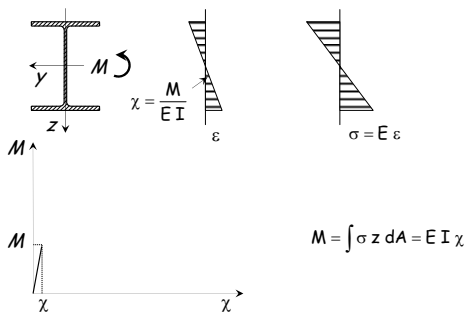
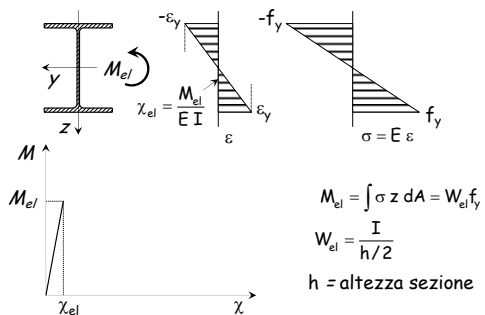


Flessione

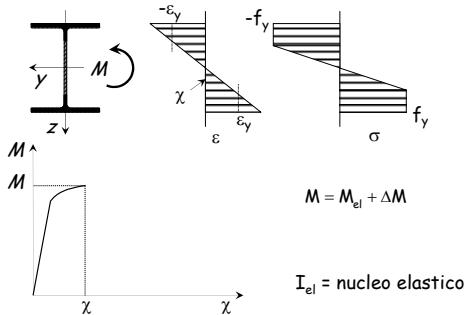
Comportamento ultimo



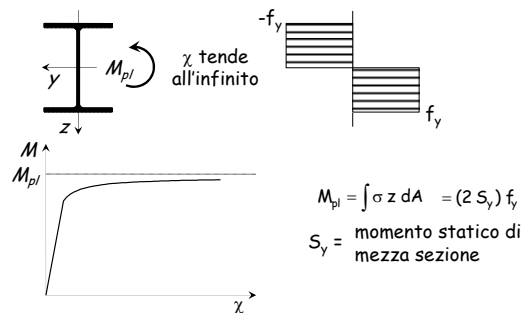
Comportamento ultimo



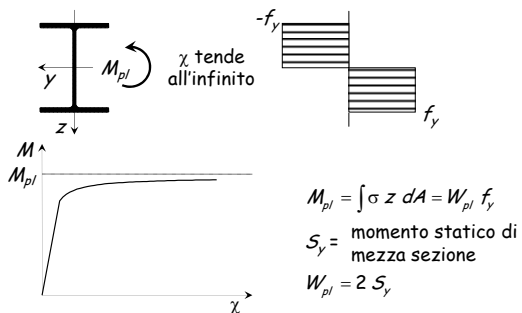
Comportamento ultimo



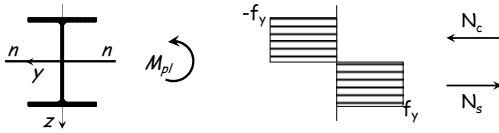
Comportamento ultimo



Comportamento ultimo



Comportamento ultimo



Per trovare l'asse neutro:

$$N_c + N_t = 0$$

(equilibrio alla traslazione)



$$A_c = A_t$$

$$N_c = -f_y A_c$$

$$N_t = f_y A_t$$

L'asse neutro divide la sezione in due parti di area uguale

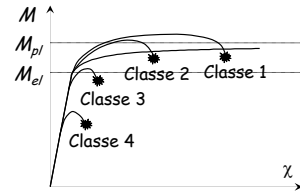
Comportamento di aste reali

Classe 1 - M supera M_{pl} e la sezione è molto duttile

Classe 2 - M supera M_{pl} ma la sezione è meno duttile

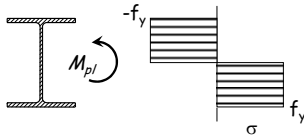
Classe 3 - La rottura avviene per $M \approx M_{el}$

