

Corso di aggiornamento

Progettazione strutturale sulla base delle  
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

**Verifica sismica di edifici esistenti in c.a.**

5 - Comportamento dell'edificio; rottura fragile

Spoletto

25-27 febbraio 2010

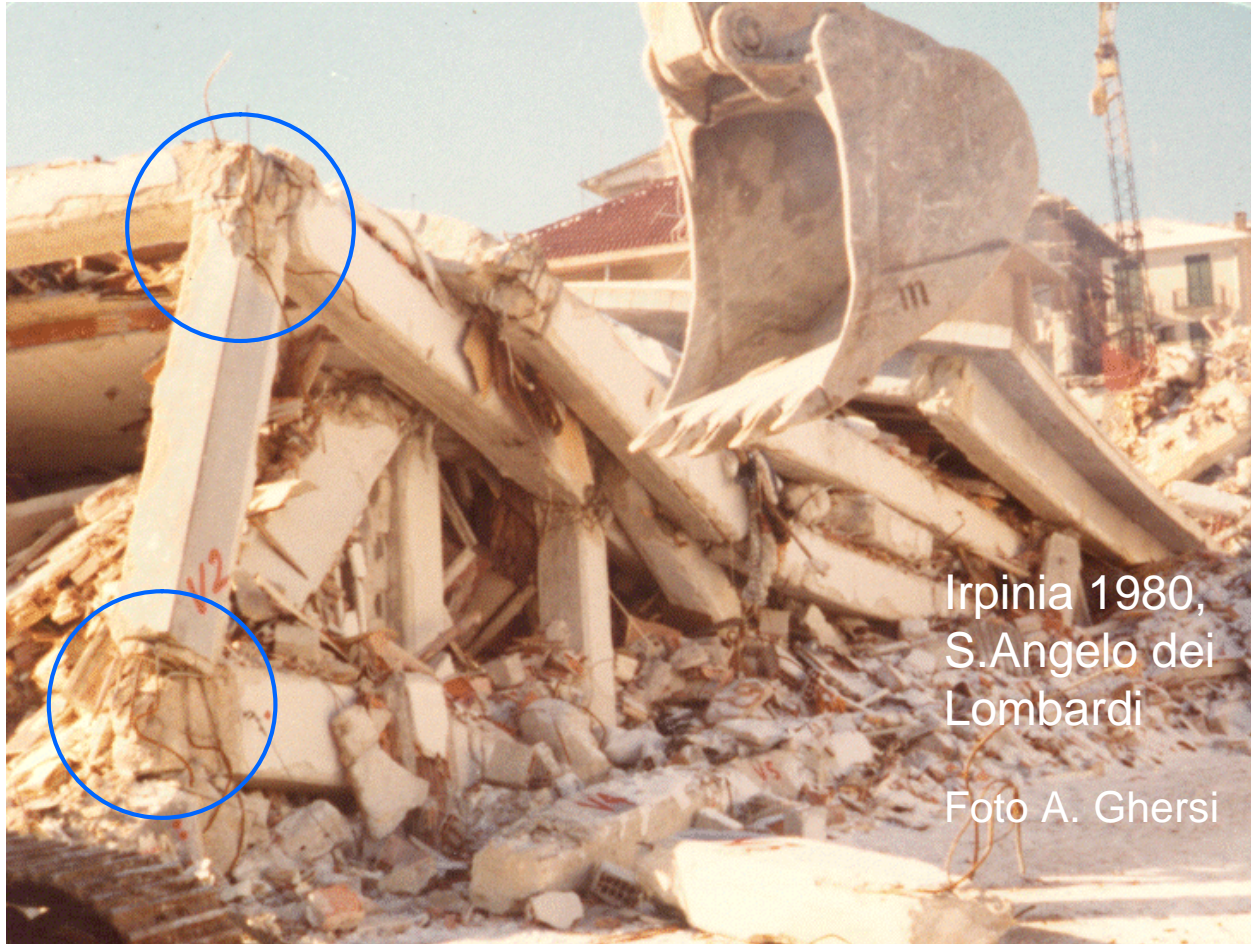
Aurelio Gheresi

# Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?

