

Corso di aggiornamento

Progettazione strutturale sulla base  
delle normative più recenti

**Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.**

**7 - stati limite di esercizio**

Villa Redenta, Spoleto

26-28 febbraio 2009

Aurelio Gheresi

# STATI LIMITE DI ESERCIZIO

## Classificazione

**STATO LIMITE DI FESSURAZIONE**

**STATO LIMITE DI TENSIONE**

**STATO LIMITE DI DEFORMAZIONE**

Stato limite di fessurazione

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### **Campo di validità delle prescrizioni (4.4.2.1.)**

La fessurazione è quasi inevitabile in strutture di calcestruzzo armato soggette a flessione, taglio, torsione o a trazioni indotte da carichi diretti o da deformazioni impresse impedita.

### **Considerazioni generali (4.4.2.1.)**

La fessurazione deve essere limitata a un livello tale da non pregiudicare il corretto funzionamento della struttura o da renderne inaccettabile l'aspetto.

Nota: le indicazioni qui riportate si riferiscono più specificamente all'Eurocodice 2, versione 1991

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Limiti di apertura delle lesioni (4.4.2.1.)

I limiti appropriati di apertura delle fessure, che tengano conto della funzione e della natura della struttura e dei costi inerenti al contenimento delle fessure devono essere concordati con il committente.

### CLASSI DI ESPOSIZIONE 2-4

In assenza di requisiti specifici (per esempio impermeabilità), si può ritenere che, per elementi di calcestruzzo armato di edifici, una limitazione della massima ampiezza di calcolo delle fessure a circa  $\mid 0,3 \mid$  mm sotto la combinazione di carico quasi permanente sia generalmente soddisfacente nei riguardi dell'aspetto e della durabilità.

# Classi di esposizione relative alle condizioni ambientali

## Prospetto 4.1

1

2

3

4

5

<u>Classi di esposizione</u>		<u>Esempi di condizioni ambientali</u>
<b>ambiente secco</b>		interno di edifici per abitazioni normali o uffici
<b>ambiente umido</b>	a senza gelo	<ul style="list-style-type: none"> <li>– interno di edifici in cui vi è elevata umidità (per es. lavanderie)</li> <li>– componenti esterni</li> <li>– componenti in terreni e/o acque non aggressivi</li> </ul>
	b con gelo	<ul style="list-style-type: none"> <li>– componenti esterni esposti al gelo</li> <li>– componenti in terreni e/o acque non aggressivi ed esposti al gelo</li> <li>– componenti interni con alta umidità ed esposti al gelo</li> </ul>
<b>ambiente umido con gelo e impiego di sali di disgelo</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>– componenti interni ed esterni esposti al gelo e agli effetti dei sali di disgelo</li> </ul>
<b>ambiente marino</b>	a senza gelo	<ul style="list-style-type: none"> <li>– componenti totalmente o parzialmente immersi in acqua marina o soggetti a spruzzi</li> <li>– componenti esposti ad atmosfera satura di sale (zone costiere)</li> </ul>
	b con gelo	<ul style="list-style-type: none"> <li>– componenti parzialmente immersi in acqua marina o soggetti a spruzzi ed esposti al gelo</li> <li>– componenti esposti ad atmosfera satura di sale ed esposti al gelo</li> </ul>
<b>ambiente chimico aggressivo</b>	a	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ambiente chimico debolmente aggressivo (gas, liquidi o solidi)</li> <li>– atmosfera industriale aggressiva</li> </ul>
	b	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ambiente chimico moderatamente aggressivo (gas, liquidi o solidi)</li> </ul>
	c	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ambiente chimico fortemente aggressivo (gas, liquidi o solidi)</li> </ul>

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Limiti di apertura delle lesioni (4.4.2.1.)

#### CLASSE DI ESPOSIZIONE 1

Per la classe di esposizione 1, l'apertura delle fessure non ha influenza sulla durabilità e il limite può essere ampliato se ciò non contrasta per altri motivi.

#### CLASSE DI ESPOSIZIONE 5

Misure particolari per limitare la fessurazione possono essere necessarie per elementi soggetti alla classe di esposizione 5. La scelta delle misure adeguate dipende dalla natura dell'aggressivo chimico presente.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### CONTROLLO DELLA FESSURAZIONE

**Calcolo diretto  
dell'ampiezza delle fessure**

**Metodo semplificato**



# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

L'ampiezza di calcolo delle fessure può essere ottenuta dalla relazione:

$$w_k = \beta \ s_{rm} \ \varepsilon_{sm}$$

essendo:

- $w_k$  l'ampiezza di calcolo delle fessure;
- $s_{rm}$  la distanza media finale tra le fessure;
- $\varepsilon_{sm}$  la deformazione media che tiene conto, nella combinazione di carico considerata, degli effetti di "tension stiffening", del ritiro ecc.;
- $\beta$  il coefficiente che correla l'ampiezza media delle fessure al valore di calcolo.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

Nell'equazione precedente può essere assunto per  $\beta$  il valore:

- 1,7 per fessurazione indotta da carichi e per fessurazione indotta da deformazione impedita in sezioni con dimensione minima maggiore di 800 mm;
- 1,3 per fessurazione indotta da deformazione impedita in sezioni con dimensione minima (indifferentemente altezza, larghezza o spessore) pari a 300 mm o minore.

