

Corso di aggiornamento

Progettazione strutturale sulla base delle
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

Progetto e verifica di elementi strutturali in c.a.

4 - Flessione semplice

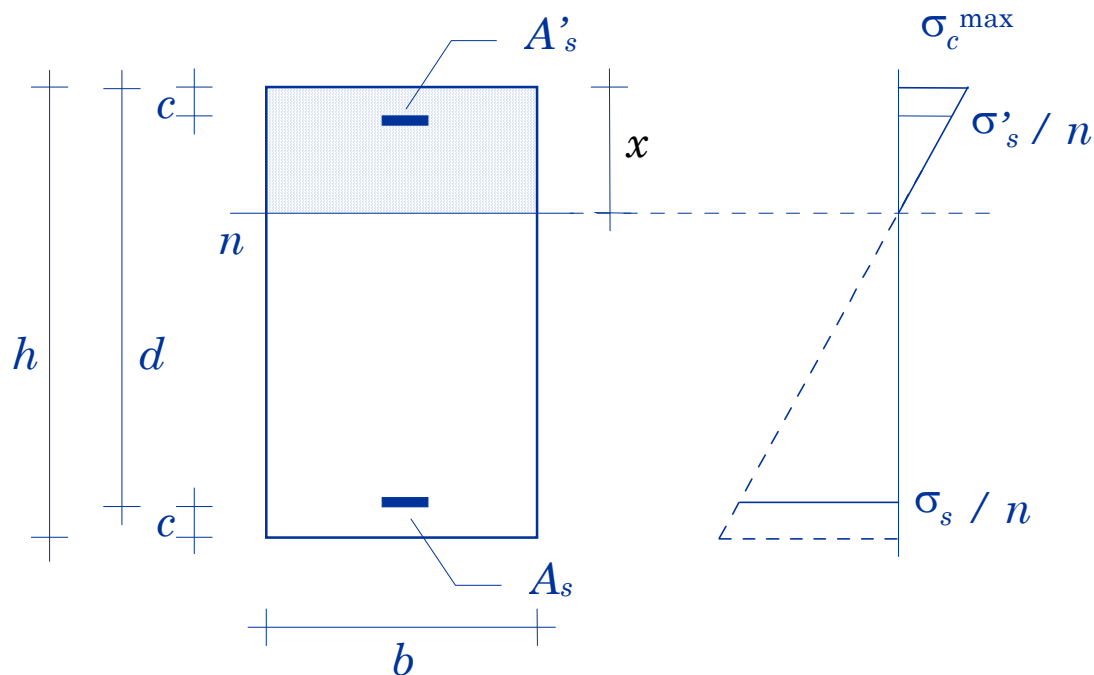
Spoletto

26-28 novembre 2009

Aurelio Ghersi

Verifica di sezioni inflesse

Verifica - tensioni ammissibili



Dati:

Geometria della sezione

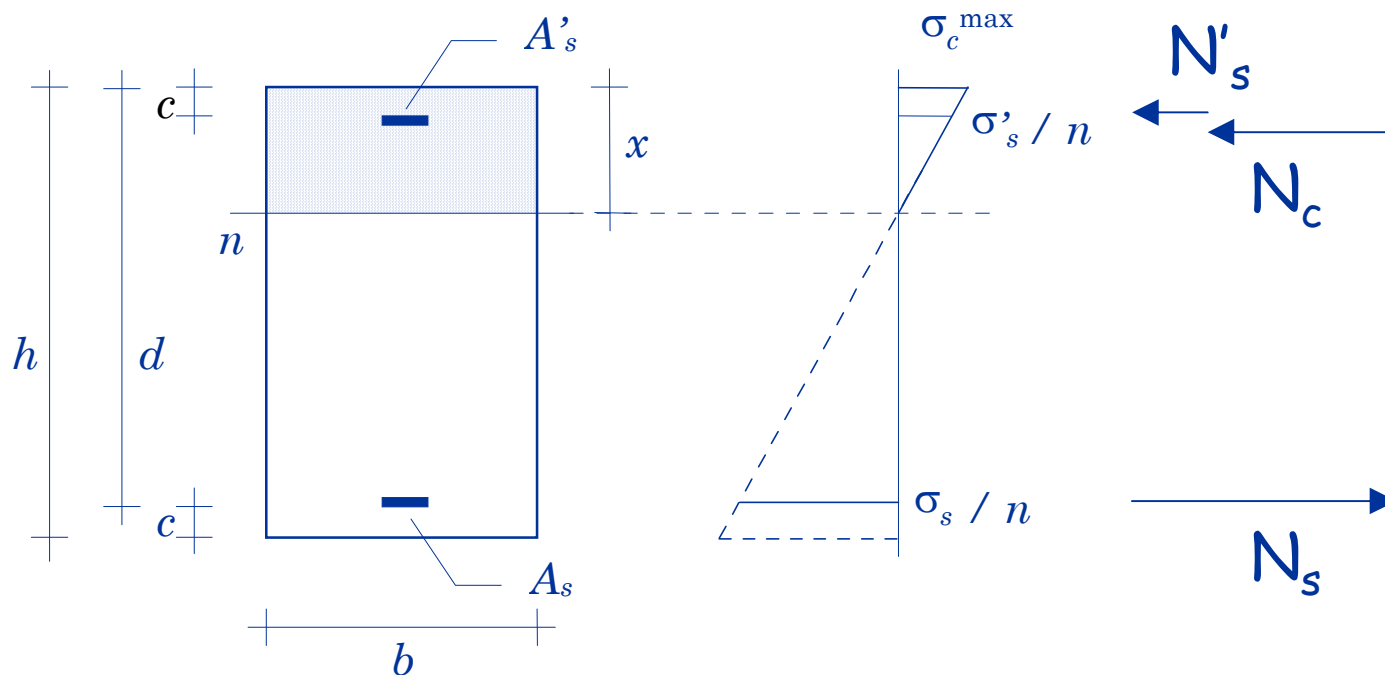
Armature

Incognite:

Posizione dell'asse neutro

Tensioni massime

Verifica - tensioni ammissibili



Per trovare l'asse neutro:

$$S_n = 0$$

(l'asse neutro è baricentrico)

Verifica - tensioni ammissibili

Equazione di secondo grado, con soluzione:

$$x = \frac{n (A_s + A'_s)}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b (A_s d + A'_s c)}{n (A_s + A'_s)^2}} \right]$$

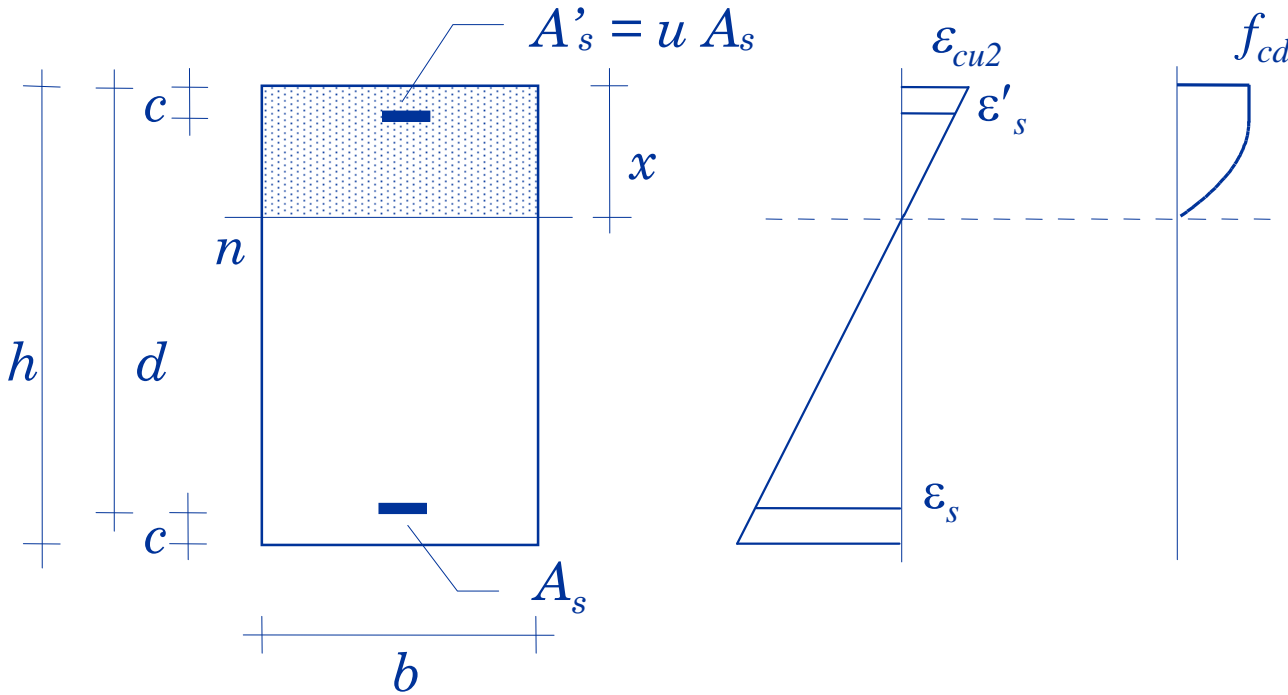
E poi:

$$\sigma = -\frac{M}{I} y$$

con:

$$I = \frac{b x^3}{3} + n A'_s (x - c)^2 + n A_s (d - x)^2$$

Verifica - stato limite ultimo



Dati:

Geometria della sezione

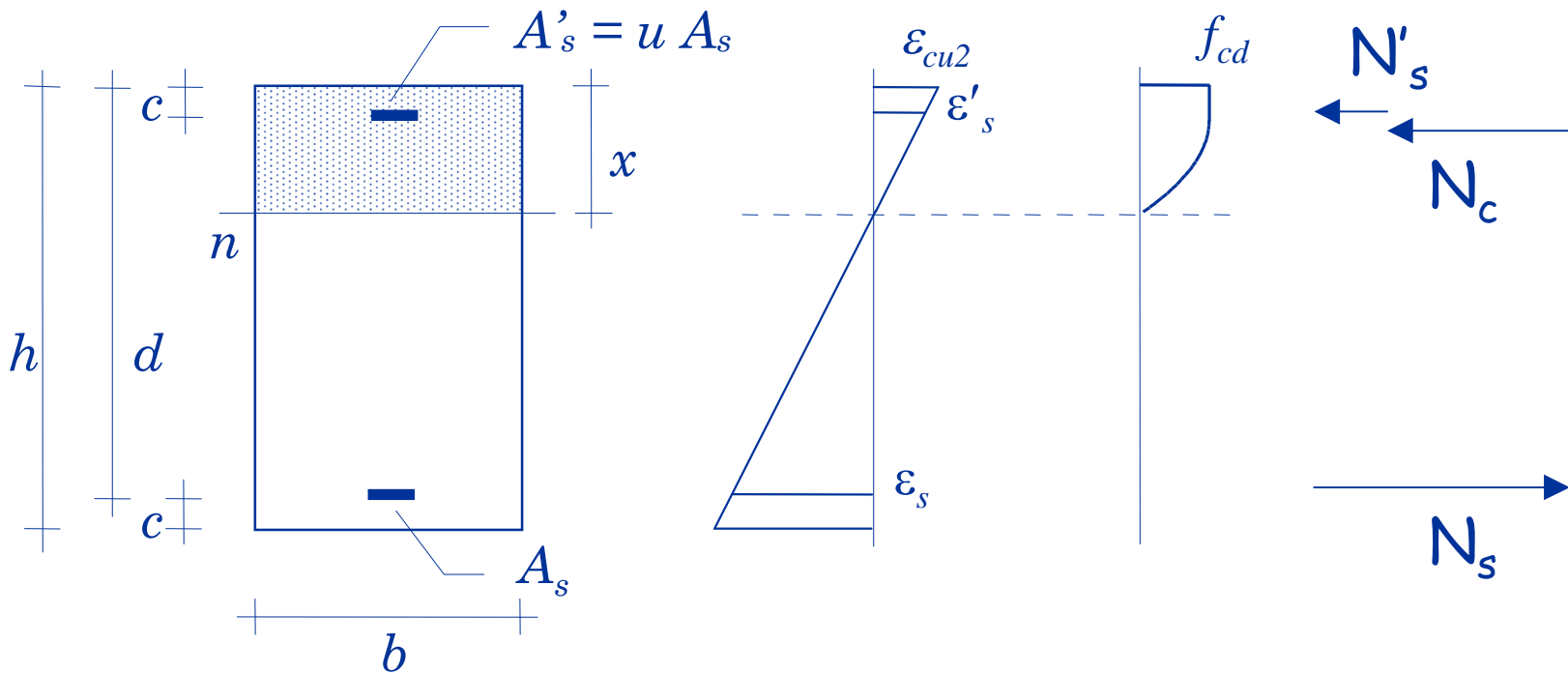
Armature

Incognite:

Posizione dell'asse neutro

Momento resistente

Verifica - stato limite ultimo

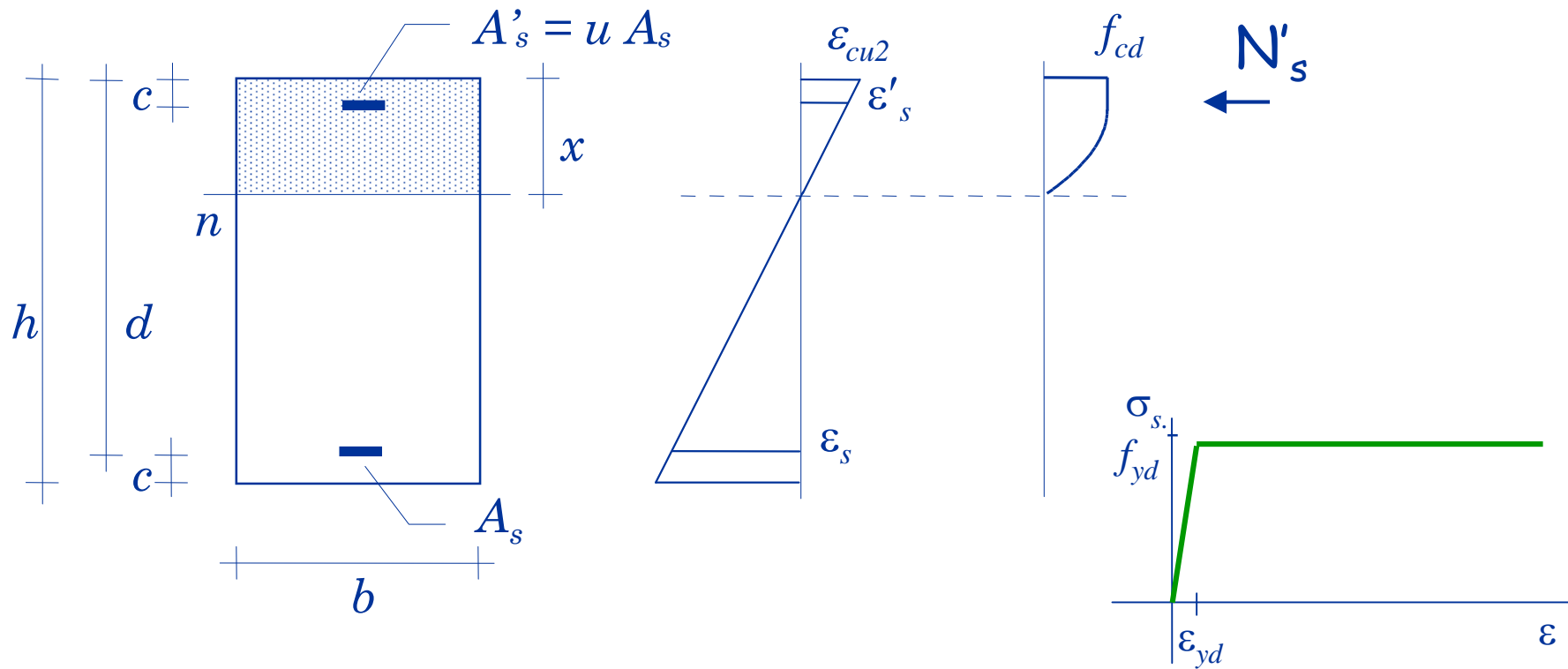


Per trovare l'asse neutro:

$$N_c + N'_s + N_s = 0$$

(equilibrio alla traslazione)

Imporre questa condizione è facile, perché:

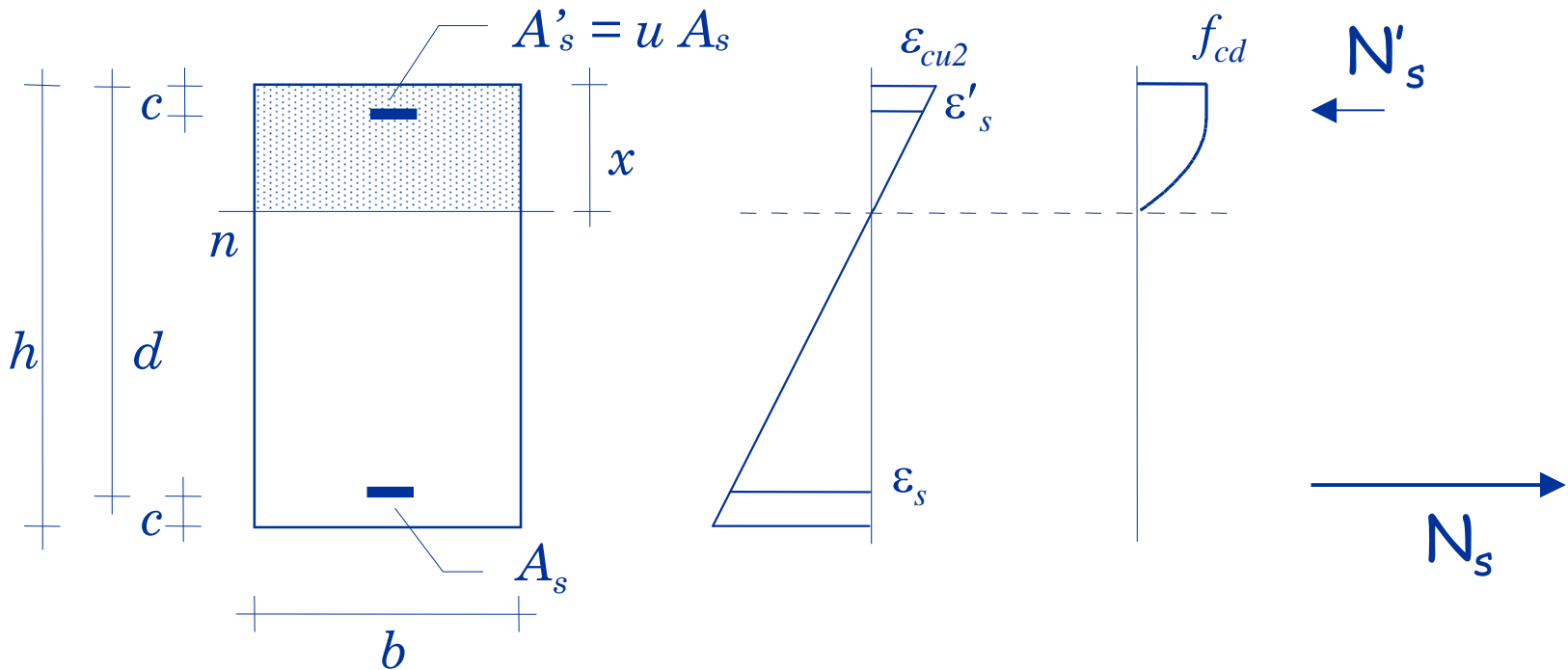


$$\epsilon'_s = \frac{x - c}{x} \epsilon_{cu2}$$

in molti casi $\epsilon'_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow N'_s = A'_s f_{yd}$