Classe 4 - La rottura avviene per $M < M_{el}$



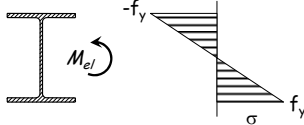
Verifica - stato limite ultimo

Classe 1 e 2



$$M_{pl} = W_{pl} f_y$$

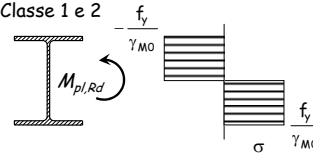
Classe 3



$$M_{el} = W_{el} f_y$$

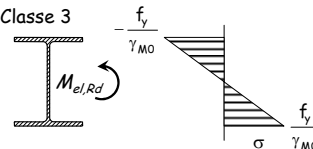
Verifica - stato limite ultimo

Classe 1 e 2



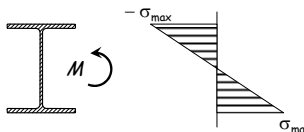
$$M_{Ed} \leq M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

Classe 3



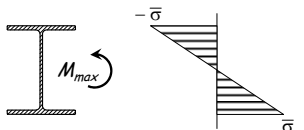
$$M_{Ed} \leq M_{el,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}}$$

Verifica - tensioni ammissibili



$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_{el}} \leq \bar{\sigma}$$

oppure



$$M_{max} = \bar{\sigma} W_{el} \geq M$$

Verifica - confronto

Classe 1 e 2

$$M_{max} = \bar{\sigma} W_{el}$$

Per sezioni a doppi T

$$W_{pl} \approx 1.15 W_{el}$$

SLU

$$M_{pl,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} W_{pl}$$

Classe 3

$$M_{max} = \bar{\sigma} W_{el}$$

$$160$$

$$160 \times 1.45 = 232$$

$$M_{el,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} W_{el}$$

$$232 / 1.05 = 224$$

Acciaio Fe 360

Verifica - commento

Tenendo conto delle differenze tra i carichi agenti, la resistenza a flessione valutata allo stato limite ultimo è:

- Circa il 15% maggiore per sezioni di classe 1 e 2;
- Sostanzialmente simile per sezioni di classe 3.

Progetto - stato limite ultimo

1 - Si assume la classe della sezione (1, 2 o 3).

2 - Invertendo l'espressione di verifica si ottiene la formula di progetto della sezione.

$$\text{Classe 1 e 2: } M_{Ed} \leq M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{pl} = \frac{M_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}$$

$$\text{Classe 3: } M_{Ed} \leq M_{el,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{el} = \frac{M_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}$$

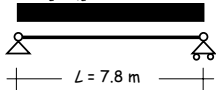
3 - Si sceglie il profilato.

4 - Si verifica la classe del profilato.

Esempio

Dati:

$$G_d + Q_d = 2.56 \text{ kN/m}$$



Acciaio Fe360
Sezione serie HEA
 $M_{Sd} = 19.5 \text{ kNm}$

1 - Classe della sezione.

Suppongo che la sezione appartenga alla classe 1 o 2.

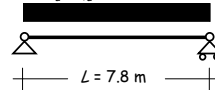
2 - Determinazione del modulo plastico.

$$W_{pl} = \frac{M_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} = \frac{19.5 \times 10^3}{235/1.05} = 87.1 \text{ cm}^3$$

Esempio

Dati:

$$G_d + Q_d = 2.56 \text{ kN/m}$$



Acciaio Fe360
Sezione serie HEA
 $M_{Sd} = 19.5 \text{ kNm}$
 $W_{pl} \geq 87.1 \text{ cm}^3$

3 - Scelta della sezione.