- Duttile: estese plasticizzazioni agli estremi delle aste (in particolare delle travi), meccanismo di collasso globale e non di piano
- Fragile: rottura a taglio delle sezioni di pilastri e travi, rotture a taglio dei nodi, scorrimento tra testa pilastro e trave in corrispondenza alle riprese di getto

Cosa mostra l'evidenza sperimentale  
(danneggiamento e crollo di edifici in cemento armato  
in conseguenza ai terremoti) ?

# Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?



Irpinia 1980,  
S. Angelo dei  
Lombardi

Foto A. Gherzi

Danneggiamento dei nodi in testa ed al piede del pilastro:  
non si ha formazione di cerniere plastiche sulla colonna  
né tantomeno sulle travi

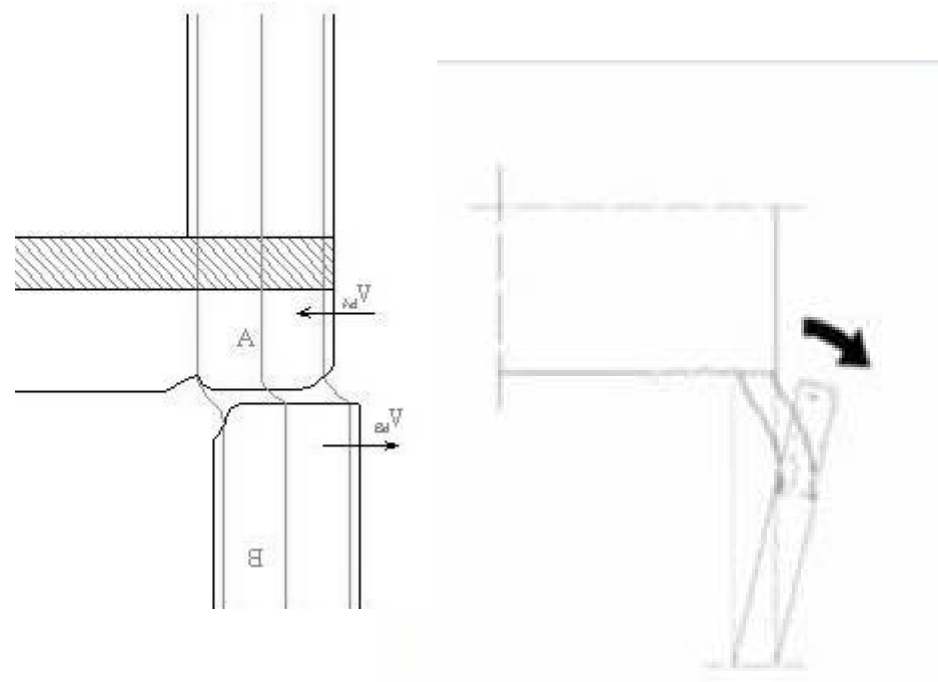


# Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?



Danneggiamento dei nodi in testa ed al piede del pilastro:  
non si ha formazione di cerniere plastiche sulla colonna  
né tantomeno sulle travi

# Collasso di edifici esistenti: duttile o fragile?



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Collasso di edifici esistenti: fragile!

Quindi:

- Determinare innanzitutto il livello di azione sismica che porta a rottura fragile (resistenza a taglio dei pilastri, resistenza a taglio dei nodi, scorrimento travi-pilastro)
- Usare una modellazione che tenga conto in maniera corretta della rigidezza degli elementi strutturali (commisurata al livello di sollecitazione che porta alle rotture fragili)
- Tenere conto anche degli elementi non strutturali, tramezzi e tamponature, che hanno un ruolo rilevante per basse azioni sismiche

# Primi interventi, essenziali (o comunque prime verifiche)

Ridurre il rischio di rottura fragile, con:

