

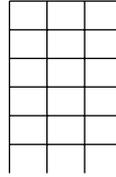
Corso di aggiornamento professionale

**Valutazione della sicurezza
e verifica sismica di edifici esistenti in c.a.**

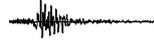
4a - Valutazione del comportamento (in campo elastico)

Parma
21-23 giugno 2010
Aurelio Ghersi

Risposta dinamica elastica



Modello della struttura:
elastico lineare



Integrazione delle equazioni
dinamiche del moto

Risposta sismica

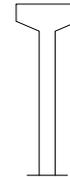
Schemi a un grado di libertà
in campo elastico

Struttura a un grado di libertà

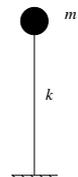
Serbatoio pensile



Foto



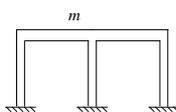
Disegno
schematico



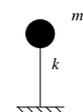
Modello
di calcolo

Struttura a un grado di libertà

Telaio monopiano

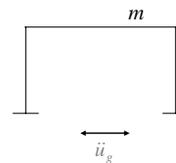


Disegno
schematico



Modello di
calcolo

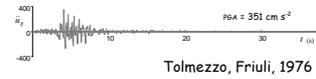
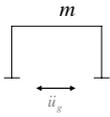
Oscillazioni forzate (moto del terreno)



Equazione del moto:

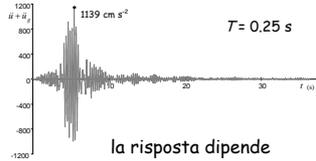
$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)



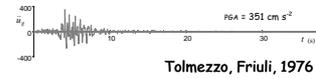
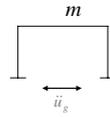
Tolmezzo, Friuli, 1976

È possibile determinare numericamente la risposta ad un accelerogramma



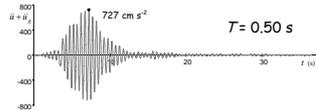
la risposta dipende dal periodo T dell'oscillatore

Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

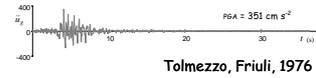
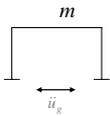


Tolmezzo, Friuli, 1976

Cambiando il periodo dell'oscillatore, cambia la risposta

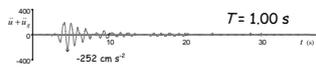


Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)



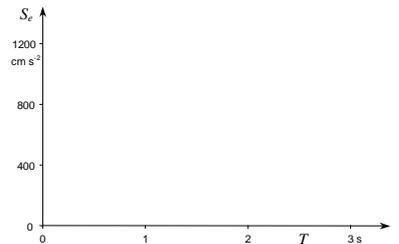
Tolmezzo, Friuli, 1976

Cambiando il periodo dell'oscillatore, cambia la risposta



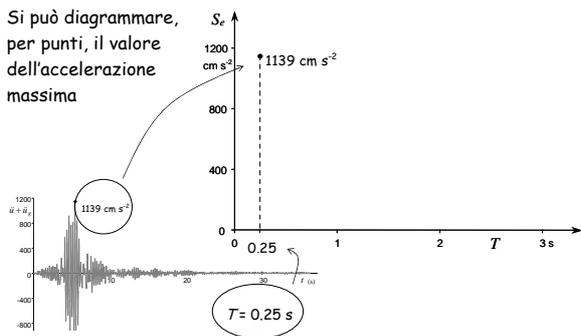
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



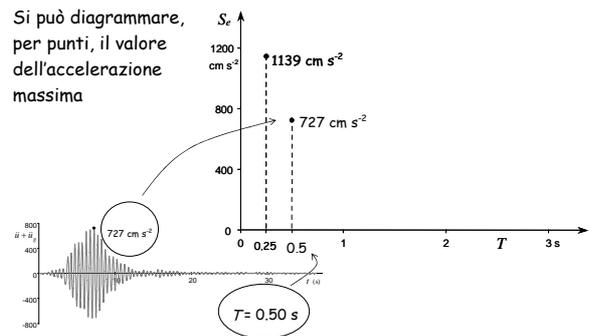
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



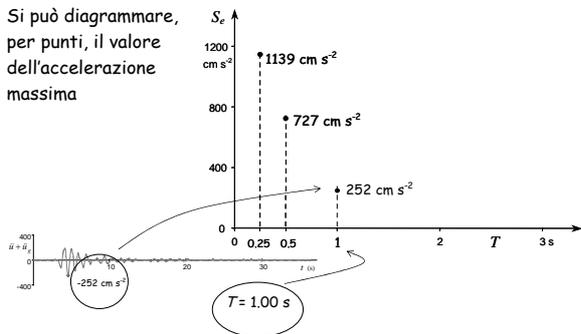
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



