Corso di aggiornamento professionale:

Progetto di aste e collegamenti in acciaio

secondo le indicazioni del capitolo 4 delle NTC 2008

6 – Flessione composta

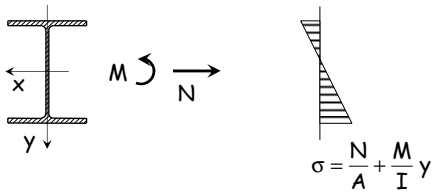
Parma

11, 12 e 25 novembre 2011

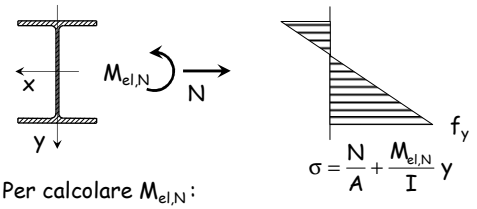
Edoardo M. Marino

Flessione composta
tensoflessione

Comportamento ultimo



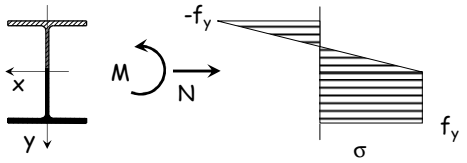
Comportamento ultimo



Per calcolare $M_{el,N}$:

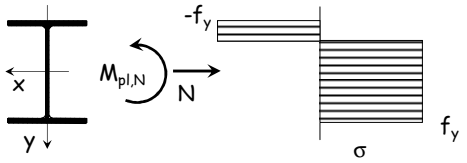
$$f_y = \frac{N}{A} + \frac{M_{el,N}}{W_{el}} \quad \Rightarrow \quad M_{el,N} = \left(f_y - \frac{N}{A}\right) W_{el}$$

Comportamento ultimo



Incrementando il momento flettente le deformazioni plastiche si propagano fino alla completa plasticizzazione della sezione

Comportamento ultimo

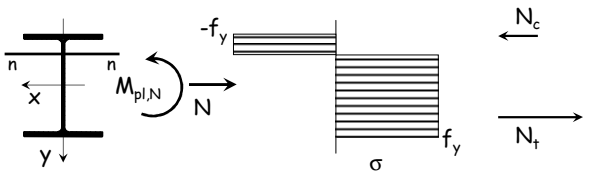


Per calcolare $M_{pl,N}$:

1 - Bisogna prima determinare la posizione dell'asse neutro, dall'equilibrio alla traslazione;

2 - Imponendo l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse baricentrico si determina poi $M_{pl,N}$

Comportamento ultimo



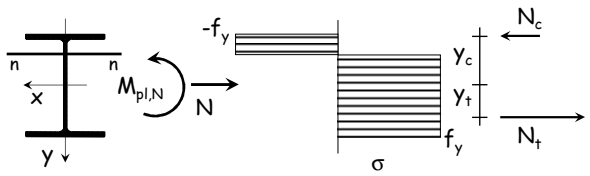
1 – Determinazione dell'asse neutro

$N_c + N_t = N$
(equilibrio alla traslazione) ⇨ Asse neutro

$N_c = -f_y A_c$

$N_t = f_y A_t$

Comportamento ultimo



2 – Calcolo di $M_{pl,N}$

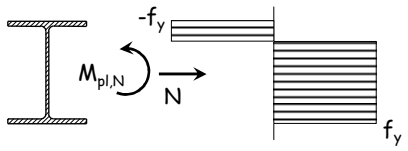
$$M_{pl,N} = N_t\, y_t - N_c\, y_c = f_y(A_t\, y_t - A_c\, y_c)$$

$N_c = -f_y A_c$

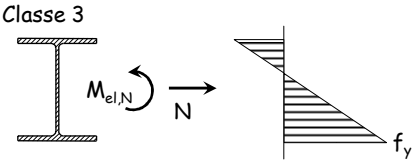
$N_t = f_y A_t$

Verifica – stato limite ultimo

Classe 1 e 2

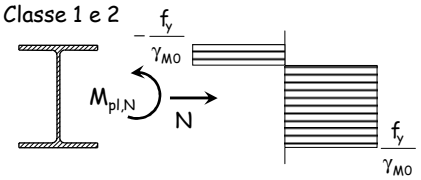


Classe 3



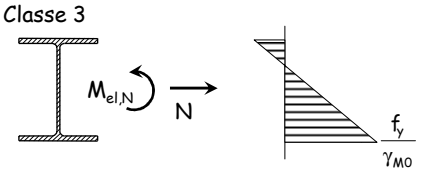
Verifica – stato limite ultimo

Classe 1 e 2



$M_{Ed} \le M_{pl,N,Rd}$

Classe 3



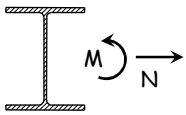
$M_{Ed} \le M_{el,N,Rd}$

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui si ottiene lo stato limite ultimo della sezione

Per ricavare una coppia M-N del dominio

Sezione



Si assegna una posizione dell'asse neutro

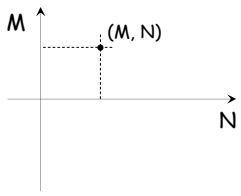
Si determina N

Si determina M ($M_{pl,N}$ o $M_{el,N}$)

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui si ottiene lo stato limite ultimo della sezione

Per ricavare una coppia M-N del dominio



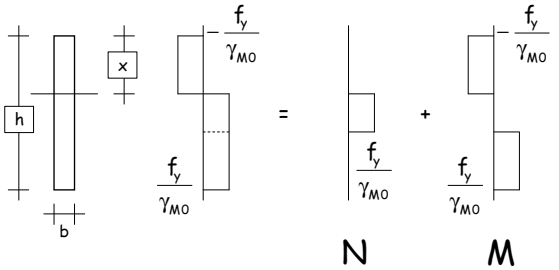
Si assegna l'asse neutro

Si determina N

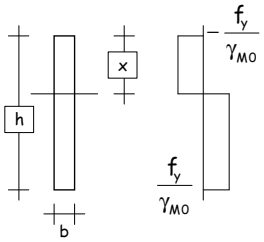
Si determina M ($M_{pl,N}$ o $M_{el,N}$)

e si riporta la coppia M – N nel diagramma

Esempio
Sezione rettangolare (solo ideale)



Esempio
Sezione rettangolare (solo ideale)



