

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale sulla base
delle normative più recenti

Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.
1 - sicurezza, azioni e materiali

Villa Redenta, Spoleto
26-28 febbraio 2009
Aurelio Ghersi

**Evoluzione della normativa
e dei criteri di verifica della sicurezza**

Riferimenti normativi

Nuove normative:

D.M. 14/1/08 già applicabile, obbligatorio dal ? (2010)

Eurocodice 2, versione 2004 già applicabile

Norme precedenti - metodo delle tensioni ammissibili:

D.M. 14/2/92 applicabile (non sempre) fino al ? (2010)

Norme precedenti - metodo degli stati limite:

D.M. 9/1/96

(la sezione III della parte prima è il NAD per EC2)

Eurocodice 2, versione 1992

D.M. 14/9/05 applicabili (non sempre) fino al ? (2010)

**Quali sono gli obiettivi
della progettazione strutturale?**

Una struttura deve essere progettata e costruita in modo che essa, durante la sua vita presupposta, con adeguato grado di affidabilità e tenendo conto del costo:

- sia in grado di sopportare tutte le azioni o influenze cui possa essere sottoposta durante la sua realizzazione e il suo esercizio
- rimanga adatta all'uso per il quale è prevista

Eurocodice EN 1990, punto 2.1

Valutazione della sicurezza

La norma parla di "adeguato grado di affidabilità".

Perché ?

Perché sia la resistenza del materiale che le azioni sulla struttura non sono definite con certezza, quindi dovrebbero essere analizzate in maniera probabilistica.

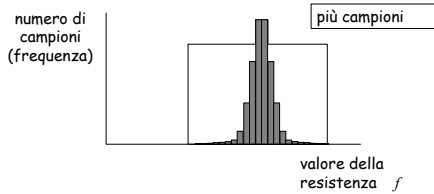
Incertezza sulla resistenza

provino	f_y [MPa]
1	387.9
2	407.8
3	419.4
4	435.1
5	448.7
6	450.8
7	462.4
...	...
49	511.2
...	...
99	570.6
100	578.5

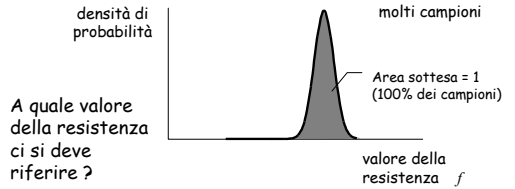
Portando a rottura
100 provini si ottengono
risultati fortemente diversi

A quale fare riferimento?

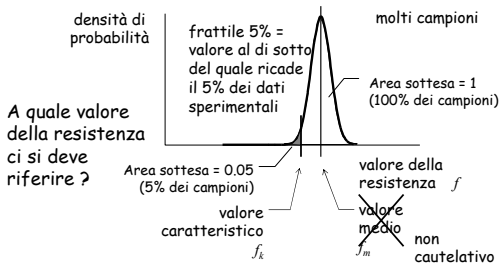
Incertezza sulla resistenza



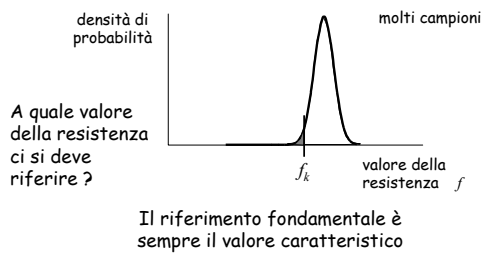
Incertezza sulla resistenza



Incertezza sulla resistenza



Incertezza sulla resistenza



Incertezza sulla resistenza

provino	f_y [MPa]
1	387.9
2	407.8
3	419.4
4	435.1
5	448.7
6	450.8
7	462.4
...	...
49	511.2
...	...
99	570.6
100	578.5

Portando a rottura
100 provini si ottengono
risultati fortemente diversi
A quale fare riferimento?

450 MPa f_{yk}

Valore caratteristico

frattile 5% = valore al di sotto
del quale ricade il 5% dei dati
sperimentali

Incertezza sulle azioni

Valori nominali peso di elementi di dimensioni
e caratteristiche ben definite
Esempio: peso proprio della
soletta di un solaio

Siamo sicuri che verranno realizzati
esattamente come previsto?

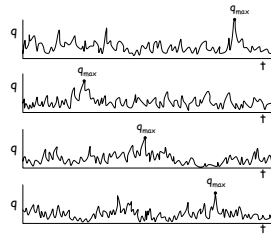
Incertezza sulle azioni

Valori "massimi" Esempio: massimo carico variabile su un solaio (in base alla destinazione d'uso)

Siamo sicuri che non saranno mai superati?

Incertezza sulle azioni

Variazione del carico q nel tempo



Possiamo far riferimento al valore massimo del carico durante tutta la vita

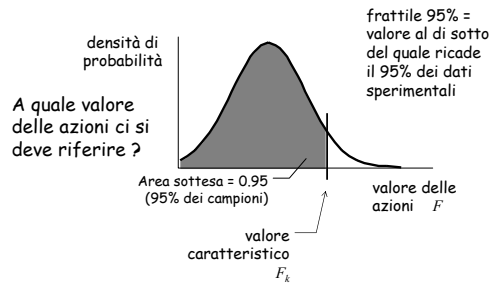
Incertezza sulle azioni

solaio	q [kN/m ²]
1	0.44
2	0.59
...	...
49	1.12
...	...
94	1.92
95	1.97
96	2.08
97	2.29
98	2.45
99	2.71
100	3.06

Esaminando il sovraccarico massimo (durante tutta la vita) in 100 solai per abitazione si trovano valori fortemente diversi

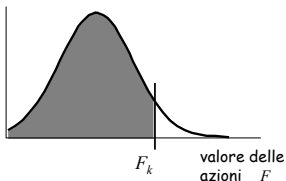
A quale fare riferimento?

Incertezza sulle azioni



Incertezza sulle azioni

A quale valore delle azioni ci si deve riferire?



Il riferimento fondamentale è sempre il valore caratteristico (anche quando non viene indicato esplicitamente)

Incertezza sulle azioni

solaio	q [kN/m ²]
1	0.44
2	0.59
...	...
49	1.12
...	...
94	1.92
95	1.97
96	2.08
97	2.29
98	2.45
99	2.71
100	3.06

Esaminando il sovraccarico massimo (durante tutta la vita) in 100 solai per abitazione si trovano valori fortemente diversi

A quale fare riferimento?

2.0 kN/m² q_k

Valore caratteristico

frattile 95% = valore al di sotto del quale ricade il 95% dei dati sperimentali

E' possibile fare il calcolo utilizzando i valori caratteristici della resistenza e delle azioni ?

Dipende dagli obiettivi:

- La struttura deve rimanere adatta all'uso per il quale è prevista
L'uso dei valori caratteristici può garantire una sufficiente sicurezza

E' possibile fare il calcolo utilizzando i valori caratteristici della resistenza e delle azioni ?

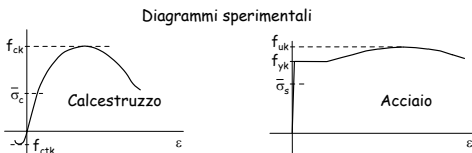
Dipende dagli obiettivi:

- La struttura deve rimanere adatta all'uso per il quale è prevista
- La struttura deve essere in grado di sopportare tutte le azioni o influenze cui possa essere sottoposta durante la sua realizzazione e il suo esercizio
La possibilità di avere resistenza inferiore o azioni superiori porta ad un rischio di crollo non sufficientemente basso

E' necessario applicare coefficienti di sicurezza

In che modo ?

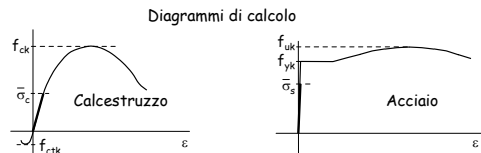
Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza



Si considerano "ammissibili" valori delle tensioni molto ridotti rispetto a quelli di rottura

$$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c = \frac{f_{ck}}{\gamma} \quad \sigma_s \leq \bar{\sigma}_s = \frac{f_{yk}}{\gamma}$$

Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza



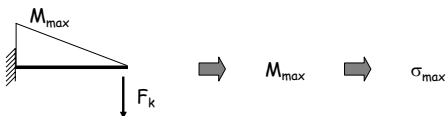
Per valori delle tensioni inferiori a quelli ammissibili il legame tensioni-deformazioni è lineare

E' possibile quindi applicare tutte le formule della teoria di elasticità lineare, il principio di sovrapposizione degli effetti, ecc. ecc.

Prima possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza alla resistenza

Metodo delle tensioni ammissibili

La verifica consiste nel calcolare la tensione massima (prodotta dalle azioni, prese col valore caratteristico)

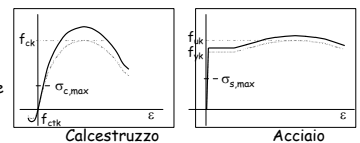


e controllare che sia inferiore a quella ammissibile

$$\sigma_{max} \leq \bar{\sigma}$$

Metodo delle tensioni ammissibili
Considerazioni

Nel 95% dei casi la resistenza è maggiore del valore caratteristico ...



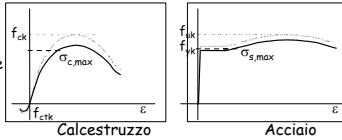
... e nel 95% dei casi il carico è più piccolo del valore caratteristico

In questi casi il margine rispetto al collasso è maggiore di quanto previsto

Metodo delle tensioni ammissibili

Considerazioni

Ma c'è un 5% di casi in cui la resistenza è minore del valore caratteristico ...



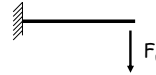
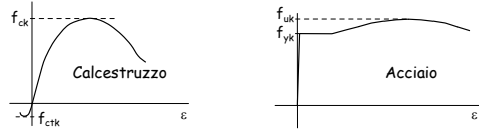
... o il carico è più grande del valore caratteristico

In questi casi lo stato tensionale e deformativo è molto maggiore e il margine rispetto al collasso è minore di quanto previsto

Qual è il reale rischio di crollo?

Seconda possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza ai carichi

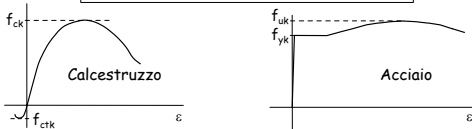
Diagrammi sperimentali



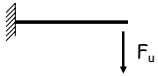
Usando i legami costitutivi sperimentali, si valuta il carico che porta a collasso la struttura

Seconda possibilità: applicare un coefficiente di sicurezza ai carichi

Calcolo a rottura



Si considera accettabile un carico ridotto rispetto a quello di collasso

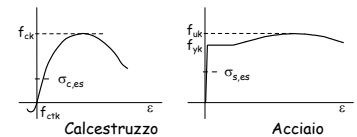


$$F_k \leq \frac{F_u}{\gamma} \quad \text{ovvero} \quad \gamma F_k \leq F_u$$

Calcolo a rottura

Considerazioni

Il carico di esercizio è molto minore del carico di collasso



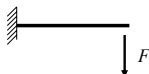
Qual è lo stato tensionale e deformativo sotto i carichi di esercizio?

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Si parte da considerazioni probabilistiche

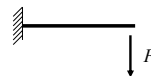
Come si può valutare la probabilità di avere un crollo ?

Esempio

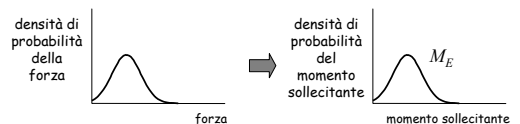


Per esprimere un giudizio dobbiamo confrontare il momento M_E che sollecita la sezione col momento M_R che essa può sopportare

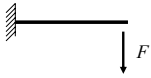
Probabilità di crollo



Il momento massimo M_E che sollecita la sezione dipende dal valore della forza

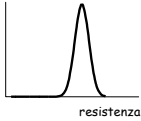


Probabilità di crollo

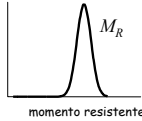


Il momento massimo M_R che la sezione può sopportare dipende dalla resistenza del materiale

densità di probabilità della resistenza

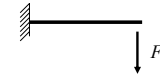


densità di probabilità del momento resistente

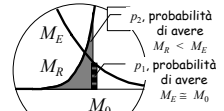
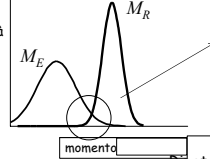


Probabilità di crollo

Confronto tra M_E e M_R



densità di probabilità del momento

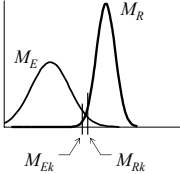


$p_1 \times p_2 =$ probabilità di avere $M_R < M_0$ (crollo)

Ripetendo per tutti i valori di M_0 si trova la probabilità totale di crollo

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

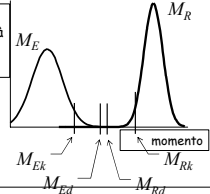
densità di probabilità del momento



Effettuare i calcoli usando i valori caratteristici, cioè controllare che $M_{Ek} \leq M_{Rk}$ non garantisce una probabilità di crollo sufficientemente bassa

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

densità di probabilità del momento

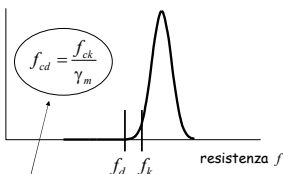


Per avere una bassa probabilità di crollo le due distribuzioni di probabilità devono essere ben distinte

Ciò può essere ottenuto facendo riferimento a valori di carichi e resistenza corrispondenti a differenti probabilità di occorrenza

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Resistenza



Al posto del valore caratteristico f_k (frattile 5%)

si usa come valore di calcolo f_d un frattile più basso (0.5%)

Convenzionalmente, si passa dal valore caratteristico al valore di calcolo applicando un opportuno coefficiente di sicurezza

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

provino	f_y [MPa]
1	387.9
2	407.8
3	419.4
4	435.1
5	448.7
6	450.8
7	462.4
...	...
49	511.2
...	...
99	570.6
100	578.5

f_{yd}

Si usa come valore di calcolo un frattile più basso (0.5%)

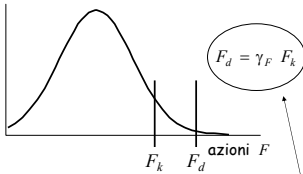
450 MPa f_{yk}
frattile 5%

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Si passa dal valore caratteristico al valore di calcolo applicando un opportuno coefficiente di sicurezza

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Azioni



Al posto del valore caratteristico F_k (frattile 95%)

si usa come valore di calcolo F_d un frattile più alto (99.5%)

Convenzionalmente, si passa dal valore caratteristico al valore di calcolo applicando un opportuno coefficiente di sicurezza

$$F_d = \gamma_F F_k$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

solaio	q [kN/m ²]
1	0.44
2	0.59
...	...
49	1.12
...	...
94	1.92
95	1.97
96	2.08
97	2.29
98	2.45
99	2.71
100	3.06

Si passa dal valore caratteristico al valore di calcolo applicando un opportuno coefficiente di sicurezza

$$q_d = \gamma_q q_k$$

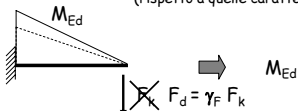
2.0 kN/m² q_k
frattile 95%

Si usa come valore di calcolo un frattile più alto (99.5%)
 q_d

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Verifica allo stato limite ultimo

La verifica consiste nel calcolare le caratteristiche di sollecitazione, prodotta da azioni maggiorate (rispetto a quelle caratteristiche)



e controllare che siano inferiori a quelle resistenti, determinate con una resistenza ridotta (rispetto a quella ultima)

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} (f_d = f_k / \gamma_F)$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Rispetto alle tensioni ammissibili:

I carichi verticali sono incrementati dal 30% al 50%

Le resistenze sono incrementate dal 30% al 50%

Non si può dire a priori cosa sia più gravoso

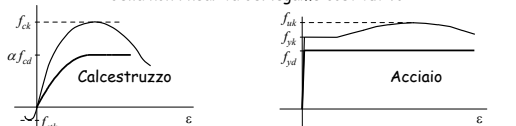
e controllare che siano inferiori a quelle resistenti, determinate con una resistenza ridotta (rispetto a quella ultima)

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} (f_d = f_k / \gamma_F)$$

Terza possibilità: applicare coefficienti di sicurezza sia alla resistenza che ai carichi

Verifica allo stato limite ultimo

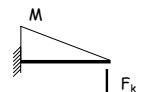
Le caratteristiche di sollecitazione che la sezione può sopportare devono essere valutate tenendo conto della non linearità del legame costitutivo



Le caratteristiche di sollecitazione prodotte dai carichi possono essere valutate con analisi non lineare, ma più comunemente si usa un'analisi lineare

Riepilogo e confronto: tensioni ammissibili

- 1 - Analisi dei carichi
si utilizzano i valori caratteristici
- 2 - Risoluzione (analisi strutturale)
si utilizza sempre un'analisi lineare;
si ottengono le caratteristiche di sollecitazione (es. M)
- 3 - Verifica della sezione
si determinano le tensioni massime e le si confronta con quelle ammissibili
in alternativa, si determina la massima caratteristica di sollecitazione sopportabile (es M_{max}) - che corrisponde al raggiungimento della tensione ammissibile - e la si confronta con quella sollecitante

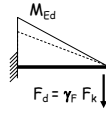


$$\sigma_{max} \leq \bar{\sigma}$$

Riepilogo e confronto: stato limite ultimo

- 1 - Analisi dei carichi
si utilizzano i valori di calcolo
 $1.3 \div 1.5 \times$ quelli caratteristici
- 2 - Risoluzione (analisi strutturale)
si utilizza normalmente un'analisi lineare; a volte, analisi non lineare
si ottengono le caratteristiche di sollecitazione (es. M_{Ed})
- 3 - Verifica della sezione
si determina la massima caratteristica di sollecitazione
sopportabile (es. M_{Rd}) - che corrisponde al raggiungimento
della deformazione limite - e la si confronta con quella
sollecitante

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} (f_d = f_k / \gamma_F)$$



Riepilogo e confronto: tensioni ammissibili - stato limite ultimo

	T.A.	S.L.U.
Carichi	valori caratteristici	valori di calcolo ($1.3 \div 1.5$ maggiori)
Risoluzione	solo analisi lineare	di solito analisi lineare (car.soll. $1.3 \div 1.5$ maggiori)
Verifica	controllo delle tensioni valutazione di car.soll. massime	--- valutazione di car.soll. resistenti (maggiori - di quanto?)

... Tornando agli obiettivi

Metodo degli stati limite

- Sopportare tutte le azioni ...
cioè evitare il collasso ...
Verifica allo stato limite ultimo (SLU)
- Rimanere adatta all'uso ...
ovvero limitare:
 - deformazioni
 - fessurazione (per c.a.) ecc.
 Verifica allo stato limite di esercizio (SLE)

Stato Limite Ultimo

2.2.1 STATI LIMITE ULTIMI (SLU)

I principali Stati Limite Ultimi, di cui al § 2.1, sono elencati nel seguito:

- a) perdita di equilibrio della struttura o di una sua parte; EQU
 - b) spostamenti o deformazioni eccessive;
 - c) raggiungimento della massima capacità di resistenza di parti di strutture, collegamenti, fondazioni; STR
 - d) raggiungimento della massima capacità di resistenza della struttura nel suo insieme; STR
 - e) raggiungimento di meccanismi di collasso nei terreni; GEO
 - f) rottura di membrature e collegamenti per fatica;
 - g) rottura di membrature e collegamenti per altri effetti dipendenti dal tempo;
 - h) instabilità di parti della struttura o del suo insieme;
- Altri stati limite ultimi sono considerati in relazione alle specificità delle singole opere; in presenza di azioni sismiche, gli Stati Limite Ultimi sono quelli precisati nel § 3.2.1.

Stato Limite di Esercizio

2.2.2 STATI LIMITE DI ESERCIZIO (SLE)

I principali Stati Limite di Esercizio, di cui al § 2.1, sono elencati nel seguito:

- a) danneggiamenti locali (ad es. eccessiva fessurazione del calcestruzzo) che possano ridurre la durabilità della struttura, la sua efficienza o il suo aspetto;
 - b) spostamenti e deformazioni che possano limitare l'uso della costruzione, la sua efficienza e il suo aspetto;
 - c) spostamenti e deformazioni che possano compromettere l'efficienza e l'aspetto di elementi non strutturali, impianti, macchinari;
 - d) vibrazioni che possano compromettere l'uso della costruzione;
 - e) danni per fatica che possano compromettere la durabilità;
 - f) corrosione e/o eccessivo degrado dei materiali in funzione dell'ambiente di esposizione;
- Altri stati limite sono considerati in relazione alle specificità delle singole opere; in presenza di azioni sismiche, gli Stati Limite di Esercizio sono quelli precisati nel § 3.2.1.

La "formula" della progettazione $R_3 D_2$: tre R e due D

- R Resistenza: capacità di sopportare i carichi previsti
- D Duttilità: capacità di andare in campo plastico senza collasso immediato
- R Rigidezza: bassa deformazione sotto i carichi
- D Durabilità: capacità di mantenere le caratteristiche nel tempo
- R

Durabilità

- La struttura deve essere progettata così che il degrado nel corso della sua vita nominale, purché si adotti la normale manutenzione ordinaria, non pregiudichi le sue prestazioni in termini di resistenza, stabilità e funzionalità, portandole al di sotto del livello richiesto dalle presenti norme
- Le misure di protezione contro l'eccessivo degrado devono essere stabilite con riferimento alle previste condizioni ambientali
- La protezione contro l'eccessivo degrado deve essere ottenuta attraverso un'opportuna scelta dei dettagli, dei materiali e delle dimensioni strutturali, con l'eventuale applicazione di sostanze o ricoprimenti protettivi, nonché con l'adozione di altre misure di protezione attiva o passiva

NTC08, punto 2.5.4

La "formula" della progettazione R_3D_2 : tre R e due D

- R Resistenza: capacità di sopportare i carichi previsti
- D Duttilità: capacità di andare in campo plastico senza collasso immediato
- R Rigidezza: bassa deformazione sotto i carichi
- D Durabilità: capacità di mantenere le caratteristiche nel tempo
- R Robustezza: bassa sensibilità a modeste variazioni di carico o schema

La "formula" della progettazione una quarta R?

- R Resistenza: capacità di sopportare i carichi previsti
- D Duttilità: capacità di andare in campo plastico senza collasso immediato
- R Rigidezza: bassa deformazione sotto i carichi
- D Durabilità: capacità di mantenere le caratteristiche nel tempo
- R Robustezza: bassa sensibilità a modeste variazioni di carico o schema
- R Risparmio: limitazione dei costi, nel rispetto degli obiettivi

Le azioni sulle costruzioni

Classificazione delle azioni

- In base al modo di esplicarsi
- Secondo la risposta strutturale
- Secondo la variazione della loro intensità nel tempo

NTC08, punto 2.5.1

Classificazione delle azioni

- In base al modo di esplicarsi
 - Dirette:
forze concentrate, carichi distribuiti, fissi o mobili
 - Indirette:
spostamenti impressi, variazioni di temperatura e di umidità, ritiro, precompressione, cedimenti di vincolo
 - Degrado:
endogeno - alterazione naturale
esogeno - alterazione dovuta ad agenti esterni
- Secondo la risposta strutturale
- Secondo la variazione della loro intensità nel tempo

NTC08, punto 2.5.1.1

Classificazione delle azioni

- In base al modo di esplicarsi
- Secondo la risposta strutturale
 - Statiche: azioni che non provocano accelerazioni significative della struttura o di alcune sue parti
 - Pseudo-statiche: azioni dinamiche rappresentabili mediante un'azione statica equivalente
 - Dinamiche: azioni che causano significative accelerazioni della struttura o dei suoi componenti
- Secondo la variazione della loro intensità nel tempo

NTC08, punto 2.5.1.2

Classificazione delle azioni

- In base al modo di esplicarsi
- Secondo la risposta strutturale
- Secondo la variazione della loro intensità nel tempo
 - Permanenti: G
variazione nel tempo è così piccola e lenta da poterle considerare con sufficiente approssimazione costanti
 - Variabili: Q
azioni con valori istantanei che possono risultare sensibilmente diversi fra loro nel tempo
 - Eccezionali: A
azioni che si verificano solo eccezionalmente nel corso della vita nominale della struttura
 - Sismiche: E
azioni derivanti dai terremoti

NTC08, punto 2.5.1.3

Classificazione delle azioni

- In base al modo di esplicarsi
- Secondo la risposta strutturale
- Secondo la variazione della loro intensità nel tempo
 - Permanenti: G
 $G1$ - Peso proprio degli elementi strutturali
 $G2$ - Peso proprio degli elementi non strutturali
importante distinzione tra "computatamente definiti" e non
 P - Precompressione
e inoltre spostamenti impressi, ritiro, viscosità, ecc.
 - Variabili: Q
 - Eccezionali: A
 - Sismiche: E

NTC08, punto 2.5.1.3

Classificazione delle azioni

- In base al modo di esplicarsi
- Secondo la risposta strutturale
- Secondo la variazione della loro intensità nel tempo
 - Permanenti: G
 - Variabili: Q
di lunga durata - agiscono con un'intensità significativa, anche non continuativamente, per un tempo non trascurabile rispetto alla vita nominale della struttura
di breve durata - agiscono per un periodo di tempo breve rispetto alla vita nominale della struttura
 - Eccezionali: A
 - Sismiche: E

NTC08, punto 2.5.1.3

Classificazione delle azioni

- In base al modo di esplicarsi
- Secondo la risposta strutturale
- Secondo la variazione della loro intensità nel tempo
 - Permanenti: G
 - Variabili: Q
 - Eccezionali: A
incendi
esplosioni
urti di veicoli
di solito queste azioni non vengono prese espressamente in conto nella progettazione
 - Sismiche: E

NTC08, punto 2.5.1.3

Azioni valore di calcolo

Tabella 2.6.1 - Coefficienti parziali per le azioni o per l'effetto delle azioni nelle verifiche SLU

		Coefficiente γ_f	EQU	A1 STR	A2 GEO
Carichi permanenti	favorevoli	γ_{G1}	0,9	1,0	1,0
	sfavorevoli		1,1	1,3	1,0
Carichi permanenti non strutturali ⁽¹⁾	favorevoli	γ_{G2}	0,0	0,0	0,0
	sfavorevoli		1,5	1,5	1,3
Carichi variabili	favorevoli	γ_Q	0,0	0,0	0,0
	sfavorevoli		1,5	1,5	1,3

⁽¹⁾Nel caso in cui i carichi permanenti non strutturali (ad es. carichi permanenti portati) siano computatamente definiti si potranno adottare per essi gli stessi coefficienti validi per le azioni permanenti.

