

Corso di aggiornamento professionale

**Valutazione della vulnerabilità sismica
di edifici esistenti in c.a.**

Parma

27-28 maggio 2016

Aurelio Ghersi

05 - Risposta sismica - analisi lineare

Risposta sismica

- L'azione sismica varia nel tempo
può essere espressa come accelerazione del suolo $\ddot{u}_g(t)$
- La risposta sismica può essere valutata partendo dall'equazione di equilibrio dinamico

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + f_s = -m \ddot{u}_g$$

$m \ddot{u}$ forza d'inerzia

$c \dot{u}$ forza dissipativa viscosa

f_s forza di richiamo

- Se il sistema ha n gradi di libertà dinamici in realtà è un sistema di n equazioni differenziali

Risposta sismica

- La risposta sismica dipende, oltre che dall'accelerogramma, anche dal comportamento della struttura
- Se il comportamento della struttura è elastico lineare si parla di **risposta sismica lineare** (il comportamento varia in maniera lineare al variare dell'accelerazione sismica)
- Se il comportamento della struttura è non lineare si parla di **risposta sismica non lineare** (il comportamento varia in maniera non proporzionale al variare dell'accelerazione sismica)

Risposta sismica lineare

- La forza di richiamo è proporzionale allo spostamento

$$f_s = k u$$

- L'equazione di equilibrio dinamico diventa

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

Nota: se il sistema ha n gradi di libertà dinamici in realtà è un sistema di n equazioni differenziali

- Risolvendo l'equazione (matematicamente, con integrazione al passo) si ottiene la storia della risposta, cioè il valore di spostamento, velocità, accelerazione in ogni istante

Risposta sismica lineare

- Per sistemi ad un solo grado di libertà si ha una sola equazione differenziale e la sua risoluzione numerica è relativamente facile
Si può usare ad esempio il programma *Oscill*, messo a disposizione dei partecipanti
- Per sistemi a più gradi di libertà la risoluzione numerica del sistema di equazioni è abbastanza onerosa

Il programma *Oscill* può essere scaricato liberamente dal sito www.agherssi.it

Risposta sismica lineare

per sistemi a più gradi di libertà

- Se si esprimono gli spostamenti u come combinazione lineare degli spostamenti corrispondenti alle forme modali, il sistema diventa un insieme di equazioni, in ciascuna delle quali compare una sola incognita
- In questo modo si può valutare la risposta nel tempo come combinazione lineare delle risposte relative a singoli oscillatori semplici
- Si ottiene (in maniera più agevole) la storia della risposta, cioè il valore di spostamento, velocità, accelerazione in ogni istante

Risposta sismica lineare

per sistemi a più gradi di libertà

- In genere non interessa conoscere la risposta istante per istante, ma solo il valore massimo dei diversi parametri
- Per un oscillatore semplice, la risposta massima è sintetizzata in **spettri di risposta**
- Se la risposta della struttura reale è combinazione di quella di oscillatori semplici, la sua risposta massima può essere stimata combinando opportunamente le risposte dei singoli oscillatori



Analisi modale con spettro di risposta

Risposta sismica lineare per sistemi a più gradi di libertà

Analisi modale con spettro di risposta

- La risposta **dinamica** massima è valutata come combinazione dell'effetto di più insiemi di **forze statiche**, corrispondenti ai diversi modi
 - Il contributo di ciascun modo dipende dall'ordinata dello spettro (e quindi da caratteristiche del sisma e periodo proprio del modo) e da un parametro detto massa partecipante
- Se le forze relative ad un modo sono nettamente predominanti, basta considerare queste (o una loro semplificazione)



Analisi statica

Risposta sismica lineare per sistemi a più gradi di libertà

In definitiva, i valori massimi della risposta dinamica possono essere calcolati applicando:

- Un unico insieme di forze
(analisi statica)
- Più insiemi di forze
(analisi modale con spettro di risposta)

È possibile usare un'analisi lineare se il comportamento reale è non lineare?

- Dallo studio di oscillatori semplici non lineari:
una struttura progettata per forze inferiori a
quelle che occorre sopportare per rimanere in
campo elastico si danneggerà, ma sopravviverà al
terremoto se ha sufficiente duttilità



In fase di progettazione si può fare un calcolo
elastico lineare con forze ridotte, purché si
garantisca adeguata duttilità



Progetto con analisi lineare e fattore di struttura q

Progetto di strutture antisismiche con analisi lineare e fattore di struttura q

Perché funziona?

- Perché:
 - Garantiamo adeguata resistenza a tutte le sezioni
 - Garantiamo adeguata duttilità a tutte le sezioni che dovranno andare in campo plastico
 - Imponiamo una gerarchia di resistenze per ottenere un meccanismo di collasso globale
- Senza il rispetto di queste condizioni l'analisi lineare con fattore di struttura perde significato

Verifica di strutture esistenti

- Le strutture esistenti in genere non soddisfano i requisiti elencati:
 - La resistenza è stata data pensando (spesso) solo ai carichi verticali; quindi non è adeguata in tutte le sezioni
 - La duttilità delle singole sezioni in genere non è stata curata
 - Il meccanismo di collasso (spesso) non è globale

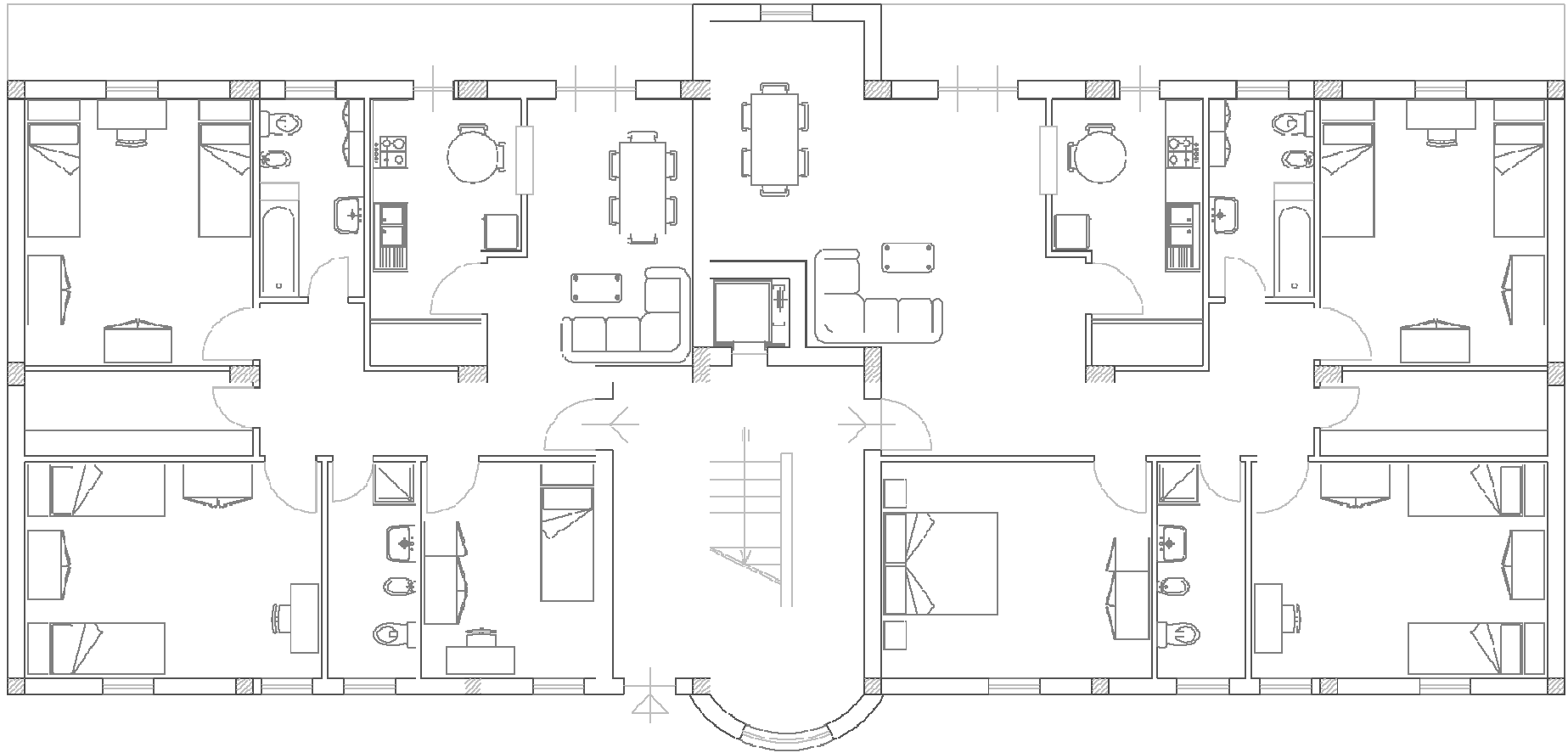
Verifica di strutture esistenti con analisi lineare e fattore di struttura q