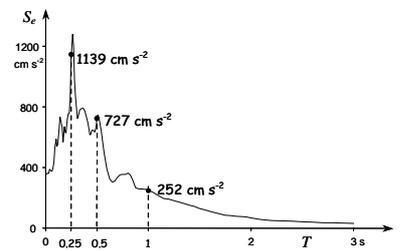
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Oscillazioni forzate Spettro di risposta

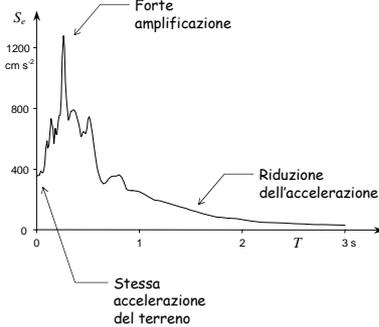
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Il diagramma ottenuto unendo i vari punti viene detto "spettro di risposta" (in termini di accelerazione)

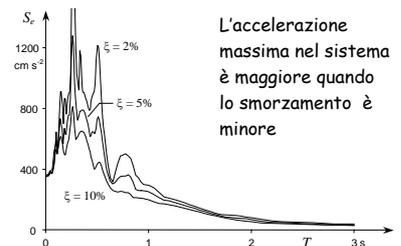
Oscillazioni forzate Spettro di risposta (accelerazione)

L'andamento dell'accelerazione massima in funzione del periodo proprio ha un andamento ben preciso



Oscillazioni forzate Spettro di risposta (accelerazione)

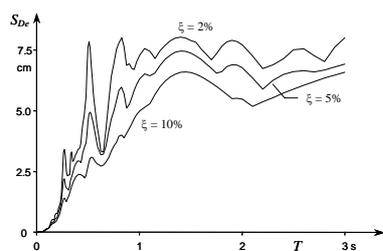
Al variare dello smorzamento si ottengono diverse curve



L'accelerazione massima nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore

Oscillazioni forzate Spettro di risposta (spostamento)

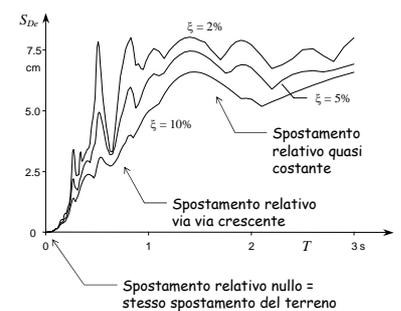
Allo stesso modo si può diagrammare lo spostamento relativo massimo in funzione del periodo



Il diagramma così ottenuto viene detto "spettro di risposta" (in termini di spostamento)

Oscillazioni forzate Spettro di risposta (spostamento)

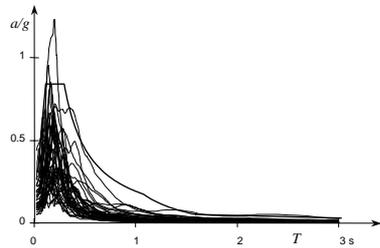
Si noti l'andamento dello spostamento relativo massimo in funzione del periodo proprio



Lo spostamento massimo nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore

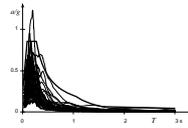
Spettri di risposta

L'analisi di oscillatori semplici può essere ripetuta per diversi accelerogrammi (con un assegnato smorzamento)

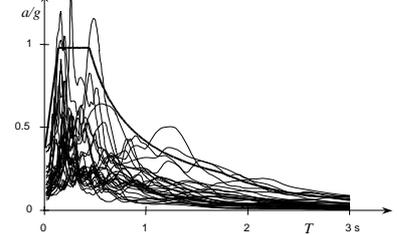


Si può quindi definire una curva che involupa tutti gli spettri di risposta, o che viene superata solo occasionalmente

Spettri di risposta

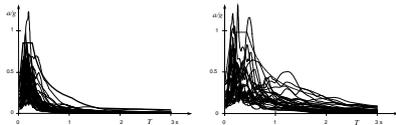


In zone differenti e su terreni differenti si otterranno risultati diversi



Si può quindi definire una curva che involupa tutti gli spettri di risposta, o che viene superata solo occasionalmente

Spettri di risposta



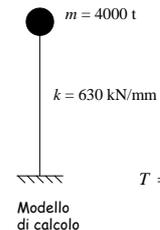
In zone differenti e su terreni differenti si otterranno risultati diversi

La normativa fornisce quindi spettri di risposta differenziati in funzione delle caratteristiche del suolo e della zona in cui è ubicata la struttura

A cosa servono gli spettri?



Foto



Modello di calcolo

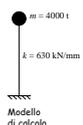
Conoscendo massa e rigidezza possiamo determinare il periodo proprio

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{4000 \times 10^3}{630 \times 10^6}} = 0.5 \text{ s}$$

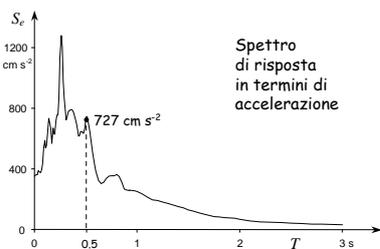
A cosa servono gli spettri?



