2 = 304.3 \text{ MPa}$

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | N <sub>g</sub> |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|----------------|
|          |       | analisi modale        | q=1, ag/g=            | 0.250          |                        |                |
| 1        | 6     | 89.92                 | -76.42                | 51.95          | 34.46                  | 66.1           |
| 1        | 5     | 154.46                | -143.43               | 93.02          | 129.85                 | 163.7          |
| 1        | 4     | 200.86                | -203.44               | 126.30         | 268.28                 | 261.3          |
| 1        | 3     | 173.36                | -184.94               | 111.93         | 430.07                 | 358.9          |
| 1        | 2     | 166.28                | -175.33               | 106.74         | 601.43                 | 456.5          |
| 1        | 1     | 125.16                | -152.73               | 86.84          | 759.04                 | 556.4          |
| 2        | 6     | 130.59                | -122.78               | 79.17          | 13.39                  | 108.0          |
| 2        | 5     | 215.70                | -211.50               | 133.49         | 18.66                  | 244.0          |
| 2        | 4     | 263.48                | -252.56               | 161.24         | -30.36                 | 380.0          |
| 2        | 3     | 426.34                | -393.12               | 255.99         | -32.93                 | 518.2          |
| 2        | 2     | 514.65                | -516.45               | 322.09         | 42.92                  | 658.7          |
| 2        | 1     | 363.79                | -722.63               | 339.43         | 108.46                 | 801.4          |
| 3        | 6     | 131.79                | -123.98               | 79.92          | -12.69                 | 108.0          |
| 3        | 5     | 216.58                | -211.99               | 133.92         | -18.88                 | 244.0          |
| 3        | 4     | 265.58                | -256.94               | 163.27         | 33.88                  | 380.0          |
| 3        | 3     | 446.64                | -417.48               | 269.97         | 58.91                  | 518.2          |
| 3        | 2     | 565.63                | -562.64               | 352.49         | 77.56                  | 658.7          |
| 3        | 1     | 411.50                | -746.51               | 361.81         | 92.62                  | 801.4          |
| 4        | 6     | 91.61                 | -77.85                | 52.92          | -35.52                 | 108.0          |
| 4        | 5     | 156.77                | -146.76               | 94.80          | -132.80                | 244.0          |
| 4        | 4     | 193.03                | -183.43               | 117.55         | -271.21                | 380.0          |
| 4        | 3     | 280.40                | -263.24               | 169.56         | -459.92                | 518.2          |
| 4        | 2     | 318.81                | -346.82               | 207.65         | -706.08                | 658.7          |
| 4        | 1     | 200.06                | -640.42               | 262.41         | -948.23                | 801.4          |

Foglio Excel PilX dati

| MRd(N <sub>g</sub> )<br>(kNm) | VEd max<br>(kN) |
|-------------------------------|-----------------|
| con res.*FC                   | con h=2.70      |
| 40.39                         | 29.92           |
| 52.30                         | 38.74           |
| 63.46                         | 47.01           |
| 73.85                         | 54.70           |
| 92.56                         | 66.56           |
| 124.23                        | 92.02           |
| 45.60                         | 33.77           |
| 61.54                         | 45.58           |
| 75.99                         | 56.29           |
| 139.98                        | 103.69          |
| 206.84                        | 153.22          |
| 286.12                        | 211.94          |
| 45.60                         | 33.77           |
| 61.54                         | 45.58           |
| 75.99                         | 56.29           |
| 139.98                        | 103.69          |
| 206.84                        | 153.22          |
| 286.12                        | 211.94          |
| 45.60                         | 33.77           |
| 61.54                         | 45.58           |
| 75.99                         | 56.29           |
| 139.98                        | 103.69          |
| 206.84                        | 153.22          |
| 286.12                        | 211.94          |

Foglio Excel V(PilX)

Pilastro 1  
piano 3  
per 0.25 g  
V=111.93 kN

Ma il pilastro  
si plasticizza  
prima  
Il taglio non  
può superare  
il valore

V=54.70 kN

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | N <sub>q</sub> |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|----------------|
|          |       | analisi modale        | q=1, ag/g=            | 0.250          |                        |                |
| 1        | 6     | 89.92                 | -76.42                | 51.95          | 34.46                  | 66.1           |
| 1        | 5     | 154.46                | -143.43               | 93.02          | 129.85                 | 163.7          |
| 1        | 4     | 200.86                | -203.44               | 126.30         | 268.28                 | 261.3          |
| 1        | 3     | 173.36                | -184.94               | 111.93         | 430.07                 | 358.9          |
| 1        | 2     | 166.28                | -175.33               | 106.74         | 601.43                 | 456.5          |
| 1        | 1     | 125.16                | -152.73               | 86.84          | 759.04                 | 556.4          |
| 2        | 6     | 130.59                | -122.78               | 79.17          | 13.39                  | 108.0          |
| 2        | 5     | 215.70                | -211.50               | 133.49         | 18.66                  | 244.0          |
| 2        | 4     | 263.48                | -252.56               | 161.24         | -30.36                 | 380.0          |
| 2        | 3     | 426.34                | -393.12               | 255.99         | -32.93                 | 518.2          |
| 2        | 2     | 514.65                | -516.45               | 322.09         | 42.92                  | 658.7          |
| 2        | 1     | 363.79                | -722.63               | 339.43         | 108.46                 | 801.4          |
| 3        | 6     | 131.79                | -123.98               | 79.92          | -12.69                 | 108.0          |
| 3        | 5     | 216.58                | -211.99               | 133.92         | -18.88                 | 244.0          |
| 3        | 4     | 265.58                | -256.94               | 163.27         | 33.88                  | 380.0          |
| 3        | 3     | 446.64                | -417.48               | 269.97         | 58.91                  | 518.2          |
| 3        | 2     | 565.63                | -562.64               | 352.49         | 77.56                  | 658.7          |
| 3        | 1     | 411.50                | -746.51               | 361.81         | 92.62                  | 801.4          |
| 4        | 6     | 91.61                 | -77.85                | 52.92          | -35.52                 | 108.0          |
| 4        | 5     | 156.77                | -146.76               | 94.80          | -132.80                | 244.0          |
| 4        | 4     | 193.03                | -183.43               | 117.55         | -271.21                | 380.0          |
| 4        | 3     | 280.40                | -263.24               | 169.56         | -459.92                | 518.2          |
| 4        | 2     | 318.81                | -346.82               | 207.65         | -706.08                | 658.7          |
| 4        | 1     | 200.06                | -640.42               | 262.41         | -948.23                | 801.4          |

Foglio Excel PilX dati

| MRd(N <sub>q</sub> )<br>(kNm) | VEd max<br>(kN) |
|-------------------------------|-----------------|
| con res.*FC                   | con h=2.70      |
| 40.39                         | 29.92           |
| 52.30                         | 38.74           |
| 63.46                         | 47.01           |
| 73.85                         | 54.70           |
| 92.56                         | 68.56           |
| 124.23                        | 92.02           |
| 45.60                         | 33.77           |
| 61.54                         | 45.58           |
| 75.99                         | 56.29           |
| 139.98                        | 103.69          |
| 206.84                        | 153.22          |
| 286.12                        | 211.94          |
| 45.60                         | 33.77           |
| 61.54                         | 45.58           |
| 75.99                         | 56.29           |
| 139.98                        | 103.69          |
| 206.84                        | 153.22          |
| 286.12                        | 211.94          |
| 45.60                         | 33.77           |
| 61.54                         | 45.58           |
| 75.99                         | 56.29           |
| 139.98                        | 103.69          |
| 206.84                        | 153.22          |
| 286.12                        | 211.94          |

Foglio Excel V(PilX)

Nota:  
in realtà  
dovrebbe  
essere con  
N variabile

(l'ho trascurato  
per semplicità;  
vedere più  
avanti, con  
riferimento a  
rottura duttile)



# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione y

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | N <sub>q</sub> |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|----------------|
|          |       | analisi modale        | q=1, ag/g=            | 0.250          |                        |                |
| 17       | 6     | 156.87                | -131.81               | 90.14          | 48.93                  | 50.5           |
| 17       | 5     | 210.53                | -196.52               | 127.02         | 155.02                 | 132.5          |
| 17       | 4     | 254.24                | -245.34               | 155.92         | 288.42                 | 214.5          |
| 17       | 3     | 262.84                | -271.11               | 166.72         | 430.76                 | 296.5          |
| 17       | 2     | 250.54                | -276.62               | 164.68         | 586.68                 | 378.5          |
| 17       | 1     | 129.02                | -173.53               | 94.53          | 724.02                 | 460.5          |
| 9        | 6     | 219.94                | -207.84               | 133.68         | 4.45                   | 94.6           |
| 9        | 5     | 308.91                | -303.52               | 191.37         | 17.02                  | 227.7          |
| 9        | 4     | 379.20                | -378.46               | 236.75         | 34.00                  | 360.8          |
| 9        | 3     | 374.96                | -352.82               | 227.38         | 53.46                  | 493.9          |
| 9        | 2     | 619.91                | -596.24               | 379.98         | 75.07                  | 629.3          |
| 9        | 1     | 406.92                | -707.89               | 348.22         | 121.36                 | 766.9          |
| 1        | 6     | 157.75                | -134.60               | 91.30          | -53.09                 | 66.1           |
| 1        | 5     | 215.43                | -202.35               | 130.40         | -171.81                | 163.7          |
| 1        | 4     | 261.50                | -253.18               | 160.66         | -322.33                | 261.3          |
| 1        | 3     | 273.49                | -283.83               | 174.05         | -484.21                | 358.9          |
| 1        | 2     | 249.48                | -259.30               | 158.93         | -661.75                | 456.5          |
| 1        | 1     | 251.69                | -384.30               | 198.72         | -844.48                | 556.4          |
| 18       | 6     | 23.65                 | 22.26                 | -8.56          | 8.41                   | 76.8           |
| 18       | 5     | 49.93                 | 35.43                 | 20.74          | 21.03                  | 181.6          |
| 18       | 4     | 52.88                 | -42.15                | 24.61          | 37.12                  | 286.4          |
| 18       | 3     | 45.73                 | -43.60                | 23.46          | 54.25                  | 391.2          |
| 18       | 2     | 31.09                 | -56.73                | 24.67          | 70.42                  | 496.0          |
| 18       | 1     | -18.88                | -137.47               | 38.18          | 82.54                  | 603.0          |

Foglio Excel PilY dati

| MRd(N <sub>q</sub> )<br>(kNm) | VEd max<br>(kN) |
|-------------------------------|-----------------|
| con res.*FC                   | con h=2.70      |
| 38.42                         | 28.46           |
| 48.58                         | 35.98           |
| 58.20                         | 43.11           |
| 67.29                         | 49.85           |
| 75.84                         | 56.18           |
| 92.93                         | 68.84           |
| 43.95                         | 32.55           |
| 59.70                         | 44.22           |
| 74.04                         | 54.85           |
| 95.97                         | 71.09           |
| 154.54                        | 114.47          |
| 224.97                        | 166.64          |
| 40.39                         | 29.92           |
| 52.30                         | 38.74           |
| 63.46                         | 47.01           |
| 73.85                         | 54.70           |
| 92.56                         | 68.56           |
| 145.10                        | 107.48          |
| 41.73                         | 30.91           |
| 54.40                         | 40.30           |
| 66.20                         | 49.04           |
| 77.12                         | 57.13           |
| 96.15                         | 71.23           |
| 128.57                        | 95.24           |

Foglio Excel V(PilY)

Rottura fragile per taglio

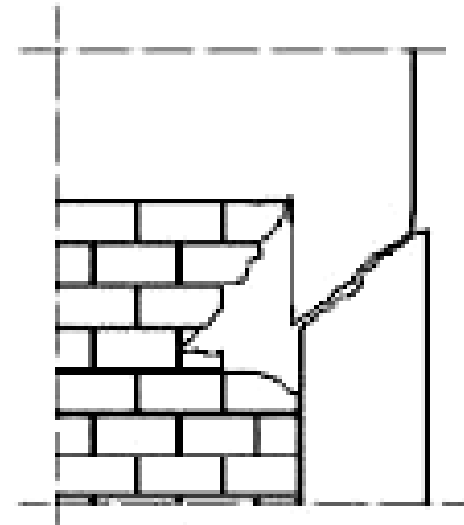
# Rottura del pilastro per taglio

Santa Venerina,  
2002

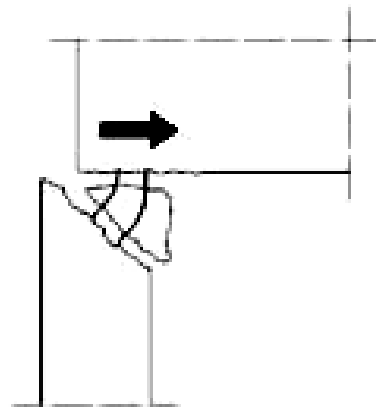
Foto G. Gaeta



Rottura diagonale  
della muratura e  
propagazione come  
lesione a taglio nel  
pilastro



# Rottura del pilastro per taglio



# Verifica a taglio

- Nell'OPCM 3431 non vi sono indicazioni specifiche (deduco che si deve fare riferimento a  $V_{Rd,max}$  e  $V_{Rd,s}$ )
- Le linee guida della Basilicata rinviano espressamente alle formule dell'Eurocodice 2
- L'Eurocodice 8, parte 3, propone formule specifiche (punto A.3.3.1) ma che valgono solo per SLC

$$V_R = \frac{1}{\gamma_{el}} \left[ \frac{h-x}{2L_V} \min(N; 0,55A_c f_c) + \left( 1 - 0,05 \min\left(5; \mu_{\Delta}^{pl}\right) \right) \cdot \left[ 0,16 \max(0,5; 100\rho_{tot}) \left( 1 - 0,16 \min\left(5; \frac{L_V}{h}\right) \right) \sqrt{f_c} A_c + V_w \right] \right]$$

$$V_w = \rho_w b_w z f_{yw}$$

# Verifica a taglio

Formule utilizzate (secondo NTC 08, punto 4.1.2.1.3.2):

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \theta) \cdot \sin \alpha$$

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \theta) / (1 + \operatorname{ctg}^2 \theta)$$

con

$$f'_{cd} = 0,5 \cdot f_{cd}$$

$$1 \leq \operatorname{ctg} \theta \leq 2,5$$

|              |                               |  |
|--------------|-------------------------------|--|
| $\alpha_c =$ | 1                             | per membrane non compresse                         |
|              | $1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$      | per $0 \leq \sigma_{cp} < 0,25 f_{cd}$             |
|              | 1,25                          | per $0,25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd}$ |
|              | $2,5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$ | per $0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$            |

Nota: con  $f_c$  e  $f_y$  definiti in precedenza, anziché  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | Nq    | MRd(Nq)<br>(kNm) | VEd max<br>(kN) | VRds<br>(kN) | VRdc<br>(kN) | ag/g  |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|-------|------------------|-----------------|--------------|--------------|-------|
|          |       | analisi modale        | q=1, ag/g=            | 0.250          |                        |       | con res.*FC      | con h=2.70      | cot teta=2.5 |              |       |
| 1        | 6     | 89.92                 | -76.42                | 51.95          | 34.46                  | 66.1  | 40.39            | 29.92           | 50.34        | 168.92       | ok    |
| 1        | 5     | 154.46                | -143.43               | 93.02          | 129.85                 | 163.7 | 52.30            | 38.74           | 50.34        | 182.05       | ok    |
| 1        | 4     | 200.86                | -203.44               | 126.30         | 268.28                 | 261.3 | 63.46            | 47.01           | 50.34        | 195.17       | ok    |
| 1        | 3     | 173.36                | -184.94               | 111.93         | 430.07                 | 358.9 | 73.85            | 54.70           | 50.34        | 200.04       | 0.112 |
| 1        | 2     | 166.28                | -175.33               | 106.74         | 601.43                 | 456.5 | 92.56            | 68.56           | 50.34        | 200.04       | 0.118 |
| 1        | 1     | 125.16                | -152.73               | 86.84          | 759.04                 | 556.4 | 124.23           | 92.02           | 50.34        | 266.72       | 0.145 |

Sezione 30×30 staffe Ø6/20

$$V_{Rds} = 0.9 d \frac{A_{st}}{s} f_y \cot \theta =$$

$$= 0.9 \times 26 \times \frac{0.566}{20} \times 304 \times 2.5 \times 10^{-1} = 50.34 \text{ kN}$$

$$V_{Rdc} = 0.9 d b \alpha_c f'_c \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} =$$

$$= 0.9 \times 26 \times 30 \times 1.25 \times 6.61 \times \frac{2.5}{1 + 2.5^2} \times 10^{-1} = 200.04 \text{ kN}$$

Foglio Excel PilX dati

Foglio Excel V(PilX)

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | Nq    | MRd(Nq)<br>(kNm) | VEd max<br>(kN) | VRds<br>(kN) | VRdc<br>(kN) | ag/g  |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|-------|------------------|-----------------|--------------|--------------|-------|
|          |       | analisi modale        | q=1, ag/g=            | 0.250          |                        |       | con res.*FC      | con h=2.70      | cot teta=2.5 |              |       |
| 1        | 6     | 89.92                 | -76.42                | 51.95          | 34.46                  | 66.1  | 40.39            | 29.92           | 50.34        | 168.92       | ok    |
| 1        | 5     | 154.46                | -143.43               | 93.02          | 129.85                 | 163.7 | 52.30            | 38.74           | 50.34        | 182.05       | ok    |
| 1        | 4     | 200.86                | -203.44               | 126.30         | 268.28                 | 261.3 | 63.46            | 47.01           | 50.34        | 195.17       | ok    |
| 1        | 3     | 173.36                | -184.94               | 111.93         | 430.07                 | 358.9 | 73.85            | 54.70           | 50.34        | 200.04       | 0.112 |
| 1        | 2     | 166.28                | -175.33               | 106.74         | 601.43                 | 456.5 | 92.56            | 68.56           | 50.34        | 200.04       | 0.118 |
| 1        | 1     | 125.16                | -152.73               | 86.84          | 759.04                 | 556.4 | 124.23           | 92.02           | 50.34        | 266.72       | 0.145 |