Per dimensioni di sezione intermedie i valori possono essere interpolati.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

La deformazione media  $\varepsilon_{sm}$  può essere calcolata con l'equazione:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

$\sigma_s$  è la tensione nell'armatura tesa calcolata nella sezione fessurata;

$\sigma_{sr}$  è la tensione nell'armatura tesa calcolata nella sezione fessurata nella condizione di carico che induce la prima fessura;

Per elementi soggetti solo a deformazioni impresse impedito,  $\sigma_s$  può essere assunta pari a  $\sigma_{sr}$ .

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

- $\beta_1$  è il coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza delle barre, pari a:
- 1,0 per barre ad aderenza migliorata,
  - 0,5 per barre lisce;
- $\beta_2$  è il coefficiente che tiene conto della durata del carico o di carichi ripetuti, pari a:
- 1,0 per un singolo carico di breve durata,
  - 0,5 per un carico di lunga durata o per molti cicli di carico ripetuti;

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

La distanza media finale tra le fessure, per elementi soggetti principalmente a flessione o trazione, può essere calcolata in base alla seguente equazione:

$$s_{rm} = 50 + 0,25 \ k_1 \ k_2 \frac{\phi}{\rho_r}$$

essendo:

$\phi$  il diametro delle barre in mm; se nella stessa sezione sono impiegati più diametri, può essere adottato un diametro medio;

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

- $k_1$  il coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza delle barre, pari a
- 0,8 per barre ad aderenza migliorata
  - 1,6 per barre lisce.

Nel caso di deformazioni impresse  $k_1$  può essere sostituito da  $k_1 \times k$ , con  $k$  definito in 4.4.2.2 (3);

- $k_2$  il coefficiente che tiene conto della forma del diagramma delle deformazioni, pari a:
- 0,5 per flessione
  - 1,0 per trazione pura.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)

$\rho_r$  il rapporto di armatura efficace  $A_s/A_{c,eff}$ , dove  $A_s$  è l'area dell'armatura contenuta nell'area tesa efficace  $A_{c,eff}$ . L'area di trazione efficace è in genere l'area di calcestruzzo che circonda le armature tese, di altezza pari a 2,5 volte la distanza dal lembo teso della sezione al baricentro dell'armatura.

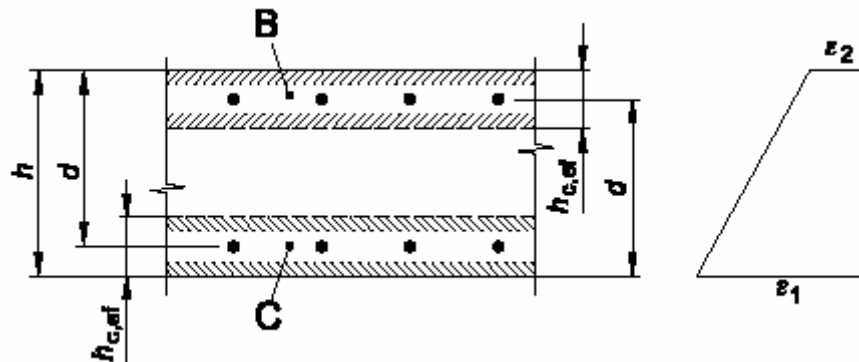
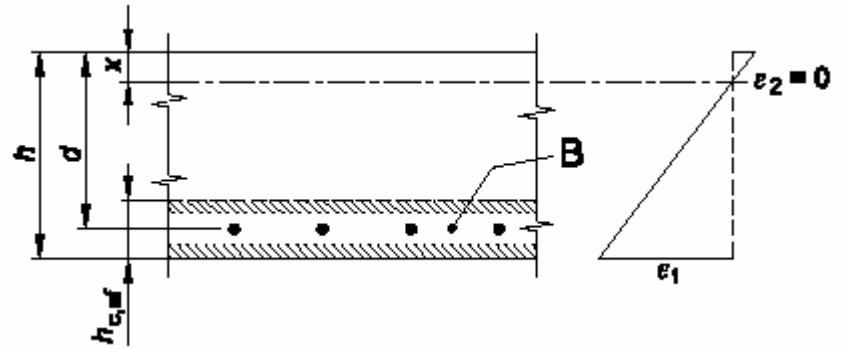
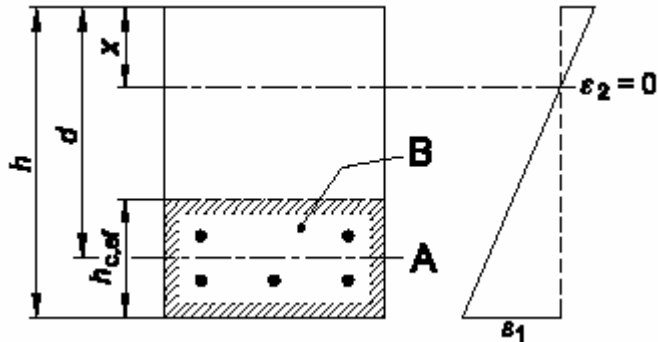
Per piastre o elementi precompressi, in cui l'altezza della zona tesa può essere piccola, l'altezza dell'area efficace non deve di regola essere assunta maggiore di  $(h-x)/3$ .