NTC08, punto 2.6.1

Azioni valore di calcolo

Per stato limite STR (resistenza della struttura, compresi gli elementi di fondazione)

		min	max
G_1	carichi permanenti strutturali	γ_{G1} 1.0	1.3
G_2	carichi permanenti non strutturali:		
	se compiutamente definiti	γ_{G2} 1.0	1.3
	se non compiutamente definiti	γ_{G2} 0	1.5
Q	carichi variabili	γ_Q 0	1.5

NTC08, punto 2.6.1

Esempio carichi unitari - solaio per abitazione

Peso proprio (valore caratteristico):

soletta	$0.04 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.00 kN/m^2
travetti	$3 \times (0.08 \times 0.20) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.20 kN/m^2
laterizi	$8 \times 0.082 \text{ kN}$	=	0.66 kN/m^2
TOTALE		=	2.86 kN/m^2

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

massetto	$0.03 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 18 \text{ kN/m}^3$	=	0.54 kN/m^2
pavimento in granito	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 27 \text{ kN/m}^3$	=	0.54 kN/m^2
intonaco	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	0.40 kN/m^2
incidenza tramezzi		=	0.20 kN/m^2
TOTALE		=	1.68 kN/m^2

quindi: $G_{1k} = 4.34 \text{ kN/m}^2$ $G_{2k} = 1.20 \text{ kN/m}^2$ $G_k = 5.54 \text{ kN/m}^2$

Nota: incidenza tramezzi

3.1.3.1 Elementi divisori interni

Per gli orizzontamenti degli edifici per abitazioni e uffici, il peso proprio di elementi divisori interni potrà essere ragguagliato ad un carico permanente portato uniformemente distribuito g_2 , purché vengano adottate le misure costruttive atte ad assicurare una adeguata ripartizione del carico. Il carico uniformemente distribuito g_2 ora definito dipende dal peso proprio per unità di lunghezza G_2 delle partizioni nel modo seguente:

- per elementi divisori con $G_2 \leq 1.00 \text{ kN/m}$: $g_2 = 0.40 \text{ kN/m}^2$;
- per elementi divisori con $1.00 < G_2 \leq 2.00 \text{ kN/m}$: $g_2 = 0.80 \text{ kN/m}^2$;
- per elementi divisori con $2.00 < G_2 \leq 3.00 \text{ kN/m}$: $g_2 = 1.20 \text{ kN/m}^2$;
- per elementi divisori con $3.00 < G_2 \leq 4.00 \text{ kN/m}$: $g_2 = 1.60 \text{ kN/m}^2$;
- per elementi divisori con $4.00 < G_2 \leq 5.00 \text{ kN/m}$: $g_2 = 2.00 \text{ kN/m}^2$.

Elementi divisori interni con peso proprio maggiore devono essere considerati in fase di progettazione, tenendo conto del loro effettivo posizionamento sul solaio.

NTC08, punto 3.1.3.1

Nota: carichi variabili (1)

Cat.	Ambienti	q_k [kN/m ²]	Q_k [kN]	U_k [kN/m]
A	Ambienti ad uso residenziale. Sono compresi in questa categoria i locali di abitazione e relativi servizi, gli alberghi, (ad esclusione delle aree suscettibili di affollamento)	2,00	2,00	1,00
B	Uffici. Cat. B1 Uffici non aperti al pubblico Cat. B2 Uffici aperti al pubblico	2,00 3,00	2,00 3,00	1,00 1,00
C	Ambienti suscettibili di affollamento Cat. C1 Ospedali, ristoranti, caffè, banche, scuole Cat. C2 Balconi, ballatoi e scale comuni, sale convegni, cinema, teatri, chiese, tribune con posti fissi Cat. C3 Ambienti privi di ostacoli per il libero movimento delle persone, quali musei, sale per esposizioni, stazioni ferroviarie, sale da ballo, palestre, tribune libere, edifici per eventi pubblici, sale da concerto, palazzetti per lo sport e relative tribune	3,00 4,00 5,00	2,00 4,00 5,00	1,00 2,00 3,00
D	Ambienti ad uso commerciale Cat. D1 Negozi Cat. D2 Centri commerciali, mercati, grandi magazzini, librerie...	4,00 5,00	4,00 5,00	2,00 2,00

Nota: carichi variabili (2)

E	Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale. Cat. E1 Biblioteche, archivi, magazzini, depositi, laboratori manifatturieri Cat. E2 Ambienti ad uso industriale, da valutarsi caso per caso	$\geq 6,00$ —	6,00 —	1,00* —
F-G	Rimesse e parcheggi Cat. F Rimesse e parcheggi per il transito di autoveicoli di peso a pieno carico fino a 30 kN Cat. G Rimesse e parcheggi per transito di autoveicoli di peso a pieno carico superiore a 30 kN; da valutarsi caso per caso	2,50 —	2 x 10,00 —	1,00** —
H	Coperture e sottotetti Cat. H1 Coperture e sottotetti accessibili per sola manutenzione Cat. H2 Coperture praticabili Cat. H3 Coperture speciali (impianti, eliporti, altri) da valutarsi caso per caso	0,50 — —	1,20 — —	1,00 — —

* non comprende le azioni orizzontali eventualmente esercitate dai materiali immagazzinati

** per i soli parapetti o partizioni nelle zone pedonali. Le azioni sulle barriere esercitate dagli autoveicoli dovranno essere valutate caso per caso

NTC08, punto 3.1.4

Esempio carichi unitari - solaio per abitazione

Valori caratteristici:

$G_{1k} = 4.34 \text{ kN/m}^2$	$G_{1d} = 4.34 \times 1.3 = 5.64 \text{ kN/m}^2$
$G_{2k} = 1.20 \text{ kN/m}^2$	$G_{2d} = 1.20 \times 1.5 = 1.80 \text{ kN/m}^2$
$G_k = 5.54 \text{ kN/m}^2$	$G_d = 5.64 + 1.80 = 7.44 \text{ kN/m}^2$
$Q_k = 2.00 \text{ kN/m}^2$	$Q_d = 2.00 \times 1.5 = 3.00 \text{ kN/m}^2$

Notare: in questo caso

$G_d / G_k = 1.34$

$(G_d + Q_d) / (G_k + Q_k) = 1.38$

Esempio carichi unitari - solaio per abitazione

Valori caratteristici:

$$G_{1k} = 4.34 \text{ kN/m}^2$$

$$G_{2k} = 1.20 \text{ kN/m}^2$$

$$G_k = 5.54 \text{ kN/m}^2$$

$$Q_k = 2.00 \text{ kN/m}^2$$

Valori di calcolo:

$$G_{1d} = 4.34 \times 1.3 = 5.64 \text{ kN/m}^2$$

$$G_{2d} = 1.20 \times 1.5 = 1.80 \text{ kN/m}^2$$

$$G_d = 5.64 + 1.80 = 7.44 \text{ kN/m}^2$$

$$Q_d = 2.00 \times 1.5 = 3.00 \text{ kN/m}^2$$

Forse è più comodo accoppiare i carichi in questo modo:

sempre presenti

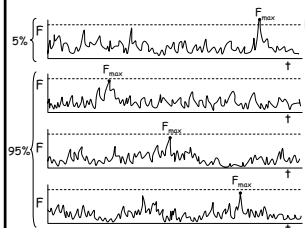
$$G_{1d} = 5.64 \text{ kN/m}^2$$

possono esserci o no

$$G_{2d} + Q_d = 4.80 \text{ kN/m}^2$$

Tornando alle azioni . . . azioni variabili

Valore caratteristico F_k

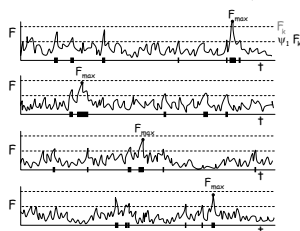


È il frattile 95% dei valori massimi che si hanno in un periodo di riferimento

Cioè è superato durante il periodo di riferimento solo nel 5% degli edifici

Tornando alle azioni . . . azioni variabili

Valore frequente $\psi_1 F_k$



È il frattile 95% della distribuzione temporale in un periodo di riferimento

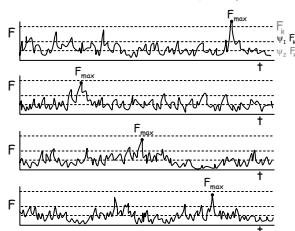
Cioè è superato solo nel 5% del periodo di riferimento

ψ_1 dipende dal tipo di carico

$\psi_1 = 0.5$ carico variabile per abitazione
 0.2 per vento

Tornando alle azioni . . . azioni variabili

Valore quasi permanente $\psi_2 F_k$



È la media della distribuzione temporale in un periodo di riferimento

ψ_2 dipende dal tipo di carico

$\psi_2 = 0.3$ c. var. per abitazione
 0 per vento

Tornando alle azioni . . . azioni variabili

Valore di combinazione (o raro) $\psi_0 F_k$

Valore di durata breve ma ancora significativo nei riguardi della possibile concomitanza con altre azioni variabili

Lo stesso coefficiente ψ_0 si usa per i valori di calcolo

$\psi_0 F_d$ Valore di combinazione (o raro) per SLU

$\psi_0 = 0.7$ c. var. per abitazione
 0.6 per vento

$\psi_0 F_k$ Valore di combinazione (o raro) per SLE

Valori dei coefficienti $\psi_0 \psi_1 \psi_2$

Categoria/Azione variabile	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Categoria A Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H Coperture	0,0	0,0	0,0
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

NTC08, punto 2.5.3

Combinazioni di carico

Stato limite ultimo

$$\gamma_{G1} G_{1k} + \gamma_{G2} G_{2k} + \gamma_{Q1} Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \psi_{0i} \gamma_{Qi} Q_{ik}$$

I carichi permanenti strutturali e quelli non strutturali ma compiutamente definiti (G_1) sono sempre presenti; in genere si usa un unico coefficiente γ_G per tutte le parti della struttura

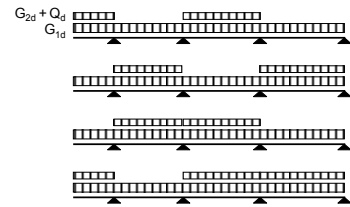
I carichi permanenti non compiutamente definiti e quelli variabili possono essere presenti o no

Combinazioni di carico

Stato limite ultimo

$$\gamma_{G1} G_{1k} + \gamma_{G2} G_{2k} + \gamma_{Q1} Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \psi_{0i} \gamma_{Qi} Q_{ik}$$

Esempio (per schema di trave continua):



Combinazioni di carico

Stato limite ultimo

$$\gamma_{G1} G_{1k} + \gamma_{G2} G_{2k} + \gamma_{Q1} Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \psi_{0i} \gamma_{Qi} Q_{ik}$$

Stato limite di esercizio:

combinazione rara

$$G_{1k} + G_{2k} + Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \psi_{0i} Q_{ik}$$

combinazione frequente

$$G_{1k} + G_{2k} + \psi_{11} Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \psi_{2i} Q_{ik}$$

combinazione quasi permanente

$$G_{1k} + G_{2k} + \sum_{i=1}^n \psi_{2i} Q_{ik}$$

Combinazioni di carico

Stato limite ultimo

$$\gamma_{G1} G_{1k} + \gamma_{G2} G_{2k} + \gamma_{Q1} Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \psi_{0i} \gamma_{Qi} Q_{ik}$$

Stato limite di esercizio:

combinazione rara

combinazione frequente

combinazione quasi permanente

Combinazione sismica:

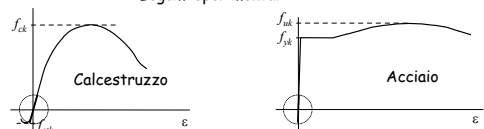
al sisma si aggiungono i carichi verticali quasi permanenti

$$E + G_k + \psi_2 Q_k$$

Materiali

Legami costitutivi del materiale

Legami sperimentali

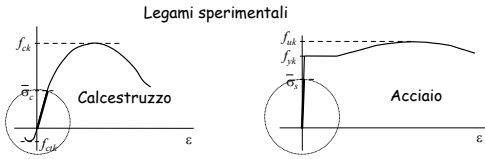


Modelli di comportamento

1 - per deformazioni e tensioni molto basse:
comportamento elastico lineare
calcestruzzo resistente anche a trazione

Usato solo per
situazioni
particolari
Ad esempio:
fessurazione

Legami costitutivi del materiale

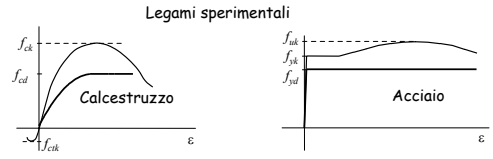


Modelli di comportamento

2 - per deformazioni e tensioni maggiori:
comportamento elastico lineare
calcestruzzo non resistente a trazione

Usato per il
metodo delle
tensioni
ammissibili
Ma anche per
verifiche S.L.E.

Legami costitutivi del materiale



Modelli di comportamento

3 - per deformazioni e tensioni ancora maggiori:
comportamento non lineare
calcestruzzo non resistente a trazione

Usato per le
verifiche allo
stato limite
ultimo

Calcestruzzo - tensione di rottura

Possibili valori di riferimento per la tensione di rottura:

R_{ck} resistenza di provini cubici
usata dalla normativa
italiana



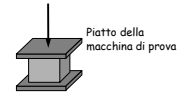
f_{ck} resistenza di provini cilindrici
usata dalla normativa
europea (EC2) ma ora
anche dalle NTC08



Relazione tra R_{ck} e f_{ck}

Provino cubico

R_{ck}



il provino, compresso,
si accorcia e si dilata



per attrito tra piatto e provino
nascono forze trasversali

La presenza di queste forze
riduce il rischio di rottura

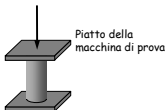


Aumenta la
resistenza

Relazione tra R_{ck} e f_{ck}

Provino cilindrico

f_{ck}



il provino, compresso,
si accorcia e si dilata;
nascono forze trasversali
... ma la rottura avviene
lontano dagli estremi

$$f_{ck} = 0.83 R_{ck}$$

$$f_{ck} < R_{ck}$$

La presenza delle forze non
influisce sul rischio di rottura



La resistenza
è minore

Relazione tra R_{ck} e f_{ck}

Le NTC08, come l'EC2, classificano il calcestruzzo in base
a entrambe le resistenze

C25/30

Resistenza cubica 30 MPa

Resistenza cilindrica 25 MPa

Se si determina la resistenza cilindrica dalla resistenza
cubica ...

$R_{ck} = 30 \text{ MPa}$

$f_{ck} = 0.83 \times 30 = 24.9 \text{ MPa}$

Userei comunque $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Classi di resistenza del calcestruzzo

CLASSE DI RESISTENZA	
C8/10	strutture non armate
C12/15	
C16/20	
C20/25	
C25/30	strutture in cemento armato ordinario
C28/35	
C32/40	
C35/45	
C40/50	strutture in cemento armato precompresso
C45/55	
C50/60	
C55/67	
C60/75	richiedono controlli particolari
C70/85	
C80/95	
C90/105	

NTC08, punto 4.1

Resistenza a trazione

In sede di progettazione si può assumere

$$f_{ctm} = 0.30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \text{per classi} \leq C50/60$$

$$f_{ctm} = 2.12 \ln(1 + f_{cm}/10) \quad \text{per classi} > C50/60$$

$$f_{ctk(5\%)} = 0.7 f_{ctm} \quad f_{ctk(95\%)} = 1.3 f_{ctm}$$

$$f_{cfm} = 1.2 f_{ctm}$$

NTC08, punto 11.2.10.2

Modulo elastico

In sede di progettazione si può assumere

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3}$$

NTC08, punto 11.2.10.3

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

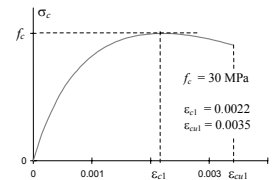
Legame più realistico

$$\sigma_c = \frac{k \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \eta} f_c$$

$$\text{con } \eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}$$

ε_{c1} ε_{cu1} dipendono dalla classe di resistenza

$$k = \frac{1.05 E_{c0} \varepsilon_{c1}}{f_c}$$



Si usa solo in casi particolari:
analisi plastiche;
determinazione della duttilità

EC2, punto 3.1.5

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

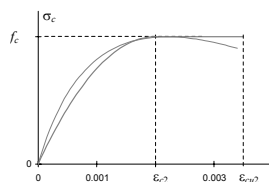
Legame semplificato

$$\sigma_c = (2 \eta - \eta^2) f_{cd}$$

$$\sigma_c = f_{cd}$$

$$\text{con } \eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_{c2} = 2.0 \times 10^{-3} \\ \varepsilon_{cu2} = 3.5 \times 10^{-3} \end{array} \right\} \text{ fino a } C50/60$$



Si usa per valutare la resistenza della sezione

NTC08, punto 4.1.2.1.2.2

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

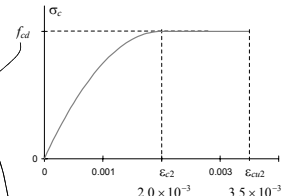
Valore di calcolo della resistenza

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c}$$

con

$$\gamma_c = 1.5 \quad \text{per strutture in c.a. ordinario}$$

$$\gamma_c = 1.4 \quad \text{per produzioni soggette a controllo}$$



Coefficiente che tiene conto della riduzione di resistenza per carichi di lunga durata
 $\alpha_{cc} = 0.85$

NTC08, punto 4.1.2.1.2.2

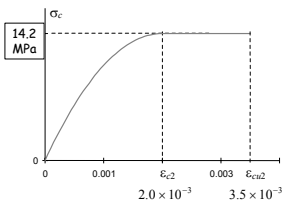
Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

Esempio

Calcestruzzo di classe

$R_{ck} = 30 \text{ MPa}$

$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$



$$f_{cd} = \frac{0.85 \times 25}{1.5} = 14.17 \text{ MPa}$$

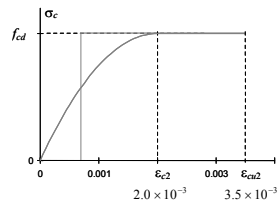
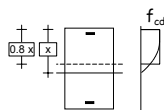
Si ricorda che
 $\bar{\sigma}_c = 9.75 \text{ MPa}$

Legame costitutivo di calcolo del calcestruzzo

Alternativa:

Stress block

$$\sigma_c = f_{cd}$$



Acciaio

Nel passato:

Fe B 38k e Fe B 44k

Ora:

B450C più duttile, barre da $\varnothing 6$ a $\varnothing 40$

B450A meno duttile, barre da $\varnothing 5$ a $\varnothing 10$

$f_{y,nom} = 450 \text{ MPa}$

$f_{t,nom} = 540 \text{ MPa}$

Acciaio B450 requisiti

$$f_{yk} (5\%) \geq f_{y,nom}$$

$$f_{tk} (5\%) \geq f_{t,nom}$$

$$(f_y/f_{y,nom})_k (10\%) \leq 1.25$$

per B450C

$$1.15 \leq (f_t/f_y)_k (10\%) < 1.35$$

$$\epsilon_{uk} (10\%) \geq 7.5 \times 10^{-2}$$

per B450A

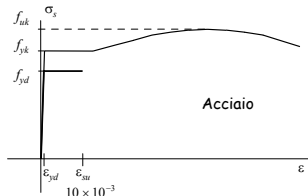
$$1.05 \leq (f_t/f_y)_k (10\%)$$

$$\epsilon_{uk} (10\%) \geq 2.5 \times 10^{-2}$$

Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Possibili alternative

- 1 - Legame elastico-perfettamente plastico, con limite 10×10^{-3}

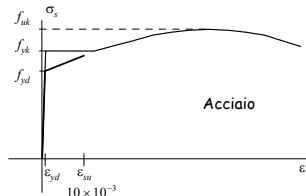


Legame "tradizionale"
non più citato dalle NTC08

Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Possibili alternative

- 1 - Legame elastico-perfettamente plastico, con limite 10×10^{-3}
- 2 - Legame elastoplastico con incrudimento, con limite 10×10^{-3}

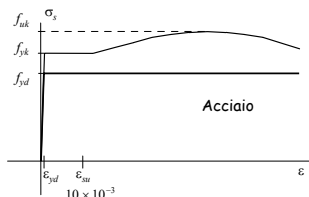


Legame poco usato

Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Possibili alternative

- 1 - Legame elastico-perfettamente plastico, con limite 10×10^{-3}
- 2 - Legame elastoplastico con incrudimento, con limite 10×10^{-3}
- 3 - Legame elastico-perfettamente plastico, senza limiti



In molti casi può semplificare la trattazione

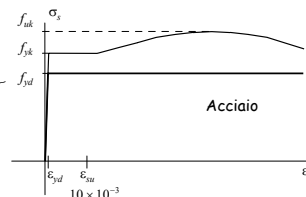
Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Valore di calcolo della resistenza

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

con

$$\gamma_s = 1,15$$

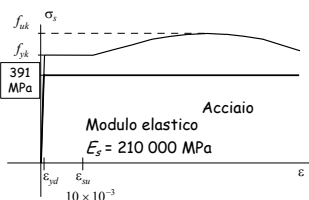


NTC08, punto 4.1.2.1.2.3

Legame costitutivo di calcolo dell'acciaio

Esempio

Acciaio B450C
 $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$



$$f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,3 \text{ MPa}$$

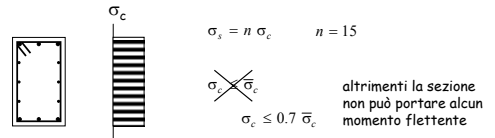
$$\text{Acciaio B450C} \quad \epsilon_{yd} = \frac{391,3}{210000} = 0,00186$$

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale sulla base
delle normative più recenti

Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.
2 - sforzo normale

Villa Redenta, Spoleto
26-28 febbraio 2009
Aurelio Ghersi

Verifica - tensioni ammissibili



$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c (A_c + n A_s)$$

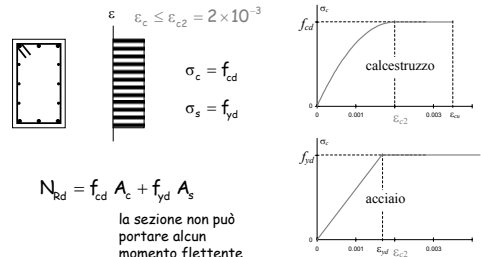
Verifica - stato limite ultimo

Quando il legame tensioni-deformazioni non è lineare non è più possibile applicare le formule della Scienza delle costruzioni ma occorre rifarsi direttamente alle condizioni di equilibrio tra tensioni e deformazioni

$$N = \int \sigma dA \quad M_y = \int \sigma z dA \quad M_z = - \int \sigma y dA$$

Trazione
Compressione

Verifica - stato limite ultimo



$$N_{Rd} = \frac{f_{cd} A_c + f_{yd} A_s}{1.2}$$

Verifica - stato limite ultimo

Nota:

"Nel caso di pilastri soggetti a compressione assiale si deve comunque assumere una componente flettente dello sforzo $M_{Ed} = e N_{Ed}$ con eccentricità e pari almeno a $0,05h \pm 20\text{mm}$ (con h altezza della sezione)"

Se non si vuole verificare la sezione a pressoflessione, occorre che la resistenza a sforzo normale centrato sia superiore almeno del 15-20% rispetto a N_{Ed}

Il numero 1.2 indicato nella diapositiva precedente tiene conto di questo

NTC08, punto 4.1.2.1.2.4

Verifica - confronto

TA $N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c + n 0.7 \bar{\sigma}_c A_s$

6.8 89

Rapporto un po' maggiore di quello dei carichi $\frac{11.8}{6.8} \approx 1.7$ $\frac{326}{89} \approx 3.7$

SLU $N_{Rd} = \frac{f_{cd} A_c}{1.2} + \frac{f_{yd} A_s}{1.2}$

11.8 326

Rapporto molto maggiore

Calcestruzzo C25/30 Acciaio B450C

Verifica - confronto

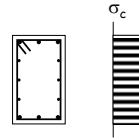
TA
$$N_{\max} = \frac{0.7 \bar{\sigma}_c}{6.8} A_c + \frac{n \cdot 0.7 \bar{\sigma}_c}{89} A_s$$

Allo stato limite ultimo, l'acciaio compresso conta molto di più

SLU
$$N_{Rd} = \frac{11.8}{1.2} f_{cd} A_c + \frac{326}{1.2} f_{yd} A_s$$

Calcestruzzo C25/30 Acciaio B450C

Progetto - tensioni ammissibili



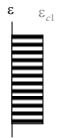
La norma impone $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0.008$
 $n = 15$