Sezione 30×30 staffe Ø6/20

$$V_{Rd} = \text{MIN}(V_{Rds}, V_{Rdc}) = 50.34 \text{ kN}$$

$$\text{Per } a_g = 0.25 \text{ g} \quad V_{Ed} = 111.93 \text{ kN}$$

$$\text{quindi } V_{Rd} = V_{Ed} \text{ per } a_g = 0.25 \times \frac{50.34}{111.93} = 0.112 \text{ g}$$

Foglio Excel PilX dati

Foglio Excel V(PilX)



# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | Nq    | MRd(Nq)<br>(kNm) | VEd max<br>(kN) | VRds<br>(kN) | VRdc<br>(kN) | ag/g  |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|-------|------------------|-----------------|--------------|--------------|-------|
|          |       | analisi modale        | q=1, ag/g=            | 0.250          |                        |       | con res.*FC      | con h=2.70      | cot teta=2.5 |              |       |
| 1        | 6     | 89.92                 | -76.42                | 51.95          | 34.46                  | 66.1  | 40.39            | 29.92           | 50.34        | 168.92       | ok    |
| 1        | 5     | 154.46                | -143.43               | 93.02          | 129.85                 | 163.7 | 52.30            | 38.74           | 50.34        | 182.05       | ok    |
| 1        | 4     | 200.86                | -203.44               | 126.30         | 268.28                 | 261.3 | 63.46            | 47.01           | 50.34        | 195.17       | ok    |
| 1        | 3     | 173.36                | -184.94               | 111.93         | 430.07                 | 358.9 | 73.85            | 54.70           | 50.34        | 200.04       | 0.112 |
| 1        | 2     | 166.28                | -175.33               | 106.74         | 601.43                 | 456.5 | 92.56            | 68.56           | 50.34        | 200.04       | 0.118 |
| 1        | 1     | 125.16                | -152.73               | 86.84          | 759.04                 | 556.4 | 124.23           | 92.02           | 50.34        | 266.72       | 0.145 |

In altri casi la resistenza è maggiore di  $V_{Ed,max}$   
e quindi non si ha mai rottura

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | Nq    | MRd(Nq)<br>(kNm) | VEd max<br>(kN) | VRds<br>(kN) | VRdc<br>(kN) | ag/g  |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|-------|------------------|-----------------|--------------|--------------|-------|
|          |       | analisi modale        | q=1, ag/g=            | 0.250          |                        |       | con res.*FC      | con h=2.70      | cot teta=2.5 |              |       |
| 1        | 6     | 89.92                 | -76.42                | 51.95          | 34.46                  | 66.1  | 40.39            | 29.92           | 50.34        | 168.92       | ok    |
| 1        | 5     | 154.46                | -143.43               | 93.02          | 129.85                 | 163.7 | 52.30            | 38.74           | 50.34        | 182.05       | ok    |
| 1        | 4     | 200.86                | -203.44               | 126.30         | 268.28                 | 261.3 | 63.46            | 47.01           | 50.34        | 195.17       | ok    |
| 1        | 3     | 173.36                | -184.94               | 111.93         | 430.07                 | 358.9 | 73.85            | 54.70           | 50.34        | 200.04       | 0.112 |
| 1        | 2     | 166.28                | -175.33               | 106.74         | 601.43                 | 456.5 | 92.56            | 68.56           | 50.34        | 200.04       | 0.118 |
| 1        | 1     | 125.16                | -152.73               | 86.84          | 759.04                 | 556.4 | 124.23           | 92.02           | 50.34        | 266.72       | 0.145 |
| 2        | 6     | 130.59                | -122.78               | 79.17          | 13.39                  | 108.0 | 45.60            | 33.77           | 50.34        | 174.56       | ok    |
| 2        | 5     | 215.70                | -211.50               | 133.49         | 18.66                  | 244.0 | 61.54            | 45.58           | 50.34        | 192.85       | ok    |
| 2        | 4     | 263.48                | -252.56               | 161.24         | -30.36                 | 380.0 | 75.99            | 56.29           | 50.34        | 200.04       | 0.078 |
| 2        | 3     | 426.34                | -393.12               | 255.99         | -32.93                 | 518.2 | 139.98           | 103.69          | 69.70        | 276.98       | 0.068 |
| 2        | 2     | 514.65                | -516.45               | 322.09         | 42.92                  | 658.7 | 206.84           | 153.22          | 89.06        | 353.92       | 0.069 |
| 2        | 1     | 363.79                | -722.63               | 339.43         | 108.46                 | 801.4 | 286.12           | 211.94          | 108.43       | 430.86       | 0.080 |
| 3        | 6     | 131.79                | -123.98               | 79.92          | -12.69                 | 108.0 | 45.60            | 33.77           | 50.34        | 174.56       | ok    |
| 3        | 5     | 216.58                | -211.99               | 133.92         | -18.88                 | 244.0 | 61.54            | 45.58           | 50.34        | 192.85       | ok    |
| 3        | 4     | 265.58                | -256.94               | 163.27         | 33.88                  | 380.0 | 75.99            | 56.29           | 50.34        | 200.04       | 0.077 |
| 3        | 3     | 446.64                | -417.48               | 269.97         | 58.91                  | 518.2 | 139.98           | 103.69          | 69.70        | 276.98       | 0.065 |
| 3        | 2     | 565.63                | -562.64               | 352.49         | 77.56                  | 658.7 | 206.84           | 153.22          | 89.06        | 353.92       | 0.063 |
| 3        | 1     | 411.50                | -746.51               | 361.81         | 92.62                  | 801.4 | 286.12           | 211.94          | 108.43       | 430.86       | 0.075 |
| 4        | 6     | 91.61                 | -77.85                | 52.92          | -35.52                 | 108.0 | 45.60            | 33.77           | 50.34        | 174.56       | ok    |
| 4        | 5     | 156.77                | -146.76               | 94.80          | -132.80                | 244.0 | 61.54            | 45.58           | 50.34        | 192.85       | ok    |
| 4        | 4     | 193.03                | -183.43               | 117.55         | -271.21                | 380.0 | 75.99            | 56.29           | 50.34        | 200.04       | 0.107 |
| 4        | 3     | 280.40                | -263.24               | 169.56         | -459.92                | 518.2 | 139.98           | 103.69          | 69.70        | 276.98       | 0.103 |
| 4        | 2     | 318.81                | -346.82               | 207.65         | -706.08                | 658.7 | 206.84           | 153.22          | 89.06        | 353.92       | 0.107 |
| 4        | 1     | 200.06                | -640.42               | 262.41         | -948.23                | 801.4 | 286.12           | 211.94          | 108.43       | 430.86       | 0.103 |

Foglio Excel PilX dati

Foglio Excel V(PilX)