Il valore risultante di  $s_{rm}$  è espresso in millimetri.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Calcolo dell'ampiezza delle fessure (4.4.2.4.)





# APPLICAZIONE

## CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

Dati:

Sezione	30x50	Calcestruzzo	$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$
Armature	$A_s = 4\varnothing 20$ $A'_s = 4\varnothing 14$	Acciaio	FeB44k

È richiesto di verificare che, per la combinazione di carico rara, l'ampiezza della lesione sia inferiore a 0.2 mm.

### Carichi e caratteristiche della sollecitazione

I valori di carico relativi alla combinazione rara sono forniti dalla relazione

$$F_d = G_k + Q_k$$

$$\frac{\gamma_g G_k + \gamma_q Q_k}{G_k + Q_k} \approx 0.7$$

$$M = 0.7 M_{Ed} \text{ (SLU)} = 112 \text{ kNm}$$

$$\frac{\gamma_g G_k + \gamma_q Q_k}{G_k + \psi_2 Q_k} \approx 0.5$$

$$M = 0.5 M_{Ed} \text{ (SLU)} = 80 \text{ kNm}$$

# APPLICAZIONE

## CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

'In primis' calcoliamo il momento di fessurazione, ovvero il momento corrispondente all'attingimento della resistenza a trazione del calcestruzzo al bordo teso della sezione. Si fa riferimento a un modello del calcestruzzo lineare e resistente a trazione (primo stadio) a ad un coefficiente di omogeneizzazione  $n=7$ . Si ha:

$$M_f = -f_{ctk} \frac{I_G}{y}$$

# APPLICAZIONE

## CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

Per la sezione in esame si ha:  $y_g = \frac{b h^2 / 2 + n A_s d + n A'_s c}{b h + n A_s + n A'_s}$

$Y_G = 25.57 \text{ cm}$  (distanza bordo compresso dal baricentro)

$Y = 24.43 \text{ cm}$  (distanza bordo teso dal baricentro)

$$I_G = b h^3 / 12 + b h (y_G - h/2)^2 + n A_s (d - y_G)^2 + n A'_s (c - y_G)^2$$

$I_G = 374875 \text{ cm}^4$  (momento di inerzia rispetto al baricentro della sezione omogeneizzata)

$f_{cfk} = 1.94 \text{ MPa}$ . è la resistenza a trazione del calcestruzzo (in presenza di flessione)

Si ottiene così  $M_f = 29.6 \text{ kNm}$ .

Poiché il momento  $M$  è pari a  $112 \text{ kNm}$  la trave, come prevedibile, si fessura.

# APPLICAZIONE

## CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

La distanza media tra le fessure è data dalla seguente espressione:

$$s_{rm} = 50 + 0,25 \ k_1 \ k_2 \frac{\phi}{\rho_r}$$

dove:

$\phi$  è il diametro delle barre in mm  $\phi = 20$  mm  
 $k_1 = 0.8$  perché le barre sono ad aderenza migliorata ;  
 $k_2 = 0.5$  poiché la trave è soggetta a flessione pura ;  
 $\rho_r$  è la percentuale di armatura longitudinale nella zona tesa ;

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = \frac{A_s}{2.5 \ c \ b} = 0.0417$$

$$s_{rm} = 98 \text{ mm}$$

# APPLICAZIONE

## CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

Si calcola quindi la deformazione media dell'acciaio, che dipende dalla tensione nell'acciaio ed anche del rapporto tra tensione nella condizione considerata e tensione in incipiente fessurazione. La tensione dell'acciaio nella combinazione di carico quasi permanente è  $\sigma_s = 193 \text{ MPa}$ . La deformazione media è:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

$$\beta_1 = 1$$

perché le barre sono ad aderenza migliorata

$$\beta_2 = 0.5$$

perché i carichi sono di lunga durata

$$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} = \frac{M_f}{M_s}$$

poiché il modello è lineare in entrambi i casi

Si ottiene

$$\varepsilon_{sm} = \underbrace{\left[ 1 - 1 \times 0.5 \times \left[ \frac{29.6}{112} \right]^2 \right]}_{0.96} \frac{193}{206000} = 0.000904 = \mathbf{0.09 \%}$$

# APPLICAZIONE

## CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

Il valore caratteristico dell'ampiezza delle fessure è dato da:

$$w_k = \beta \, s_{rm} \, \varepsilon_{sm}$$

dove  $\beta$  è il coefficiente che correla l'ampiezza media delle fessure al valore di calcolo e vale 1.7 per fessurazione indotta dai carichi.

Si ottiene così  $w_k = 0.15 \text{ mm}$ . Questo valore è inferiore al limite richiesto dal committente.

La verifica è soddisfatta

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Limitazione della fessurazione (4.4.2.1.)