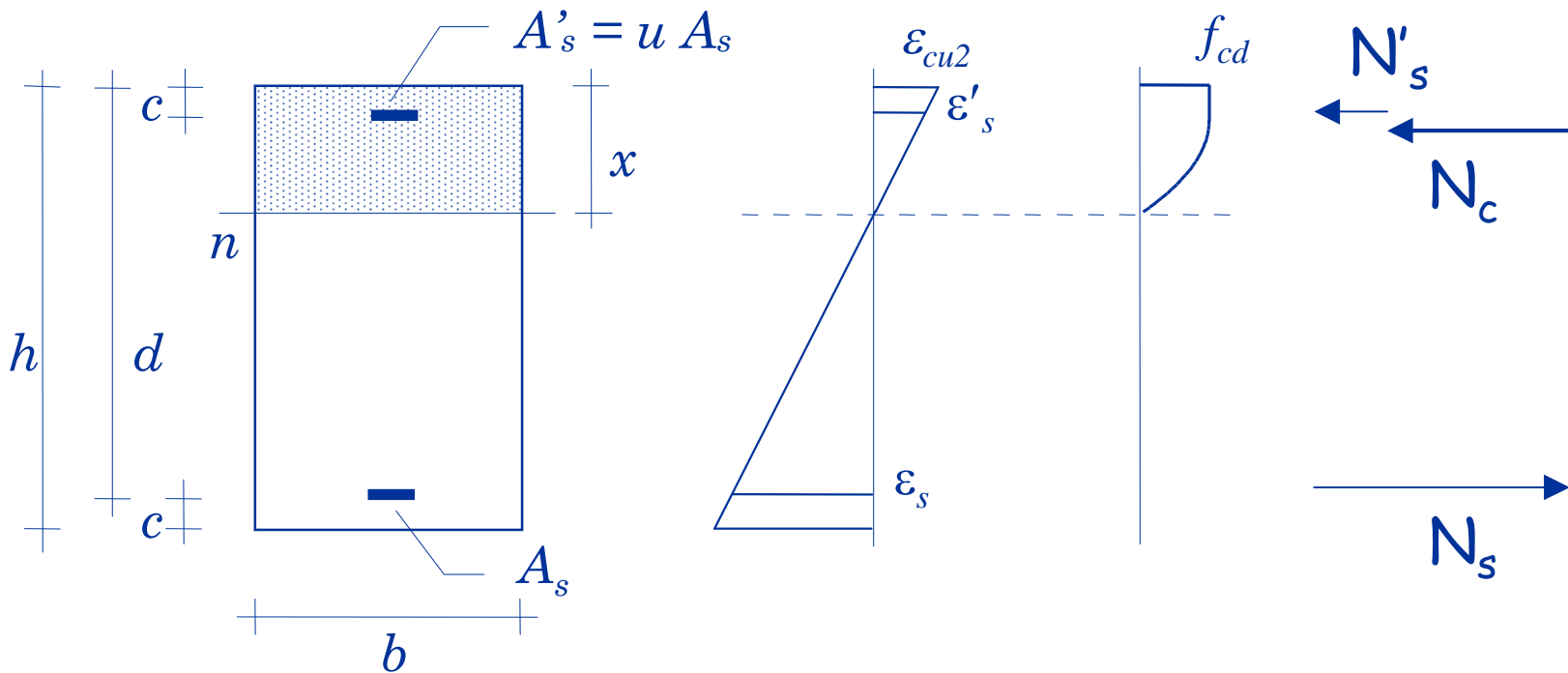
se $\epsilon'_s \leq \epsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \frac{\epsilon'_s}{\epsilon_{yd}} f_{yd} \Rightarrow N'_s = A'_s \sigma'_s$

Imporre questa condizione è facile, perché:



si ha sempre $\epsilon_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow N_s = A_s f_{yd}$

Imporre questa condizione è facile, perché:



Il coefficiente β tiene conto del fatto che la tensione nella parte compressa non è costante

$$N_c = \beta \ b \times f_{cd}$$

per sezione rettangolare, $\beta = 0.810$

Individuazione dell'asse neutro

Se $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa)
la condizione di equilibrio è una equazione di primo
grado:

$$\beta b x f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} = 0$$

Individuazione dell'asse neutro

Se $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b f_{cd}}$$

In caso contrario diventa una equazione di secondo grado

$$\beta b x f_{cd} + A'_s \frac{x - c}{x} \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} f_{yd} - A_s f_{yd} = 0$$

Individuazione dell'asse neutro

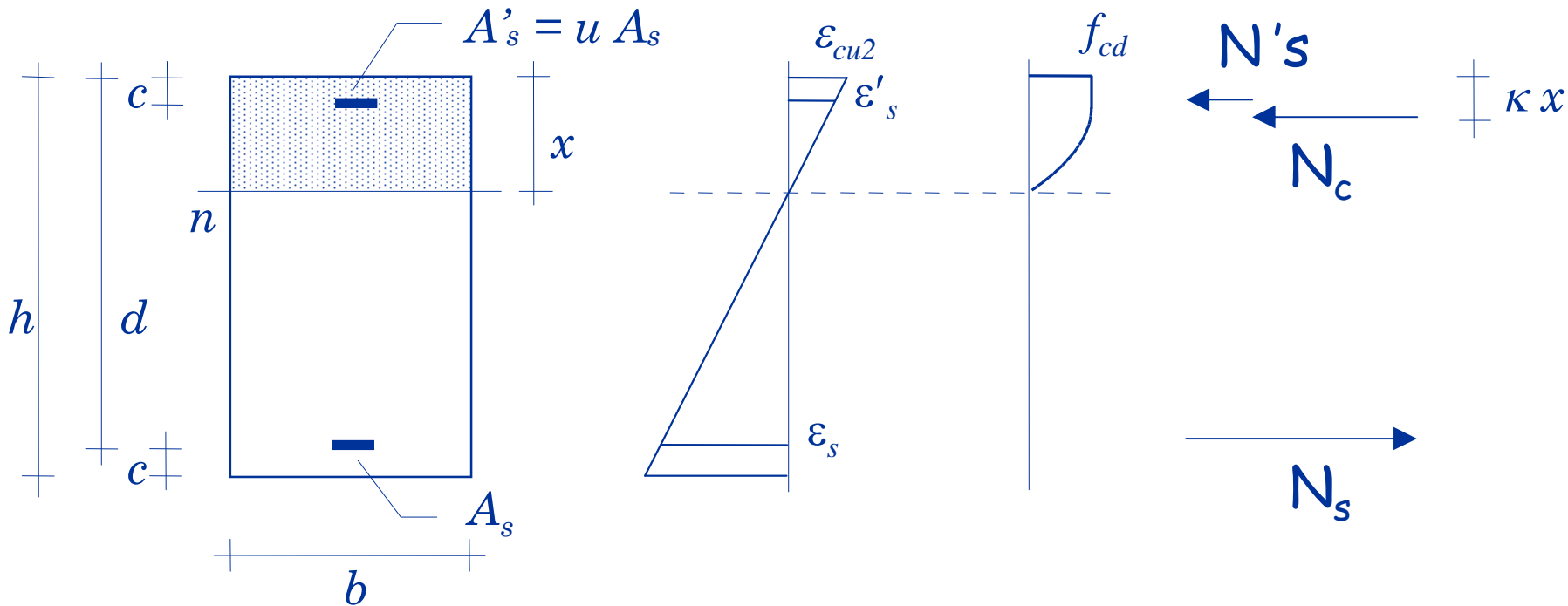
Se $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ (o quando non vi è armatura compressa) la condizione di equilibrio è una equazione di primo grado, con soluzione:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b f_{cd}}$$

In caso contrario diventa una equazione di secondo grado, con soluzione analoga a quella delle tensioni ammissibili

$$x = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right) \frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s c f_{yd}}{\beta b f_{cd}}}$$

Momento resistente



Si determina imponendo
l'equilibrio alla rotazione
(rispetto a un punto qualsiasi)

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

per sezione rettangolare, $\kappa = 0.416$

Esempio n. 1

verifica di sezione rettangolare

Dati:

$$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$$

Sezione 30x50

Calcestruzzo C25/30

Armature $A_s = 4\varnothing 20$

Acciaio B450C

$$A'_s = 2\varnothing 14$$

Procedura:

1 - individuazione dell'asse neutro

(si può ipotizzare che l'armatura compressa sia snervata, controllare se è vero e in caso contrario passare all'equazione di secondo grado)

2 - determinazione del momento resistente

3 - confronto tra M_{Ed} e M_{Rd}

Esempio n. 1

individuazione dell'asse neutro

Se l'armatura compressa è snervata:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b f_{cd}} = \frac{(12.56 - 3.08) \times 391}{0.810 \times 30 \times 14.2} = 10.74 \text{ cm}$$

Con questa posizione dell'asse neutro:

$$\varepsilon'_s = \frac{x - c}{x} \varepsilon_{cu2} = \frac{10.74 - 4}{10.74} \times 3.5 \times 10^{-3} = 2.19 \times 10^{-3}$$

Poiché $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$ la posizione trovata è esatta

Esempio n. 1

individuazione dell'asse neutro

Nota:

Ricordando che l'armatura compressa snervata se

$$\varepsilon'_s = \frac{x - c}{x} \varepsilon_{cu2} \geq \varepsilon_{yd}$$

Si ottiene la profondità minima dell'asse neutro affinché l'armatura compressa sia snervata:

$$x \geq \frac{|\varepsilon_{cu2}|}{|\varepsilon_{cu2}| - \varepsilon_{yd}} c = 2.14 c$$