- Venendo mancare i requisiti:
 - L'analisi lineare è poco significativa
 - Qualunque valore del fattore di struttura q è opinabile
- In ogni caso l'analisi lineare (anche con $q=1$) è un primo passo utile per avere indicazioni di massima sul comportamento della struttura
 - È facile a farsi
 - È poco condizionata dalle incertezze nei dati

Esempio

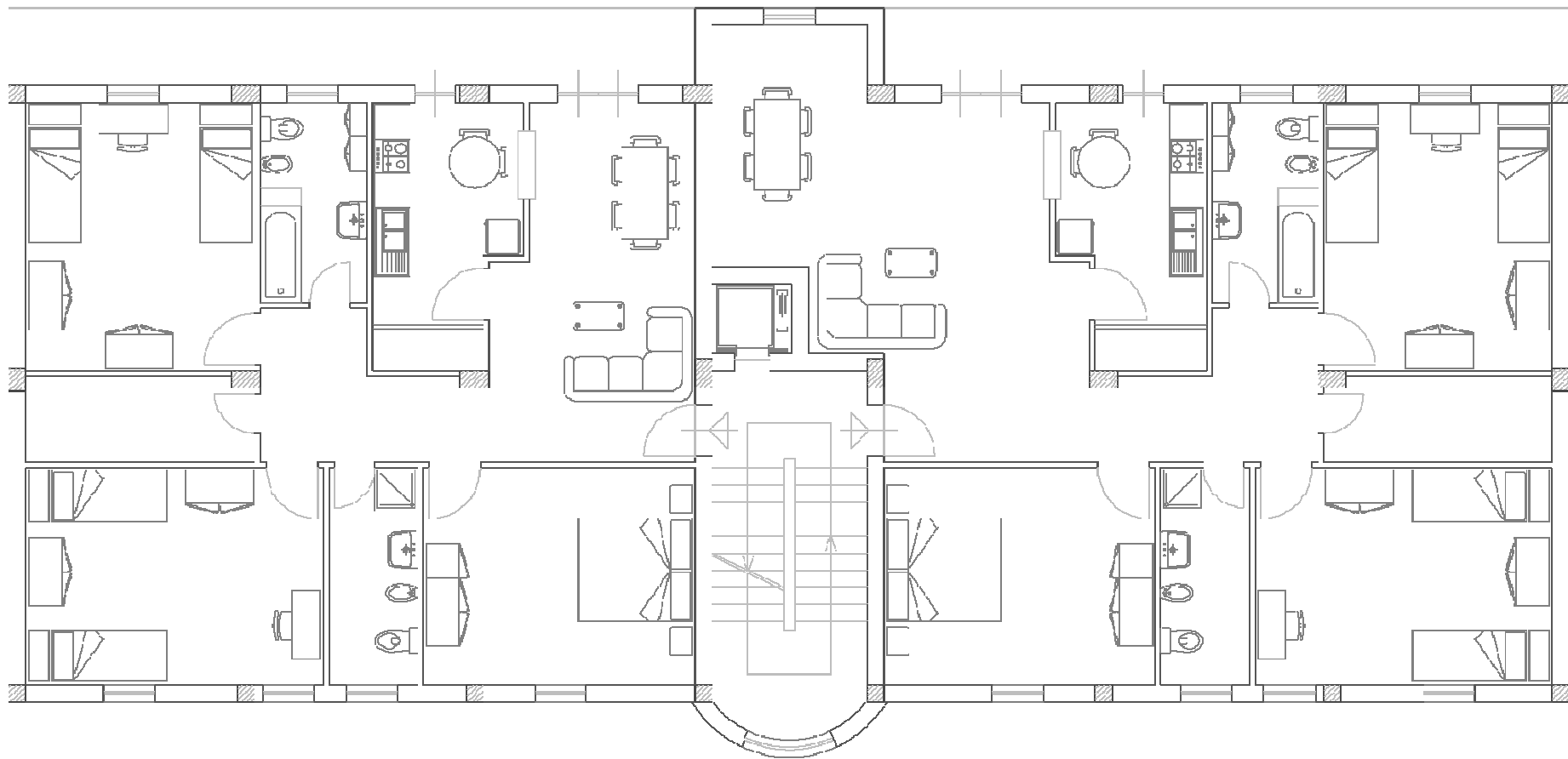
- Si considera come esempio un edificio progettato per soli carichi verticali negli anni '70
- La fase preliminare di indagine, volta a determinarne le caratteristiche, è stata affrontata in altra sede
(corsi su Edifici esistenti in c.a.:
Parma 2010, Imola maggio 2013, Spoleto 2015 e
anni precedenti)