Si ottiene una limitazione dell'ampiezza delle fessure a valori accettabili (0.3mm) se:

- a) in ogni sezione che possa essere soggetta a trazione significativa dovuta a deformazioni impresse impedita, combinate o meno con carichi diretti, é presente una quantità minima di armatura ancorata, sufficiente ad assicurare che non si abbia snervamento della stessa finché il carico di fessurazione non risulti superato;
- b) la distanza tra le barre, e i diametri di queste, sono limitati in modo da limitare l'apertura delle fessure.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### Aree minime di armatura (4.4.2.2.)

A meno che calcoli più rigorosi dimostrino la possibilità di adottare un'area minore, le aree di armatura minime richieste possono essere calcolate con la relazione:

$$A_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_s$$

$A_s$  area di armatura nella zona tesa;

$A_{ct}$  area di calcestruzzo nella zona tesa: la zona tesa è quella parte della sezione che risulta in trazione prima della formazione della fessura.

$\sigma_s$  è la massima tensione ammessa nell'armatura subito dopo la formazione della fessura. Tale tensione può essere assunta pari al 90% della tensione di snervamento  $f_{yk}$  dell'armatura.



# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

$$A_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_s$$

$f_{ct,eff}$  è la resistenza efficace a trazione del calcestruzzo al momento in cui si suppone insorgano le prime fessure. Se non è possibile stabilire con certezza che il momento della fessurazione sia successivo ai 28 giorni di stagionatura, si suggerisce di adottare una resistenza minima a trazione pari a 3 N/mm<sup>2</sup>

$k_c$  coefficiente che tiene conto del tipo di distribuzione delle tensioni all'interno della sezione immediatamente prima della fessurazione ( $k_c=1$  per trazione pura;  $k_c=0.4$  per flessione)

$k$  coefficiente che tiene conto degli effetti di tensioni auto-equilibrate non uniformi ( $k=1.0$  per tensioni di trazione dovute a deformazioni estrinseche impedita - valore cautelativo)

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

Prospetto 4.11

### Diametri massimi per barre ad aderenza migliorata

Tensione nell'acciaio (MPa)	Diametro massimo delle barre (mm)	
	c.a. ordinario	c.a. precompresso
160	32	25
200	25	16
240	20	12
280	16	8
320	12	6
360	10	5
400	8	4
450	6	—

Le tensioni dell'acciaio adottate saranno calcolate in presenza dei carichi quasi permanenti.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### METODO SEMPLIFICATO (4.4.2.3.)

Nel calcestruzzo armato ordinario il diametro massimo delle barre può essere modificato come segue:

$$\varnothing_s = \varnothing_s^* \frac{h}{10c} \geq \varnothing_s^*$$

essendo:

$\varnothing_s$  il diametro massimo "modificato" delle barre;

$\varnothing_s^*$  il diametro massimo dato nel prospetto 4.11;

$h$  l'altezza totale della sezione;

$c$  il copriferro

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

Prospetto 4.12

### Spaziature massime per barre ad adherenza migliorata

Tensione nell'acciaio (MPa)	Spaziatura massima delle barre (mm)		
	flessione pura	trazione pura	sezioni precomprese (flessione)
160	300	200	200
200	250	150	150
240	200	125	100
280	150	75	50
320	100	—	—
360	50		

Le tensioni dell'acciaio adottate saranno calcolate in presenza dei carichi quasi permanenti.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### METODO SEMPLIFICATO (4.4.2.3.)

La fessurazione causata da effetti di azioni tangenziali si può considerare adeguatamente contenuta se si adotta il passo delle staffe indicato nel Prospetto 4.13.

La verifica non è necessaria in elementi per i quali  $3 V_{cd} > V_{Sd}$  in quanto l'elemento non sviluppa fessure di taglio sotto i carichi di esercizio.

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

Prospetto 4.13

**Passo delle staffe nelle travi  
per il controllo della fessurazione**

$\frac{V_{Sd} - 3 V_{cd}}{\rho_w b_w d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	Passo delle staffe (mm)
<b>≤ 50</b>	<b>300</b>
<b>75</b>	<b>200</b>
<b>100</b>	<b>150</b>
<b>150</b>	<b>100</b>
<b>200</b>	<b>50</b>

# STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

## Eurocodice 2

### METODO SEMPLIFICATO (4.4.2.3.)

Nel prospetto 4.13  $\rho_w$  è il rapporto dell'armatura a taglio come definito nell'equazione seguente:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sen \alpha}$$

- $\rho_w$  è il rapporto dell'armatura a taglio;
- $A_{sw}$  è l'area dell'armatura a taglio nel tratto  $s$ ;
- $s$  è il passo dell'armatura a taglio;
- $b_w$  è la larghezza dell'anima o minima larghezza dell'elemento sull'altezza utile;
- $\alpha$  è l'angolo tra l'armatura a taglio e l'armatura principale (per staffe vert.  $\alpha = 90^\circ$  e  $\sen \alpha = 1$ ).