Per acciaio B450C

Nell'esempio si è ottenuto:

$$x = 10.74 \text{ cm} \geq 2.14 c = 8.56 \text{ cm}$$

Esempio n. 1

calcolo del momento resistente

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

$$N_s = 12.56 \times 391 \times 10^{-1} = 491.1 \text{ kN}$$

$$N'_s = 3.08 \times 391 \times 10^{-1} = 120.4 \text{ kN}$$

$$\kappa = 0.416$$

$$M_{Rd} = [491.1 \times (46 - 0.416 \times 10.74) + 120.4 \times (0.416 \times 10.74 - 4)] \times 10^{-2}$$

$$M_{Rd} = 204.5 \text{ kNm}$$

Si noti che
 $\kappa x \cong c$

Poiché M_{Ed} è minore di M_{Rd} la sezione è verificata

Esempio n. 2

verifica di sezione rettangolare

Dati:

$$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$$

Sezione 30x50

Calcestruzzo C25/30

Armature $A_s = 4\varnothing 20$
 $A'_s = 3\varnothing 20$

Acciaio B450C

Procedura:

1 - individuazione dell'asse neutro

(si può ipotizzare che l'armatura compressa sia snervata, controllare se è vero e in caso contrario passare all'equazione di secondo grado)

2 - determinazione del momento resistente

3 - confronto tra M_{Ed} e M_{Rd}

Esempio n. 2

individuazione dell'asse neutro

Se l'armatura compressa fosse snervata:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b f_{cd}} = \frac{(12.56 - 9.42) \times 391}{0.810 \times 30 \times 14.2} = 3.56 \text{ cm}$$

Ma poiché la profondità dell'asse neutro è inferiore al limite minimo (2.14 c):

$$x = 3.56 \text{ cm} < 2.14 c = 8.56 \text{ cm}$$

L'armatura compressa non è snervata e ...

Esempio n. 2

individuazione dell'asse neutro

... bisogna calcolare la profondità dell'asse neutro
risolvendo l'equazione di secondo grado:

$$x = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right) \frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s c f_{yd}}{\beta b f_{cd}}} = 6.51 \text{ cm}$$

Che è inferiore al limite minimo (2.14 c):

$$x = 6.51 \text{ cm} < 2.14 c = 8.56 \text{ cm}$$

Esempio n. 2

individuazione dell'asse neutro

... bisogna calcolare la profondità dell'asse neutro
risolvendo l'equazione di secondo grado:

$$x = \left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right) \frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} + \sqrt{\left(A_s - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} A'_s \right)^2 \left(\frac{f_{yd}}{2\beta b f_{cd}} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd}} \frac{A'_s c f_{yd}}{\beta b f_{cd}}} = 6.51 \text{ cm}$$

La tensione nell'armatura compressa vale:

$$\sigma'_s = \frac{x - c}{x} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} f_{yd} = 283 \text{ MPa}$$

Esempio n. 2

calcolo del momento resistente

$$M_{Rd} = N_s (d - \kappa x) + N'_s (\kappa x - c)$$

$$N_s = 12.56 \times 391 \times 10^{-1} = 491.1 \text{ kN}$$

$$N'_s = 9.42 \times 283 \times 10^{-1} = 266.6 \text{ kN}$$

$$\kappa = 0.416$$

$$M_{Rd} = [491.1 \times (46 - 0.416 \times 6.51) + 266.6 \times (0.416 \times 6.51 - 4)] \times 10^{-2}$$

