

Corso di aggiornamento

Progettazione strutturale sulla base  
delle normative più recenti

**Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.**

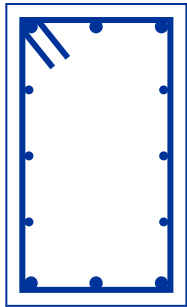
**2 - sforzo normale**

Villa Redenta, Spoleto

26-28 febbraio 2009

Aurelio Gheresi

# Verifica - tensioni ammissibili



$$\sigma_s = n \sigma_c \quad n = 15$$

~~$$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c$$~~

$$\sigma_c \leq 0.7 \bar{\sigma}_c$$

altrimenti la sezione  
non può portare alcun  
momento flettente

$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c (A_c + n A_s)$$

# Verifica - stato limite ultimo

Quando il legame tensioni-deformazioni non è lineare non è più possibile applicare le formule della Scienza delle costruzioni ma occorre rifarsi direttamente alle condizioni di equilibrio tra tensioni e deformazioni

$$N = \int \sigma dA$$

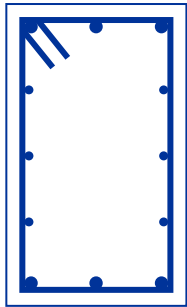
~~$$M_y = \int \sigma z dA$$~~

~~$$M_z = - \int \sigma y dA$$~~

Trazione

Compressione

# Verifica - stato limite ultimo



$$\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} = 2 \times 10^{-3}$$

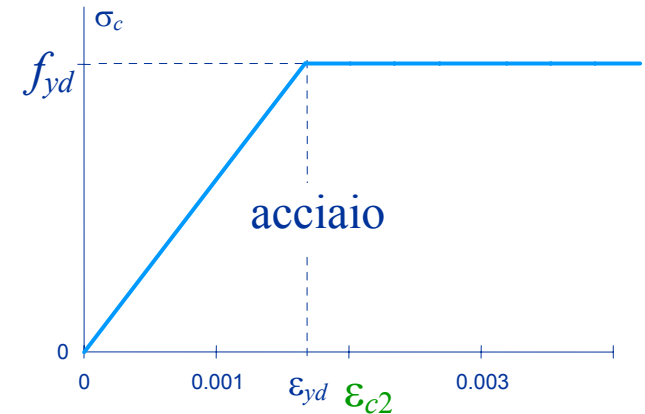
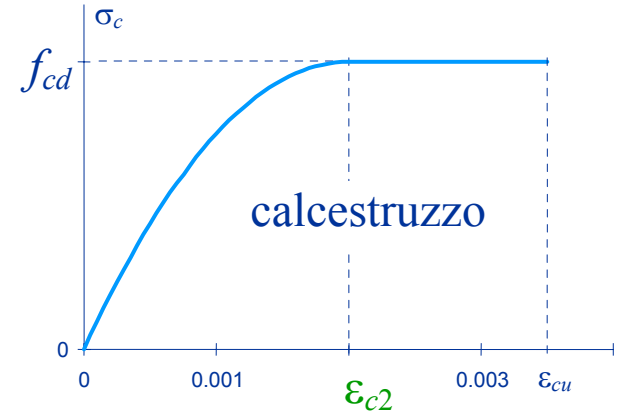
$$\sigma_c = f_{cd}$$

$$\sigma_s = f_{yd}$$

$$N_{Rd} = f_{cd} A_c + f_{yd} A_s$$

la sezione non può  
portare alcun  
momento flettente

$$N_{Rd} = \frac{f_{cd} A_c + f_{yd} A_s}{1.2}$$



(consigliata)

# Verifica - stato limite ultimo

## Nota:

"Nel caso di pilastri soggetti a compressione assiale si deve comunque assumere una componente flettente dello sforzo  $M_{Ed}$  e  $N_{Ed}$  con eccentricità e pari almeno a  $0,05h \geq 20\text{mm}$  (con  $h$  altezza della sezione)"

Se non si vuole verificare la sezione a pressoflessione, occorre che la resistenza a sforzo normale centrato sia superiore almeno del 15-20% rispetto a  $N_{Ed}$

Il numero 1.2 indicato nella diapositiva precedente tiene conto di questo

# Verifica - confronto

TA

$$N_{\max} = \underbrace{0.7 \bar{\sigma}_c}_{6.8} A_c + \underbrace{n 0.7 \bar{\sigma}_c}_{89} A_s$$

Rapporto un po'  
maggiore di quello  
dei carichi

$$\frac{11.8}{6.8} \cong 1.7$$

$$\frac{326}{89} \cong 3.7$$

Rapporto  
molto  
maggiore

SLU

$$N_{Rd} = \underbrace{\frac{f_{cd} A_c}{1.2}}_{11.8} + \underbrace{\frac{f_{yd} A_s}{1.2}}_{326}$$

