

Corso di aggiornamento

Progettazione strutturale sulla base
delle normative più recenti

Progetto e verifica di edifici antisismici in c.a.

Risposta elastica

Spettri di risposta elastica

Villa Redenta, Spoleto

6-8 novembre 2008

Aurelio Ghersi

Comportamento dinamico elastico

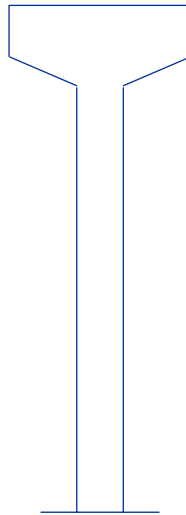
Schemi a un grado di libertà

Struttura a un grado di libertà

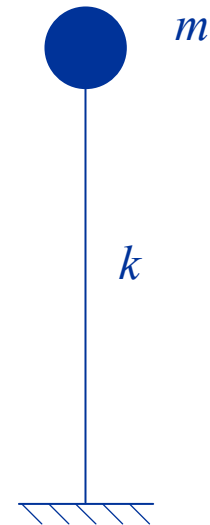
Serbatoio pensile



Foto



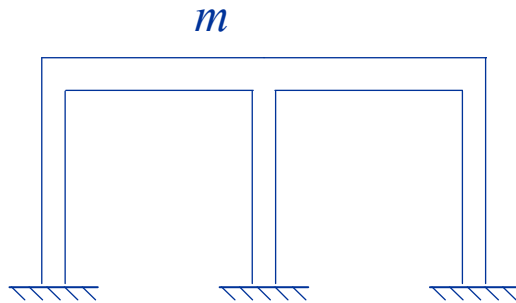
Disegno
schematico



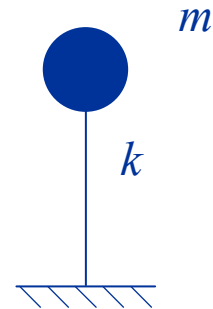
Modello
di calcolo

Struttura a un grado di libertà

Telaio monopiano



Disegno
schematico



Modello di
calcolo

Oscillazioni libere

Esempio: altalena



Spostando il sedile dell'altalena e poi lasciandolo libero, esso oscilla con un periodo T ben preciso

Oscillazioni libere

Esempio: altalena



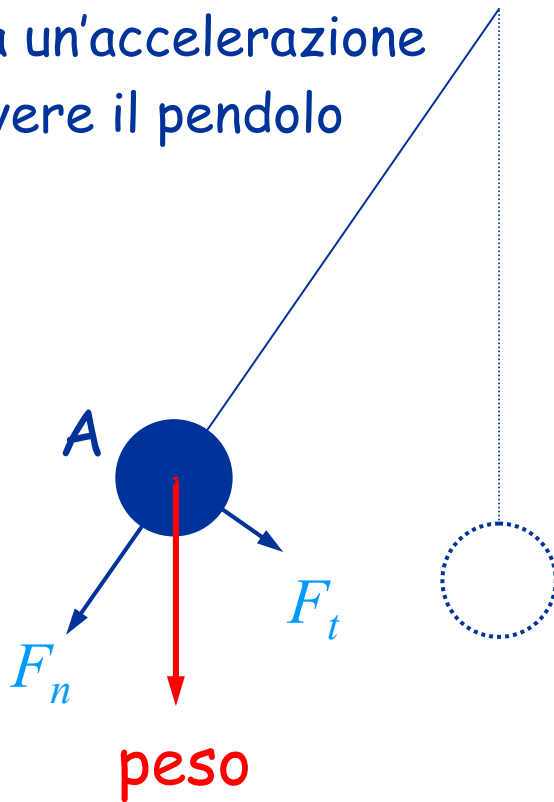
Spostando il sedile dell'altalena e poi lasciandolo libero, esso oscilla con un periodo T ben preciso

Oscillazioni libere pendolo (esempio: altalena)

A) Il peso è scomposto nelle forze

F_n assorbita dall'asta del pendolo

F_t che provoca un'accelerazione
che fa muovere il pendolo

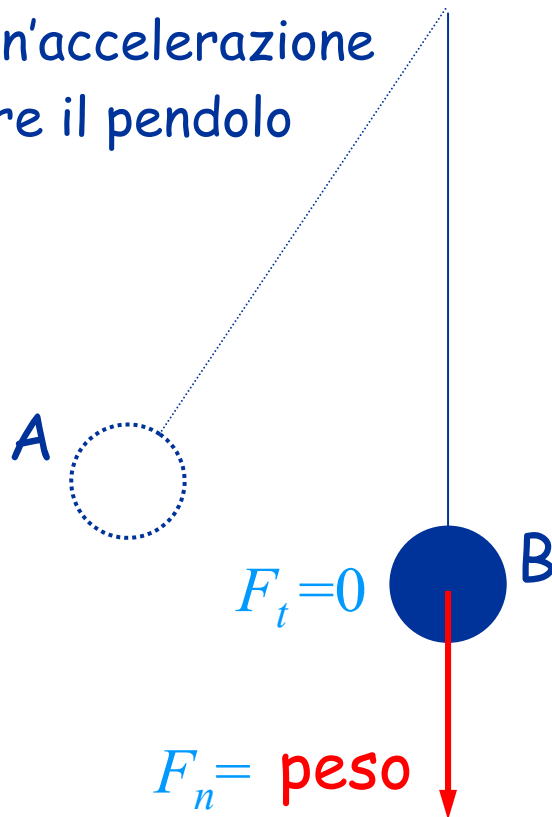


Oscillazioni libere pendolo (esempio: altalena)

A) Il peso è scomposto nelle forze

F_n assorbita dall'asta del pendolo

F_t che provoca un'accelerazione
che fa muovere il pendolo

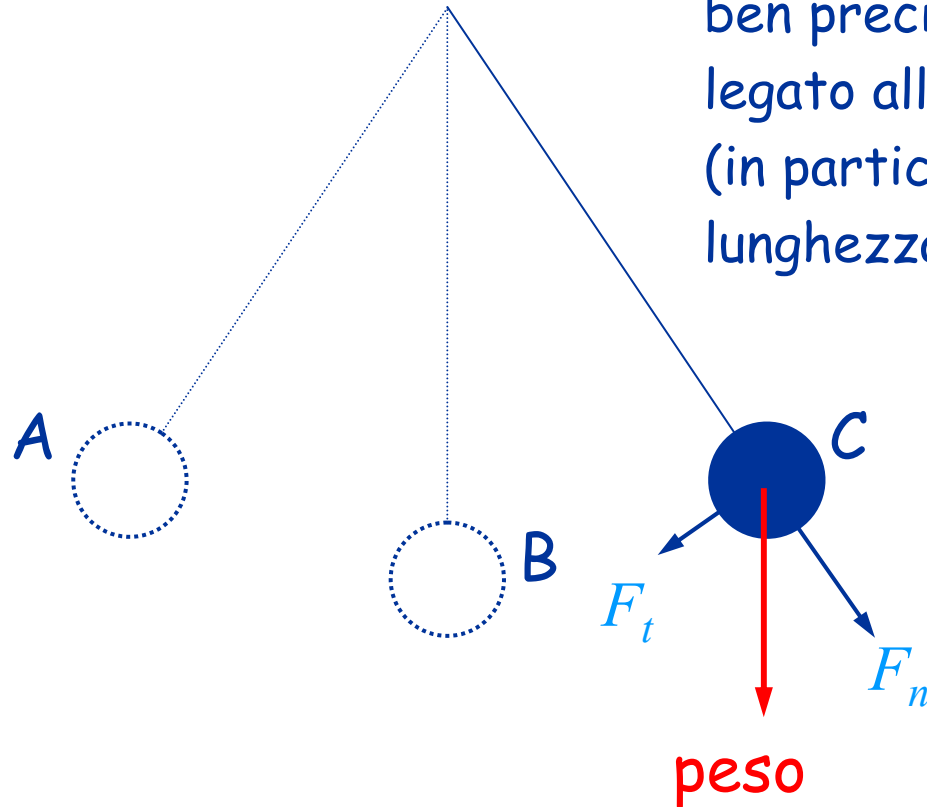


B) In questa posizione la
velocità è massima
(quando inizia a
risalire rallenta) ma
l'accelerazione è nulla
perché $F_t = 0$

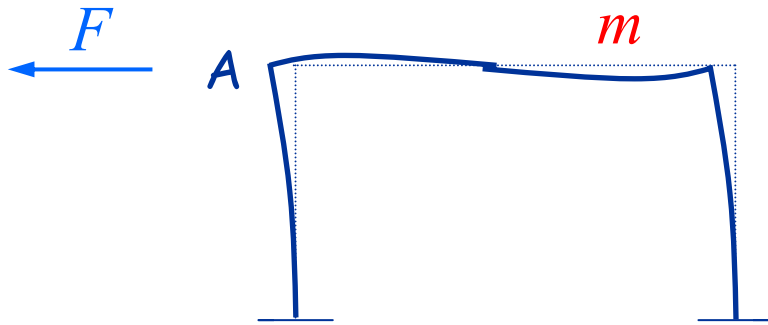
Oscillazioni libere

pendolo (esempio: altalena)

Il pendolo oscilla con
un periodo T
ben preciso,
legato alla geometria
(in particolare, alla
lunghezza dell'asta)



Oscillazioni libere telaio monopiano

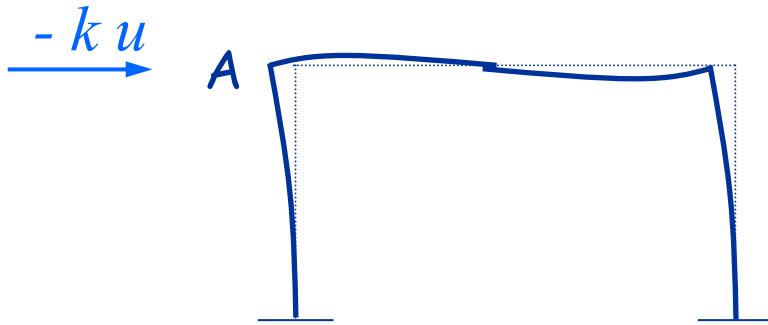


A) Per deformare il telaio in questa posizione occorre applicare una forza F , uguale ed opposta alla forza elastica che tende a riportare il telaio alla posizione indeformata (forza di richiamo elastico).

Equilibrio statico

$$F = k u$$

Oscillazioni libere telaio monopiano



Quando si lascia libero il telaio, agisce solo la forza di richiamo elastico, che provoca un'accelerazione.

Equilibrio dinamico

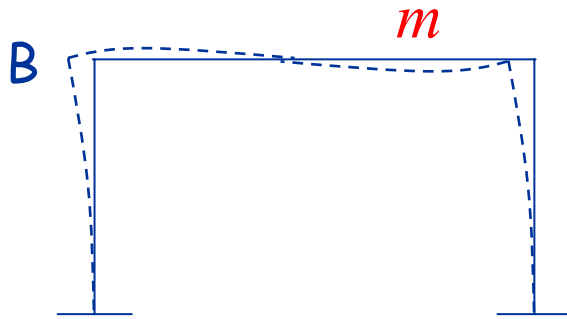
$$-k u = m a$$

$$m \ddot{u} + k u = 0$$

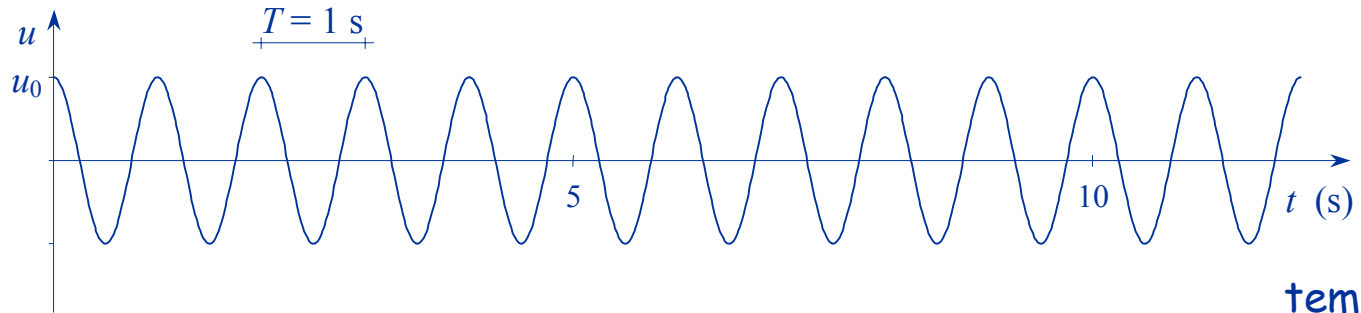
Oscillazioni libere

telaio monopiano

B) Tornato nella posizione indeformata, la velocità è massima e l'accelerazione nulla (come la forza di richiamo elastico).



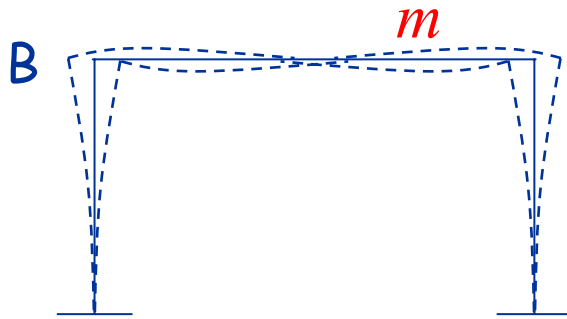
spostamento



Oscillazioni libere

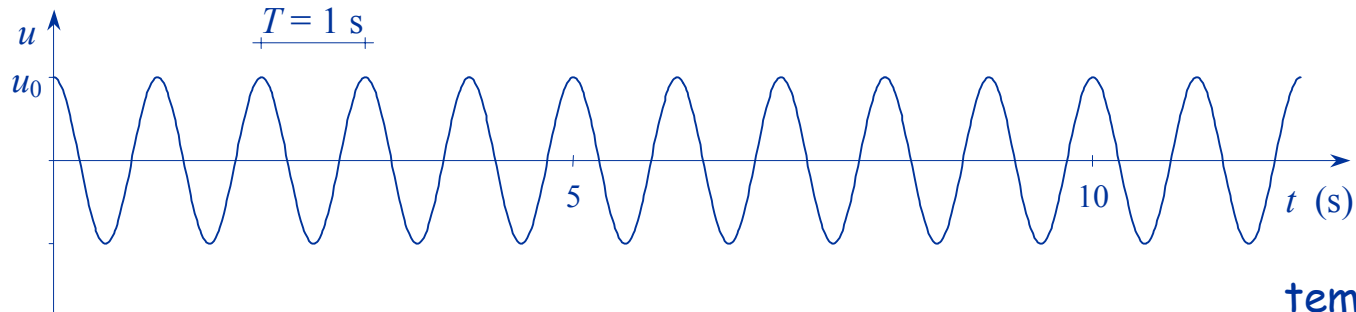
telaio monopiano

Il telaio oscilla con un periodo ben preciso, legato alla massa ed anche alla rigidezza del telaio



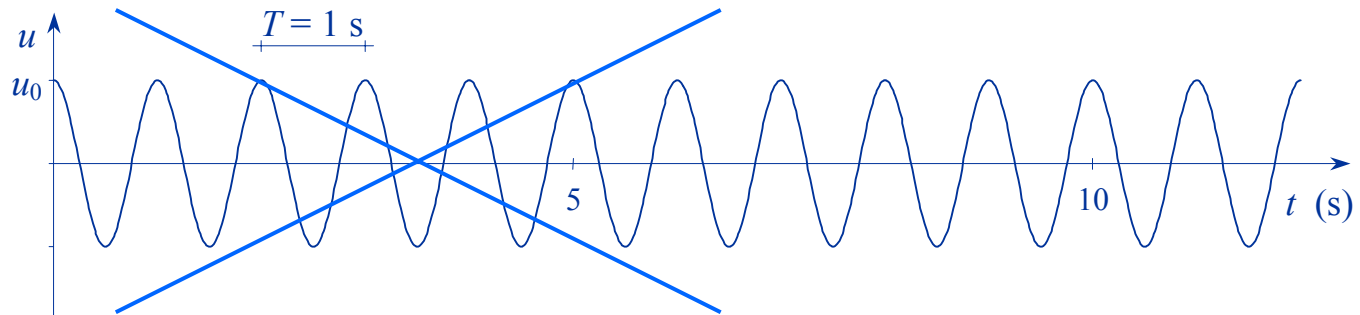
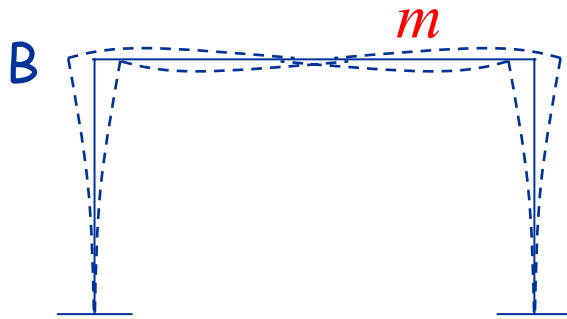
$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

spostamento

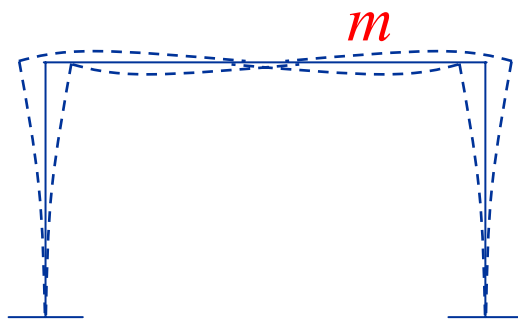


Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano

In realtà il moto non
continua così, a causa
della dissipazione di
energia (smorzamento)



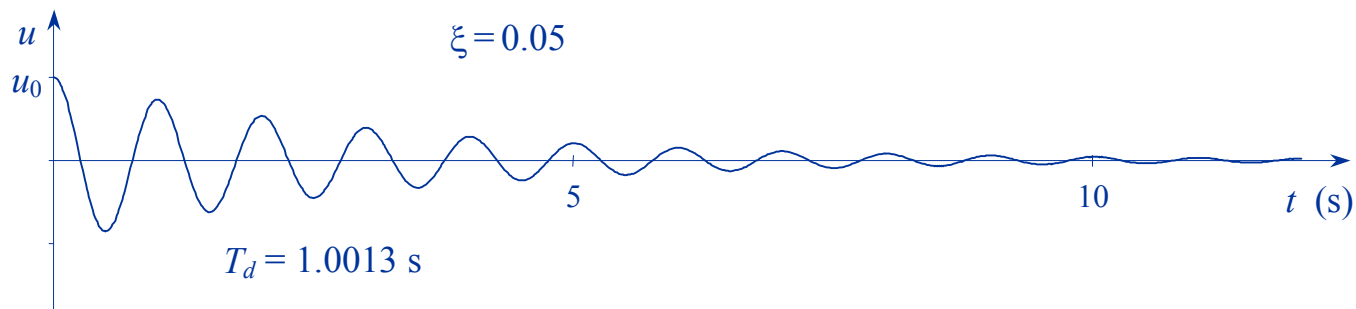
Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano



Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0$$

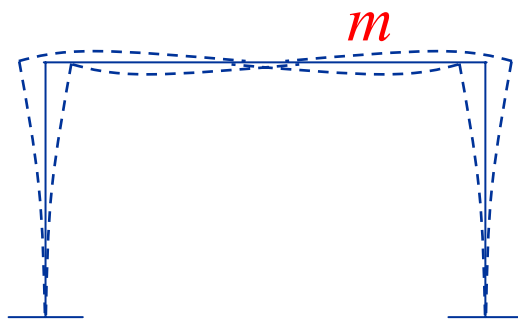
Lo smorzamento è
legato alla variazione di
spostamento (velocità)



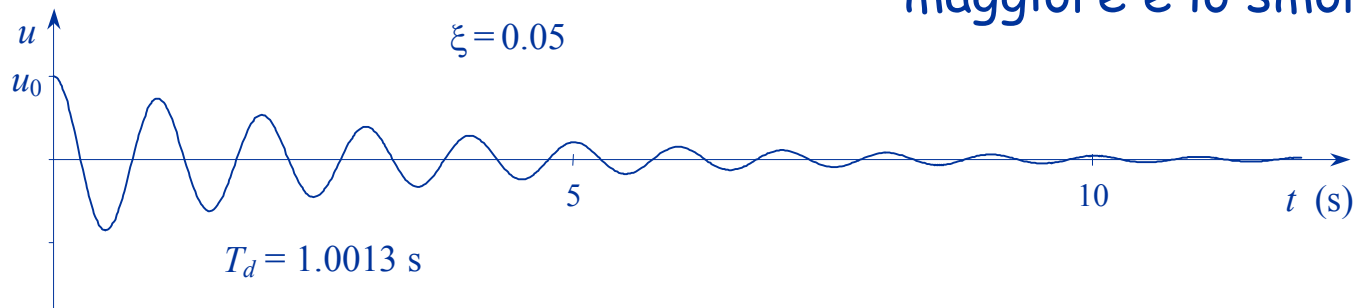
Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano

Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0$$



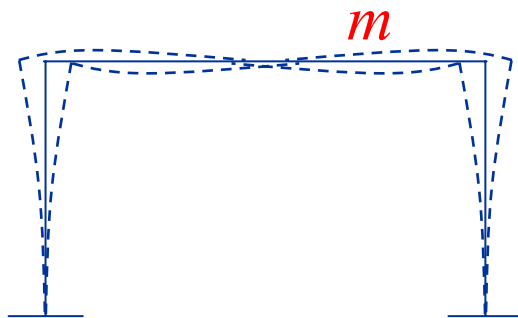
L'ampiezza del moto si
riduce tanto più
rapidamente quanto
maggiore è lo smorzamento



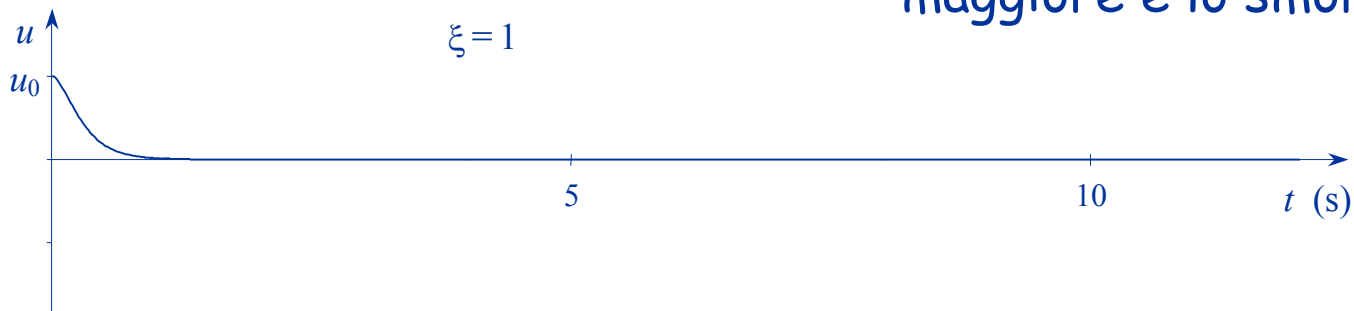
Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano