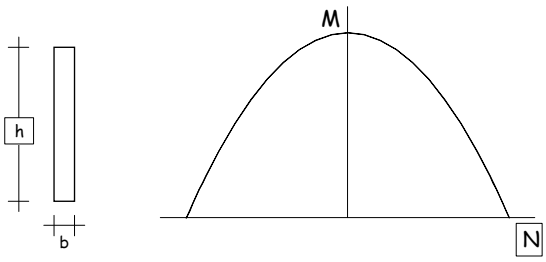
$$N = b\,(h - 2\,x)\frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$M = b\,x\,(h - x)\frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\Downarrow$$

$$M = \left[\frac{bh^2}{4}\frac{f_y^2}{\gamma_{M0}^2} - \frac{1}{4b}N^2\right]\frac{\gamma_{M0}}{f_y}$$

Esempio
Sezione rettangolare (solo ideale)



Il dominio ha un andamento parabolico

Questo vale in sostanza per un doppio T caricato nel piano debole

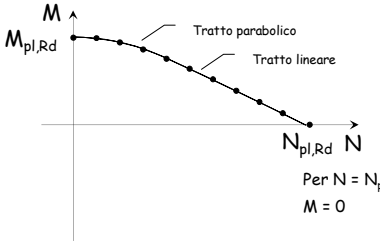
Domini di resistenza - stato limite ultimo per sezioni di classe 1 e 2

Per N = 0

$M = M_{pl,Rd}$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}\,f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A\,f_y}{\gamma_{M0}}$$



Per $N = N_{pl,Rd}$

M = 0

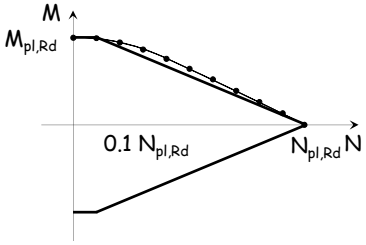
Domini di resistenza - stato limite ultimo per sezioni di classe 1 e 2

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \qquad N \le 0.1\,N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = 1.11\,M_{pl,Rd}\left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}}\right) \qquad N > 0.1\,N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}\,f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A\,f_y}{\gamma_{M0}}$$



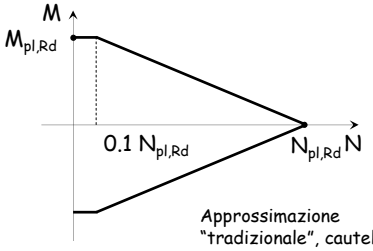
Domini di resistenza - stato limite ultimo per sezioni di classe 1 e 2

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \qquad N \le 0.1\,N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = 1.11\,M_{pl,Rd}\left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}}\right) \qquad N > 0.1\,N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}\,f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A\,f_y}{\gamma_{M0}}$$



Approssimazione "tradizionale", cautelativa

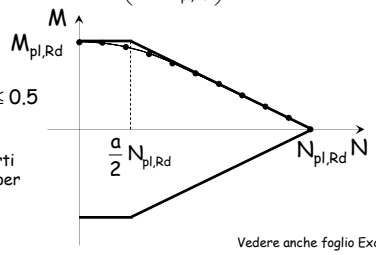
Domini di resistenza - stato limite ultimo
più preciso, meno cautelativo

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \qquad N \le \frac{a}{2} N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd}\left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}}\right)\frac{1}{1 - 0.5\,a} \qquad N > \frac{a}{2} N_{pl,Rd}$$

$$a = \frac{A - 2\,b\,t_f}{A} \le 0.5$$

Differenze più forti per gli IPE, meno per gli HE



Vedere anche foglio Excel Sagomario

Domini di resistenza - stato limite ultimo per sezioni di classe 3

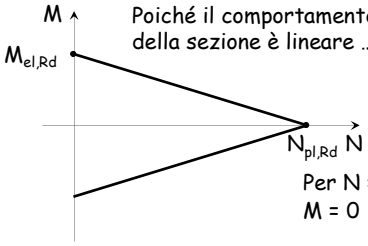
$$M_{el,N,Rd} = M_{el,Rd}\left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}}\right)$$

Per N = 0
M = $M_{el,Rd}$

$$M_{el,Rd} = \frac{W_{el}\,f_y}{\gamma_{M0}}$$

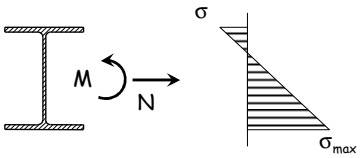
$$N_{pl,Rd} = \frac{A\,f_y}{\gamma_{M0}}$$

Poiché il comportamento della sezione è lineare …



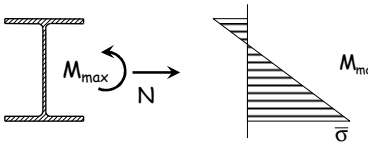
Per N = $N_{pl,Rd}$
M = 0

Verifica – tensioni ammissibili



$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_{el}} \le \bar{\sigma}$$

oppure



$$M_{max} = W_{el}\,\bar{\sigma}\left(1 - \frac{N}{A\,\bar{\sigma}}\right) \ge M$$

Domini di resistenza – tensioni ammissibili

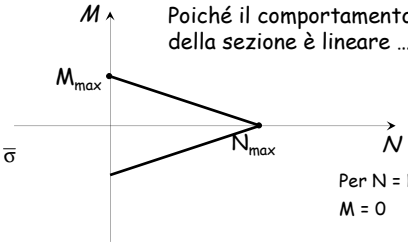
$$M_{max,N} = M_{max}\left(1 - \frac{N}{N_{max}}\right)$$