Calcestruzzo C25/30

Acciaio B450C

# Verifica - confronto

TA

$$N_{\max} = \underbrace{0.7 \bar{\sigma}_c}_{6.8} A_c + \underbrace{n 0.7 \bar{\sigma}_c}_{89} A_s$$

Allo stato limite ultimo,  
l'acciaio compresso conta molto di più

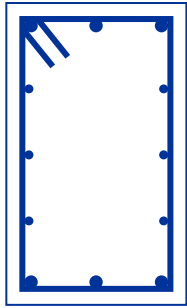
SLU

$$N_{Rd} = \underbrace{\frac{f_{cd} A_c}{1.2}}_{11.8} + \underbrace{\frac{f_{yd} A_s}{1.2}}_{326}$$

Calcestruzzo C25/30

Acciaio B450C

# Progetto - tensioni ammissibili



La norma impone  $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0.008$

$$n = 15$$

$$N_{\max} = 0.7 \bar{\sigma}_c A_c (1 + n \rho)$$

Si determina la sezione  
di calcestruzzo

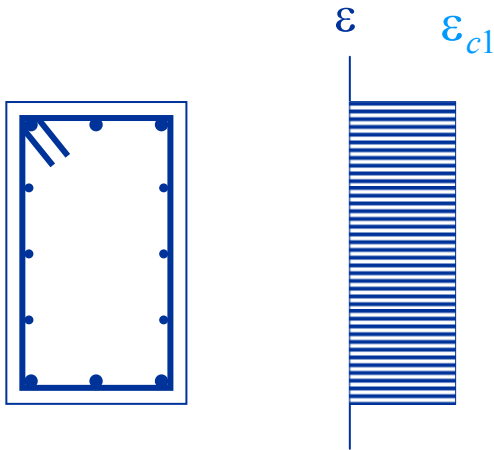
$$A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$$

e poi l'armatura

$$A_s \geq 0.008 A_c$$



# Progetto - stato limite ultimo



La norma impone che  
l'armatura porti almeno il 10%  
dello sforzo normale

meglio  
di più

$$N_{Rd} = \overset{N_{Ed}}{f_{cd} A_c} + \overset{0.2 N_{Ed}}{f_{yd} A_s} \geq 1.2 N_{Ed}$$

Si determina la sezione  
di calcestruzzo

$$A_c \geq \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

e l'armatura

$$A_s \geq \frac{0.2 N_{Ed}}{f_{yd}}$$

# Progetto - confronto

$$A_c \geq \frac{N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$$

1/7.64

$$A_s \geq 0.008 A_c = \frac{0.008 N}{0.784 \bar{\sigma}_c}$$

1/955

La sezione è un po' minore (25% in meno allo SLU)

$$\frac{1}{7.64} \cong 1.3 \times \frac{1.4}{14.2}$$

$$\frac{1}{955} \cong 1.5 \times \frac{1.4}{1956}$$

L'armatura è un po' più diversa (35% in meno allo SLU)