Equazione del moto:

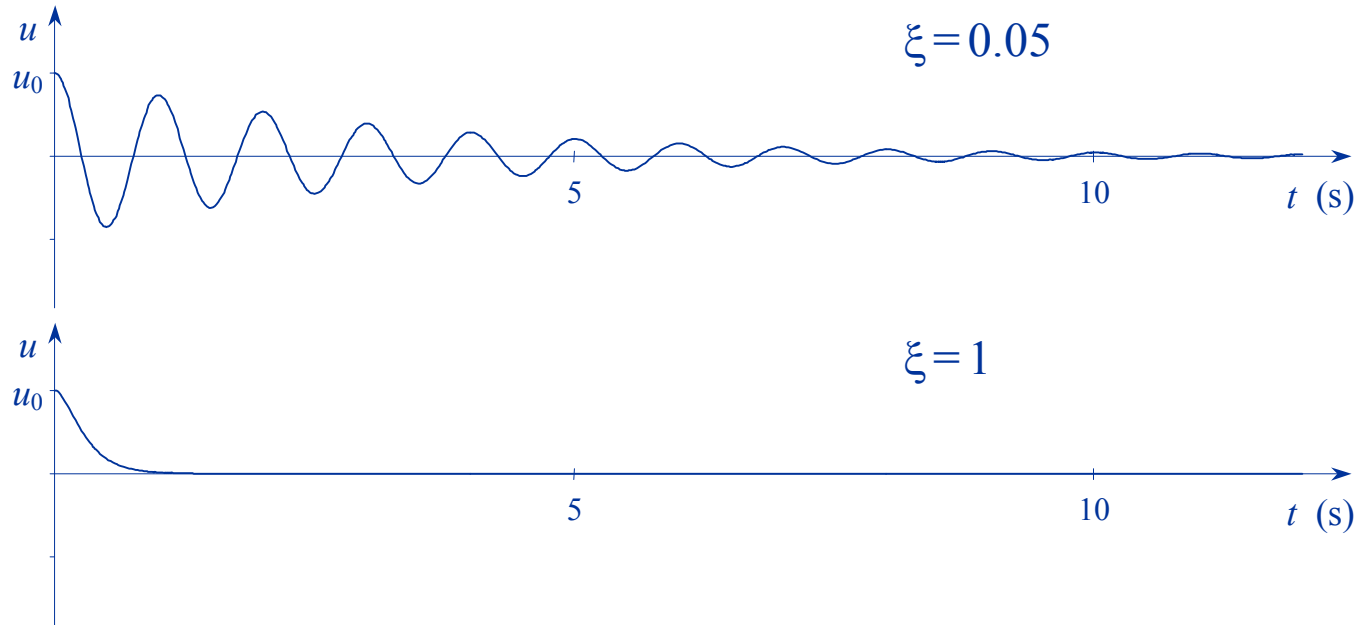
$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0$$



L'ampiezza del moto si
riduce tanto più
rapidamente quanto
maggiore è lo smorzamento



Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano



Si indica col termine “smorzamento critico” quel valore per il quale il sistema raggiunge lo stato di quiete senza oscillare

Lo smorzamento viene di solito indicato come percentuale ξ dello smorzamento critico

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{k m}}$$

Smorzamento - negli edifici

Dipende da:

- Elementi non strutturali (tramezzi, tompagni) molto
- Non linearità del materiale di meno

Edifici in cemento armato, con tramezzi in muratura:

- Si può assumere un valore di smorzamento percentuale $\xi = 0.05$

Edifici in acciaio, con tramezzatura leggera:

- È consigliabile usare un valore minore di $\xi = 0.05$

Edifici isolati alla base, con isolatori in gomma:

- Si può usare un valore maggiore di $\xi = 0.05$

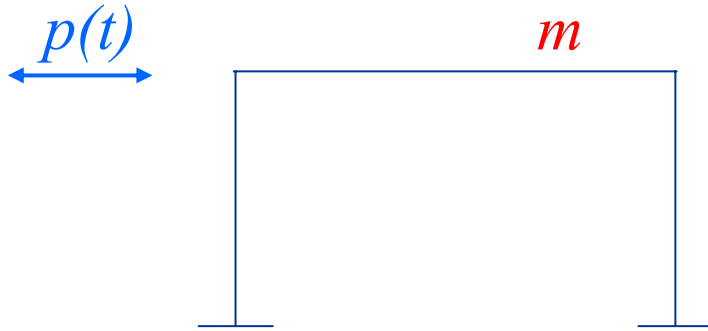
Oscillazioni forzate

Esempio: altalena



Dando (in maniera periodica) una piccola spinta al sedile dell'altalena, le oscillazioni si amplificano sempre di più

Oscillazioni forzate telaio monopiano

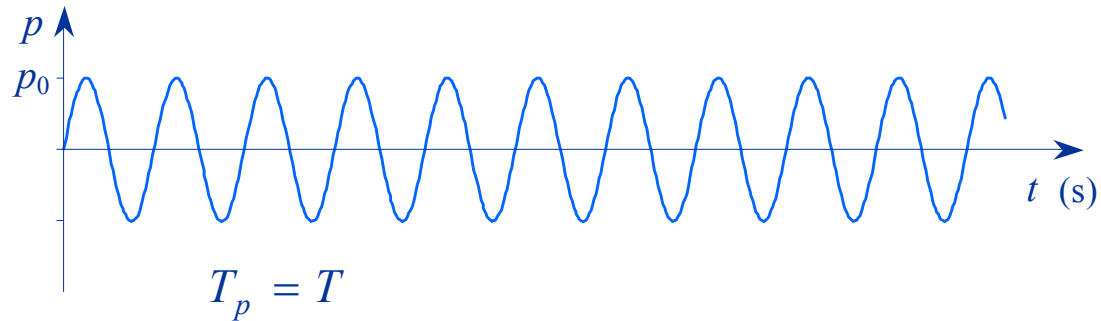
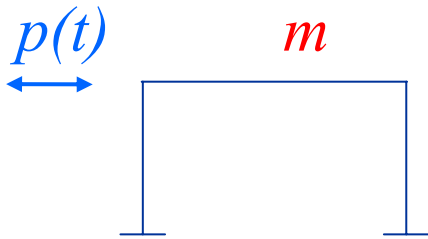


Equazione del moto:

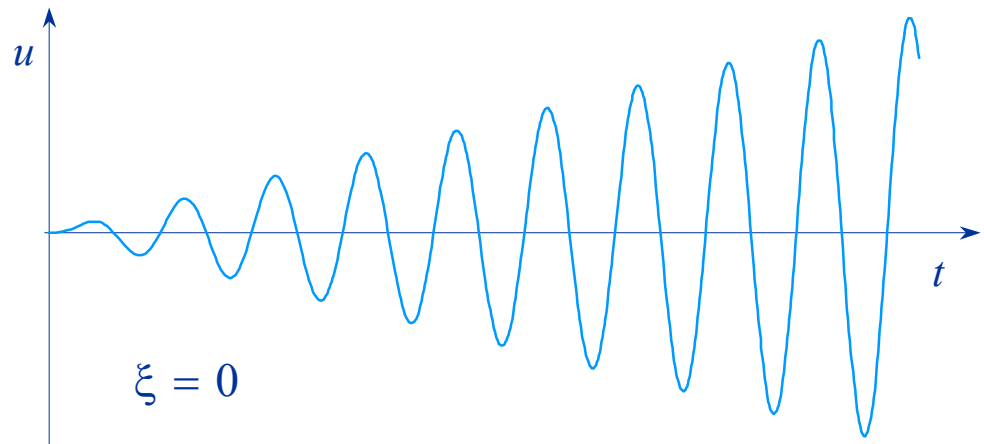
$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = p(t)$$

Nell'equazione del moto
compare un nuovo termine
(l'azione forzante)

Oscillazioni forzate telaio monopiano

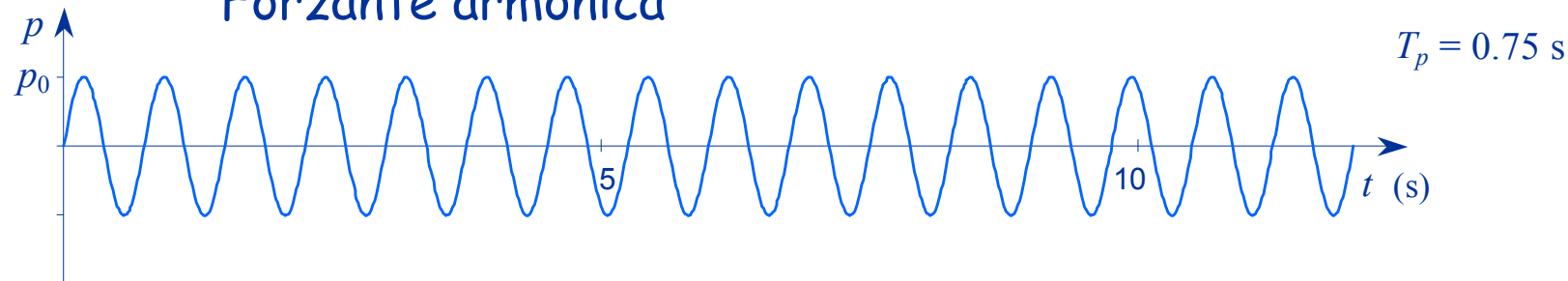


Se il periodo della
forzante coincide con
quello del sistema,
in assenza di
smorzamento
il moto si amplifica
sempre più

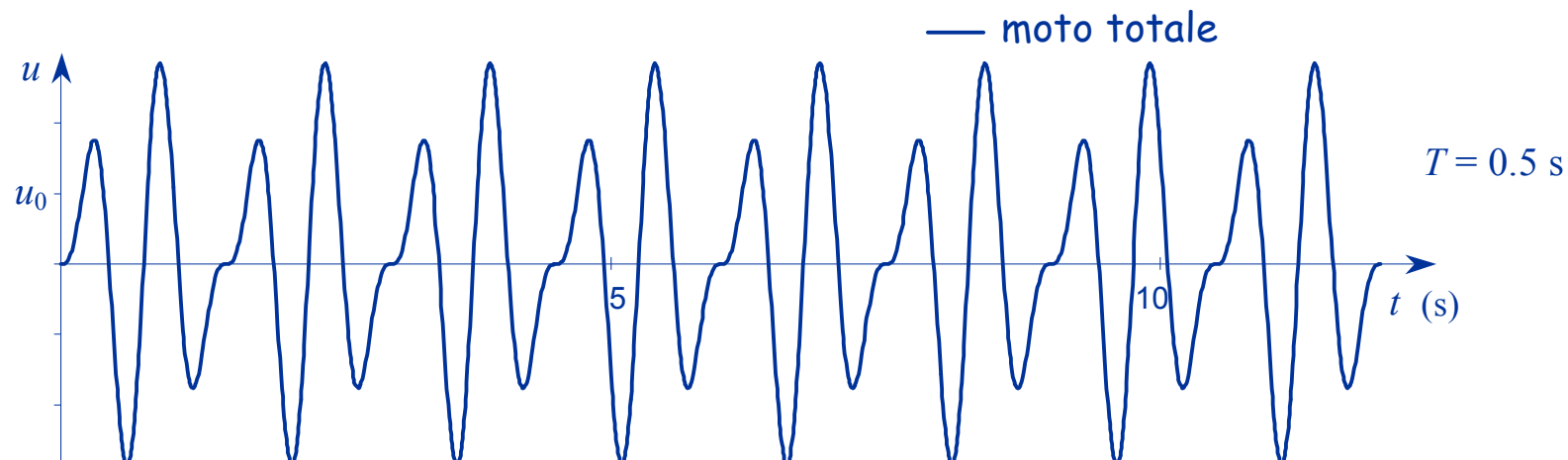


risonanza

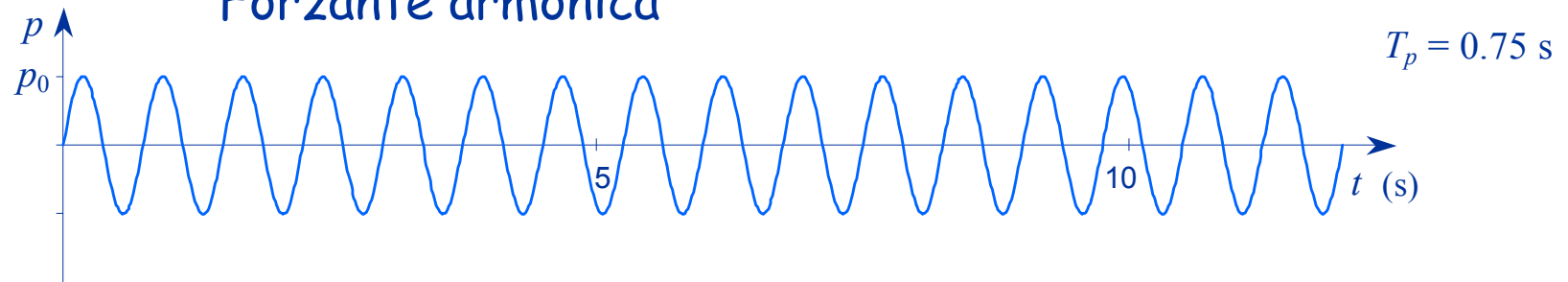
Forzante armonica



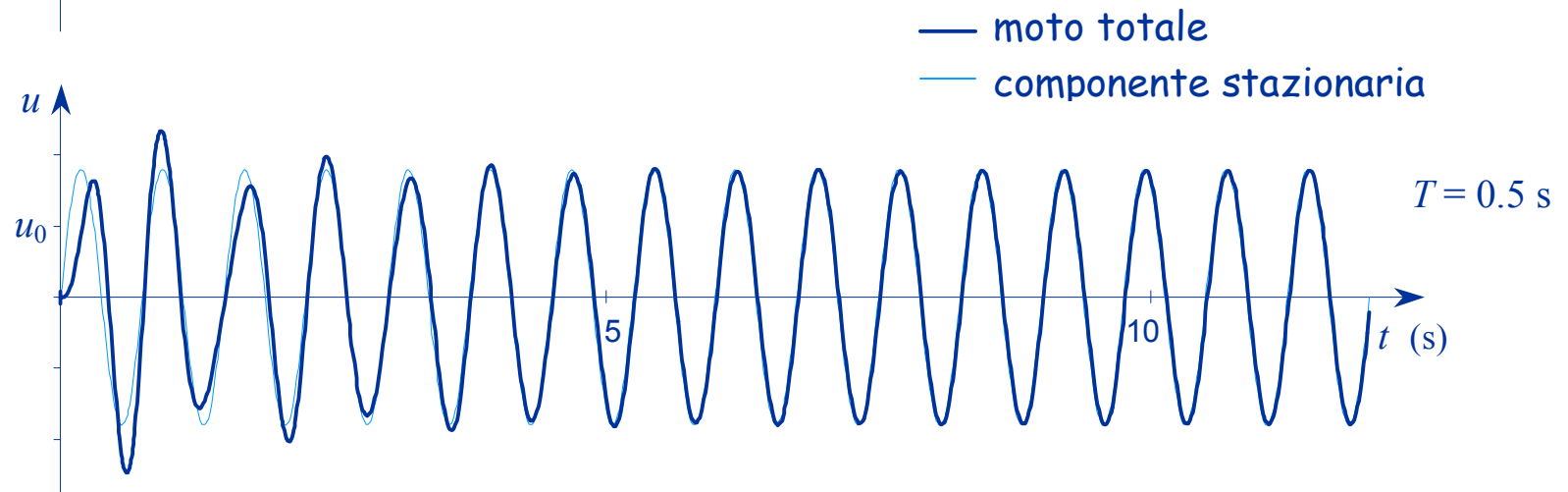
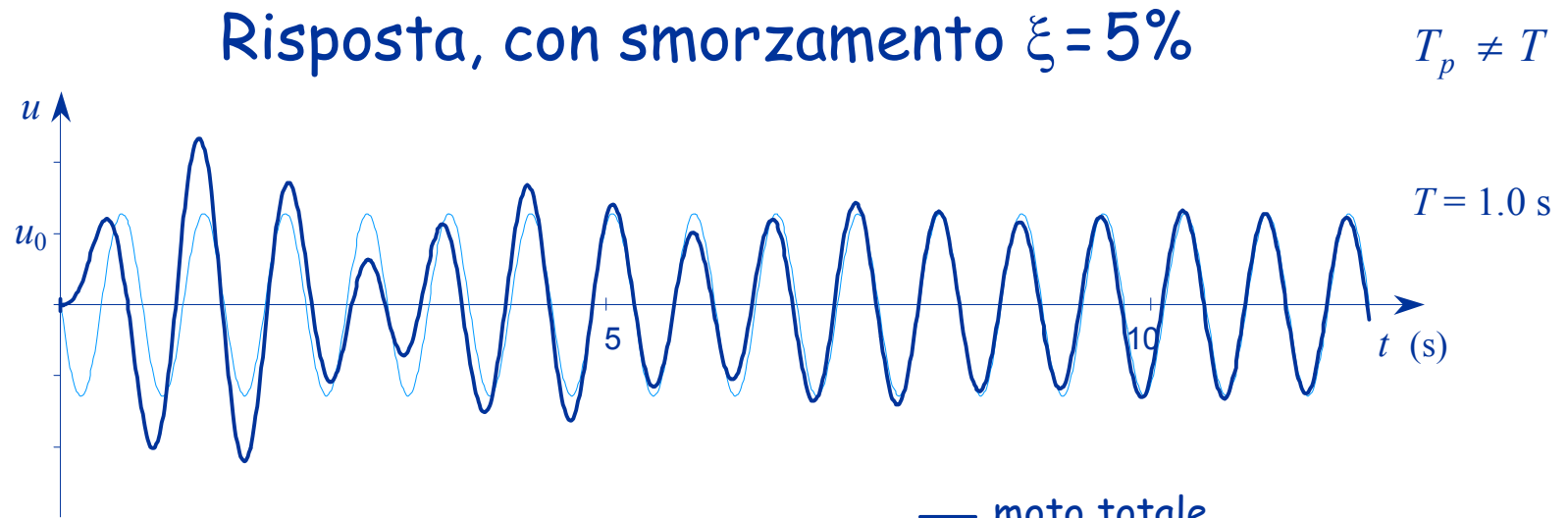
Risposta, senza smorzamento