Per N = 0
M = M_{max}

$$M_{max} = W_{el}\,\bar{\sigma}$$

$$N_{max} = A\,\bar{\sigma}$$

Poiché il comportamento della sezione è lineare …



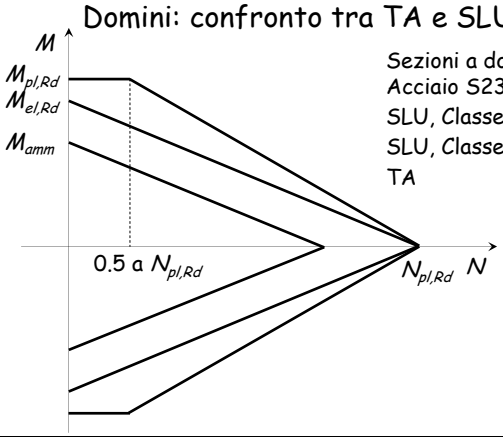
Per N = N_{max}
M = 0

Domini: confronto tra TA e SLU

Il confronto può essere effettuato sovrapponendo i domini ricavati per TA e SLU

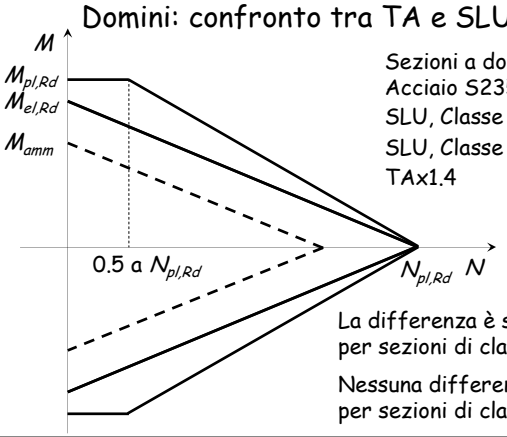
Poiché i carichi allo SLU sono maggiori (di 1.3 ÷ 1.5) di quelli alle TA, il dominio relativo alle TA deve essere opportunamente scalato (ad esempio x 1,4)

Domini: confronto tra TA e SLU



Sezioni a doppio T
Acciaio S235
SLU, Classe 1 e 2
SLU, Classe 3
TA

Domini: confronto tra TA e SLU



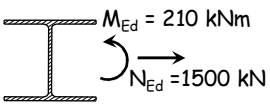
Sezioni a doppio T
Acciaio S235
SLU, Classe 1 e 2
SLU, Classe 3
TAx1.4

La differenza è sensibile per sezioni di classe 1 e 2

Nessuna differenza per sezioni di classe 3

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235

1 - Classe della sezione

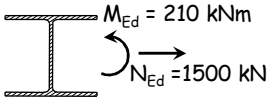
Anima: $\frac{c_w}{t_w} = \frac{208}{11} = 19 \le 72\,\varepsilon = 72$

Flangia: $\frac{c}{t_f} = \frac{117.5}{19} = 6.2 \le 9\,\varepsilon = 9$

La sezione appartiene alla classe 1.

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235

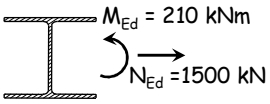
2 - Determinazione di $N_{pl,Rd}$ ed $M_{pl,Rd}$

$$N_{pl,Rd} = \frac{f_y\,A}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \times 149}{1.05 \times 10} = 3334.8 \text{ kN}$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{f_y\,W_{pl}}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \times 1868}{1.05 \times 10^3} = 418.1 \text{ kNm}$$

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235
b=300 mm	t=19 mm

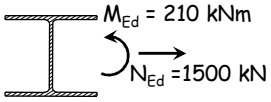
3 - Determinazione di α

$$a = \frac{A - 2\,b\,t_f}{A} = \frac{14900 - 2 \times 300 \times 19}{14900} = 0.235$$

$$\frac{a}{2} N_{pl,Rd} = \frac{0.235}{2} 3334.8 = 391.8 \text{ kN}$$

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
Acciaio	S235
$N_{pl,Rd}$	3334.8 kN
$M_{pl,Rd}$	418.1 kNm

4 - Determinazione di $M_{pl,N,Rd}$ e verifica

$$N_{Ed} = 1500 \text{ kN} \ge \frac{a}{2} N_{pl,Rd} = 391.8 \text{ kN}$$

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd}\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}\right)\frac{1}{1 - 0.5 \times 0.235} = 260.7 \text{ kNm} > M_{Ed} = 210.0 \text{ kNm}$$

La sezione è verificata

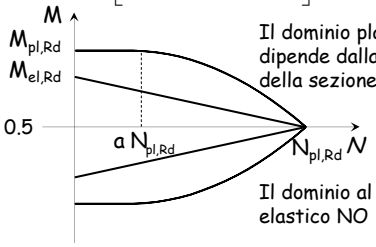
Domini di resistenza - stato limite ultimo

Momento agente attorno all'asse debole

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \qquad N \le a\,N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd}\left[1 - \left(\frac{N/N_{pl,Rd} - a}{1 - a}\right)^2\right] \qquad N > a\,N_{pl,Rd}$$

$$a = \frac{A - 2\,b\,t_f}{A} \le 0.5$$



Il dominio plastico dipende dalla forma della sezione

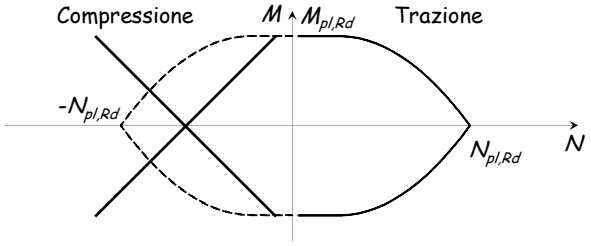
Il dominio al limite elastico NO

Flessione composta
pressoflessione

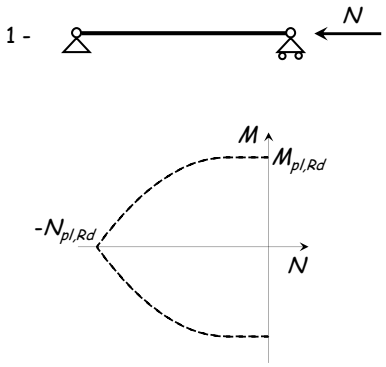
Domini di resistenza - stato limite ultimo

Si possono ottenere semplicemente ribaltando il dominio M-N costruito nel caso di tenso-flessione?