# APPLICAZIONE

## VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

Dati:

Sezione	30x50	Calcestruzzo	$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$
Armature	$A_s = 4\varnothing 20$ $A'_s = 4\varnothing 14$	Acciaio	FeB44k

### Carichi e caratteristiche della sollecitazione

I valori di carico relativi alla combinazione quasi permanente sono forniti dalla relazione

$$F_d = G_k + \psi_2 Q_k$$

con  $\psi_2=0.2$  per edifici destinati a civile abitazione.

$$\frac{\gamma_g G_k + \gamma_q Q_k}{G_k + \psi_2 Q_k} \approx 0.5$$

$$M = 0.5 M_{Sd} (SLU) = 80 \text{ kNm}$$



# APPLICAZIONE

## VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

### Controllo semplificato

Seguendo le indicazioni dell'Eurocodice 2 si è innanzitutto controllato se l'armatura disposta è di per se idonea ad evitare rilevanti problemi di fessurazione.

Per evitare che l'armatura si snervi appena raggiunto il limite di fessurazione, l'armatura deve essere superiore al seguente valore:

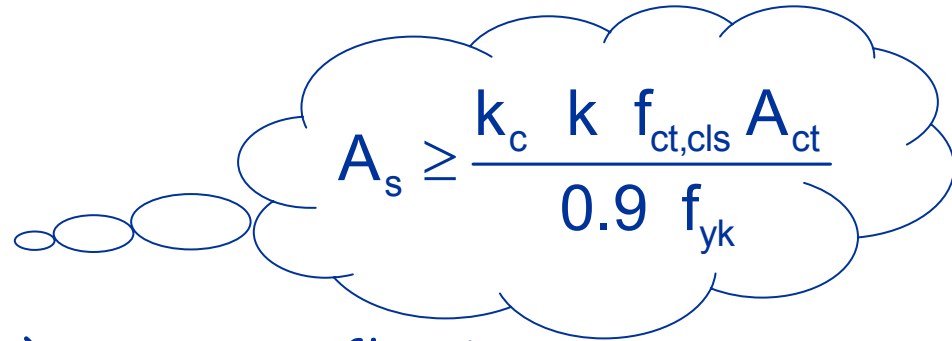
$$A_s \geq \frac{k_c k f_{ct,cls} A_{ct}}{0.9 f_{yk}}$$

# APPLICAZIONE

## VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

### Controllo semplificato

Nel caso specifico si ha:


$$A_s \geq \frac{k_c \quad k \quad f_{ct,cls} \quad A_{ct}}{0.9 \quad f_{yk}}$$

$k_c=0.4$                       poiché la trave è soggetta a flessione

$k=1$                       coefficiente che tiene conto degli effetti di tensioni auto-equilibrate non uniformi

$f_{ct}=3 \text{ MPa}$                       resistenza del calcestruzzo a trazione

$A_{ct}$                       area di calcestruzzo teso                       $= b \quad h / 2$   
poiché la trave è soggetta a flessione

Si ottiene come minima armatura da disporre  **$A_s = 2.3 \text{ cm}^2$**

Poiché l'armatura tesa è costituita da  $4\phi 20 = 12.5 \text{ cm}^2$   
tale limite è abbondantemente superato.

# APPLICAZIONE

## VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

### Controllo semplificato

Occorre inoltre non superare un interasse massimo ed un diametro massimo delle barre, che dipendono dalla tensione nell'acciaio nella combinazione di carico quasi permanente.

# APPLICAZIONE

## VERIFICA A FESSURAZIONE DI UNA TRAVE

La tensione nell'armatura può essere determinata mediante l'espressione:

$$\sigma_s = \frac{M}{0.9 d A_s}$$

con  $M = 0.5 \times 160 = 80$  kNm, ottenendo  $\sigma_s = 152.3$  MPa

### Controllo semplificato

L'interasse e il diametro massimo prescritti dall'EC2 sono per  $\sigma_s = 160$  MPa, rispettivamente:

$$i_{\max} < 300 \text{ mm} \qquad d_{\max} < 32 \text{ mm.}$$

Le armature disposte non superano tali limiti; il problema della fessurazione si può ritenere sostanzialmente limitato.

Stato limite di tensioni in esercizio

# **LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO**

## **Eurocodice 2**

### **4.4.1.1. Considerazioni di base**

Tensioni di compressione elevate nel calcestruzzo in presenza di carichi di esercizio possono favorire la formazione di fessure longitudinali e determinare o microfessurazioni nel calcestruzzo o livelli di viscosità maggiori di quelli previsti. Elevate tensioni nell'acciaio possono condurre a fessure ampie e permanentemente aperte. Tali fenomeni possono ridurre la durabilità delle opere.

# LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO

## Eurocodice 2

### CALCESTRUZZO

#### 4.4.1.1. Considerazioni di base (strutture in c.a.)

- a) Per le strutture o parti di strutture esposte ad ambiente di cui alle classi 3 e 4 devono essere rispettati i seguenti limiti per le tensioni di compressione nel calcestruzzo:
- combinazione di carico rara  $0,50 f_{ck}$ ;
  - combinazione di carico quasi permanente  $0,40 f_{ck}$ .
- b) Per le strutture o parti di strutture esposte ad ambiente di cui alle classi 1 e 2 devono essere rispettati i seguenti limiti per le tensioni di compressione nel calcestruzzo:
- combinazione di carico rara  $0,60 f_{ck}$ ;
  - combinazione di carico quasi permanente  $0,45 f_{ck}$ .

# LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO

## Eurocodice 2

### ACCIAIO

#### 4.4.1.1. Considerazioni di base (strutture c.a.)

Limiti per le tensioni di trazione nell'acciaio:

- a) **per le armature ordinarie** la massima tensione di trazione sotto la combinazione di carichi rara non deve superare  $0,70 f_{yk}$ ;



# LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO

## Eurocodice 2

### 4.4.1.1. Considerazioni di base

Nella verifica delle tensioni è necessario considerare, se del caso, oltre agli effetti dei carichi anche quelli delle variazioni termiche, della viscosità, del ritiro, e delle deformazioni imposte aventi altre origini.

Le tensioni debbono essere verificate adottando le proprietà geometriche della sezione corrispondente alla condizione non fessurata oppure a quella completamente fessurata, a seconda dei casi.

In generale deve, di regola, essere assunto lo stato fessurato se la massima tensione di trazione nel calcestruzzo calcolata in sezione non fessurata sotto la combinazione di carico rara supera  $f_{ctm}$  (Prosp. 3.1.)

# LIMITAZIONE DELLE TENSIONI IN ESERCIZIO

## Eurocodice 2

### 4.4.1.1. Considerazioni di base

Quando si adotta una sezione non fessurata, si considera attiva l'intera sezione di calcestruzzo, e si considerano in campo elastico sia a trazione che a compressione il calcestruzzo e l'acciaio.

Quando si adotta la sezione fessurata, il cls può essere considerato elastico in compressione, ma incapace di sostenere alcuna trazione (nel calcolo delle tensioni secondo le presenti regole non va di norma tenuto conto nelle verifiche locali dell'effetto irrigidente del cls teso dopo fessurazione).

In via semplificativa può assumersi il comportamento elastico-lineare e per le armature il coefficiente di omogeneizzazione con il valore convenzionale  $n=15$ .

# APPLICAZIONE

## VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

La verifica è stata effettuata per l'appoggio 11, in corrispondenza del quale la sezione emergente (30x50) è soggetta al massimo momento negativo.

Le armature in essa disposte sono:

$$A_s = 12.5 \text{ cm}^2, \quad A'_s = 6.2 \text{ cm}^2.$$

Utilizzando le relazioni (n=15):

$$\psi = \frac{n (A_s + A'_s)}{b h} \quad d_{Gs} = \frac{A_s d + A'_s c}{A_s + A'_s} \quad x = \psi \cdot h \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot d_{Gs}}{\psi \cdot h}} \right)$$

si ottiene:

$$\psi = 0.203 \quad d_{Gs} = 29.86 \text{ cm} \quad x = 16.5 \text{ cm} \quad z = 40.7 \text{ cm}.$$

# APPLICAZIONE

## VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

La tensione nel calcestruzzo è data da

$$\sigma_c = -\frac{M}{I} y$$

$I$  è il momento d'inerzia della sezione reagente omogeneizzata:

$$I = \frac{b x^3}{3} + n A_s (d - x)^2 + n A'_s (c - x)^2 = 226374 \text{ cm}^4$$

$y$  è la distanza del bordo compresso dall'asse neutro, pari a  $x$ .

I limiti delle tensioni  $\sigma_c$  e  $\sigma_s$  sono stati determinati tenendo conto che l'elemento da verificare si trovi in un ambiente appartenente alla classe di esposizione 2.

# APPLICAZIONE

## VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

### Combinazione di carico rara

Il valore del momento flettente è

$$M = 160 \times 0.70 = 112 \text{ kNm}$$

Applicando le relazioni:

$$\sigma_c = -\frac{M}{I} y \qquad \sigma_s = \frac{M}{z A_s}$$

si ottiene:

$$\sigma_c = 8.16 \text{ MPa} \leq 0.6 f_{ck} = 12.45 \text{ MPa} \qquad \text{OK!}$$

$$\sigma_s = 220 \text{ MPa} \leq 0.7 f_{yk} = 301 \text{ MPa} \qquad \text{OK!}$$

# APPLICAZIONE

## VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

### Combinazione di carico quasi permanente

Il valore del momento flettente è

$$M = 160 \times 0.50 = 80 \text{ kNm}$$

Applicando le relazioni:

$$\sigma_c = -\frac{M}{I} y \qquad \sigma_s = \frac{M}{z A_s}$$

si ottiene:

$$\sigma_c = 5.83 \text{ MPa} \leq 0.45 f_{ck} = 9.3 \text{ MPa} \qquad \text{OK!}$$

# APPLICAZIONE

## VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

Le verifiche sono abbondantemente soddisfatte poiché:

La sezione non richiedeva forti quantitativi di armatura in compressione.

$$r' = \frac{d}{\sqrt{M_{Sd}/b}} = \frac{0.46}{\sqrt{160/0.3}} = 0.0199 \Rightarrow u = \frac{A'_s}{A_s} \approx 20\%$$

# APPLICAZIONE

## VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

### Sezione con forte armatura in compressione

Suppongo che la sezione 30 x 50 sia sottoposta ad un momento flettente più elevato del precedente:

$$M_{Ed} = 265 \text{ kNm}$$

L'armatura tesa necessaria vale:

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = 17.1 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{uso } 5\varnothing 20 + 1\varnothing 14 (A_s = 17.2 \text{ cm}^2)$$