$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c (1 + n \rho)$$

Si determina la sezione di calcestruzzo $A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$

e poi l'armatura $A_s \geq 0.008 A_c$

Progetto - stato limite ultimo



La norma impone che l'armatura porti almeno il 10% di più dello sforzo normale meglio

$$N_{Rd} = f_{cd} A_c + f_{yd} A_s \geq 1.2 N_{Ed}$$

Si determina la sezione di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

e l'armatura

$$A_s \geq \frac{0.2 N_{Ed}}{f_{yd}}$$

Progetto - confronto

$$A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c} = \frac{1}{7.64}$$

$$A_s \geq 0.008 A_c = \frac{0.008 N}{0.784 \bar{\sigma}_c} = \frac{1}{955}$$

La sezione è un po' minore (25% in meno allo SLU)

$$\frac{1}{7.64} \approx 1.3 \times \frac{1.4}{14.2}$$

$$\frac{1}{955} \approx 1.5 \times \frac{1.4}{1956}$$

L'armatura è un po' più diversa (35% in meno allo SLU)

$$A_c \geq \frac{N_{Ed}}{f_{cd}} = \frac{1}{14.2}$$

$$A_s \geq \frac{0.2 N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{1}{1956}$$

Calcestruzzo C25/30

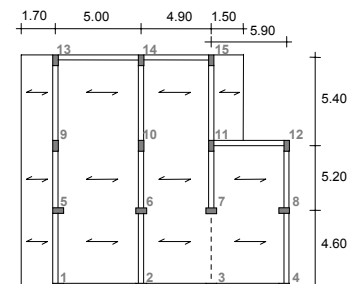
Acciaio B450C

Progetto - commento

Operando allo stato limite ultimo è possibile ridurre l'armatura nelle sezioni soggette a solo sforzo normale o - in alternativa - è possibile ridurre la sezione lasciando invariata la percentuale di armatura

Questa affermazione non vale in zona sismica, perché le sezioni sono soggette anche a forte momento flettente e devono essere molto resistenti per garantire un comportamento duttile della struttura

Esempio - edificio a 6 impalcati



Materiali utilizzati

Calcestruzzo C25/30 $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ $f_{cm} = 33 \text{ MPa}$

$$E_c = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 31500 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 0.7 \times 0.30 \sqrt[3]{\frac{f_{cm}^2}{f_{ck}}} = 1.80 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = 14.17 \text{ MPa}$$

Acciaio B450C

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 391.3 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{391.3}{210000} = 1.86 \times 10^{-3}$$

Esempio carichi unitari - solaio per abitazione

Peso proprio (valore caratteristico):

soletta	$0.04 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.00 kN/m^2
travetti	$3 \times (0.08 \times 0.20) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.20 kN/m^2
laterizi	$8 \times 0.082 \text{ kN}$	=	0.66 kN/m^2
TOTALE		=	2.86 kN/m^2

G_1

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

massetto	$0.03 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 18 \text{ kN/m}^3$	=	0.54 kN/m^2
pavimento in granito	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 27 \text{ kN/m}^3$	=	0.54 kN/m^2
intonaco	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	0.40 kN/m^2
incidenza tramezzi		=	$\frac{1.20 \text{ kN/m}^2}{2}$
TOTALE		=	2.68 kN/m^2

G_2

quindi: $G_{1k} = 4.34 \text{ kN/m}^2$ $G_{2k} = 1.20 \text{ kN/m}^2$ $G_k = 5.54 \text{ kN/m}^2$

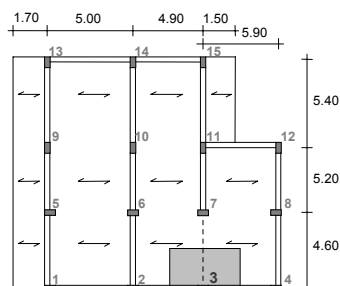
Carichi unitari

	per TA	per SLU
Solaio	$g_{1k} = 4.3 \text{ kN/m}^2$ $g_{2k} = 1.2 \text{ kN/m}^2$ $q_k = 2.0 \text{ kN/m}^2$	$g_{1d} = 1.3 \times 4.3 = 5.6 \text{ kN/m}^2$ $g_{2d} + q_d = 1.5 \times 3.2 = 4.8 \text{ kN/m}^2$
Balconi	$g_k = 3.9 \text{ kN/m}^2$ $q_k = 4.0 \text{ kN/m}^2$	$g_d = 1.3 \times 3.9 = 5.1 \text{ kN/m}^2$ $q_d = 1.5 \times 4.0 = 6.0 \text{ kN/m}^2$
Tamponature	$g_k = 7.2 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.3 \times 7.2 = 9.4 \text{ kN/m}$
Travi 30x60	$g_k = 3.7 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.3 \times 3.7 = 4.8 \text{ kN/m}$
70x24	$g_k = 2.4 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.3 \times 2.4 = 3.1 \text{ kN/m}$

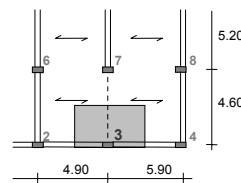
Riepilogo carichi (per pilastri)

	per TA	per SLU
Solaio ($g + 0.9 q$)	7.1 kN/m^2	9.9 kN/m^2
Balconi ($g + 0.9 q$)	7.5 kN/m^2	10.5 kN/m^2
Tamponature	7.2 kN/m	9.4 kN/m
Travi 30x60	3.7 kN/m	4.8 kN/m
70x24	2.4 kN/m	3.1 kN/m

Scarico al piano tipo pilastro 3



Scarico al piano tipo pilastro 3



solaio $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} \times \frac{4.60}{2} = 13.78 \text{ m}^2 \times 9.9 = 136.4 \text{ kN}$

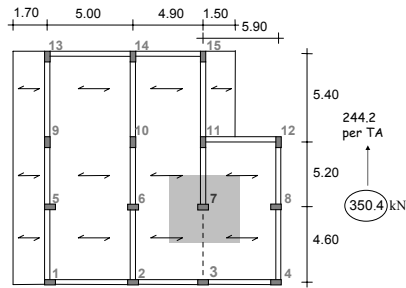
tampagno $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m} \times 9.4 = 56.4 \text{ kN}$

trave em. $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m} \times 4.8 = 28.8 \text{ kN}$

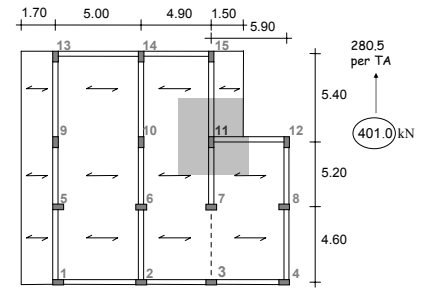
trave sp. $\frac{4.60}{2} = 2.3 \text{ m} \times 3.1 = 7.1 \text{ kN}$

168.8 per TA $\leftarrow 228.7 \text{ kN}$

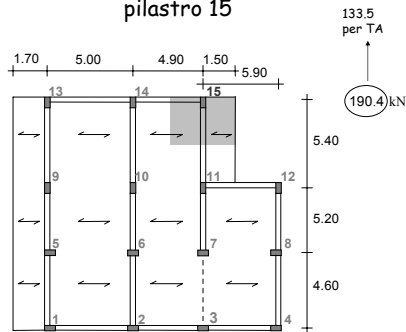
Scarico al piano tipo pilastro 7



Scarico al piano tipo pilastro 11



Scarico al piano tipo pilastro 15



Dimensionamento - pilastro 3

Scarico
al piano 228.7 kN
Peso proprio
medio 13.7 kN
242.4 kN

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

Con TA, alla base

piano	N (kN)	A _c (cm ²)	sezione
6	242.4	171	30×30
5	484.8	342	30×30
4	727.2	513	30×30
3	696.6	684	30×30
2	1212.0	855	30×30
1	1454.4	1026	40×30

1073.4 1404 50×30

Dimensionamento - pilastro 7

Scarico
al piano 350.4 kN
Peso proprio
medio 21.0 kN
371.4 kN

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

Con TA, alla base

piano	N (kN)	A _c (cm ²)	sezione
6	371.4	262	30×30
5	742.8	524	30×30
4	1114.2	786	30×30
3	1485.6	1048	40×30
2	1857.0	1310	50×30
1	2228.4	1572	60×30

1553.4 2032 70×30

Dimensionamento - pilastro 11

Scarico
al piano 401.0 kN
Peso proprio
medio 24.1 kN
425.1 kN

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

Con TA, alla base

piano	N (kN)	A _c (cm ²)	sezione
6	425.1	300	30×30
5	850.2	600	30×30
4	1275.3	900	30×30
3	1700.4	1200	30×40
2	2125.2	1500	30×50
1	2550.6	1800	30×60

1783.8 2334 40×60

Dimensionamento - pilastro 15

Scarico
al piano 190.4 kN
Peso proprio
medio 11.4 kN
201.8 kN

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

piano	N (kN)	A _c (cm ²)	sezione
6	201.8	142	30×30
5	403.6	285	30×30
4	605.4	427	30×30
3	807.2	570	30×30
2	1009.0	712	30×30
1	1210.8	855	30×30

Con TA, alla base 849.0 1111 30×40

Armature longitudinali dei pilastri (NTC08 punto 4.1.6.1.2)

Le barre d'armatura devono avere diametro non minore di 12 mm ed interasse non maggiore di 300 mm

La quantità minima di armatura longitudinale totale $A_{s,min}$ deve essere determinata con la seguente equazione:

$$A_{s,min} = \frac{0.10 N_{Ed}}{f_{yd}} \geq 0.003 A_c \quad \text{scelto } 0.20$$

dove:

f_{yd} è la tensione di snervamento di calcolo dell'armatura;

N_{Ed} è la forza di compressione assiale di calcolo;

A_c è l'area della sezione trasversale del calcestruzzo.

NOTA BENE:

in zona sismica le armature sono maggiori (min 1%)

Armatura minima nei pilastri (NTC08 punto 4.1.6.1.2)

$$A_{s,min} = \frac{0.20 N_{Ed}}{f_{yd}}$$

$$A_{c,nec} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0.20 N_{Ed} / f_{yd}}{N_{Ed} / f_{cd}} = \frac{0.20 f_{cd}}{f_{yd}}$$

Ad esempio

Acciaio Be50C: $f_{yd} = 391.3 \text{ N/mm}^2$

Calcestruzzo C25/30: $f_{cd} = 14.17 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0.20 \times 14.17}{391.3} = 0.00724 \approx 0.7\%$$

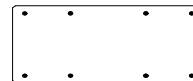
Armature del pilastro 11 al primo ordine

30x60



Armatura minima (su tutta la sezione):

$$A_{s,min} = \frac{0.20 \times 1800}{391.3} \times 10 = 9.2 \text{ cm}^2$$



$$A_{s,tot} = 8 \varnothing 14 = 12.3 \text{ cm}^2 > A_{s,min}$$

Armature longitudinali dei pilastri (NTC08 punto 4.1.6.1.2)

Di regola, anche nelle sovrapposizioni, l'area dell'armatura non deve essere maggiore di $0.04 A_c$.

Ulteriori indicazioni (EC2):

Le barre longitudinali devono, di regola, essere distribuite lungo il perimetro della sezione. Per pilastri aventi sezione trasversale poligonale, almeno una barra sarà disposta in ogni spigolo.

Per pilastri di sezione circolare, il numero minimo di barre è 6.

Armature trasversali dei pilastri (NTC08 punto 4.1.6.1.2)

Interasse delle staffe non maggiore di 12 volte il diametro delle barre impiegate per l'armatura longitudinale (e non superiori a 250 mm).

Diametro delle staffe non minore di 6 mm e di $\frac{1}{4}$ del diametro massimo delle barre longitudinali.

Ulteriori indicazioni (EC2):

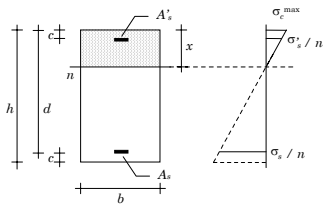
Ridurre il passo delle staffe ($\times 0.6$) in sezioni poste al di sopra e al di sotto della trave, per un tratto pari alla massima dimensione della sezione del pilastro, nonché in zone di giunzione di armature per sovrapposizione.

Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.
3 - flessione semplice

Villa Redenta, Spoleto
26-28 febbraio 2009
Aurelio Ghersi

Verifica di sezioni inflesse

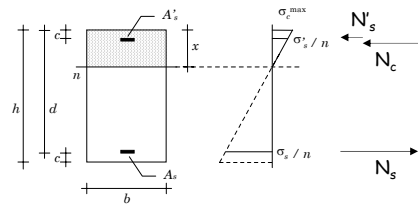
Verifica - tensioni ammissibili



Dati:
Geometria della sezione
Armature

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Tensioni massime

Verifica - tensioni ammissibili



Per trovare l'asse neutro: $S_n = 0$
(l'asse neutro è baricentrico)

Verifica - tensioni ammissibili

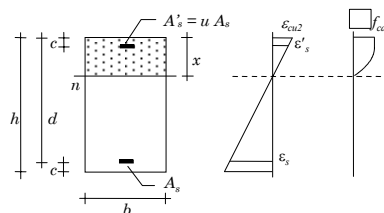
Equazione di secondo grado, con soluzione:

$$x = \frac{n(A_s + A'_s)}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A_s d + A'_s c)}{n(A_s + A'_s)^2}} \right]$$

E poi: $\sigma = -\frac{M}{I} y$

con: $I = \frac{b x^3}{3} + n A'_s (x - c)^2 + n A_s (d - x)^2$

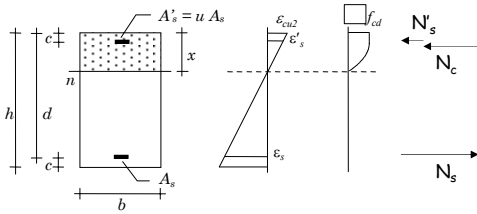
Verifica - stato limite ultimo



Dati:
Geometria della sezione
Armature

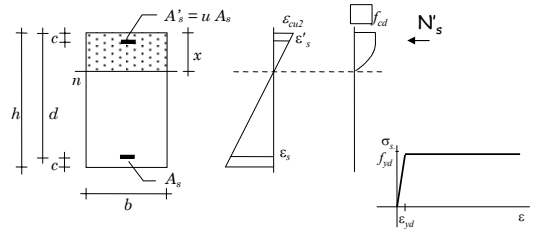
Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Momento resistente

Verifica - stato limite ultimo



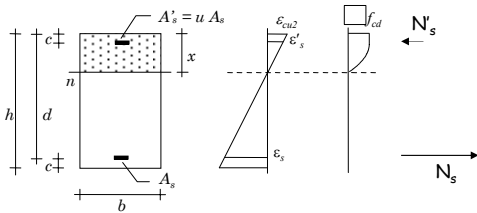
Per trovare l'asse neutro: $N_c + N'_s + N_s = 0$
(equilibrio alla traslazione)

Imporre questa condizione è facile, perché:



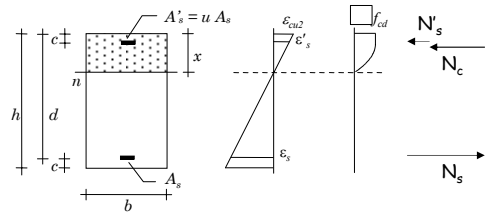
in molti casi $\epsilon'_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow N'_s = A'_s f_{yd}$
se $\epsilon'_s \leq \epsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \frac{\epsilon'_s}{\epsilon_{yd}} f_{yd} \Rightarrow N'_s = A'_s \sigma'_s$

Imporre questa condizione è facile, perché:



si ha sempre $\epsilon_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow N_s = A_s f_{yd}$

Imporre questa condizione è facile, perché:



Il coefficiente β tiene conto del fatto che la tensione nella parte compressa non è costante

$N_c = \beta \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$

per sezione rettangolare, $\beta = 0.810$

Individuazione dell'asse neutro

Se $\epsilon'_s > \epsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado:

$$\beta \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

Individuazione dell'asse neutro

Se $\epsilon'_s > \epsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta \cdot b \cdot f_{cd}}$$

In caso contrario diventa una equazione di secondo grado

$$\beta \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \frac{x - c}{x} \cdot \epsilon_{cu2} \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

Individuazione dell'asse neutro

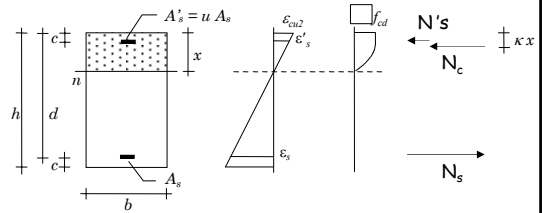
Se $\epsilon'_s > \epsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b f_{cd}}$$

In caso contrario diventa una equazione di secondo grado, con soluzione analoga a quella delle tensioni ammissibili

$$x = \left(A_s - \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{yd}} A'_s \right) \frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{yd}} A'_s \right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} \right)^2 + \frac{\epsilon_{cu2} A'_s c f_{yd}}{\epsilon_{yd} \beta b f_{cd}}}$$

Momento resistente



Si determina imponendo l'equilibrio alla rotazione (rispetto a un punto qualsiasi)

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

per sezione rettangolare, $\kappa = 0.416$

Esempio n. 1 verifica di sezione rettangolare

Dati:		$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$
Sezione	30x50	Calcestruzzo C25/30
Armature	$A_s = 4\varnothing 20$ $A'_s = 2\varnothing 14$	Acciaio B450C

Procedura:

- 1 - individuazione dell'asse neutro
(si può ipotizzare che l'armatura compressa sia snervata, controllare se è vero e in caso contrario passare all'equazione di secondo grado)
- 2 - determinazione del momento resistente
- 3 - confronto tra M_{Ed} e M_{Rd}

Esempio n. 1 individuazione dell'asse neutro

Se l'armatura compressa è snervata:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b f_{cd}} = \frac{(12.56 - 3.08) \times 391}{0.810 \times 30 \times 14.2} = 10.74 \text{ cm}$$

Con questa posizione dell'asse neutro:

$$\epsilon'_s = \frac{x - c}{x} \epsilon_{cu2} = \frac{10.74 - 4}{10.74} \times 3.5 \times 10^{-3} = 2.19 \times 10^{-3}$$

Poiché $\epsilon'_s > \epsilon_{yd}$ la posizione trovata è esatta

Esempio n. 1 individuazione dell'asse neutro

Nota:

Ricordando che l'armatura compressa snervata se

$$\epsilon'_s = \frac{x - c}{x} \epsilon_{cu2} \geq \epsilon_{yd}$$

Si ottiene la profondità minima dell'asse neutro affinché l'armatura compressa sia snervata:

$$x \geq \frac{|\epsilon_{cu2}|}{|\epsilon_{cu2}| - \epsilon_{yd}} c = 2.14 c$$

Per acciaio B450C

Nell'esempio si è ottenuto:

$$x = 10.74 \text{ cm} \geq 2.14 c = 8.56 \text{ cm}$$

Esempio n. 1 calcolo del momento resistente

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

$$N_s = 12.56 \times 391 \times 10^{-1} = 491.1 \text{ kN}$$

$$\kappa = 0.416$$

$$N'_s = 3.08 \times 391 \times 10^{-1} = 120.4 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = [491.1 \times (46 - 0.416 \times 10.74) + 120.4 \times (0.416 \times 10.74 - 4)] \times 10^{-2}$$

$$M_{Rd} = 204.5 \text{ kNm}$$

Si noti che
 $\kappa x \approx c$

Poiché M_{Ed} è minore di M_{Rd} la sezione è verificata

Esempio n. 2 verifica di sezione rettangolare

Dati: $M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$
 Sezione: 30×50 Calcestruzzo C25/30
 Armature: $A_s = 4 \varnothing 20$ Acciaio B450C
 $A'_s = 3 \varnothing 20$

Procedura:

- 1 - individuazione dell'asse neutro
(si può ipotizzare che l'armatura compressa sia snervata, controllare se è vero e in caso contrario passare all'equazione di secondo grado)
- 2 - determinazione del momento resistente
- 3 - confronto tra M_{Ed} e M_{Rd}

Esempio n. 2 individuazione dell'asse neutro

Se l'armatura compressa fosse snervata:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b f_{cd}} = \frac{(12.56 - 9.42) \times 391}{0.810 \times 30 \times 14.2} = 3.56 \text{ cm}$$

Ma poiché la profondità dell'asse neutro è inferiore al limite minimo (2.14 c):

$$x = 3.56 \text{ cm} < 2.14 \text{ c} = 8.56 \text{ cm}$$

L'armatura compressa non è snervata e ...

Esempio n. 2 individuazione dell'asse neutro

... bisogna calcolare la profondità dell'asse neutro risolvendo l'equazione di secondo grado:

$$x = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right) \frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s c f_{yd}}{\beta b f_{cd}}} = 6.51 \text{ cm}$$

Che è inferiore al limite minimo (2.14 c):

$$x = 6.51 \text{ cm} < 2.14 \text{ c} = 8.56 \text{ cm}$$

Esempio n. 2 individuazione dell'asse neutro

... bisogna calcolare la profondità dell'asse neutro risolvendo l'equazione di secondo grado:

$$x = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right) \frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s c f_{yd}}{\beta b f_{cd}}} = 6.51 \text{ cm}$$

La tensione nell'armatura compressa vale:

$$\sigma'_s = \frac{x - c}{x} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} f_{yd} = 283 \text{ MPa}$$

Esempio n. 2 calcolo del momento resistente

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

$$N_s = 12.56 \times 391 \times 10^{-1} = 491.1 \text{ kN}$$

$$N'_s = 9.42 \times 283 \times 10^{-1} = 266.6 \text{ kN}$$

$$\kappa = 0.416$$

$$M_{Rd} = [491.1 \times (46 - 0.416 \times 6.51) + 266.6 \times (0.416 \times 6.51 - 4)] \times 10^{-2}$$

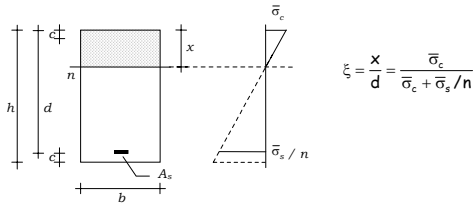
$$M_{Rd} = 209.2 \text{ kNm}$$

Si noti che
 $\kappa x \cong c$

Poiché M_{Ed} è minore di M_{Rd} la sezione è verificata

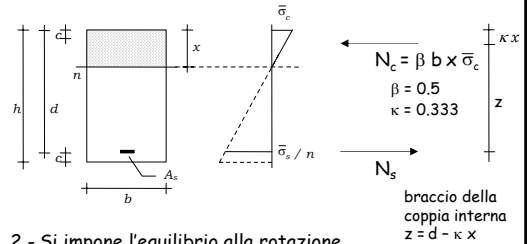
Progetto di sezioni inflesse

Progetto - tensioni ammissibili



- 1 - Si assegna il diagramma di tensioni che si vuole avere nella sezione

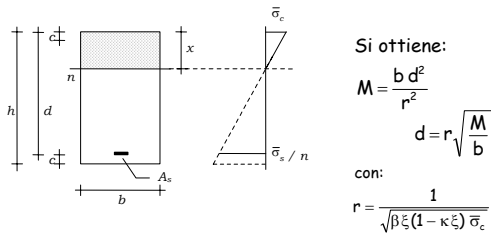
Progetto - tensioni ammissibili



- 2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c z \quad M = \beta \cdot b \cdot \xi \cdot d \cdot \bar{\sigma}_c \cdot (d - \kappa \xi d)$$

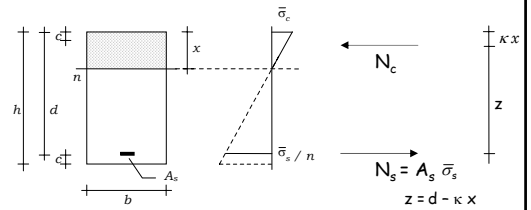
Progetto - tensioni ammissibili



- 2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c z \quad M = \beta \cdot b \cdot \xi \cdot d \cdot \bar{\sigma}_c \cdot (d - \kappa \xi d)$$

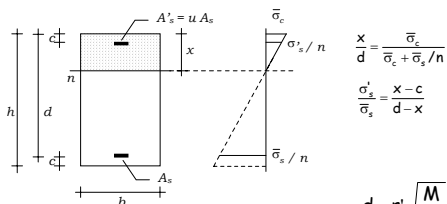
Progetto - tensioni ammissibili



- 3 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante N_c

$$M = N_s z \quad M = A_s \cdot \bar{\sigma}_s \cdot z$$

Progetto - tensioni ammissibili



Analogamente per sezione a doppia armatura

r' dipende da u (e da c/d)

Progetto - stato limite ultimo Duttilità della sezione

Un parametro fondamentale nel valutare il modo in cui la sezione giunge al collasso è la duttilità.