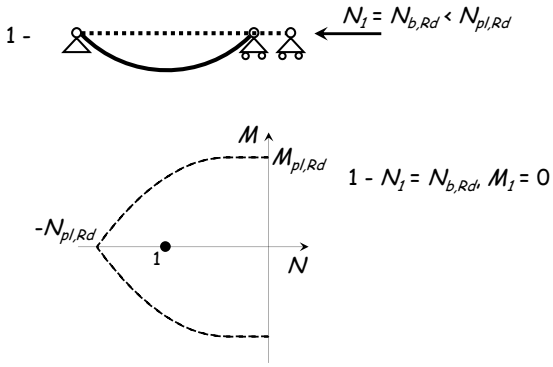
Va bene per la singola sezione, ma per l'asta bisogna tener conto dell'instabilità



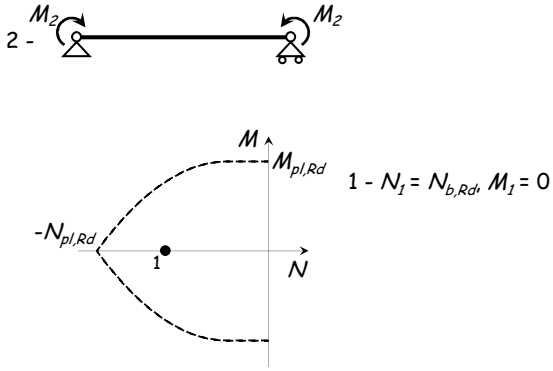
Costruzione del dominio di resistenza



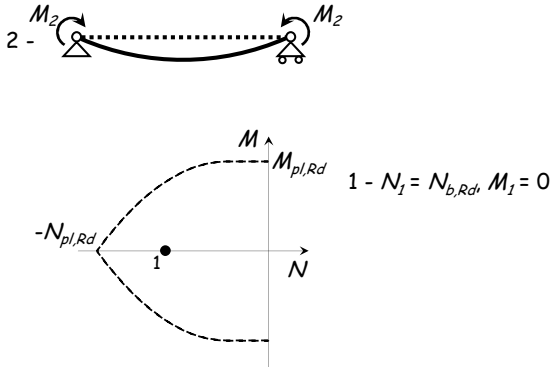
Costruzione del dominio di resistenza



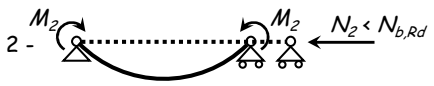
Costruzione del dominio di resistenza

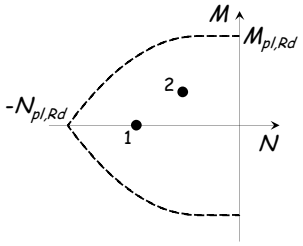


Costruzione del dominio di resistenza



Costruzione del dominio di resistenza

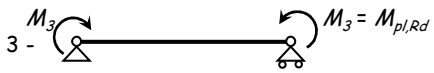


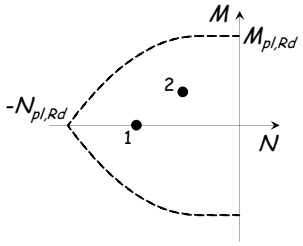


1 - $N_1 = N_{b,Rd}$, $M_1 = 0$

2 – $N_2 < N_{b,Rd}$, $M_2 < M_{pl,Rd}$

Costruzione del dominio di resistenza



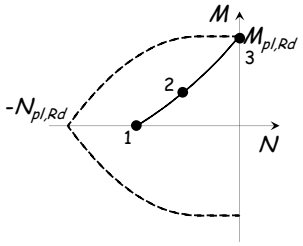


1 - $N_1 = N_{b,Rd}$, $M_1 = 0$

2 – $N_2 < N_{b,Rd}$, $M_2 < M_{pl,Rd}$

Costruzione del dominio di resistenza

L'asta si plasticizza e collassa in assenza di sforzo normale



1 - $N_1 = N_{b,Rd}$, $M_1 = 0$

2 – $N_2 < N_{b,Rd}$, $M_2 < M_{pl,Rd}$

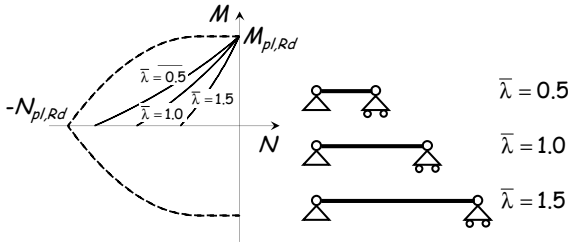
3 – $N_3 = 0$, $M_3 = M_{pl,Rd}$

Collegando i punti si ottiene il dominio

Influenza della snellezza

Il dominio dipende dalla snellezza dell'asta:

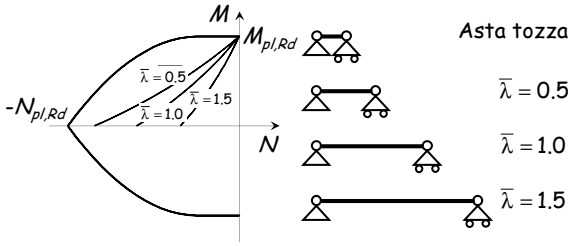
- L'ampiezza del dominio si riduce all'aumentare della snellezza;



Influenza della snellezza

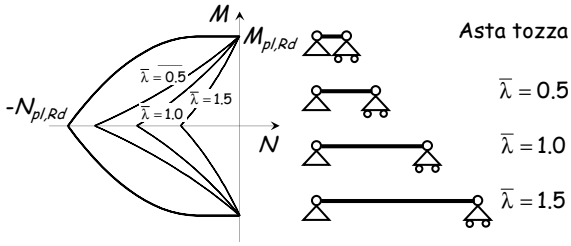
Il dominio dipende dalla snellezza dell'asta:

- Nel caso di aste tozze coincide con quello per presso-flessione della sezione



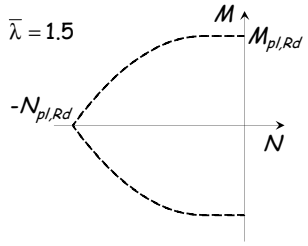
Influenza della snellezza

Il dominio è simmetrico per aste con sezione trasversale simmetrica



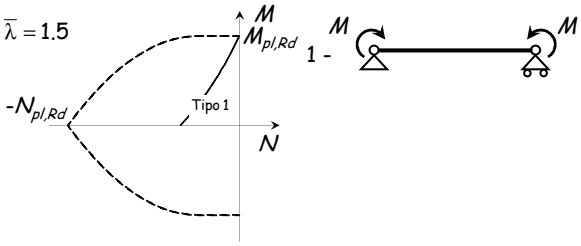
Influenza del diagramma del momento

Distribuzione di momenti tipo 1



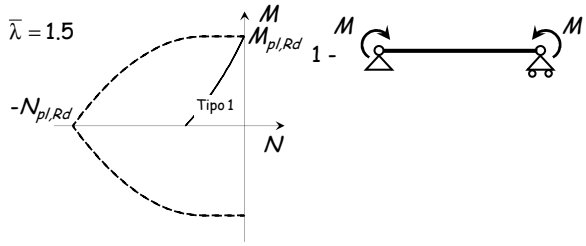
Influenza del diagramma del momento

Distribuzione di momenti tipo 1



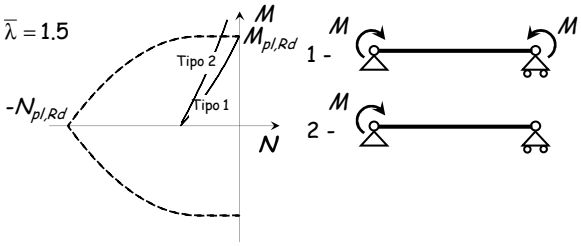
Influenza del diagramma del momento

Distribuzione di momenti tipo 2



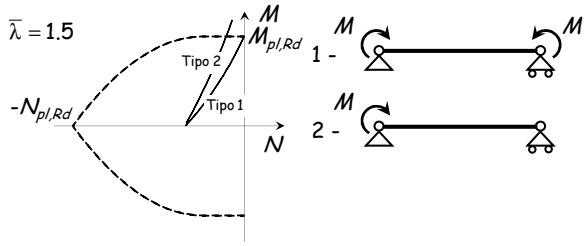
Influenza del diagramma del momento

Distribuzione di momenti tipo 2



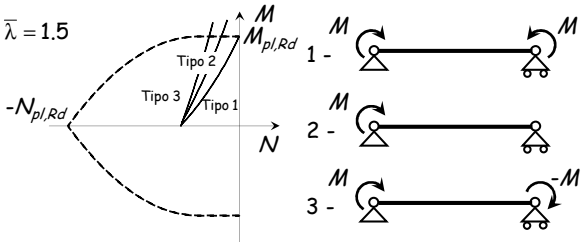
Influenza del diagramma del momento

Distribuzione di momenti tipo 3



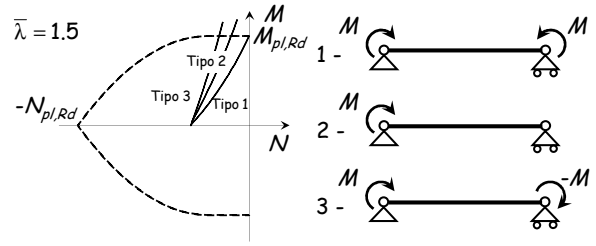
Influenza del diagramma del momento

Distribuzione di momenti tipo 3



Influenza del diagramma del momento

Il dominio dipende dall'andamento del diagramma del momento flettente:
- L'ampiezza del dominio aumenta passando dal diagramma di tipo 1 a quello di tipo 3.



Verifica - stato limite ultimo

- E' possibile usare un approccio semplificato.
  Se non vi è rischio di instabilità flesso-torsionale, occorre controllare che:

$$\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_{min}\cdot f_{yk}\cdot A}+\frac{M_{x,eq,Ed}\cdot\gamma_{M1}}{f_{yk}\cdot W_{x}\cdot\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,x}}\right)}+\frac{M_{y,eq,Ed}\cdot\gamma_{M1}}{f_{yk}\cdot W_{y}\cdot\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)}\le 1$$

o, in sostanza:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}}+\frac{M_{x,eq,Ed}}{M_{x,Rd}\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,x}}\right)}+\frac{M_{y,eq,Ed}}{M_{y,Rd}\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)}\le 1$$

N_{cr} è il carico critico Euleriano

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.1 - metodo A

Verifica - stato limite ultimo

- Il momento equivalente $M_{eq,Ed}$ tiene conto della variazione del momento nell'asta e può essere preso pari a $M_{eq,Ed} = 1.3\, M_{m,Ed}$

  assumendo comunque $0.75\, M_{max,Ed} \le M_{eq,Ed} \le M_{max,Ed}$

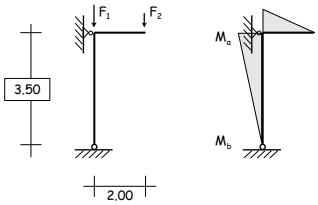
  $M_{m,Ed}$ è il valore medio del momento nell'asta
- Per asta vincolata agli estremi con momento variabile linearmente si può assumere

  $$M_{eq,Ed} = 0.6\, M_a - 0.4\, M_b$$

  assumendo comunque $M_{eq,Ed} \ge 0.4\, M_a$

  M_a è il massimo tra i due ed il segno si riferisce al verso della coppia M (se M_a=-M_b il diagramma di M è costante e $M_{eq,Ed}$=M_a)

Esempio



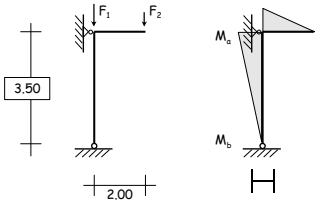
F_1 = 800 kN
F_2 = 60 kN

M_a = 120 kNm
M_b = 0 kNm

N_{Ed}= 860 kN

$$M_{eq,Ed} = 0.6\times 120 - 0.4\times 0 = 72 \text{ kNm}$$

Esempio



Sezione	HEB300
A	149 cm²
W_{pl}	1868 cm³
Acciaio	S235

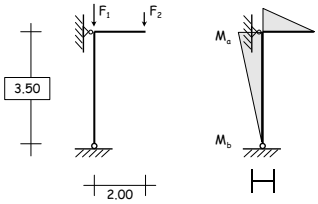
$M_{pl,Rd}$ = 418.1 kNm
N_{bRd} = 2826.8 kN
⇩
instabilità intorno a y
l_0 = 3.50 m

$$N_{cr} = \frac{\pi^2\, E\, I_x}{l_0^2}$$

⇩
instabilità intorno a x

N_{cr} = 42579 kN

Esempio



Sezione	HEB300
A	149 cm²
W_{pl}	1868 cm³
Acciaio	S235

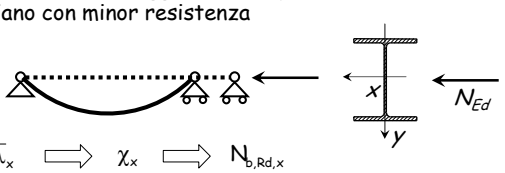
$M_{pl,Rd}$ = 418.1 kNm
N_{bRd} = 2826.8 kN
$N_{bRd,x}$ = 3231.2 kN