L'armatura compressa necessaria vale:

$$r' = \frac{d}{\sqrt{M_{Sd}/b}} = \frac{0.46}{\sqrt{265/0.3}} = 0.0154 \Rightarrow u = \frac{A'_s}{A_s} \approx 50\%$$



# APPLICAZIONE

## VERIFICA TENSIONI DI ESERCIZIO

### Sezione con forte armatura in compressione

Per la verifica alle tensioni d'esercizio, determinata la posizione dell'asse neutro e le caratteristiche geometriche della sezione reagente, calcolo le tensioni:

$$\sigma_c = 11.84 \text{ MPa} \leq 0.6 f_{ck} = 12.45 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

$$\sigma_s = 265 \text{ MPa} \leq 0.7 f_{yk} = 301 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

La sezione è ancora verificata ma il margine rispetto al caso precedente si è notevolmente ridotto.

Stato limite di deformazione

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### 4.4.3.1. Considerazioni di base

La deformazione di un elemento o di una struttura deve, di regola, essere tale da non comprometterne la funzionalità o l'aspetto estetico.

Adeguati valori limite di deformazione, che tengano conto della natura della struttura, delle finiture, dei tramezzi e degli accessori nonché della funzione della struttura stessa saranno, di regola, concordati coi committente.

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### 4.4.3.1. Considerazioni di base

Le deformazioni non devono di regola superare quelle che possono essere sopportate senza inconvenienti da altri elementi collegati quali tramezzi, vetrate, rivestimenti, servizi e finiture. In qualche caso possono essere richiesti dei limiti particolari per assicurare il corretto funzionamento di macchinari o impianti sostenuti dalla struttura o per evitare che l'acqua ristagni su tetti piani. Anche le vibrazioni possono richiedere limiti, in quanto possono causare disagio o allarme negli utenti dell'edificio e, in casi estremi, danni strutturali.

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### 4.4.3.1. Considerazioni di base

**1.** L'aspetto e la funzionalità della struttura possono essere pregiudicati se l'inflessione calcolata di una trave, piastra o sbalzo soggetti ai carichi quasi-permanenti è maggiore di  $|\frac{1}{250}|$  della luce. L'inflessione va intesa come relativa agli appoggi.

Può essere prevista una controfreccia per compensare tutta o parte dell'inflessione, ma la monta delle casseforme verso l'alto non deve di regola essere maggiore di  $|\frac{1}{250}|$  della luce.

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### 4.4.3.1. Considerazioni di base

**2.** Le inflessioni possono causare danni a tramezzi, a elementi connessi o in contatto con l'elemento considerato, e a finiture e infissi, se la deformazione prevista coi calcoli che si manifesta dopo la costruzione di tali elementi risulta eccessiva. Un limite adeguato dipende dalla natura dell'elemento che può essere danneggiato, ma, indicativamente, un limite di  $\left| \frac{1}{500} \right|$  della luce è considerato ragionevole nella maggior parte dei casi. Tale limite può essere reso meno vincolante se gli elementi che possono essere danneggiati sono stati progettati per adattarsi a inflessioni maggiori o se è nota la capacità di resistere a inflessioni maggiori senza danno.

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### 4.4.3.2. Casi in cui il calcolo può essere omesso

In genere non è necessario calcolare esplicitamente le inflessioni poiché possono essere formulate regole semplici, come la limitazione del rapporto luce/altezza, atte a evitare problemi di inflessione in circostanze normali. Sono necessarie verifiche più rigorose per elementi al di fuori di tali limiti o se altri limiti alle inflessioni, diversi da quelli impliciti nei metodi semplificati, risultano più adeguati.

**Metodo semplificato**

**Calcolo diretto  
delle inflessioni**

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### 4.4.3.2. Casi in cui il calcolo può essere omissso

Se travi o piastre di calcestruzzo armato di edifici sono dimensionate in modo da rispettare i limiti del rapporto luce/altezza indicati in questo punto, le loro inflessioni non superano di regola i limiti stabiliti. Il rapporto limite luce/altezza è ottenuto dal valore del prospetto 4.14 moltiplicato per fattori di correzione che tengono conto del tipo di armatura usata e di altre variabili. Nella preparazione di questi prospetti non sono state considerate eventuali controfrecce.



# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

Prospetto 4.14

Valori base dei rapporti luce/altezza utile per elementi di calcestruzzo armato senza compressione assiale

Sistema strutturale	Calcestruzzo molto sollecitato	Calcestruzzo poco sollecitato
1. <b>Travi semplicemente appoggiate, piastre semplicemente appoggiate mono o bidirezionali</b>	<b>18</b>	<b>25</b>
2. <b>Campata terminale di travi continue o piastre continue monodirezionali o piastre bidirezionali continue su un lato lungo</b>	<b>23</b>	<b>32</b>
3. <b>Campata intermedia di travi o piastre continue mono o bidirezionali</b>	<b>25</b>	<b>35</b>
4. <b>Piastre sorrette da pilastri senza travi (piastre non nervate) (in base alla luce maggiore)</b>	<b>21</b>	<b>30</b>
5. <b>Mensole</b>	<b>7</b>	<b>10</b>

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### 4.4.3.2. Casi in cui il calcolo può essere omesso

Nell'interpretare il prospetto 4.14 vanno tenute presenti le seguenti ulteriori considerazioni:

I valori dati sono stati scelti in genere in via prudenziale e il calcolo può dimostrare frequentemente che si possono realizzare elementi più sottili;

#### Livello di sollecitazione del calcestruzzo

Calcestruzzo poco sollecitato	$\rho \leq 0,5\%$	essendo $\rho = A_s / b d$
Calcestruzzo molto sollecitato	$\rho \geq 1,5\%$	

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### A 4.2. Requisiti.