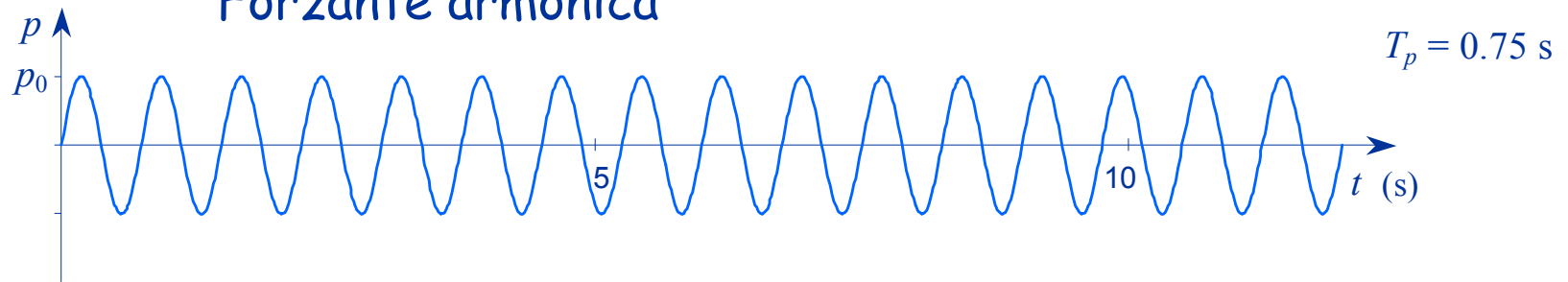
Forzante armonica



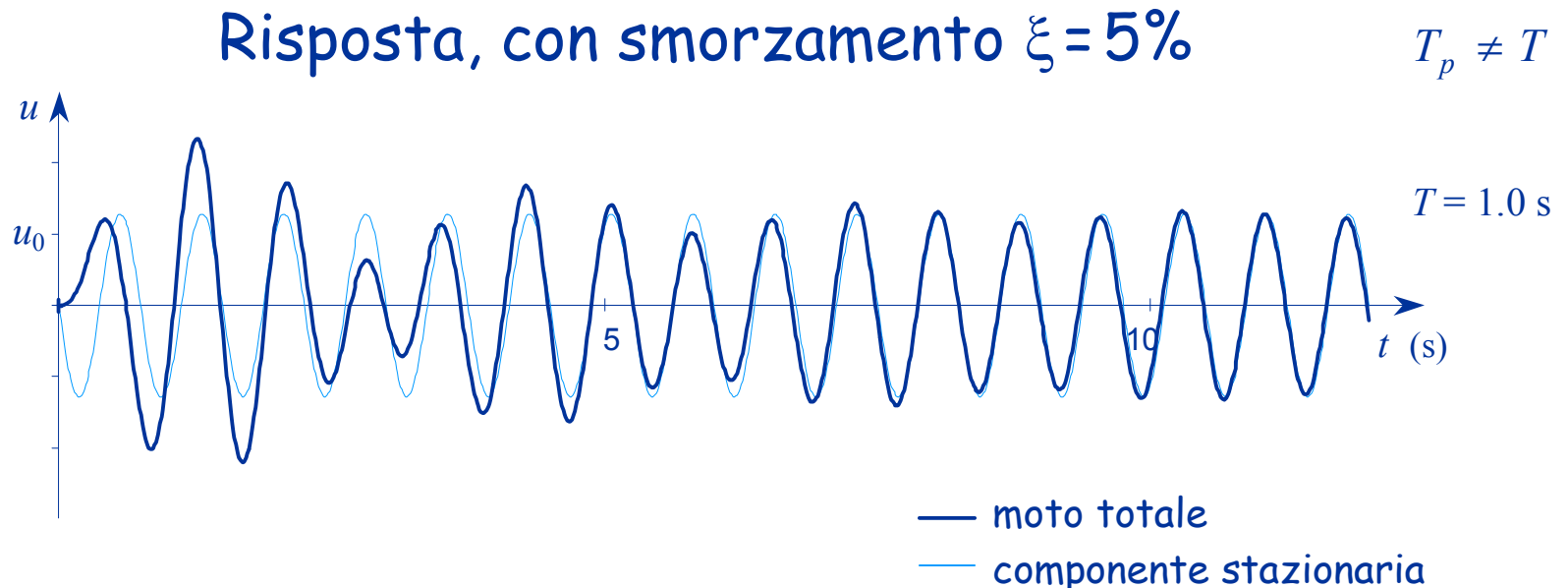
Risposta, con smorzamento $\xi = 5\%$



Forzante armonica

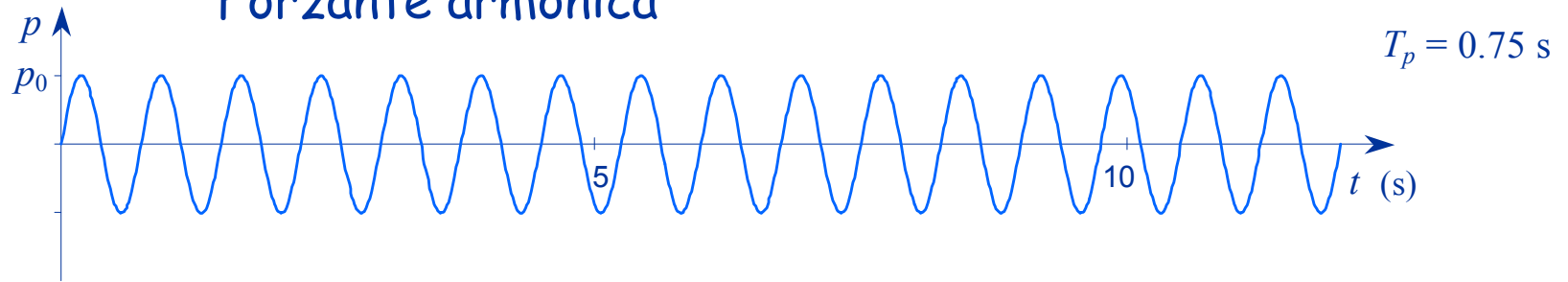


Risposta, con smorzamento $\xi = 5\%$

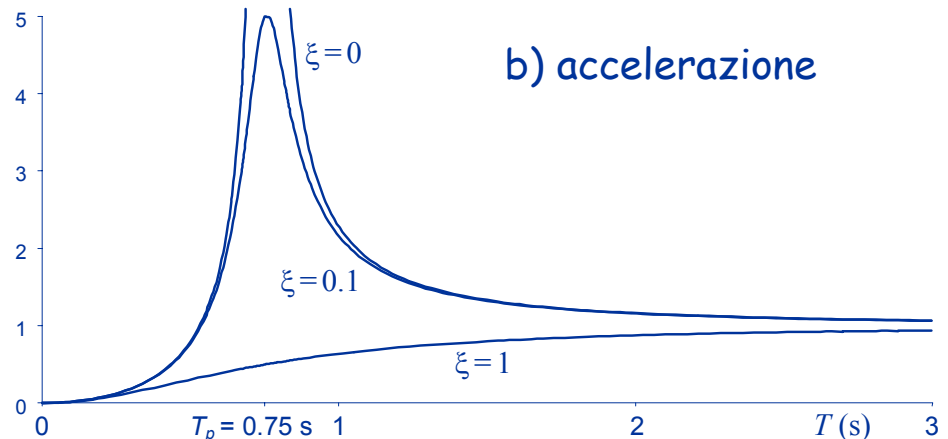
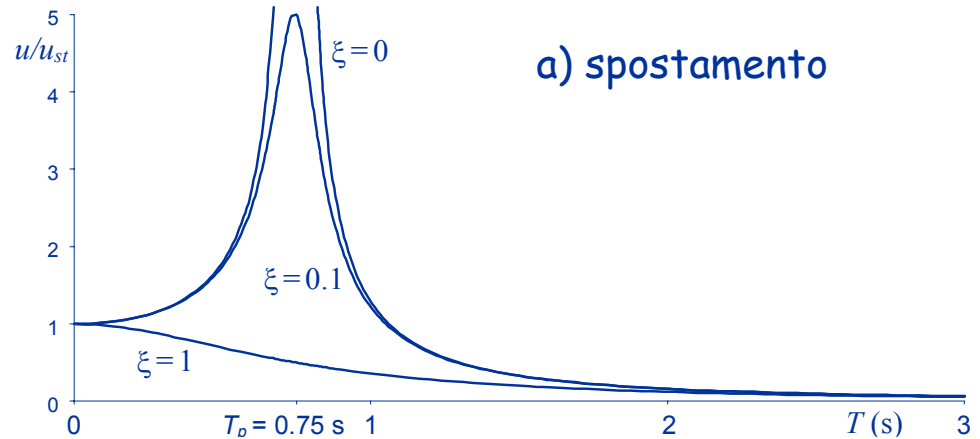


Il moto è somma di una componente armonica che ha lo stesso periodo della forzante ed ampiezza costante (componente stazionaria) e di una componente che ha lo stesso periodo del sistema ma ampiezza che si riduce man mano (componente transitoria)

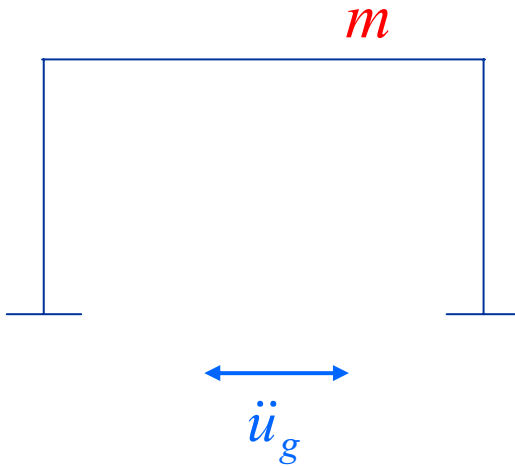
Forzante armonica



Il moto viene
amplificato o ridotto,
in funzione
del periodo proprio
e dello smorzamento
del sistema



Oscillazioni forzate (moto del terreno)



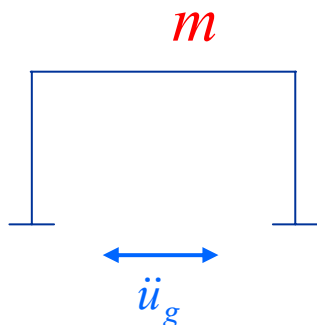
Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

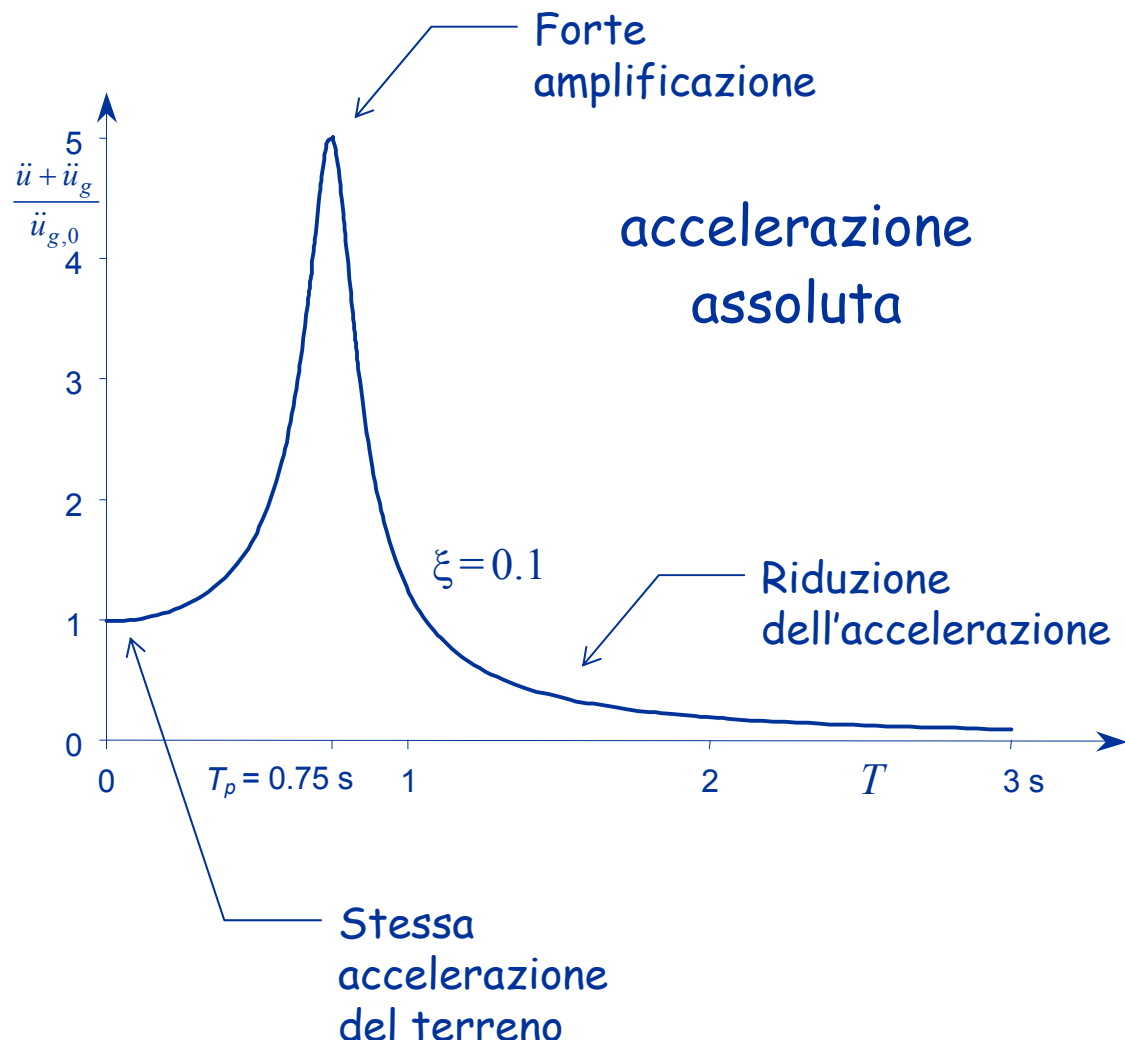
Cambia (formalmente)
il termine noto
nell'equazione del moto

Il problema è sostanzialmente
identico a quello del moto con
forzante applicata al traverso

Oscillazioni forzate (moto del terreno - armonico)



Si noti, in particolare,
l'andamento
dell'accelerazione
massima in funzione
del periodo proprio



Relazione tra i valori massimi di spostamento relativo e accelerazione assoluta

Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

Quando lo spostamento relativo u
è massimo la sua derivata è nulla

$$u = u_{\max} \quad \Rightarrow \quad \dot{u} = 0$$

Si ha allora:

$$m \ddot{u} + k u_{\max} = -m \ddot{u}_g$$

$$k u_{\max} = -m (\ddot{u} + \ddot{u}_g)$$

$$|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \frac{k}{m} u_{\max} = \left(\frac{2 \pi}{T} \right)^2 u_{\max}$$

$$\text{perché} \quad T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Relazione tra i valori massimi di spostamento relativo e accelerazione assoluta

La quantità $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$
viene detta pseudoaccelerazione

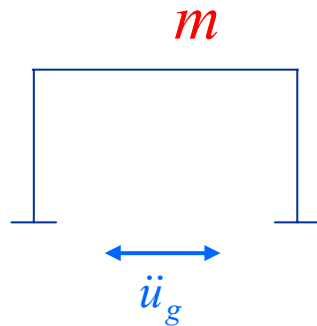
Essa coincide con l'accelerazione assoluta quando lo smorzamento è nullo

L'accelerazione assoluta massima e la pseudoaccelerazione massima a rigore sono diverse, ma in sostanza sono praticamente coincidenti

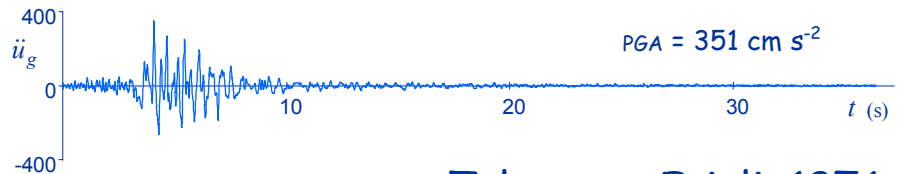
La relazione $|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$

consente di passare dai valori massimi dello spostamento a quelli massimi dell'accelerazione assoluta, e viceversa

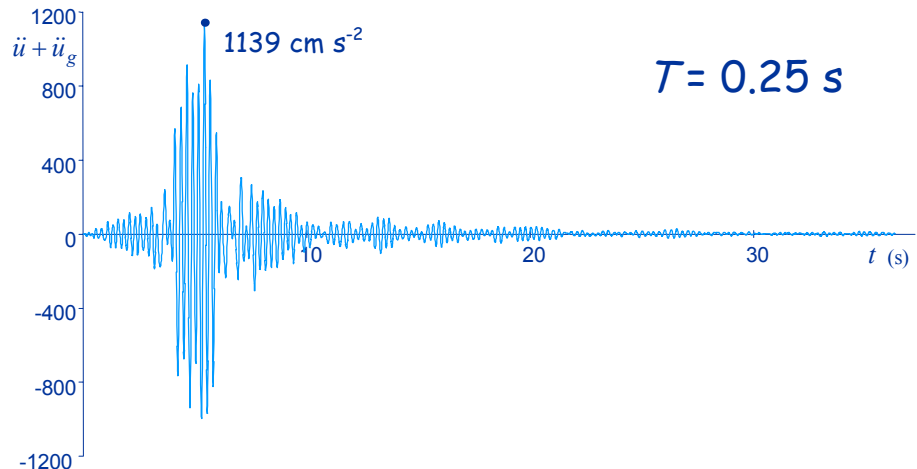
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)



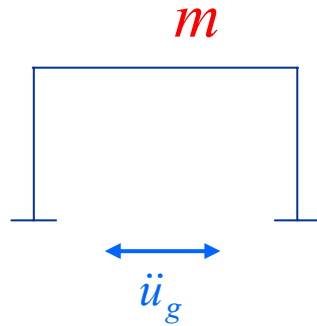
Concettualmente
analogo
(ma più complesso
numericamente)
è determinare
la risposta ad un
accelerogramma



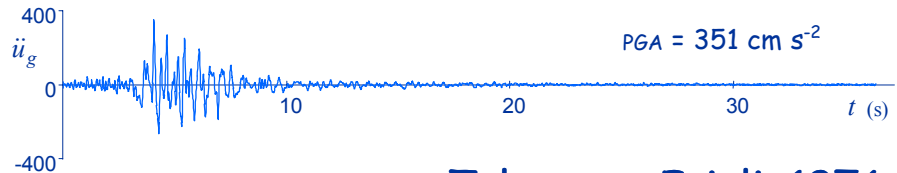
Tolmezzo, Friuli, 1976



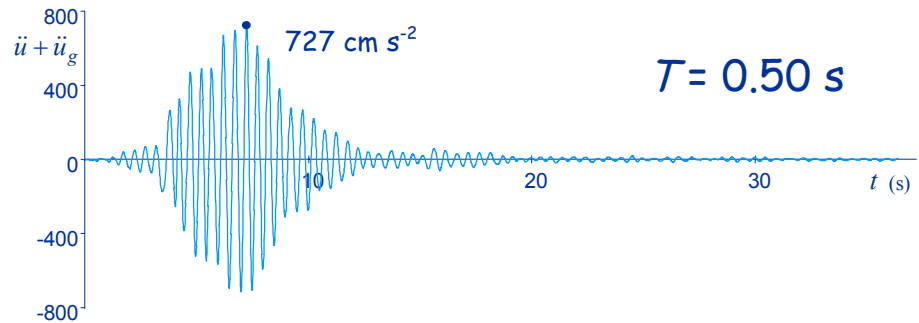
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)



Cambiando il periodo
dell'oscillatore,
cambia la risposta

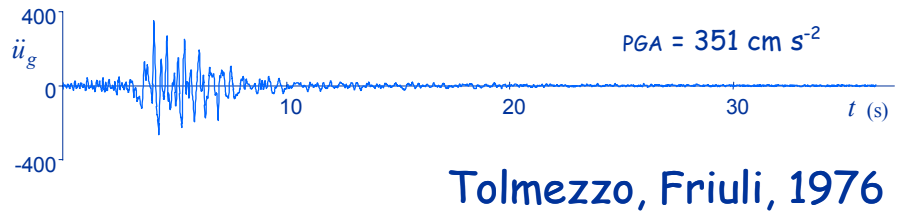
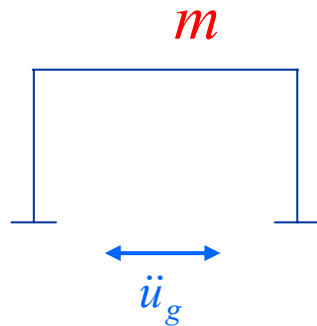


Tolmezzo, Friuli, 1976

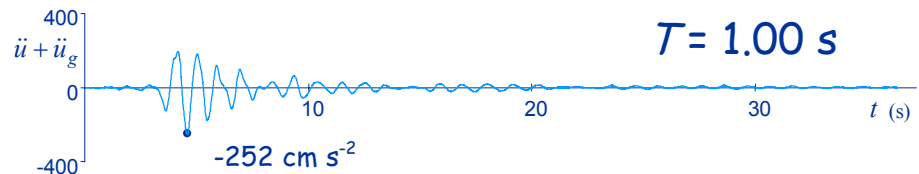


Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)



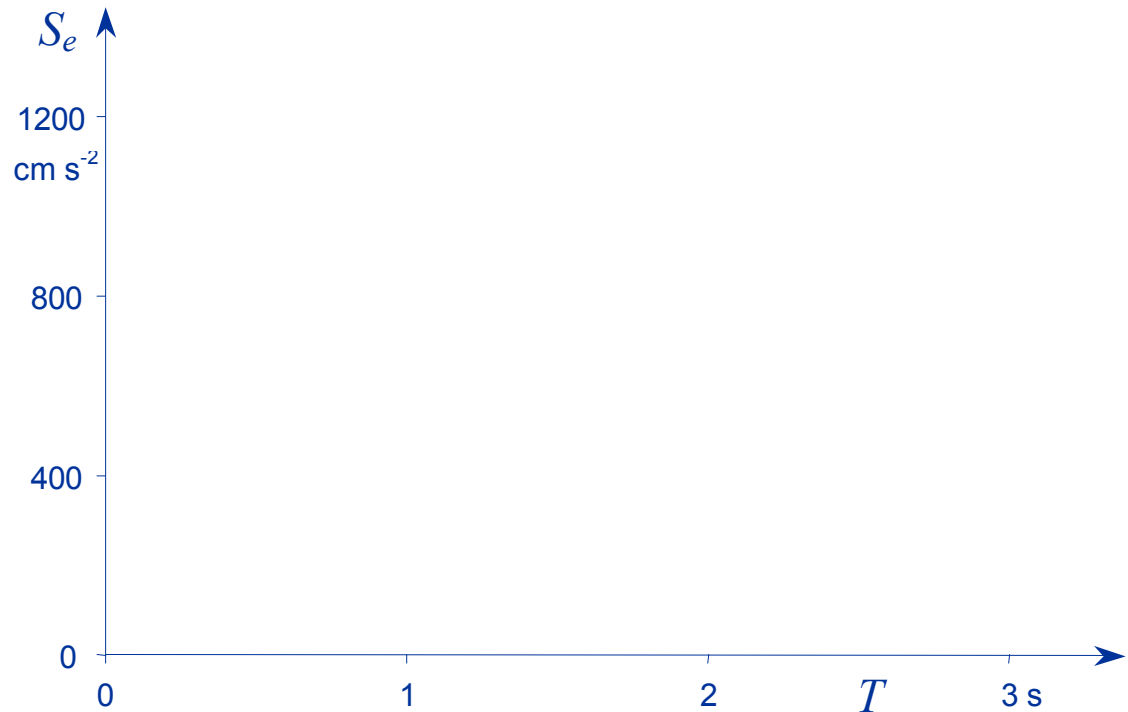
Cambiando il periodo
dell'oscillatore,
cambia la risposta



Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)

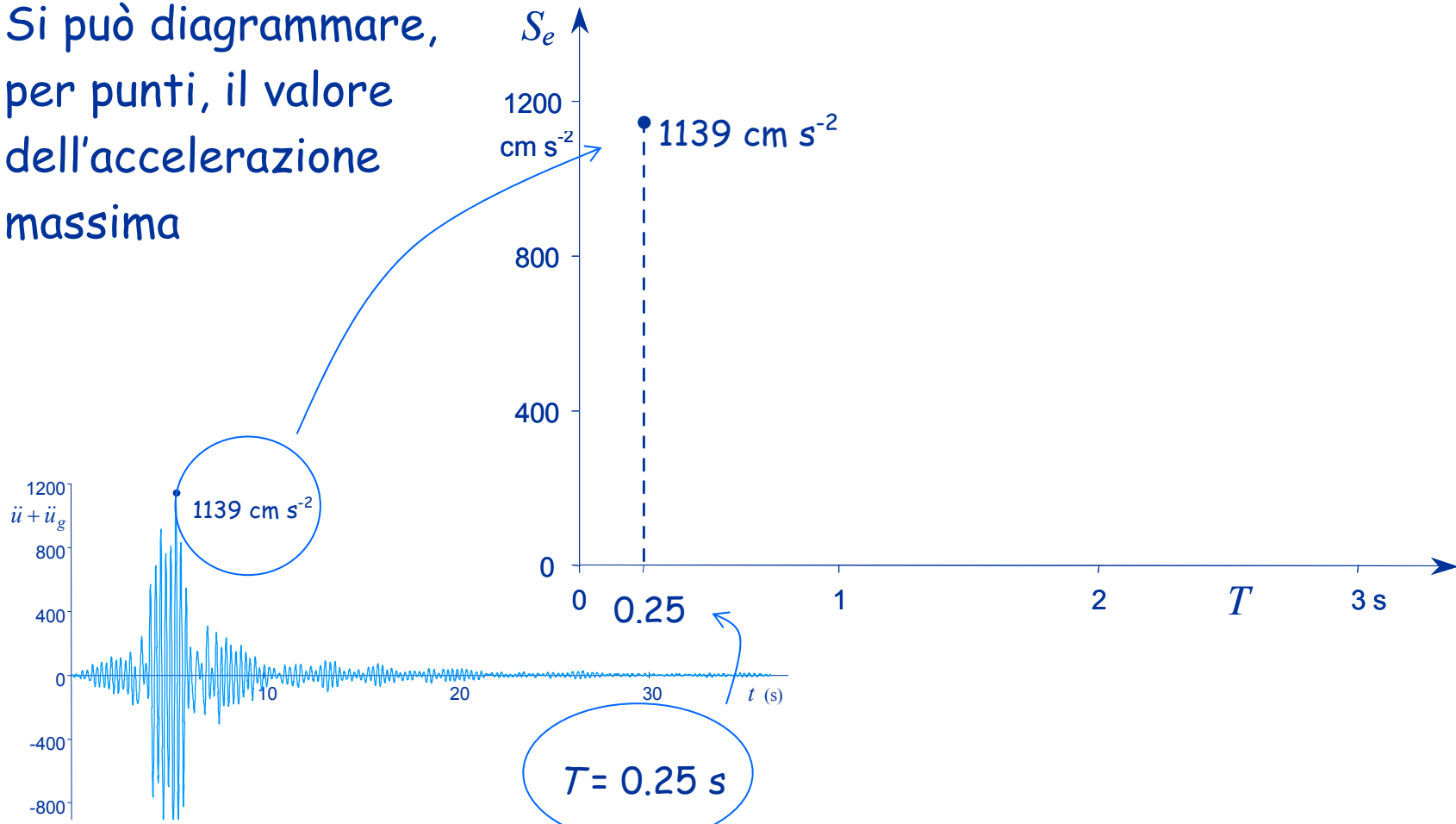
Si può diagrammare,
per punti, il valore
dell'accelerazione
massima



Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)

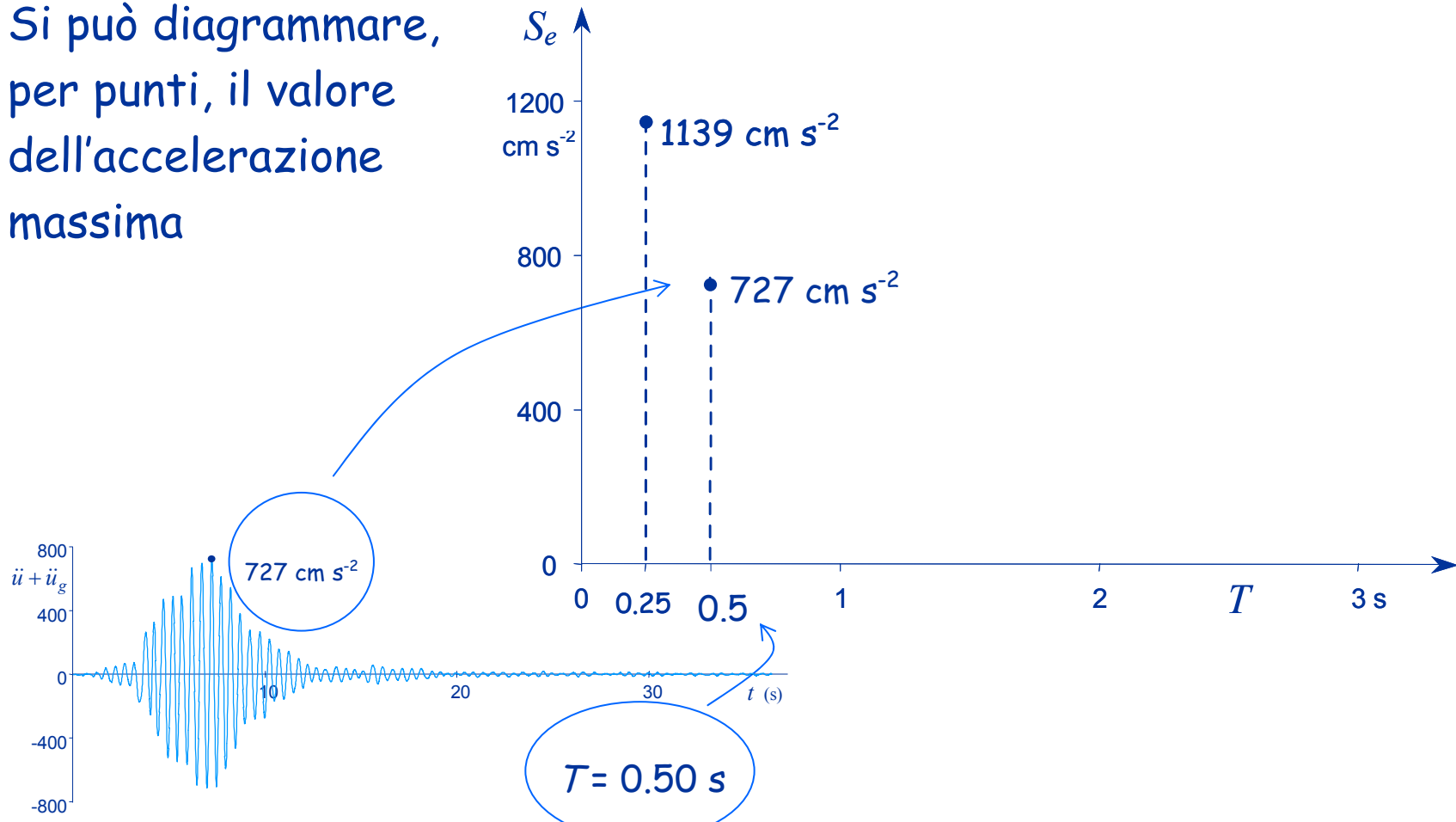
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)

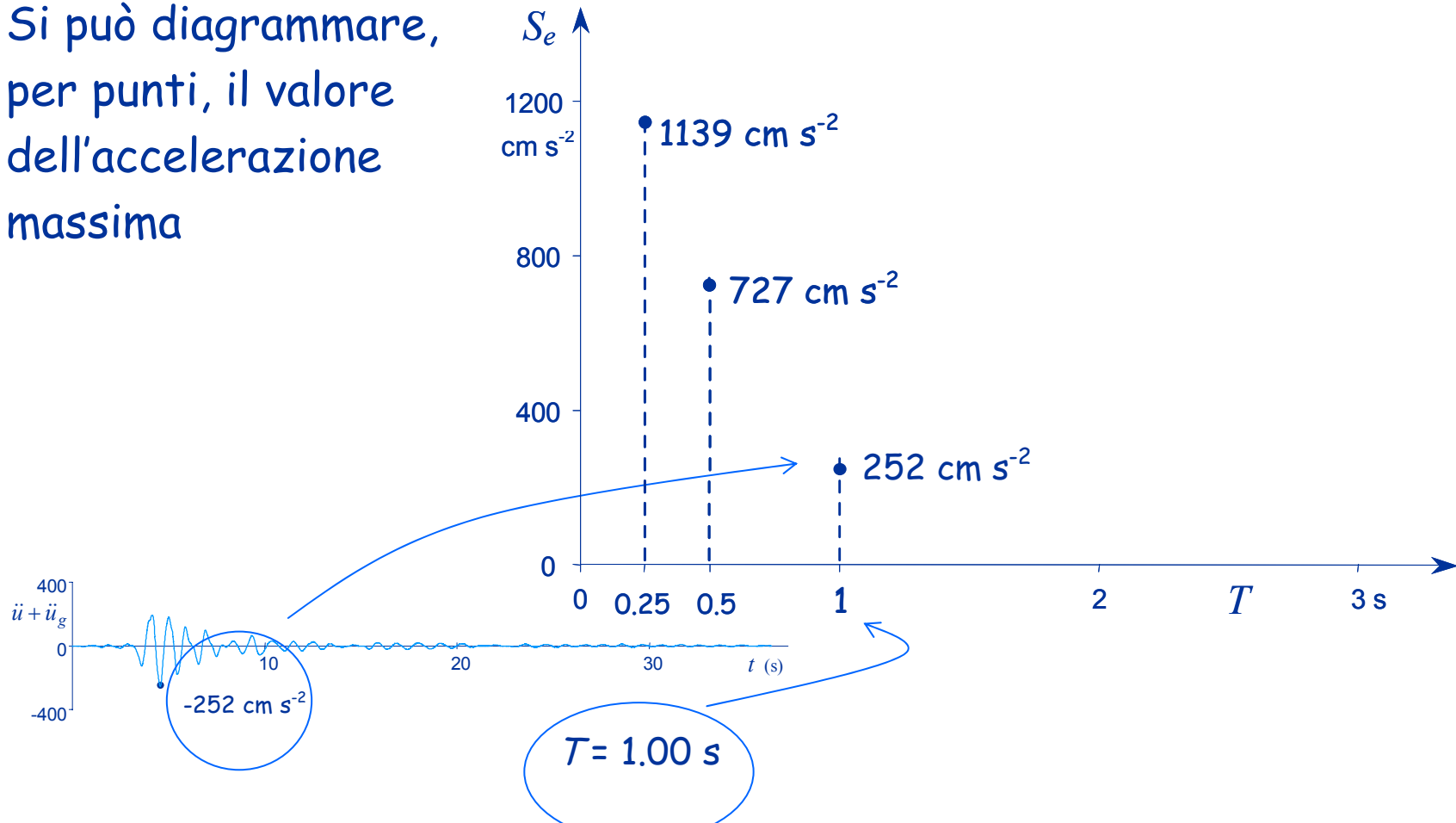
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)

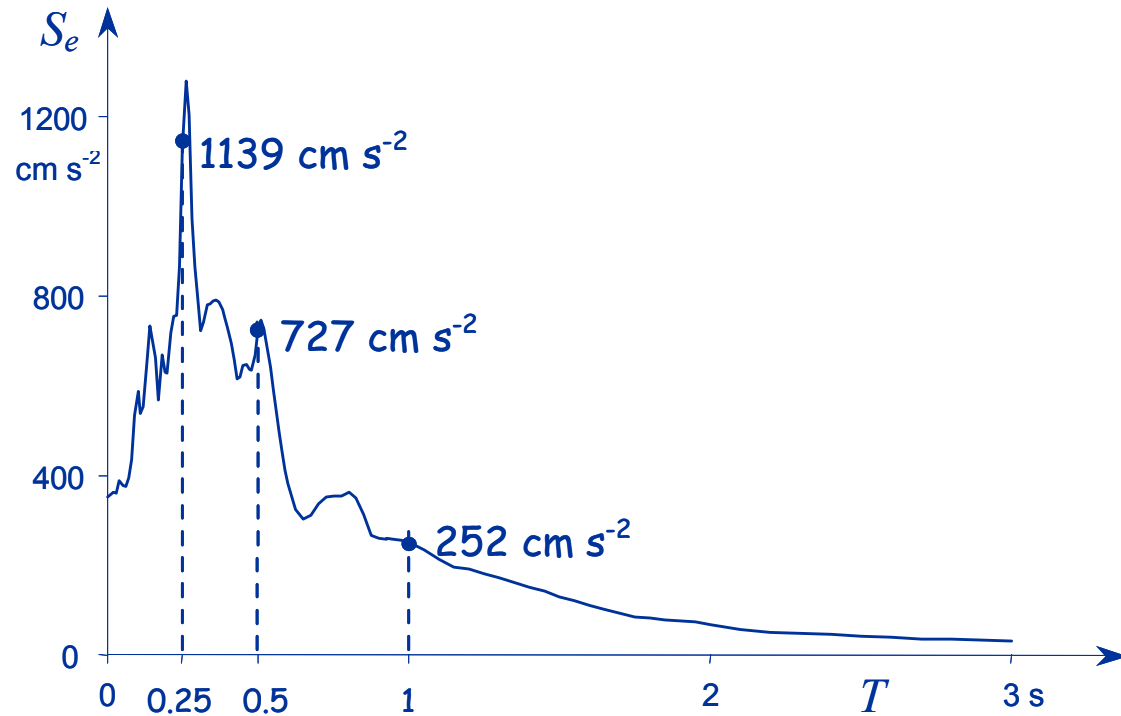
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Oscillazioni forzate

Spettro di risposta

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima

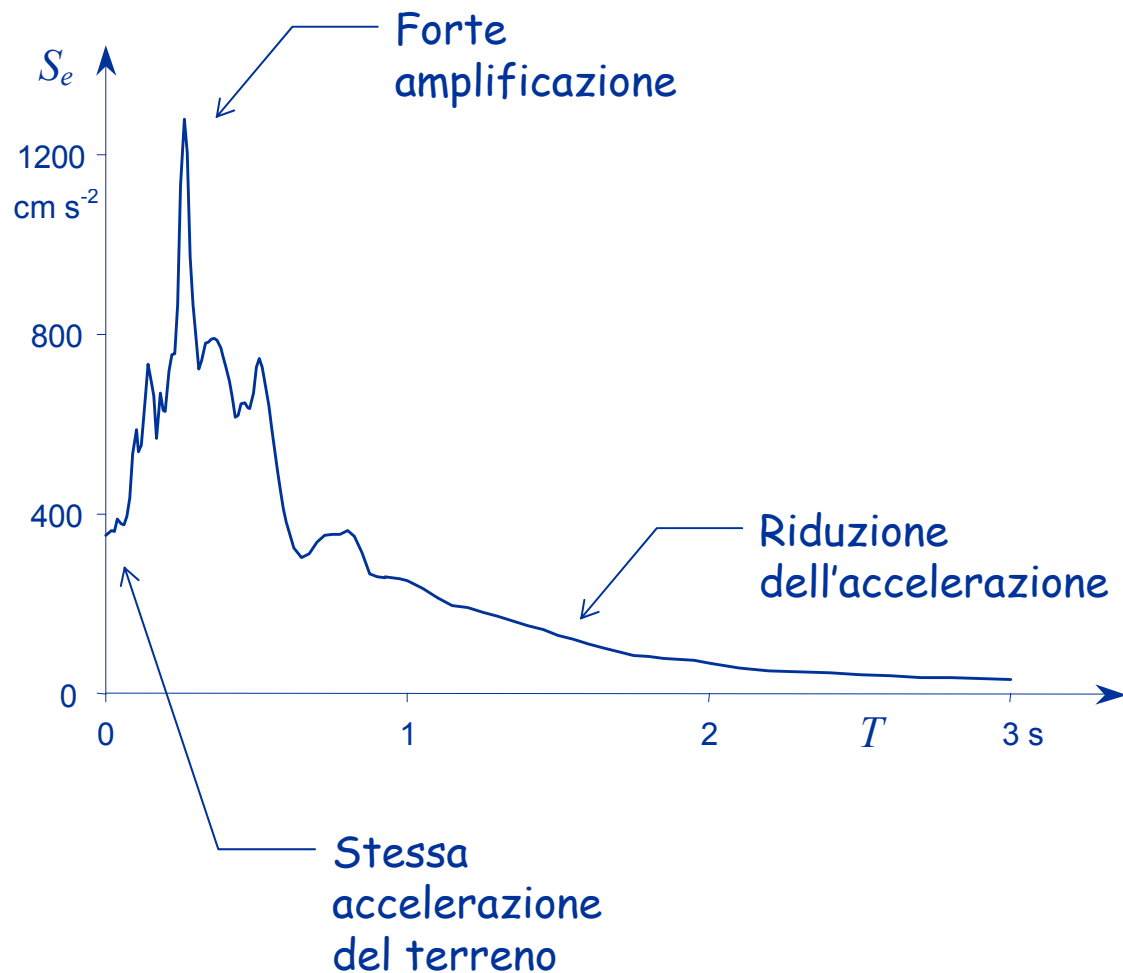


Il diagramma ottenuto unendo i vari punti viene detto "spettro di risposta" (in termini di accelerazione)

Oscillazioni forzate

Spettro di risposta (accelerazione)

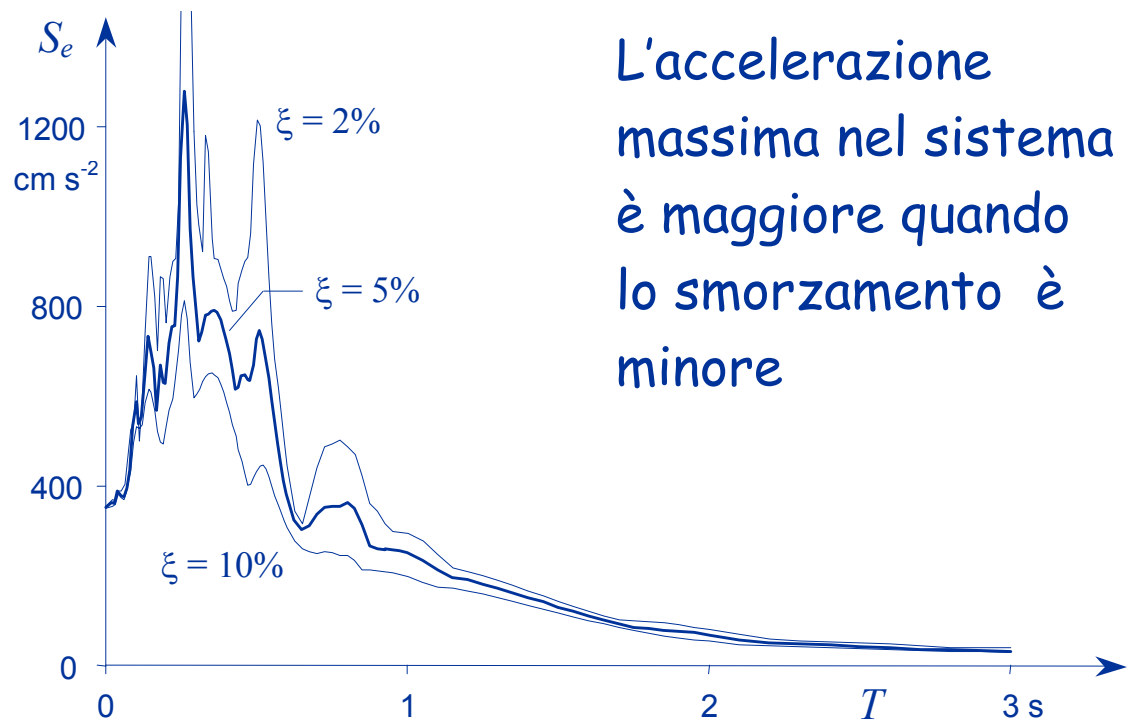
L'andamento dell'accelerazione massima in funzione del periodo proprio è analogo a quanto visto per moto del terreno armonico



Oscillazioni forzate

Spettro di risposta (accelerazione)

Al variare dello smorzamento si ottengono diverse curve

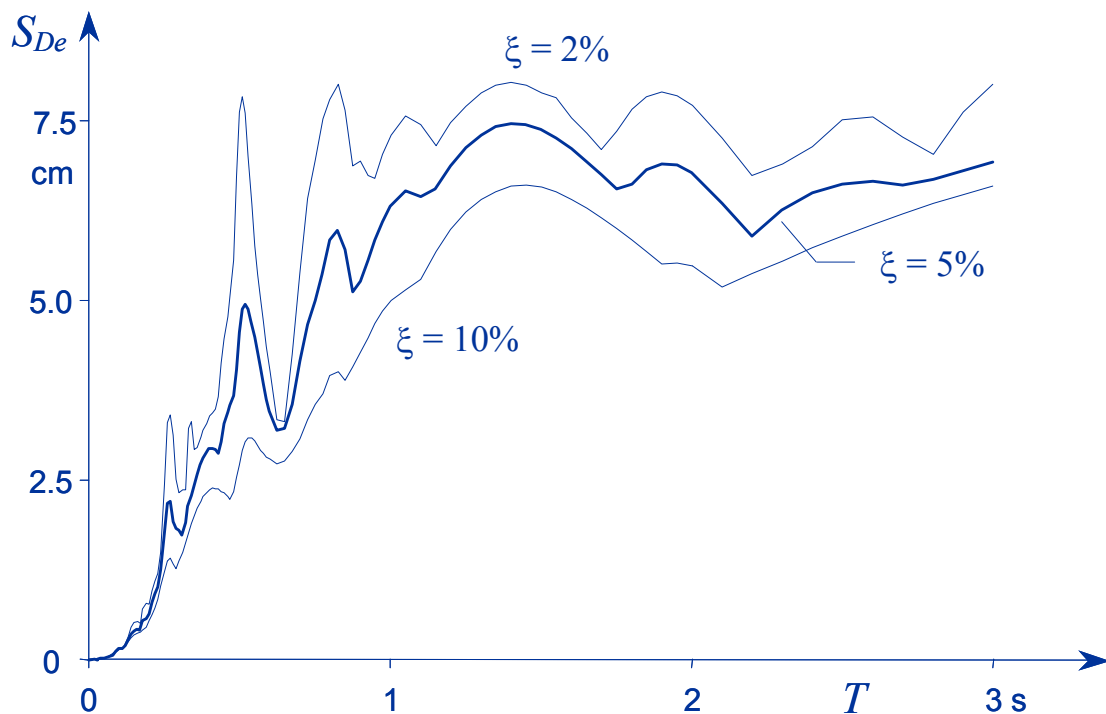


L'accelerazione massima nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore

Oscillazioni forzate

Spettro di risposta (spostamento)

Allo stesso modo si può diagrammare lo spostamento relativo massimo in funzione del periodo



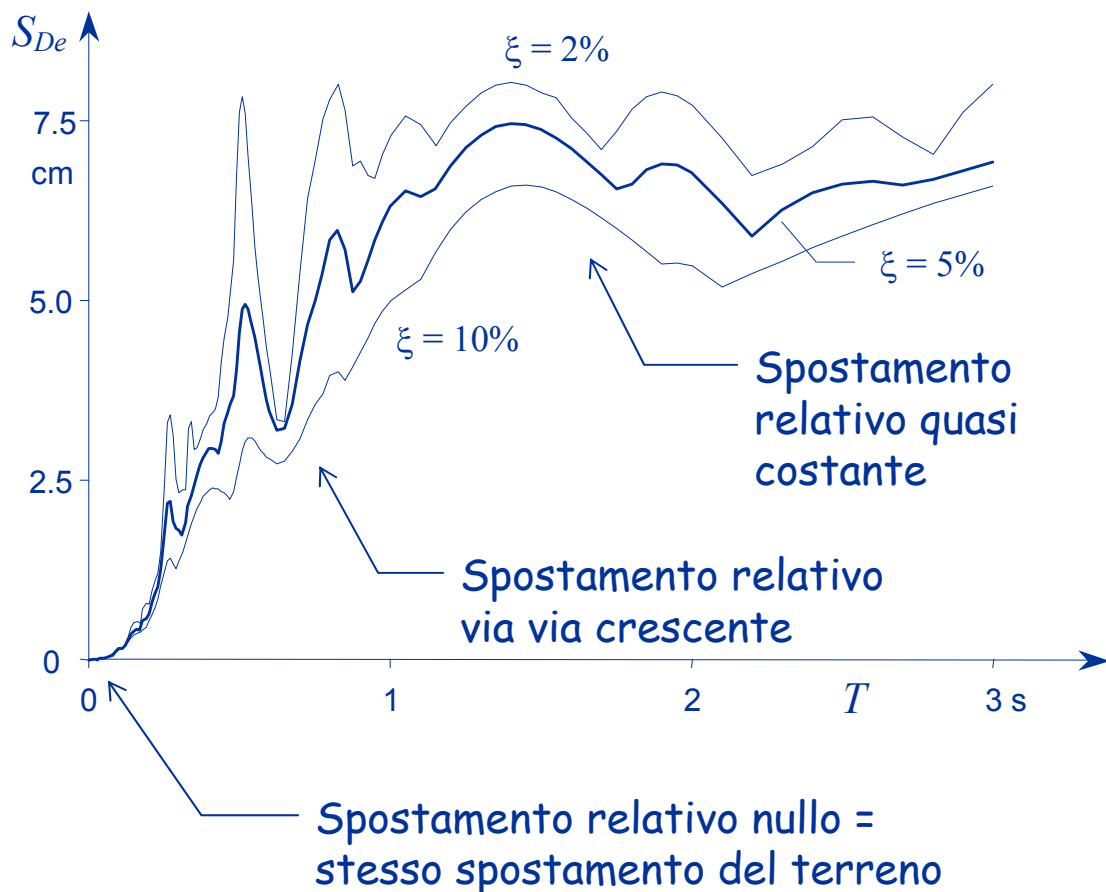
Il diagramma così ottenuto viene detto "spettro di risposta" (in termini di spostamento)

Oscillazioni forzate

Spettro di risposta (spostamento)

Si noti l'andamento dello spostamento relativo massima in funzione del periodo proprio

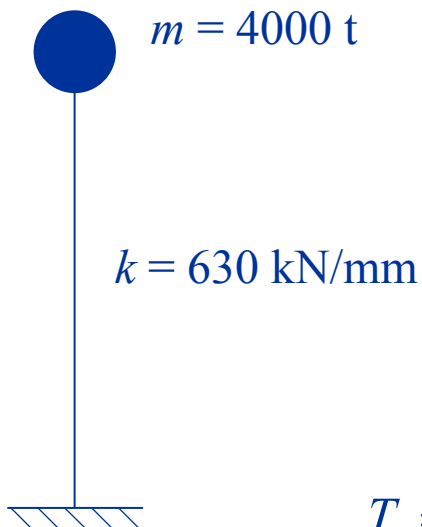
Lo spostamento massimo nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore



A cosa servono gli spettri?