Si potrebbe usare un **HE 120 A**

$$S_y = 59.7 \text{ cm}^3$$

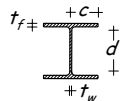
$$W_{pl} = 119.4 \text{ cm}^3$$

$$d = 74 \text{ mm}$$

$$t_w = 5 \text{ mm}$$

$$c = 60 \text{ mm}$$

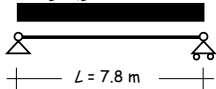
$$t_f = 8 \text{ mm}$$



Esempio

Dati:

$$G_d + Q_d = 2.56 \text{ kN/m}$$



Acciaio Fe360
Sezione serie HEA
 $M_{Sd} = 19.5 \text{ kNm}$
 $W_{pl} \geq 87.1 \text{ cm}^3$

4 - Determinazione della classe della sezione.

$$\text{Anima: } \frac{c}{t_w} = \frac{74}{5} = 14.8 \leq 72 \quad \varepsilon = 72 \quad (\varepsilon = \sqrt{235/f_y} = 1)$$

$$\text{Flangia: } \frac{c}{t_f} = \frac{40.5}{8} = 5.1 \leq 9 \quad \varepsilon = 9$$

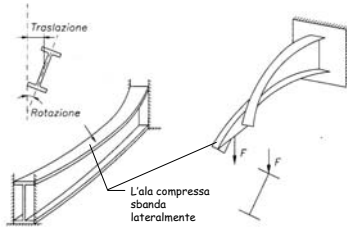
La sezione è realmente di classe 1

Esempio

- Si deve però verificare anche lo stato limite di esercizio
- Il calcolo è stato fatto in un esempio precedente (SLE)
- Si è visto che è necessaria una sezione parecchio più grande (HE 160 A, HE 140 B, IPE 180)
- Si consiglia di procedere sempre effettuando contemporaneamente le due verifiche (o meglio usando le due condizioni per il progetto)

Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)



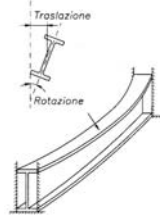
Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)
- L'instabilità può essere evitata con opportuna disposizione di elementi strutturali



Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)
- L'instabilità può essere evitata con opportuna disposizione di elementi strutturali
- Se non può essere evitata, bisogna ridurre il momento resistente



$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M1}}$$

Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)
- L'instabilità può essere evitata con opportuna disposizione di elementi strutturali
- Se non può essere evitata, bisogna ridurre il momento resistente

Espressioni simili a quelle dell'instabilità Euleriana

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

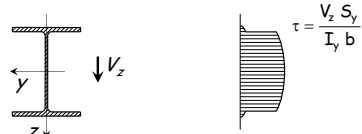
$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M1}}$$

Ulteriori fattori intervengono per distribuzioni di momento non uniforme e per sezioni non compatte

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl} f_y}{M_{cr}}}$$

Taglio

Comportamento ultimo



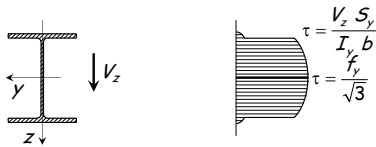
In campo lineare le tensioni si valutano con la formula di Jouraski:

S_y momento statico della sezione al di sopra (o al di sotto) della corda rispetto all'asse baricentrico;

I_y momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse baricentrico;

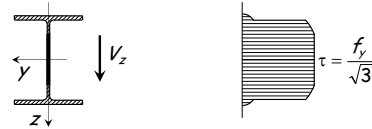
b ampiezza della corda.

Comportamento ultimo



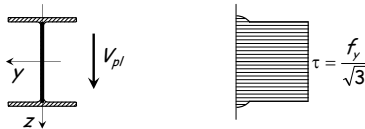
Facendo crescere il taglio, la fibra che sta sull'asse baricentrico (la più sollecitata) si plasticizza.

Comportamento ultimo



La plasticizzazione si propaga fino a che ...