Foto



Modello di calcolo



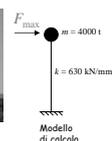
Spettro di risposta in termini di accelerazione

Nota il periodo proprio, possiamo leggere dallo spettro l'accelerazione assoluta massima $a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$

A cosa servono gli spettri?



Foto



Modello di calcolo

Ma dall'accelerazione possiamo ricavare anche la massima forza d'inerzia

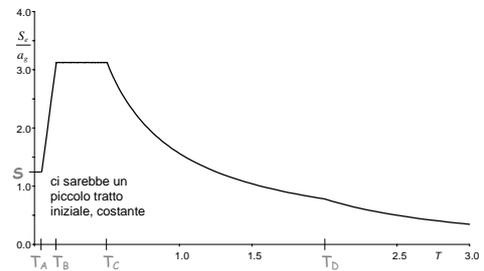
$$F_{\max} = m a_{\max} = 4000 \times 7.27 = 29000 \text{ kN}$$

e quindi le massime sollecitazioni nella struttura

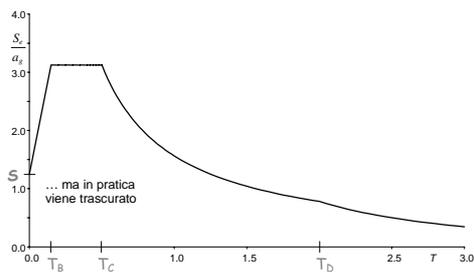
Nota il periodo proprio, possiamo leggere dallo spettro l'accelerazione assoluta massima $a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$

Spettri di risposta elastica NTC 08 (D.M. 14/1/2008)

Forma generale degli spettri di risposta elastica



Forma generale degli spettri di risposta elastica



Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali

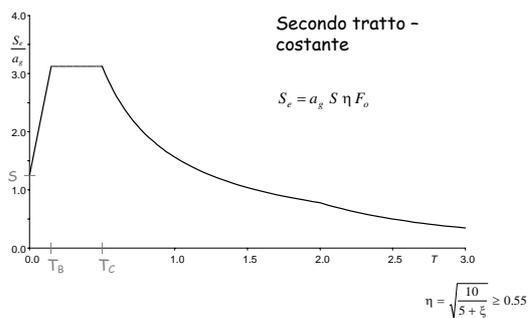
Primo tratto -
andamento lineare

$$S_e = a_g S \eta F_o \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta F_o} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$$

Amplificazione, legata
al tipo di terreno

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



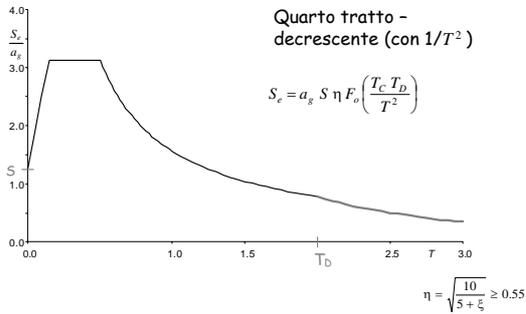
Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali

Terzo tratto -
decescente (con 1/T)

$$S_e = a_g S \eta F_o \left(\frac{T_C}{T} \right)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali

Per definire uno spettro di risposta elastico occorre indicare i parametri

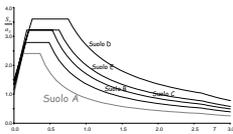
- a_g accelerazione del terreno (su roccia)
- S amplificazione dovuta al tipo di terreno
- T_B T_C T_D periodi che separano i diversi tratti
- ξ smorzamento della struttura

S T_B T_C T_D si ricavano a partire dai tre parametri

$$a_g F_o T_C^*$$

(che sono legati al sito e al periodo di ritorno T_r) e dipendono anche dalle caratteristiche del terreno

Classificazione dei suoli e spettri di risposta



Suolo A

Formazioni litoidi o suoli omogenei molto rigidi

$$V_{S30} > 800 \text{ m/s}$$

$$S = 1 \quad T_B = 0.15 \text{ s} \quad T_C = 0.4 \text{ s} \quad T_D = 2.5 \text{ s}$$

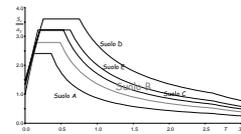
Valori orientativi per terremoti con alto periodo di ritorno

$$V_{S30}$$

Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

$$V_{S30} = \frac{30}{\sum \frac{h_i}{V_{Si}}}$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno



Suolo B

Depositi di sabbie e ghiaie molto addensate o argille molto consistenti

$$360 \text{ m/s} < V_{S30} < 800 \text{ m/s}$$

Resistenza penetrometrica $N_{SPT} > 50$

Coesione non drenata $c_u > 250 \text{ kPa}$

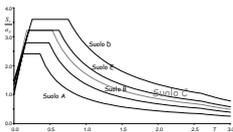
$$S = 1.20 \quad T_B = 0.15 \text{ s} \quad T_C = 0.5 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti con alto periodo di ritorno

$$V_{S30}$$

Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno



Suolo C

Depositi di sabbie e ghiaie mediamente addensate o argille di media consistenza

$$180 \text{ m/s} < V_{S30} < 360 \text{ m/s}$$

Resistenza penetrometrica $15 < N_{SPT} < 50$

Coesione non drenata $70 < c_u < 250 \text{ kPa}$

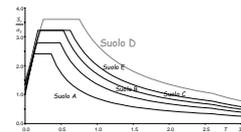
$$S = 1.30 \quad T_B = 0.15 \text{ s} \quad T_C = 0.5 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti con alto periodo di ritorno

$$V_{S30}$$

Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno



Suolo D

Depositi di terreni granulari da sciolti a poco addensati oppure coesivi da poco a mediamente consistenti

$$V_{S30} < 180 \text{ m/s}$$

Resistenza penetrometrica $N_{SPT} < 15$

Coesione non drenata $c_u < 70 \text{ kPa}$

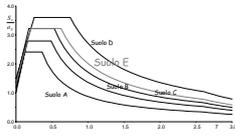
$$S = 1.45 \quad T_B = 0.25 \text{ s} \quad T_C = 0.8 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti con alto periodo di ritorno

$$V_{S30}$$

Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno



$S = 1.30$ $T_B = 0.2$ s $T_C = 0.6$ s
Valori orientativi per terremoti con alto periodo di ritorno

V_{S30}
Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

Suolo E

Strati superficiali alluvionali, di caratteristiche simili ai tipi C e D e spessore tra 5 e 20 m, su un substrato più rigido con $V_{S30} > 800$ m/s

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno

Suolo S1

Depositi con strato di almeno 10 m di argille di bassa consistenza ed elevato indice di plasticità e contenuto di acqua

$V_{S30} < 100$ m/s

Coesione non drenata $10 < c_u < 20$ kPa

Suolo S2

Depositi di terreni soggetti a liquefazione

Per questi tipi di terreno occorrono studi speciali

Esempio

Dall'alto:

12 m - sabbie marnose
 $N_{SPT} = 26$

6.1 m - argille grigio-brune
 $N_{SPT} = 47$

1.9 m - marne sabbiose
 $N_{SPT} = 16$

6.5 m - argille marnose
 $N_{SPT} = 18$

3.5 m - ciottoli, argille brune
 $N_{SPT} = 40$

Esempio

Dall'alto:

12 m - sabbie marnose
 $N_{SPT} = 26$

6.1 m - argille grigio-brune
 $N_{SPT} = 47$

1.9 m - marne sabbiose
 $N_{SPT} = 16$

6.5 m - argille marnose
 $N_{SPT} = 18$

3.5 m - ciottoli, argille brune
 $N_{SPT} = 40$

$$N_{SPT} = \frac{30}{\frac{12}{26} + \frac{6.1}{47} + \frac{1.9}{16} + \frac{6.5}{18} + \frac{3.5}{40}}$$

$N_{SPT} = 25.9$

Si può considerare suolo di tipo C, perché $15 < N_{SPT} < 50$

NTC08, punto 3.2.2

Classificazione sismica oggi (NTC 08)

La normativa fornisce a_g, F_o, T_C^*

A che servono?

- consentono di definire lo spettro di risposta

I valori sono forniti per ogni punto e per qualsiasi periodo di ritorno

Serve veramente tutta questa precisione?

Determinazione dei dati sismici

Periodo di riferimento V_R

EdiLus-MS
Mappe Sismiche

indirizzo: classe: vita nominale

via di Villa Redenta, Spoleto (PG)

Parametri di pericolosità Sismica

"Stato Limite"	V_R	a_g	F_o	T_C^*
Operatività	30	0.071	2.432	0.270
Danno	50	0.089	2.416	0.280
Sotterranee Vita	475	0.222	2.385	0.320
Prevenzione Calore	675	0.284	2.380	0.330

ACCA software S.p.A.
Il software per l'edilizia
Tel.: 0862796304 - Fax: 0862796325
P. IVA 038378647 - E-mail: info@acca.it

Determinazione dei dati sismici

Periodo di riferimento V_R

EdILus-MS
Mappe Sismiche

EdILus-MS è il software ACCA per individuare la pericolosità sismica di tutte le località italiane direttamente dalla mappa. Spesso è possibile il segnalino sul sito che ti interessa e ottiene direttamente tutti i parametri di pericolosità sismica.