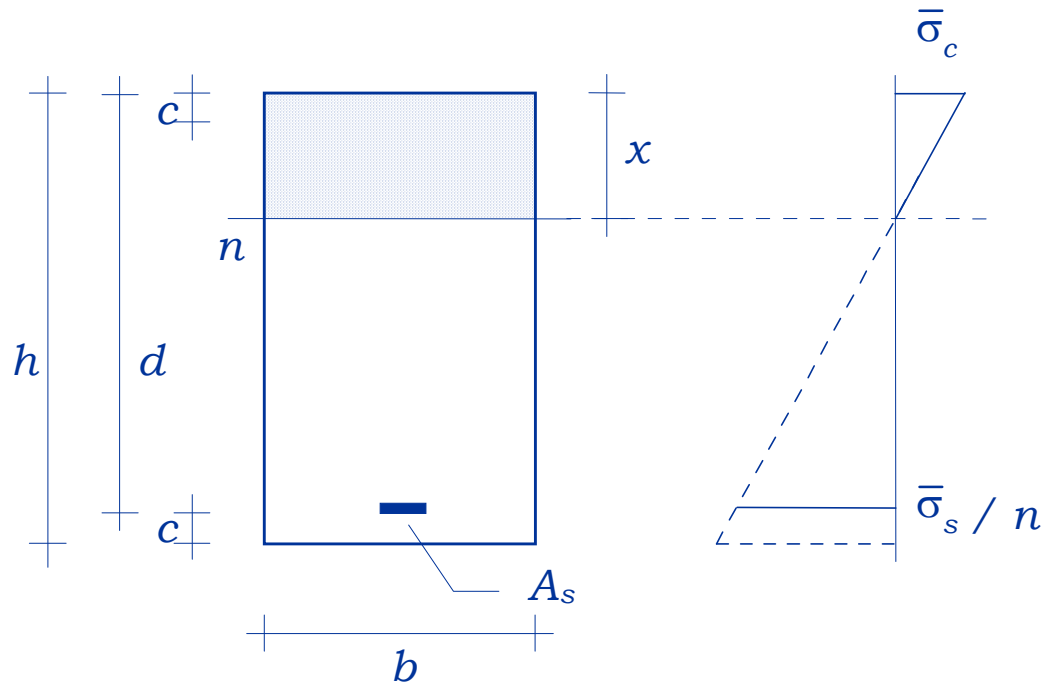
$$M_{Rd} = 209.2 \text{ kNm}$$

Si noti che
 $\kappa x \cong c$

Poiché M_{Ed} è minore di M_{Rd} la sezione è verificata

Progetto di sezioni inflesse

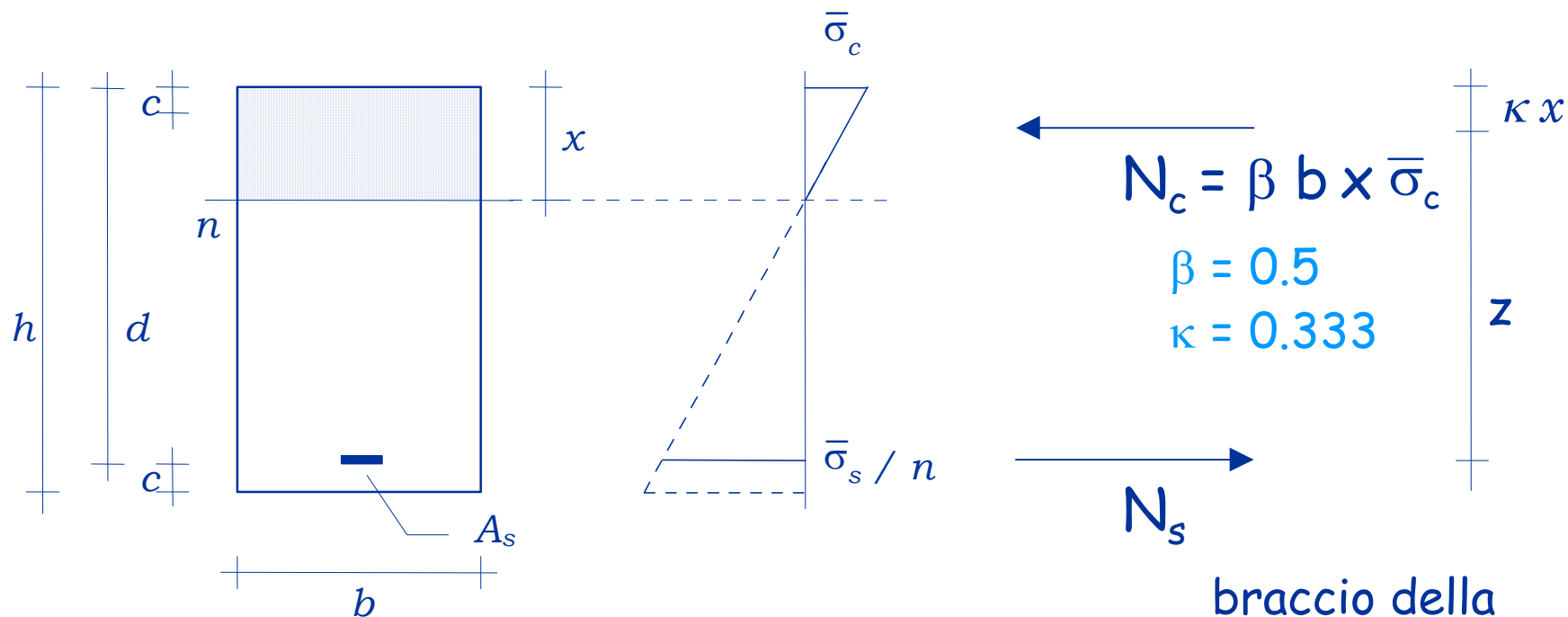
Progetto - tensioni ammissibili



$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_c + \bar{\sigma}_s / n}$$

1 - Si assegna il diagramma di tensioni che si vuole avere nella sezione

Progetto - tensioni ammissibili

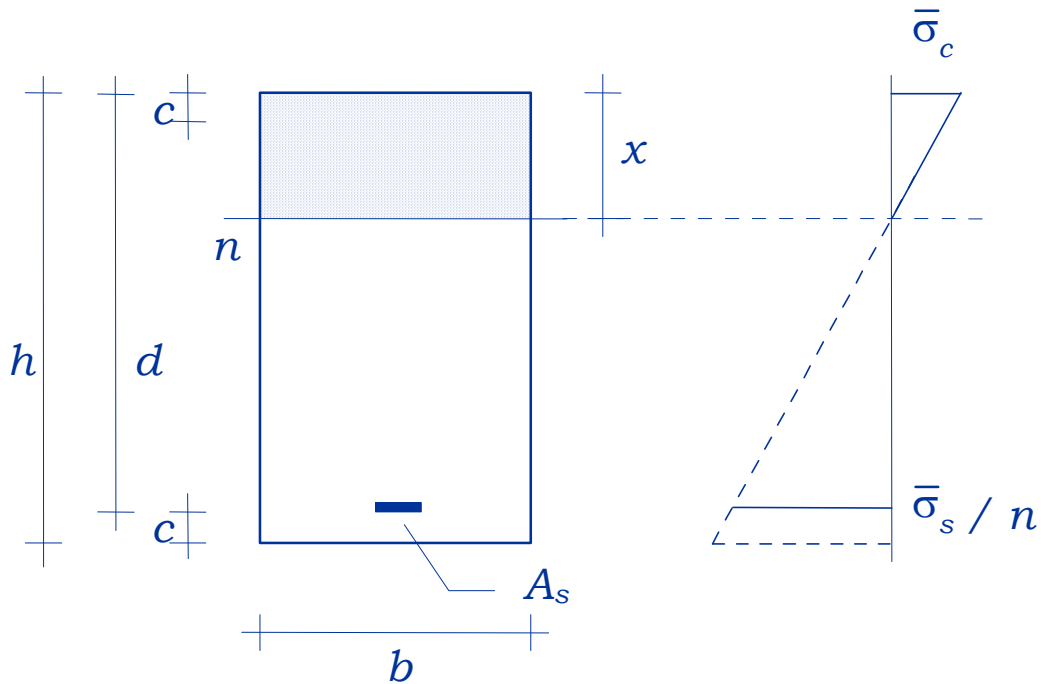


2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c z$$

$$M = \beta b \xi d \bar{\sigma}_c (d - \kappa \xi d)$$

Progetto - tensioni ammissibili



Si ottiene:

$$M = \frac{b d^2}{r^2}$$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

con:

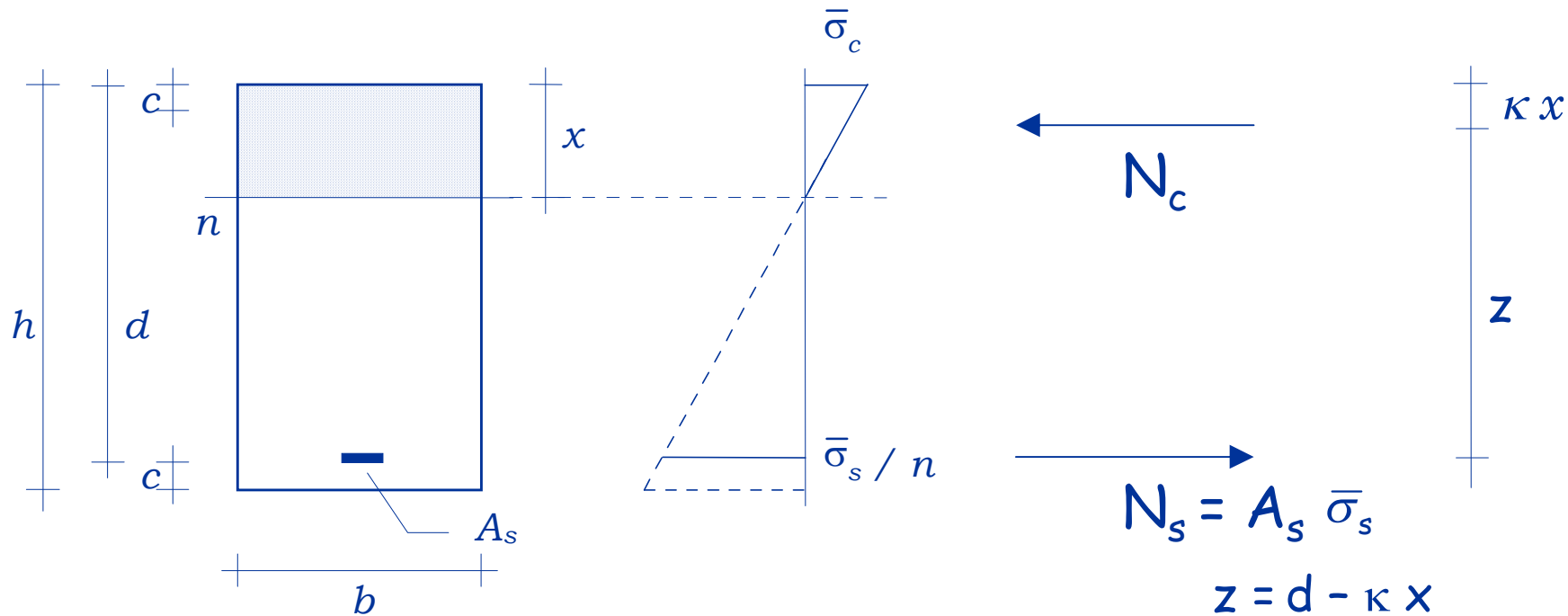
$$r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi) \bar{\sigma}_c}}$$

2 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura

$$M = N_c z$$

$$M = \beta b \xi d \bar{\sigma}_c (d - \kappa \xi d)$$

Progetto - tensioni ammissibili



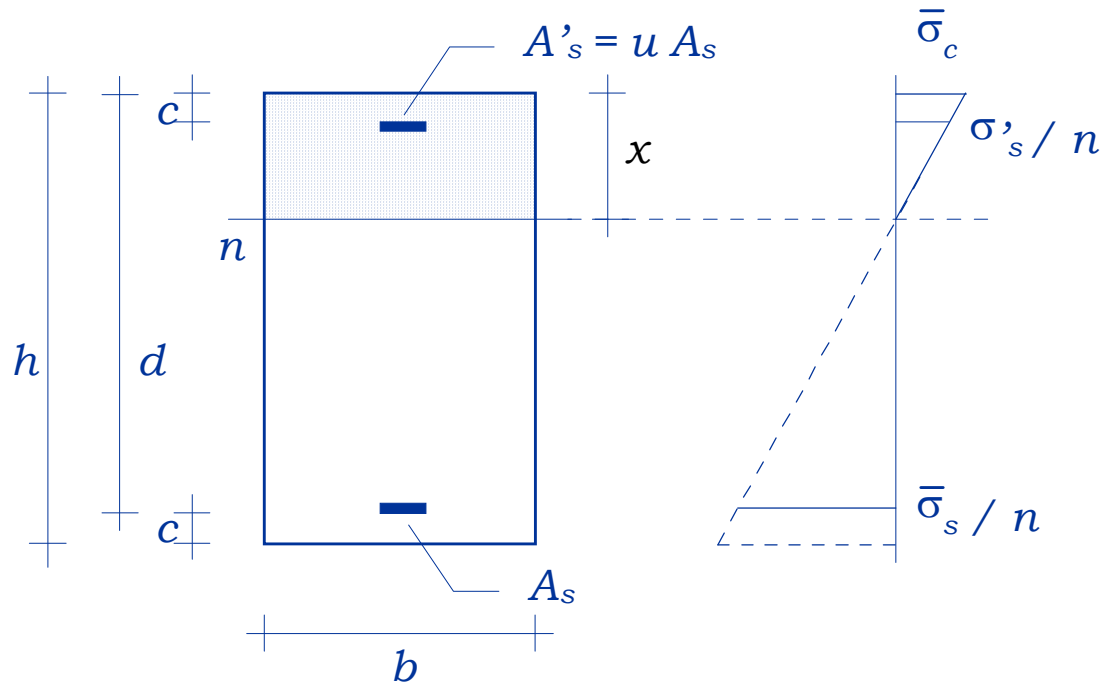
3 - Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante N_c

$$M = N_s z$$

$$M = A_s \bar{\sigma}_s z$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

Progetto - tensioni ammissibili



$$\frac{x}{d} = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_c + \bar{\sigma}_s / n}$$

$$\frac{\sigma'_s}{\bar{\sigma}_s} = \frac{x - c}{d - x}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Analogamente per sezione
a doppia armatura

r' dipende da u (e da c/d)

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s}$$

Progetto - stato limite ultimo

Duttilità della sezione

Un parametro fondamentale nel valutare il modo in cui la sezione giunge al collasso è la duttilità.

Duttilità = rapporto tra rotazione ultima e rotazione corrispondente allo snervamento dell'armatura tesa

Una sezione che presenti una rottura duttile dà chiari segnali di preavviso (elevata fessurazione, notevole incremento della deformazione) che possono mettere in allarme e consentire interventi prima del crollo

In zona sismica la capacità di deformarsi plasticamente permette di dissipare con cicli isteretici

Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50

$u=0.6$

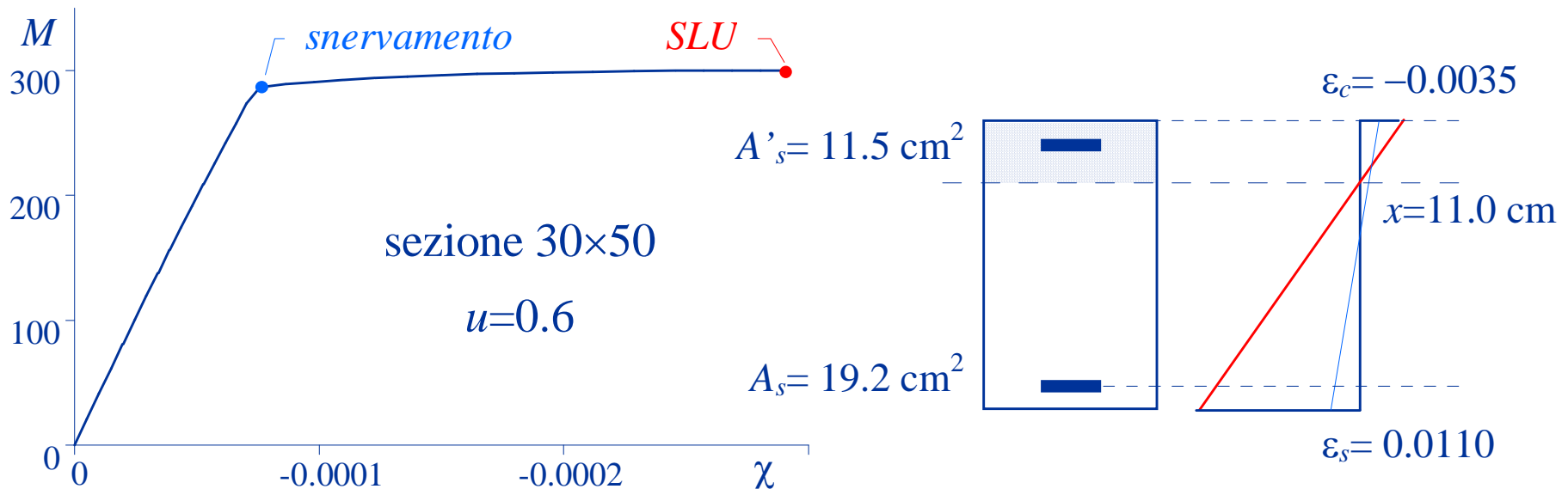
$M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$