Comportamento ultimo



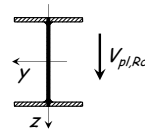
... si plasticizza tutta l'anima.

$$V_{pl} = A_{anima} \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \text{per sezioni a doppio T}$$

$$V_{pl} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \text{in generale}$$

A_v area resistente a taglio

Verifica - stato limite ultimo



Per profili a doppio T

Si plasticizza tutta l'anima ed i raccordi circolari

Taglio resistente secondo l'Eurocodice 3

$$V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}}$$

A_v area resistente a taglio

Area resistente a taglio

- Precedenti versioni suggerivano di valutare l'area resistente a taglio in maniera approssimata
 $A_v = 1.04 h t_w$

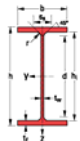
- Ora sono suggerite formule più dettagliate: per travi a doppio T, caricate nel piano dell'anima

$$A_v = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$$

Area resistente a taglio

- Profilo IPE 240, soggetto a flessione e taglio

$$\begin{aligned} b &= 120 \text{ mm} & t_f &= 9.8 \text{ mm} \\ h &= 240 \text{ mm} & t_w &= 6.2 \text{ mm} \\ r &= 15 \text{ mm} & A &= 3912 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$



Formula "vecchia"

$$A_v = 1.04 \times 240 \times 6.2 = 1548 \text{ cm}^2$$

Formula "nuova"

$$A_v = 3912 - 2 \times 120 \times 9.8 + (6.2 + 2 \times 15) \times 9.8 = 1915 \text{ cm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{1915 \times 235 / \sqrt{3}}{1.05} \times 10^{-3} = 247.4 \text{ kN}$$

Taglio - considerazioni

- In genere i profilati sono tali da avere una resistenza a taglio più che sufficiente
- Procedimento usuale:
progettare a flessione - verificare a taglio
- Finché il taglio sollecitante è piccolo rispetto a quello resistente (meno della metà) non c'è problema di interazione flessione-taglio
- Se il taglio è più grande occorre ridurre la resistenza a flessione

Flessione e taglio

- Quando $V_{Ed} > 0.5 V_{pl,Rd}$

$$M_{y,V,Rd} = \left(W_{pl} - \frac{\rho A_w^2}{4 t_w} \right) f_y$$

Questo è il W_{pl} dell'anima

con

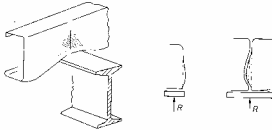
$$\rho = \left(\frac{2 V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 \quad A_w = h t_w$$

Taglio

Resistenza dell'anima ad azioni locali

In presenza di azioni concentrate o di taglio molto elevato si può avere:

- Schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Imbozzamento dell'anima sotto forma di instabilità localizzata e schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Instabilità dell'anima estesa a gran parte dell'altezza della membratura



Taglio

Resistenza dell'anima ad azioni locali

In presenza di azioni concentrate o di taglio molto elevato si può avere:

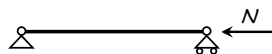
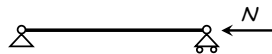
- Schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Imbozzamento dell'anima sotto forma di instabilità localizzata e schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Instabilità dell'anima estesa a gran parte dell'altezza della membratura

Il problema si può risolvere disponendo costole di irrigidimento in corrispondenza dell'applicazione del carico o degli appoggi. La necessità cresce all'aumentare del taglio e della snellezza dell'anima.

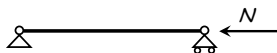
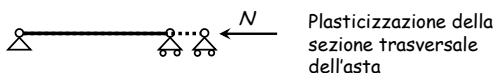
In alternativa, occorre verificare la trave nei confronti dei fenomeni innanzi citati (vedere Eurocodice 3, parte 1-5)

Sforzo normale
Compressione

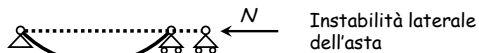
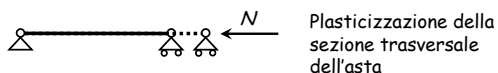
Modalità di collasso di aste compresse