Indirizzo: Via di Villa Fidenzia, Spoleto (PG)

Classe: Vita Normale

Vita nominale: 50

Periodo di riferimento per l'azione sismica: 475

Parametri di pericolosità Sismica				
"Stato Limite"	T_R [anni]	a_g [g]	F_o [-]	T_c^* [s]
Operatività	30	0.071	2.422	0.270
Danno	50	0.089	2.416	0.280
Salvaguardia Vita	475	0.222	2.385	0.320
Prevenzione Collasso	975	0.284	2.392	0.332

Dati corrispondenti

Stato limite e periodo di ritorno

Spettri di risposta NTC08

S - amplificazione dovuta al terreno

- Dipende da
 - S_S - Categoria di sottosuolo
 - S_T - Categoria topografica

$$S = S_S \times S_T$$

Intervengono anche F_o e a_g

Categoria sottosuolo	S_S
A	1.00
B	$1.00 \leq 1.4 - 0.4 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.20$
C	$1.00 \leq 1.7 - 0.6 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.50$
D	$0.90 \leq 2.4 - 1.5 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.80$
E	$1.00 \leq 2.0 - 1.1 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.60$

Vedere foglio Excel "Spettri" per applicazioni

Spettri di risposta NTC08

S - amplificazione dovuta al terreno

- Dipende da
 - S_S - Categoria di sottosuolo
 - S_T - Categoria topografica

$$S = S_S \times S_T$$

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
T1	Superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $i \leq 15^\circ$
T2	Pendii con inclinazione media $i > 15^\circ$
T3	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $15^\circ \leq i \leq 30^\circ$
T4	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $i > 30^\circ$

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera	S_T
T1	...	1.0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1.2
T3	In corrispondenza della cresta del rilievo	1.2
T4	In corrispondenza della cresta del rilievo	1.4

Spettri di risposta NTC08

T_B, T_C, T_D - periodi

- T_C dipende dal suolo e da T_C^*

$$T_C = C_C \times T_C^*$$

Categoria sottosuolo	C_C
A	1.00
B	$1.10 (T_C^*)^{-0.20}$
C	$1.05 (T_C^*)^{-0.33}$
D	$1.25 (T_C^*)^{-0.50}$
E	$1.15 (T_C^*)^{-0.40}$

Vedere foglio Excel "Spettri" per applicazioni

Spettri di risposta NTC08

T_B, T_C, T_D - periodi

- T_C dipende dal suolo e da T_C^*
- T_B dipende da T_C

$$T_B = T_C / 3$$
- T_D dipende da a_g

$$T_D = 4.0 \times \frac{a_g}{g} + 1.6$$

Vedere foglio Excel "Spettri" per applicazioni

Spettri di risposta NTC 08

Esempio: località Spoleto

Vedere foglio Excel "Spettri" per applicazioni

Ad esempio, nel punto di Lat. 42.732 e Long. 12.673 sito nel comune di Spoleto (PG) si ha:

per $T_R = 475$ anni: $a_g = 0.1938$ g $F_o = 2.42$ $T_C^* = 0.32$ s

per $T_R = 50$ anni: $a_g = 0.0803$ g $F_o = 2.46$ $T_C^* = 0.28$ s

Tab. 7. Valori dei coefficienti che definiscono lo spettro di risposta elastico: accelerazioni orizzontali, terremoto con $T_R=475$ anni (SLV), Spoleto, D.M. 14/1/08

Categoria suolo	accelerazione orizzontale	S	F_o	T_B	T_C	T_D
A	0.194 g	1.00	2.42	0.107 s	0.320 s	2.375 s
B	0.194 g	1.20	2.42	0.147 s	0.442 s	2.375 s
C	0.194 g	1.42	2.42	0.163 s	0.489 s	2.375 s
D	0.194 g	1.70	2.42	0.236 s	0.707 s	2.375 s
E	0.194 g	1.48	2.42	0.193 s	0.580 s	2.375 s

Spettri di risposta NTC 08 Esempio: località Spoleto

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Ad esempio, nel punto di Lat. 42.732 e Long. 12.673 sito nel comune di Spoleto (PG) si ha:

per $T_R = 475$ anni: $a_g = 0.1938$ g $F_o = 2.42$ $T_C^* = 0.32$ s

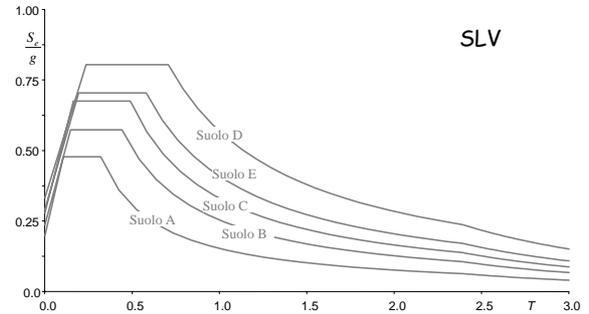
per $T_R = 50$ anni: $a_g = 0.0803$ g $F_o = 2.46$ $T_C^* = 0.28$ s

Tab. 8. Valori dei coefficienti che definiscono lo spettro di risposta elastico: accelerazioni orizzontali, terremoto con $T_R=50$ anni (SLD), Spoleto, D.M. 14/1/08