Foto



Modello
di calcolo

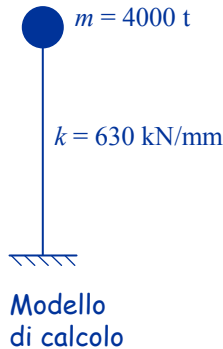
Conoscendo
massa e rigidezza
possiamo
determinare il
periodo proprio

$$\begin{aligned} T &= 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \\ &= 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{4000 \times 10^3}{630 \times 10^6}} = \\ &= 0.5 \text{ s} \end{aligned}$$

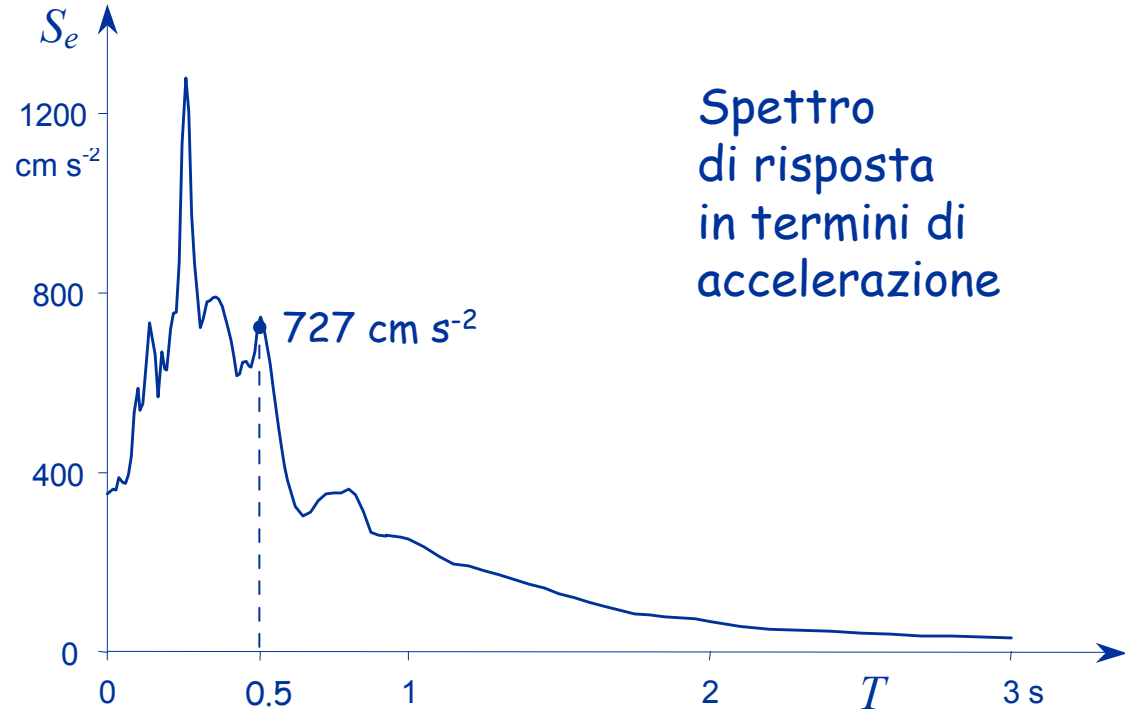
A cosa servono gli spettri?



Foto



$$T = 0.5 \text{ s}$$

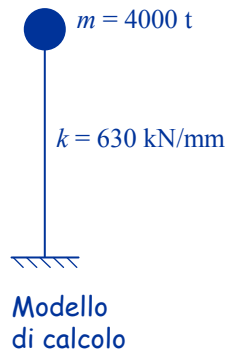


Noto il periodo proprio, possiamo leggere dallo spettro l'accelerazione assoluta massima $a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$

A cosa servono gli spettri?



Foto



$$T = 0.5 \text{ s}$$



Noto il periodo proprio, possiamo leggere dallo spettro l'accelerazione assoluta massima o lo spostamento relativo massimo

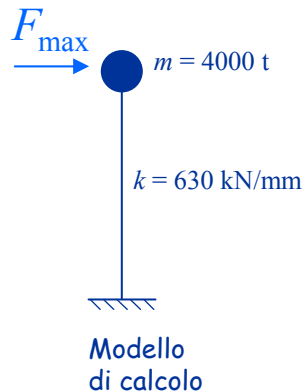
$$a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$$

$$u_{\max} = 4.58 \text{ cm}$$

A cosa servono gli spettri?



Foto



Ma dall'accelerazione
possiamo ricavare anche la
massima forza d'inerzia

$$F_{\max} = m a_{\max} = 4000 \times 7.27 = 29000 \text{ kN}$$

e quindi le massime
sollecitazioni nella struttura

$$T = 0.5 \text{ s}$$

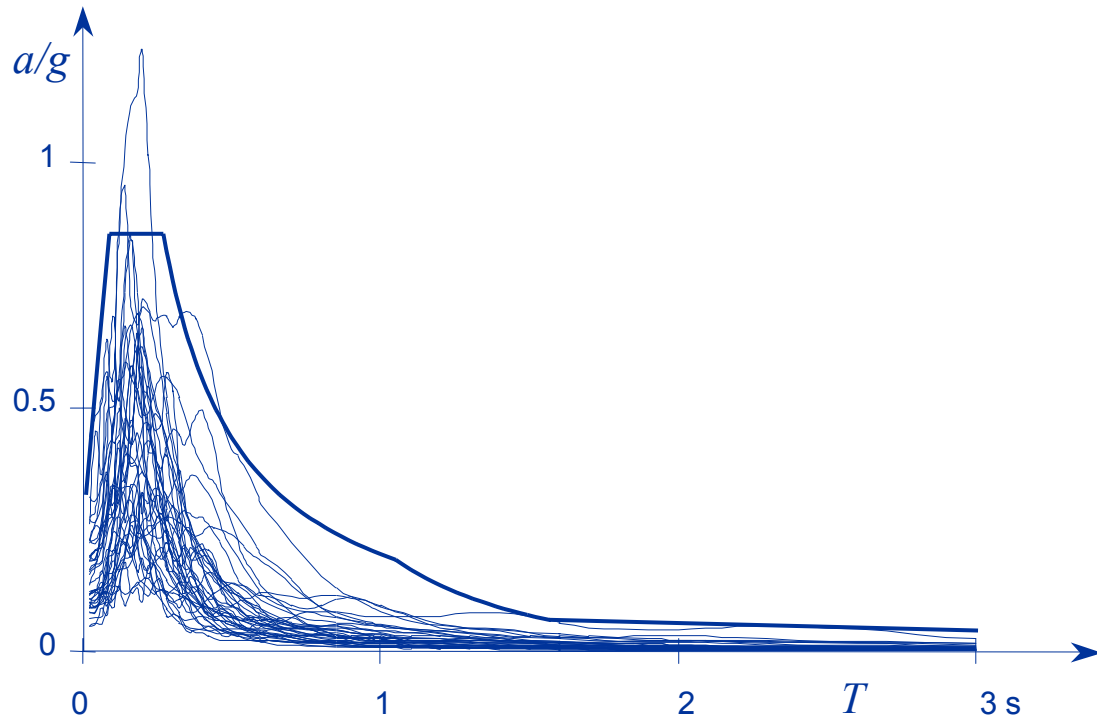
Noto il periodo proprio, possiamo leggere
dallo spettro l'accelerazione assoluta massima
o lo spostamento relativo massimo

$$a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$$

$$u_{\max} = 4.58 \text{ cm}$$

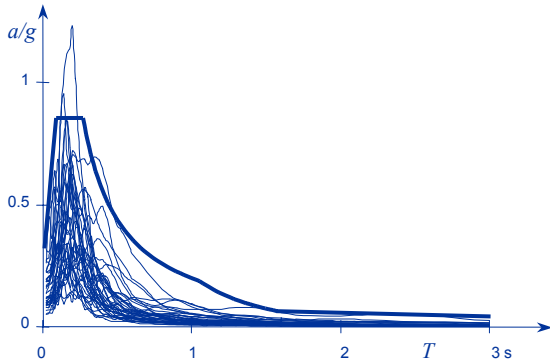
Spettri di risposta

L'analisi di oscillatori semplici può essere ripetuta per diversi accelerogrammi (con un assegnato smorzamento)

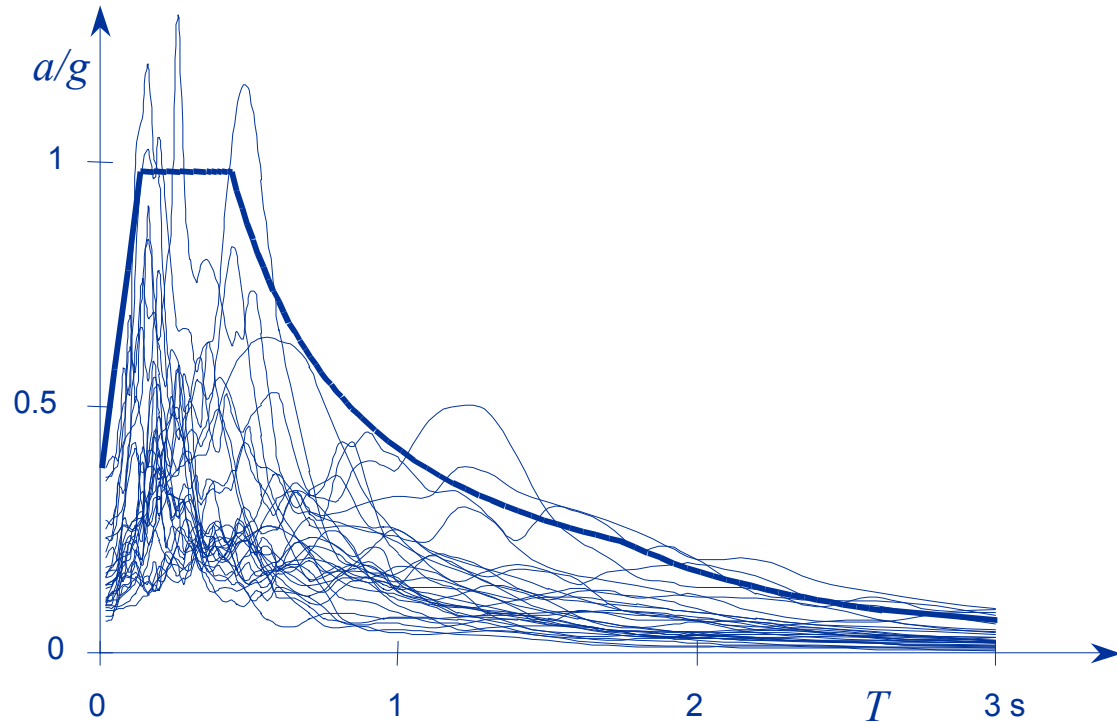


Si può quindi definire una curva che inviluppa tutti gli spettri di risposta, o che viene superata solo occasionalmente

Spettri di risposta

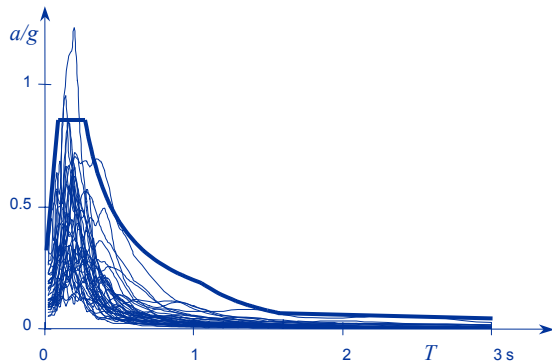


In zone differenti
e su terreni
differenti
si otterranno
risultati diversi

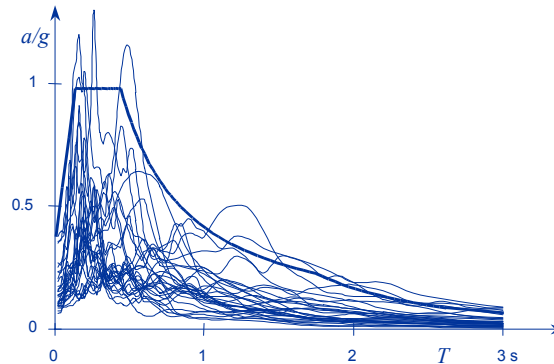


Si può quindi definire una curva che inviluppa tutti gli spettri di risposta, o che viene superata solo occasionalmente

Spettri di risposta



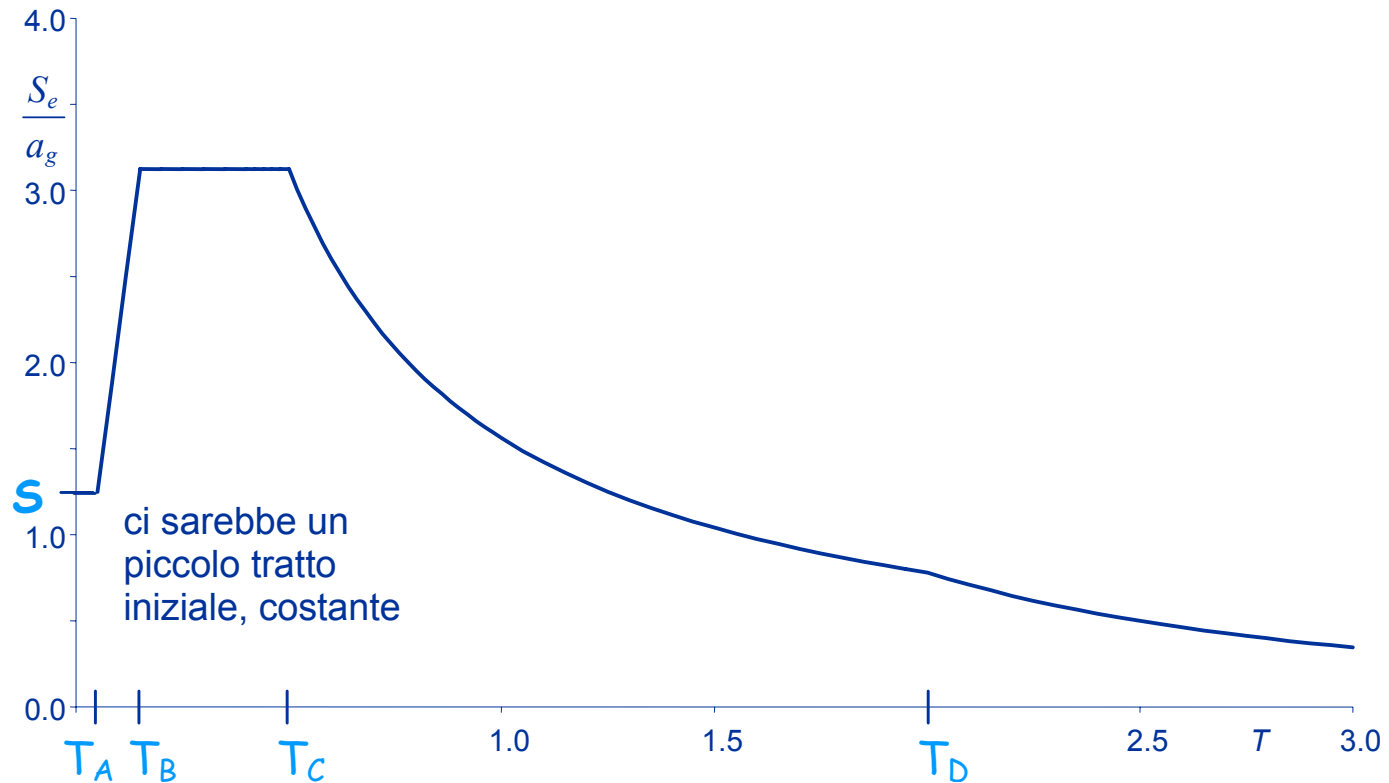
In zone differenti
e su terreni
differenti
si otterranno
risultati diversi



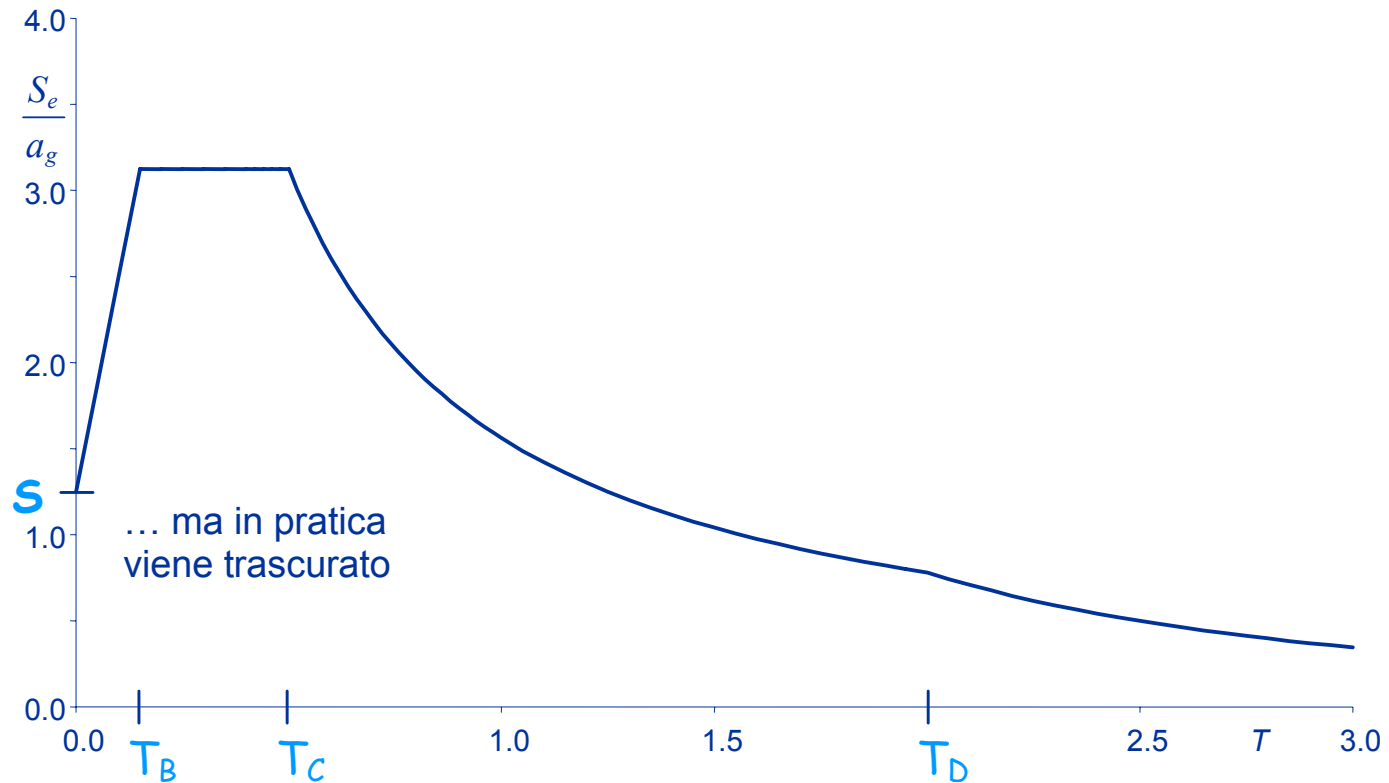
La normativa fornisce quindi spettri di
risposta differenziati in funzione delle
caratteristiche del suolo e della zona in
cui è ubicata la struttura

Spettri di risposta elastica NTC 08 (D.M. 14/1/2008)

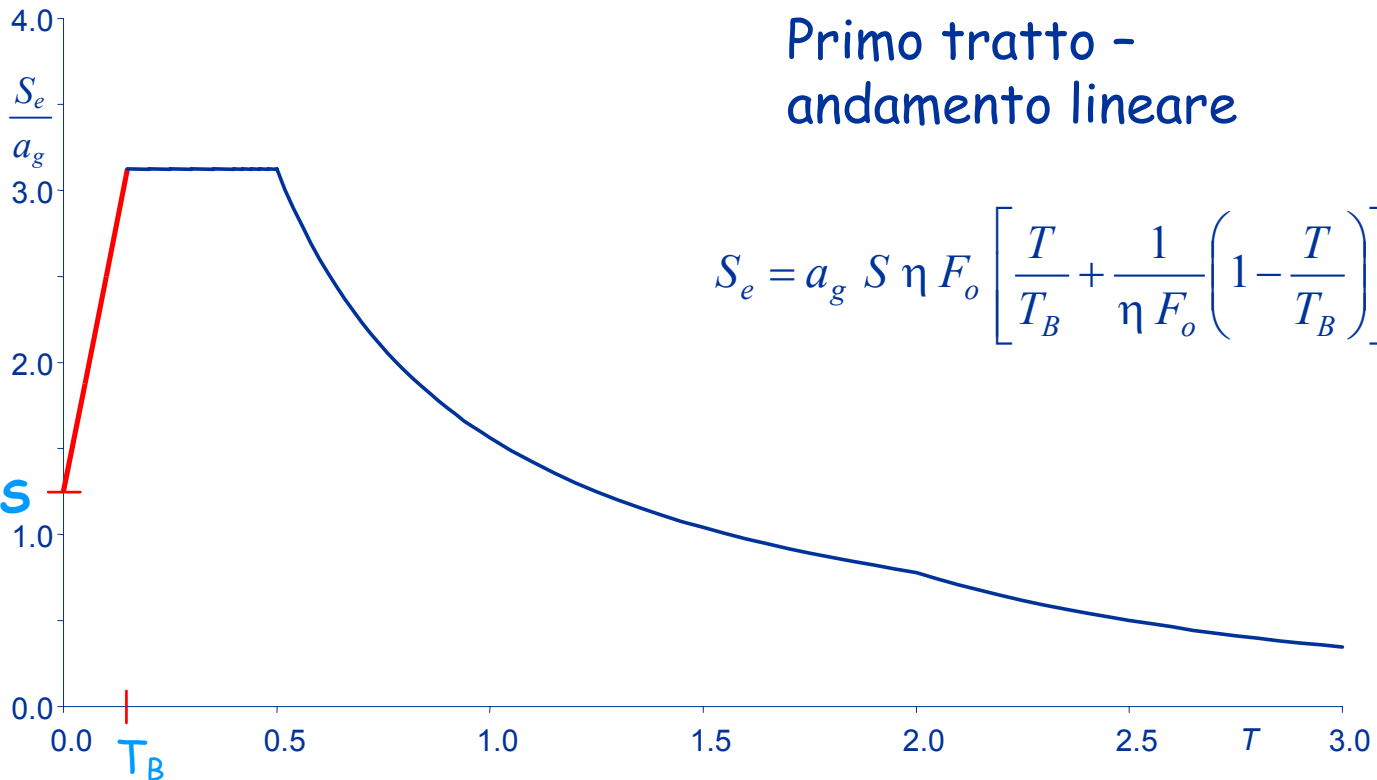
Forma generale degli spettri di risposta elastica