$$A_c \geq \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

1/14.2

$$A_s \geq \frac{0.2 N_{Ed}}{f_{yd}}$$

1/1956

Calcestruzzo C25/30

Acciaio B450C

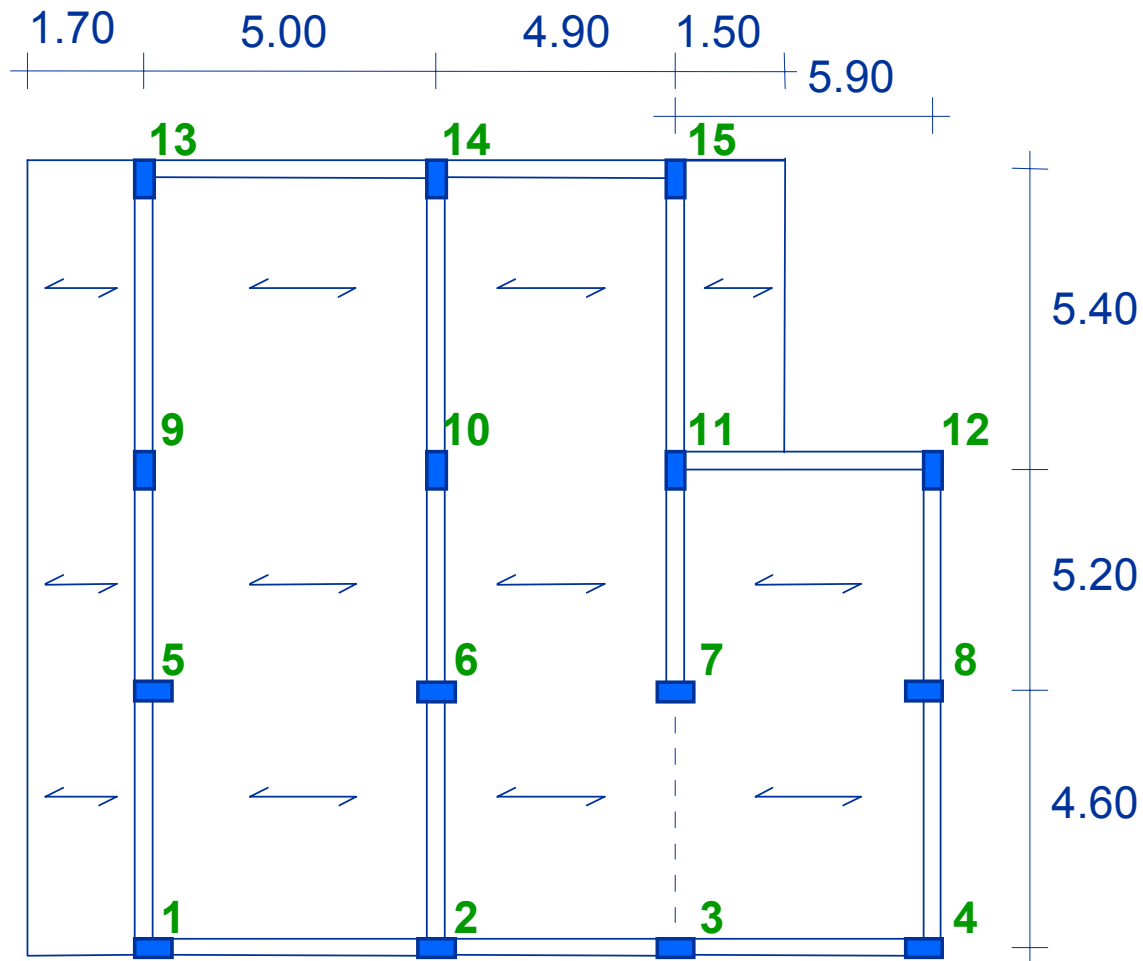
# Progetto - commento

Operando allo stato limite ultimo è possibile ridurre l'armatura nelle sezioni soggette a solo sforzo normale

o - in alternativa - è possibile ridurre la sezione lasciando invariata la percentuale di armatura

Questa affermazione non vale in zona sismica, perché le sezioni sono soggette anche a forte momento flettente e devono essere molto resistenti per garantire un comportamento duttile della struttura

# Esempio - edificio a 6 impalcati



# Materiali utilizzati

Calcestruzzo

$$C25/30 \quad f_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad f_{cm} = 33 \text{ MPa}$$

$$E_c = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 31500 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 0.7 \times 0.30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 1.80 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = 14.17 \text{ MPa}$$

Acciaio

B450C

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 391.3 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{391.3}{210000} = 1.86 \times 10^{-3}$$

# Esempio

## carichi unitari - solaio per abitazione

Peso proprio (valore caratteristico):

soletta	$0.04 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	$1.00 \text{ kN/m}^2$	
travetti	$3 \times (0.08 \times 0.20) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	$1.20 \text{ kN/m}^2$	
laterizi	$8 \times 0.082 \text{ kN}$	=	$\frac{0.66 \text{ kN/m}^2}{2.86 \text{ kN/m}^2}$	
TOTALE		=	$2.86 \text{ kN/m}^2$	$G_1$

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

massetto	$0.03 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 18 \text{ kN/m}^3$	=	$0.54 \text{ kN/m}^2$	} $G_1$ <del>0</del> ?
pavimento in granito	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 27 \text{ kN/m}^3$	=	$0.54 \text{ kN/m}^2$	
intonaco	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	$0.40 \text{ kN/m}^2$	
incidenza tramezzi		=	$\frac{1.20 \text{ kN/m}^2}{2.68 \text{ kN/m}^2}$	$G_2$
TOTALE		=	$2.68 \text{ kN/m}^2$	

quindi:  $G_{1k} = 4.34 \text{ kN/m}^2$      $G_{2k} = 1.20 \text{ kN/m}^2$      $G_k = 5.54 \text{ kN/m}^2$