Pianta architettonica dell'edificio



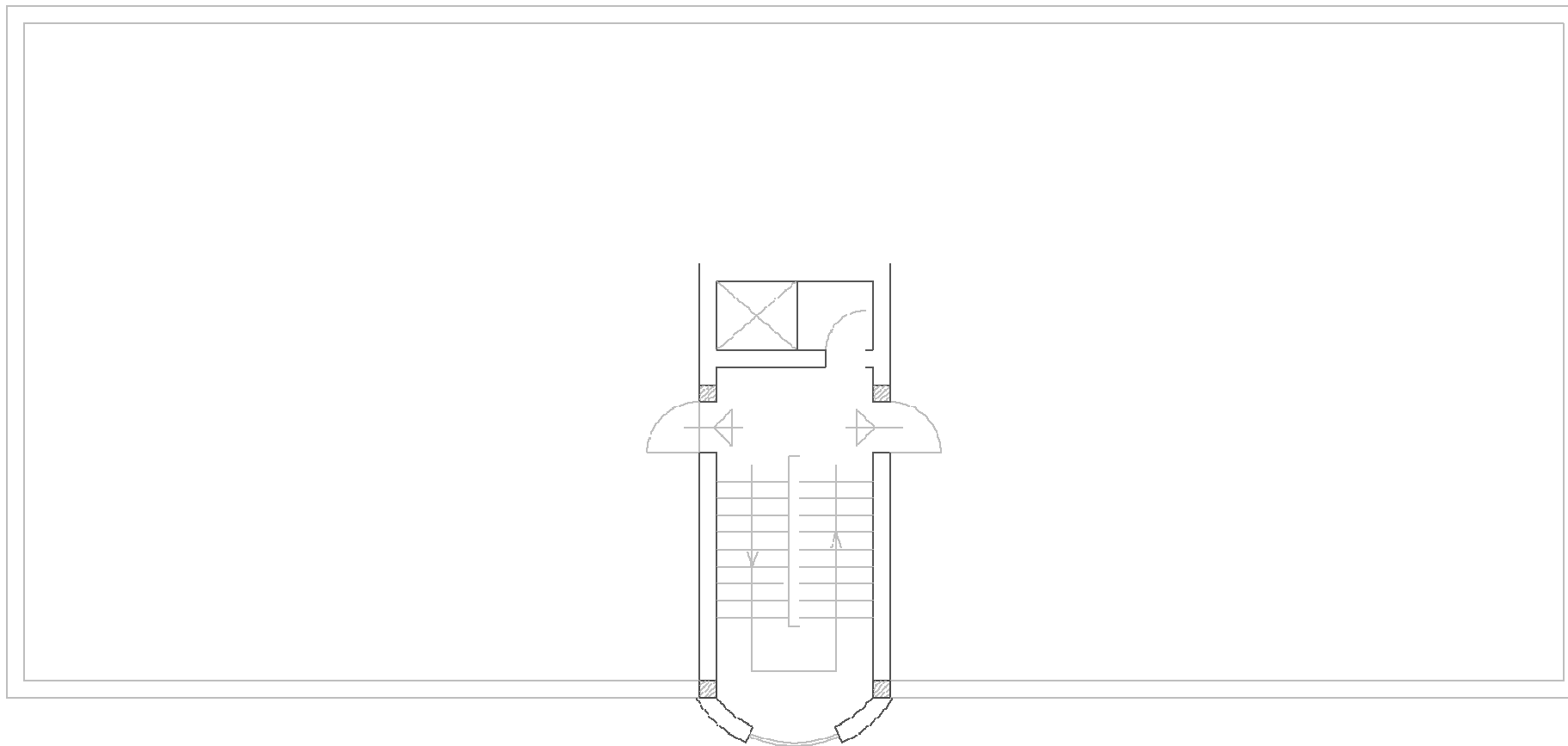
Piano terra

Pianta architettonica dell'edificio



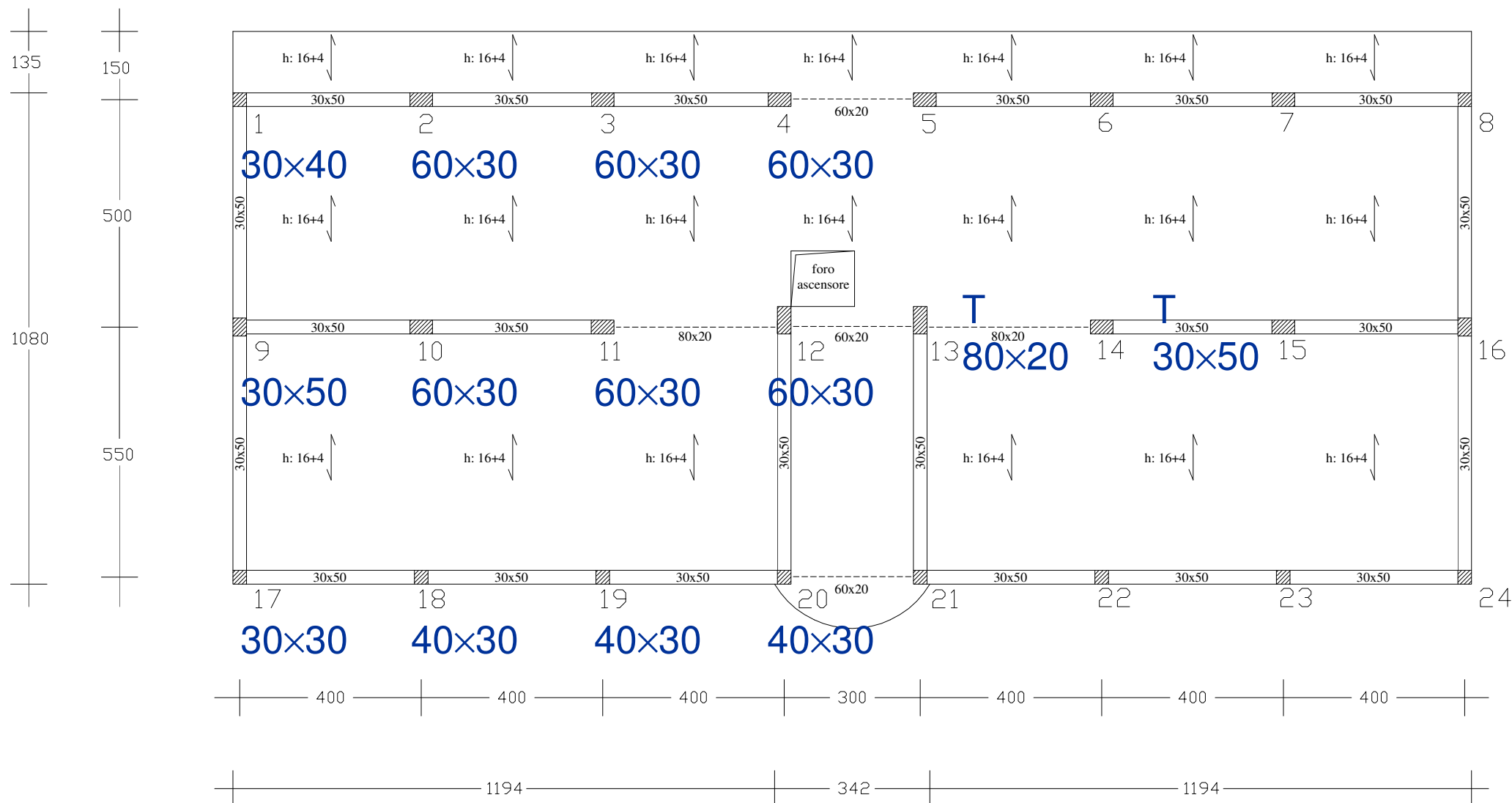
Piano tipo

Pianta architettonica dell'edificio



Copertura

Carpenteria dell'edificio



Pilastri: sezione e armature

piano	pilastro 1				pilastro 9				pilastro 17			
	progetto		rilievo		progetto		rilievo		progetto		rilievo	
	sezione	A_s	sezione	A_s	sezione	A_s	sezione	A_s	sezione	A_s	sezione	A_s
6	30×30	4Ø12			30×30	4Ø12	30×30	4Ø12	30×30	4Ø12		
5	30×30	4Ø12			30×30	4Ø12	30×30	4Ø12	30×30	4Ø12		
4	30×30	4Ø12			30×30	4Ø12			30×30	4Ø12		
3	30×30	4Ø12			30×30	4Ø14			30×30	4Ø12		
2	30×30	4Ø14			30×40	6Ø14			30×30	4Ø12		
1	30×40	6Ø14			30×50	6Ø14	30×50	6Ø14	30×30	4Ø14	40×30	6Ø14

piano	pilastri 2, 3, 4				pilastri 10, 11, 12				pilastri 18, 19, 20			
	progetto		rilievo		progetto		rilievo		progetto		rilievo	
	sezione	A_s	sezione	A_s	sezione	A_s	sezione	A_s	sezione	A_s	sezione	A_s
6	30×30	4Ø12			30×30	4Ø12	30×30	4Ø12	30×30	4Ø12		
5	30×30	4Ø12			30×30	4Ø12	30×30	4Ø14	30×30	4Ø12		
4	30×30	4Ø14	30×30	4Ø14	30×30	4Ø14	30×30	4Ø14	30×30	4Ø12		
3	40×30	6Ø14	40×30	6Ø14	40×30	6Ø14	40×30	6Ø14	30×30	4Ø12		
2	50×30	6Ø14	50×30	6Ø14	50×30	6Ø14	50×30	6Ø14	30×30	4Ø14		
1	60×30	6Ø14			60×30	6Ø14	60×30	6Ø14	40×30	6Ø14		

Travi: armature

Trave	Piano		I (M ⁻)	(M ⁺)	II (M ⁻)	(M ⁺)	III (M ⁻)	(M ⁺)	IV (M ⁻)
1-2-3-4	6	M	-22.0	+37.7	-52.8	+33.0	-44.0	+33.0	-33.0
		sup	2Ø14		4Ø14		4Ø14		3Ø14
		inf	2Ø14	3Ø14	2Ø14	3Ø14	2Ø14	3Ø14	2Ø14
	1-5	M	-26.7	+45.7	-64.0	+40.0	-53.3	+40.0	-40.0
		sup	2Ø14		5Ø14		4Ø14		3Ø14
		inf	2Ø14	4Ø14	2Ø14	3Ø14	2Ø14	3Ø14	2Ø14
9-10-11-12	6	M	-28.0	+48.0	-67.2	+42.0	-56.0	+42.0	-42.0
		sup	2Ø14		5Ø14		7Ø18		6Ø18
		inf	2Ø14	4Ø14	2Ø14	4Ø14	2Ø18	6Ø18	2Ø18
	1-5	M	-28.0	+48.0	-67.2	+42.0	-56.0	+42.0	-42.0
		sup	2Ø14		5Ø14		7Ø18		6Ø18
		inf	2Ø14	4Ø14	2Ø14	4Ø14	2Ø18	6Ø18	2Ø18

Massa (peso) degli impalcati

- Dai carichi unitari, si valutano le masse di impalcato, secondo le norme attualmente vigenti

Impalcato	Peso	Peso a m ²
6	2586.2 kN	7.98 kN/m ²
altri	3017.4 kN	9.31 kN/m ²

Nota: i valori sono riferiti all'intero edificio. Nel seguito data la simmetria si considererà solo mezzo edificio