Duttilità = rapporto tra rotazione ultima e rotazione corrispondente allo snervamento dell'armatura tesa

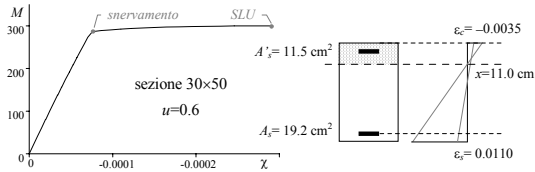
Una sezione che presenti una rottura duttile dà chiari segnali di preavviso (elevata fessurazione, notevole incremento della deformazione) che possono mettere in allarme e consentire interventi prima del crollo

In zona sismica la capacità di deformarsi plasticamente permette di dissipare con cicli isteretici

Duttibilità della sezione - esempio

Sezione 30x50 $u=0.6$ $M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$
 $\varepsilon_{su} > 10 \times 10^{-3}$ $x=11.0 \text{ cm}$ $\chi=-0.000286$

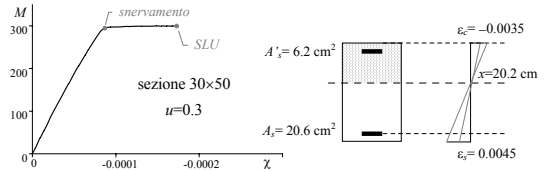
Buona duttilità



Duttibilità della sezione - esempio

Sezione 30x50 $u=0.3$ $M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$
 $\varepsilon_{su} = 4.5 \times 10^{-3}$ $x=20.2 \text{ cm}$ $\chi=-0.000184$

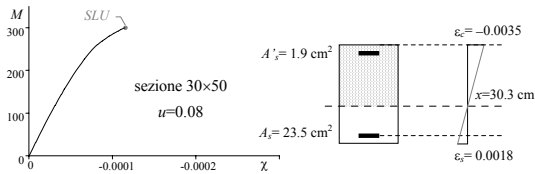
Duttibilità discreta



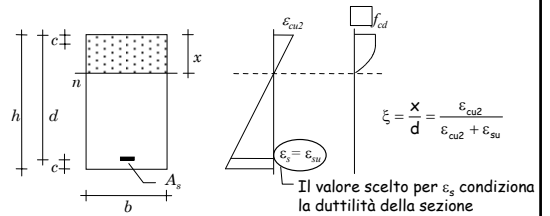
Duttibilità della sezione - esempio

Sezione 30x50 $u=0.08$ $M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$
 $\varepsilon_{su} = 1.8 \times 10^{-3}$ $x=30.3 \text{ cm}$ $\chi=-0.000116$

Bassa duttilità



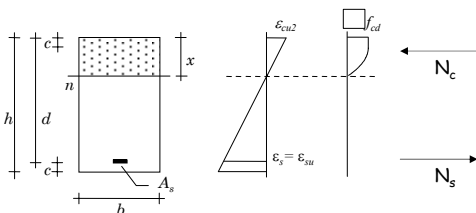
Progetto - stato limite ultimo



1 - Si assegna il diagramma di deformazioni che si vuole avere nella sezione

Buona duttilità con $\varepsilon_{su} = 10 \times 10^{-3}$

Progetto - stato limite ultimo

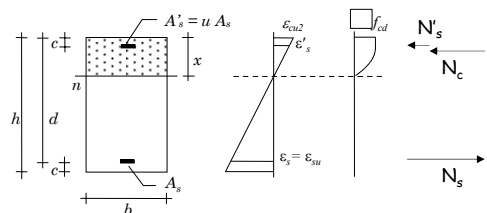


2 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura si ottiene

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

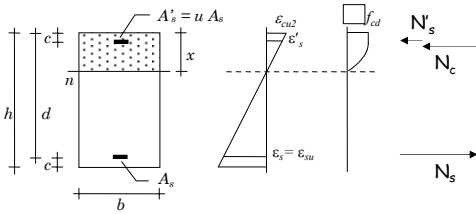
con: $r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi)} f_{cd}}$

Progetto - stato limite ultimo



ovvero, in presenza di doppia armatura $d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$

Progetto - stato limite ultimo



3 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante di compressione si ottiene

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

Valori di z/d (C25/30, B450C)

sezioni progettate con $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$ ed $\epsilon_s = \epsilon_{su}$

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.49$	$s' = 0.42$	$s' = 0.26$
0	0.882		
0.25	0.890	0.884	0.879
0.50	0.898	0.885	0.877
0.75	0.906	0.887	0.874
1.00	0.914	0.889	0.872

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.42$
0	0.892		
0.25	0.9066	0.8941	0.8840
0.50	0.9211	0.8961	0.8758

Sempre molto prossimo a 0.9

Quanto vale il coefficiente r?

Tensioni ammissibili:

dipende da calcestruzzo e acciaio

per C25/30 e B450C: $r = 0.0256$

Stato limite ultimo:

dipende solo dal calcestruzzo

per C25/30: $r = 0.0194$

Esempio n. 1

progetto di sezione a semplice armatura

Tensioni ammissibili:

$M = 115 \text{ kNm}$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0256 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.50 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 55$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.51 \times 255} = 9.41 \text{ cm}^2$$

Stato limite ultimo:

$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$

$$d = r \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0194 \sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.45 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 50$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 391} = 9.88 \text{ cm}^2$$

Che relazione c'è tra r ed r'?

Sia per TA che per SLU:

$$r' \equiv r \sqrt{1 - s' u} \quad \text{con} \quad s' = \frac{\sigma'_s}{\sigma_{s, \max}} \quad u = \frac{A'_s}{A_s}$$

Si noti che s' dipende principalmente dal copriferro c (o meglio, dal rapporto $\gamma = c/d$)

Ma per TA s' è sempre basso (meno di 0.5)

mentre per SLU s' è molto spesso pari a 1 (è minore solo per travi a spessore)

Valori di r' (C25/30, B450C)

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.49$	$s' = 0.42$	$s' = 0.26$
0	0.0256		
0.25	0.0239	0.0243	0.0249
0.50	0.0222	0.0229	0.0242
0.75	0.0203	0.0214	0.0234
1.00	0.0183	0.0198	0.0226

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.42$
0	0.0194		
0.25	0.0167	0.0168	0.0185
0.50	0.0135	0.0137	0.0174

Nota: $\gamma = 0.05$ per travi emergenti
 $\gamma = 0.20$ per travi a spessore

Valori di r'/r (C25/30, B450C)

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.49$	$s' = 0.42$	$s' = 0.26$
0	1.000		
0.25	0.935	0.948	0.972
0.50	0.866	0.894	0.943
0.75	0.793	0.836	0.913
1.00	0.713	0.775	0.882

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.42$
0	1.000		
0.25	0.859	0.865	0.951
0.50	0.696	0.706	0.898

Contributo dell'armatura compressa

Il contributo dell'armatura compressa nelle verifiche di resistenza allo SLU è diverso da quello fornito nelle verifiche alle TA

Come si vede, ciò è dovuto al fatto che nel caso di stato limite ultimo l'armatura compressa lavora al massimo o quasi ($s' \cong 1$) mentre nel metodo delle tensioni ammissibili essa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile ($s' \cong 0.2 \div 0.5$)

Quanto è possibile ridurre la sezione grazie all'armatura compressa?

- Aumentando $u = A'_s/A_s$ è possibile ridurre l'altezza della sezione
- Riducendo l'altezza aumenta l'armatura necessaria
- Necessità tecnologiche impongono limiti alla quantità di armatura (ribaditi dalla normativa)

Armatura minima:

$$A_s \geq \frac{0.6}{f_{yk}} b d \geq 0.15 \% b d$$

0.13% per B450C

Armatura massima:

$$A_s \leq 3 \% b h$$

$$A'_s \leq 3 \% b h$$

Percentuale massima consigliata: $1 \div 1.5\%$

Limiti alle formule di progetto per tener conto dei limiti all'armatura

Imponendo un limite all'armatura tesa:

$$A_s \leq \rho b d \quad \text{con } \rho = 0.010 \div 0.015$$

Si ha: $A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} \leq \rho b d$

E quindi:

$$d \geq r_s \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} \quad \text{con} \quad r_s = \sqrt{\frac{1}{0.9 \rho f_{yd}}} \quad \begin{array}{l} = 0.0169 \\ \text{se } \rho = 0.010 \\ = 0.0138 \\ \text{se } \rho = 0.015 \end{array}$$

Non si può utilizzare un valore di r' inferiore a r_s

Suggerisco per r' un limite tra 0.015 e 0.017

Esempio n. 2

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.25, \gamma=0.10$)

Tensioni ammissibili:

$M = 115 \text{ kNm}$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0243 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.48 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 55$$

era 0.50 m per $u=0$

Stato limite ultimo:

$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0168 \sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.39 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 45$$

era 0.45 m per $u=0$

Esempio n. 2

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.25, \gamma=0.10$)

Tensioni ammissibili:

$M = 115 \text{ kNm}$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0243 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.48 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 55$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \sigma_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.51 \times 266} = 9.41 \text{ cm}^2 = 0.6 \% b h$$

Stato limite ultimo:

$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0168 \sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.39 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 45$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.41 \times 391} = 11.09 \text{ cm}^2$$

era 9.88 cm² per $u=0$

Esempio n. 3

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.50$, $\gamma=0.10$)

Tensioni ammissibili: $M = 115 \text{ kNm}$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0229 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.45 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 50$$

era 0.50 m per $u=0$
0.48 m per $u=0.25$

Stato limite ultimo: $M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = \cancel{0.0137} \sqrt{\frac{160}{0.30}} = \cancel{0.81} \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 45$$

0.016
era 0.45 m per $u=0$
0.39 m per $u=0.25$

Esempio n. 3

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.50$, $\gamma=0.10$)

Tensioni ammissibili: $M = 115 \text{ kNm}$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0229 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.45 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 50$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 266} = 10.44 \text{ cm}^2$$

era 9.41 cm² per $u=0$

Stato limite ultimo: $M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.016 \sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.37 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 45$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.41 \times 391} = 11.09 \text{ cm}^2$$

era 9.88 cm² per $u=0$

Progetto allo stato limite ultimo - commento

Si ottengono sezioni trasversali:

- simili a quelle richieste dal metodo delle tensioni ammissibili se non si considera l'armatura compressa
- sensibilmente più basse quando si considera l'armatura compressa

L'armatura tesa:

- è simile a quella richiesta dal metodo delle tensioni ammissibili per sezioni a semplice armatura
- può divenire eccessivamente grande quando si riduce l'altezza della sezioni sfruttando l'effetto positivo dell'armatura compressa

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto della sezione assumere un valore $r' = 0.018$ o 0.017

(corrisponde a $0 < u < 25\%$ per C25/30)

Per travi molto basse (a spessore) assumere valori un po' maggiori

$r' = 0.019$ (corrisponde a $0 < u < 25\%$ per C25/30)

Se si ritiene accettabile una percentuale di armatura dell'1.5% si può scendere al valore

$r' = 0.015$ (ma non andare mai al di sotto di questi)

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto dell'armatura tesa considerare un braccio della coppia interna pari a $0.9 d$

Nota:

Per sezioni a forte armatura (sconsigliate per la carenza di duttilità) il braccio della coppia interna dovrebbe essere minore ($0.8 d$)

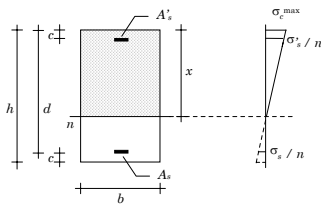
Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale sulla base
delle normative più recenti

Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.
4 - flessione composta

Villa Redenta, Spoleto
26-28 febbraio 2009
Aurelio Ghersi

**Verifica di sezioni
soggette a flessione composta**

Verifica - tensioni ammissibili



Dati:
Geometria della sezione
Armature
Coppia M-N

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Tensioni massime

Verifica - tensioni ammissibili

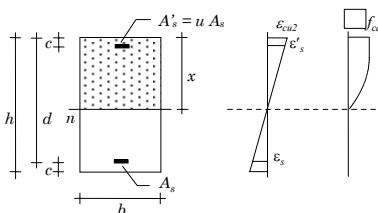
Il procedimento è abbastanza lungo e complesso, perché occorre:

Controllare se il centro di sollecitazione è interno al nocciolo d'inerzia

- delle sole armature (se N è di trazione)
- di armature omogeneizzate e calcestruzzo (se N è di compressione)

Imporre la condizione $I_n = e_n S_n$ se il centro di sollecitazione è esterno al nocciolo (equazione di terzo grado, per sezione rettangolare)

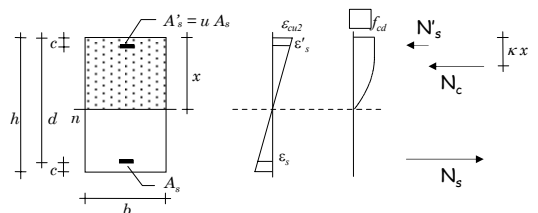
Verifica - stato limite ultimo



Dati:
Geometria della sezione
Armature
Coppia M_{Ed} - N_{Ed}

Incognite:
Posizione dell'asse neutro
Momento resistente M_{Rd}
corrispondente a N_{Ed}

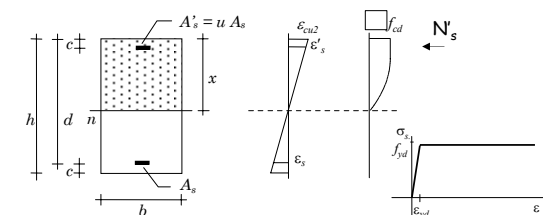
Verifica - stato limite ultimo



Per trovare l'asse neutro: $N_c + N'_s + N_s = N_{Ed}$
(equilibrio alla traslazione)

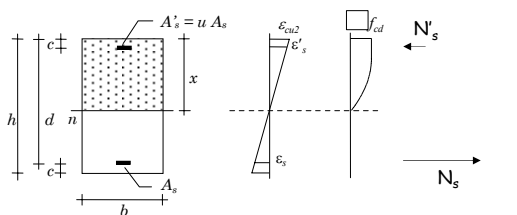
E poi calcolare M_{Rd} , con equilibrio alla rotazione

Risultante delle tensioni, armatura compressa (sezione parzializzata)



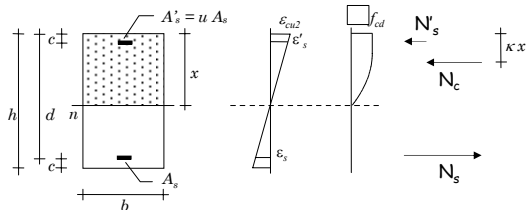
$$\epsilon'_s = \frac{x-c}{x} \epsilon_{cu2} \Rightarrow \begin{aligned} \text{se } \epsilon'_s < \epsilon_{yd} &\Rightarrow \sigma'_s = \frac{\epsilon'_s}{\epsilon_{yd}} f_{yd} \\ \text{se } \epsilon'_s \geq \epsilon_{yd} &\Rightarrow \sigma'_s = f_{yd} \end{aligned} \Rightarrow N'_s = A'_s \sigma'_s$$

Risultante delle tensioni, armatura tesa (sezione parzializzata)



$$\epsilon_s = \frac{d-x}{x} \epsilon_{cu2} \Rightarrow \begin{aligned} \text{se } \epsilon_s < \epsilon_{yd} &\Rightarrow \sigma_s = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{yd}} f_{yd} \\ \text{se } \epsilon_s \geq \epsilon_{yd} &\Rightarrow \sigma_s = f_{yd} \end{aligned} \Rightarrow N_s = A_s \sigma_s$$

Risultante delle tensioni nel calcestruzzo (sezione parzializzata)



$$N_c = \beta \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

per sezione rettangolare, $\beta = 0.810$

Verifica - stato limite ultimo

La risoluzione presenta difficoltà analoghe a quelle viste per la flessione semplice

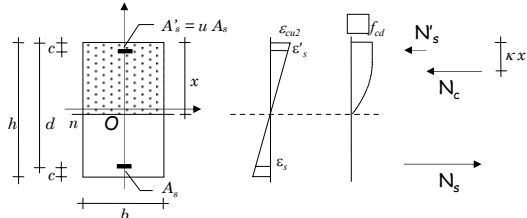
Per sezione rettangolare, parzializzata e con armature snervate, si ottiene un'equazione di primo grado che ha come soluzione

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd} - N_{Ed}}{\beta b f_{cd}} \quad N_{Ed} \text{ positivo se trazione}$$

altrimenti si può risolvere per tentativi l'equazione:

$$N_c + N'_s + N_s = N_{Ed}$$

Momento resistente

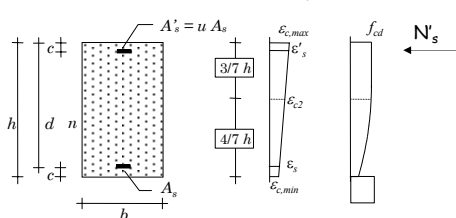


Si determina imponendo l'equilibrio alla rotazione (rispetto al baricentro della sezione)

$$M_{Rd} = (N_s - N'_s) (h/2 - c) - N_c (h/2 - \kappa x)$$

per sezione rettangolare, $\kappa = 0.416$

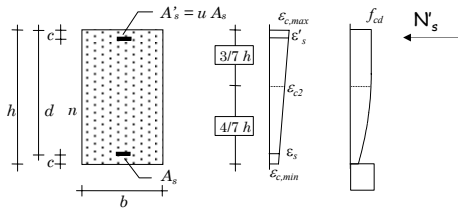
Risultante delle tensioni, armatura superiore (sezione tutta compressa)



$$\epsilon'_s = \epsilon_{c2} \left[\frac{d}{4/7 h} (1 - \eta_{\min}) + \eta_{\min} \right]$$

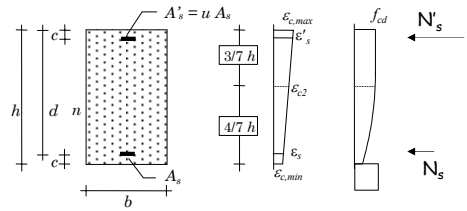
$$\text{dove } \eta_{\min} = \frac{\epsilon_{c,\min}}{\epsilon_{c2}}$$

Risultante delle tensioni, armatura superiore (sezione tutta compressa)



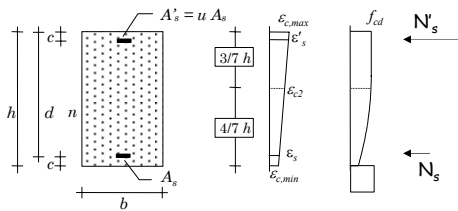
noto $\epsilon'_s \Rightarrow$ se $\epsilon'_s < \epsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \frac{\epsilon'_s}{\epsilon_{yd}} f_{yd} \Rightarrow N'_s = A'_s \sigma'_s$
 se $\epsilon'_s \geq \epsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = f_{yd}$

Risultante delle tensioni, armatura inferiore (sezione tutta compressa)



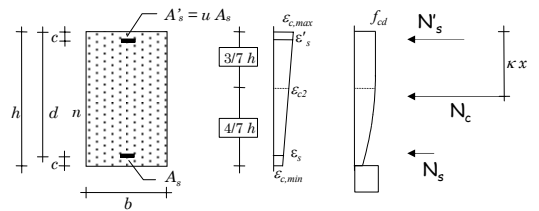
$\epsilon_s = \epsilon_{c2} \left[\frac{c}{4/7 h} (1 - \eta_{\min}) + \eta_{\min} \right]$ dove $\eta_{\min} = \frac{\epsilon_{c,\min}}{\epsilon_{c2}}$

Risultante delle tensioni, armatura inferiore (sezione tutta compressa)



noto $\epsilon_s \Rightarrow$ se $\epsilon_s < \epsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{yd}} f_{yd} \Rightarrow N_s = A_s \sigma_s$
 se $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = f_{yd}$

Risultante delle tensioni nel calcestruzzo (sezione tutta compressa)

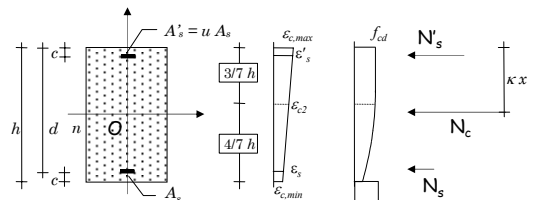


$N_c = \beta \times b \times f_{cd}$ In questo caso β dipende da η_{\min}
 per sezione rettangolare: $\beta = 1 - \frac{4}{21} (1 - \eta_{\min})$

Valori di β per sezione rettangolare

η_{\min}	β
0.0	0.810
0.1	0.846
0.2	0.878
0.3	0.907
0.4	0.931
0.5	0.952
0.6	0.970
0.7	0.983
0.8	0.992
0.9	0.998
1.0	1.000

Momento resistente



$M_{Rd} = (N_s - N'_s) (h/2 - c) - N_c (h/2 - \kappa x)$

Si determina imponendo
 l'equilibrio alla rotazione
 (rispetto al baricentro della
 sezione)

per sezione rettangolare:
 $\kappa = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - 16/49 (1 - \eta_{\min})^2}{1 - 4/21 (1 - \eta_{\min})^2}$

Valori di β e κ per sezione rettangolare

η_{min}	β	κ
0.0	0.810	0.416
0.1	0.846	0.435
0.2	0.878	0.450
0.3	0.907	0.463
0.4	0.931	0.474
0.5	0.952	0.482
0.6	0.970	0.489
0.7	0.983	0.494
0.8	0.992	0.497
0.9	0.998	0.499
1.0	1.000	0.500

Esempio 1

sezione rettangolare tensoinflessa

sezione 30x60

$N_{Ed} = 200$ kN

$A_{s,sup} = 6$ cm²

$M_{Ed} = 80$ kNm

$A_{s,inf} = 10$ cm²



Poiché N è di trazione la sezione è parzializzata

Se entrambe le armature fossero snervate sarebbe

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd} - N_{Ed}}{\beta b f_{cd}} = -1.26 \text{ cm}$$

ma questo valore non è accettabile (è negativo)

Procedendo per tentativi si trova $x = 4.40$ cm

$N_c = -151.4$ kN

$N'_s = -39.9$ kN

$N_s = 391.3$ kN

$M_{Rd} = 154.8$ kNm

la sezione è verificata

Esempio 2

sezione rettangolare pressoinflessa

sezione 30x60

$N_{Ed} = -1000$ kN

$A_{s,sup} = 6$ cm²

$M_{Ed} = 190$ kNm

$A_{s,inf} = 10$ cm²



Poiché N è di compressione occorre controllare se la sezione è parzializzata

Se $x = 60$ cm si ha

$N_c = -2066$ kN

$N'_s = -234.8$ kN

$N_s = -49.0$ kN

$N = -2349.8$ kN

Poiché N_{Ed} è minore (in valore assoluto) di tale valore la sezione è parzializzata

Esempio 2

sezione rettangolare pressoinflessa

sezione 30x60

$N_{Ed} = -1000$ kN

$A_{s,sup} = 6$ cm²

$M_{Ed} = 190$ kNm

$A_{s,inf} = 10$ cm²



La sezione è parzializzata

Se entrambe le armature fossero snervate sarebbe

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd} - N_{Ed}}{\beta b f_{cd}} = 33.59 \text{ cm}$$

Per tale valore le armature sono in effetti entrambe snervate

Si ha quindi $x = 33.59$ cm

$N_c = -1156.5$ kN

$N'_s = -234.8$ kN

$N_s = 391.3$ kN

$M_{Rd} = 348.1$ kNm

la sezione è verificata

Domini M-N

per flessione composta retta

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

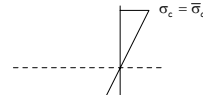
Dominio di resistenza, = insieme delle coppie M-N
o curva di interazione per cui σ_{max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio

sezione

si assegna un
diagramma

si calcolano
M ed N



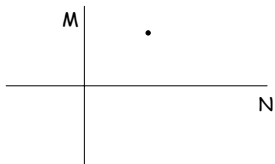
$$N = \int \sigma dA$$

$$M = - \int \sigma y dA$$

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{\max} è uguale a $\bar{\sigma}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio



si calcolano

M ed N

$$N = \int \sigma dA$$

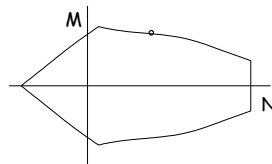
$$M = -\int \sigma y dA$$

e si riporta la coppia M - N nel diagramma

Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui σ_{\max} è uguale a $\bar{\sigma}$

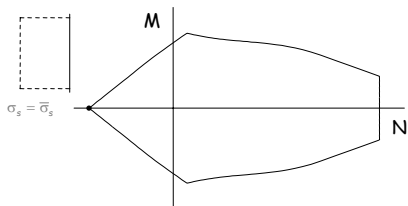
Ripetendo con tutti i possibili diagrammi ...



si ottiene il dominio completo

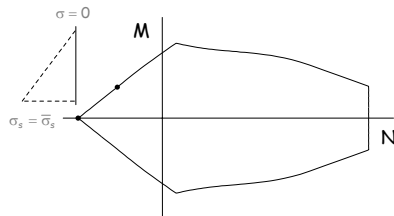
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



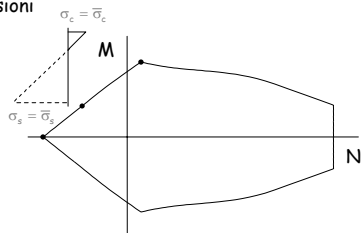
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



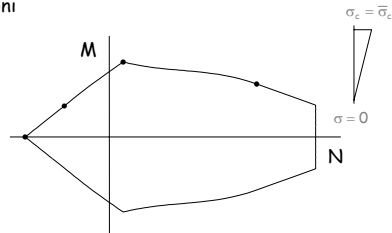
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



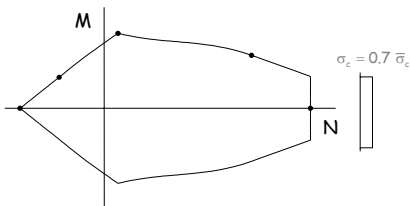
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



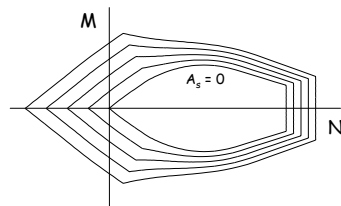
Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di tensioni



Domini di resistenza - tensioni ammissibili

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi



Domini di resistenza - stato limite ultimo

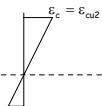
Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{\max} è uguale a ϵ_{\lim}

Per ricavare una coppia M-N del dominio

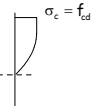
sezione



si assegna un diagramma di ϵ



di σ



si calcolano M ed N

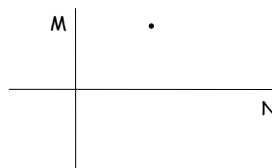
$$N = \int \sigma dA$$

$$M = - \int \sigma y dA$$

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{\max} è uguale a $\bar{\epsilon}_{cu}$

Per ricavare una coppia M-N del dominio



si calcolano M ed N

$$N = \int \sigma dA$$

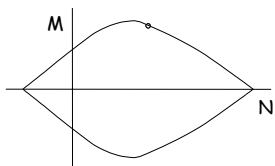
$$M = - \int \sigma y dA$$

e si riporta la coppia M - N nel diagramma

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui ϵ_{\max} è uguale a $\bar{\epsilon}_{cu}$

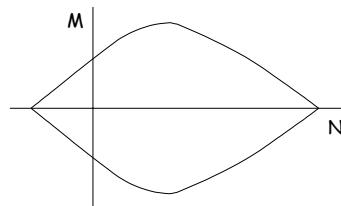
Ripetendo con tutti i possibili diagrammi ...