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione y

| pilastro | piano | momento<br>sup. (kNm) | momento<br>inf. (kNm) | taglio<br>(kN) | sforzo<br>normale (kN) | Nq    | MRd(Nq)<br>(kNm) | VEd max<br>(kN) | VRds<br>(kN) | VRdc<br>(kN) | ag/g  |
|----------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|------------------------|-------|------------------|-----------------|--------------|--------------|-------|
|          |       | analisi modale        | q=1, ag/g=            | 0.250          |                        |       | con res.*FC      | con h=2.70      | cot teta=2.5 |              |       |
| 17       | 6     | 156.87                | -131.81               | 90.14          | 48.93                  | 50.5  | 38.42            | 28.46           | 50.34        | 166.83       | ok    |
| 17       | 5     | 210.53                | -196.52               | 127.02         | 155.02                 | 132.5 | 48.58            | 35.98           | 50.34        | 177.85       | ok    |
| 17       | 4     | 254.24                | -245.34               | 155.92         | 288.42                 | 214.5 | 58.20            | 43.11           | 50.34        | 188.88       | ok    |
| 17       | 3     | 262.84                | -271.11               | 166.72         | 430.76                 | 296.5 | 67.29            | 49.85           | 50.34        | 199.91       | ok    |
| 17       | 2     | 250.54                | -276.62               | 164.68         | 586.68                 | 378.5 | 75.84            | 56.18           | 50.34        | 200.04       | 0.076 |
| 17       | 1     | 129.02                | -173.53               | 94.53          | 724.02                 | 460.5 | 92.93            | 68.84           | 50.34        | 200.04       | 0.133 |
|          |       |                       |                       |                |                        |       |                  |                 |              |              |       |
| 9        | 6     | 219.94                | -207.84               | 133.68         | 4.45                   | 94.6  | 43.95            | 32.55           | 50.34        | 172.76       | ok    |
| 9        | 5     | 308.91                | -303.52               | 191.37         | 17.02                  | 227.7 | 59.70            | 44.22           | 50.34        | 190.66       | ok    |
| 9        | 4     | 379.20                | -378.46               | 236.75         | 34.00                  | 360.8 | 74.04            | 54.85           | 50.34        | 200.04       | 0.053 |
| 9        | 3     | 374.96                | -352.82               | 227.38         | 53.46                  | 493.9 | 95.97            | 71.09           | 50.34        | 200.04       | 0.055 |
| 9        | 2     | 619.91                | -596.24               | 379.98         | 75.07                  | 629.3 | 154.54           | 114.47          | 69.70        | 276.98       | 0.046 |
| 9        | 1     | 406.92                | -707.89               | 348.22         | 121.36                 | 766.9 | 224.97           | 166.64          | 89.06        | 353.92       | 0.064 |
|          |       |                       |                       |                |                        |       |                  |                 |              |              |       |
| 1        | 6     | 157.75                | -134.60               | 91.30          | -53.09                 | 66.1  | 40.39            | 29.92           | 50.34        | 168.92       | ok    |
| 1        | 5     | 215.43                | -202.35               | 130.40         | -171.81                | 163.7 | 52.30            | 38.74           | 50.34        | 182.05       | ok    |
| 1        | 4     | 261.50                | -253.18               | 160.66         | -322.33                | 261.3 | 63.46            | 47.01           | 50.34        | 195.17       | ok    |
| 1        | 3     | 273.49                | -283.83               | 174.05         | -484.21                | 358.9 | 73.85            | 54.70           | 50.34        | 200.04       | 0.072 |
| 1        | 2     | 249.48                | -259.30               | 158.93         | -661.75                | 456.5 | 92.56            | 68.56           | 50.34        | 200.04       | 0.079 |
| 1        | 1     | 251.69                | -384.30               | 198.72         | -844.48                | 556.4 | 145.10           | 107.48          | 69.70        | 276.98       | 0.088 |
|          |       |                       |                       |                |                        |       |                  |                 |              |              |       |
| 18       | 6     | 23.65                 | 22.26                 | -8.56          | 8.41                   | 76.8  | 41.73            | 30.91           | 50.34        | 170.36       | ok    |
| 18       | 5     | 49.93                 | 35.43                 | 20.74          | 21.03                  | 181.6 | 54.40            | 40.30           | 50.34        | 184.46       | ok    |
| 18       | 4     | 52.88                 | -42.15                | 24.61          | 37.12                  | 286.4 | 66.20            | 49.04           | 50.34        | 198.55       | ok    |
| 18       | 3     | 45.73                 | -43.60                | 23.46          | 54.25                  | 391.2 | 77.12            | 57.13           | 50.34        | 200.04       | ok    |
| 18       | 2     | 31.09                 | -56.73                | 24.67          | 70.42                  | 496.0 | 96.15            | 71.23           | 50.34        | 200.04       | ok    |
| 18       | 1     | -18.88                | -137.47               | 38.18          | 82.54                  | 603.0 | 128.57           | 95.24           | 50.34        | 266.72       | ok    |

Foglio Excel PilY dati

Foglio Excel V(PilY)

# Verifica a taglio

## conclusione

La sezione più vulnerabile è quella del pilastro 9, II ordine, per sisma in direzione y

La rottura a taglio avviene per  $a_g = 0.046 g$   
o, se si assume  $q = 1.5$ , per  $a_g = 0.069 g$   
(molto lontano da  $a_g = 0.250 g$ )

Numerose altre sezioni arrivano alla rottura a taglio per accelerazioni un po' maggiori, sempre piccole rispetto a  $a_g = 0.250 g$

Nota 1: più correttamente, al variare di  $a_g$  si dovrebbe cambiare spettro di risposta, ma questo è difficilmente proponibile

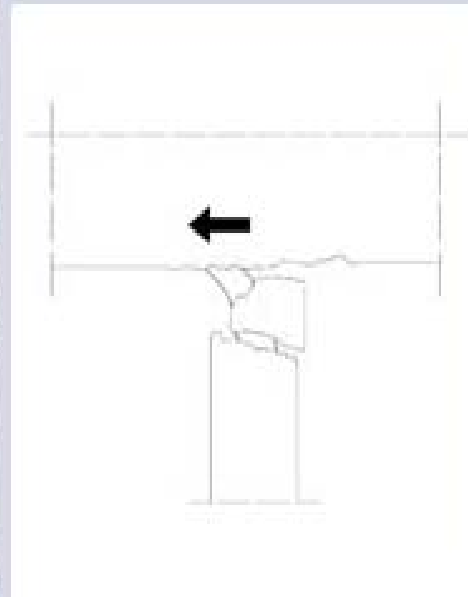
Nota 2: si dovrebbero verificare anche le travi, ma in genere stanno molto meglio

Rottura dei nodi

# Rottura dei nodi



Collasso di un nodo trave-colonna esterno in c.a.: rottura causata dalle elevate sollecitazioni di taglio.



# Rottura dei nodi



Terremoto: Santa Lucia, 1990  
Località: Augusta

Danneggiamento del nodo  
trave-colonna a causa degli  
elevati sforzi assiali e di taglio.





# Rottura dei nodi

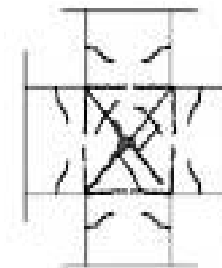




# Rottura dei nodi



Danneggiamento di un nodo  
trave-colonna interno in c.a.:  
espulsione del copriferro a  
causa delle sollecitazioni  
flessionali.



Terremoto: Irpinia, 1980

Località: I Ioni

# Rottura dei nodi

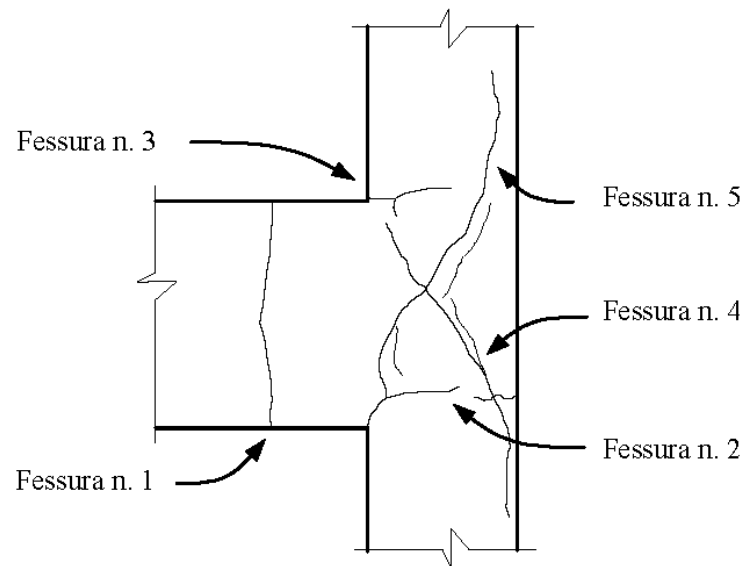


Terremoto: Molise, 2002  
Località: San Giuliano di Puglia

Danneggiamento del nodo  
trave-colonna esterno:  
espulsione del copriferro a  
causa delle sollecitazioni  
flettenti.