- Cerchiatura dei nodi
- Staffatura efficace degli estremi dei pilastri
- Cucitura tra pilastri e travi

Miglioramento, **essenziale**

Solo dopo aver fatto questo:

- Valutazione del comportamento non lineare
- Controllo della duttilità delle sezioni

Adeguamento, quando occorre

Analisi strutturale  
ai fini della verifica per rotture fragili



# Possibili metodi di analisi

- Risoluzione semplificata, con stima delle rigidezze (linee guida della Basilicata, suggerimenti A. Gheresi)
- Analisi lineare, statica o modale
  - Da usare con fattore di struttura  $q$  basso o nullo
- ~~Analisi statica non lineare (pushover)~~ di solito non necessaria
- ~~Analisi dinamica non lineare~~ troppo complicata

# Tipi di analisi

- Analisi elastica lineare
  - È possibile usare modelli molto semplificati  
Linee guida Basilicata - app. D, suggerimenti A. Ghersi
  - È possibile ridurre l'azione sismica con  $q = 1.5$   
OPCM 3431, punto 11.2.22
  - Suggerimento operativo:  
usare analisi modale  
fare il calcolo con  $q=1$  e poi scalare i risultati
- È inutile pensare ad altri tipi di analisi
  - Analisi statica non lineare (pushover)
  - Analisi dinamica non lineare

**Analisi strutturale semplificata:**  
linee guida della Basilicata, appendice D  
oppure indicazioni di A. Ghersi

# Analisi semplificata (Basilicata)

Ipotesi base: crisi solo per pilastri

- Valutare le rigidezze dei pilastri

$$k_i = c \frac{EI}{h^3}$$

$c = 9$	in presenza di travi emergenti
$c = 6$	in presenza di travi a spessore
$c = 3$	in assenza di travi

- Valutare la rigidezza di piano

$$K_p = \sum k_i$$

# Analisi semplificata (Basilicata)

- Calcolare le forze  $F_j$ , con formule per analisi statica (a meno di T)
- Calcolare tagli di piano e spostamenti relativi

$$V_p = \sum_{j=p}^n F_j \quad u_{rel,p} = \frac{V_p}{K_p}$$

- Calcolare spostamenti assoluti

$$u_p = \sum_{j=1}^p u_{rel,j}$$



# Analisi semplificata (Basilicata)

- Stimare il periodo con la formula di Rayleigh

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n m_j u_j^2}{\sum_{j=1}^n F_j u_j}}$$

- Ripartire il taglio di piano in base alla rigidezza

$$V_i = V_p \frac{k_i}{K_p}$$

# Analisi semplificata (A. Gheresi)

- Valutare le rigidezze solo dei pilastri "che contano"
- Ridurre la rigidezza per tener conto delle travi

Dal secondo piano in su

$$k_i = \frac{\frac{12 E I_i}{h_r^3}}{1 + \frac{l_{media}}{h_r} \frac{\sum I_p}{\sum I_t}}$$

$$k_i = \frac{\frac{12 E I_i}{h_r^3}}{1 + 0.5 \frac{l_{media}}{h_r} \frac{\sum I_p}{\sum I_t}}$$