Forma generale degli spettri di risposta elastica



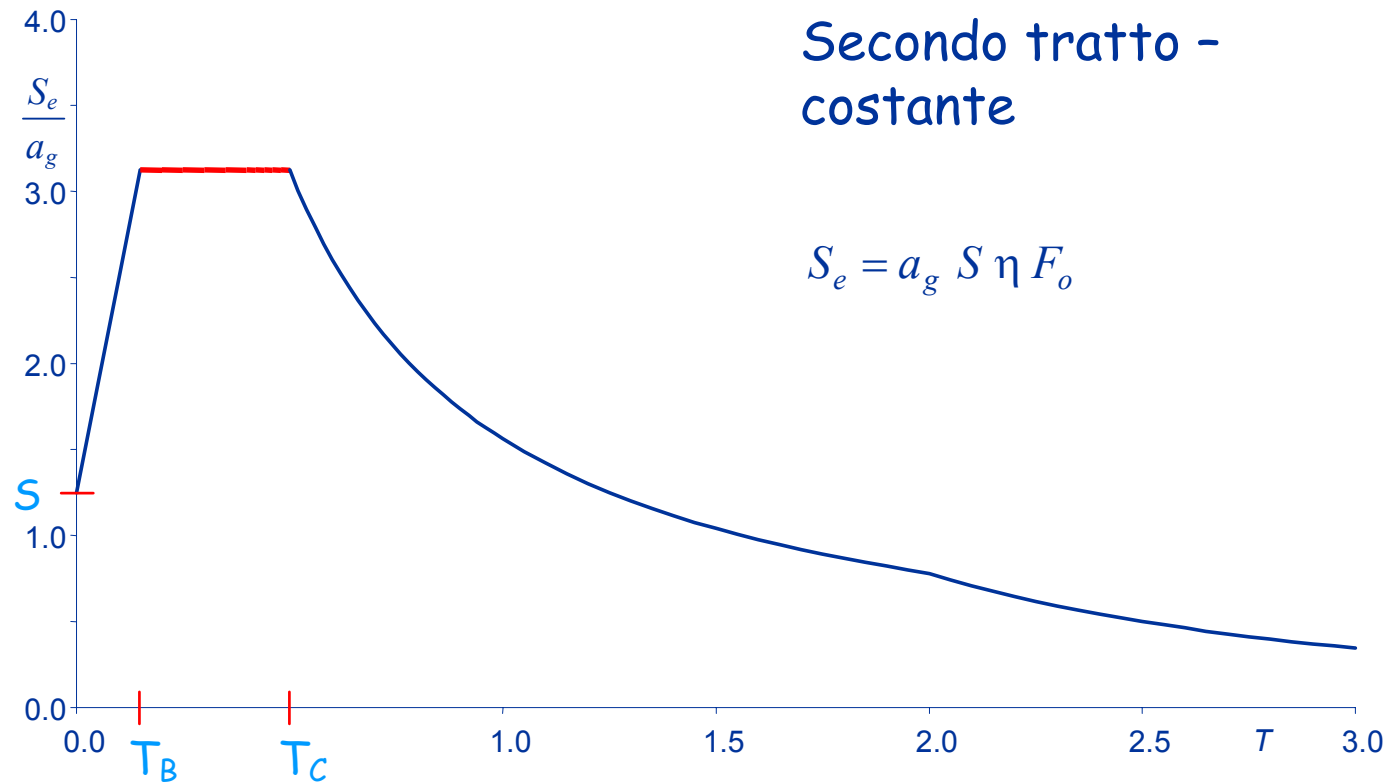
Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



Amplificazione, legata
al tipo di terreno

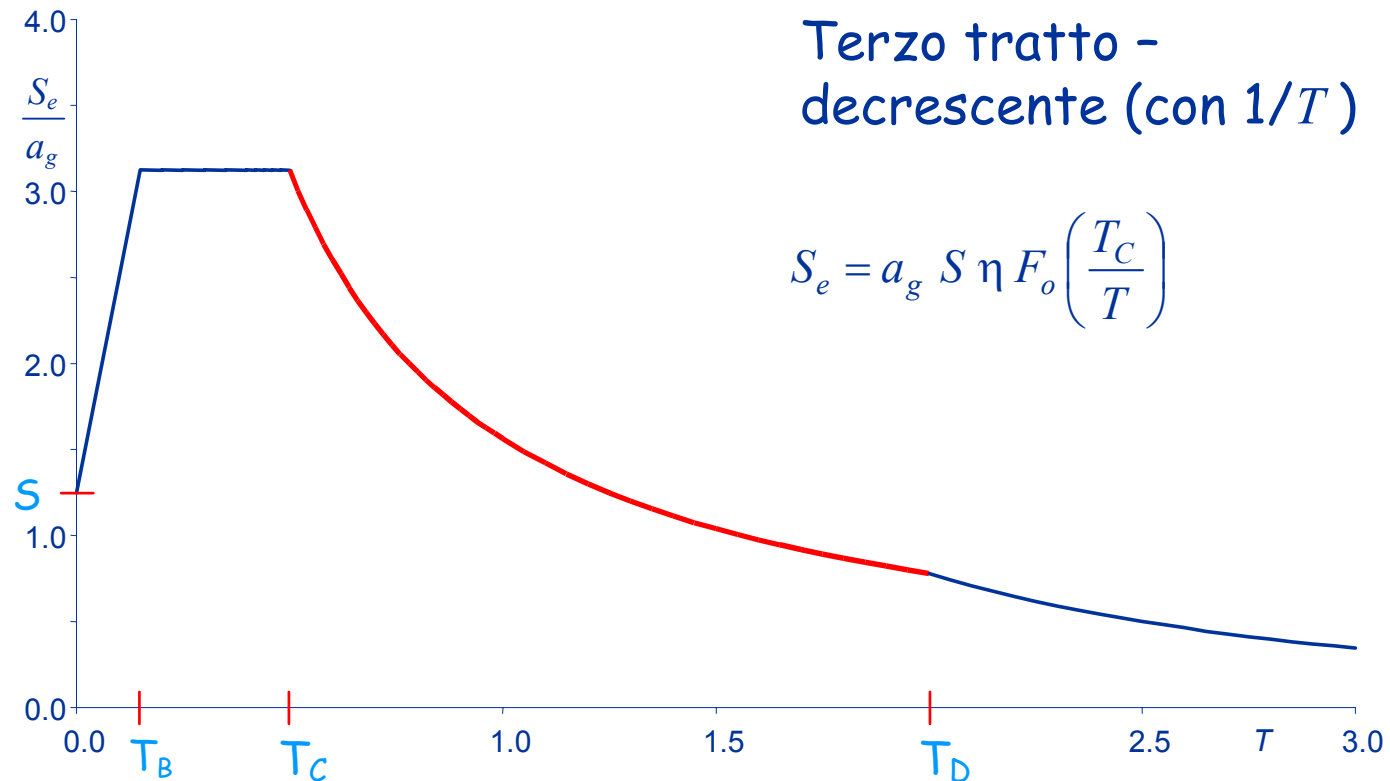
$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



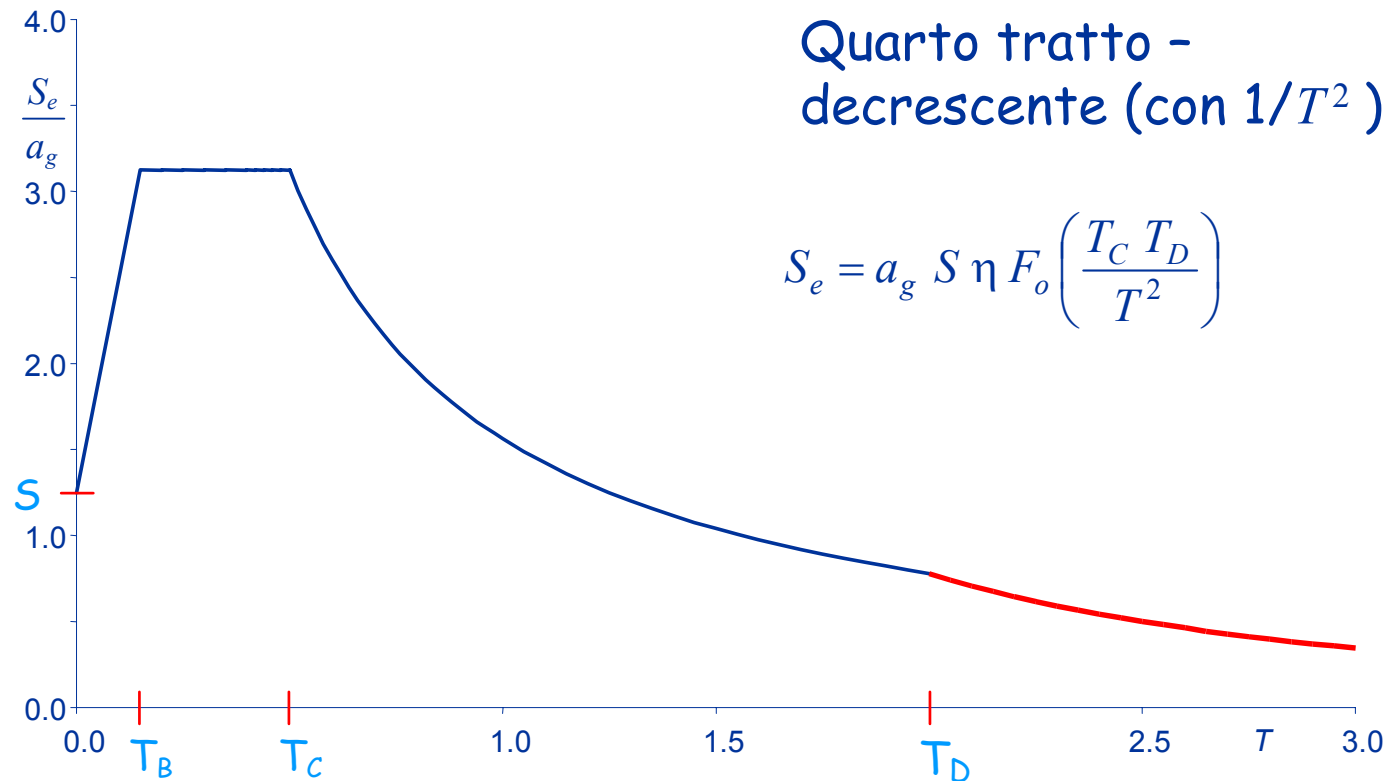
$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali

Per definire uno spettro di risposta elastico occorre indicare i parametri

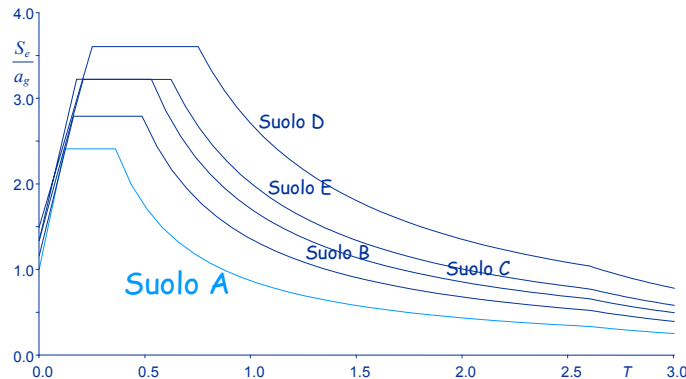
- a_g accelerazione del terreno (su roccia)
- S amplificazione dovuta al tipo di terreno
- T_B T_C T_D periodi che separano i diversi tratti
- ξ smorzamento della struttura

S T_B T_C T_D si ricavano a partire dai tre parametri

$$a_g \quad F_o \quad T_C^*$$

che dipendono dal periodo di ritorno T_r e dalle caratteristiche del terreno

Classificazione dei suoli e spettri di risposta



Suolo A

Formazioni litoidi o suoli
omogenei molto rigidi

$$V_{S30} > 800 \text{ m/s}$$

$$S = 1 \quad T_B = 0.15 \text{ s} \quad T_C = 0.4 \text{ s} \quad T_D = 2.5 \text{ s}$$

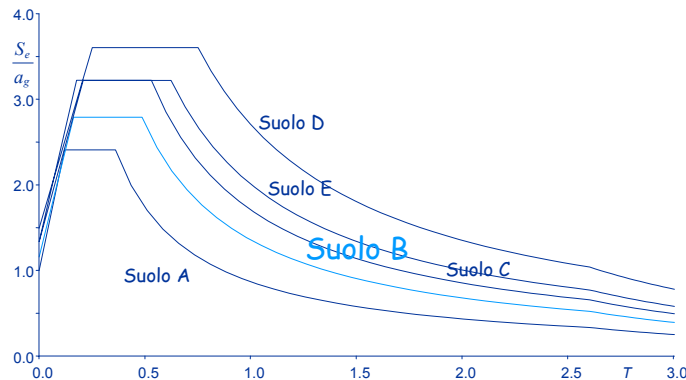
Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

$$V_{S30}$$

Velocità media di propagazione
delle onde di taglio nei 30 m
superiori del suolo

$$V_{S30} = \frac{30}{\sum \frac{h_i}{V_{Si}}}$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno



$$S = 1.20 \quad T_B = 0.15 \text{ s} \quad T_C = 0.5 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

V_{S30}

Velocità media di propagazione
delle onde di taglio nei 30 m
superiori del suolo

Suolo B

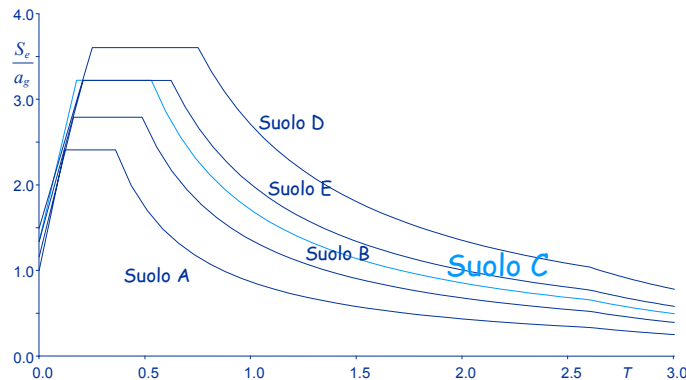
Depositi di sabbie e ghiaie
molto addensate o argille
molto consistenti

$$360 \text{ m/s} < V_{S30} < 800 \text{ m/s}$$

Resistenza penetrometrica
 $N_{SPT} > 50$

Coesione non drenata
 $c_u > 250 \text{ kPa}$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno



$$S = 1.30 \quad T_B = 0.15 \text{ s} \quad T_C = 0.5 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

$$V_{S30}$$

Velocità media di propagazione
delle onde di taglio nei 30 m
superiori del suolo

Suolo C

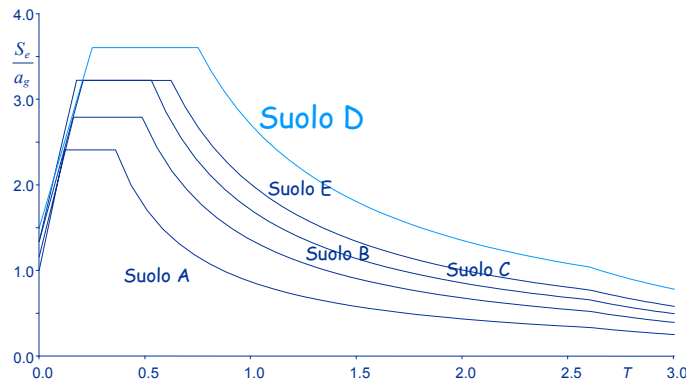
Depositi di sabbie e ghiaie
mediamente addensate o
argille di media consistenza

$$180 \text{ m/s} < V_{S30} < 360 \text{ m/s}$$

Resistenza penetrometrica
 $15 < N_{SPT} < 50$

Coesione non drenata
 $70 < c_u < 250 \text{ kPa}$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno



$$S = 1.45 \quad T_B = 0.25 \text{ s} \quad T_C = 0.8 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

$$V_{S30}$$

Velocità media di propagazione
delle onde di taglio nei 30 m
superiori del suolo

Suolo D

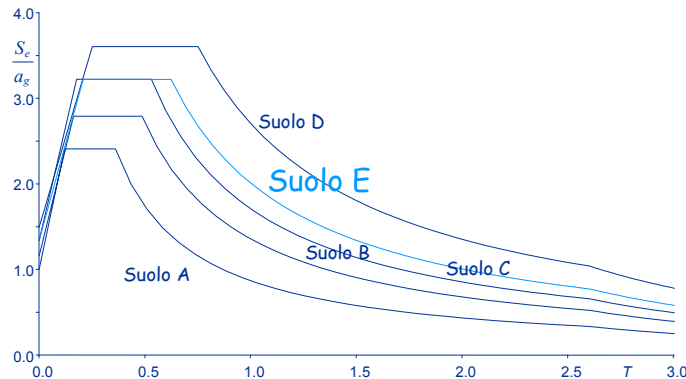
Depositi di terreni granulari da
sciolti a poco addensati oppure
coesivi da poco a
mediamente consistenti

$$V_{S30} < 180 \text{ m/s}$$

Resistenza penetrometrica
 $N_{SPT} < 15$

Coesione non drenata
 $c_u < 70 \text{ kPa}$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno



Suolo E

Strati superficiali alluvionali, di caratteristiche simili ai tipi C e D e spessore tra 5 e 20 m, su un substrato più rigido con $V_{S30} > 800$ m/s

$$S = 1.30 \quad T_B = 0.2 \text{ s} \quad T_C = 0.6 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti con alto periodo di ritorno

V_{S30}

Velocità media di propagazione delle onde di taglio nei 30 m superiori del suolo

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali, alto periodo di ritorno

Suolo S1

Depositi con strato di almeno 10 m di argille di bassa consistenza ed elevato indice di plasticità e contenuto di acqua

$$V_{s30} < 100 \text{ m/s}$$

Coesione non drenata

$$10 < c_u < 20 \text{ kPa}$$

Suolo S2

Depositi di terreni soggetti a liquefazione

Per questi tipi di terreno occorrono studi speciali

Esempio

Dall'alto:

12 m - sabbie marnose

$$N_{SPT} = 26$$

6.1 m - argille grigio-brune

$$N_{SPT} = 47$$

1.9 m - marne sabbiose

$$N_{SPT} = 16$$

6.5 m - argille marnose

$$N_{SPT} = 18$$

3.5 m - ciottoli, argille brune

$$N_{SPT} = 40$$

SONDAGGIO N° 6

ATTREZZATURA ATLAS A50

CAROTIERE Ø 101 mm

CASSETTE CATALOGATRICI

5

Scala 1:150	Profondità*	Stratigrafia	Descrizione	Potenza	Camp. indisturb.	Camp. rinaneg.	Falda	S.P.T.	R.Q.D.	Piezometro
1	0.00		Materiale di riporto costituito da piccoli ciottoli in abbondante matrice sabbioso-limosa.	0.90						
2				1.60		2.20				
3	2.50		Sabbie marnose, grigiastre a tratti debolmente argillose con inclusi elementi lapidei.			C.1 2.50		2.8		
4			Sabbie marnose e/o marne sabbiose bianco crema.					3.25		
5										
6				1.50	6.00					
7					C.1 6.50					
8								7.5		
9								7.95		
10	10.00									
11			Sabbie marnose con a tratti livelli decimetrici di argille brune.	2.00		11.50				
12	12.00					C.2 11.80				
13			Argille grigio-brune debolmente sabbiose con a tratti abbondanti elementi lapidei (paleosuolo).	2.50		13.40				
14						C.3 13.70				
15	14.50									
16			Argille grigio-brune a tratti marnose con intercalati livelli sabbioso-marnosi.	3.60	15.70			16.2		
17					16.20			16.65		
18	18.10									
19			Marne sabbiose e/o sabbie marnose bianco crema.	1.90		19.20		19.5		
20	20.00					C.4 19.50		19.95		
21			Argille marnose bianco giallastre con inclusi sporadici elementi lapidei eterometrici e con intercalati livelli di sabbie argillose debolmente limose.		21.00					
22					C.3 21.50					
23				6.50						
24										
25						24.70		24.7		
26						C.5 25.00		25.15		
27	25.50		Ciottoli eterometrici sub-arrotondati in poca matrice sabbiosa-argillosa.	1.00						
28	27.50									
29	28.90		Argille di colore bruno (paleosuolo) con abbondanti inclusioni di minuti elementi lapidei.	1.40						
30	30.00		Sabbie marnose a tratti argillose bianco-crema.	1.10						

Esempio

Dall'alto:

12 m - sabbie marnose
 $N_{SPT} = 26$

6.1 m - argille grigio-brune
 $N_{SPT} = 47$

1.9 m - marne sabbiose
 $N_{SPT} = 16$

6.5 m - argille marnose
 $N_{SPT} = 18$

3.5 m - ciottoli, argille brune
 $N_{SPT} = 40$

$$N_{SPT} = \frac{30}{\frac{12}{26} + \frac{6.1}{47} + \frac{1.9}{16} + \frac{6.5}{18} + \frac{3.5}{40}}$$

$$N_{SPT} = 25.9$$

Si può considerare
suolo di tipo C, perché
 $15 < N_{SPT} < 50$

Spettri di risposta NTC08

S - amplificazione dovuta al terreno

- Dipende da

S_S - Categoria di sottosuolo

S_T - Categoria topografica

$$S = S_S \times S_T$$

Categoria sottosuolo	S_S
A	1.00
B	$1.00 \leq 1.4 - 0.4 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.20$
C	$1.00 \leq 1.7 - 0.6 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.50$
D	$0.90 \leq 2.4 - 1.5 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.80$
E	$1.00 \leq 2.0 - 1.1 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.60$

Intervengono
anche F_o e a_g

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Spettri di risposta NTC08

S - amplificazione dovuta al terreno

- Dipende da

S_S - Categoria di sottosuolo

S_T - Categoria topografica

$$S = S_S \times S_T$$

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
T1	Superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $i \leq 15^\circ$
T2	Pendii con inclinazione media $i > 15^\circ$
T3	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $15^\circ \leq i \leq 30^\circ$
T4	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $i > 30^\circ$

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera	S_T
T1	---	1.0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1.2
T3	In corrispondenza della cresta del rilievo	1.2
T4	In corrispondenza della cresta del rilievo	1.4

Spettri di risposta NTC08

T_B, T_C, T_D - periodi

- T_C dipende dal suolo e da T_C^*

$$T_C = C_C \times T_C^*$$

Categoria sottosuolo	C_C
A	1.00
B	$1.10 (T_C^*)^{-0.20}$
C	$1.05 (T_C^*)^{-0.33}$
D	$1.25 (T_C^*)^{-0.50}$
E	$1.15 (T_C^*)^{-0.40}$