# Carichi unitari

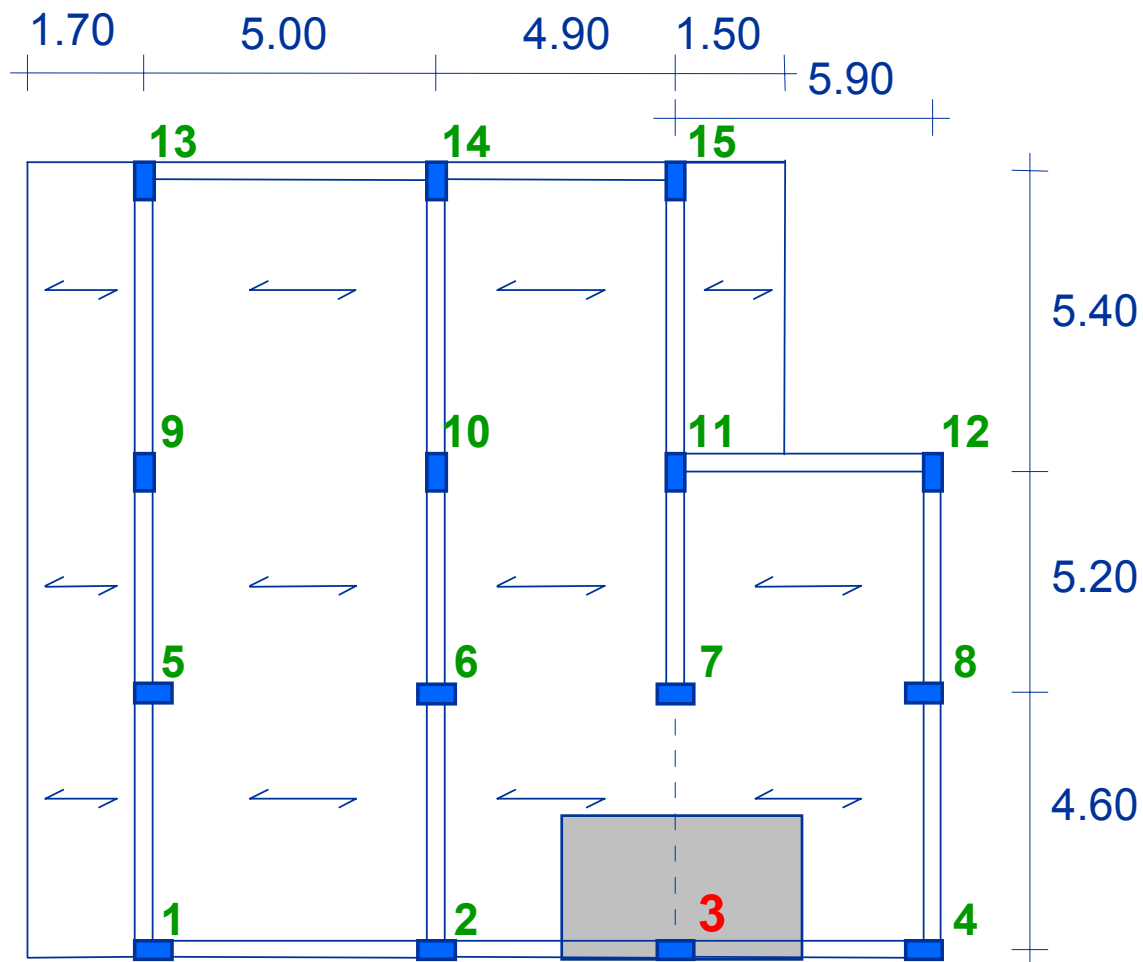
	per TA	per SLU
Solaio	$g_{1k} = 4.3 \text{ kN/m}^2$ $g_{2k} = 1.2 \text{ kN/m}^2$ $q_k = 2.0 \text{ kN/m}^2$	$g_{1d} = 1.3 \times 4.3 = 5.6 \text{ kN/m}^2$ $g_{2d} + q_d = 1.5 \times 3.2 = 4.8 \text{ kN/m}^2$
Balconi	$g_k = 3.9 \text{ kN/m}^2$ $q_k = 4.0 \text{ kN/m}^2$	$g_d = 1.3 \times 3.9 = 5.1 \text{ kN/m}^2$ $q_d = 1.5 \times 4.0 = 6.0 \text{ kN/m}^2$
Tamponature	$g_k = 7.2 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.3 \times 7.2 = 9.4 \text{ kN/m}$
Travi 30x60	$g_k = 3.7 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.3 \times 3.7 = 4.8 \text{ kN/m}$
70x24	$g_k = 2.4 \text{ kN/m}$	$g_d = 1.3 \times 2.4 = 3.1 \text{ kN/m}$