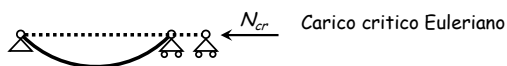
Modalità di collasso di aste compresse



Modalità di collasso di aste compresse



Comportamento ultimo di un'asta ideale



$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{l_0^2}$$

I = momento d'inerzia della sezione
 l_0 = lunghezza libera d'inflessione

Dividendo per l'area della sezione si ottiene la tensione critica di un'asta ideale:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \lambda = \text{snellezza dell'asta} \quad \lambda = \frac{l_0}{\rho}$$

Comportamento ultimo di un'asta ideale

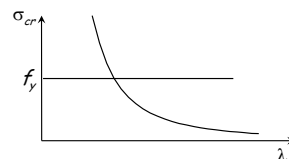
$$\sigma = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Instabilità dell'asta

inoltre

$$\sigma = f_y$$

Collasso plastico



Verifica di un'asta ideale

$$\sigma = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

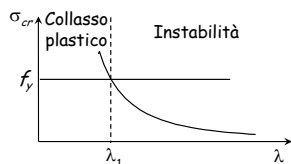
Instabilità dell'asta

inoltre

$$\sigma = f_y$$

Collasso plastico

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$



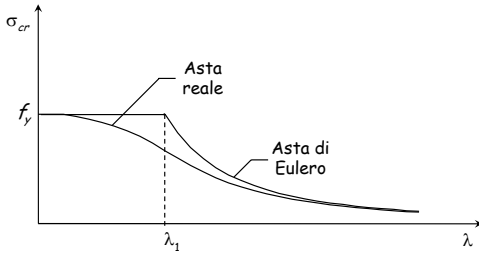
Aste reali

Nelle aste reali sono sempre presenti imperfezioni di tipo geometrico e meccanico:

- L'asse dell'asta non è mai perfettamente rettilineo;
- La sezione trasversale dell'asta è sede di tensioni (residue) ancor prima dell'applicazione dei carichi sulla struttura;
- La tensione di snervamento non è costante sulla sezione.

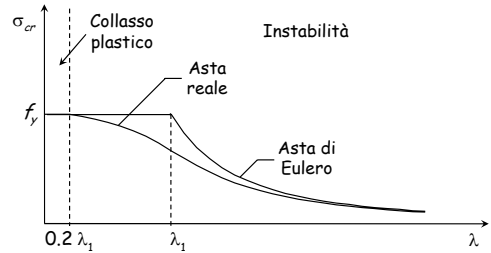
Comportamento delle aste reali

A causa delle imperfezioni la resistenza all'instabilità di un'asta reale è inferiore a quella dell'asta di Eulero.



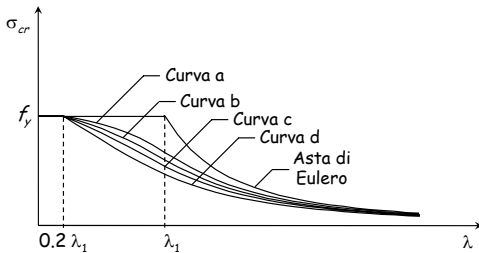
Comportamento delle aste reali

Il collasso plastico avviene solo per valori di snellezza molto bassi $\lambda \leq 0.2 \lambda_1$.



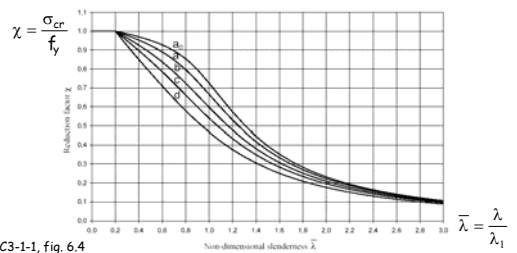
Comportamento delle aste reali

Il comportamento dipende dal tipo di profilato. La normativa (NTC08, EC3) distingue 5 curve di stabilità



Comportamento delle aste reali

Il comportamento dipende dal tipo di profilato. La normativa (NTC08, EC3) distingue 5 curve di stabilità