Al primo piano

- Per il resto si prosegue come per le indicazioni della Basilicata

# Analisi semplificate

## considerazioni

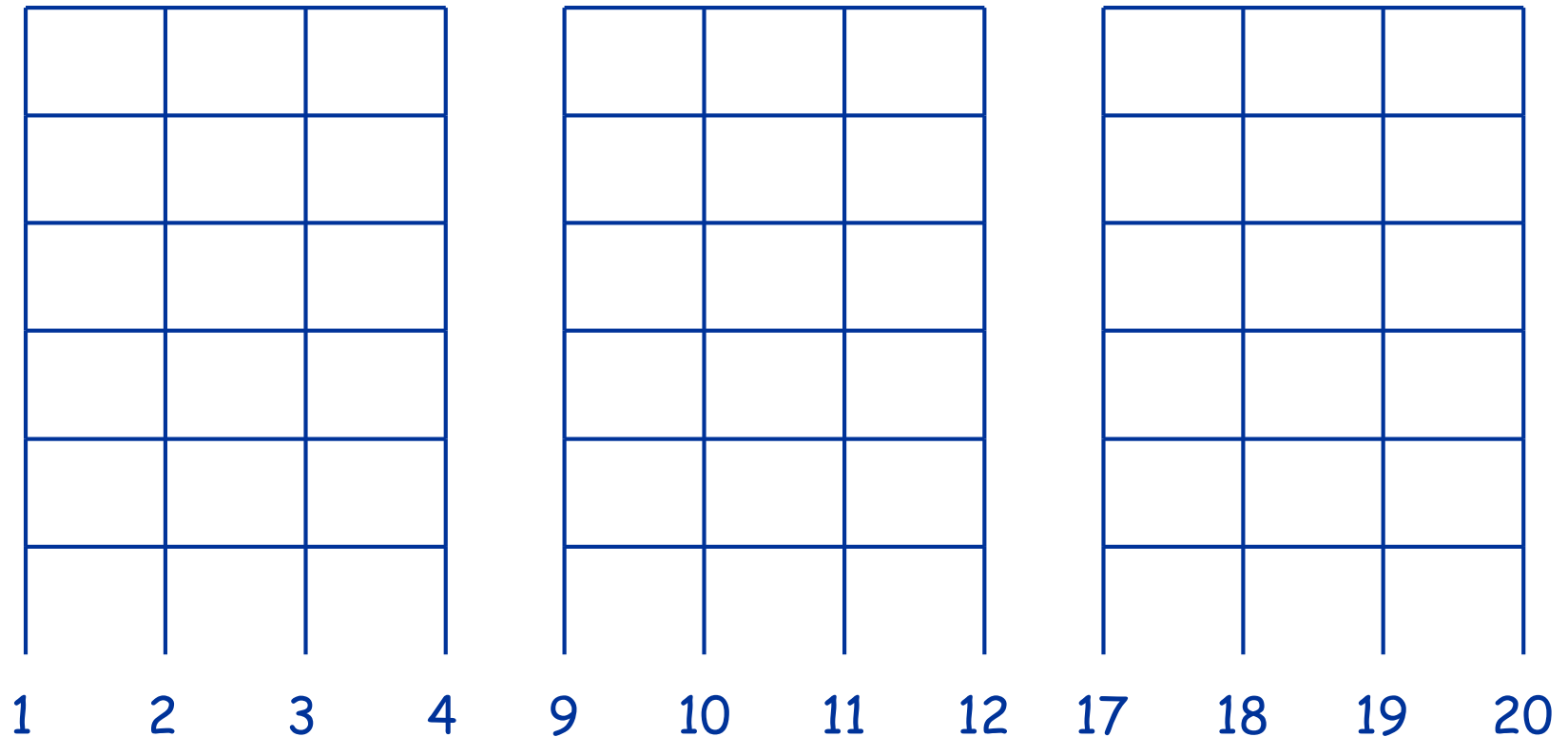
- I procedimenti sono semplici e facilmente automatizzabili con un foglio di calcolo
  - Il risultato è approssimato, ma accettabile quando le incertezze generali sono molte
- ... ma forse è più semplice risolvere uno schema piano (o spaziale), con analisi statica (o modale) senza la presunzione di credere che quest'ultimo sia "la verità"

# Analisi lineare effettuata

(schema piano, analisi modale)