Materiali

Valori ottenuti mediante prove

Calcestruzzo:

- Si ottiene dalle prove $f_{cm} = 19 \text{ MPa}$
(molto minore di quanto corrisponde a $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$)

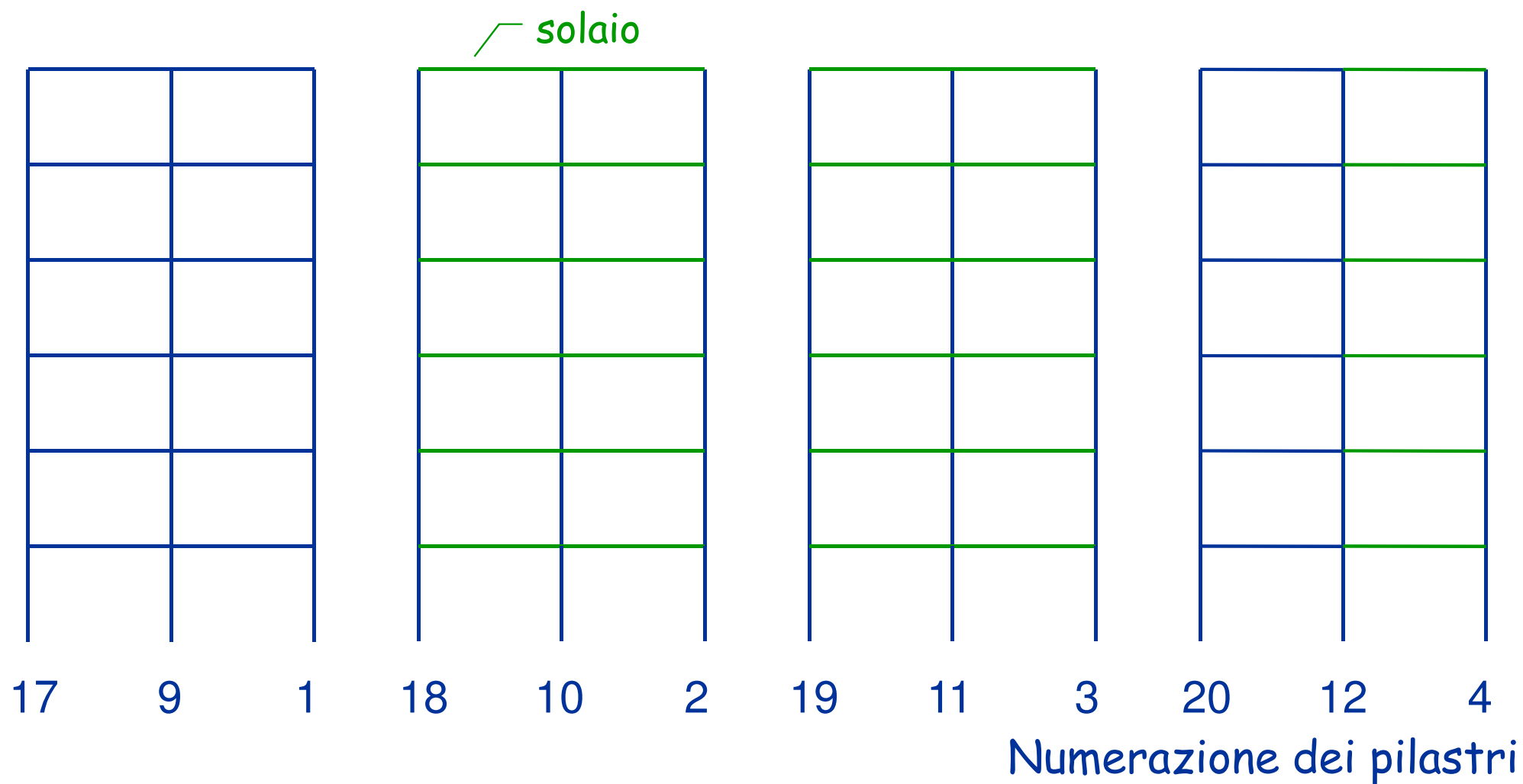
Acciaio:

- Si trovano barre ad aderenza migliorata;
si ottiene dalle prove $f_{ym} = 420 \text{ MPa}$
(plausibile per un FeB38k)

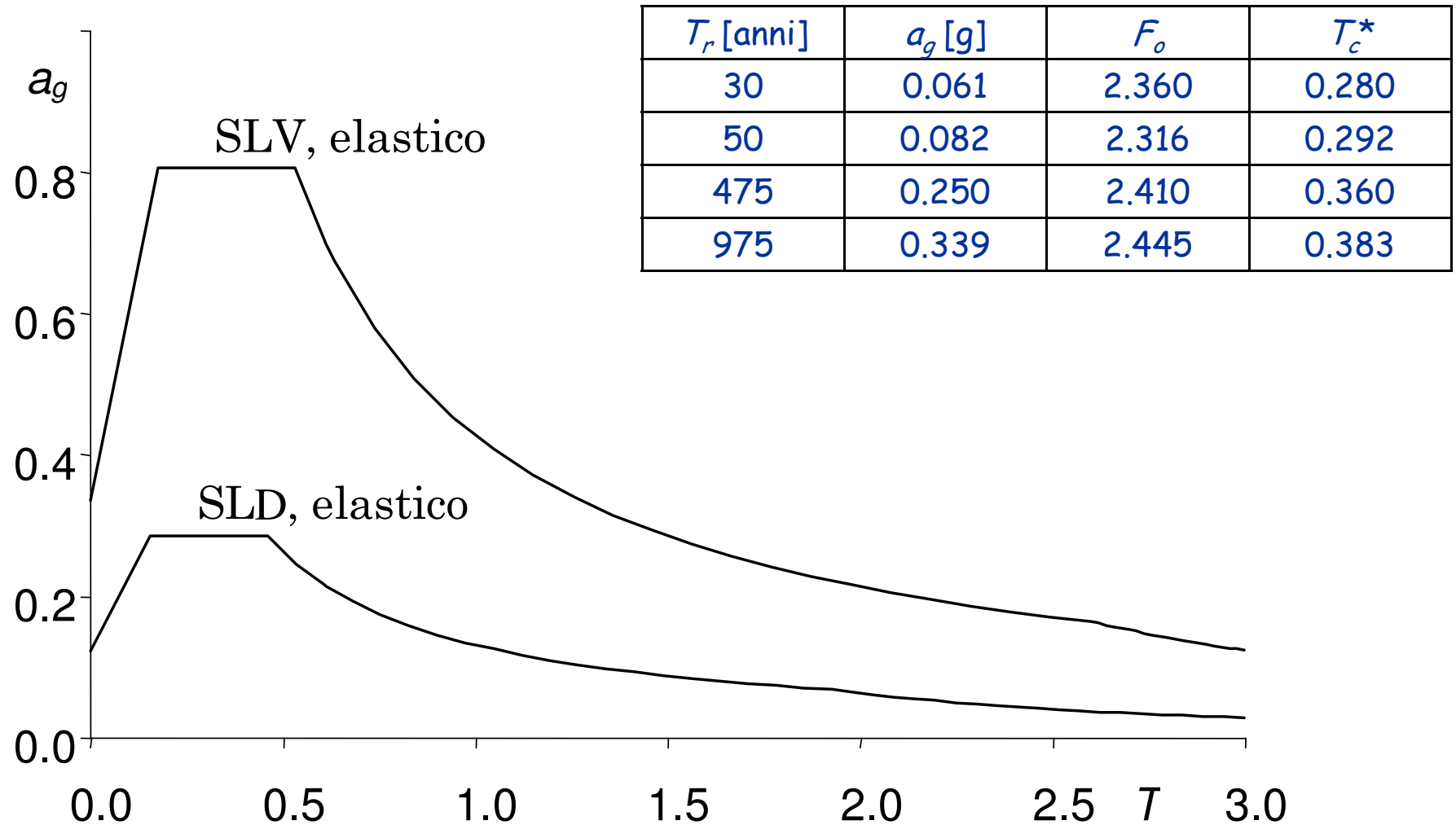
Fattore di confidenza usato:

$$FC = 1.2$$

Schema geometrico insieme dei telai - direzione y

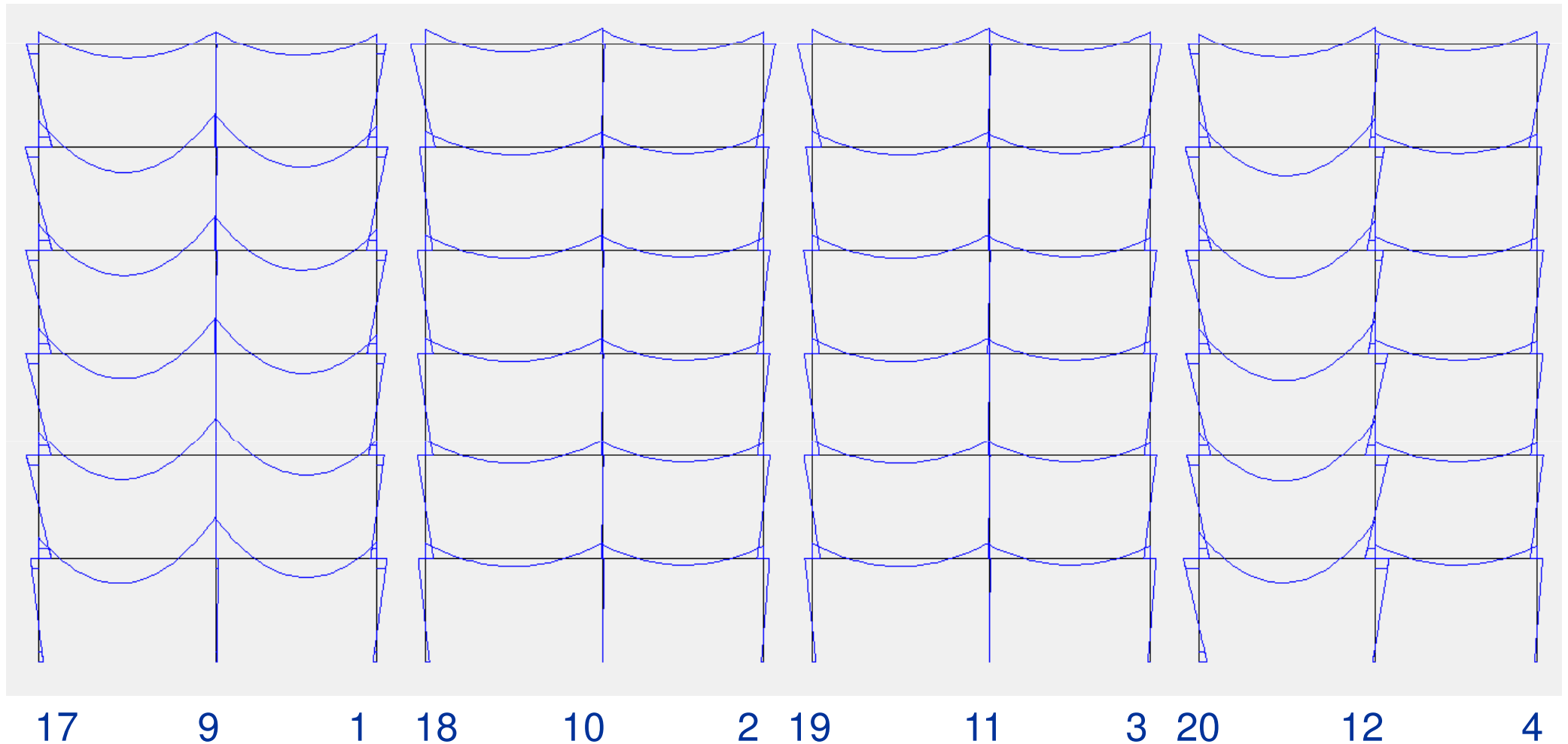


Pericolosità sismica del sito



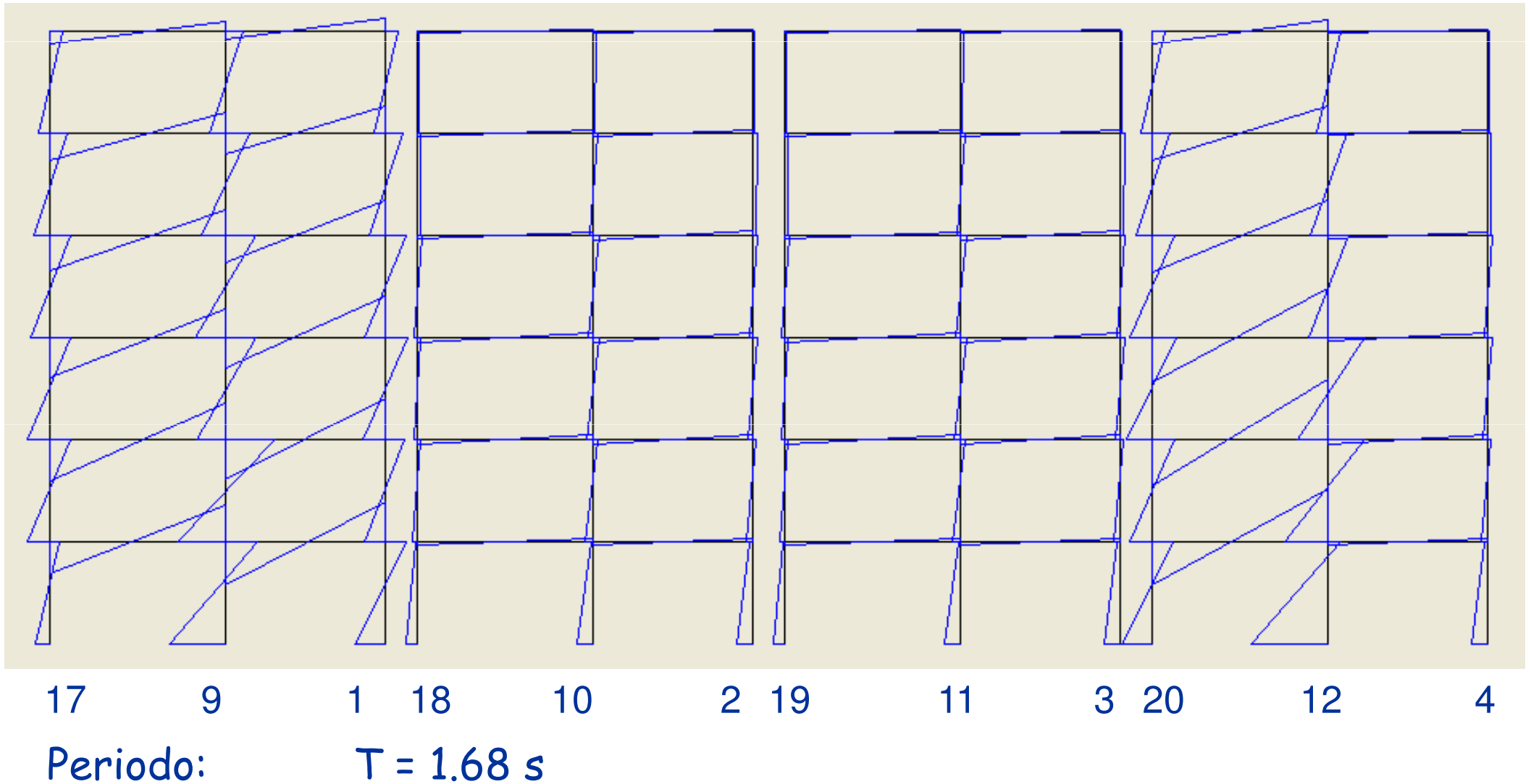
Telai in direzione y, carichi verticali

diagramma del momento flettente



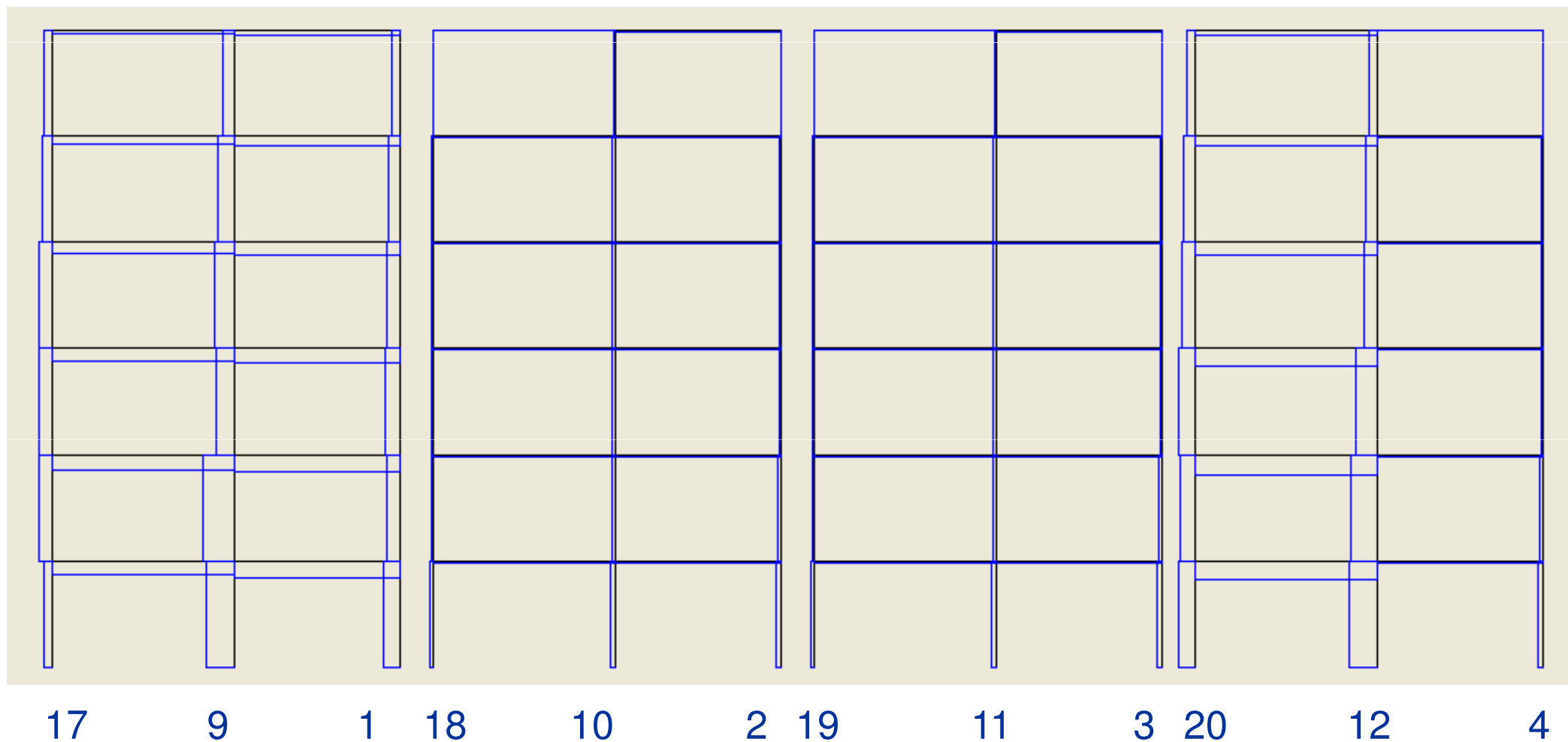
Analisi modale - sisma in direzione y

diagramma del momento flettente



Analisi modale - sisma in direzione y

diagramma del taglio



Analisi lineare: cosa possiamo ottenere dai risultati?

1. Giudizio in termini di caratteristiche della sollecitazione

- Si può determinare il moltiplicatore del sisma (e quindi l'accelerazione a_g) che porta al limite di resistenza delle sezioni

La normativa indica con

D_i la domanda (esempio il momento sollecitante da sisma)

C_i la capacità (esempio il momento resistente della sezione)

ρ_i il rapporto $\rho_i = D_i / C_i$

Quindi $1/\rho_i$ è il moltiplicatore del sisma per il quale si raggiunge il limite di resistenza di una sezione

Analisi lineare: cosa possiamo ottenere dai risultati?

1. Giudizio in termini di caratteristiche della sollecitazione

- Si può determinare il moltiplicatore del sisma (e quindi l'accelerazione a_g) che porta al limite di resistenza delle sezioni

Più rigorosamente, se

$D_{i,s}$ è l'effetto del sisma

$D_{i,q}$ l'effetto dei carichi verticali

si ha
$$\frac{1}{\rho_i} = \frac{C_i - D_{i,q}}{D_{i,s}}$$

Giudizio in termini di caratteristiche della sollecitazione

- Esempio

pilastro	piano	Nq kN	b cm	h cm	MRd(Nq) kNm	CARICHI VERTICALI			ANALISI MODALE q=1		
						momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)
17	2	378.5	30	30	54.97	-11.21	11.48	-7.09	251.57	-277.50	165.28