Categoria suolo	accelerazione orizzontale	S	F_o	T_B	T_C	T_D
A	0.080 g	1.00	2.46	0.093 s	0.280 s	1.921 s
B	0.080 g	1.20	2.46	0.132 s	0.397 s	1.921 s
C	0.080 g	1.50	2.46	0.149 s	0.447 s	1.921 s
D	0.080 g	1.80	2.46	0.220 s	0.661 s	1.921 s
E	0.080 g	1.60	2.46	0.179 s	0.536 s	1.921 s

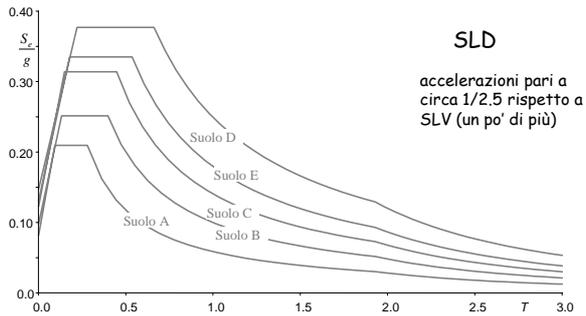
Spettri di risposta NTC 08 Esempio: località Spoleto

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni



Spettri di risposta NTC 08 Esempio: località Spoleto

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni



Spettri di risposta NTC08 accelerazioni verticali

- Lo spettro ha la stessa forma, cambiano i parametri

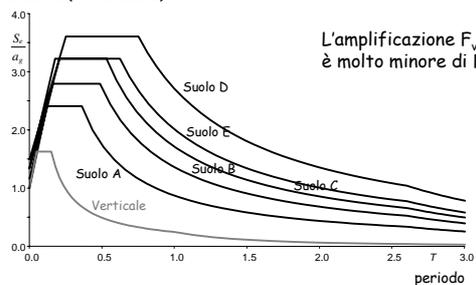
Categoria di sottosuolo	S_s	T_B	T_C	T_D
A, B, C, D, E	1.0	0.05	0.15	1.00

$$F_v = 1,35 \cdot F_o \cdot \left(\frac{a_g}{g} \right)^{0,5}$$

NTC08, punto 3.2.3.23.2

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali e verticali, alto periodo di ritorno

accelerazione (normalizzata)

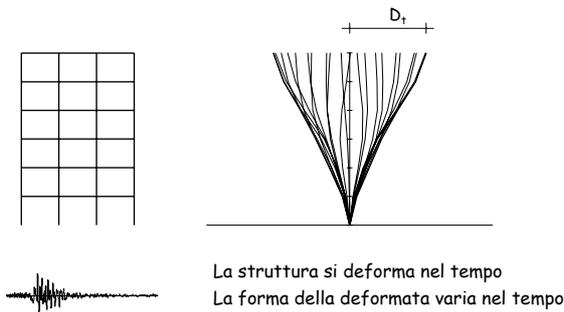


NTC08, punto 3.2.3.23.2

Risposta sismica

Schemi a più gradi di libertà
in campo elastico

Risposta dinamica elastica



Possibili approcci per valutare la risposta elastica

Analisi dinamica, con valutazione della storia della risposta (istante per istante)

Analisi modale con spettro di risposta, per valutare la massima risposta

Analisi statica, per valutare in maniera approssimata la massima risposta

NTC08, punto 7.3

Analisi dinamica, con valutazione della storia della risposta

- Se il sistema ha n gradi di libertà (dinamici) il suo moto è descritto con n funzioni spostamento u (quindi con un vettore di funzioni u)
- L'equazione di equilibrio dinamico è

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m I \ddot{u}_g$$
 che è formalmente simile a quella di un oscillatore semplice (ma in realtà è un sistema di equazioni differenziali)
- Risolverla numericamente (cioè determinare la risposta istante per istante) è possibile ma è matematicamente oneroso

Analisi dinamica, con valutazione della storia della risposta

- Determinare la risposta istante per istante è possibile ma è matematicamente oneroso
- Ma ci serve veramente?
- In realtà a noi interessano i massimi spostamenti e le massime sollecitazioni

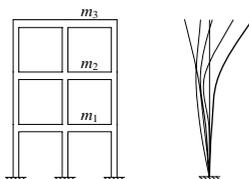


Per ottenere questi si può usare un procedimento più semplice: l'analisi modale (con spettro di risposta)

Analisi modale

Modi di oscillazione libera della struttura

- Se si assegna una deformata iniziale qualsiasi e si lascia la struttura libera di oscillare ...

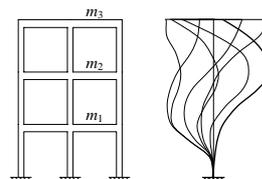


... la struttura si muove in maniera disordinata

Analisi modale

Modi di oscillazione libera della struttura

- Se si assegna una deformata iniziale qualsiasi e si lascia la struttura libera di oscillare ...