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Spettri di risposta NTC08

T_B, T_C, T_D - periodi

- T_C dipende dal suolo e da T_C^*

- T_B dipende da T_C

$$T_B = T_C / 3$$

- T_D dipende da a_g

$$T_D = 4.0 \times \frac{a_g}{g} + 1.6$$

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Spettri di risposta NTC 08

Esempio: località Spoleto

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Ad esempio, nel punto di Lat. 42.732 e Long. 12.673 sito nel comune di Spoleto (PG) si ha:

per $T_R = 475$ anni: $a_g = 0.1938$ g $F_o = 2.42$ $T_C^* = 0.32$ s

per $T_R = 50$ anni: $a_g = 0.0803$ g $F_o = 2.46$ $T_C^* = 0.28$ s

Tab. 7. Valori dei coefficienti che definiscono lo spettro di risposta elastico:
accelerazioni orizzontali, terremoto con $T_R=475$ anni (SLV), Spoleto, D.M. 14/1/08

Categoria suolo	accelerazione orizzontale	S	F_o	T_B	T_C	T_D
A	0.194 g	1.00	2.42	0.107 s	0.320 s	2.375 s
B	0.194 g	1.20	2.42	0.147 s	0.442 s	2.375 s
C	0.194 g	1.42	2.42	0.163 s	0.489 s	2.375 s
D	0.194 g	1.70	2.42	0.236 s	0.707 s	2.375 s
E	0.194 g	1.48	2.42	0.193 s	0.580 s	2.375 s

Spettri di risposta NTC 08

Esempio: località Spoleto

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Ad esempio, nel punto di Lat. 42.732 e Long. 12.673 sito nel comune di Spoleto (PG) si ha:

per $T_R = 475$ anni: $a_g = 0.1938 \text{ g}$ $F_o = 2.42$ $T_C^* = 0.32 \text{ s}$

per $T_R = 50$ anni: $a_g = 0.0803 \text{ g}$ $F_o = 2.46$ $T_C^* = 0.28 \text{ s}$

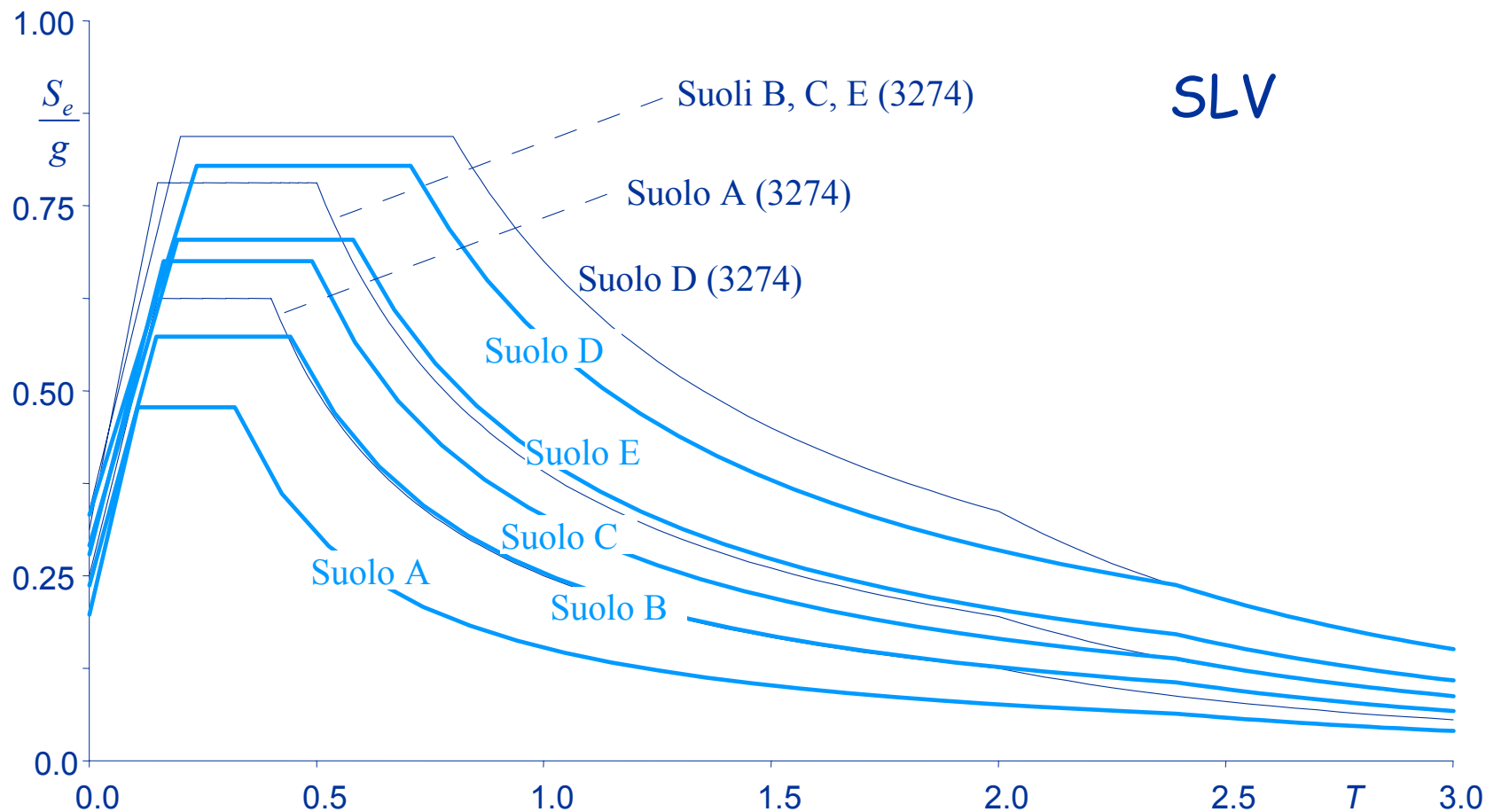
Tab. 8. Valori dei coefficienti che definiscono lo spettro di risposta elastico: accelerazioni orizzontali, terremoto con $T_R=50$ anni (SLD), Spoleto, D.M. 14/1/08

Categoria suolo	accelerazione orizzontale	S	F_o	T_B	T_C	T_D
A	0.080 g	1.00	2.46	0.093 s	0.280 s	1.921 s
B	0.080 g	1.20	2.46	0.132 s	0.397 s	1.921 s
C	0.080 g	1.50	2.46	0.149 s	0.447 s	1.921 s
D	0.080 g	1.80	2.46	0.220 s	0.661 s	1.921 s
E	0.080 g	1.60	2.46	0.179 s	0.536 s	1.921 s

Spettri di risposta NTC 08

Esempio: località Spoleto

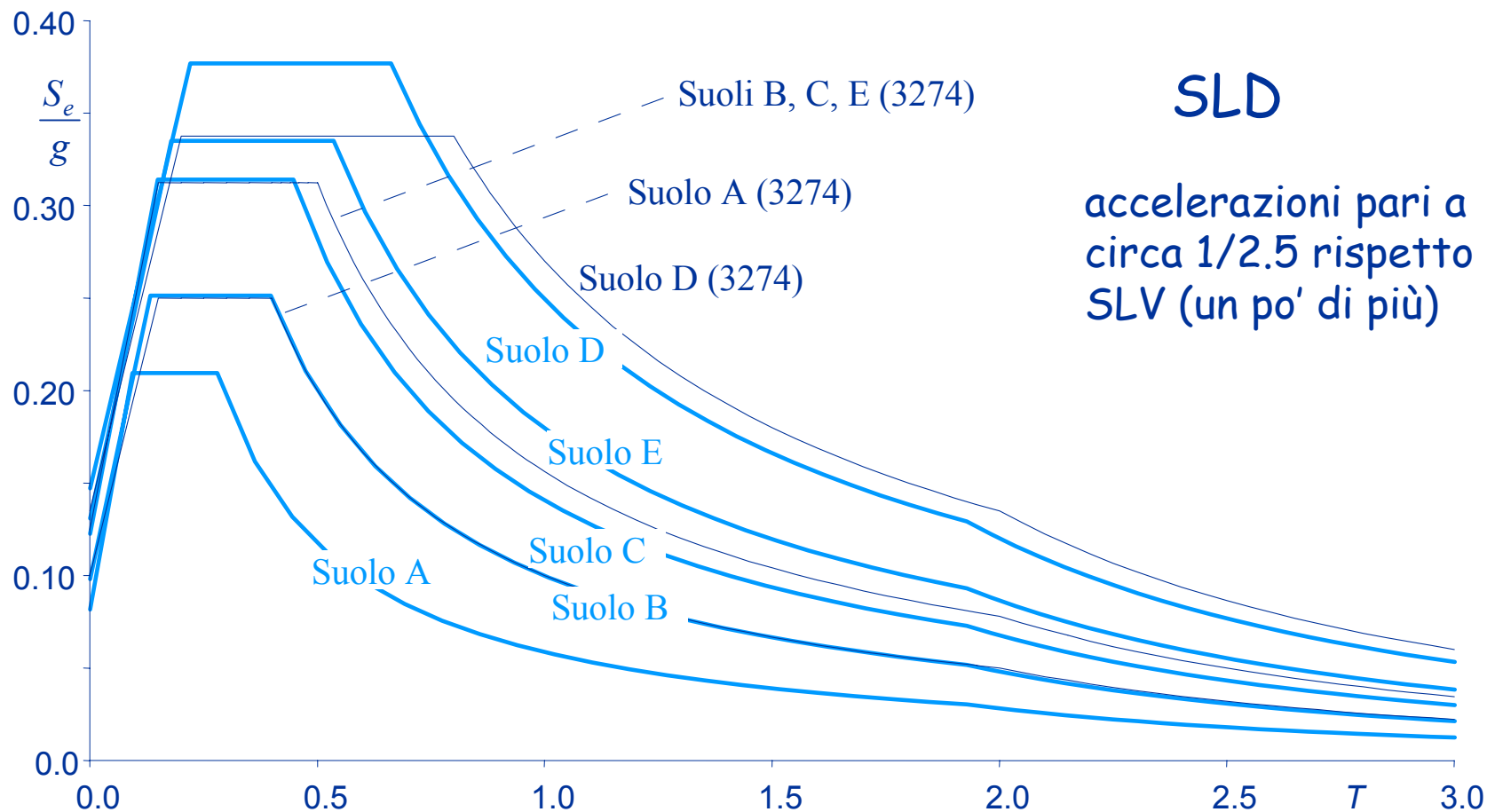
Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni



Spettri di risposta NTC 08

Esempio: località Spoleto

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni



Spettri di risposta NTC08

accelerazioni verticali

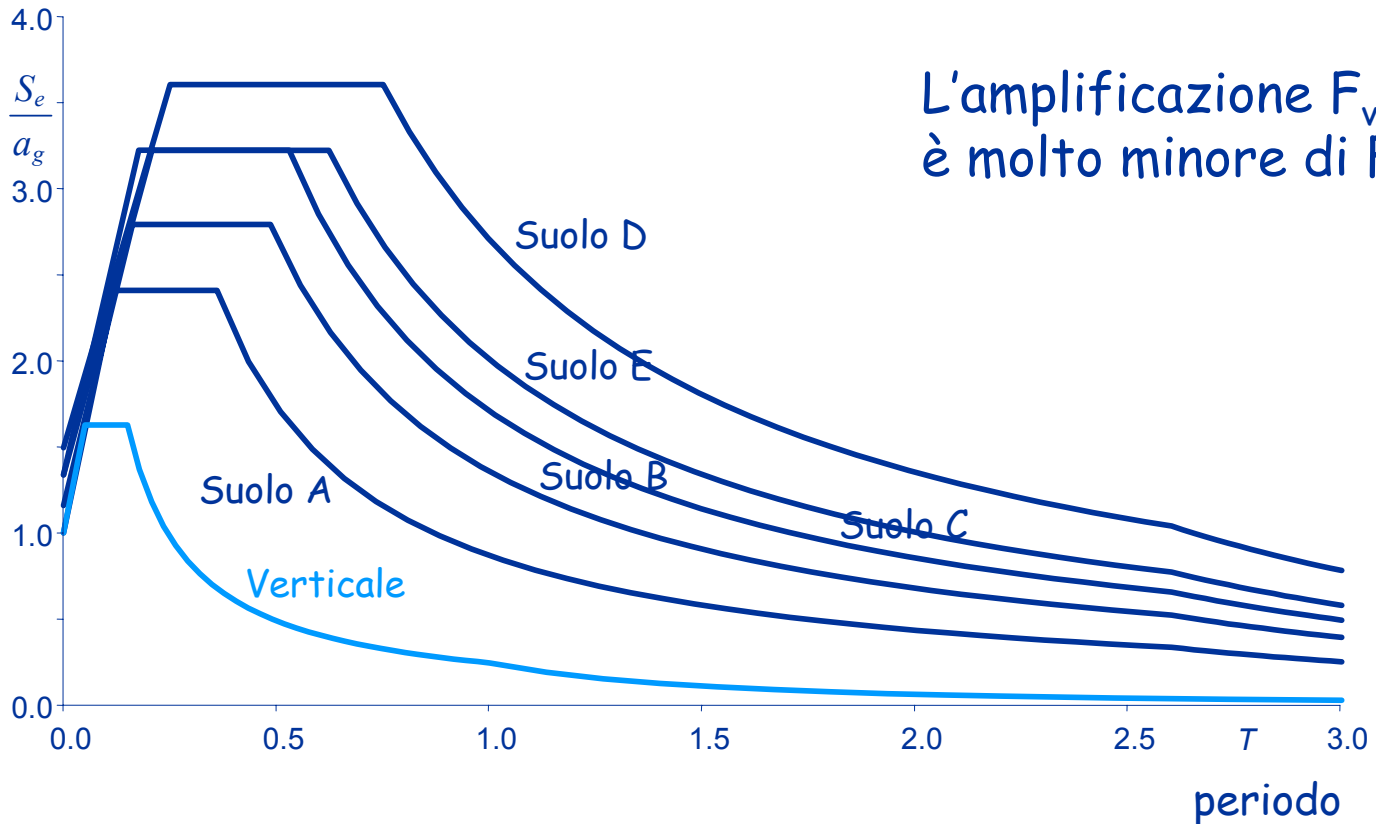
- Lo spettro ha la stessa forma, cambiano i parametri

Categoria di sottosuolo	S_S	T_B	T_C	T_D
A, B, C, D, E	1.0	0.05	0.15	1.00

$$F_v = 1,35 \cdot F_o \cdot \left(\frac{a_g}{g} \right)^{0,5}$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali e verticali, alto periodo di ritorno

accelerazione (normalizzata)



Comportamento dinamico elastico

Schemi a più gradi di libertà

Possibili approcci per valutare la risposta elastica

Analisi dinamica, con valutazione della storia della risposta (istante per istante)

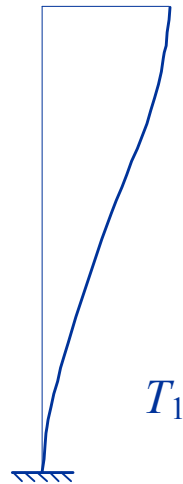
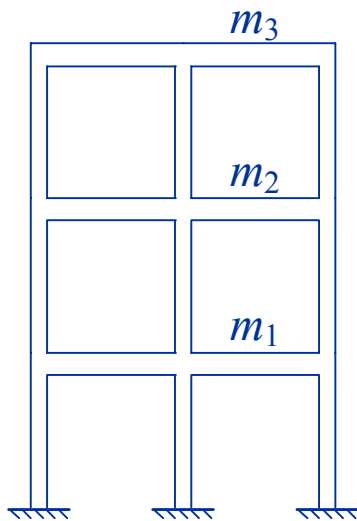
Analisi modale con spettro di risposta, per valutare la massima risposta

Analisi statica, per valutare in maniera approssimata la massima risposta

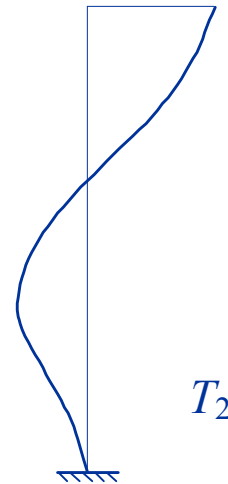
Modi di oscillazione libera

Telaio piano (con traversi inestensibili):

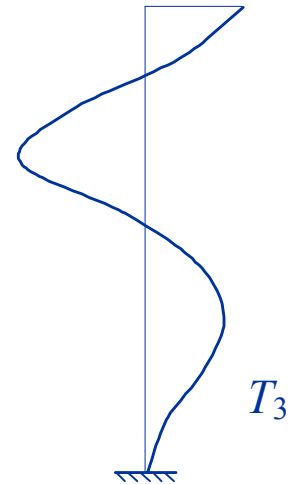
numero di modi di oscillazione libera = numero di piani



Primo modo



Secondo modo



Terzo modo

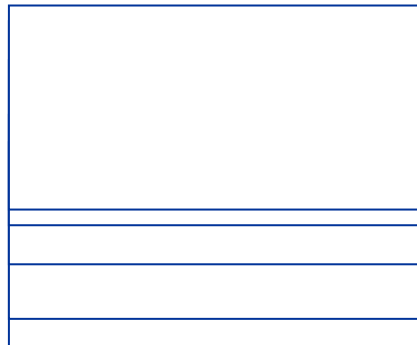
Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale (con impalcati indeformabili nel piano):

numero di modi di oscillazione libera = $3 \times$ numero di piani

Se la pianta ha due assi di simmetria, i modi di oscillazione libera sono disaccoppiati:

- n modi di traslazione in una direzione



Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale (con impalcati indeformabili nel piano):

numero di modi di oscillazione libera = $3 \times$ numero di piani

Se la pianta ha due assi di simmetria, i modi di oscillazione libera sono disaccoppiati:

- n modi di traslazione in una direzione
- n modi di traslazione nell'altra direzione



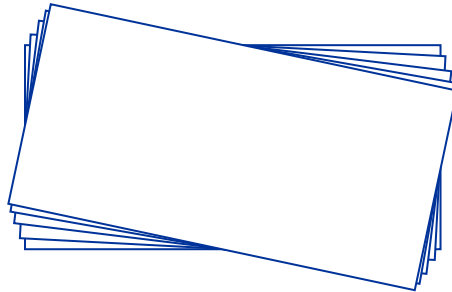
Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale (con impalcati indeformabili nel piano):

numero di modi di oscillazione libera = $3 \times$ numero di piani

Se la pianta ha due assi di simmetria, i modi di oscillazione libera sono disaccoppiati:

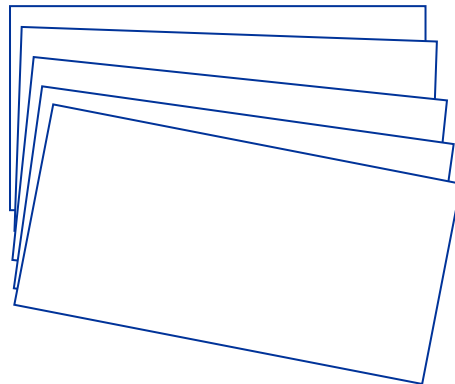
- n modi di traslazione in una direzione
- n modi di traslazione nell'altra direzione
- n modi di rotazione



Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale (con impalcati indeformabili nel piano):
numero di modi di oscillazione libera = $3 \times$ numero di piani

Se la pianta non ha assi di simmetria, i modi di oscillazione libera sono accoppiati



Modi di oscillazione libera

Telaio spaziale

senza impalcati indeformabili nel piano

Il numero di modi di oscillazione libera è molto maggiore

Moto libero

L'equazione del moto, in termini matriciali, è analoga a quella dell'oscillatore semplice

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = 0$$

La soluzione, in caso di moto libero con deformata modale, è una funzione armonica

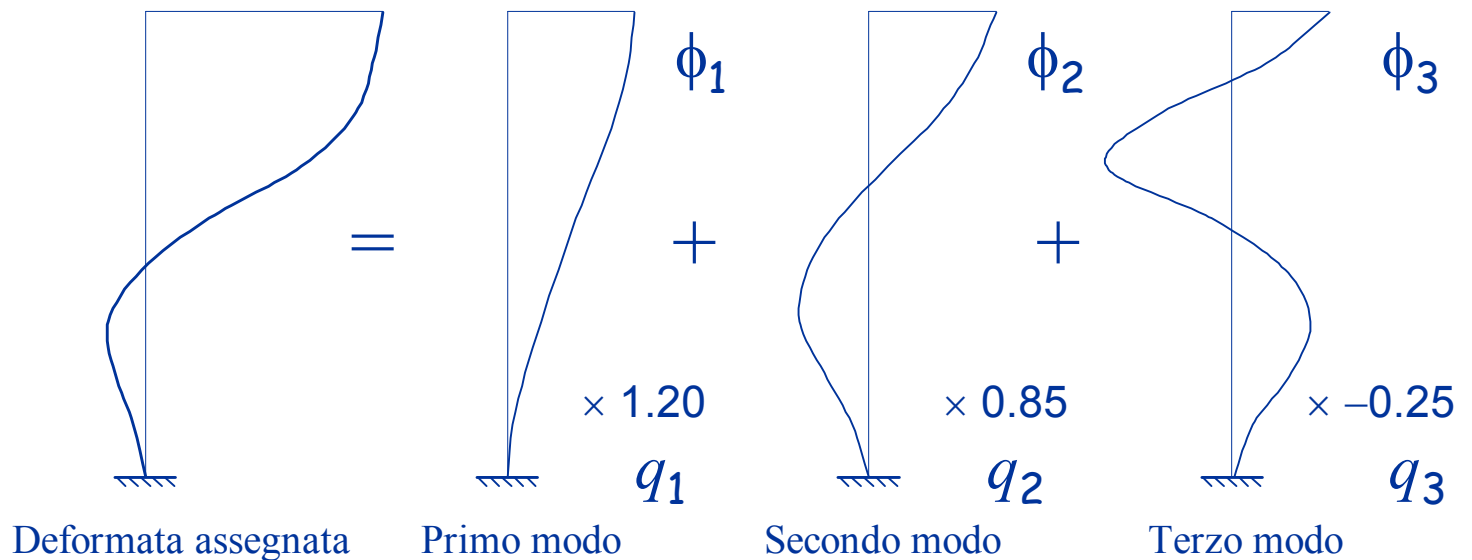
$$u_i(t) = \phi_{i,j} \cos(\omega_j t)$$

a condizione che sia $\det(\mathbf{k} - \omega_j^2 \mathbf{m}) = 0$

Da questa si ricavano le frequenze angolari ω_j e quindi i periodi T_j (autovalori) e le deformate ϕ (autovettori)

Equazione del moto

Una qualsiasi deformata può essere espressa come combinazione delle deformate modali



$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi} \mathbf{q}$$

Equazione del moto libero

Con questa posizione, l'equazione del moto diventa

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = 0 \quad \mathbf{u} = \boldsymbol{\phi} \mathbf{q} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = 0$$

Nelle matrici \mathbf{M} e \mathbf{K} solo i termini della diagonale principale sono diversi da zero

Il sistema di equazioni è quindi costituito da equazioni disaccoppiate, ciascuna contenente una sola incognita

Si può valutare il contributo di ciascun modo separatamente, come se fosse un oscillatore semplice