Nella sezione sup. (in testa) si raggiunge il momento resistente per un moltiplicatore

$$\frac{1}{\rho_i} = \frac{54.97 - (-11.21)}{251.57} = 0.263 = 26.3\%$$

per sisma col segno positivo e

$$\frac{1}{\rho_i} = \frac{-54.97 - (-11.21)}{-251.57} = 0.174 = 17.4\%$$

per sisma col segno negativo

Giudizio in termini di caratteristiche della sollecitazione

In sintesi, si ottiene che (per sisma positivo):

- Si raggiunge il limite di resistenza a flessione in una trave per $1/\rho = 0.015$ ($a_g = 0.004 g$)
- Si raggiunge il limite di resistenza a flessione in un pilastro per $1/\rho = 0.130$ ($a_g = 0.033 g$)
- Si raggiunge il limite di resistenza a taglio in un pilastro per $1/\rho = 0.183$ ($a_g = 0.046 g$)

Queste accelerazioni andrebbero moltiplicate per il fattore di struttura q (da 1.5 a 3, secondo le indicazioni di normativa)

... ma come scegliere tra 1.5 e 3?

Giudizio in termini di caratteristiche della sollecitazione

Quali conclusioni trarre da questi numeri?

- Si supera subito la resistenza di qualche trave

Questo potrebbe non preoccuparci, perché le travi possono avere un comportamento duttile

... però appena una sezione si plasticizza il calcolo lineare non è più rigoroso

- Si supera presto (0.05 g?) la resistenza a flessione di qualche pilastro

Questo è più rilevante, ma certo non implica il collasso della struttura

- Si supera abbastanza presto (0.07 g?) la resistenza a taglio di qualche pilastro

Questo è molto più grave ... ma posso ritenere ancora valida l'analisi lineare?

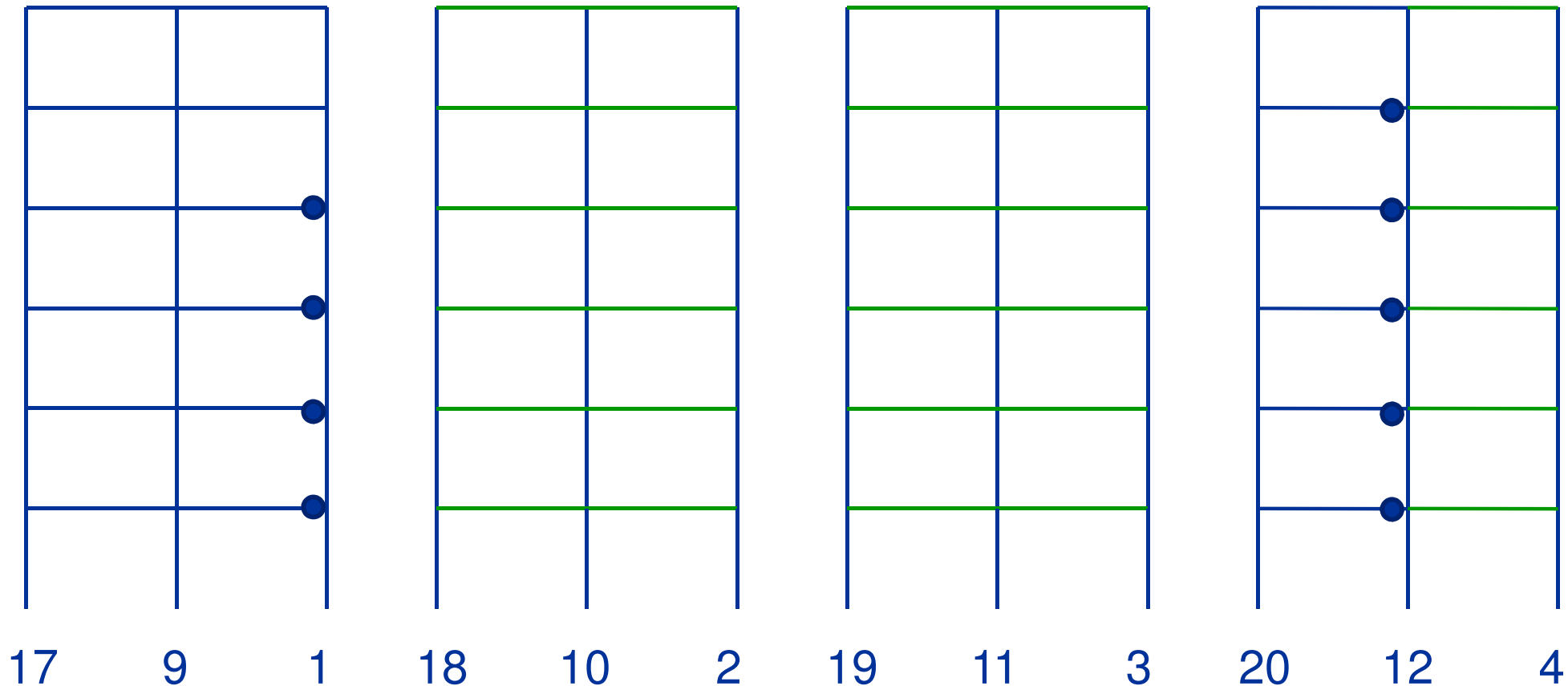
Giudizio in termini di caratteristiche della sollecitazione