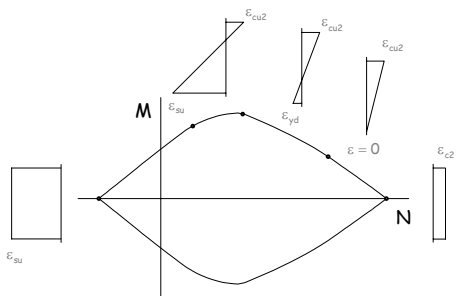
si ottiene il dominio completo

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Ogni punto corrisponde a un diverso diagramma di deformazioni

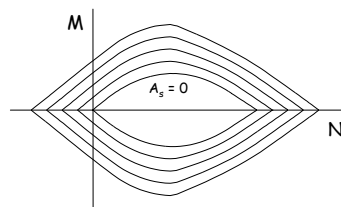


Domini di resistenza - stato limite ultimo



Domini di resistenza - stato limite ultimo

Cambiando l'armatura, si ottengono tanti diagrammi

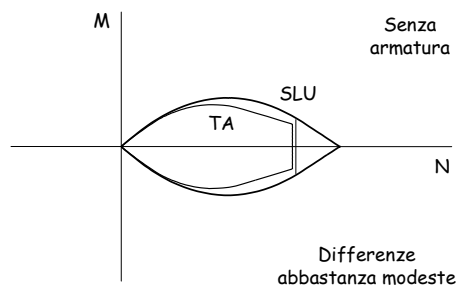


Domini: confronto tra TA e SLU

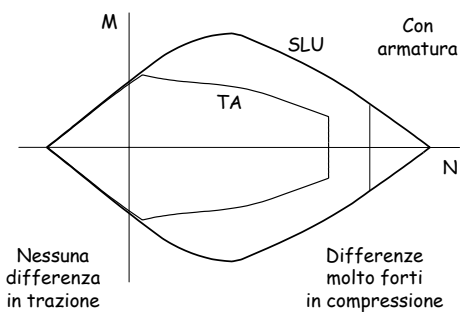
Il confronto può essere effettuato sovrapponendo i domini ricavati per TA e SLU

Poiché i carichi allo SLU sono maggiori (circa 1.4 volte) di quelli alle TA, il dominio relativo alle TA deve essere opportunamente scalato (ad esempio x 1.4)

Domini: confronto tra TA e SLU



Domini: confronto tra TA e SLU

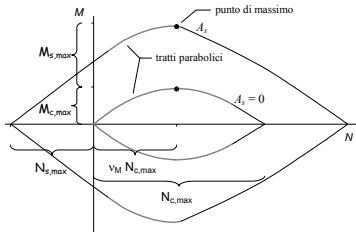


Progetto e verifica allo SLU
con i domini M-N

sezioni rettangolari, $A_s = A'_s$

Dominio M-N allo SLU

L'andamento delle curve è in più tratti parabolico



Dominio M-N allo SLU

Quando entrambe le armature sono snervate

$$N = \beta b x f_{cd}$$

$$M = \beta b x f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \kappa x \right) + 2 A_s f_{yd} \left(\frac{h}{2} - c \right)$$

Il punto di massimo momento si ottiene derivando M

$$\frac{dM}{dx} = 0 \Rightarrow \beta b f_{cd} \left(\frac{h}{2} - 2 \kappa x \right) = 0 \quad x = \frac{h}{4 \kappa} = \frac{119}{198} h \cong 0.60 h$$

Dominio M-N allo SLU

Quando entrambe le armature sono snervate

$$N = \beta b x f_{cd}$$

$$N = \frac{289}{584} b h f_{cd} \cong 0.48$$

$$M = \beta b x f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \kappa x \right) + 2 A_s f_{yd} \left(\frac{h}{2} - c \right)$$

$$M = \frac{289}{2376} b h^2 f_{cd} + A_s f_{yd} (h - 2c) \cong 0.12$$

Il punto di massimo momento si ottiene derivando M

$$\frac{dM}{dx} = 0 \Rightarrow \beta b f_{cd} \left(\frac{h}{2} - 2 \kappa x \right) = 0 \quad x = \frac{h}{4 \kappa} = \frac{119}{198} h \cong 0.60 h$$

Per questo valore di x si ha

Dominio M-N allo SLU

Punto di massimo

$$N = v_M N_{c,max}$$

$$N = \frac{289}{584} b h f_{cd} \cong 0.48$$

$$M = M_{c,max} + M_{s,max}$$

$$M = \frac{289}{2376} b h^2 f_{cd} + A_s f_{yd} (h - 2c) \cong 0.12$$

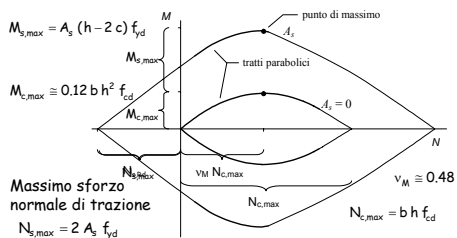
$$N_{c,max} = b h f_{cd}$$

$$v_M \cong 0.48$$

$$M_{c,max} \cong 0.12 b h^2 f_{cd}$$

$$M_{s,max} = A_s (h - 2c) f_{yd}$$

Dominio M-N allo SLU



Dominio M-N allo SLU

$$M_{s,Rd} = A_s (h - 2c) f_{yd}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{289}{2376} b h^2 f_{cd}$$

Massimo sforzo normale di trazione

$$N_{s,Rd} = 2 A_s f_{yd}$$

$$N_{c,Rd} = \frac{289}{594} b h f_{cd}$$

Valori base per dominio M-N

	Calcestruzzo	Acciaio
N	$N_{c,max} = b h f_{cd}$	$N_{s,max} = 2 A_s f_{yd}$
M	$M_{c,max} \equiv 0.12 b h^2 f_{cd}$	$M_{s,max} = A_s (h - 2 c) f_{yd}$

Formulazione analitica

Momento resistente M_{Rd} in funzione di N_{Rd} :

$$M_{Rd} = (M_{c,max} + M_{s,max}) \left[1 - \left| \frac{N_{Rd} - 0.48 N_{c,max}}{0.48 N_{c,max} + N_{s,max}} \right|^m \right]$$

$$\text{con } m = 1 + \frac{0.48 N_{c,max}}{0.48 N_{c,max} + N_{s,Rd}}$$

Formulazione analitica

Verifica di resistenza:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,max} + M_{s,max}} + \left| \frac{N_{Ed} - 0.48 N_{c,max}}{0.48 N_{c,max} + N_{s,max}} \right|^m \leq 1$$

$$\text{con } m = 1 + \frac{0.48 N_{c,max}}{0.48 N_{c,max} + N_{s,Rd}}$$

Formule alternative

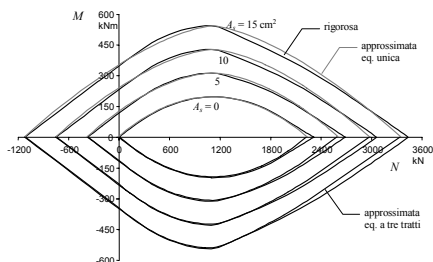
$$\text{– per } N_{Ed} < 0 \text{ (tensoflessione)} \quad \frac{M_{Ed}}{M_{s,max}} - \frac{N_{Ed}}{N_{s,max}} \leq 1$$

$$\text{– per } 0 < N_{Ed} < 0.48 N_{c,Rd} \quad \frac{M_{Ed} - M_{s,max}}{M_{c,max}} + \left(\frac{N_{Ed} - 0.48 N_{c,max}}{0.48 N_{c,max}} \right)^2 \leq 1$$

$$\text{– per } N_{Ed} > 0.48 N_{c,Rd} \quad \frac{M_{Ed}}{M_{c,max} + M_{s,max}} + \left(\frac{N_{Ed} - 0.48 N_{c,max}}{0.52 N_{c,max} + N_{s,max}} \right)^n \leq 1$$

$$\text{con } n = 1 + \left(\frac{0.48 N_{c,max}}{0.52 N_{c,max} + N_{s,max}} \right)^2$$

Confronto



Esempio - verifica a pressoflessione

Dati geometrici

Sezione 40x70

$A_s = A'_s = 3 \varnothing 14$

Materiale

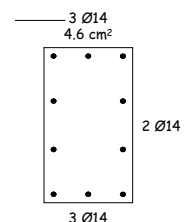
Calcestruzzo C25/30

Acciaio B450C

Sollecitazioni

$N_{Ed} = 1300 \text{ kN}$

$M_{Ed} = 400 \text{ kNm}$



Esempio - verifica a pressoflessione

Valori resistenti del calcestruzzo:

$$N_{c,max} = b h f_{cd} = 0.40 \times 0.70 \times 14.2 \times 10^3 = 3976 \text{ kN}$$

$$v_M N_{c,Rd} = 0.486 \times 3976 = 1932 \text{ kN}$$

$$M_{c,max} = \frac{289}{2376} b h^2 f_{cd} = 0.1216 \times 0.40 \times 0.70^2 \times 14.2 \times 10^3$$

$$M_{c,max} = 338.4 \text{ kNm}$$

Esempio - verifica a pressoflessione

Valori resistenti dell'acciaio:

$$N_{s,max} = 2 A_s f_{yd} = 2 \times 4.62 \times 391 \times 10^{-1}$$

$$N_{s,max} = 361.2 \text{ kN}$$

$$M_{s,max} = A_s (h - 2c) f_{yd} = 4.62 \times (0.70 - 2 \times 0.04) \times 391 \times 10^{-1}$$

$$M_{s,max} = 112.0 \text{ kNm}$$

Esempio - verifica a pressoflessione

Momento resistente:

$$m = 1 + \frac{v_M N_{c,max}}{v_M N_{c,max} + N_{s,max}} = 1 + \frac{1932}{1932 + 361.2} = 1.842$$

$$M_{Rd} = (M_{c,max} + M_{s,max}) \left[1 - \left| \frac{N_{Ed} - v_M N_{c,max}}{v_M N_{c,max} + N_{s,max}} \right|^m \right] =$$

$$= (338.4 + 112.0) \left[1 - \left| \frac{1300 - 1932}{1932 + 361.2} \right|^{1.842} \right] =$$

$$= 408.5 \text{ kNm}$$

$M_{Ed} < M_{Rd}$ Sezione verificata

Esempio - verifica a pressoflessione

Oppure:

$$m = 1.842$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,max} + M_{s,max}} + \left| \frac{N_{Ed} - v_M N_{c,max}}{v_M N_{c,max} + N_{s,max}} \right|^m \leq 1$$

$$\frac{400}{338.4 + 112.0} + \left| \frac{1300 - 1932}{1932 + 361.2} \right|^{1.842} =$$

$$= 0.888 + 0.093 = 0.981 \leq 1$$

Sezione verificata

Progetto dell'armatura

Il momento affidato alle armature è

$$M_{Ed,red} = M_{Ed} - M_{c,max} \left[1 - \left(\frac{N_{Ed} - v_M N_{c,max}}{v_M N_{c,max}} \right)^2 \right]$$

L'armatura necessaria è quindi $A_s = \frac{M_{Ed,red}}{z f_{yd}}$

z è il braccio della coppia interna costituita dalle armature $z = h - 2c \cong 0.9 d$

Nota: la formula vale rigorosamente solo per $0 \leq N_{Ed} \leq v_M N_{c,max}$

Esempio - progetto dell'armatura

Dati geometrici

Sezione 40x70

Sollecitazioni

$N_{Ed} = 1300 \text{ kN}$

$M_{Ed} = 400 \text{ kNm}$

$$M_{Ed,red} = 400 - 338.4 \left[1 - \left(\frac{1300 - 1932}{1932} \right)^2 \right] = 97.8 \text{ kNm}$$

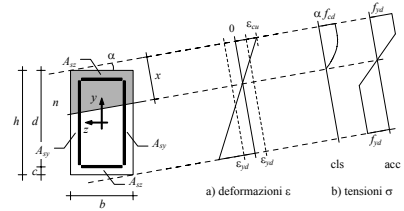
Armatura necessaria:

$$A_s = \frac{97.8}{0.9 \times 0.66 \times 391} \times 10 = 4.2 \text{ cm}^2$$

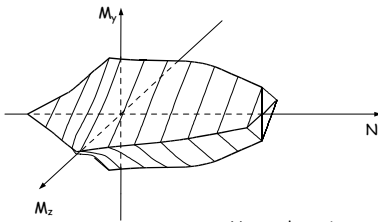
Domini M-N per flessione composta deviata

Pressoflessione deviata

- Procedimento per la costruzione del dominio M_y - M_z -N
- analogo a quello descritto per pressoflessione retta
 - più complicato per l'inclinazione dell'asse neutro

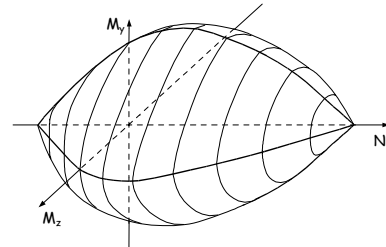


Dominio alle TA

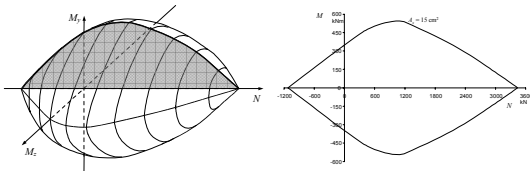


Notare la sezione trasversale:
la presenza contemporanea di M_y e M_z è molto penalizzante

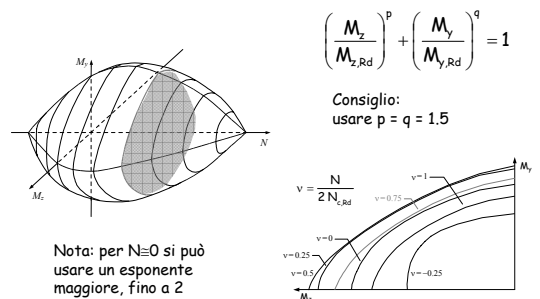
Dominio allo SLU



Dominio allo SLU



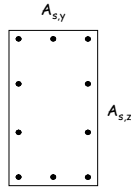
Dominio allo SLU



Considerazioni

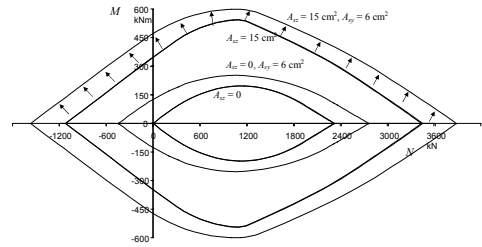
Nel calcolare il momento resistente $M_{Rd,y}$ si dovrebbe prendere in considerazione anche l'armatura sul lato verticale

e viceversa



Considerazioni

Ciò porterebbe ad un incremento del momento resistente



Considerazioni

Ciò porterebbe ad un incremento del momento resistente

$$M_{Rd} = (M_{c,max} + M_{sz,max} + M_{sy,max}) \left[1 - \left(\frac{N_{Rd} - v_M N_{c,max}}{v_M N_{c,max} + N_{sz,max} + N_{sy,max}} \right)^m \right]$$

$$\text{con } m = 1 + \left(\frac{v_M N_{c,max} + N_{sy,max}}{v_M N_{c,max} + N_{sz,max} + N_{sy,max}} \right)$$

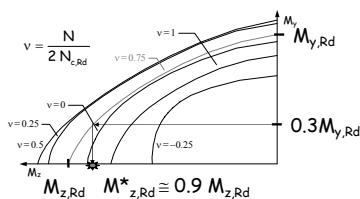
Valori base per dominio M-N includendo l'armatura "di parete"

	Calcestruzzo	Acciaio
N	$v_M N_{c,max} = \frac{289}{594} b h f_{cd}$	$N_{s,max} = 2 A_s f_{yd}$ $N_{s,max} = 2 (A_s + A_{s,p}) f_{yd}$
M	$M_{c,max} = \frac{289}{2376} b h^2 f_{cd}$	$M_{s,max} = A_s (h - 2c) f_{yd}$ $M_{s,max} = (A_s + 0.4 A_{s,p}) (h - 2c) f_{yd}$

E' possibile usare le stesse formule modificando $N_{s,max}$ e $M_{s,max}$

Considerazioni

Contemporaneamente, la presenza di momento nella direzione trasversale riduce il momento resistente



Indicazioni operative

Finché il momento trasversale non è eccessivo, i due effetti si compensano

E' possibile progettare a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni, e poi effettuare un controllo a pressoflessione deviata

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale sulla base
delle normative più recenti

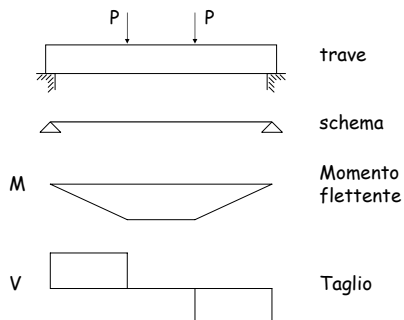
Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.

5 - taglio e torsione

Villa Redenta, Spoleto
26-28 febbraio 2009
Aurelio Ghersi

Taglio

Comportamento di una trave soggetta a flessione e taglio



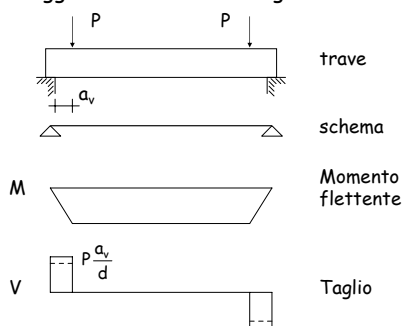
Meccanismi di resistenza a taglio

- Il modello di trave vale solo quando si è lontani da azioni concentrate (e quindi dagli appoggi)
- In prossimità degli appoggi si ha un trasferimento diretto delle forze, con un "comportamento ad arco"

Indicazioni di normativa:

- L'effetto di carichi applicati ad una distanza $a_v \leq 2d$ dall'appoggio può essere ridotto nel rapporto $a_v / 2d$ [NTC08, punto 4.1.2.1.3.3]

Comportamento di una trave soggetta a flessione e taglio



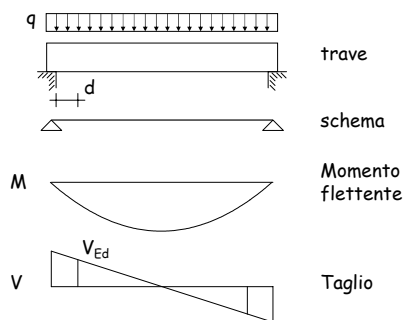
Meccanismi di resistenza a taglio

- Il modello di trave vale solo quando si è lontani da azioni concentrate (e quindi dagli appoggi)
- In prossimità degli appoggi si ha un trasferimento diretto delle forze, con un "comportamento ad arco"

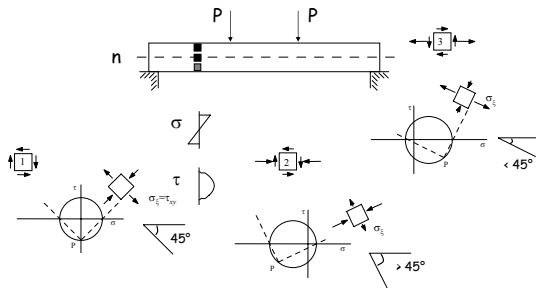
Indicazioni di normativa:

- L'effetto di carichi applicati ad una distanza $a_v \leq 2d$ dall'appoggio può essere ridotto nel rapporto $a_v / 2d$ [NTC08, punto 4.1.2.1.3.3]
- In presenza di carichi distribuiti il taglio non deve essere verificato ad una distanza minore di d dalla faccia dell'appoggio [EC2, punto 6.2.1 (8)]

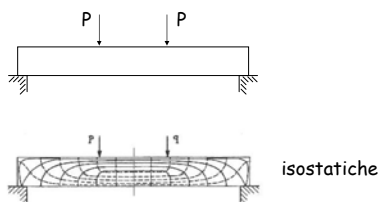
Comportamento di una trave soggetta a flessione e taglio



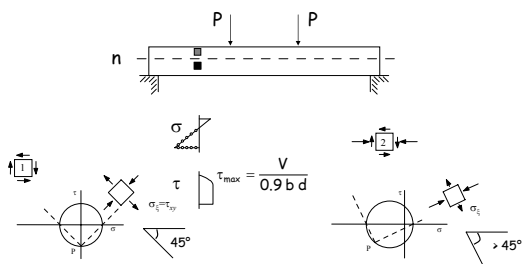
Comportamento di una trave 1 - calcestruzzo resistente a trazione



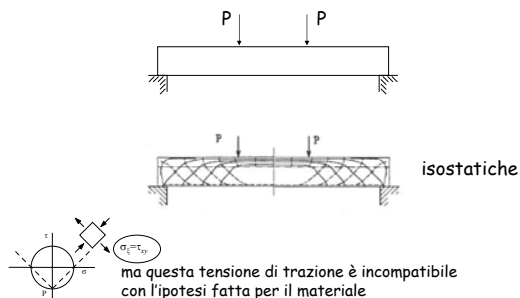
Comportamento di una trave 1 - calcestruzzo resistente a trazione



Comportamento di una trave 2 - calcestruzzo non resistente a trazione



Comportamento di una trave 2 - calcestruzzo non resistente a trazione



Taglio:
resistenza di una trave
in assenza di armatura a taglio

Verifica - tensioni ammissibili

Non è necessaria armatura a taglio se $\tau < \tau_{c0}$

Vuol dire che:

- Non si accetta trazione dovuta alla flessione
- Si accettano modeste trazioni dovute al taglio

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

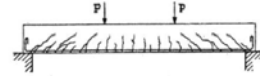
$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d$$

Nota: si devono comunque disporre armature minime a taglio, tranne che nei solai

Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

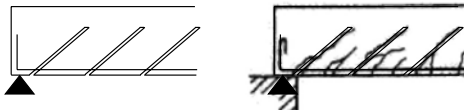
Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio



Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

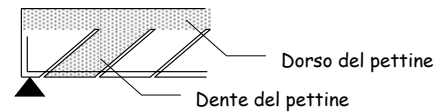


Verifica - stato limite ultimo

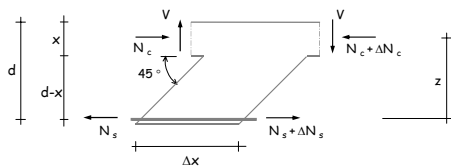
Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

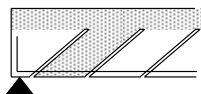
Modello a pettine



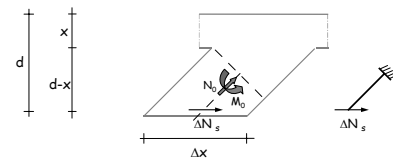
Resistenza del dente



$$\Delta N_s = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V \Delta x}{z}$$

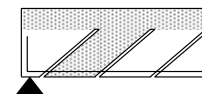


Resistenza del dente

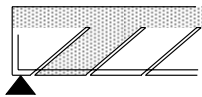
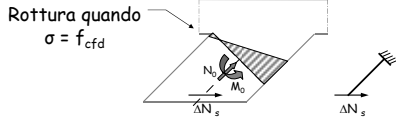


$$N_b = -\frac{\Delta N_s}{\sqrt{2}} = -\frac{V \Delta x}{\sqrt{2} z}$$

$$M_b = -\Delta N_s \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right) = -\frac{V \Delta x}{z} \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right)$$



Resistenza del dente

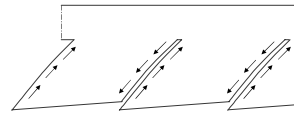


Resistenza del dente:

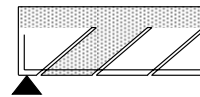
$$V_{Rd} = 0.25 f_{ctd} b d$$

Nota: $0.25 f_{ctd}$ è ora sostituito da un altro termine, equivalente, funzione di f_{ck}