Negli edifici sarà normalmente sufficiente considerare le inflessioni per effetto della combinazione di carico quasi permanente, assumendo che tale carico sia di lunga durata.

Occasionalmente può essere necessario prendere in conto deformazioni dovute a cause diverse dalla flessione, per esempio deformazioni dovute a taglio o torsione o ad accorciamenti differenziali di elementi verticali in edifici alti. Tali eventualità non sono comunque ulteriormente contemplate nella presente norma.

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### A 4.3. Metodo di calcolo

Si assume che esistano due condizioni limite per la deformazione delle sezioni di calcestruzzo:

- **la condizione non fessurata.** In tale stato l'acciaio ed il calcestruzzo agiscono insieme in campo elastico sia in trazione che in compressione;
- **la condizione completamente fessurata.** In tale stato l'influenza del calcestruzzo teso viene ignorata.

Saranno considerati come non fessurati gli elementi che non ci si attende risultino caricati oltre il livello che provocherebbe il superamento della resistenza a trazione del calcestruzzo in un punto qualsiasi dell'elemento stesso. Gli elementi che si presume si fessurino si comporteranno in maniera intermedia tra le condizioni di sezione non fessurata e completamente fessurata.

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### A 4.3. Metodo di calcolo

Per gli elementi soggetti prevalentemente a flessione una stima adeguata del comportamento è fornita dall'equazione:

dove:

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I$$

$\alpha$  è il parametro da considerare, che può essere per esempio una deformazione, una curvatura o una rotazione [semplificando, può essere anche una inflessione];

$\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  sono rispettivamente valori del parametro calcolati nelle ipotesi di sezione non fessurata e totalmente fessurata;

$\zeta$  è il coefficiente di distribuzione

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### A 4.3. Metodo di calcolo

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2$$

$\beta_1$  è il coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza delle armature ordinarie

= 0.5 ; 1.0 per barre lisce / ad aderenza migliorata;

$\beta_2$  è il coefficiente che tiene conto della durata del carico o di carichi ripetuti

= 1 per carico singolo di breve durata

= 0,5 per carichi permanenti o molti cicli ripetuti;

$\sigma_s$  è la tensione nell'acciaio teso calcolata nell'ipotesi di sezione fessurata;

$\sigma_{sr}$  è la tensione nell'acciaio teso calcolata nell'ipotesi di sezione fessurata sotto il carico che induce la fessurazione nella sezione in esame;

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### A 4.3. Metodo di calcolo

Le proprietà critiche del materiale, richieste per consentire la determinazione delle deformazioni dovute a carichi, sono la resistenza a trazione e il modulo elastico efficace del calcestruzzo.

1. In generale, si ottiene una stima migliore del comportamento se viene utilizzato  $f_{ctm}$ .
2. Un valore stimato del modulo di elasticità del calcestruzzo può essere ottenuto dal prospetto 3.2. La presa in conto della viscosità può essere effettuata utilizzando un modulo efficace:

$$E_{c,eff} = E_{cm} / (1 + \phi)$$

dove  $\phi$  è il coefficiente di viscosità

# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

Le curvature indotte dal ritiro possono essere valutate mediante l'equazione:

$$(1 / r)_{cs} = \varepsilon_{cs} \alpha_e S / I$$

dove:

$(1/r)_{cs}$  è la curvatura dovuta al ritiro;

$\varepsilon_{cs}$  è la deformazione di ritiro libero (vedere prospetto 3.3);

$S$  è il momento statico dell'area di armatura rispetto al baricentro della sezione;

$I$  è il momento d'inerzia della sezione;

$\alpha_e$  è il rapporto tra i moduli elastici  $E_s/E_{c,eff}$ .

Per definire la curvatura finale,  $S$  e  $I$  devono di regola essere calcolati sia per la condizione non fessurata che per la condizione totalmente fessurata.



# STATI LIMITE DI DEFORMAZIONE

## Eurocodice 2

### A 4.3. Metodo di calcolo

**Importante:** Il metodo di calcolo delle inflessioni più rigoroso consiste nel calcolare la curvatura in più sezioni lungo l'asse dell'elemento e successivamente l'inflessione mediante integrazione numerica. Il lavoro che tale metodo richiede non è normalmente giustificato e risulta generalmente accettabile calcolare l'inflessione una volta nell'ipotesi che l'intero elemento non sia fessurato, un'altra nell'ipotesi che lo stesso sia totalmente fessurato, combinando i due valori secondo l'equazione precedentemente descritta. Tale ultimo approccio non è direttamente applicabile a sezioni fessurate soggette a forza normale significativa.