- È molto utile esaminare la distribuzione dei ρ , ovvero quali e quante sezioni hanno superato il limite di resistenza per una accelerazione assegnata (anche se il calcolo non vale più appena si è raggiunto il limite in una sezione)

Sezioni che hanno superato il limite di resistenza

Per $a_g = 0.016$ g - $1/\rho = 0.064$

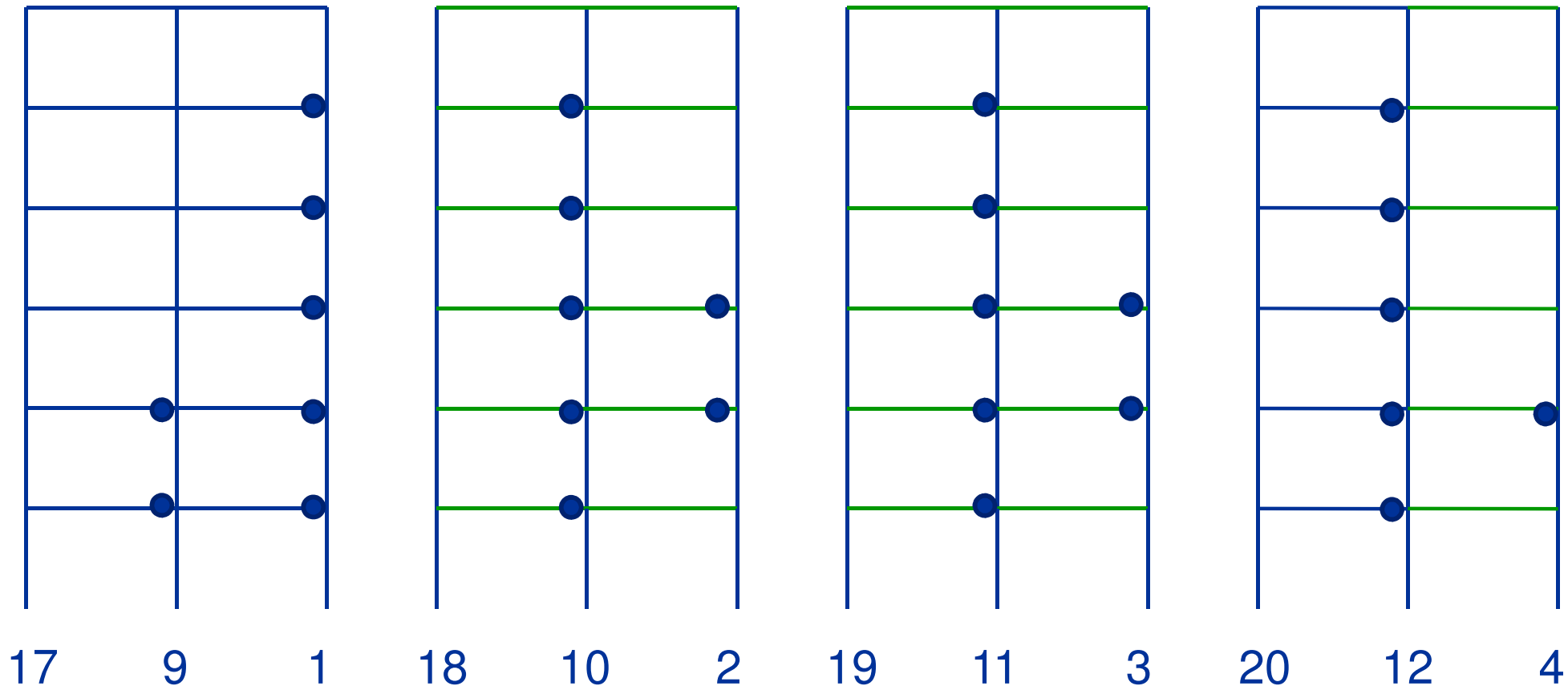
Superamento della resistenza nelle prime travi



Sezioni che hanno superato il limite di resistenza

Per $a_g = 0.029 \text{ g}$ - $1/\rho = 0.116$

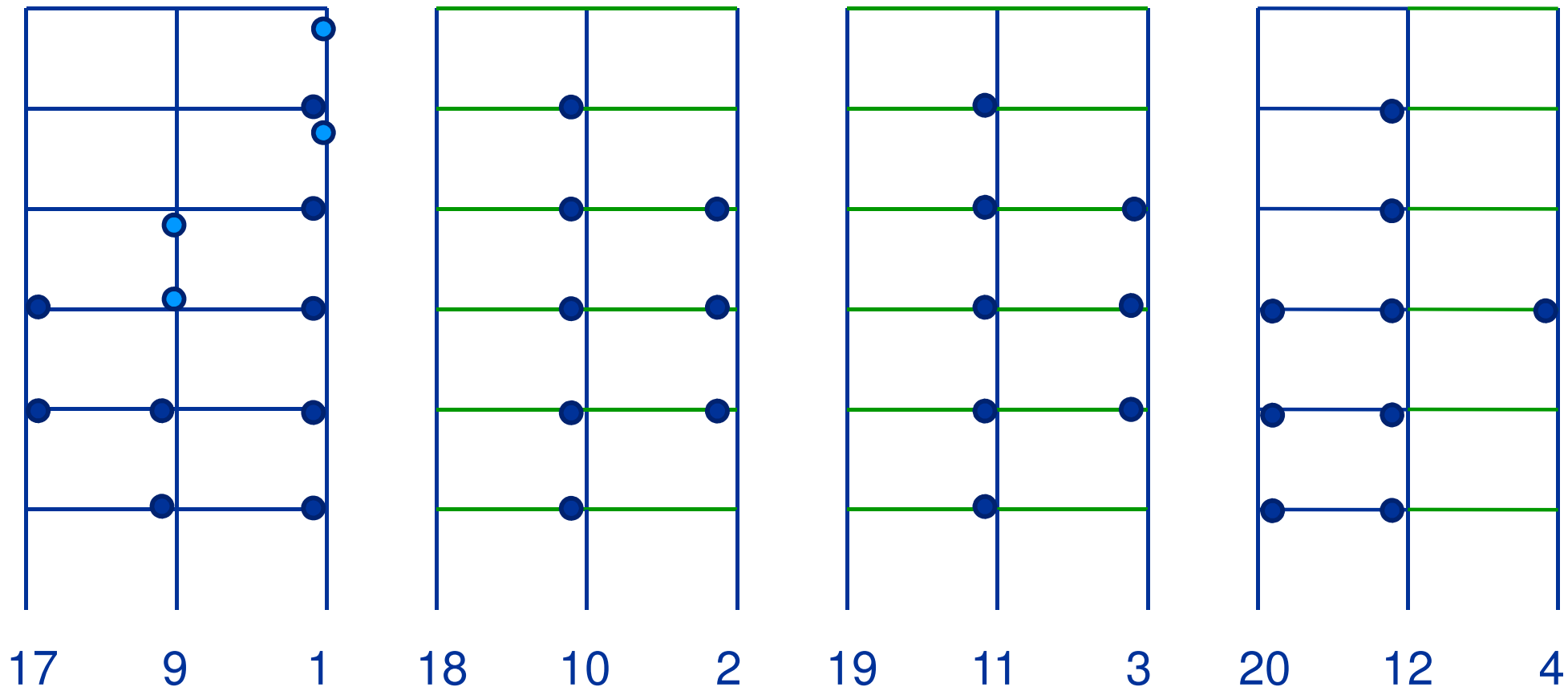
Superamento della resistenza in un numero maggiore di travi