EC3-1-1, fig. 6.4

Comportamento delle aste reali

Vengono fornite anche formule per calcolare χ

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0$$

$$\Phi = 0.5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

Curva di instabilità	a ₀	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

NTC08, punto 4.2.4.1.3 - EC3-1-1, punto 6.3.1

Comportamento delle aste reali

- Le imperfezioni (e quindi la scelta tra le curve) dipende dalla forma del profilo

Sezione trasversale		Limiti	Influenza imperfezione all'asse	Curva di instabilità	
				S235, S275, S355, S420	S460
Sezioni laminato		$b \leq 1,2$ $t_f \leq 40 \text{ mm}$	$y-y$ $z-z$	a	a ₀ a ₀
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	$y-y$ $z-z$	b	a
		$b \leq 1,2$ $t_f \leq 100 \text{ mm}$	$y-y$ $z-z$	b	a
		$t_f \leq 100 \text{ mm}$	$y-y$ $z-z$	c	a
Sezioni ad I saldate		$t_f \leq 40 \text{ mm}$	$y-y$ $z-z$	b	b
		$t_f > 40 \text{ mm}$	$y-y$ $z-z$	c	c
		$t_f \leq 40 \text{ mm}$	$y-y$ $z-z$	b	b
		$t_f > 40 \text{ mm}$	$y-y$ $z-z$	c	c

Comportamento delle aste reali

- Le imperfezioni (e quindi la scelta tra le curve) dipende dalla forma del profilo

Sezione trasversale	Limiti	Influenza imperfezione all'asse	Curva di instabilità	
			S235, S275, S355, S420	S460
Sezione curva	Sezione formata "a caldo"	qualsunque	a	a ₀
	Sezione formata "a freddo"	qualsunque	c	c
Sezione rettangolare saldato	In generale	qualsunque	b	b
	saldatore "spesso": $a \geq 0.5t_p$ $b/t_p \geq 30$, $b/t_w \geq 30$	qualsunque	c	c

Comportamento delle aste reali

- Le imperfezioni (e quindi la scelta tra le curve) dipende dalla forma del profilo

Sezione trasversale	Limiti	Influenza imperfezione all'asse	Curva di instabilità	
			S235, S275, S355, S420	S460
Sezione rettangolare saldato		qualsunque	c	c
Sezione saldato		qualsunque	b	b

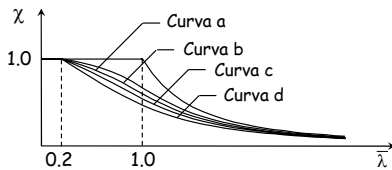
Verifica - stato limite ultimo

$$N_b = A \sigma_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} A = \chi f_y A$$

$$\chi = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} \leq 1$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

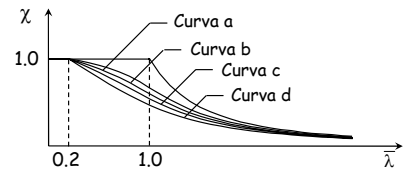


Verifica - stato limite ultimo

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

Resistenza all'instabilità

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$



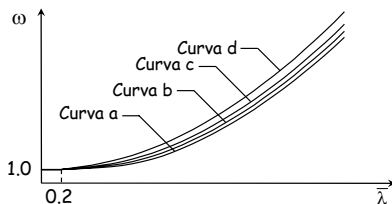
Verifica - tensioni ammissibili

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{cr} \leq \frac{\sigma_{cr}}{\omega} \leq \frac{\bar{\sigma}}{\omega}$$

$$\sigma = \omega \frac{N}{A} \leq \bar{\sigma}$$

$$\omega = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{cr}} \geq 1$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