# Riepilogo carichi (per pilastri)

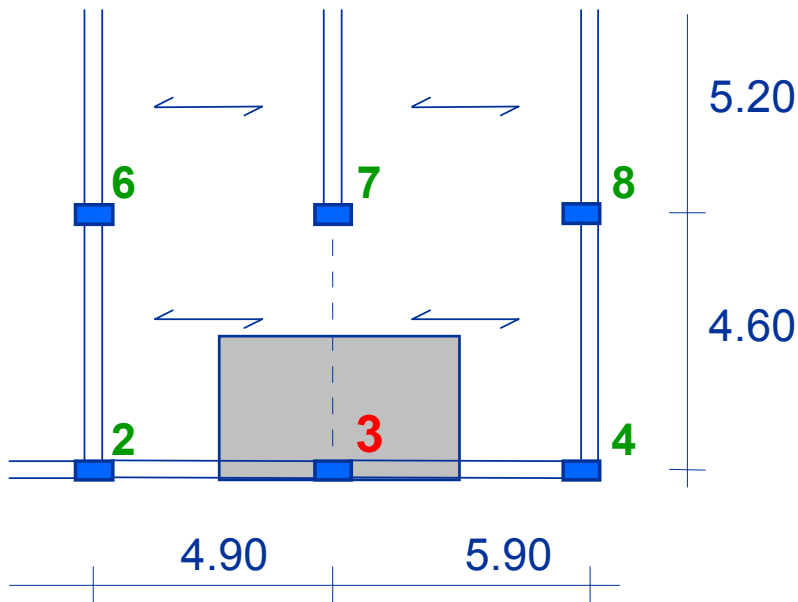
	per TA	per SLU
Solaio ( $g + 0.9 q$ )	7.1 kN/m <sup>2</sup>	9.9 kN/m <sup>2</sup>
Balconi ( $g + 0.9 q$ )	7.5 kN/m <sup>2</sup>	10.5 kN/m <sup>2</sup>
Tamponature	7.2 kN/m	9.4 kN/m
Travi 30x60	3.7 kN/m	4.8 kN/m
70x24	2.4 kN/m	3.1 kN/m



# Scarico al piano tipo pilastro 3



# Scarico al piano tipo pilastro 3



solaio  $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} \times \frac{4.60}{2} = 13.78 \text{ m}^2 \times 9.9 = 136.4 \text{ kN}$

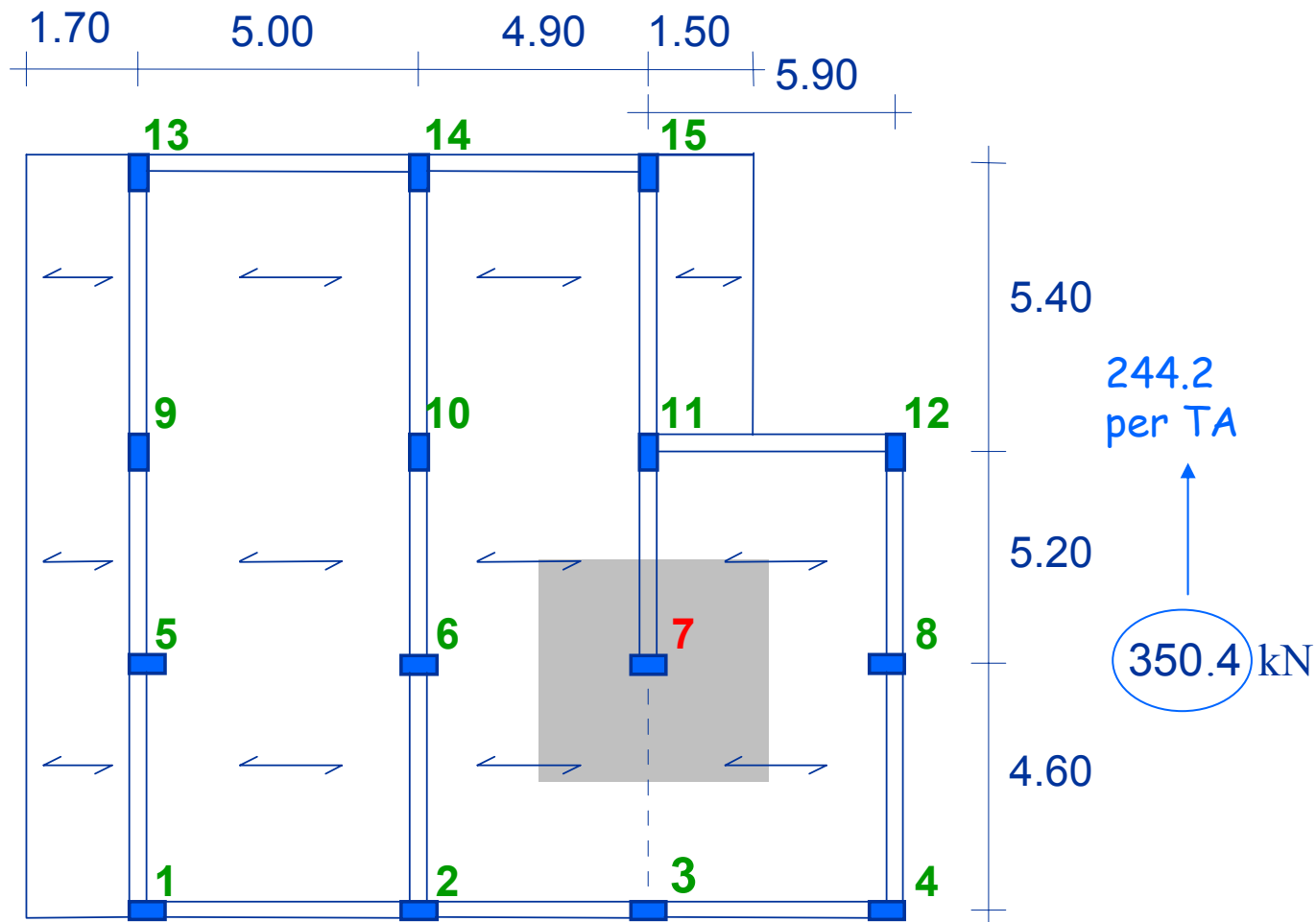
tompagno  $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m} \times 9.4 = 56.4 \text{ kN}$