# Danneggiamento del nodo per azioni cicliche



Evoluzione del quadro  
fessurativo di un nodo  
trave-pilastro realizzato  
in laboratorio

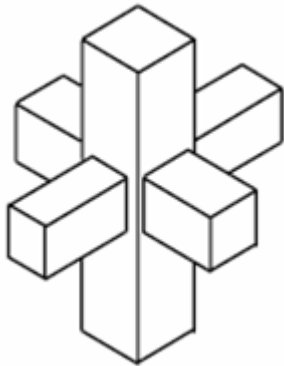
- |                   |   |   |
|-------------------|---|---|
| Fessura n.1       | → | Cerniera plastica sulla trave   |
| Fessure n.2 e n.3 | → | Cerniera plastica sul pilastro  |
| Fessure n.4 e n.5 | → | Collasso fragile del nodo e<br>conseguente chiusura delle fessure<br>da momento flettente |

# Confinamento dei nodi

## Nodi interamente confinati

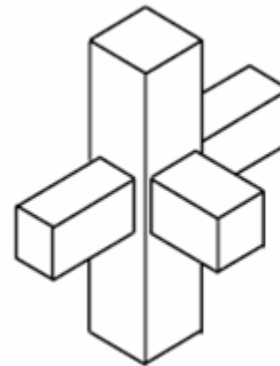
- In ognuna delle 4 facce si innestano travi
- Le travi sono sovrapposte ai pilastri per almeno i  $\frac{3}{4}$  della larghezza del pilastro (e tra loro per i  $\frac{3}{4}$  dell'altezza)

Per i nodi interamente confinati  
non occorrono verifiche

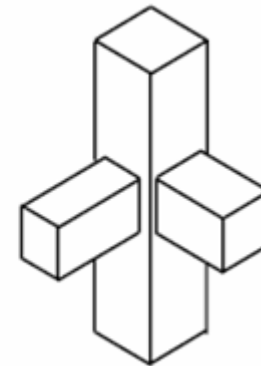


Nodo interno,  
interamente  
confinato

Nodi non  
interamente  
confinati

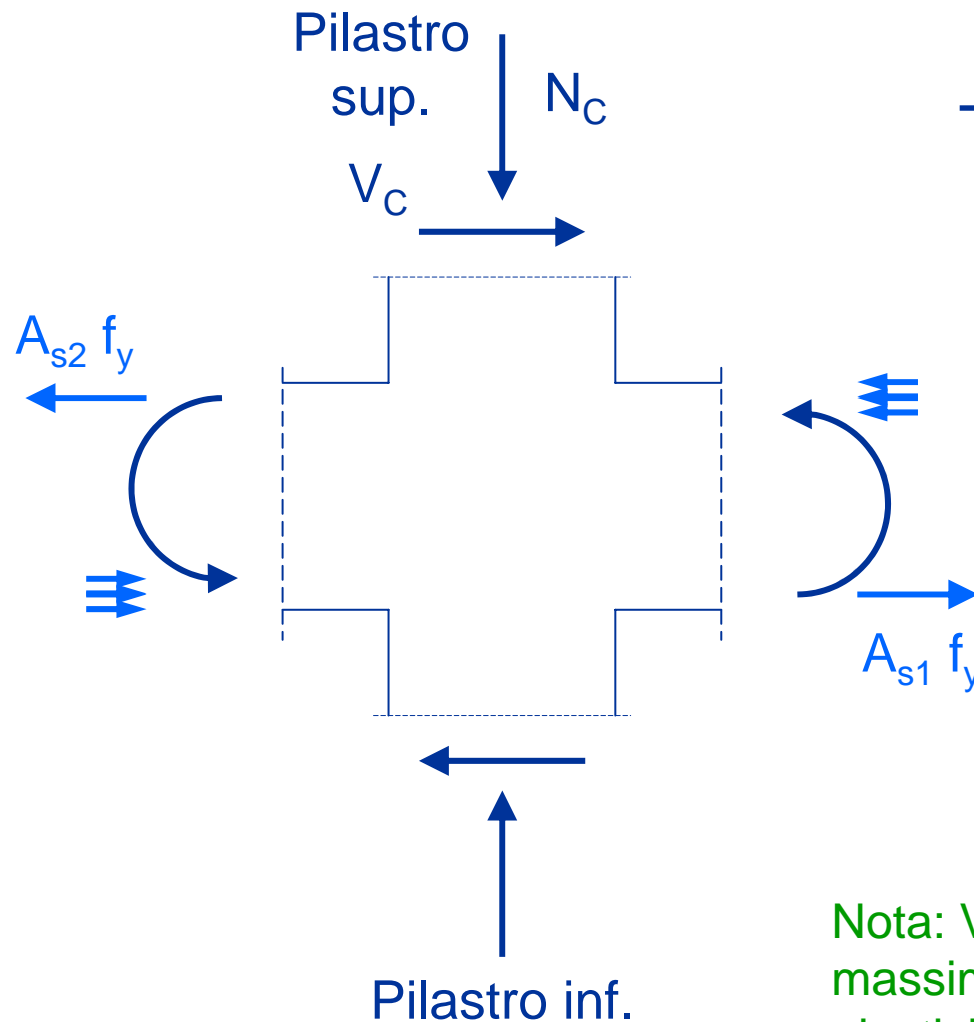


Nodo laterale



Nodo d'angolo

# Azione tagliante nel nodo



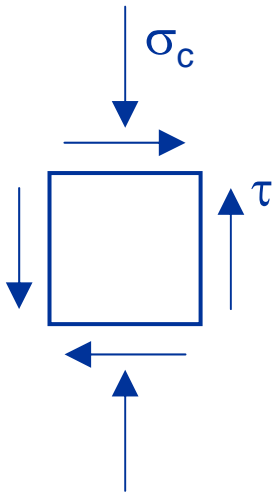
Taglio sollecitante il nodo

$$V_j = V_C - (A_{s1} + A_{s2}) f_y$$

Nota:  $V_C$  = taglio fornito dal calcolo o massimo taglio corrispondente alla plasticizzazione degli estremi del pilastro

# Verifica del nodo

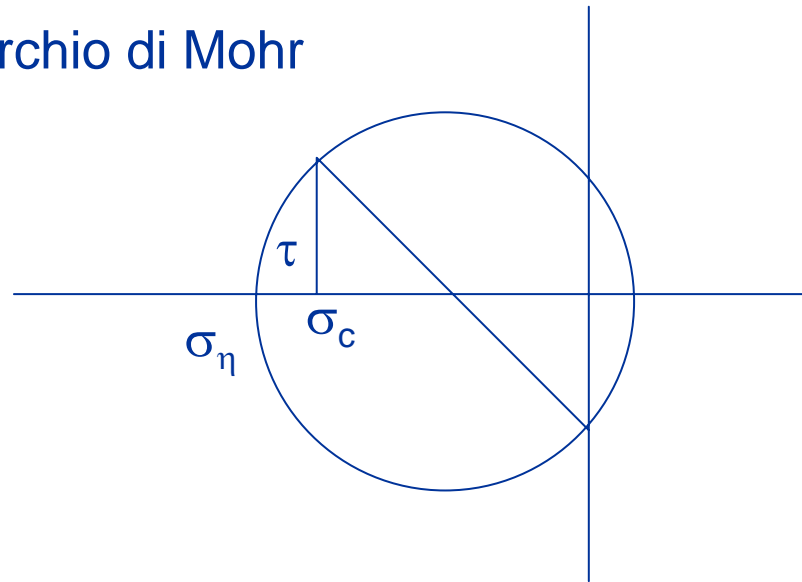
compressione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c$$

compressione

# Verifica del nodo

compressione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c \quad \text{compressione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \eta f_c \sqrt{1 - \frac{\sigma_c}{\eta f_c}}$$

ovvero  
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$V_j \leq \eta f_c b h \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c}$$

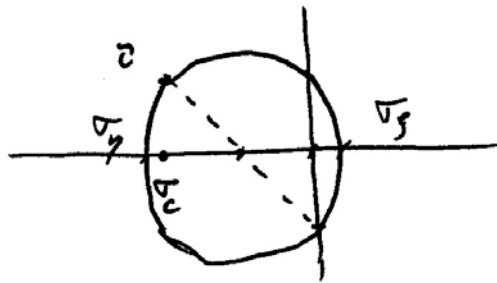
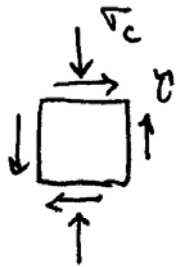
$$\eta = \alpha_j \left(1 - \frac{f_c}{250}\right)$$

$$\alpha_j = 0.60 \quad \text{nodo interno}$$

$$\alpha_j = 0.48 \quad \text{nodo esterno}$$

# Nodo senza armature

vedi file Nodo.pdf



$$\tau_{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \frac{\sigma}{2}$$

compressione

$$\tau_{\gamma} \leq \eta f_c$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \frac{\sigma}{2} \leq \eta f_c$$

$$\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2 \leq \left(\eta f_c - \frac{\sigma}{2}\right)^2$$

$$\cancel{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2} + \tau^2 \leq (\eta f_c)^2 + \cancel{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2} - \eta f_c \sigma$$

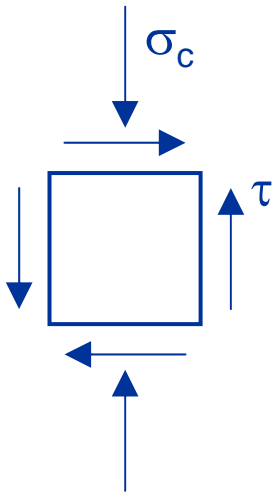
$$\tau^2 \leq (\eta f_c)^2 \left(1 - \frac{\sigma}{\eta f_c}\right)$$

$$\tau \leq \eta f_c \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\eta f_c}}$$