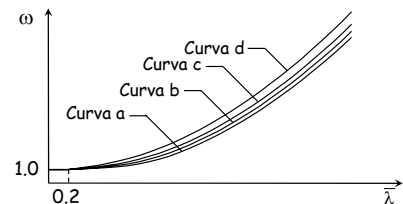


Verifica - tensioni ammissibili

$$N_{max} = \frac{1}{\omega} \bar{\sigma} A$$

Sforzo normale ammissibile

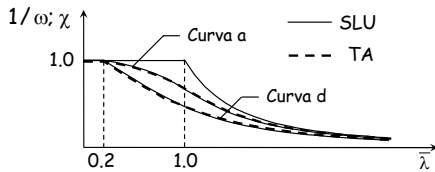
$$N \leq N_{max}$$



Verifica - confronto

$$N_{\max} = \frac{1}{\omega} A$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi f_y A}{\gamma_{M1}}$$



Verifica - confronto

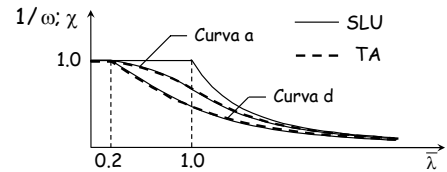
$$N_{\max} = \frac{1}{\omega} A$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi f_y A}{\gamma_{M1}}$$

$$160 \times 1.45 = 232$$

$$235 / 1.05 = 224$$

Acciaio Fe 360



Progetto - stato limite ultimo

- 1 - Si assegna a χ un valore di tentativo e si ottiene la formula di progetto della sezione invertendo l'espressione di verifica.

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \Rightarrow A = \frac{N_{Ed}}{\chi f_y / \gamma_{M1}}$$

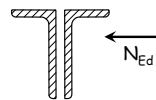
- 2 - Si sceglie il profilato.

- 3 - Si calcola $N_{b,Rd}$ e si confronta con N_{Sd} .

Se $N_{b,Rd} < N_{Sd}$ oppure se $N_{b,Rd}$ è molto più grande di N_{Sd} si itera il procedimento.

Esempio

Dati:



$$N_{Ed} = -343 \text{ kNm}$$

Acciaio Fe360

$$\lambda_1 = 93.0$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

- 1 - Determinazione dell'area necessaria

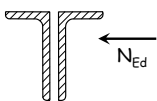
$$\chi = 0.6 \Rightarrow A = \frac{N_{Sd}}{\chi f_y / \gamma_{M1}} = \frac{342.9 \times 10^3}{0.6 \times 235 / 1.05} = 2554 \text{ mm}^2$$

- 2 - Scelta della sezione

$$\text{Uso 2 L } 60 \times 120 \times 8 \quad A = 2780 \text{ mm}^2$$

Esempio

Dati:



$$N_{Ed} = -343 \text{ kNm}$$

Acciaio Fe360

$$\lambda_1 = 93.0$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

- 3 - Calcolo di $N_{b,Rd}$

$$\text{Coppia di profili} \quad i_{cp} = 23.9 \text{ mm} \quad \lambda_{cp} = \frac{l_0}{i_{cp}} = \frac{1800}{23.9} = 75.3$$

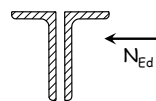
$$\text{Singolo profilo} \quad i_{sp} = 15.9 \text{ mm} \quad \lambda_{sp} = \frac{l_0 / 3}{i_{sp}} = \frac{600}{15.9} = 37.7$$

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_{cp}^2 + \lambda_{sp}^2} = 84.2$$

$$\bar{\lambda}_{eq} = \frac{\lambda_{eq}}{\lambda_1} = \frac{84.2}{93.0} = 0.91$$

Esempio

Dati:



$$N_{Ed} = -343 \text{ kNm}$$

Acciaio Fe360

$$\lambda_1 = 93.0$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

- 3 - Calcolo di $N_{b,Rd}$

$$\bar{\lambda}_{eq} = 0.91 \Rightarrow \chi = 0.65$$

Curva b per profili a L (un tempo era curva c)

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi f_y A}{\gamma_{M1}} = \frac{0.65 \times 235 \times 2780}{1.05 \times 10^3} = 404.4 \text{ kN} \geq N_{Sd}$$