trave em.  $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m} \times 4.8 = 28.8 \text{ kN}$

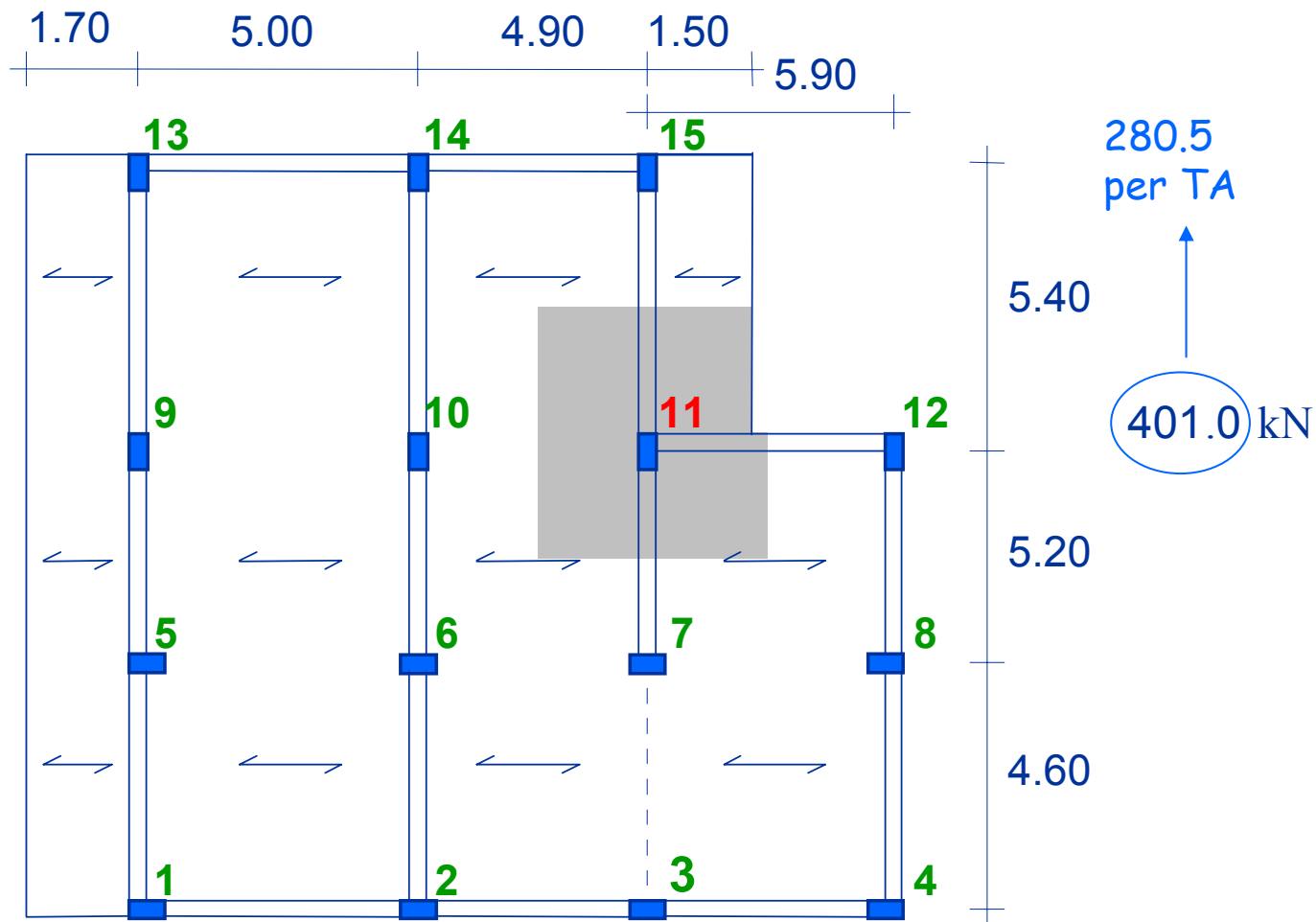
trave sp.  $\frac{4.60}{2} = 2.3 \text{ m} \times 3.1 = 7.1 \text{ kN}$