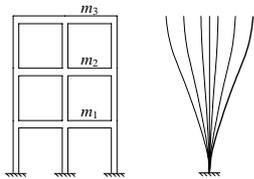
... la struttura si muove in maniera disordinata

altro esempio

Analisi modale

Questo è un "modo di oscillazione libera"

- Se si assegna una particolare deformata iniziale e si lascia la struttura libera di oscillare ...



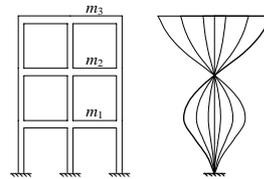
... la struttura si muove mantenendo la forma della deformata ed oscilla con un periodo ben preciso

T = periodo di oscillazione libera

Analisi modale

Questo è un "modo di oscillazione libera"

- Se si assegna una particolare deformata iniziale e si lascia la struttura libera di oscillare ...



altro esempio

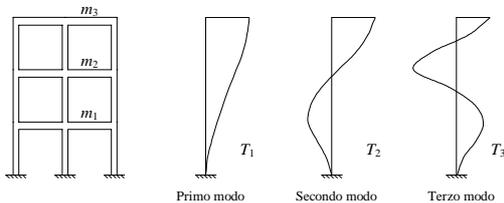
... la struttura si muove mantenendo la forma della deformata ed oscilla con un periodo ben preciso

T = periodo di oscillazione libera

Modi di oscillazione libera

Telaio piano (con traversi inestensibili):

numero di modi di oscillazione libera = numero di piani



Primo modo

Secondo modo

Terzo modo

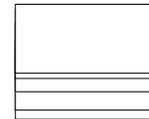
Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale (con impalcati indeformabili nel piano):

numero di modi di oscillazione libera = 3 x numero di piani

Se la pianta ha due assi di simmetria, i modi di oscillazione libera sono disaccoppiati:

- n modi di traslazione in una direzione



Vista dell'edificio, dall'alto

Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale (con impalcati indeformabili nel piano):

numero di modi di oscillazione libera = 3 x numero di piani

Se la pianta ha due assi di simmetria, i modi di oscillazione libera sono disaccoppiati:

- n modi di traslazione in una direzione
- n modi di traslazione nell'altra direzione



Vista dell'edificio, dall'alto

Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale (con impalcati indeformabili nel piano):

numero di modi di oscillazione libera = 3 x numero di piani

Se la pianta ha due assi di simmetria, i modi di oscillazione libera sono disaccoppiati:

- n modi di traslazione in una direzione
- n modi di traslazione nell'altra direzione
- n modi di rotazione



Vista dell'edificio, dall'alto

Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale (con impalcanti indeformabili nel piano):
numero di modi di oscillazione libera = 3 x numero di piani

Se la pianta non ha assi di simmetria, i modi di oscillazione libera sono accoppiati



Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale
senza impalcanti indeformabili nel piano

Il numero di modi di oscillazione libera è molto maggiore

Moto libero (trattazione matematica)

L'equazione del moto, in termini matriciali, è analoga a quella dell'oscillatore semplice

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = 0$$

La soluzione, in caso di moto libero con deformata modale, è una funzione armonica

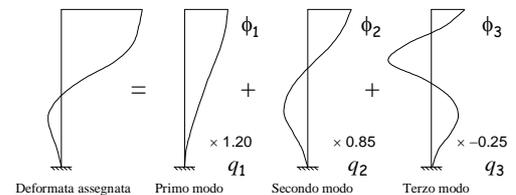
$$u_i(t) = \phi_{i,j} \cos(\omega_j t)$$

a condizione che sia $\det(\mathbf{k} - \omega_j^2 \mathbf{m}) = 0$

Da questa si ricavano le frequenze angolari ω_j e quindi i periodi T_j (autovalori) e le deformate ϕ (autovettori)

Equazione del moto (trattazione matematica)

Una qualsiasi deformata può essere espressa come combinazione delle deformate modali



$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi} \mathbf{q}$$

Equazione del moto (risposta ad un accelerogramma)

L'equazione del moto $\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = -\mathbf{m} \mathbf{I} \ddot{u}_g$

diventa $\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = -\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{m} \mathbf{I} \ddot{u}_g$

Anche in questo caso se la struttura è classicamente smorzata il sistema si scompone in tante equazioni separate

$$\ddot{q}_j + 2 \xi_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = \Gamma_j \ddot{u}_g$$

$$\Gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2}$$

Si noti che l'accelerazione del terreno è moltiplicata per Γ_j

Coefficiente di partecipazione modale: indica se il contributo del modo al moto totale del sistema è più, o meno, rilevante