# Schema geometrico

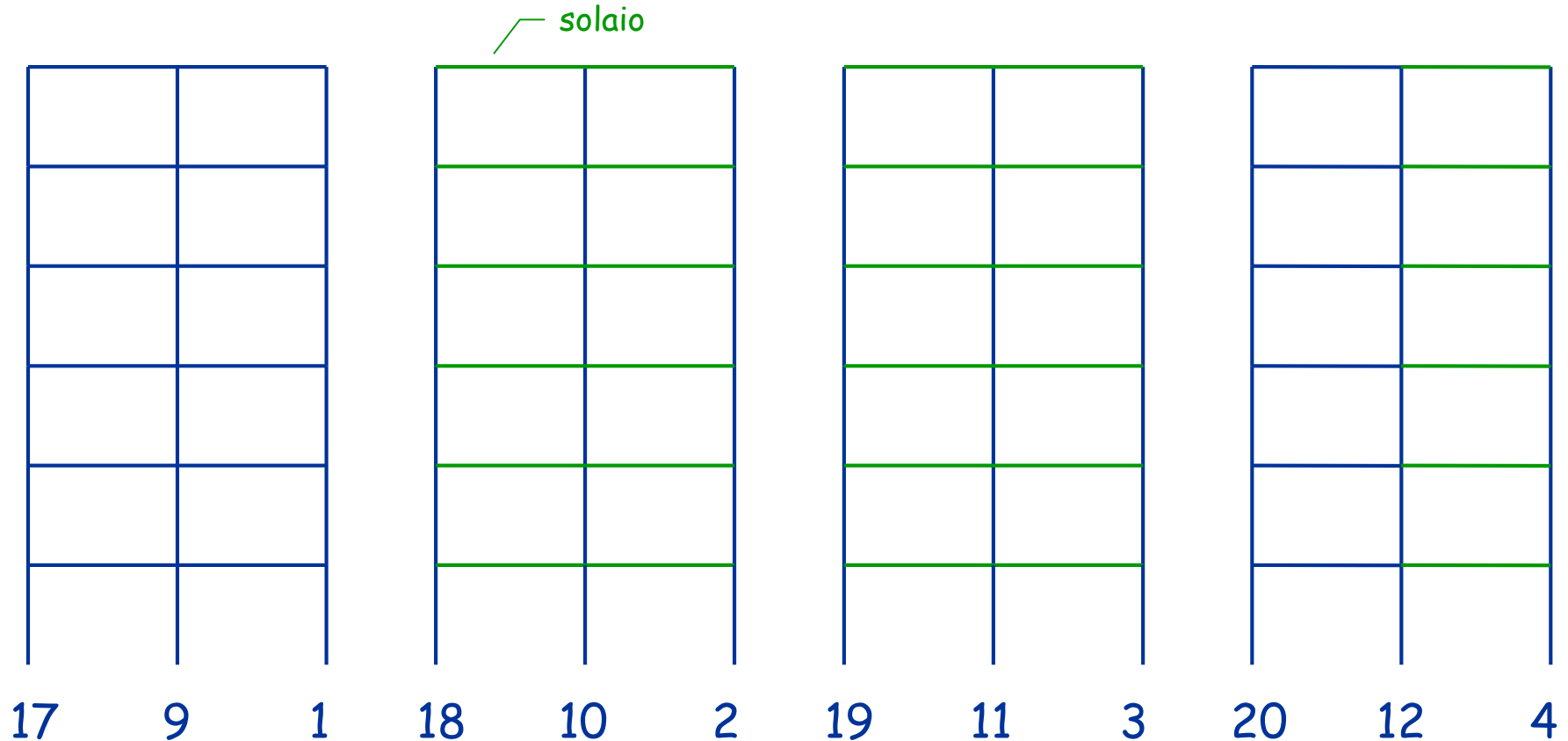
treno di telai - direzione x



Periodo:  $T = 1.06 \text{ s}$



# Schema geometrico treno di telai - direzione y



Periodo:  $T = 1.68 \text{ s}$

# Analisi modale (con $q = 1$ )

Si procede come per nuovi edifici:

- Determinazione delle masse di piano, con  $g_k + \psi_2 q_k$
- Definizione dello spettro di risposta elastico per SLV  
nell'esempio: periodo di ritorno 475 anni, suolo B
- Effettuazione dell'analisi modale con spettro elastico ( $q = 1$ ) o se si preferisce con spettro scalato con  $q = 1.5$