Sezioni che hanno superato il limite di resistenza

Per $a_g = 0.035 g - 1/\rho = 0.140$

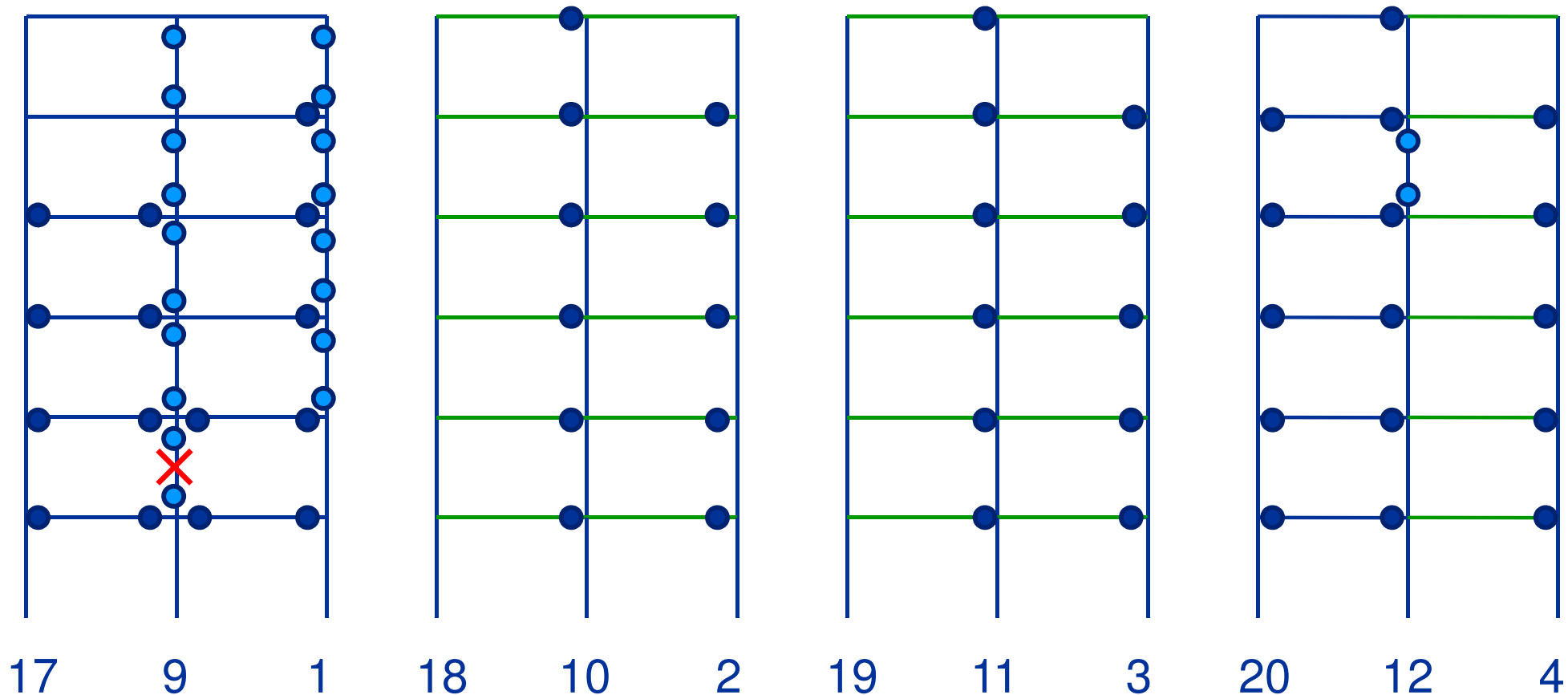
Superamento della resistenza nei primi pilastri



Sezioni che hanno superato il limite di resistenza

Per $a_g = 0.050 \text{ g}$ - $1/\rho = 0.200$

Rottura a taglio di un pilastro



Giudizio in termini di caratteristiche della sollecitazione

- È molto utile esaminare la distribuzione dei ρ , ovvero quali e quante sezioni hanno superato il limite di resistenza per una accelerazione assegnata (anche se il calcolo non vale più appena si è raggiunto il limite in una sezione)
- Si vede che in questo caso il danneggiamento è diffuso, a partire dalle travi
La rottura a taglio avviene dopo che hanno superato il limite di resistenza a flessione moltissime sezioni di trave e vari pilastri

Si potrà controllare più avanti se questo è vero

Analisi lineare: cosa possiamo ottenere dai risultati?

2. Giudizio in termini di spostamenti

- In realtà il collasso della struttura avviene per superamento delle deformazioni plastiche limite
- Ragionando in termini di rotazione alla corda (e assimilandola a spostamento relativo di interpiano) si può determinare il moltiplicatore del sisma (e quindi l'accelerazione a_g) che porta al limite di spostamento relativo

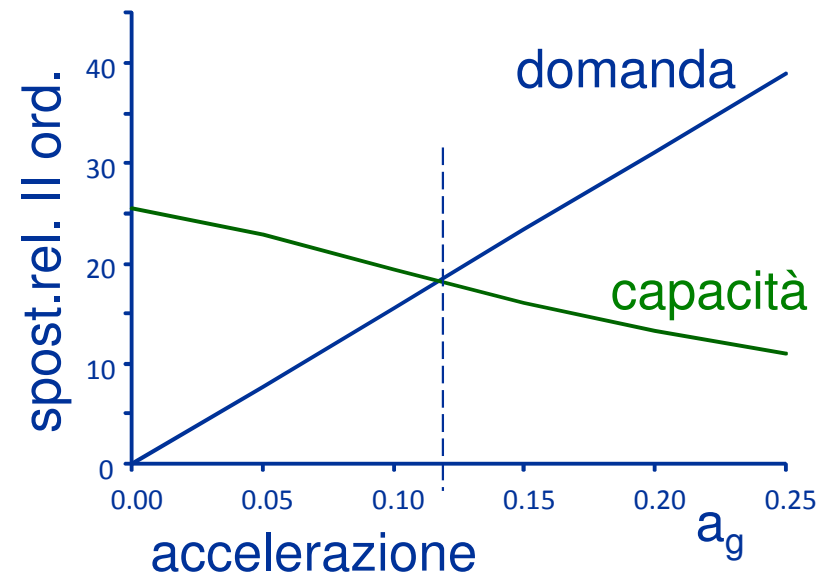
L'argomento è affrontato in dettaglio più avanti. Per ora si riportano solo sinteticamente i risultati

Analisi lineare: cosa possiamo ottenere dai risultati?

2. Giudizio in termini di spostamenti

- Si ipotizza che lo spostamento cresca linearmente con a_g , anche se la struttura supera il limite elastico
- Lo spostamento relativo cresce linearmente con a_g
- La capacità di spostamento si riduce un po' con a_g , perché il sisma provoca in alcuni pilastri un incremento di sforzo normale

- Il limite è raggiunto per $a_g = 0.117\text{ g}$



Analisi lineare:

quanto sono affidabili questi risultati?

- L'analisi lineare è stata qui utilizzata per prefigurare quello che si può ottenere con una analisi non lineare
- I risultati sono affidabili fin quando solo un numero di sezioni ha superato il limite di resistenza
- Poi man mano perdono di significato
- L'analisi non lineare fornisce risultati più affidabili, ma questi non possono essere completamente diversi da quelli ora ottenuti