Altri contributi alla resistenza del dente



Ingranamento degli inerti

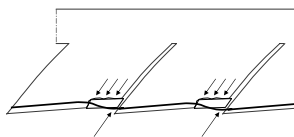


Resistenza del dente:

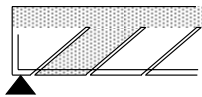
$$V_{Rd} = 0.25 f_{ctd} k b d$$

il coefficiente k è funzione dell'altezza utile d della sezione

Altri contributi alla resistenza del dente



Effetto spinotto

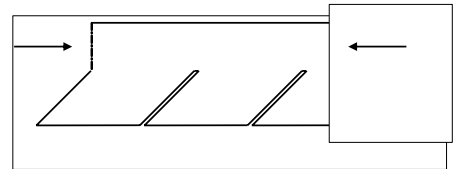


Resistenza del dente:

$$V_{Rd} = 0.25 f_{ctd} k f(\rho_l) b d$$

l'effetto spinotto dipende dalla percentuale ρ_l di armatura longitudinale

Altri contributi alla resistenza del dente



La presenza di compressione riduce la lunghezza del dente e quindi le sollecitazioni, aumentando la resistenza a taglio

Resistenza in assenza di armature (NTC08, punto 4.1.2.1.3.1)

$$V_{Rd} = \left[0.18 k \frac{\sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} + 0.15 \sigma_{cp} \right] b d$$

$$\geq v_{min} = 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}} \quad \text{quando } \rho_l \text{ è molto piccolo}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0.02 f_{cd} \quad \text{positiva se compressione}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad d \text{ in mm}$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} \leq 0.02$$

Resistenza in assenza di armature Esempio: solaio (due travetti a metro)

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm} \\ d = 22 \text{ cm}$$

$$A_s = 2 \varnothing 10 \text{ a travetto} \\ 3.14 \text{ cm}^2 \text{ a travetto}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{220}} = 1.953$$

$$\rho_l = \frac{3.14}{20 \times 24} = 0.00654$$

$$\frac{\sqrt[3]{100 \times 0.00654 \times 25}}{1.5} = 1.692$$

$$0.18 \times 1.953 \times 1.692 = 0.595 > 0.035 \times \sqrt{1.953^3 \times 25} = 0.478$$

$$V_{Rd} = \left[0.18 k \frac{\sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} + 0.15 \sigma_{cp} \right] b d \geq 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}}$$

$$V_{Rd} = 0.595 \times 20 \times 22 \times 10^{-1} = 26.18 \text{ kN}$$

Confronto con tensioni ammissibili solaio (due travetti a metro)

$$b = 20 \text{ cm} \quad h = 24 \text{ cm} \quad A_s = 2 \varnothing 10 \text{ a travetto} \\ d = 22 \text{ cm} \quad 3.1 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

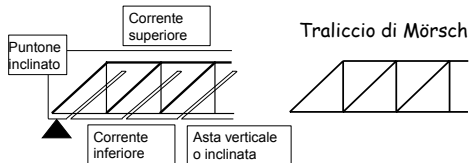
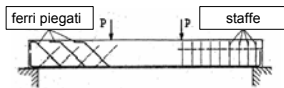
$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d = \\ = 0.9 \times 0.60 \times 20 \times 22 \times 10^{-1} = 23.76 \text{ kN}$$

La resistenza allo SLU è 26.18 kN, di poco maggiore, ma il carico (e quindi il taglio sollecitante), è circa 1.4 volte maggiore

Taglio:
resistenza di una trave
con armatura a taglio

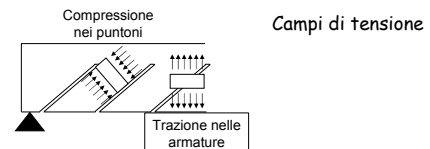
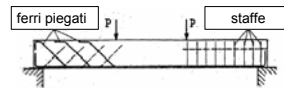
Trave con armatura a taglio: modelli di calcolo

Possibili armature:



Trave con armatura a taglio: modelli di calcolo

Possibili armature:



Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{cl}$

Quindi: $V_{cl} = 0.9 \tau_{cl} b d$

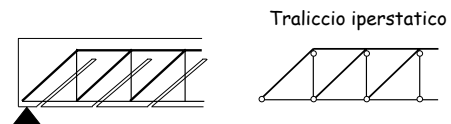
La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Mörsch - schema isostatico

Per staffe: $V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s$

Verifica - stato limite ultimo

Sia la resistenza del calcestruzzo che quella dell'armatura vengono valutate col modello di traliccio

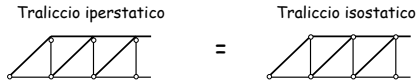
Attenzione: occorre tener conto del fatto che il traliccio è iperstatico



Verifica - stato limite ultimo

In campo lineare, l'iperstaticità del traliccio è irrilevante

Rigidità estensionale \gg Rigidità flessionale



Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza del calcestruzzo:

$$N_c = V \sqrt{2}$$

$$A_c = b z \sqrt{2}$$

Ponendo $\sigma_c = f'_{cd}$ si ottiene $V_{Rd} = \frac{1}{2} f'_{cd} b z$

Notare: $f_{cd} = \alpha \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = v_1 f'_{cd}$ $v_1 = 0.5$

Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza dell'armatura:

$$N_s = V$$

Ponendo $\sigma_s = f_{yd}$ si ottiene $V_{Rd} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z$

Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "normale"

Se si rompe prima il calcestruzzo: fine

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} b z$$

Se si snerva l'armatura
scompare l'armatura a taglio

rimane ancora il "pettine"
con la sua resistenza

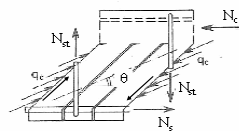
$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd}$ con $V_{cd} = V_{Rd1}$

questo modello non è più considerato dalle NTC08

Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"



Quando si snerva l'armatura
scompare l'armatura a taglio
ma per l'ingranamento degli
inerti la direzione di
compressione si inclina

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

$$V_{Rcd} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} f'_{cd} b z$$

$$V_{Rsd} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

Resistenza in presenza di staffe (NTC08, punto 4.1.2.1.3.2)

$$V_{Rcd} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f'_{cd} b z \quad z = 0.9 d$$

$$f'_{cd} = 0.5 f_{cd}$$

$$\alpha_c = 1$$

in assenza di compressione

$$\alpha_c = 1 + \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}$$

per $0 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 0.25$

$$\alpha_c = 1.25$$

per $0.25 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 0.5$

$$\alpha_c = 2.5 \left(1 - \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right)$$

per $0.5 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 1$

Resistenza in presenza di staffe (NTC08, punto 4.1.2.1.3.2)

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta \quad z = 0.9 d$$

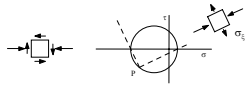
sia per V_{Rcd} che per V_{Rsd}

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

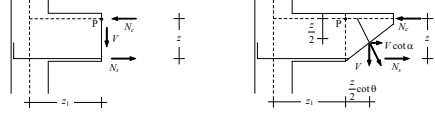
in presenza di compressione

$$\cot \theta_1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

$$\cot \theta_1 = \frac{\tau}{\sigma_f}$$



Traslazione del diagramma del momento (NTC08, punto 4.1.2.1.3.2)



approccio tradizionale:

$$N_s = \frac{M(z_1)}{z}$$

equilibrio (con taglio inclinato):

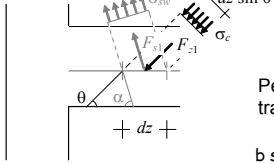
$$N_s = \frac{M(z_2)}{z} > \frac{M(z_1)}{z}$$

$$z_2 = z_1 + \frac{z}{2} (\cot \theta - \cot \alpha)$$

occorre aumentare l'armatura longitudinale

Modello di campi di tensione

$$F_{s1} = \frac{A_{sw}}{s} dz \sigma_{sw} \quad F_{c1} = b dz \sin \theta \sigma_c$$

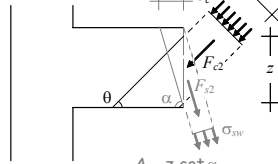


Per l'equilibrio alla traslazione verticale:

$$b \sin^2 \theta \sigma_c = \frac{A_{sw}}{s} \sin \alpha \sigma_{sw}$$

Modello di campi di tensione

$$F_{c2} = b z \cos \theta \sigma_c \quad F_{s2} = \frac{A_{sw}}{s} z \cot \alpha \sigma_{sw}$$



Per l'equilibrio alla traslazione verticale:

$$V = b z \sin \theta \cos \theta \sigma_c + \frac{A_{sw}}{s} z \cos \alpha \sigma_s$$

Modello di campi di tensione

Dalle due relazioni

$$b \sin^2 \theta \sigma_c = \frac{A_{sw}}{s} \sin \alpha \sigma_{sw}$$

$$V = b z \sin \theta \cos \theta \sigma_c + \frac{A_{sw}}{s} z \cos \alpha \sigma_s$$

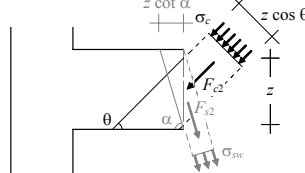
si ricavano le stesse espressioni viste in precedenza

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

$$V_{Rcd} = \frac{f_{cd} b z (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta}$$

Modello di campi di tensione

$$F_{c2} = b z \cos \theta \sigma_c \quad F_{s2} = \frac{A_{sw}}{s} z \cot \alpha \sigma_{sw}$$



Dall'equilibrio alla traslazione orizzontale rimane una componente orizzontale (da bilanciare)

$$V (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Componente orizzontale da equilibrare

$$V (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Scuola milanese:

- La componente è ripartita tra N_c ed N_s
- Si ottiene così l'incremento di armatura tesa (traslazione del diagramma del momento)

Scuola napoletana:

- L'intera componente è assegnata ad un'apposita armatura, detta "di parete"
- Si ottiene così, in aggiunta alle staffe ($\cot \alpha = 0$), l'armatura di parete

$$A_{sl} = \frac{V \cot \theta}{f_{yd}}$$

Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rcd} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f'_{cd} b z$$

$$\alpha_c = 1$$

$$f'_{cd} = 0.5 \times 14.17 = 7.08 \text{ MPa}$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rcd} = 439.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow V_{Rcd} = 303.2 \text{ kN}$$

Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rsd} = 108.1 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow V_{Rsd} = 270.1 \text{ kN}$$

Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza della sezione è il minore tra V_{Rcd} e V_{Rsd} calcolati con $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

In questo caso è sempre $V_{Rcd} > V_{Rsd}$

$$\text{Per } \cot \theta = 2.5 \text{ si ha } V_{Rsd} = 270.1 \text{ kN}$$

Nota: verificare anche l'armatura longitudinale

Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente - tensioni ammissibili

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{ct} = 0.9 \tau_{ct} b d = \\ = 0.9 \times 1.83 \times 30 \times 46 \times 10^{-1} = 227.3 \text{ kN}$$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s = \\ = 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 255 \times 10^{-3} = 70.7 \text{ kN}$$

Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente - confronto TA-SLU

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza dell'armatura è

- 70.7 kN per TA
- 270.1 kN per SLU

Anche tenendo conto della differenza di carico, la resistenza è oltre 2.5 volte maggiore

Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

b = 30 cm h = 50 cm staffe Ø8/10 (10 cm²/m)
d = 46 cm

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rcd} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f_{cd} b z$$

$$\alpha_c = 1$$

$$f_{cd} = 0.5 \times 14.17 = 7.08 \text{ MPa}$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rcd} = 439.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow V_{Rcd} = 303.2 \text{ kN}$$

Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

b = 30 cm h = 50 cm staffe Ø8/10 (10 cm²/m)
d = 46 cm

La resistenza dell'armatura è

$$V_{Rsd} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rsd} = 162.0 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow V_{Rsd} = 405.0 \text{ kN}$$

Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

b = 30 cm h = 50 cm staffe Ø8/10 (10 cm²/m)
d = 46 cm

La resistenza della sezione è il minore tra V_{Rcd} e V_{Rsd}

	$\cot \theta = 1$	1.5	2	2.5
V_{Rcd}	439.7	405.9	351.8	303.2
V_{Rsd}	162.0	243.0	324.0	405.0

Per $\cot \theta = 2.1$ si ha $V_{Rcd} = V_{Rsd} = 340.2 \text{ kN}$

Nota: verificare anche l'armatura longitudinale

Progetto dell'armatura allo stato limite ultimo

Staffe:
$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta}$$

Occorre definire $\cot \theta$

1. Verificare la resistenza del calcestruzzo e individuare il massimo valore possibile per $\cot \theta$

Ponendo
$$V_{Rcd} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f_{cd} b z = V_{Ed}$$

si ottiene
$$\cot \theta = \frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} \right)^2 - 1} \leq 2.5$$

Progetto dell'armatura allo stato limite ultimo

Staffe:
$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta}$$

Occorre definire $\cot \theta$

2. Utilizzare il valore di $\cot \theta$ così determinato, oppure un valore minore

Al crescere di $\cot \theta$ si riducono le staffe necessarie, ma cresce l'armatura di parete (o longitudinale)

Consiglio di non superare $\cot \theta = 2$

3. Calcolo l'armatura di parete o verifico l'armatura longitudinale

Progetto dell'armatura trave emergente

b = 30 cm h = 50 cm $V_{Ed} = 150 \text{ kN}$
c = 4 cm d = 46 cm

1. Calcolo

$$\cot \theta = \frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} \right)^2 - 1} = 5.69$$

2. Posso usare $\cot \theta = 2.5$, ma io preferisco $\cot \theta = 2$

Otengo
$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta} = 4.62 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Userò Ø8/20

3. Armatura di parete
$$A_{sl} = \frac{V_{Ed} \cot \theta}{f_{yd}} = 7.67 \text{ cm}^2$$

Progetto dell'armatura trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad V_{Ed} = 400 \text{ kN}$$

$$c = 4 \text{ cm} \quad d = 46 \text{ cm}$$

1. Calcolo

$$\cot \theta = \frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} \right)^2 - 1} = 1.555$$

2. Userò $\cot \theta = 1.555$

$$\text{Ottengo} \quad \frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta} = 15.88 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Dovrei usare $\varnothing 8/6$ (forse eccessivi)

3. Armatura di parete

$$A_{sj} = \frac{V_{Ed} \cot \theta}{f_{yd}} = 15.9 \text{ cm}^2$$

Minimi di armature nelle travi (NTC08, punto 4.1.6.1.1)

Area minima longitudinale:

$$A_{s,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b d \geq 0.0013 b d$$

Area minima delle staffe:

$$A_{st} = 1.5 b \text{ mm}^2 / \text{m} \quad \text{può essere condizionante, in particolare per travi a spessore}$$

Inoltre: 3 staffe a metro, passo non superiore a 0.8 d

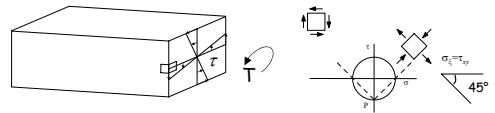
Ulteriori indicazioni (EC2, 2004):

$$\rho_w = \frac{A_{st}}{s b} \geq \rho_{w,min} = \frac{0.08 \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

versioni precedenti davano passi molto ridotti

Torsione

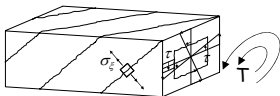
Comportamento di una trave 1 - calcestruzzo resistente a trazione



Per bassi livelli di sollecitazioni, la torsione è fronteggiata dallo stato tensionale che si sviluppa nel calcestruzzo.

Le armature non partecipano efficacemente alla resistenza strutturale.

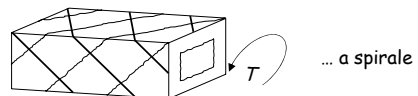
Comportamento di una trave 2 - calcestruzzo non resistente a trazione



Aumentando il momento torcente ...

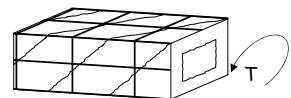
... il calcestruzzo si fessura

Armatura a torsione

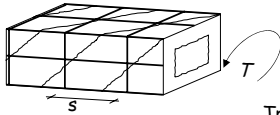


... a spirale

... con staffe e ferri longitudinali



Modello di calcolo

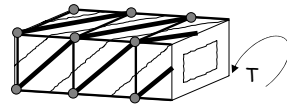


Traliccio di Rausch

Barre longitudinali = correnti tesi

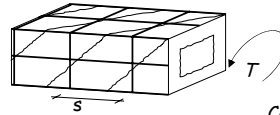
Staffe = montanti tesi

Calcestruzzo = diagonali compresse

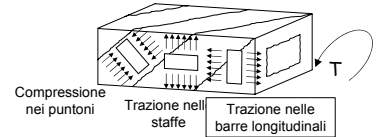


Tutte le aste sono incernierate nei nodi

Modello di calcolo



Campi di tensione

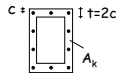


Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto $\tau \leq \tau_{cl}$

Quindi:

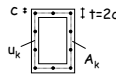
$$T_{cl} = 2 A_k \tau_{cl}$$



La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Rausch

Per le staffe:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s$$



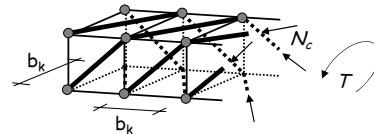
Per i ferri longitudinali:

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s$$

Resistenza a torsione - SLU

con puntoni inclinati a 45°

Resistenza del calcestruzzo:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$

$$A_c = \frac{t b_k}{\sqrt{2}}$$

con $t = 2c$

Ponendo $\sigma_c = f'_{cd}$

si ottiene

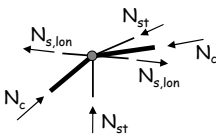
$$T_{Rcd} = f'_{cd} t A_k$$

$$f'_{cd} = 0.5 f_{cd}$$

Resistenza a torsione - SLU

con puntoni inclinati a 45°

Resistenza dell'armatura:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$

$$N_{st} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

$$N_{s,lon} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

Ponendo $\sigma_{st} = f_{yd}$ si ottiene $T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd}$

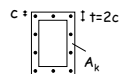
Ponendo $\sigma_{s,lon} = f_{yd}$ si ottiene $T_{Rld} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} f_{yd}$

Resistenza a torsione - SLU

con puntoni inclinati a 45°

Resistenza del calcestruzzo

$$T_{Rcd} = A_k t f'_{cd}$$



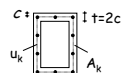
Resistenza dell'armatura

Staffe:

$$T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd}$$

Ferri longitudinali:

$$T_{Rld} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} f_{yd}$$

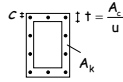


Resistenza a torsione - SLU

con puntoni ad inclinazione variabile (NTC08, 4.1.2.1.4)

Resistenza del calcestruzzo

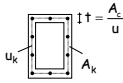
$$T_{Rcd} = 2 A_k f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$



Resistenza dell'armatura

Staffe: $T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd} \cot \theta$

Ferri longitudinali: $T_{Rld} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} f_{yd} \frac{1}{\cot \theta}$



Per effetto dell'ingranamento degli inerti i puntoni di calcestruzzo si inclinano ($0.4 \leq \cot \theta \leq 2.5$)

Resistenza a torsione

trave emergente

$b = 30 \text{ cm}$ $h = 50 \text{ cm}$ $A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$
 $c = 4 \text{ cm}$ $d = 46 \text{ cm}$ $\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.33 cm}^2\text{/m)}$

$t = \frac{30 \times 50}{2(30 + 50)} = 9.38 \text{ cm}$ $A_k = (30 - 9.38) \times (50 - 9.38) = 838 \text{ cm}^2$
 $f_{cd} = 7.08 \text{ MPa}$

La resistenza della trave a torsione è

$$T_{Rcd} = 2 A_k f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$

$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rcd} = 55.7 \text{ kN m}$

$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow T_{Rcd} = 38.4 \text{ kN m}$

Resistenza a torsione

trave emergente

$b = 30 \text{ cm}$ $h = 50 \text{ cm}$ $A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$
 $c = 4 \text{ cm}$ $d = 46 \text{ cm}$ $\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.33 cm}^2\text{/m)}$

La resistenza dell'armatura è

Staffe: $T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd} \cot \theta$

$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rsd} = 21.8 \text{ kN m}$

$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow T_{Rsd} = 54.5 \text{ kN m}$

Ferri longitudinali: $T_{Rld} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} f_{yd} \frac{1}{\cot \theta}$

$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rld} = 65.9 \text{ kN m}$

$u_k = 122.5 \text{ cm}$

$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow T_{Rld} = 26.3 \text{ kN m}$

Resistenza a torsione

trave emergente

$b = 30 \text{ cm}$ $h = 50 \text{ cm}$ $A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$
 $c = 4 \text{ cm}$ $d = 46 \text{ cm}$ $\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.33 cm}^2\text{/m)}$

La resistenza della sezione è il minore tra T_{Rcd} T_{Rsd} T_{Rld}

	$\cot \theta = 1$	1.5	2	2.5
T_{Rcd}	55.7	51.4	44.6	38.4
T_{Rsd}	21.8	32.7	43.6	54.5
T_{Rld}	65.9	43.9	32.9	26.3

Si ha $T_{Rsd} = T_{Rld}$ per $\cot \theta = \sqrt{\frac{A_{s,lon}/u_k}{A_{st}/s}} = 1.736$

Per tale valore $T_{Rsd} = T_{Rld} = 37.8 \text{ kNm}$
 $T_{Rcd} = 48.2 \text{ kNm}$

Resistenza a torsione trave emergente - tensioni ammissibili

$b = 30 \text{ cm}$ $h = 50 \text{ cm}$ $A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$
 $c = 4 \text{ cm}$ $d = 46 \text{ cm}$ $\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.33 cm}^2\text{/m)}$

La resistenza della trave a torsione è $t = 2c = 8 \text{ cm}$

$T_{cl} = 2 A_k t \tau_{cl} = 2 \times (22 \times 42) \times 8 \times 1.83 \times 10^{-3} = 27.1 \text{ kNm}$

La resistenza dell'armatura è

$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s = 2 \times (22 \times 42) \times 3.4 \times 255 \times 10^{-5} = 16 \text{ kN m}$

$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s = 2 \times (22 \times 42) \times 0.096 \times 255 \times 10^{-3} = 45 \text{ kN m}$

Resistenza a torsione trave emergente - confronto SLU-TA

Tensioni ammissibili:

$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s = 16 \text{ kN m}$

Stato limite ultimo ($\cot \theta = 1.736$):

$T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd} \cot \theta = 37.8 \text{ kNm}$

Anche se i carichi allo SLU sono circa 1.4 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio circa 1.7 volte)

Dimensionamento della sezione allo stato limite ultimo

1. Scegliere un valore per $\cot \theta$ ed ipotizzare un valore per t (almeno pari a 2 c)
2. Invertendo l'espressione di T_{Rcd} calcolare A_k

$$A_k = \frac{T_{Ed}}{2t f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}}$$
3. Definire una sezione $b \times h$ che garantisca A_k e calcolare t

$$t = \frac{A}{u} \geq 2c$$
4. Ricalcolare A_k e controllare che vada bene

$$A_k = (b - t)(h - t)$$

Dimensionamento della sezione esempio

Dati: $T_{Ed} = 26 \text{ kNm}$

1. Assumo $\cot \theta = 2$ e $t = 10 \text{ cm}$
2. $A_k = \frac{T_{Ed}}{2t f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}} = \frac{26 \times 10^3}{2 \times 10 \times 7.08 \times \frac{2}{1 + 2^2}} = 459 \text{ cm}^2$
3. Potrei usare una sezione 30×40 che (per $t = 10 \text{ cm}$) ha $A_k = 600 \text{ cm}^2$
Preferisco 30×50 $t = \frac{1500}{160} = 9.38 \text{ cm}$
4. $A_k = (30 - 9.38)(50 - 9.38) = 838 \text{ cm}^2$
va bene

Progetto di staffe e barre longitudinali allo stato limite ultimo

1. Verificare la resistenza del calcestruzzo e individuare il massimo valore possibile per $\cot \theta$
Ponendo $T_{Rcd} = 2 A_k t f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = T_{Ed}$
si ottiene $\cot \theta = \frac{A_k t f_{cd}}{T_{Ed}} + \sqrt{\left(\frac{A_k t f_{cd}}{T_{Ed}} \right)^2 - 1} \leq 2.5$
2. Utilizzare il valore di $\cot \theta$ così determinato, oppure un valore minore, per calcolare staffe e barre longitudinali

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{T_{Ed}}{2 A_k f_{yd} \cot \theta} \quad A_{s,lon} = \frac{T_{Ed} u_k \cot \theta}{2 A_k f_{yd}}$$
3. Distribuire le barre longitudinali in proporzione ai lati

Progetto di staffe e barre longitudinali esempio

Dati: $T_{Ed} = 26 \text{ kNm}$

Si è scelta una sezione 30×50

1. $\cot \theta = \frac{A_k t f_{cd}}{T_{Ed}} + \sqrt{\left(\frac{A_k t f_{cd}}{T_{Ed}} \right)^2 - 1} = \frac{838 \times 9.38 \times 7.08}{26 \times 10^3} + \sqrt{(2.14)^2 - 1} = 4.03$
2. Si può usare anche $\cot \theta = 2.5$; scelgo $\cot \theta = 2$

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{26 \times 10^3}{2 \times 838 \times 391.3 \times 2} = 1.98 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad \varnothing 8/25$$

$$A_{s,lon} = \frac{26 \times 122.5 \times 2}{2 \times 838 \times 391.3} \times 10^3 = 9.71 \text{ cm}^2$$

Progetto di staffe e barre longitudinali esempio

Dati: $T_{Ed} = 26 \text{ kNm}$

Si è scelta una sezione 30×50

Se però si decide di usare $\varnothing 8/20 = 2.5 \text{ cm}^2 / \text{m}$ questo corrisponde a

$$\cot \theta = \frac{T_{Ed}}{2 A_k f_{yd} A_{st} / s} = 1.586$$

L'armatura longitudinale necessaria è

$$A_{s,lon} = \frac{26 \times 122.5 \times 1.586}{2 \times 838 \times 391.3} \times 10^3 = 7.70 \text{ cm}^2$$

Torsione e taglio

Calcestruzzo:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rcd}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rcd}} \leq 1$$

Staffe:

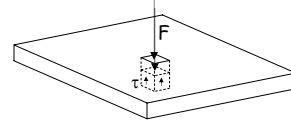
- si progettano separatamente, per la torsione e per il taglio e si sommano.
- l'angolo θ deve essere uguale per la torsione e per il taglio.

Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.

6 - punzonamento

Villa Redenta, Spoleto
26-28 febbraio 2009
Aurelio Ghersi

Il fenomeno

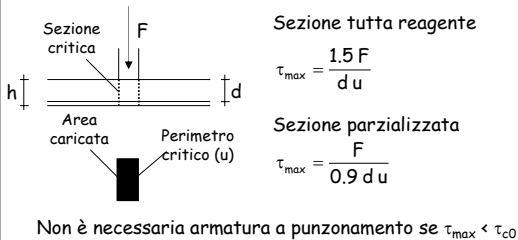


Le τ equilibrano la forza concentrata F

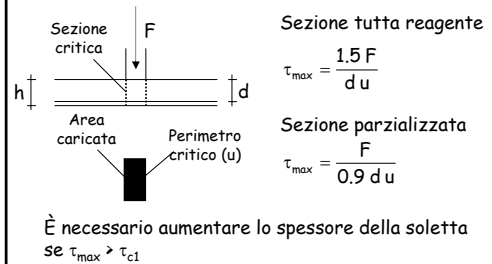
La forza massima che le τ possono contrastare è la resistenza a punzonamento dell'elemento in calcestruzzo

Se la forza F supera la resistenza a punzonamento si dispone un'armatura a punzonamento (barre piegate a 45°)

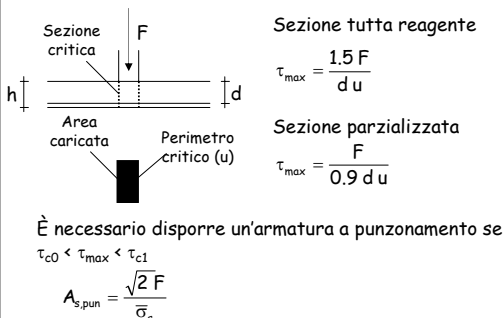
Verifica - tensioni ammissibili



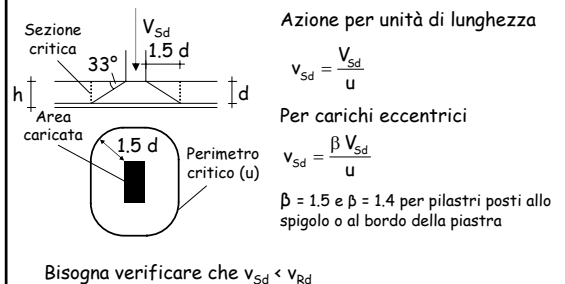
Verifica - tensioni ammissibili



Verifica - tensioni ammissibili



Verifica - stato limite ultimo



Nota: ora 2.0 d anziché 1.5 d

Verifica - stato limite ultimo

V_{rd1} Resistenza in assenza di armatura a punzonamento

$$V_{rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) d$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \rho_{ly}}$$

V_{rd2} Resistenza della sezione in calcestruzzo in presenza di armatura a punzonamento

$$V_{rd2} = 1.6 V_{rd1}$$

V_{rd3} Resistenza dell'armatura a punzonamento

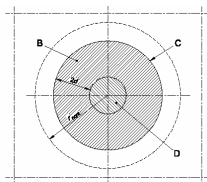
$$V_{rd3} = V_{rd1} + \frac{A_{s,pun} f_{yd}}{\sqrt{2} u}$$

Da aggiornare con NTC08

PUNZONAMENTO

Generalità (6.4.1)

Si raccomanda che la resistenza a taglio sia verificata lungo la faccia del pilastro e il perimetro di verifica u_1 . Se è richiesta un'armatura a taglio, si raccomanda che un ulteriore perimetro di verifica $u_{out,ef}$ sia trovato laddove l'armatura a taglio non è più richiesta.

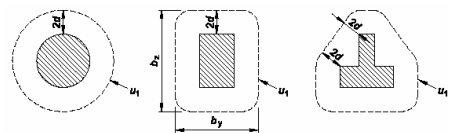


- A Sezione di base per la verifica
- B Area di verifica di base A_{cont}
- C Perimetro di verifica di base, u_1
- D Area caricata A_{load}
- E Ulteriore perimetro di verifica $u_{out,ef}$
- $\theta = \arctan(1/2)$
 $= 26,6^\circ$

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Il perimetro di verifica di base u_1 può generalmente essere collocato a una distanza $2,0d$ dall'area caricata e si raccomanda che sia definito come quello di minima lunghezza.



PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

L'altezza utile della soletta è supposta costante e può generalmente essere assunta pari a:

$$d_{eff} = \frac{d_y + d_z}{2}$$

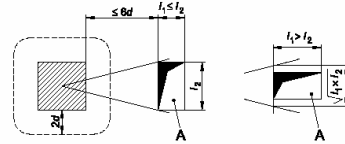
dove d_y e d_z sono le altezze utili relative alle armature poste nelle due direzioni ortogonali.

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Per aree caricate in prossimità di aperture, se la minor distanza fra il perimetro dell'area caricata e il bordo dell'apertura non supera $6d'$, si ritiene inefficace la parte del perimetro di verifica contenuta entro le due tangenti tracciate dal centro dell'area caricata fino al contorno del foro

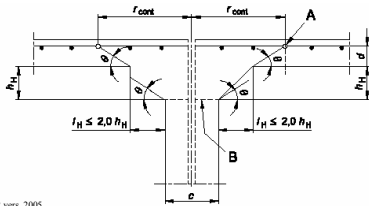


Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Per piastre con pilastri muniti di capitello circolare per le quali $l_H < 2,0h_H$, una verifica delle tensioni di taglio-punzonamento è richiesta solo sulla sezione di verifica al di là del capitello.



Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

La distanza di questa sezione dal centro del pilastro r_{cont} può essere assunta come:

$$r_{cont} = 2d + l_H + 0,5c$$

dove:

l_H è la distanza della faccia del pilastro dal bordo del capitello;

c è il diametro del pilastro circolare.

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Nel caso di un pilastro rettangolare con un capitello rettangolare con $l_H < 2,0d$ e le dimensioni compressive l_1 e l_2 ($l_1 = c_1 + 2l_{H1}$, $l_2 = c_2 + 2l_{H2}$, $l_1 \leq l_2$), per il valore r_{cont} può essere assunto il minore fra:

$$r_{cont} = 2d + 0,56 (l_1 l_2)^{0,5}$$

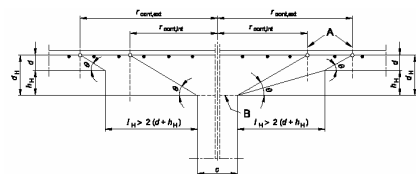
$$r_{cont} = 2d + 0,69 l_1$$

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Nel caso di piastre con capitello allargato dove $l_H > 2h_H$ si raccomanda che siano verificate entrambe le sezioni, quella nel capitello e quella nella piastra.



Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Nel caso di pilastri circolari le distanze dal centro del pilastro alle sezioni di verifica possono essere assunte uguali a:

$$r_{\text{cont,ext}} = l_H + 2d + 0,5c$$

$$r_{\text{cont,int}} = 2(d + h_H) + 0,5c$$

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Il procedimento di calcolo per il taglio-punzonamento si fonda sulle verifiche alla faccia del pilastro e al perimetro di verifica di base u_1 .

Attenzione: Se è richiesta l'armatura a taglio, si raccomanda che un ulteriore perimetro di verifica $u_{\text{out,ef}}$ sia trovato laddove l'armatura a taglio non è più richiesta.

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Si definiscono le seguenti tensioni di taglio di progetto [MPa] lungo le sezioni di verifica:

$v_{\text{rd,c}}$ è il valore di progetto del taglio-punzonamento resistente di una piastra, priva di armature per il taglio-punzonamento, lungo la sezione di verifica considerata.

$v_{\text{rd,cs}}$ è il valore di progetto del taglio-punzonamento resistente di una piastra dotata di armature per il taglio-punzonamento, lungo la sezione di verifica considerata.

$v_{\text{rd,max}}$ è il valore di progetto del massimo taglio-punzonamento resistente lungo la sezione di verifica considerata.

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Si raccomanda di effettuare le seguenti verifiche

- L'armatura per il taglio-punzonamento non è necessaria se:
 $V_{\text{Ed}} < V_{\text{rd,c}}$
- Se V_{Ed} supera il valore $v_{\text{rd,c}}$ per la sezione di verifica considerata, si raccomanda che sia disposta l'armatura per il taglio - punzonamento
- lungo il perimetro del pilastro, o il perimetro dell'area caricata, si raccomanda che la massima tensione di taglio-punzonamento non sia superata:

$$V_{\text{Ed}} < V_{\text{rd,max}}$$

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Se la reazione d'appoggio è eccentrica rispetto al perimetro di verifica, si raccomanda di assumere come tensione massima di taglio il valore:

$$v_{\text{Ed}} = \beta \frac{V_{\text{Ed}}}{u_1 d}$$

dove:

d è l'altezza utile media della piastra, che può assumersi come $(d_y + d_z)/2$

dove:

d_y, d_z sono le altezze utili nelle direzioni y e z della sezione di verifica;

u_1 è la lunghezza del perimetro di verifica considerato;

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

β è dato da:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{\text{Ed}}}{V_{\text{Ed}}} \frac{u_1}{W_1}$$

dove:

u_1 è la lunghezza del perimetro di verifica di base;

k è un coefficiente che dipende dal rapporto fra le dimensioni del pilastro c_1 e c_2 : il suo valore è funzione delle proporzioni del momento sbilanciato trasmesso da taglio non uniforme e da flessione e torsione

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

Eurocodice 2 vers. 2005

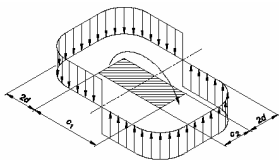
PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

W_1 corrisponde a una distribuzione di taglio ed è funzione del perimetro di verifica di base u_1 :

$$W_1 = \int_0^{u_1} e |dl|$$

$d/$ è la lunghezza infinitesima del perimetro;
 e è la distanza di $d/$ dall'asse intorno al quale agisce M_{Ed} .



Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Per un pilastro rettangolare:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1$$

dove:

c_1 è la dimensione del pilastro parallela all'eccentricità del carico;
 c_2 è la dimensione del pilastro perpendicolare all'eccentricità del carico.

Per un pilastro circolare interno:

$$\beta = 1 + 0.6\pi \frac{e}{D + 4d}$$

dove

D è il diametro del pilastro circolare.

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Per un pilastro rettangolare interno, se il carico è eccentrico in entrambe le direzioni :

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_y}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_z}\right)^2}$$

dove:

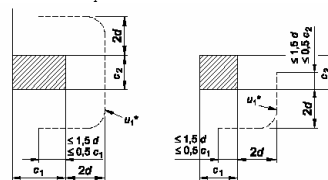
e_y, e_z sono le eccentricità M_{Ed}/V_{Ed} secondo gli assi y e z ;
 b_y, b_z sono le dimensioni del perimetro di verifica.

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Nel caso dei pilastri di bordo, in cui l'eccentricità perpendicolare al bordo della piastra (risultante da un momento rispetto a un asse parallelo al bordo della piastra) è verso l'interno e non vi è eccentricità parallela al bordo, la forza di punzonamento può considerarsi uniformemente distribuita lungo il perimetro di verifica u_1 .



Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Nel caso dei pilastri di bordo, se vi sono eccentricità in entrambe le direzioni ortogonali, β può essere determinato con la seguente espressione:

$$\beta = \frac{u_1}{u_s} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par}$$

dove:

u_1 è il perimetro di verifica di base;
 u_{1*} è il perimetro di verifica di base ridotto;
 e_{par} è l'eccentricità parallela al bordo della piastra prodotta da un momento rispetto a un asse perpendicolare al bordo della piastra;

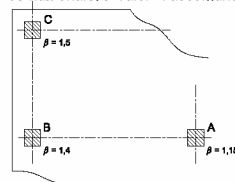
Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento (6.4.3)

Per strutture la cui stabilità trasversale non dipende dal funzionamento a telaio del complesso piastra-pilastri, e se le luci adiacenti non differiscono in lunghezza più del 25%, per β si possono adottare valori approssimati.

Nota: Valori di β da adottare in uno Stato possono essere reperiti nella sua appendice nazionale. I valori raccomandati sono dati nella figura.



Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni senza armatura a taglio-punzon. (6.4.4)

La resistenza a taglio per unità di lunghezza $v_{Rd,c}$ di piastre non precomprese è data da:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp})$$

dove:

f_{ck} è in MPa

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2 \quad (d \text{ in mm});$$

$$= \sqrt{\rho_{1y} \rho_{1z}} \leq 0,02$$

; ρ_{1y} e ρ_{1z} si riferiscono all'armatura tesa disposta nelle direzioni y e z .

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2 \quad \text{con } \sigma_{cy} \text{ e } \sigma_{cz} \text{ tensioni normali del cls nella sezione critica nelle direzioni } y \text{ e } z.$$

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni senza armatura a taglio-punzon. (6.4.4)

Nel caso di carico coassiale la forza netta applicata è

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed}$$

dove:

V_{Ed} è la forza tagliante applicata;

ΔV_{Ed} è la forza netta rivolta verso l'alto all'interno del perimetro di verifica considerato, cioè la pressione verso l'alto trasmessa dal suolo meno il peso proprio della fondazione.

$$v_{Ed} = V_{Ed,red}/u'd$$

$$\text{Per carico eccentrico} \quad v_{Ed} = \frac{V_{Ed,red}}{u'd} \left[1 + k \frac{M_{Ed} u'}{V_{Ed,red} W} \right]$$

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni con armatura a taglio-punzonamento (6.4.5)

Dove è richiesta l'armatura a taglio, si raccomanda che questa sia calcolata in conformità all'espressione:

$$v_{Rd,cs} = 0,75 v_{Rd,c} + 1,5 (d/s_r) A_{sw} f_{ywd,ef} [1/(u'd)] \sin \alpha$$

dove:

A_{sw} è l'area di armatura a taglio a punzonamento situata su di un perimetro intorno al pilastro [millimetri quadrati];

s_r è il passo radiale dei perimetri dell'armatura a taglio di punzonamento (mm);

$f_{ywd,ef}$ è la resistenza di progetto efficace dell'armatura a taglio-punzonamento, secondo la relazione $f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 d' \leq f_{ywd}$

d' è la media delle altezze utili nelle due direzioni ortogonali (mm);

α è l'angolo compreso fra l'armatura a taglio e il piano della piastra.

Se è disposta una sola fila di barre piegate verso il basso, allora al rapporto d'/s_r può essere assegnato il valore 0,57.

Eurocodice 2 vers. 2005

PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni con armatura a taglio-punzonamento (6.4.5)

In adiacenza ai pilastri la resistenza a taglio-punzonamento è limitata a un valore massimo di:

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} \leq v_{Rd,max}$$

dove:

u_0 per un pilastro interno
per un pilastro di bordo
per un pilastro d'angolo

u_0 = perimetro del pilastro [mm],
 $u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$ [millimetri],
 $u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$ [millimetri];

Eurocodice 2 vers. 2005

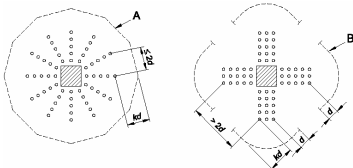
PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni con armatura a taglio-punzonamento (6.4.5)

Si raccomanda che il perimetro di verifica lungo il quale l'armatura a taglio non è richiesta, u_{out} (o $u_{out,ef}$) sia calcolato con l'espressione:

$$u_{out,ef} = \beta V_{Ed} / (v_{Rd,c} d')$$

Nota: Si raccomanda che il perimetro più lontano delle armature a taglio si collochi a una distanza non maggiore di kd' all'interno di u_{out} (o $u_{out,ef}$).



Eurocodice 2 vers. 2005

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale sulla base
delle normative più recenti

**Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.
7 - stati limite di esercizio**

Villa Redenta, Spoleto
26-28 febbraio 2009
Aurelio Ghersi

STATI LIMITE DI ESERCIZIO
Classificazione

STATO LIMITE DI FESSURAZIONE

STATO LIMITE DI TENSIONE

STATO LIMITE DI DEFORMAZIONE

Stato limite di fessurazione

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE
Eurocodice 2

Campo di validità delle prescrizioni (4.4.2.1.)

La fessurazione è quasi inevitabile in strutture di calcestruzzo armato soggette a flessione, taglio, torsione o a trazioni indotte da carichi diretti o da deformazioni impresse impedito.

Considerazioni generali (4.4.2.1.)

La fessurazione deve essere limitata a un livello tale da non pregiudicare il corretto funzionamento della struttura o da renderne inaccettabile l'aspetto.

Nota: le indicazioni qui riportate si riferiscono più specificamente all'Eurocodice 2, versione 1991

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE
Eurocodice 2

Limiti di apertura delle lesioni (4.4.2.1.)

I limiti appropriati di apertura delle fessure, che tengano conto della funzione e della natura della struttura e dei costi inerenti al contenimento delle fessure devono essere concordati con il committente.

CLASSI DI ESPOSIZIONE 2-4

In assenza di requisiti specifici (per esempio impermeabilità), si può ritenere che, per elementi di calcestruzzo armato di edifici, una limitazione della massima ampiezza di calcolo delle fessure a circa 0,3 mm sotto la combinazione di carico quasi permanente sia generalmente soddisfacente nei riguardi dell'aspetto e della durabilità.

Classi di esposizione relative alle condizioni ambientali
Prospetto 4.1

	Classi di esposizione	Esempi di condizioni ambientali
1	ambiente secco	interno di edifici per abitazioni normali o uffici
2	ambiente umido	a senza gelo - interno di edifici in cui vi è elevata umidità (per es. lavanderie) - componenti esterni - componenti in terreni e/o acque non aggressivi b con gelo - componenti esterni esposti al gelo - componenti in terreni e/o acque non aggressivi ed esposti al gelo - componenti interni con alta umidità ed esposti al gelo
3	ambiente umido con gelo e impiego di sali di disgelo	- componenti interni ed esterni esposti al gelo e agli effetti dei sali di disgelo
4	ambiente marino	a senza gelo - componenti totalmente o parzialmente immersi in acqua marina o soggetti a spruzzi - componenti esposti ad atmosfera satura di sale (zone costiere) b con gelo - componenti parzialmente immersi in acqua marina o soggetti a spruzzi ed esposti al gelo - componenti esposti ad atmosfera satura di sale ed esposti al gelo
5	ambiente chimico aggressivo	a - ambiente chimico debolmente aggressivo (gas, liquidi o solidi) - atmosfera industriale aggressiva b - ambiente chimico moderatamente aggressivo (gas, liquidi o solidi) c - ambiente chimico fortemente aggressivo (gas, liquidi o solidi)

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

Limiti di apertura delle lesioni (4.4.2.1.)

CLASSE DI ESPOSIZIONE 1

Per la classe di esposizione 1, l'apertura delle fessure non ha influenza sulla durabilità e il limite può essere ampliato se ciò non contrasta per altri motivi.

CLASSE DI ESPOSIZIONE 5

Misure particolari per limitare la fessurazione possono essere necessarie per elementi soggetti alla classe di esposizione 5. La scelta delle misure adeguate dipende dalla natura dell'aggressivo chimico presente.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

CONTROLLO DELLA FESSURAZIONE

Calcolo diretto
dell'ampiezza delle fessure

Metodo semplificato

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

L'ampiezza di calcolo delle fessure può essere ottenuta dalla relazione:

$$w_k = \beta s_{rm} \varepsilon_{sm}$$

essendo:

- w_k l'ampiezza di calcolo delle fessure;
 s_{rm} la distanza media finale tra le fessure;
 ε_{sm} la deformazione media che tiene conto, nella combinazione di carico considerata, degli effetti di "tension stiffening", del ritiro ecc.;
 β il coefficiente che correla l'ampiezza media delle fessure al valore di calcolo.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

Nell'equazione precedente può essere assunto per β il valore:

- 1,7 per fessurazione indotta da carichi e per fessurazione indotta da deformazione impedita in sezioni con dimensione minima maggiore di 800 mm;
1,3 per fessurazione indotta da deformazione impedita in sezioni con dimensione minima (indifferentemente altezza, larghezza o spessore) pari a 300 mm o minore.
Per dimensioni di sezione intermedie i valori possono essere interpolati.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

La deformazione media ε_{sm} può essere calcolata con l'equazione:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

- σ_s è la tensione nell'armatura tesa calcolata nella sezione fessurata;
 σ_{sr} è la tensione nell'armatura tesa calcolata nella sezione fessurata nella condizione di carico che induce la prima fessura;
Per elementi soggetti solo a deformazioni impresse impedita, σ_s può essere assunta pari a σ_{gr} .

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

- β_1 è il coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza delle barre, pari a:
1,0 per barre ad aderenza migliorata,
0,5 per barre lisce;
 β_2 è il coefficiente che tiene conto della durata del carico o di carichi ripetuti, pari a:
1,0 per un singolo carico di breve durata,
0,5 per un carico di lunga durata o per molti cicli di carico ripetuti;

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE Eurocodice 2

Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

La distanza media finale tra le fessure, per elementi soggetti principalmente a flessione o trazione, può essere calcolata in base alla seguente equazione:

$$s_{rm} = 50 + 0,25 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\phi}{\rho_r}$$

essendo:

ϕ il diametro delle barre in mm; se nella stessa sezione sono impiegati più diametri, può essere adottato un diametro medio;

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE Eurocodice 2

Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

k_1 il coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza delle barre, pari a

- 0,8 per barre ad aderenza migliorata
- 1,6 per barre lisce.

Nel caso di deformazioni impresse k_1 può essere sostituito da $k_1 \times k$, con k definito in 4.4.2.2 (3);

k_2 il coefficiente che tiene conto della forma del diagramma delle deformazioni, pari a:

- 0,5 per flessione
- 1,0 per trazione pura.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE Eurocodice 2

Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

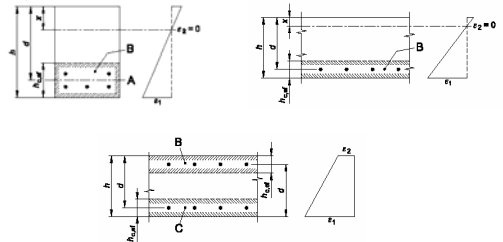
ρ_r il rapporto di armatura efficace $A_s/A_{c,eff}$, dove A_s è l'area dell'armatura contenuta nell'area tesa efficace $A_{c,eff}$. L'area di trazione efficace è in genere l'area di calcestruzzo che circonda le armature tese, di altezza pari a 2,5 volte la distanza dal lembo teso della sezione al baricentro dell'armatura.

Per piastre o elementi precompressi, in cui l'altezza della zona tesa può essere piccola, l'altezza dell'area efficace non deve di regola essere assunta maggiore di $(h-x)/3$.

Il valore risultante di s_{rm} è espresso in millimetri.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE Eurocodice 2

Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)



APPLICAZIONE CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

Dati:

Sezione	30x50	Calcestruzzo	$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$
Armature	$A_s = 4\phi 20$	Acciaio	FeB44k
	$A'_s = 4\phi 14$		

È richiesto di verificare che, per la combinazione di carico rara, l'ampiezza della lesione sia inferiore a 0.2 mm.

Carichi e caratteristiche della sollecitazione

I valori di carico relativi alla combinazione rara sono forniti dalla relazione $F_d = G_k + Q_k$

$$\frac{V_d G_k + V_d Q_k}{G_k + Q_k} \approx 0.7 \quad M = 0.7 M_{Ed} \text{ (SLU)} = 112 \text{ kNm}$$

$$\frac{V_d G_k + V_d Q_k}{G_k + \psi_2 Q_k} \approx 0.5 \quad M = 0.5 M_{Ed} \text{ (SLU)} = 80 \text{ kNm}$$

APPLICAZIONE CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

'In primis' calcoliamo il momento di fessurazione, ovvero il momento corrispondente all'attingimento della resistenza a trazione del calcestruzzo al bordo teso della sezione. Si fa riferimento a un modello del calcestruzzo lineare e resistente a trazione (primo stadio) a ad un coefficiente di omogeneizzazione $n=7$. Si ha:

$$M_f = -f_{ct} \frac{I_g}{y}$$

APPLICAZIONE CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

Per la sezione in esame si ha: $y_g = \frac{b h^2 / 2 + n A_s d + n A'_s c}{b h + n A_s + n A'_s}$

$y_g = 25.57 \text{ cm}$ (distanza bordo compresso dal baricentro)

$Y = 24.43 \text{ cm}$ (distanza bordo teso dal baricentro)

$$I_g = b h^3 / 12 + b h (y_g - h/2)^2 + n A_s (d - y_g)^2 + n A'_s (c - y_g)^2$$

$I_g = 374875 \text{ cm}^4$ (momento di inerzia rispetto al baricentro della sezione omogeneizzata)

$f_{ctk} = 1.94 \text{ MPa}$, è la resistenza a trazione del calcestruzzo (in presenza di flessione)

Si ottiene così $M_f = 29.6 \text{ kNm}$.