# Verifica del nodo

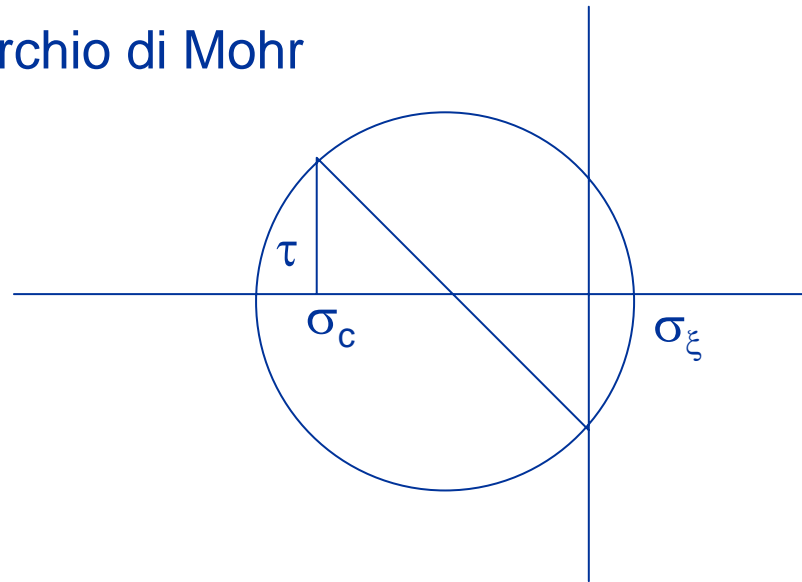
trazione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

# Verifica del nodo

trazione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

si può ottenere

$$\tau \leq f_{ct} \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{f_{ct}}}$$

ovvero

$$V_j \leq f_{ct} b h \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$

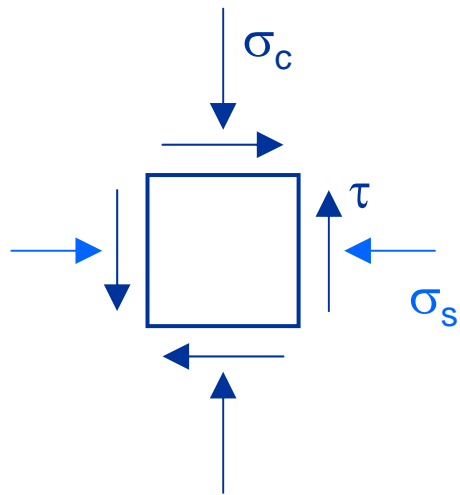
NTC 08

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c}$$

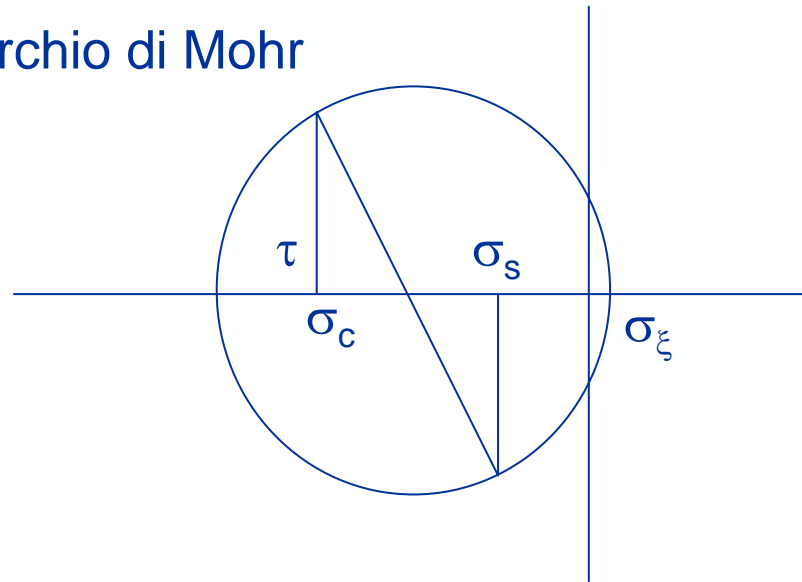
OPCM 3431

# Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali



Cerchio di Mohr



$$\sigma_c = \frac{N}{b h} \quad \sigma_s = \frac{A_s f_y}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

# Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali

$$\sigma_{\xi} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \sqrt{(f_{ct} + \sigma_c)(f_{ct} + \sigma_s)} \quad \text{per verifica}$$

$$\sigma_s \geq \frac{\tau^2}{f_{ct} + \sigma_c} - f_{ct} \quad \text{per progetto armatura}$$

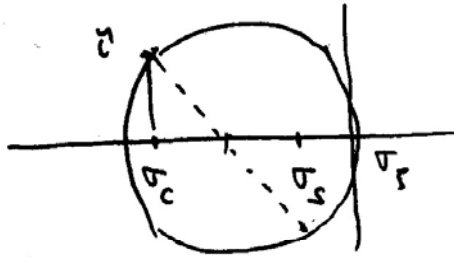
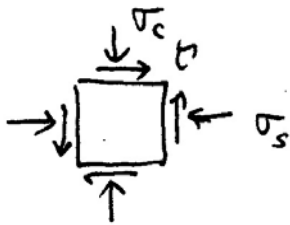
ovvero  
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$\frac{A_s f_y}{b h} \geq \frac{(V / b h)^2}{f_{ct} + v f_c} - f_{ct}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c}$$

# Nodo con armature

vedi file Nodo.pdf



$$\sigma_s = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}$$

trazione

$$\sigma_s \leq f_{ctd}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \frac{\sigma_c + \sigma_s}{2} \leq f_{ctd}$$

$$\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2 \leq \left(f_{ctd} + \frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right)^2 = f_{ctd}^2 + \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right)^2 + f_{ctd}(\sigma_c + \sigma_s)$$

$$\frac{\sigma_c^2}{4} + \frac{\sigma_s^2}{4} - \frac{\sigma_c \sigma_s}{2} + \tau^2 \leq f_{ctd}^2 + \frac{\sigma_c^2}{4} + \frac{\sigma_s^2}{4} + \frac{\sigma_c \sigma_s}{2} + f_{ctd} \sigma_c + f_{ctd} \sigma_s$$

$$\tau^2 \leq (f_{ctd} + \sigma_c)(f_{ctd} + \sigma_s)$$

$$\sigma_s \geq \frac{\tau^2}{f_{ctd} + \sigma_c} - f_{ctd}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

| pilastro | piano | taglio<br>(kN) | VEd max<br>(kN) | Nq    | $\sigma_c$ | $v/\eta$ | As1<br>(cm <sup>2</sup> ) | As fy<br>(kN) |        | Vj<br>(kN) |
|----------|-------|----------------|-----------------|-------|------------|----------|---------------------------|---------------|--------|------------|
|          |       | dir x          |                 |       |            |          |                           |               |        |            |
| 11       | 6     | 65.97          | 37.01           | 144.0 | 1.600      | 0.284    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 118.23     |
| 11       | 5     | 110.60         | 49.17           | 288.0 | 3.200      | 0.568    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 106.06     |
| 11       | 4     | 133.99         | 66.87           | 432.0 | 4.800      | 0.852    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 88.36      |
| 11       | 3     | 199.09         | 109.61          | 578.2 | 4.818      | 0.855    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 45.62      |
| 11       | 2     | 242.24         | 161.74          | 726.7 | 4.845      | 0.860    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 53.94      |
| 11       | 1     | 284.03         | 241.14          | 877.4 | 4.874      | 0.865    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 133.34     |

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×30

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y \quad \text{MIN} \quad F = 3.08 \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 107.80 \text{ kN}$$

$$\text{MAX} \quad F = 3.08 \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 155.23 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |66.87 - 155.23| = 88.36 \text{ kN}$$

Foglio Excel Nodi

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

| pilastro | piano | taglio<br>(kN) | VEd max<br>(kN) | Nq    | $\sigma_c$ | $v/\eta$ | As1<br>(cm <sup>2</sup> ) | As fy<br>(kN) |        | Vj<br>(kN) |
|----------|-------|----------------|-----------------|-------|------------|----------|---------------------------|---------------|--------|------------|
|          |       | dir x          |                 |       |            |          |                           |               |        |            |
| 11       | 6     | 65.97          | 37.01           | 144.0 | 1.600      | 0.284    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 118.23     |
| 11       | 5     | 110.60         | 49.17           | 288.0 | 3.200      | 0.568    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 106.06     |
| 11       | 4     | 133.99         | 66.87           | 432.0 | 4.800      | 0.852    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 88.36      |
| 11       | 3     | 199.09         | 109.61          | 578.2 | 4.818      | 0.855    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 45.62      |
| 11       | 2     | 242.24         | 161.74          | 726.7 | 4.845      | 0.860    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 53.94      |
| 11       | 1     | 284.03         | 241.14          | 877.4 | 4.874      | 0.865    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 133.34     |

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y \quad \text{MIN} \quad F = 3.08 \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 107.80 \text{ kN}$$

$$\text{MAX} \quad F = 3.08 \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 155.23 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |241.14 - 107.80| = 133.34 \text{ kN}$$