Equazione del moto libero con smorzamento

Con la stessa posizione, l'equazione del moto in presenza di smorzamento diventa

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = 0 \quad \mathbf{u} = \boldsymbol{\phi} \mathbf{q} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = 0$$

In molti casi anche la matrice \mathbf{C} è diagonale e le equazioni sono disaccoppiate
(sistemi classicamente smorzati)

Equazione del moto (risposta ad un accelerogramma)

L'equazione del moto $\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = -\mathbf{m} \mathbf{I} \ddot{u}_g$

diventa $\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = -\phi^T \mathbf{m} \mathbf{I} \ddot{u}_g$

Anche in questo caso se la struttura è classicamente smorzata il sistema si scompone in tante equazioni separate

$$\ddot{q}_j + 2 \xi_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = (-\Gamma_j) \ddot{u}_g$$

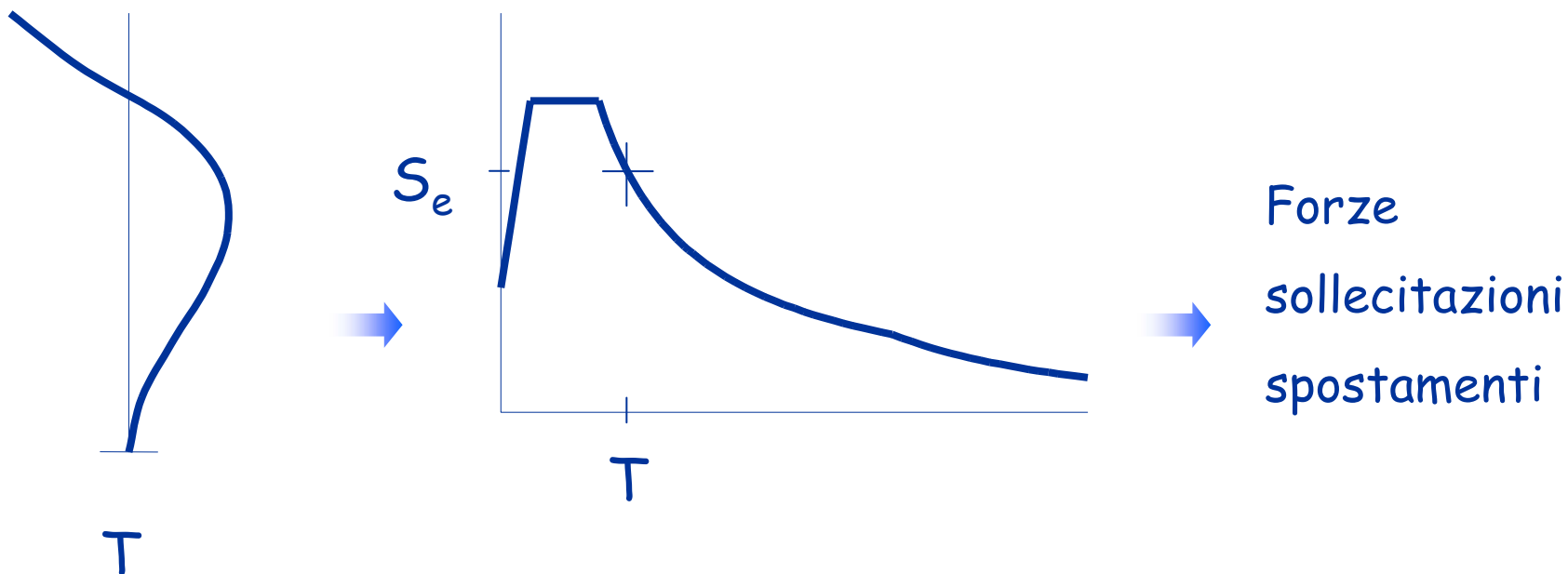
$$\Gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2}$$

Si noti che l'accelerazione del terreno è moltiplicata per Γ_j

Coefficiente di partecipazione modale:
indica se il contributo del modo al moto totale del sistema è più, o meno, rilevante

Analisi modale con spettro di risposta

Consiste nel valutare separatamente la risposta della struttura vincolata a deformarsi secondo ciascuno dei suoi modi di oscillazione . . .



Analisi modale con spettro di risposta

Consiste nel valutare separatamente la risposta della struttura vincolata a deformarsi secondo ciascuno dei suoi modi di oscillazione . . .

. . . e poi combinare le massime sollecitazioni (o spostamenti) trovati per i singoli modi

La combinazione dei risultati può essere fatta come radice quadrata della somma dei quadrati (SRSS) o come combinazione quadratica completa (CQC)

Contributo dei singoli modi

Il taglio alla base corrispondente al modo j è

$$V_{b,j} = M_j^* S_e(T_j)$$

dove

$S_e(T_j)$ è l'ordinata spettrale corrispondente al periodo T_j

M_j^* è detta massa partecipante

$$M_j^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j} \right)^2}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2} \Gamma_j$$

Considerando tutti i modi, la massa partecipante totale coincide con l'intera massa presente nella struttura

Contributo dei singoli modi

Il primo modo è nettamente predominante per entità di massa partecipante. Le forze sono tutte dello stesso verso

Gli altri modi hanno masse partecipanti via via minori. Essi danno forze discordi, che producono un effetto minore rispetto alla base

In generale, è opportuno considerare tanti modi da:

- raggiungere una massa partecipante dell'85%
- non trascurare modi con massa partecipante superiore al 5%

Considerazioni

Negli schemi spaziali è più difficile valutare l'importanza dei modi:

- se il comportamento è disaccoppiato, sono eccitati solo quei modi che danno spostamento nella direzione di azione del sisma
- in caso contrario tutti i modi possono dare contributo
- se non vi è un impalcato indeformabile nel suo piano il numero di modi cresce enormemente ed è più difficile cogliere la risposta totale della struttura

Considerazioni

Negli schemi spaziali è più probabile avere modi con periodi molto vicini tra loro:

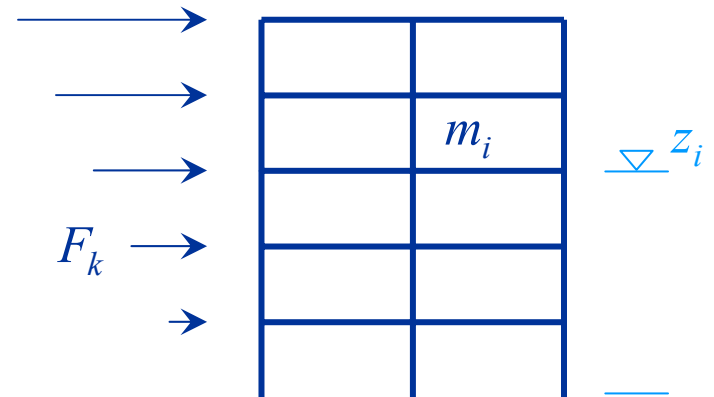
- in questo caso è opportuno usare la sovrapposizione quadratica completa (CQC)

Una buona impostazione progettuale deve mirare ad avere una struttura con impalcato rigido e con comportamento disaccoppiato (cioè minime rotazioni planimetriche)

Analisi statica

Consiste nel considerare un unico insieme di forze, che rappresentano (in modo semplificato) l'effetto del primo modo

$$F_k = m_k z_k \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} S_e(T_1)$$



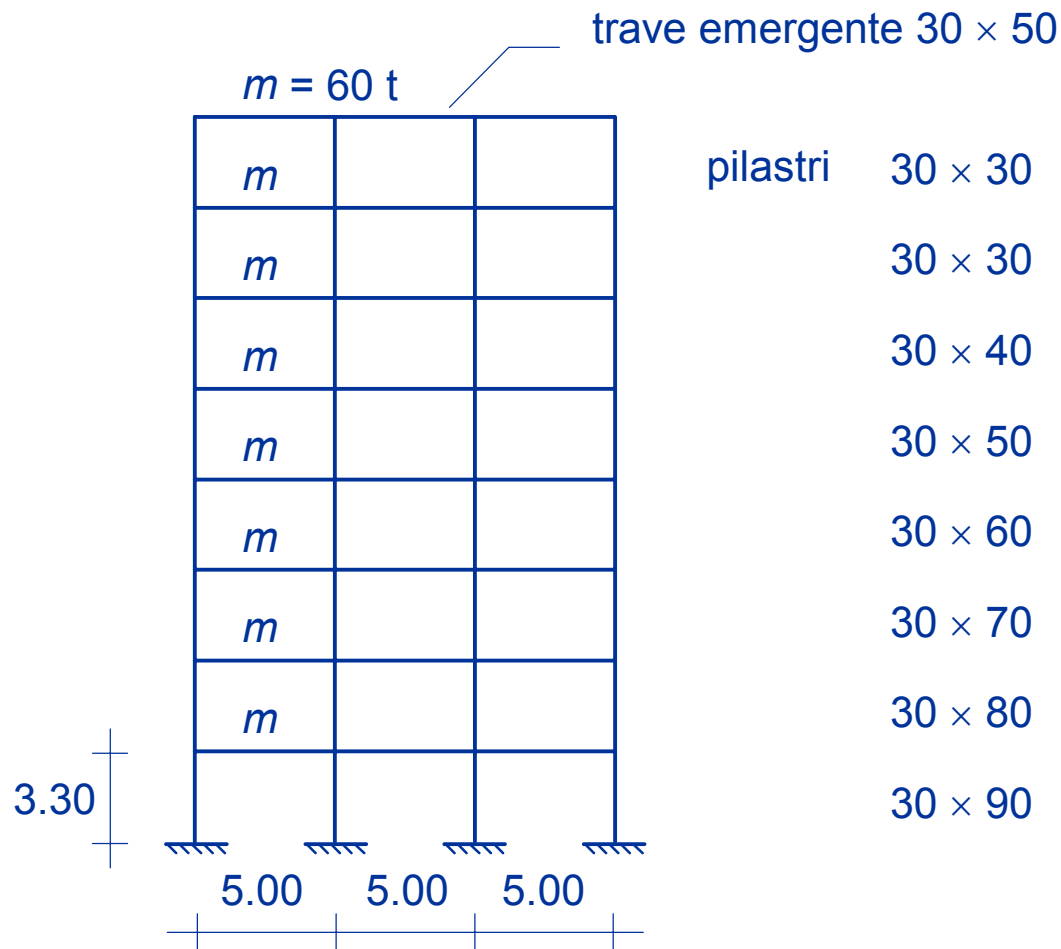
Il periodo proprio può essere valutato con formule semplificate

$$T_1 = C_1 H^{3/4}$$

Le forze possono essere ridotte con $\lambda=0.85$ se l'edificio ha almeno 3 piani e periodo non troppo alto

Confronto analisi statica - modale

Edificio con travi emergenti



pilastri	30×30
	30×30
	30×40
	30×50
	30×60
	30×70
	30×80
	30×90

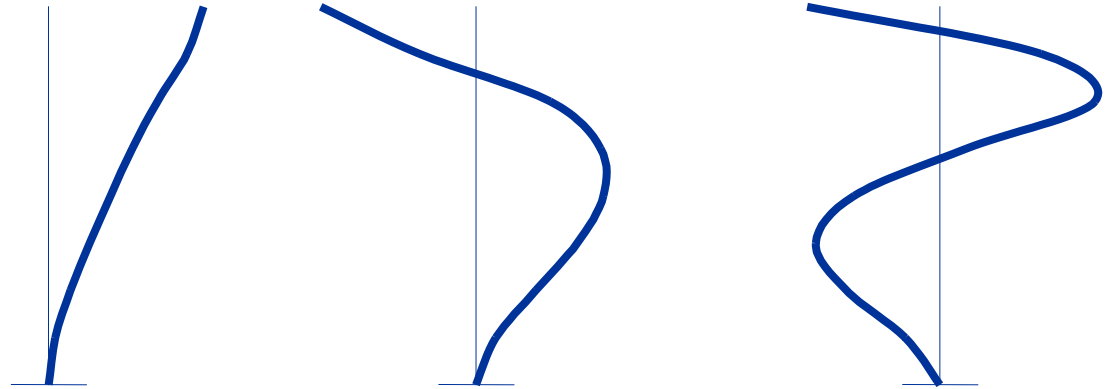
Zona 3
 $a_g = 0.15 g$

Suolo B

Classe di
 duttilità B

Periodi, accelerazioni spettrali, masse partecipanti

Edificio con travi emergenti



	Modo 1	Modo 2	Modo 3
T	1.183 s	0.461 s	0.259 s
S_e	0.0484 g	0.1145 g	0.1145 g
M^*/M	70.1 %	13.7 %	5.1 %

Forze statiche - modali [kN]

Edificio con travi emergenti

	modale			analisi
piano	modo 1	modo 2	modo 3	statica
8	40.0	-39.1	19.5	50.6
7	35.8	-14.4	-14.9	44.3
6	28.1	18.6	-22.8	38.0
5	21.7	31.3	-4.0	31.6
4	16.0	32.1	12.5	25.3
3	10.6	25.4	18.2	19.0
2	5.7	15.1	13.7	12.7
1	1.8	5.0	5.1	6.3

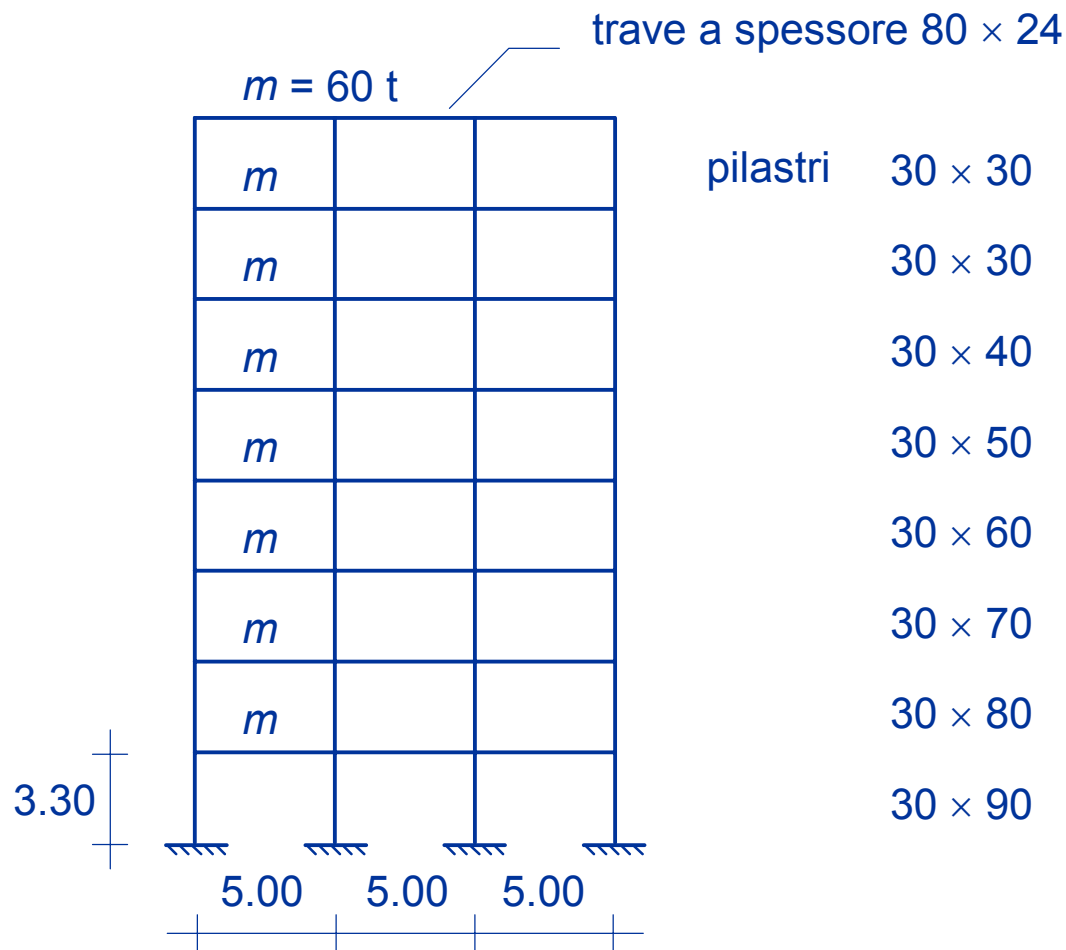
Tagli statici - modali [kN]

Edificio con travi emergenti

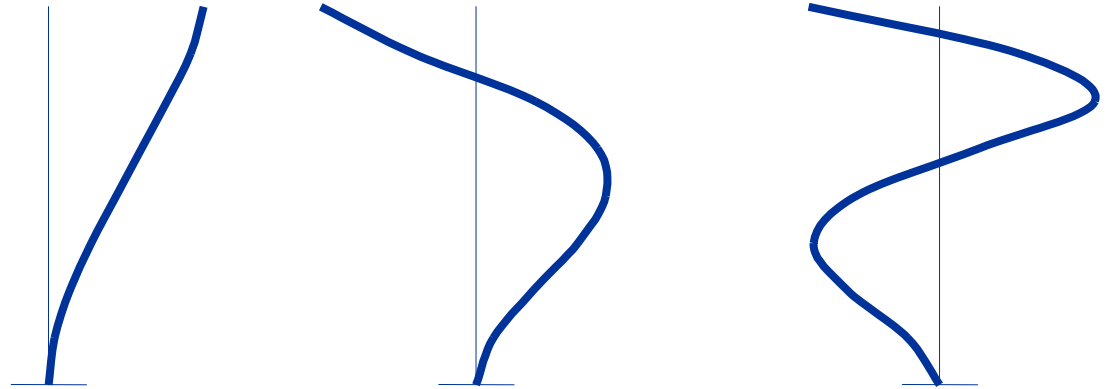
piano	analisi modale	analisi statica	differenza %
8	59.2	50.6	-14.5
7	92.9	94.9	2.2
6	111.1	132.9	19.6
5	127.6	164.5	28.9
4	144.8	189.9	31.1
3	161.7	208.8	29.2
2	173.7	221.5	27.5
1	178.1	227.8	27.9

Confronto analisi statica - modale

Edificio con travi a spessore



Periodi, accelerazioni spettrali, masse partecipanti Edificio con travi emergenti



	Modo 1	Modo 2	Modo 3
T	1.738 s	0.604 s	0.328 s
S_e	0.0329 g	0.0947 g	0.1145 g
M^*/M	70.9 %	11.8 %	5.4 %

Forze statiche - modali [kN]

Edificio con travi a spessore

	modale			analisi
piano	modo 1	modo 2	modo 3	statica
8	26.3	-30.3	20.4	34.5
7	24.1	-12.2	-12.5	30.1
6	20.1	11.6	-24.2	25.8
5	15.9	23.6	-6.2	21.5
4	11.5	25.4	12.9	17.2
3	7.3	19.9	19.6	12.9
2	3.6	11.2	14.4	8.6
1	1.0	3.4	5.0	4.3

Tagli statici - modali [kN]

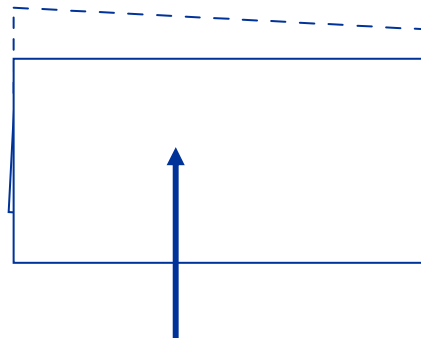
Edificio con travi a spessore

piano	analisi modale	analisi statica	differenza %
8	45.0	34.5	-23.4
7	66.4	64.6	-2.7
6	78.7	90.4	15.0
5	89.6	112.0	25.0
4	100.0	129.2	29.2
3	112.3	142.1	26.5
2	121.9	150.7	23.6
1	125.3	155.0	23.7

Analisi statica o analisi modale?

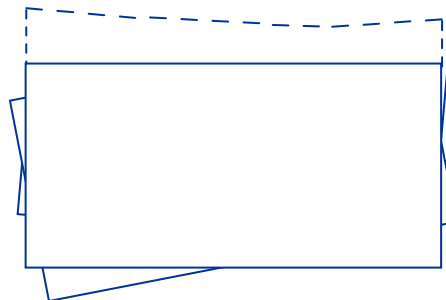
L'analisi statica fornisce risultati attendibili purché:
- la struttura abbia comportamento piano (basse rotazioni planimetriche)

Analisi statica



Per edifici con
forti rotazioni,
non va bene

Analisi modale



modo 1

modo 2

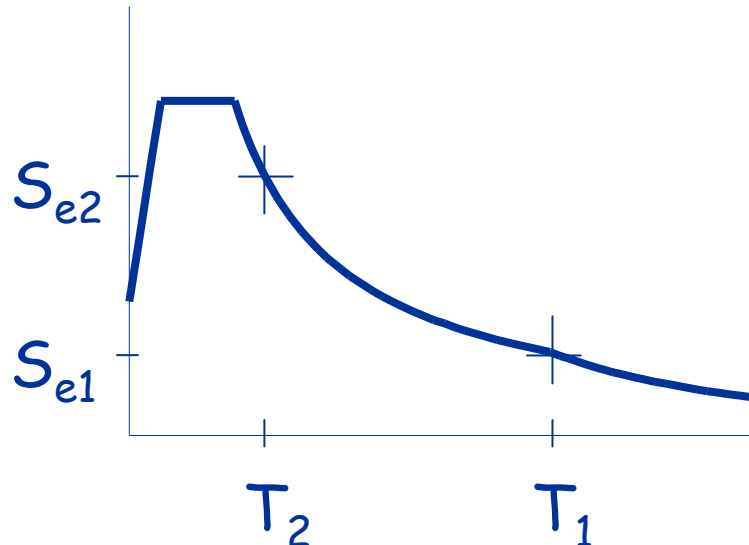
inviluppo

Analisi statica o analisi modale?

L'analisi statica è cautelativa purché:

- la struttura abbia comportamento piano (basse rotazioni planimetriche)
- la struttura abbia periodo non eccessivamente alto

accelerazione
molto bassa,
non cautelativa



Analisi statica o analisi modale?

L'analisi statica è cautelativa purché:

- la struttura abbia comportamento piano (basse rotazioni planimetriche)
- la struttura abbia periodo non eccessivamente alto
- la stima del periodo proprio sia affidabile (o, meglio, corretta con la formula di Rayleigh)

L'uso del coefficiente riduttivo λ rende i risultati dell'analisi statica non particolarmente gravosi rispetto a quelli dell'analisi modale

Analisi statica o analisi modale?

La norma vieta l'uso dell'analisi statica se:

- il periodo proprio supera $2.5 T_c$
- la struttura è irregolare in altezza

Commento:

Il riferimento all'irregolarità in altezza non sembra coerente con gli studi teorici, che evidenziano l'importanza della regolarità in pianta

Analisi statica o analisi modale?

Oggi l'analisi modale è sicuramente il metodo principale di riferimento per l'analisi strutturale, perché è affidabile e ormai alla portata di tutti (grazie ai programmi per computer)

L'analisi statica è però uno strumento fondamentale per capire il comportamento fisico della struttura e per valutarne a priori la risposta (e quindi anche per controllare a posteriori i risultati dell'analisi modale)