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}}+\frac{M_{x,eq,Ed}}{M_{x,Rd}\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,x}}\right)}=\frac{860}{2826.8}+\frac{72}{418.1\left(1-\frac{860}{42579}\right)}=$$

$$= 0.304 + 0.176 = 0.480 \le 1$$

Considerazioni su domini di resistenza

Un'asta in acciaio soggetta a compressione si instabilizza nel piano con minor resistenza



$\bar{\lambda}_x \Rightarrow \chi_x \Rightarrow N_{b,Rd,x}$

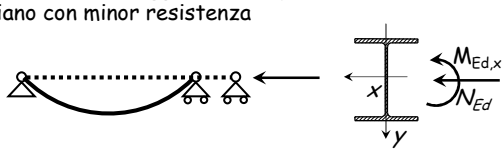
$\bar{\lambda}_y \Rightarrow \chi_y \Rightarrow N_{b,Rd,y}$

Se $\bar{\lambda}_y > \bar{\lambda}_x \Rightarrow N_{b,Rd,y} < N_{b,Rd,x} \Rightarrow N_{b,Rd} = N_{b,Rd,y}$

L'instabilità si verifica nel piano ortogonale all'asse y

Considerazioni su domini di resistenza

Un'asta in acciaio soggetta a compressione si instabilizza nel piano con minor resistenza



$\bar{\lambda}_y > \bar{\lambda}_x \Rightarrow N_{b,Rd,y} < N_{b,Rd,x} \Rightarrow N_{b,Rd} = N_{b,Rd,y}$

L'instabilità si verifica nel piano ortogonale all'asse y

La presenza di un momento M_{Edx} favorisce l'instabilità dell'asta quanto un momento M_{Edy}? Probabilmente NO

Verifica - stato limite ultimo

- In alternativa, occorre controllare che:

$$\frac{N_{Ed}\ \gamma_{M1}}{\chi_x\ A\ f_{yk}} + k_{xx}\frac{M_{Ed,x}\ \gamma_{M1}}{W_x\ f_{yk}} + k_{xy}\frac{M_{Ed,y}\ \gamma_{M1}}{W_y\ f_{yk}} \le 1$$

$$\frac{N_{Ed}\ \gamma_{M1}}{\chi_y\ A\ f_{yk}} + k_{yx}\frac{M_{Ed,x}\ \gamma_{M1}}{W_x\ f_{yk}} + k_{yy}\frac{M_{Ed,y}\ \gamma_{M1}}{W_y\ f_{yk}} \le 1$$

Verifica - stato limite ultimo

- In alternativa, occorre controllare che:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,x}} + k_{xx}\frac{M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} + k_{xy}\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd,y}} \le 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,y}} + k_{yx}\frac{M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} + k_{yy}\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd,y}} \le 1$$

espressioni analoghe a quella del Metodo A se

$$\frac{M_{eq,Ed}}{\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr}}\right)} = k\ M_{Ed}$$

Verifica - stato limite ultimo

- In alternativa, occorre controllare che:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,x}} + k_{xx}\frac{M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} + k_{xy}\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd,y}} \le 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,y}} + k_{yx}\frac{M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} + k_{yy}\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd,y}} \le 1$$

Si noti che:

1. N_{bRd} è calcolato separatamente nelle due direzione
2. i coefficienti k sono diversi per le due direzioni

Verifica - stato limite ultimo

- In alternativa, occorre controllare che:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,x}} + k_{xx}\frac{M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} + k_{xy}\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd,y}} \le 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,y}} + k_{yx}\frac{M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} + k_{yy}\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd,y}} \le 1$$

Le espressioni per il calcolo dei k sono complesse

$k_{xx}, k_{yy}, k_{xy}, k_{yx}$ dipendono da:
- snellezza dell'asta
- diagramma del momento
- sforzo normale

Fattori d'interazione k_{xx}, k_{yy} k_{xy} k_{yx} per sezioni a doppio T di classe 1 e 2

$$k_{xx} = C_{mx}\left(1+\left(\bar{\lambda}_x - 0.2\right)\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,x}}\right) \le C_{mx}\left(1+0.8\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,x}}\right)$$

$$k_{xy} = 0.6\ k_{yy}$$

$$k_{yx} = 0.6\ k_{xx}$$

$$k_{yy} = C_{my}\left(1+\left(2\bar{\lambda}_y - 0.6\right)\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,y}}\right) \le C_{my}\left(1+1.4\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd,y}}\right)$$

Per presso-flessione retta con $M_{Ed,x} \neq 0$ si assume $k_{yx} = 0$

Eurocodice 3, annesso B

Table B.1: Interaction factors k_{ij} for members not susceptible to torsional deformations

Interaction factors	Type of sections	Design assumptions: elastic cross-sectional properties class 3, class 4	Design assumptions: plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{xx}	I-sections RHS-sections	$C_{mx}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_x \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{mx}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{mx}\left(1+\left(\bar{\lambda}_x - 0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{mx}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
k_{xy}	I-sections RHS-sections	k_{yy}	$0{,}6\ k_{yy}$
k_{yx}	I-sections RHS-sections	$0{,}8\ k_{xx}$	$0{,}6\ k_{xx}$
k_{yy}	I-sections	$C_{my}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{my}\left(1+\left(2\bar{\lambda}_y - 0{,}6\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+1{,}4\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
	RHS-sections		$C_{my}\left(1+\left(\bar{\lambda}_y - 0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$

For I- and H-sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{y,Ed}$ the coefficient k_{xy} may be $k_{xy} = 0$.

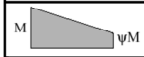
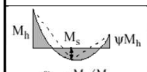
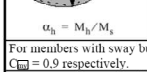
Table B.1: Interaction factors k_{ij} for members not susceptible to torsional deformations

Interaction factors	Type of sections	Design assumptions: elastic cross-sectional properties class 3, class 4	Design assumptions: plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{xx}	I-sections RHS-sections	$C_{mx}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_x \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{mx}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{mx}\left(1+\left(\bar{\lambda}_x - 0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{mx}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
k_{xy}	I-sections RHS-sections	k_{yy}	$0{,}6\ k_{yy}$
k_{yx}	I-sections RHS-sections	$0{,}8\ k_{xx}$	$0{,}6\ k_{xx}$
k_{yy}	I-sections	$C_{my}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{my}\left(1+\left(2\bar{\lambda}_y - 0{,}6\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+1{,}4\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
	RHS-sections		$C_{my}\left(1+\left(\bar{\lambda}_y - 0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$

For I- and H-sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{y,Ed}$ the coefficient k_{xy} may be $k_{xy} = 0$.