168.8 per TA ← **228.7 kN**

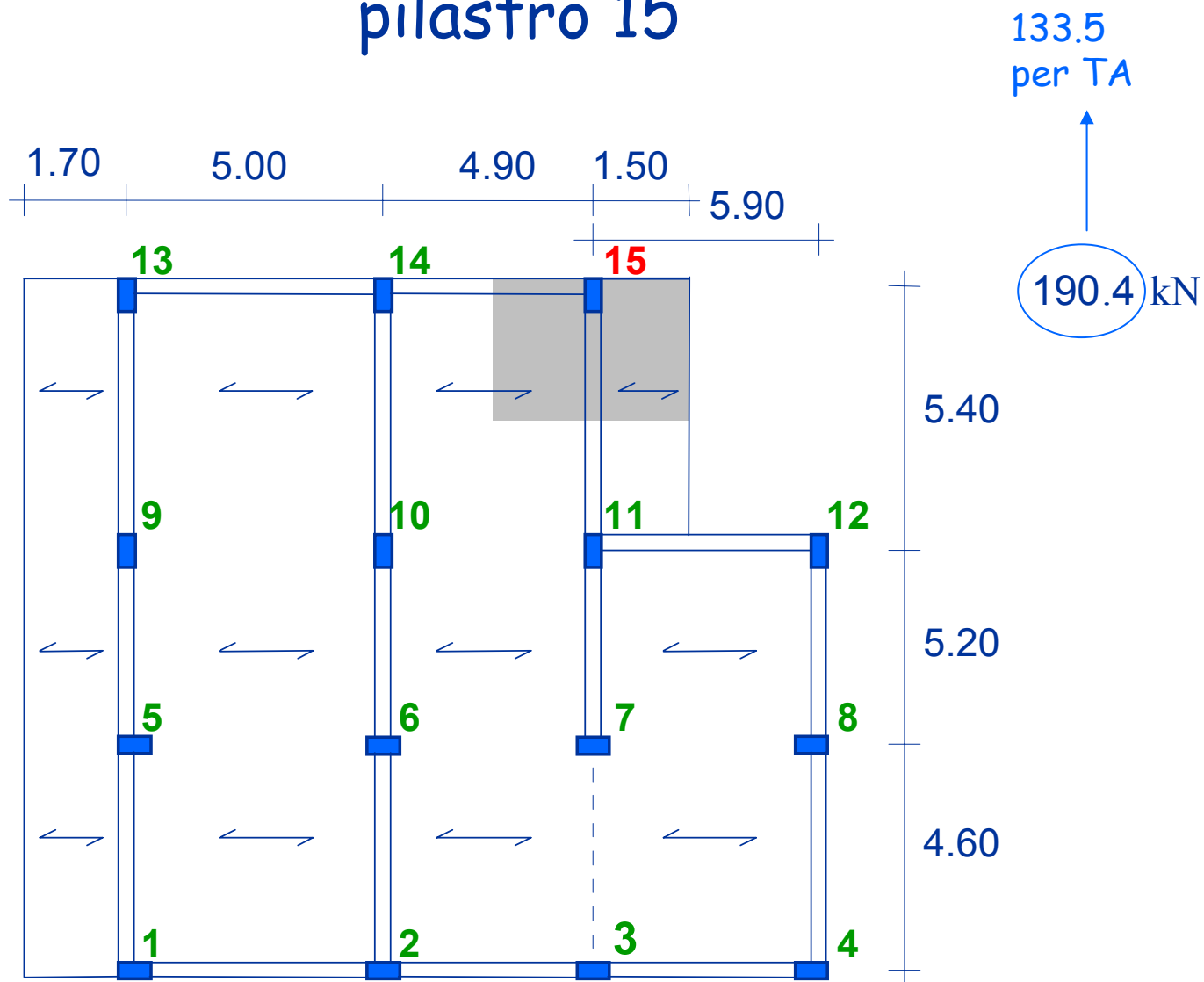
# Scarico al piano tipo pilastro 7



# Scarico al piano tipo pilastro 11



# Scarico al piano tipo pilastro 15



# Dimensionamento - pilastro 3

Scarico al piano	228.7 kN
Peso proprio medio	13.7 kN
	<hr/>
	242.4 kN

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

piano	N (kN)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	sezione
6	242.4	171	30×30
5	484.8	342	30×30
4	727.2	513	30×30
3	696.6	684	30×30
2	1212.0	855	30×30
1	1454.4	1026	40×30