Poiché il momento M è pari a 112 kNm la trave, come prevedibile, si fessura.

APPLICAZIONE CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

La distanza media tra le fessure è data dalla seguente espressione:

$$s_{rm} = 50 + 0.25 k_1 k_2 \frac{\sigma}{\rho_r}$$

dove:

ϕ è il diametro delle barre in mm $\phi = 20 \text{ mm}$

$k_1 = 0.8$ perché le barre sono ad aderenza migliorata ;

$k_2 = 0.5$ poiché la trave è soggetta a flessione pura ;

ρ_r è la percentuale di armatura longitudinale nella zona tesa ;

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{ct,eff}} = \frac{A_s}{2.5 c b} = 0.0417$$

$$s_{rm} = 98 \text{ mm}$$

APPLICAZIONE CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

Si calcola quindi la deformazione media dell'acciaio, che dipende dalla tensione nell'acciaio ed anche del rapporto tra tensione nella condizione considerata e tensione in incipiente fessurazione. La tensione dell'acciaio nella combinazione di carico quasi permanente è $\sigma_s = 193 \text{ MPa}$. La deformazione media è:

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{sr}} \right)^2 \right]$$

$\beta_1 = 1$ perché le barre sono ad aderenza migliorata

$\beta_2 = 0.5$ perché i carichi sono di lunga durata

$\frac{\sigma_s}{\sigma_{sr}} = \frac{M_f}{M_i}$ poiché il modello è lineare in entrambi i casi

$$\text{Si ottiene } \epsilon_{sm} = \frac{1 - 1 \times 0.5 \times \left(\frac{29.6}{112} \right)^2}{0.96} \times \frac{193}{206000} = 0.000904 = \mathbf{0.09 \%}$$

APPLICAZIONE CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

Il valore caratteristico dell'ampiezza delle fessure è dato da:

$$w_k = \beta s_{rm} \epsilon_{sm}$$

dove β è il coefficiente che correla l'ampiezza media delle fessure al valore di calcolo e vale 1.7 per fessurazione indotta dai carichi.

Si ottiene così $w_k = 0.15 \text{ mm}$. Questo valore è inferiore al limite richiesto dal committente.

La verifica è soddisfatta

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE Eurocode 2

Limitazione della fessurazione (4.4.2.1.)

Si ottiene una limitazione dell'ampiezza delle fessure a valori accettabili (0.3mm) se:

- in ogni sezione che possa essere soggetta a trazione significativa dovuta a deformazioni impresse impediti, combinate o meno con carichi diretti, è presente una quantità minima di armatura ancorata, sufficiente ad assicurare che non si abbia snervamento della stessa finché il carico di fessurazione non risulti superato;
- la distanza tra le barre, e i diametri di queste, sono limitati in modo da limitare l'apertura delle fessure.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE Eurocode 2

Aree minime di armatura (4.4.2.2.)

A meno che calcoli più rigorosi dimostrino la possibilità di adottare un'area minore, le aree di armatura minime richieste possono essere calcolate con la relazione:

$$A_s = k_c k_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_s$$

A_s area di armatura nella zona tesa;

A_{ct} area di calcestruzzo nella zona tesa: la zona tesa è quella parte della sezione che risulta in trazione prima della formazione della fessura.

σ_s è la massima tensione ammessa nell'armatura subito dopo la formazione della fessura. Tale tensione può essere assunta pari al 90% della tensione di snervamento f_{yk} dell'armatura.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

$$A_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct}/\sigma_s$$

$f_{ct,eff}$ è la resistenza efficace a trazione del calcestruzzo al momento in cui si suppone insorgano le prime fessure. Se non è possibile stabilire con certezza che il momento della fessurazione sia successivo ai 28 giorni di stagionatura, si suggerisce di adottare una resistenza minima a trazione pari a 3 N/mm²

k_c coefficiente che tiene conto del tipo di distribuzione delle tensioni all'interno della sezione immediatamente prima della fessurazione ($k_c=1$ per trazione pura; $k_c=0.4$ per flessione)

k coefficiente che tiene conto degli effetti di tensioni auto-equilibrate non uniformi ($k=1.0$ per tensioni di trazione dovute a deformazioni estrinseche impedito - valore cautelativo)

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

Prospetto 4.11

Diametri massimi per barre ad aderenza migliorata

Tensione nell'acciaio (MPa)	Diametro massimo delle barre (mm)	
	c.a. ordinario	c.a. precompresso
160	32	25
200	25	16
240	20	12
280	16	8
320	12	6
360	10	5
400	8	4
450	6	–

Le tensioni dell'acciaio adottate saranno calcolate in presenza dei carichi quasi permanenti.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

METODO SEMPLIFICATO (4.4.2.3.)

Nel calcestruzzo armato ordinario il diametro massimo delle barre può essere modificato come segue:

$$\varnothing_s = \varnothing_s^* \frac{h}{10c} \geq \varnothing_s^*$$

essendo:

\varnothing_s il diametro massimo "modificato" delle barre;

\varnothing_s^* il diametro massimo dato nel prospetto 4.11;

h l'altezza totale della sezione;

c il copriferro

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

Prospetto 4.12

Spaziature massime per barre ad aderenza migliorata

Tensione nell'acciaio (MPa)	Spaziatura massima delle barre (mm)		
	flessione pura	trazione pura	sezioni precomprese (flessione)
160	300	200	200
200	250	150	150
240	200	125	100
280	150	75	50
320	100	–	–
360	50	–	–

Le tensioni dell'acciaio adottate saranno calcolate in presenza dei carichi quasi permanenti.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

METODO SEMPLIFICATO (4.4.2.3.)

La fessurazione causata da effetti di azioni tangenziali si può considerare adeguatamente contenuta se si adotta il passo delle staffe indicato nel Prospetto 4.13.

La verifica non è necessaria in elementi per i quali $3 V_{sd} > V_{sd}$ in quanto l'elemento non sviluppa fessure di taglio sotto i carichi di esercizio.

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

Prospetto 4.13

Passo delle staffe nelle travi per il controllo della fessurazione

$\frac{V_{sd} - 3 V_{cd}}{\rho_w b_w d}$ (N/mm ²)	Passo delle staffe (mm)
≤ 50	300
75	200
100	150
150	100
200	50

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Eurocodice 2

METODO SEMPLIFICATO (4.4.2.3.)

Nel prospetto 4.13 ρ_w è il rapporto dell'armatura a taglio come definito nell'equazione seguente:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin \alpha}$$

- ρ_w è il rapporto dell'armatura a taglio;
 A_{sw} è l'area dell'armatura a taglio nel tratto s ;
 s è il passo dell'armatura a taglio;
 b_w è la larghezza dell'anima o minima larghezza dell'elemento sull'altezza utile;
 α è l'angolo tra l'armatura a taglio e l'armatura principale (per staffe vert. $\alpha = 90^\circ$ e $\sin \alpha = 1$).

APPLICAZIONE

VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

Dati:

Sezione	30x50	Calcestruzzo	$R_{ct} = 25$ MPa
Armature	$A_s = 4\phi 20$ $A'_s = 4\phi 14$	Acciaio	FeB44k

Carichi e caratteristiche della sollecitazione

I valori di carico relativi alla combinazione quasi permanente sono forniti dalla relazione

$$F_d = G_k + \psi_2 Q_k$$

con $\psi_2 = 0.2$ per edifici destinati a civile abitazione.

$$\frac{V_d G_k + V_s Q_k}{G_k + \psi_2 Q_k} \approx 0.5$$

$$M = 0.5 \text{ MSd (SLU)} = 80 \text{ kNm}$$

APPLICAZIONE

VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

Controllo semplificato

Seguendo le indicazioni dell'Eurocodice 2 si è innanzitutto controllato se l'armatura disposta è di per sé idonea ad evitare rilevanti problemi di fessurazione.

Per evitare che l'armatura si snervi appena raggiunto il limite di fessurazione, l'armatura deve essere superiore al seguente valore:

$$A_s \geq \frac{k_c k f_{ct,cls} A_{ct}}{0.9 f_{yk}}$$

APPLICAZIONE

VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

Controllo semplificato

Nel caso specifico si ha:

$k_c = 0.4$ poiché la trave è soggetta a flessione

$k = 1$ coefficiente che tiene conto degli effetti di tensioni auto-equilibrate non uniformi

$f_{ct} = 3$ MPa resistenza del calcestruzzo a trazione

A_{ct} area di calcestruzzo teso = $b h / 2$
poiché la trave è soggetta a flessione

Si ottiene come minima armatura da disporre $A_s = 2.3 \text{ cm}^2$

Poiché l'armatura tesa è costituita da $4\phi 20 = 12.5 \text{ cm}^2$ tale limite è abbondantemente superato.

$$A_s \geq \frac{k_c k f_{ct,cls} A_{ct}}{0.9 f_{yk}}$$

APPLICAZIONE

VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

Controllo semplificato

Occorre inoltre non superare un interasse massimo ed un diametro massimo delle barre, che dipendono dalla tensione nell'acciaio nella combinazione di carico quasi permanente.

APPLICAZIONE

VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

La tensione nell'armatura può essere determinata mediante l'espressione:

$$\sigma_s = \frac{M}{0.9 d A_s}$$

con $M = 0.5 \times 160 = 80 \text{ kNm}$, ottenendo $\sigma_s = 152.3 \text{ MPa}$

Controllo semplificato

L'interasse e il diametro massimo prescritti dall'EC2 sono per $\sigma_s = 160 \text{ MPa}$, rispettivamente:

$$i_{\max} < 300 \text{ mm} \quad d_{\max} < 32 \text{ mm.}$$

Le armature disposte non superano tali limiti; il problema della fessurazione si può ritenere sostanzialmente limitato.

Stato limite di tensioni in esercizio

LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO Eurocodice 2

4.4.1.1. Considerazioni di base

Tensioni di compressione elevate nel calcestruzzo in presenza di carichi di esercizio possono favorire la formazione di fessure longitudinali e determinare o microfessurazioni nel calcestruzzo o livelli di viscosità maggiori di quelli previsti. Elevate tensioni nell'acciaio possono condurre a fessure ampie e permanentemente aperte. Tali fenomeni possono ridurre la durabilità delle opere.

LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO Eurocodice 2 CALCESTRUZZO

4.4.1.1. Considerazioni di base (strutture in c.a.)

- a) Per le strutture o parti di strutture esposte ad ambiente di cui alle classi 3 e 4 devono essere rispettati i seguenti limiti per le tensioni di compressione nel calcestruzzo:
- combinazione di carico rara $0,50 f_{ck}$;
 - combinazione di carico quasi permanente $0,40 f_{ck}$.
- b) Per le strutture o parti di strutture esposte ad ambiente di cui alle classi 1 e 2 devono essere rispettati i seguenti limiti per le tensioni di compressione nel calcestruzzo:
- combinazione di carico rara $0,60 f_{ck}$;
 - combinazione di carico quasi permanente $0,45 f_{ck}$.

LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO Eurocodice 2 ACCIAIO

4.4.1.1. Considerazioni di base (strutture c.a.)

Limiti per le tensioni di trazione nell'acciaio:

- a) per le armature ordinarie la massima tensione di trazione sotto la combinazione di carichi rara non deve superare $0,70 f_{yk}$;

LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO Eurocodice 2

4.4.1.1. Considerazioni di base

Nella verifica delle tensioni è necessario considerare, se del caso, oltre agli effetti dei carichi anche quelli delle variazioni termiche, della viscosità, del ritiro, e delle deformazioni imposte aventi altre origini.

Le tensioni debbono essere verificate adottando le proprietà geometriche della sezione corrispondente alla condizione non fessurata oppure a quella completamente fessurata, a seconda dei casi.

In generale deve, di regola, essere assunto lo stato fessurato se la massima tensione di trazione nel calcestruzzo calcolata in sezione non fessurata sotto la combinazione di carico rara supera f_{ctm} (Prosp. 3.1.)

LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO Eurocodice 2

4.4.1.1. Considerazioni di base

Quando si adotta una sezione non fessurata, si considera attiva l'intera sezione di calcestruzzo, e si considerano in campo elastico sia a trazione che a compressione il calcestruzzo e l'acciaio.

Quando si adotta la sezione fessurata, il cls può essere considerato elastico in compressione, ma incapace di sostenere alcuna trazione (nel calcolo delle tensioni secondo le presenti regole non va di norma tenuto conto nelle verifiche locali dell'effetto irrigidente del cls teso dopo fessurazione).

In via semplificativa può assumersi il comportamento elastico-lineare e per le armature il coefficiente di omogeneizzazione con il valore convenzionale $n=15$.

APPLICAZIONE VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

La verifica è stata effettuata per l'appoggio 11, in corrispondenza del quale la sezione emergente (30x50) è soggetta al massimo momento negativo.

Le armature in essa disposte sono:

$$A_s = 12.5 \text{ cm}^2, \quad A'_s = 6.2 \text{ cm}^2.$$

Utilizzando le relazioni (n=15):

$$\psi = \frac{n(A_s + A'_s)}{b \cdot h} \quad d_{Gs} = \frac{A_s d + A'_s c}{A_s + A'_s} \quad x = \psi \cdot h \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot d_{Gs}}{\psi \cdot h}} \right)$$

si ottiene:

$$\psi = 0.203 \quad d_{Gs} = 29.86 \text{ cm} \quad x = 16.5 \text{ cm} \quad z = 40.7 \text{ cm}.$$

APPLICAZIONE VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

La tensione nel calcestruzzo è data da

$$\sigma_c = -\frac{M}{I} y$$

I è il momento d'inerzia della sezione reagente omogeneizzata:

$$I = \frac{b x^3}{3} + n A_s (d - x)^2 + n A'_s (c - x)^2 = 226374 \text{ cm}^4$$

y è la distanza del bordo compresso dall'asse neutro, pari a x.

I limiti delle tensioni σ_c e σ_s sono stati determinati tenendo conto che l'elemento da verificare si trovi in un ambiente appartenente alla classe di esposizione 2.

APPLICAZIONE VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

Combinazione di carico rara

Il valore del momento flettente è

$$M = 160 \times 0.70 = 112 \text{ kNm}$$

Applicando le relazioni:

$$\sigma_c = -\frac{M}{I} y \quad \sigma_s = \frac{M}{z A_s}$$

si ottiene:

$$\sigma_c = 8.16 \text{ MPa} \leq 0.6 f_{ck} = 12.45 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

$$\sigma_s = 220 \text{ MPa} \leq 0.7 f_{yk} = 301 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

APPLICAZIONE VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

Combinazione di carico quasi permanente

Il valore del momento flettente è

$$M = 160 \times 0.50 = 80 \text{ kNm}$$

Applicando le relazioni:

$$\sigma_c = -\frac{M}{I} y \quad \sigma_s = \frac{M}{z A_s}$$

si ottiene:

$$\sigma_c = 5.83 \text{ MPa} \leq 0.45 f_{ck} = 9.3 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

APPLICAZIONE VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

Le verifiche sono abbondantemente soddisfatte poiché:

La sezione non richiedeva forti quantitativi di armatura in compressione.

$$r' = \frac{d}{\sqrt{M_{ed}/b}} = \frac{0.46}{\sqrt{160/0.3}} = 0.0199 \Rightarrow u = \frac{A'_s}{A_s} \approx 20\%$$

APPLICAZIONE VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

Sezione con forte armatura in compressione

Suppongo che la sezione 30 x 50 sia sottoposta ad un momento flettente più elevato del precedente:

$$M_{ed} = 265 \text{ kNm}$$

L'armatura tesa necessaria vale:

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{sd}} = 17.1 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{uso } 5\phi 20 + 1\phi 14 \quad (A_s = 17.2 \text{ cm}^2)$$

L'armatura compressa necessaria vale:

$$r' = \frac{d}{\sqrt{M_{ed}/b}} = \frac{0.46}{\sqrt{265/0.3}} = 0.0154 \Rightarrow u = \frac{A'_s}{A_s} \approx 50\%$$

APPLICAZIONE VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

Sezione con forte armatura in compressione

Per la verifica alle tensioni d'esercizio, determinata la posizione dell'asse neutro e le caratteristiche geometriche della sezione reagente, calcolo le tensioni:

$$\sigma_c = 11.84 \text{ MPa} \leq 0.6 f_{ck} = 12.45 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

$$\sigma_s = 265 \text{ MPa} \leq 0.7 f_{yk} = 301 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

La sezione è ancora verificata ma il margine rispetto al caso precedente si è notevolmente ridotto.

Stato limite di deformazione

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

4.4.3.1. Considerazioni di base

La deformazione di un elemento o di una struttura deve, di regola, essere tale da non comprometterne la funzionalità o l'aspetto estetico.

Adeguati valori limite di deformazione, che tengano conto della natura della struttura, delle finiture, dei tramezzi e degli accessori nonché della funzione della struttura stessa saranno, di regola, concordati coi committenti.

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

4.4.3.1. Considerazioni di base

Le deformazioni non devono di regola superare quelle che possono essere sopportate senza inconvenienti da altri elementi collegati quali tramezzi, vetrate, rivestimenti, servizi e finiture. In qualche caso possono essere richiesti dei limiti particolari per assicurare il corretto funzionamento di macchinari o impianti sostenuti dalla struttura o per evitare che l'acqua ristagni su tetti piani. Anche le vibrazioni possono richiedere limiti, in quanto possono causare disagio o allarme negli utenti dell'edificio e, in casi estremi, danni strutturali.

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

4.4.3.1. Considerazioni di base

1. L'aspetto e la funzionalità della struttura possono essere pregiudicati se l'inflessione calcolata di una trave, piastra o sbalzo soggetti ai carichi quasi-permanenti è maggiore di $|\frac{1}{250}|$ della luce. L'inflessione va intesa come relativa agli appoggi.

Può essere prevista una controfreccia per compensare tutta o parte dell'inflessione, ma la monta delle casseforme verso l'alto non deve di regola essere maggiore di $|\frac{1}{250}|$ della luce.

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

4.4.3.1. Considerazioni di base

2. Le inflessioni possono causare danni a tramezzi, a elementi connessi o in contatto con l'elemento considerato, e a finiture e infissi, se la deformazione prevista coi calcoli che si manifesta dopo la costruzione di tali elementi risulta eccessiva. Un limite adeguato dipende dalla natura dell'elemento che può essere danneggiato, ma, indicativamente, un limite di $|\frac{1}{500}|$ della luce è considerato ragionevole nella maggior parte dei casi. Tale limite può essere reso meno vincolante se gli elementi che possono essere danneggiati sono stati progettati per adattarsi a inflessioni maggiori o se è nota la capacità di resistere a inflessioni maggiori senza danno.

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

Eurocodice 2

4.4.3.2. Casi in cui il calcolo può essere omesso

In genere non è necessario calcolare esplicitamente le inflessioni poiché possono essere formulate regole semplici, come la limitazione del rapporto luce/altezza, atte a evitare problemi di inflessione in circostanze normali. Sono necessarie verifiche più rigorose per elementi al di fuori di tali limiti o se altri limiti alle inflessioni, diversi da quelli impliciti nei metodi semplificati, risultano più adeguati.

Metodo semplificato

Calcolo diretto
delle inflessioni

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

Eurocodice 2

4.4.3.2. Casi in cui il calcolo può essere omesso

Se travi o piastre di calcestruzzo armato di edifici sono dimensionate in modo da rispettare i limiti del rapporto luce/altezza indicati in questo punto, le loro inflessioni non superano di regola i limiti stabiliti. Il rapporto limite luce/altezza è ottenuto dal valore del prospetto 4.14 moltiplicato per fattori di correzione che tengono conto del tipo di armatura usata e di altre variabili. Nella preparazione di questi prospetti non sono state considerate eventuali controfrecce.

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

Eurocodice 2

Prospetto 4.14

Valori base dei rapporti luce/altezza utili per elementi di calcestruzzo armato senza compressione assiale

Sistema strutturale	Calcestruzzo molto sollecitato	Calcestruzzo poco sollecitato
1. Travi semplicemente appoggiate, piastre semplicemente appoggiate mono o bidirezionali	18	25
2. Campata terminale di travi continue o piastre continue monodirezionali o piastre bidirezionali continue su un lato lungo	23	32
3. Campata intermedia di travi o piastre continue mono o bidirezionali	25	35
4. Piastre sorrette da pilastri senza travi (piastre non nervate) (in base alla luce maggiore)	21	30
5. Mensole	7	10

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

Eurocodice 2

4.4.3.2. Casi in cui il calcolo può essere omesso

Nell'interpretare il prospetto 4.14 vanno tenute presenti le seguenti ulteriori considerazioni:

I valori dati sono stati scelti in genere in via prudenziale e il calcolo può dimostrare frequentemente che si possono realizzare elementi più sottili;

Livello di sollecitazione del calcestruzzo

Calcestruzzo poco sollecitato $\rho \leq 0,5\%$

Calcestruzzo molto sollecitato $\rho \geq 1,5\%$

essendo
 $\rho = A_s / b \cdot d$

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

Eurocodice 2

A 4.2. Requisiti.

Negli edifici sarà normalmente sufficiente considerare le inflessioni per effetto della combinazione di carico quasi permanente, assumendo che tale carico sia di lunga durata.

Occasionalmente può essere necessario prendere in conto deformazioni dovute a cause diverse dalla flessione, per esempio deformazioni dovute a taglio o torsione o ad accorciamenti differenziali di elementi verticali in edifici alti. Tali eventualità non sono comunque ulteriormente contemplate nella presente norma.

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

Eurocodice 2

A 4.3. Metodo di calcolo

Si assume che esistano due condizioni limite per la deformazione delle sezioni di calcestruzzo:

- la condizione non fessurata. In tale stato l'acciaio ed il calcestruzzo agiscono insieme in campo elastico sia in trazione che in compressione;
- la condizione completamente fessurata. In tale stato l'influenza del calcestruzzo teso viene ignorata.

Saranno considerati come non fessurati gli elementi che non ci si attende risultino caricati oltre il livello che provocherebbe il superamento della resistenza a trazione del calcestruzzo in un punto qualsiasi dell'elemento stesso. Gli elementi che si presume si fessurino si comporteranno in maniera intermedia tra le condizioni di sezione non fessurata e completamente fessurata.

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

A 4.3. Metodo di calcolo

Per gli elementi soggetti prevalentemente a flessione una stima adeguata del comportamento è fornita dall'equazione:

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I$$

dove:

α è il parametro da considerare, che può essere per esempio una deformazione, una curvatura o una rotazione [semplificando, può essere anche una inflessione];

α_I, α_{II} sono rispettivamente valori del parametro calcolati nelle ipotesi di sezione non fessurata e totalmente fessurata;

ζ è il coefficiente di distribuzione

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

A 4.3. Metodo di calcolo

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2$$

β_1 è il coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza delle armature ordinarie

= 0.5 ; 1.0 per barre lisce / ad aderenza migliorata;

β_2 è il coefficiente che tiene conto della durata del carico o di carichi ripetuti

= 1 per carico singolo di breve durata

= 0.5 per carichi permanenti o molti cicli ripetuti;

σ_s è la tensione nell'acciaio teso calcolata nell'ipotesi di sezione fessurata;

σ_{sr} è la tensione nell'acciaio teso calcolata nell'ipotesi di sezione fessurata sotto il carico che induce la fessurazione nella sezione in esame;

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

A 4.3. Metodo di calcolo

Le proprietà critiche del materiale, richieste per consentire la determinazione delle deformazioni dovute a carichi, sono la resistenza a trazione e il modulo elastico efficace del calcestruzzo.

1. In generale, si ottiene una stima migliore del comportamento se viene utilizzato f_{ctm} .

2. Un valore stimato del modulo di elasticità del calcestruzzo può essere ottenuto dal prospetto 3.2. La presa in conto della viscosità può essere effettuata utilizzando un modulo efficace:

$$E_{c,eff} = E_{cm} / (1 + \phi)$$

dove ϕ è il coefficiente di viscosità

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

Le curvature indotte dal ritiro possono essere valutate mediante l'equazione:

$$(1/r)_{cs} = \varepsilon_{cs} \alpha_e S / I$$

dove:

$(1/r)_{cs}$ è la curvatura dovuta al ritiro;

ε_{cs} è la deformazione di ritiro libero (vedere prospetto 3.3);

S è il momento statico dell'area di armatura rispetto al baricentro della sezione;

I è il momento d'inerzia della sezione;

α_e è il rapporto tra i moduli elastici $E_s/E_{c,eff}$.

Per definire la curvatura finale, S e I devono di regola essere calcolati sia per la condizione non fessurata che per la condizione totalmente fessurata.

STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE Eurocodice 2

A 4.3. Metodo di calcolo

Importante: Il metodo di calcolo delle inflessioni più rigoroso consiste nel calcolare la curvatura in più sezioni lungo l'asse dell'elemento e successivamente l'inflessione mediante integrazione numerica. Il lavoro che tale metodo richiede non è normalmente giustificato e risulta generalmente accettabile calcolare l'inflessione una volta nell'ipotesi che l'intero elemento non sia fessurato, un'altra nell'ipotesi che lo stesso sia totalmente fessurato, combinando i due valori secondo l'equazione precedentemente descritta. Tale ultimo approccio non è direttamente applicabile a sezioni fessurate soggette a forza normale significativa.