Nota: nella Circolare è indicato con α_m quello che qui (sull'EC3) è indicato con C_m

Fattori di momento uniforme equivalente C_{mx} e C_{my}

Moment diagram	range		C_{my} and C_{mz} and C_{mLT}: uniform loading	C_{my} and C_{mz} and C_{mLT}: concentrated load
	$-1 \le \psi \le 1$		$0{,}6 + 0{,}4\psi \ge 0{,}4$	
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \le \alpha_s \le 1$	$-1 \le \psi \le 1$	$0{,}2 + 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$0{,}2 + 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
	$-1 \le \alpha_s < 0$	$0 \le \psi \le 1$	$0{,}1 - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$-0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
		$-1 \le \psi < 0$	$0{,}1(1-\psi) - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$0{,}2(-\psi) - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
 $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \le \alpha_h \le 1$	$-1 \le \psi \le 1$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h$	$0{,}90 + 0{,}10\alpha_h$
	$-1 \le \alpha_h < 0$	$0 \le \psi \le 1$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h$	$0{,}90 + 0{,}10\alpha_h$
		$-1 \le \psi < 0$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h(1+2\psi)$	$0{,}90 - 0{,}10\alpha_h(1+2\psi)$

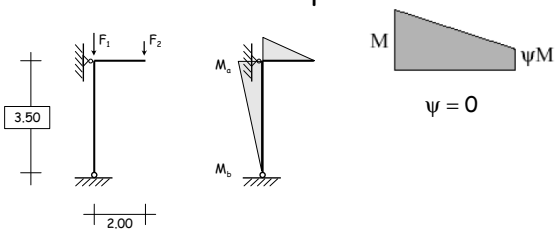
For members with sway buckling mode the equivalent uniform moment factor should be taken $C_{my} = 0{,}9$ or $C_{mz} = 0{,}9$ respectively.

C_{my}, C_{mz} and C_{mLT} should be obtained according to the bending moment diagram between the relevant braced points as follows:

moment factor	bending axis	points braced in direction
C_{my}	x-x	y-y
C_{mz}	y-y	x-x
C_{mLT}	x-x	x-x

Eurocodice 3, annesso B

Esempio



$\psi = 0$

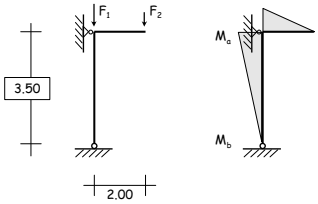
F_1 = 800 kN
F_2 = 60 kN

M_a = 120 kNm
M_b = 0 kNm

N_{Ed}= 860 kN

$$C_{mx} = 0.6 + 0.4\ \psi = 0.6$$

Esempio



$\bar{\lambda}_x = 0.287$

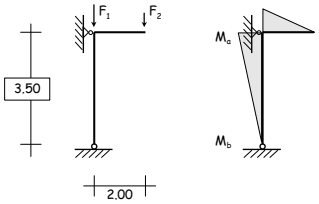
$\chi_x = 0.9689$

$\bar{\lambda}_y = 0.492$

$\chi_y = 0.8477$

$$k_{xx} = C_{mx}\left[1+\left(\bar{\lambda}_x - 0.2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_x \underbrace{A f_y}_{N_{bRd,x}}}\gamma_{M1}\right] = 0.6\left[1+(0.287-0.2)\frac{860}{3231.2}\right] = 0.614$$

Esempio



$\bar{\lambda}_x = 0.287$

$\chi_x = 0.9689$

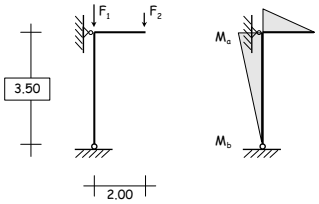
$\bar{\lambda}_y = 0.492$

$\chi_y = 0.8477$

$$k_{xx} \le C_{mx}\left[1 + 0.8\frac{N_{Ed}\,\gamma_{M1}}{\chi_x\,A\,f_y}\right] = 0.6\left[1 + 0.8\frac{860}{3231.2}\right] = 0.728$$

Ok, quindi k_{xx} = 0.614

Esempio

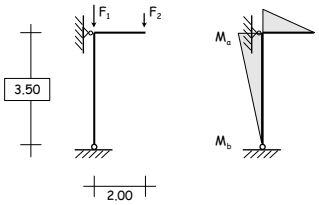


$$\frac{N_{Ed}\,\gamma_{M1}}{\underbrace{\chi_x\,A\,f_y}_{N_{bRd,x}}} + \frac{k_{xx}\,M_{x,Ed}\,\gamma_{M1}}{\underbrace{W_{pl,x}\,f_y}_{M_{pl,Rd,x}}} = \frac{860}{3233.2} + \frac{0.614\times 120}{418.1} =$$

$$= 0.266 + 0.176 = 0.442 < 1$$

Con il Metodo A era 0.480

Esempio

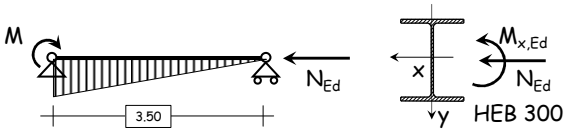


Perché k_{yx} = 0

$$\frac{N_{Ed}\,\gamma_{M1}}{\underbrace{\chi_y\,A\,f_y}_{N_{bRd,y}}} + \cancel{\frac{k_{yx}\,M_{x,Ed}\,\gamma_{M1}}{W_{pl,x}\,f_y}} = \frac{860}{2828.6} = 0.304$$

Verifica di stabilità con sforzo normale centrato

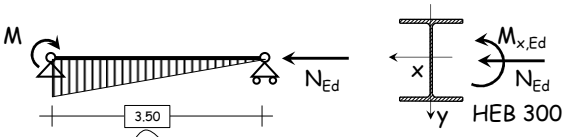
Domini di resistenza - presso-flessione retta (Metodo A)



$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} + \frac{M_{x,eq,Ed}}{M_{x,Rd}\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,x}}\right)} \le 1$$