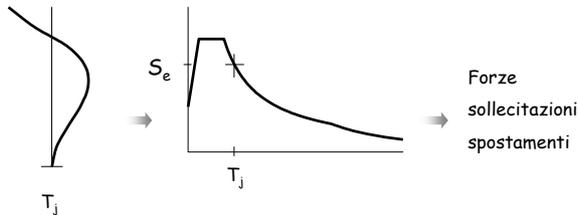
Analisi modale

con spettro di risposta

- La struttura che oscilla secondo uno dei suoi "modi" si comporta come un oscillatore semplice
- È possibile ricavare di conseguenza un insieme di forze e calcolare le sollecitazioni prodotte
- Il contributo di quel "modo" al moto complessivo della struttura è scalato mediante un coefficiente di partecipazione modale o - in maniera più chiara - in funzione della massa partecipante

Analisi modale con spettro di risposta

Consiste nel valutare separatamente la risposta della struttura vincolata a deformarsi secondo ciascuno dei suoi modi di oscillazione . . .



Contributo dei singoli modi

$S_e(T_j)$ = ordinata spettrale corrispondente al periodo T_j

Il taglio alla base corrispondente al modo j è

$$V_{b,j} = M_j^* S_e(T_j)$$

M_j^* è detta massa partecipante

$$M_j^* = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j} \Gamma_j}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j} \right)^2}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2}$$

Analisi modale con spettro di risposta

- La struttura che oscilla secondo uno dei suoi "modi" si comporta come un oscillatore semplice
- È possibile ricavare di conseguenza un insieme di forze e calcolare le sollecitazioni prodotte
- Il contributo di quel "modo" al moto complessivo della struttura è scalato mediante un coefficiente di partecipazione modale o - in maniera più chiara - in funzione della massa partecipante
- La somma delle masse partecipanti di tutti i modi è pari alla massa totale della struttura (per questo motivo si parla in genere di masse partecipanti come percentuale della massa totale)

Analisi modale con spettro di risposta

Consiste nel valutare separatamente la risposta della struttura vincolata a deformarsi secondo ciascuno dei suoi modi di oscillazione . . .

. . . e poi combinare le massime sollecitazioni (o spostamenti) trovati per i singoli modi con criteri statistici

- SRSS = radice quadrata della somma dei quadrati
- CQC = combinazione quadratica completa

- **Attenzione:** nel fare la combinazione si perde il segno (che può essere utile); ma se c'è un modo prevalente si può assegnare a ciascun valore il segno che esso ha nel modo prevalente

Contributo dei singoli modi

Il primo modo è nettamente predominante per entità di massa partecipante. Le forze sono tutte dello stesso verso

Gli altri modi hanno masse partecipanti via via minori. Essi danno forze discordi, che producono un effetto minore rispetto alla base

In generale, è opportuno considerare tanti modi da:

- raggiungere una massa partecipante dell'85%
- non trascurare modi con massa partecipante superiore al 5%

Considerazioni

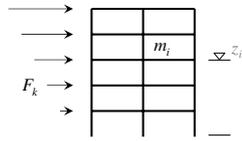
Negli schemi spaziali è più difficile valutare l'importanza dei modi:

- se il comportamento è disaccoppiato, sono eccitati solo quei modi che danno spostamento nella direzione di azione del sisma
- in caso contrario tutti i modi possono dare contributo
- se non vi è un impalcato indeformabile nel suo piano il numero di modi cresce enormemente ed è più difficile cogliere la risposta totale della struttura

Analisi statica

Consiste nel considerare un unico insieme di forze, che rappresentano (in modo semplificato) l'effetto del primo modo

$$F_k = m_k z_k \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} S_e(T_1)$$

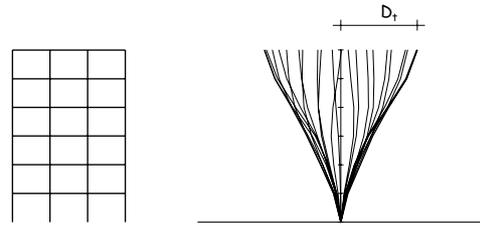


$$T_1 = C_1 H^{3/4}$$

Il periodo proprio può essere valutato con formule semplificate

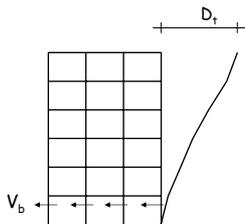
Le forze possono essere ridotte con $\lambda=0.85$ se l'edificio ha almeno 3 piani e periodo non troppo alto

Risposta dinamica elastica



La struttura si deforma nel tempo
La forma della deformata varia nel tempo
L'analisi modale fornisce l'involuppo degli spostamenti

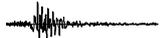
Risposta dinamica elastica



L'analisi modale fornisce i valori massimi di:

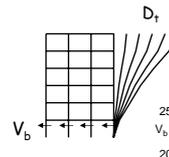
- Spostamenti
- Caratteristiche di sollecitazione

V_b taglio massimo al piede



L'analisi modale fornisce l'involuppo degli spostamenti

Risposta dinamica elastica



Al crescere di a_g tutto cresce in proporzione