$\varepsilon_{su} > 10 \times 10^{-3}$

$x=11.0 \text{ cm}$

$\chi=-0.000286$

Buona duttilità



Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50

$u=0.3$

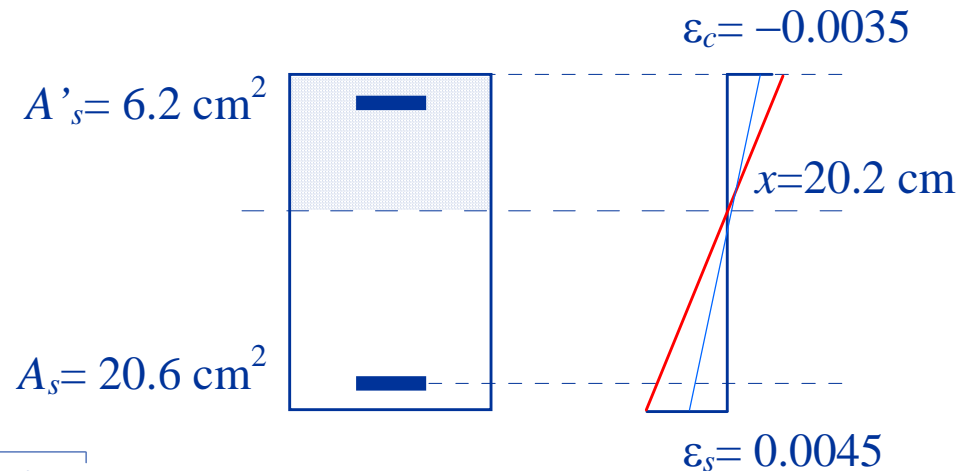
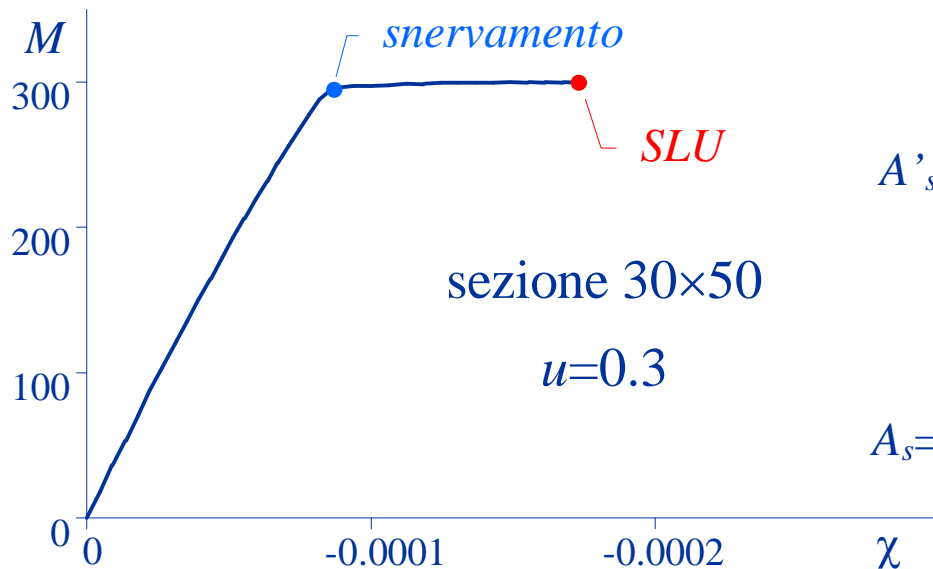
$M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$

$\varepsilon_{su} = 4.5 \times 10^{-3}$

$x=20.2 \text{ cm}$

$\chi=-0.000184$

Duttilità discreta



Duttilità della sezione - esempio

Sezione 30x50

$u=0.08$

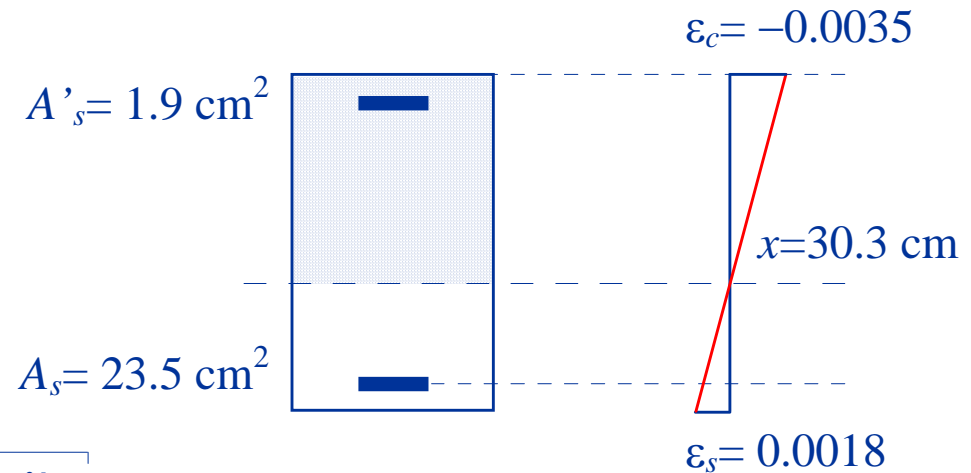
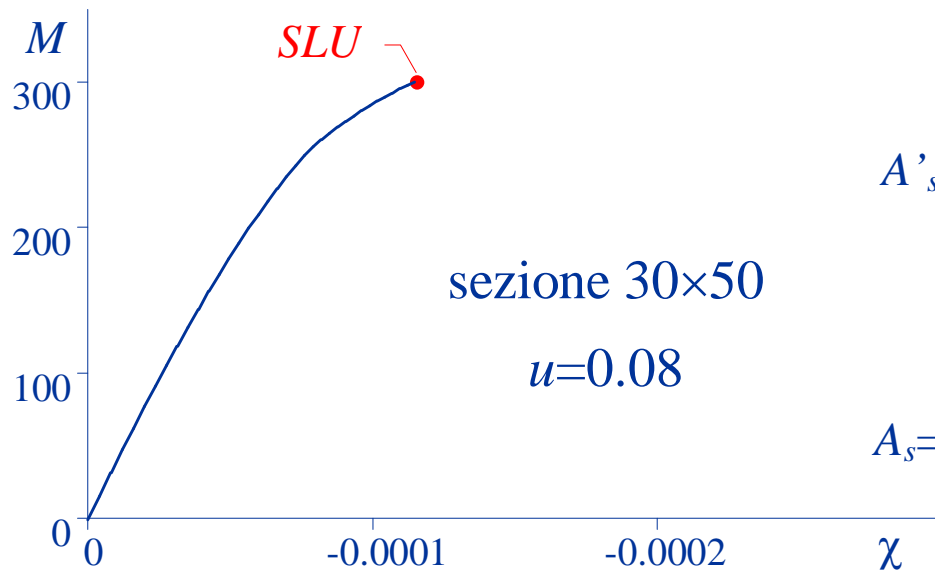
$M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$

$\varepsilon_{su} = 1.8 \times 10^{-3}$

$x=30.3 \text{ cm}$

$\chi=-0.000116$

Bassa duttilità



Duttilità della sezione

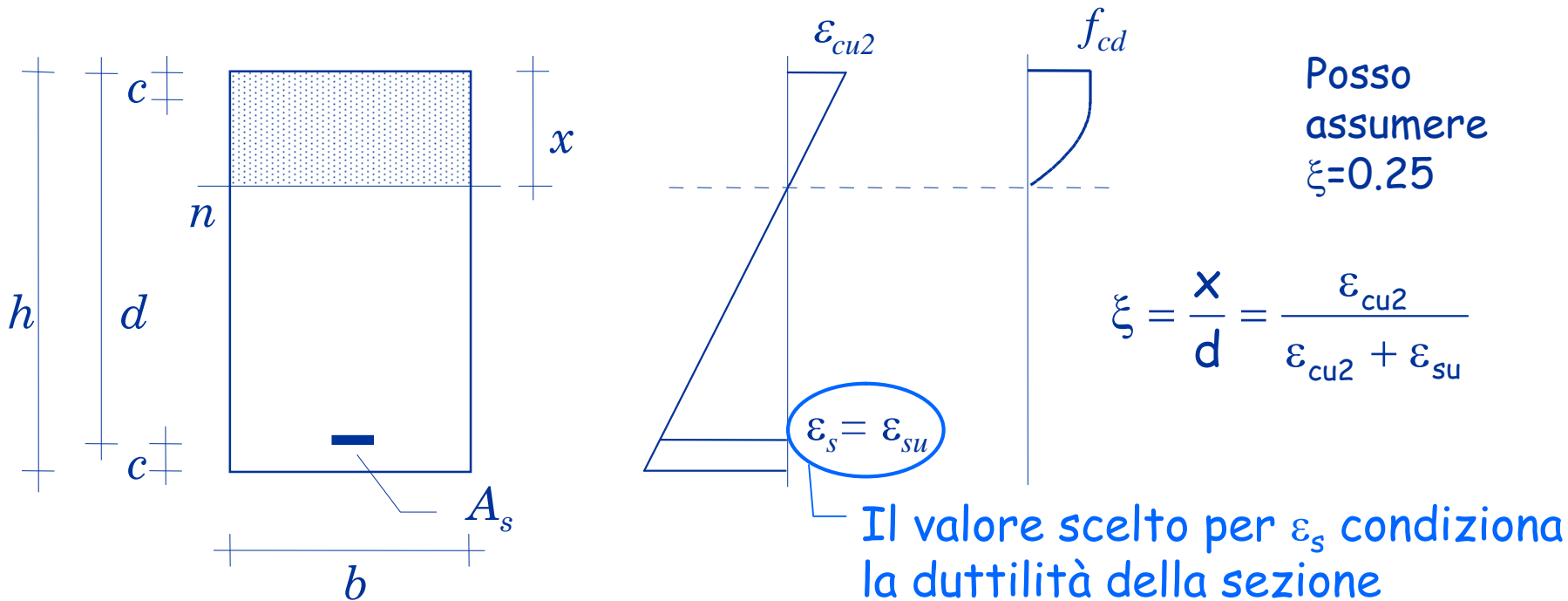
- La duttilità cresce con la deformazione ϵ_{su} dell'armatura tesa allo SLU
- Le sezioni con minore armatura sono più duttili