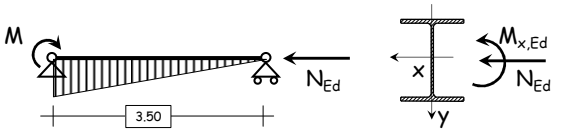
$$M_{x,eq,Ed} = 0.6\,M_a - 0.4\,M_b = \overset{M_{x,Ed}}{M_a}\underbrace{\left(0.6 - 0.4\overset{\psi}{\frac{M_b}{M_a}}\right)}_{C_{mx}}$$

Domini di resistenza - presso-flessione retta (Metodo A)



$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} + \frac{C_{mx}\,M_{x,Ed}}{M_{x,Rd}\underbrace{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,x}}\right)}_{k^*_{xx}}} = 1$$

Domini di resistenza - presso-flessione retta (Metodo A)



HEB 300

$M_{pl,x,Rd}$ = 418.1 kNm

N_{bRd} = 2826.7 kN

$N_{cr,x}$ = 42579.2 kN

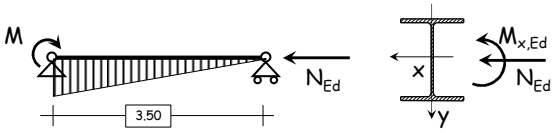
$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} + \frac{k^*_{xx}\,M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} \le 1$$

$$k^*_{xx} = \frac{C_{mx}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,x}}}$$

Nel caso in questione

$$C_{mx} = (0.6 + 0.4\,\psi) = 0.6 \qquad \psi = \frac{M_b}{M_a} = 0$$

Domini di resistenza - presso-flessione retta
(Metodo A)



HEB 300
$M_{pl,x,Rd}$ = 418.1 kNm
N_{bRd} = 2826.7 kN
$N_{cr,x}$ = 42579.2 kN

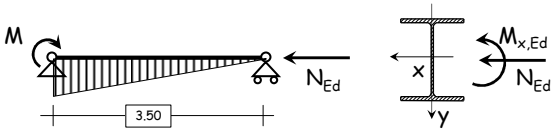
$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} + \frac{k^*_{xx}\, M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} \le 1$$

Costruisco il dominio per punti

Fisso N_{Ed} ⇒ k^*_{xx} ⇒ $M_{Ed,x} = \frac{M_{Rd,x}}{k^*_{xx}}\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{bRd}}\right)$

Vedere anche foglio Excel Presso-flessione-DomX

Domini di resistenza - presso-flessione retta
(Metodo B)



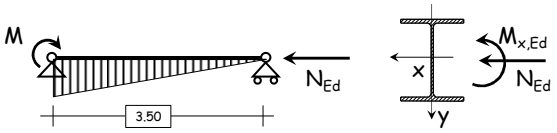
HEB 300
$M_{pl,x,Rd}$ = 418.1 kNm
$N_{bRd,x}$ = 3231.2 kN

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd,x}} + \frac{k_{xx}\, M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} \le 1$$

k_{xx} = vedi EC3

$C_{mx} = (0.6 + 0.4\,\psi) = 0.6$ $\qquad \psi = \frac{M_b}{M_a} = 0$

Domini di resistenza - presso-flessione retta
(Metodo B)



HEB 300
$M_{pl,x,Rd}$ = 418.1 kNm
$N_{bRd,x}$ = 2961.0 kN

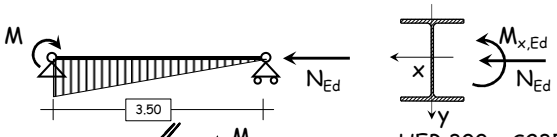
$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd,x}} + \frac{k_{xx}\, M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}} \le 1$$

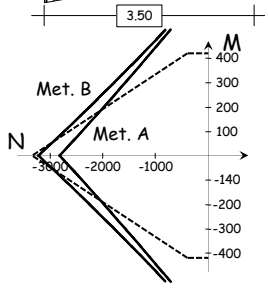
Costruisco il dominio per punti

Fisso N_{Ed} ⇒ k_{xx} ⇒ $M_{Ed,x} = \frac{M_{Rd,x}}{k_{xx}}\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{bRd,x}}\right)$

Vedere anche foglio Excel Presso-flessione-DomX

Domini di resistenza - presso-flessione retta
(Metodo A vs Metodo B)





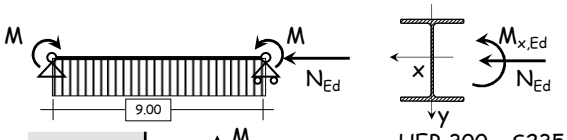
HEB 300 – S235

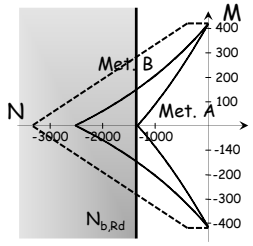
Il dominio costruito con il Metodo A è più conservativo

Il confronto è confermato anche cambiando:
- Diagramma Momento
- Snellezza

Vedere anche foglio Excel Presso-flessione-DomX

Domini di resistenza - presso-flessione retta
(Metodo A vs Metodo B)



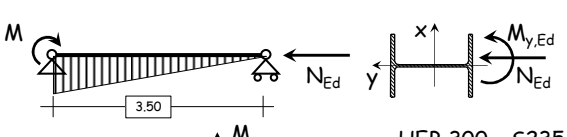


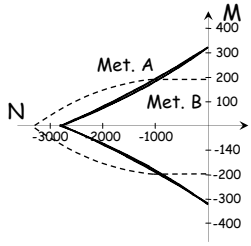
HEB 300 – S235

Le differenze crescono con la snellezza

Bisogna tenere conto che non si può comunque superare $N_{b,Rd}$

Domini di resistenza - presso-flessione retta
(Metodo A vs Metodo B)





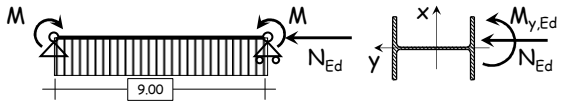
HEB 300 – S235

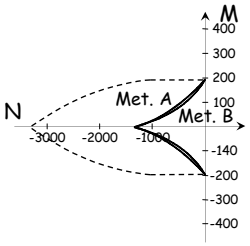
Il domini si costruiscono allo stesso modo

I due domini sono quasi coincidenti

Vedere anche foglio Excel Presso-flessione-DomY

Domini di resistenza - presso-flessione retta
(Metodo A vs Metodo B)





HEB 300 – S235

I due domini sono quasi coincidenti anche in altre condizioni.