Con TA, alla base

1073.4

1404

50×30

# Dimensionamento - pilastro 7

Scarico al piano	350.4 kN
Peso proprio medio	21.0 kN
	<hr/>
	371.4 kN

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

piano	N (kN)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	sezione
6	371.4	262	30×30
5	742.8	524	30×30
4	1114.2	786	30×30
3	1485.6	1048	40×30
2	1857.0	1310	50×30
1	2228.4	1572	60×30

Con TA, alla base

1553.4

2032

70×30

# Dimensionamento - pilastro 11

Scarico al piano	401.0 kN
Peso proprio medio	24.1 kN
	<hr/>
	425.1 kN

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

piano	N (kN)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	sezione
6	425.1	300	30×30
5	850.2	600	30×30
4	1275.3	900	30×30
3	1700.4	1200	30×40
2	2125.2	1500	30×50
1	2550.6	1800	30×60

Con TA, alla base

1783.8

2334

40×60



# Dimensionamento - pilastro 15

Scarico al piano	190.4 kN
Peso proprio medio	11.4 kN
	<hr/>
	201.8 kN

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

piano	N (kN)	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	sezione
6	201.8	142	30×30
5	403.6	285	30×30
4	605.4	427	30×30
3	807.2	570	30×30
2	1009.0	712	30×30
1	1210.8	855	30×30

Con TA, alla base

849.0

1111

30×40

# Armature longitudinali dei pilastri (NTC08 punto 4.1.6.1.2)

Le barre d'armatura devono avere diametro non minore di 12 mm ed interasse non maggiore di 300 mm

La quantità minima di armatura longitudinale totale  $A_{s,min}$  deve essere determinata con la seguente equazione:

$$A_{s,min} = \frac{0.10 N_{Ed}}{f_{yd}} \geq 0.003 A_c$$

scelto  
0.20

dove:

$f_{yd}$  è la tensione di snervamento di calcolo dell'armatura;

$N_{Ed}$  è la forza di compressione assiale di calcolo;

$A_c$  è l'area della sezione trasversale del calcestruzzo.

**NOTA BENE:**

in zona sismica le armature sono maggiori (min 1%)

# Armatura minima nei pilastri (NTC08 punto 4.1.6.1.2)

$$A_{s,min} = \frac{0.20 N_{Ed}}{f_{yd}}$$

$$A_{c,nec} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0.20 N_{Ed} / f_{yd}}{N_{Ed} / f_{cd}} = \frac{0.20 f_{cd}}{f_{yd}}$$

Ad esempio

Acciaio Be50C:  $f_{yd} = 391.3 \text{ N/mm}^2$

Calcestruzzo C25/30:  $f_{cd} = 14.17 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0.20 \times 14.17}{391.3} = 0.00724 \cong 0.7\%$$

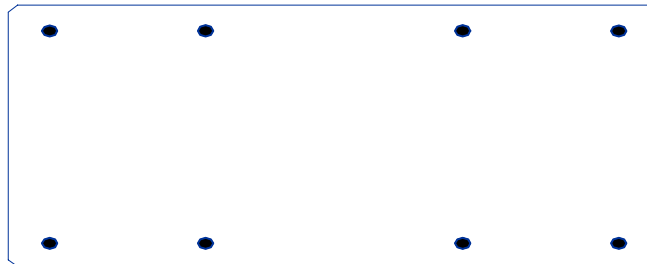
# Armature del pilastro 11 al primo ordine

30x60



Armatura minima (su tutta la sezione):

$$A_{s,min} = \frac{0.20 \times 1800}{391.3} \times 10 = 9.2 \text{ cm}^2$$



$$A_{s,tot} = 8\varnothing 14 = 12.3 \text{ cm}^2 > A_{s,min}$$

# Armature longitudinali dei pilastri (NTC08 punto 4.1.6.1.2)

Di regola, anche nelle sovrapposizioni, l'area dell'armatura non deve essere maggiore di  $0,04A_c$ .

Ulteriori indicazioni (EC2):

Le barre longitudinali devono, di regola, essere distribuite lungo il perimetro della sezione. Per pilastri aventi sezione trasversale poligonale, almeno una barra sarà disposta in ogni spigolo.

Per pilastri di sezione circolare, il numero minimo di barre è 6.

# Armature trasversali dei pilastri (NTC08 punto 4.1.6.1.2)

Interasse delle staffe non maggiore di 12 volte il diametro delle barre impiegate per l'armatura longitudinale (e non superiori a 250 mm).

Diametro delle staffe non minore di 6 mm e di  $\frac{1}{4}$  del diametro massimo delle barre longitudinali.

Ulteriori indicazioni (EC2):

Ridurre il passo delle staffe ( $\times 0.6$ ) in sezioni poste al di sopra e al di sotto della trave, per un tratto pari alla massima dimensione della sezione del pilastro, nonché in zone di giunzione di armature per sovrapposizione.