Possiamo classificare le sezioni inflesse:

- ad alta duttilità se $\epsilon_{su} \geq 0.010$
- a media duttilità se $\epsilon_{yd} < \epsilon_{su} < 0.010$
- a bassa duttilità se $\epsilon_{su} \leq \epsilon_{yd}$

Per ottenere sezioni in c.a. duttili le progetteremo sempre assumendo $\epsilon_{su} \geq 0.010$

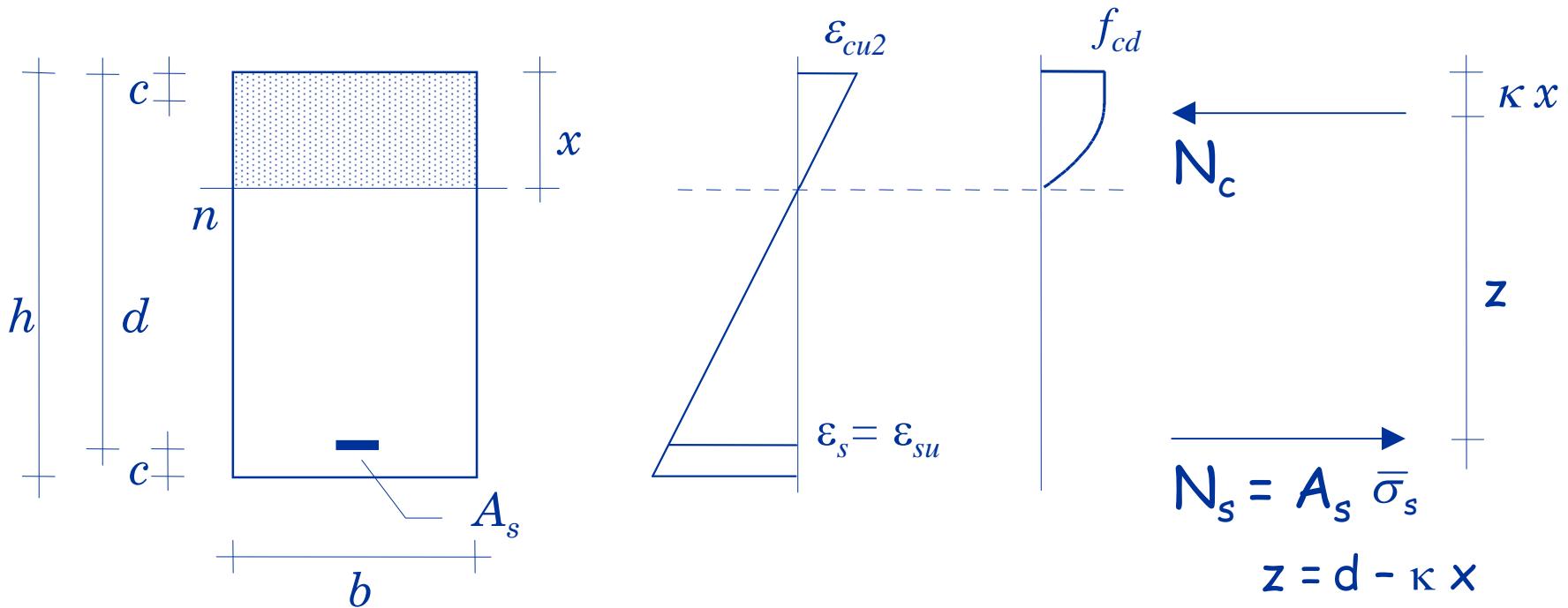
Progetto - stato limite ultimo



1 - Si assegna il diagramma di deformazioni che si vuole avere nella sezione

Buona duttilità con $\epsilon_{su} \cong 10 \times 10^{-3}$

Progetto - stato limite ultimo



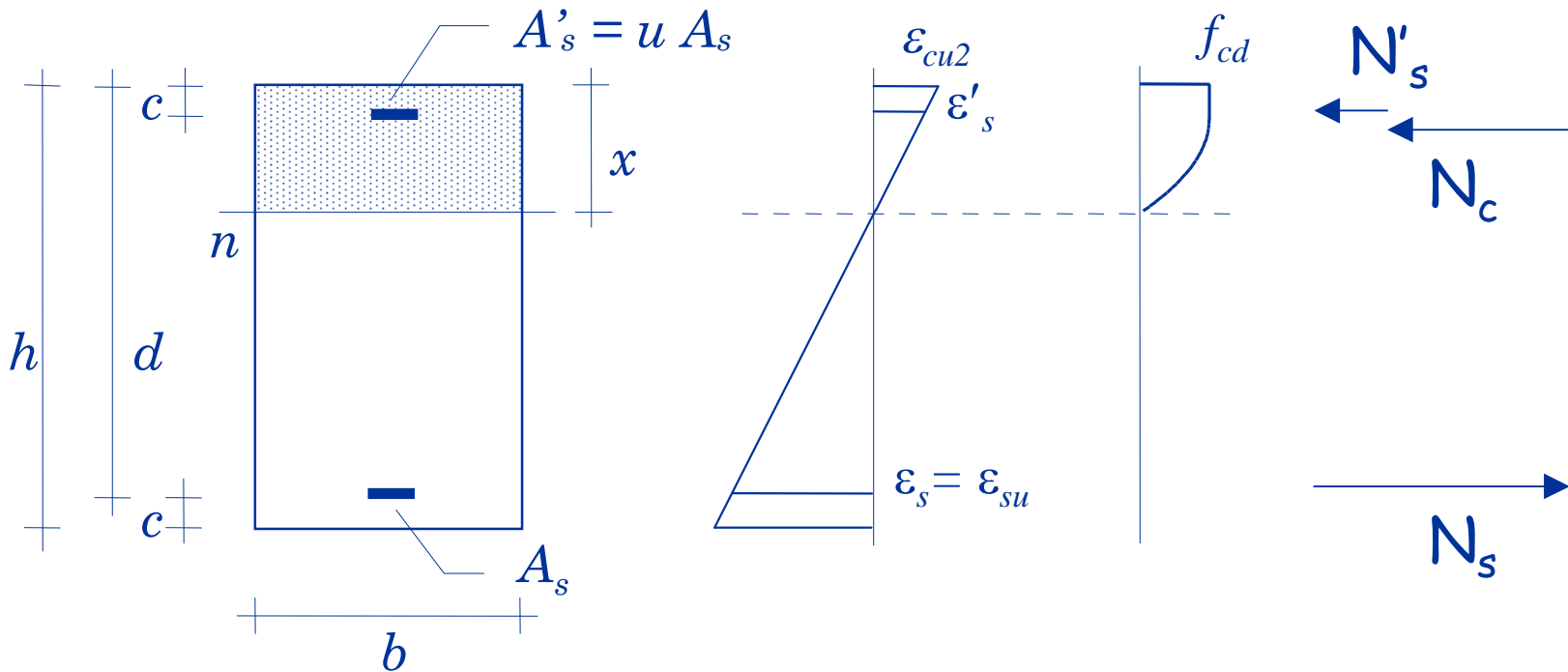
2 - Dall'equilibrio alla rotazione
rispetto all'armatura si ottiene

con:

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi) f_{cd}}}$$

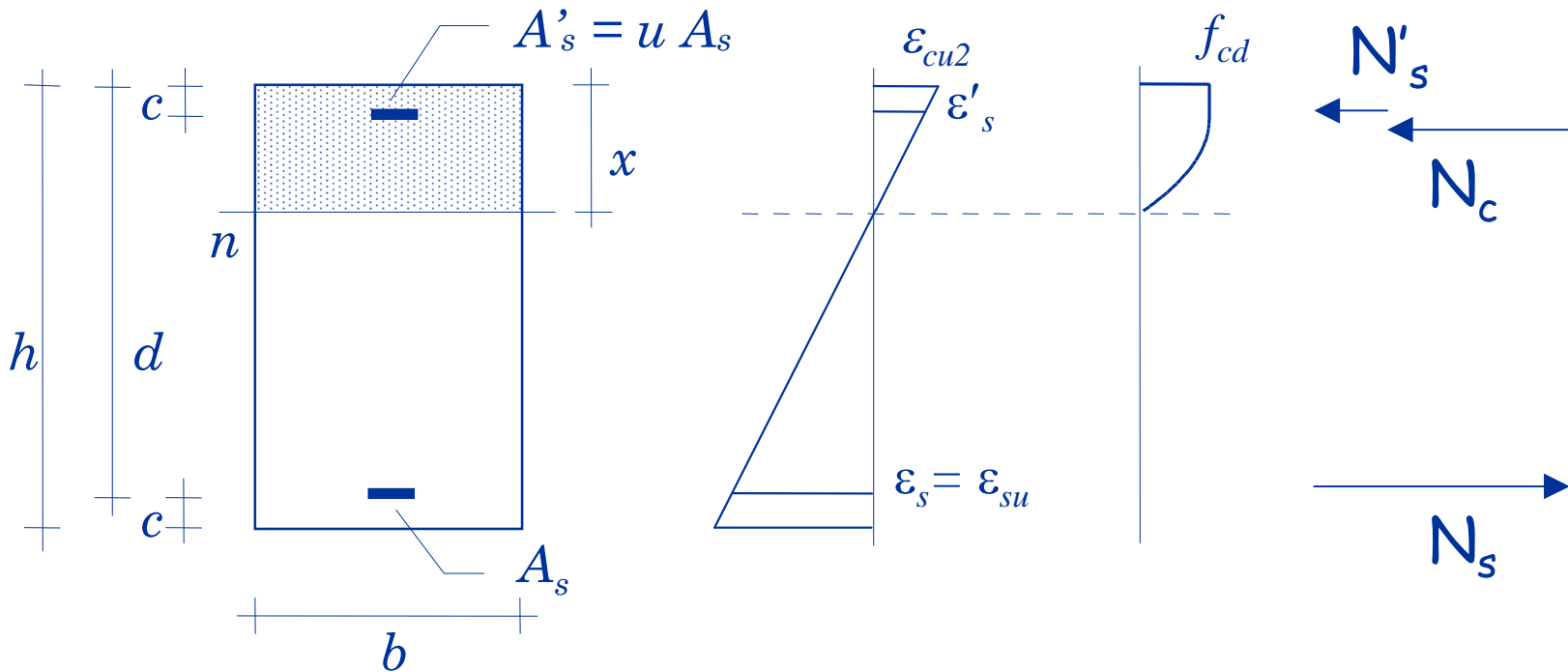
Progetto - stato limite ultimo



ovvero, in presenza di doppia armatura

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Progetto - stato limite ultimo



3 - Dall'equilibrio alla rotazione rispetto alla risultante di compressione si ottiene

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

Valori di z/d (C25/30, B450C)

sezioni progettate con $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ ed $\varepsilon_s = 0.010$

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.49$	$s' = 0.42$	$s' = 0.26$
0	0.882		
0.25	0.890	0.884	0.879
0.50	0.898	0.885	0.877
0.75	0.906	0.887	0.874
1.00	0.914	0.889	0.872

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.42$
0	0.892		
0.25	0.9066	0.8941	0.8840
0.50	0.9211	0.8961	0.8758

Sempre molto prossimo
a 0.9

Quanto vale il coefficiente r ?

Tensioni ammissibili:
dipende da calcestruzzo e acciaio

per C25/30 e B450C: $r = 0.0256$

Stato limite ultimo:
dipende solo dal calcestruzzo

per C25/30: $r = 0.0194$

Esempio n. 1

progetto di sezione a semplice armatura

Tensioni ammissibili:

$$M = 115 \text{ kNm}$$

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0256 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.50 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 55$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.51 \times 255} = 9.41 \text{ cm}^2$$

Stato limite ultimo:

$$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$$

$$d = r \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0194 \sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.45 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 50$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 391} = 9.88 \text{ cm}^2$$

Che relazione c'è tra r ed r' ?

Sia per TA che per SLU:

$$r' \cong r \sqrt{1 - s' u} \quad \text{con} \quad s' = \frac{\sigma'_s}{\sigma_{s,\max}} \quad u = \frac{A'_s}{A_s}$$

Si noti che s' dipende principalmente dal copriferro c (o meglio, dal rapporto $\gamma = c/d$)

Ma per TA s' è sempre basso (meno di 0.5)

mentre per SLU s' è molto spesso pari a 1 (è minore solo per travi a spessore)

Valori di r' (C25/30, B450C)

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.49$	$s' = 0.42$	$s' = 0.26$
0	0.0256		
0.25	0.0239	0.0243	0.0249
0.50	0.0222	0.0229	0.0242
0.75	0.0203	0.0214	0.0234
1.00	0.0183	0.0198	0.0226

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.42$
0	0.0194		
0.25	0.0167	0.0168	0.0185
0.50	0.0135	0.0137	0.0174

Nota: $\gamma = 0.05$ per travi emergenti
 $\gamma = 0.20$ per travi a spessore

Valori di r'/r (C25/30, B450C)

Tensioni ammissibili

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 0.49$	$s' = 0.42$	$s' = 0.26$
0	1.000		
0.25	0.935	0.948	0.972
0.50	0.866	0.894	0.943
0.75	0.793	0.836	0.913
1.00	0.713	0.775	0.882

Stato limite ultimo

	$\gamma = 0.05$	$\gamma = 0.10$	$\gamma = 0.20$
u	$s' = 1.00$	$s' = 1.00$	$s' = 0.42$
0	1.000		
0.25	0.859	0.865	0.951
0.50	0.696	0.706	0.898

Contributo dell'armatura compressa

Il contributo dell'armatura compressa nelle verifiche di resistenza allo SLU è diverso da quello fornito nelle verifiche alle TA

Come si vede, ciò è dovuto al fatto che nel caso di stato limite ultimo l'armatura compressa lavora al massimo o quasi ($s' \cong 1$) mentre nel metodo delle tensioni ammissibili essa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile ($s' \cong 0.2 \div 0.5$)

Quanto è possibile ridurre la sezione grazie all'armatura compressa?

- Aumentando $u = A'_s/A_s$ è possibile ridurre l'altezza della sezione
- Riducendo l'altezza aumenta l'armatura necessaria
- Necessità tecnologiche impongono limiti alla quantità di armatura (ribaditi dalla normativa)

Armatura minima:

$$A_s \geq \frac{0.6}{f_{yk}} b d \geq 0.15 \% b d$$

— 0.13% per B450C

Armatura massima:

$$A_s \leq 3 \% b h$$

$$A'_s \leq 3 \% b h$$

Percentuale massima consigliata: 1 ÷ 1.5%

Limiti alle formule di progetto per tener conto dei limiti all'armatura

Imponendo un limite all'armatura tesa:

$$A_s \leq \rho b d \quad \text{con } \rho = 0.010 \div 0.015$$

Si ha:
$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} \leq \rho b d$$

E quindi:

$$d \geq r_s \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} \quad \text{con} \quad r_s = \sqrt{\frac{1}{0.9 \rho f_{yd}}} \quad \begin{array}{l} = 0.0169 \\ \text{se } \rho=0.010 \\ = 0.0138 \\ \text{se } \rho=0.015 \end{array}$$

Non si può utilizzare un valore di r' inferiore a r_s

Suggerisco per r' un limite tra 0.015 e 0.017

Esempio n. 2

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.25$, $\gamma=0.10$)

Tensioni ammissibili:

$$M = 115 \text{ kNm}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0243 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.48 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 55$$

era 0.50 m per $u=0$

Stato limite ultimo:

$$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0168 \sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.39 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 45$$

era 0.45 m per $u=0$

Esempio n. 2

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.25$, $\gamma=0.10$)

Tensioni ammissibili:

$$M = 115 \text{ kNm}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0243 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.48 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 55$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.51 \times 266} = 9.41 \text{ cm}^2 \quad = 0.6\% b h$$

Stato limite ultimo:

$$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.0168 \sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.39 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 45$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.41 \times 391} = 11.09 \text{ cm}^2$$

era 9.88 cm^2 per $u=0$

Esempio n. 3

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.50$, $\gamma=0.10$)

Tensioni ammissibili:

$$M = 115 \text{ kNm}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0229 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.45 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 50$$

era 0.50 m per $u=0$
0.48 m per $u=0.25$

Stato limite ultimo:

$$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = \cancel{0.0137} \sqrt{\frac{160}{0.30}} = \cancel{0.31} \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 45$$

0.016

era 0.45 m per $u=0$
0.39 m per $u=0.25$

Esempio n. 3

progetto di sezione a doppia armatura ($u=0.50$, $\gamma=0.10$)

Tensioni ammissibili:

$$M = 115 \text{ kNm}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.0229 \sqrt{\frac{115}{0.30}} = 0.45 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 50$$

$$A_s = \frac{M}{0.9 d \bar{\sigma}_s} = \frac{115 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 266} = 10.44 \text{ cm}^2$$

era 9.41 cm^2 per $u=0$

Stato limite ultimo:

$$M_{Ed} = 160 \text{ kNm}$$

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b}} = 0.016 \sqrt{\frac{160}{0.30}} = 0.37 \text{ m} \quad \text{uso } 30 \times 45$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} = \frac{160 \times 10}{0.9 \times 0.41 \times 391} = 11.09 \text{ cm}^2$$

era 9.88 cm^2 per $u=0$

Progetto allo stato limite ultimo - commento

Si ottengono sezioni trasversali:

- simili a quelle richieste dal metodo delle tensioni ammissibili se non si considera l'armatura compressa
- sensibilmente più basse quando si considera l'armatura compressa

L'armatura tesa:

- é simile a quella richiesta dal metodo delle tensioni ammissibili per sezioni a semplice armatura
- può divenire eccessivamente grande quando si riduce l'altezza della sezioni sfruttando l'effetto positivo dell'armatura compressa

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto della sezione assumere un valore
 $r' = 0.018$ o 0.017

(corrisponde a $0 < u < 25\%$ per C25/30)

Per travi molto basse (a spessore) assumere valori
un po' maggiori

$r' = 0.019$ (corrisponde a $0 < u < 25\%$ per C25/30)

Se si ritiene accettabile una percentuale di armatura
dell'1.5% si può scendere al valore

$r' = 0.015$ (ma non andare mai al di sotto di questi)

Criteri di buona progettazione (SLU)

Per il progetto dell'armatura tesa considerare un braccio della coppia interna pari a $0.9 d$

Nota:

Per sezioni a forte armatura (sconsigliate per la carenza di duttilità) il braccio della coppia interna dovrebbe essere minore ($0.8 d$)