Foglio Excel Nodi

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

| pilastro | piano | taglio<br>(kN) | VEd max<br>(kN) | Nq    | $\sigma_c$ | $v/\eta$ | As1<br>(cm2) | As fy<br>(kN) | Vj<br>(kN) | VjR com<br>(kN) | VjR tra<br>(kN) |        |    |
|----------|-------|----------------|-----------------|-------|------------|----------|--------------|---------------|------------|-----------------|-----------------|--------|----|
|          |       | dir x          |                 |       |            |          |              |               |            |                 |                 |        |    |
| 11       | 6     | 65.97          | 37.01           | 144.0 | 1.600      | 0.284    | 3.08         | 107.80        | 155.23     | 118.23          | 314.77          | 113.08 | no |
| 11       | 5     | 110.60         | 49.17           | 288.0 | 3.200      | 0.568    | 3.08         | 107.80        | 155.23     | 106.06          | 244.54          | 142.79 | ok |
| 11       | 4     | 133.99         | 66.87           | 432.0 | 4.800      | 0.852    | 3.08         | 107.80        | 155.23     | 88.36           | 143.25          | 167.31 | ok |
| 11       | 3     | 199.09         | 109.61          | 578.2 | 4.818      | 0.855    | 3.08         | 107.80        | 155.23     | 45.62           | 206.06          | 223.43 | ok |
| 11       | 2     | 242.24         | 161.74          | 726.7 | 4.845      | 0.860    | 3.08         | 107.80        | 155.23     | 53.94           | 266.96          | 279.90 | ok |
| 11       | 1     | 284.03         | 241.14          | 877.4 | 4.874      | 0.865    | 3.08         | 107.80        | 155.23     | 133.34          | 323.15          | 336.73 | ok |

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

$$\sigma_c = \frac{N}{b h} = \frac{877.4}{30 \times 60} \times 10^1 = 4.87 \text{ MPa}$$

$$\eta = 0.48 \times \left( 1 - \frac{28}{250} \right) = 0.426$$

$$V_{jR,com} = \eta f_c b h_{jc} \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}} =$$

$$= 0.426 \times 13.22 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 - \frac{4.87}{0.426 \times 13.22}} = 323.15 \text{ kN}$$

Foglio Excel Nodi



# Esempio

## verifica di alcuni nodi

| pilastro | piano | taglio<br>(kN) | VEd max<br>(kN) | Nq    | $\sigma_c$ | $v/\eta$ | As1<br>(cm <sup>2</sup> ) | As fy<br>(kN) |        | Vj<br>(kN) | VjR com<br>(kN) | VjR tra<br>(kN) |    |
|----------|-------|----------------|-----------------|-------|------------|----------|---------------------------|---------------|--------|------------|-----------------|-----------------|----|
|          |       | dir x          |                 |       |            |          |                           |               |        |            |                 |                 |    |
| 11       | 6     | 65.97          | 37.01           | 144.0 | 1.600      | 0.284    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 118.23     | 314.77          | 113.08          | no |
| 11       | 5     | 110.60         | 49.17           | 288.0 | 3.200      | 0.568    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 106.06     | 244.54          | 142.79          | ok |
| 11       | 4     | 133.99         | 66.87           | 432.0 | 4.800      | 0.852    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 88.36      | 143.25          | 167.31          | ok |
| 11       | 3     | 199.09         | 109.61          | 578.2 | 4.818      | 0.855    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 45.62      | 206.06          | 243.74          | ok |
| 11       | 2     | 242.24         | 161.74          | 726.7 | 4.845      | 0.860    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 53.94      | 266.06          | 320.62          | ok |
| 11       | 1     | 284.03         | 241.14          | 877.4 | 4.874      | 0.865    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 133.34     | 323.15          | 397.95          | ok |

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

$$f_{ct} = 0.3 \times \sqrt{13.22} = 1.09 \text{ MPa}$$

$$V_{jR,tra} = f_{ct} b h_{jc} \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}} =$$

$$= 1.09 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 + \frac{4.87}{1.09}} \times 10^{-1} = 397.9 \text{ kN}$$

Foglio Excel Nodi

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

| pilastro | piano | taglio<br>(kN) | VEd max<br>(kN) | $N_q$ | $\sigma_c$ | $v/\eta$ | As1<br>(cm <sup>2</sup> ) | As fy<br>(kN) |        | Vj<br>(kN) | VjR com<br>(kN) | VjR tra<br>(kN) |    |
|----------|-------|----------------|-----------------|-------|------------|----------|---------------------------|---------------|--------|------------|-----------------|-----------------|----|
|          |       | dir x          |                 |       |            |          |                           |               |        |            |                 |                 |    |
| 11       | 6     | 65.97          | 37.01           | 144.0 | 1.600      | 0.284    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 118.23     | 314.77          | 113.08          | no |
| 11       | 5     | 110.60         | 49.17           | 288.0 | 3.200      | 0.568    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 106.06     | 244.54          | 142.79          | ok |
| 11       | 4     | 133.99         | 66.87           | 432.0 | 4.800      | 0.852    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 88.36      | 143.25          | 167.31          | ok |
| 11       | 3     | 199.09         | 109.61          | 578.2 | 4.818      | 0.855    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 45.62      | 206.06          | 243.74          | ok |
| 11       | 2     | 242.24         | 161.74          | 726.7 | 4.845      | 0.860    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 53.94      | 266.06          | 320.62          | ok |
| 11       | 1     | 284.03         | 241.14          | 877.4 | 4.874      | 0.865    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 133.34     | 323.15          | 397.95          | ok |
|          |       | dir y          |                 |       |            |          |                           |               |        |            |                 |                 |    |
| 17       | 6     | 90.14          | 28.46           | 50.5  | 0.561      | 0.100    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 126.78     | 352.96          | 88.60           | no |
| 17       | 5     | 127.02         | 35.98           | 132.5 | 1.472      | 0.261    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 119.25     | 319.71          | 110.36          | no |
| 17       | 4     | 155.92         | 43.11           | 214.5 | 2.383      | 0.423    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 112.12     | 282.57          | 128.49          | ok |
| 17       | 3     | 166.72         | 49.85           | 296.5 | 3.294      | 0.585    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 105.38     | 239.75          | 144.35          | ok |
| 17       | 2     | 164.68         | 56.18           | 378.5 | 4.206      | 0.746    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 99.05      | 187.38          | 158.64          | ok |
| 17       | 1     | 94.53          | 68.84           | 460.5 | 5.117      | 0.908    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 86.39      | 112.90          | 171.75          | ok |
|          |       | dir y          |                 |       |            |          |                           |               |        |            |                 |                 |    |
| 1        | 6     | 91.30          | 29.92           | 66.1  | 0.734      | 0.130    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 125.31     | 346.88          | 93.13           | no |
| 1        | 5     | 130.40         | 38.74           | 163.7 | 1.819      | 0.323    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 116.49     | 306.11          | 117.59          | ok |
| 1        | 4     | 160.66         | 47.01           | 261.3 | 2.903      | 0.515    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 108.23     | 259.00          | 137.77          | ok |
| 1        | 3     | 174.05         | 54.70           | 358.9 | 3.988      | 0.708    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 100.53     | 201.15          | 155.35          | ok |
| 1        | 2     | 158.93         | 68.56           | 456.5 | 5.072      | 0.900    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 86.67      | 117.63          | 171.13          | ok |
| 1        | 1     | 198.72         | 107.48          | 556.4 | 4.637      | 0.823    | 3.08                      | 107.80        | 155.23 | 47.75      | 227.81          | 239.96          | ok |

# Verifica dei nodi

## conclusione

Alcuni nodi non sono verificati per  $a_g=0.25\text{ g}$ ,  
ma di poco e solo ai piani alti (per N basso)

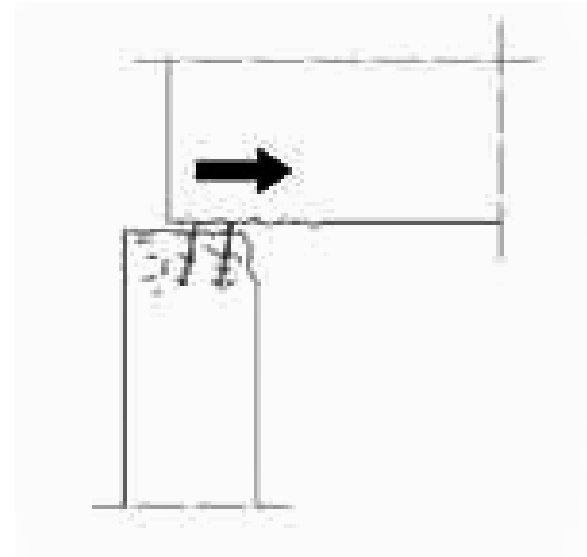
Il fatto che i nodi non stiano male probabilmente  
dipende dal fatto che:

- La resistenza a flessione dei pilastri non è molto alta  
(e questo limita il taglio nei pilastri)
- Anche la resistenza a flessione delle travi non è  
molto alta (e questo riduce la loro azione sui nodi)

Nota: si sarebbe dovuto tener conto anche della variazione di  
sforzo normale nei nodi

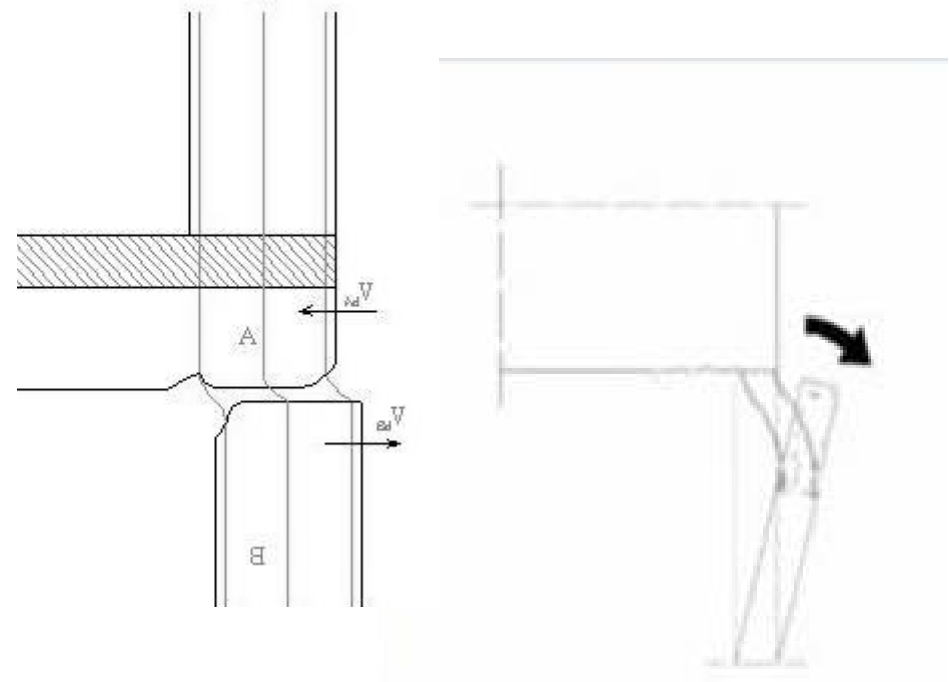
Scorrimento  
tra testa pilastro e nodo

# Scorrimento pilastro-nodo



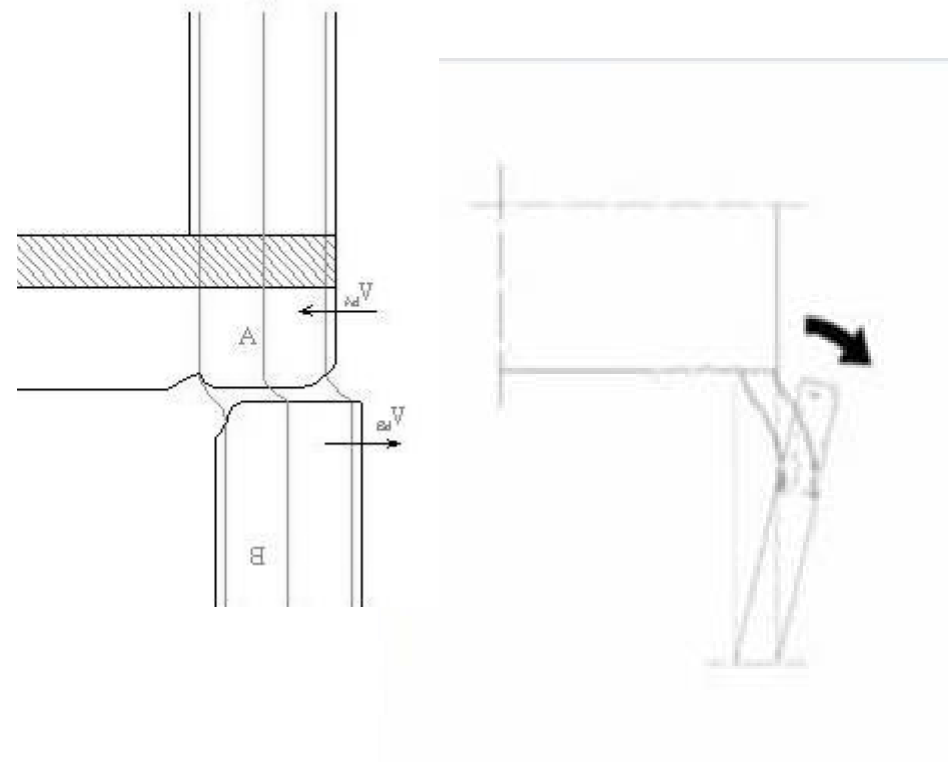
Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Verifica di scorrimento pilastro-nodo

- Non esistono molte indicazioni a riguardo
- Solo l'Eurocodice 8, parte 1 (punto 5.5.3.4.4) parla di verifica di scorrimento tra parete e impalcato; le formule proposte possono estendersi, con opportune modifiche, anche al caso in esame

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle barre verticali

Resistenza di eventuali barre inclinate

Resistenza per attrito



# Verifica di scorrimento pilastro-nodo

$$V_{dd} = \min \begin{cases} 1,3 \times \sum A_{sj} \times \sqrt{f_{cd} \times f_{yd}} \\ 0,25 \times f_{yd} \times \sum A_{sj} \end{cases}$$

$$V_{fd} = \min \begin{cases} \mu_f \times [(\sum A_{sj} \times f_{yd} + N_{Ed}) \times \xi + M_{Ed}/z] \\ 0,5 \eta \times f_{cd} \times \xi \times l_w \times b_{wo} \end{cases}$$

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle  
barre verticali

Resistenza di eventuali  
barre inclinate

Resistenza  
per attrito

# Esempio

## verifica scorrimento

| pilastro | piano | taglio<br>(kN) | VEd max<br>(kN) | Nq    | Vdd 1 | Vdd 2 | $\xi$ | Vfd 1  | Vfd 2  | VRdS   |    |
|----------|-------|----------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|----|
|          |       | dir x          |                 |       |       |       |       |        |        |        |    |
| 11       | 6     | 65.97          | 37.01           | 144.0 |       |       |       |        |        |        |    |
| 11       | 5     | 110.60         | 49.17           | 288.0 |       |       |       |        |        |        |    |
| 11       | 4     | 133.99         | 66.87           | 432.0 |       |       |       |        |        |        |    |
| 11       | 3     | 199.09         | 109.61          | 578.2 |       |       |       |        |        |        |    |
| 11       | 2     | 242.24         | 161.74          | 726.7 |       |       |       |        |        |        |    |
| 11       | 1     | 284.03         | 241.14          | 877.4 |       |       |       |        |        |        |    |
|          |       | dir y          |                 |       |       |       |       |        |        |        |    |
| 17       | 6     | 90.14          | 28.46           | 50.5  | 37.31 | 34.42 | 1.57  | 91.29  | 16.61  | 51.03  | ok |
| 17       | 5     | 127.02         | 35.98           | 132.5 | 37.31 | 34.42 | 4.12  | 130.23 | 43.58  | 78.00  | ok |
| 17       | 4     | 155.92         | 43.11           | 214.5 | 37.31 | 34.42 | 6.68  | 176.36 | 70.55  | 104.97 | ok |
| 17       | 3     | 166.72         | 49.85           | 296.5 | 37.31 | 34.42 | 9.23  | 229.68 | 97.52  | 131.94 | ok |
| 17       | 2     | 164.68         | 56.18           | 378.5 | 37.31 | 34.42 | 11.78 | 290.16 | 124.48 | 158.91 | ok |
| 17       | 1     | 94.53          | 68.84           | 460.5 | 50.78 | 46.85 | 14.33 | 392.23 | 151.45 | 198.30 | ok |
|          |       | dir y          |                 |       |       |       |       |        |        |        |    |
| 1        | 6     | 91.30          | 29.92           | 66.1  |       |       |       |        |        |        |    |
| 1        | 5     | 130.40         | 38.74           | 163.7 |       |       |       |        |        |        |    |
| 1        | 4     | 160.66         | 47.01           | 261.3 |       |       |       |        |        |        |    |
| 1        | 3     | 174.05         | 54.70           | 358.9 |       |       |       |        |        |        |    |
| 1        | 2     | 158.93         | 68.56           | 456.5 |       |       |       |        |        |        |    |
| 1        | 1     | 198.72         | 107.48          | 556.4 |       |       |       |        |        |        |    |

Nota: N (e quindi  $V_{fd}$ ) si può ridurre anche di molto per effetto del sisma