# Esempio

## Massa (peso) degli impalcati

- Dai carichi unitari, si valutano le masse di impalcato, secondo le norme vigenti

			m <sup>2</sup>	solaio	m <sup>2</sup>	sbalzo	m	trave	m	tompagno	somma	pilastro	TOT	a m <sup>2</sup>
Impalcati	ultimo	sism	283.5	5.6	40.5	5.2	113.0	3.5	44.5	7.0	2505	81.0	2586.2	7.98
												massa	263.6	
	altri	sism	283.5	5.6	40.5	5.2	113.0	3.5	89.0	7.0	2817	200.7	3017.4	9.31
												massa	307.6	

# Pilastri

## Sforzo normale in condizioni sismiche

	1										con sisma	
	N pia	N	Ac,nec	b	h	Ac	As,nec	n	fi	As	N pia	N
ultimo	81.5	81.5	126	30	30	900	2.7	4	12	4.5	66.1	66.1
5	113.0	194.5	300	30	30	900	2.7	4	12	4.5	97.6	163.7
4	113.0	307.5	474	30	30	900	2.8	4	12	4.5	97.6	261.3
3	113.0	420.5	648	30	30	900	3.9	4	12	4.5	97.6	358.9
2	113.0	533.5	823	30	30	900	4.9	4	14	6.2	97.6	456.5
1	113.0	646.5	997	30	40	1200	6.0	6	14	9.2	99.9	556.4
	9											
	N pia	N									N pia	N
ultimo	110.0	110.0									94.6	94.6
	150.3	260.3									133.1	227.7
	150.3	410.6									133.1	360.8
	150.3	560.9									133.1	493.9
	150.3	711.2									135.4	629.3
	150.3	861.5									137.6	766.9
	17											
	N pia	N									N pia	N
ultimo	57.5	57.5	89	30	30	900	2.7	4	12	4.5	50.5	50.5
	89.0	146.5	226	30	30	900	2.7	4	12	4.5	82.0	132.5
	89.0	235.5	363	30	30	900	2.7	4	12	4.5	82.0	214.5
	89.0	324.5	500	30	30	900	3.0	4	12	4.5	82.0	296.5
	89.0	413.5	638	30	30	900	3.8	4	12	4.5	82.0	378.5
	89.0	502.5	775	30	30	900	4.6	4	14	6.2	82.0	460.5

Dallo stesso foglio di calcolo  
usato per il progetto simulato  
si ottiene anche lo sforzo  
normale da carichi verticali in  
presenza di sisma,  
conformemente alle NTC 08

# Travi

## Momenti flettenti da q in condizioni sismiche

			luce		4.00		4.00		4.00	
				1		2		3		4
Trave				M-	M+	M-	M+	M-	M+	M-
1...4	ultimo	sism	25.3	16.9	28.9	40.5	25.3	33.7	25.3	25.3
		max	33.0	22.0	37.7	52.8	33.0	44.0	33.0	33.0
		As		2.5	4.2	5.9	3.7	4.9	3.7	3.7
			n,sup	2	0	4	0	4	0	3
			fi	14	0	14	0	14	0	14
			n,inf	2	3	2	3	2	3	2
			fi	14	14	14	14	14	14	14

	altri	sism	32.3	21.5	36.9	51.7	32.3	43.1	32.3	32.3
		max	40.0	26.7	45.7	64.0	40.0	53.3	40.0	40.0
		As		3.0	5.1	7.2	4.5	6.0	4.5	4.5
			n,sup	2	0	5	0	4	0	3
						14	0	14	0	14
						2	3	2	3	2
						14	14	14	14	14

Dal foglio di calcolo usato per il progetto simulato si ottiene anche il momento flettente da carichi verticali in presenza di sisma



# Materiali

Valori ottenuti mediante prove

Calcestruzzo:

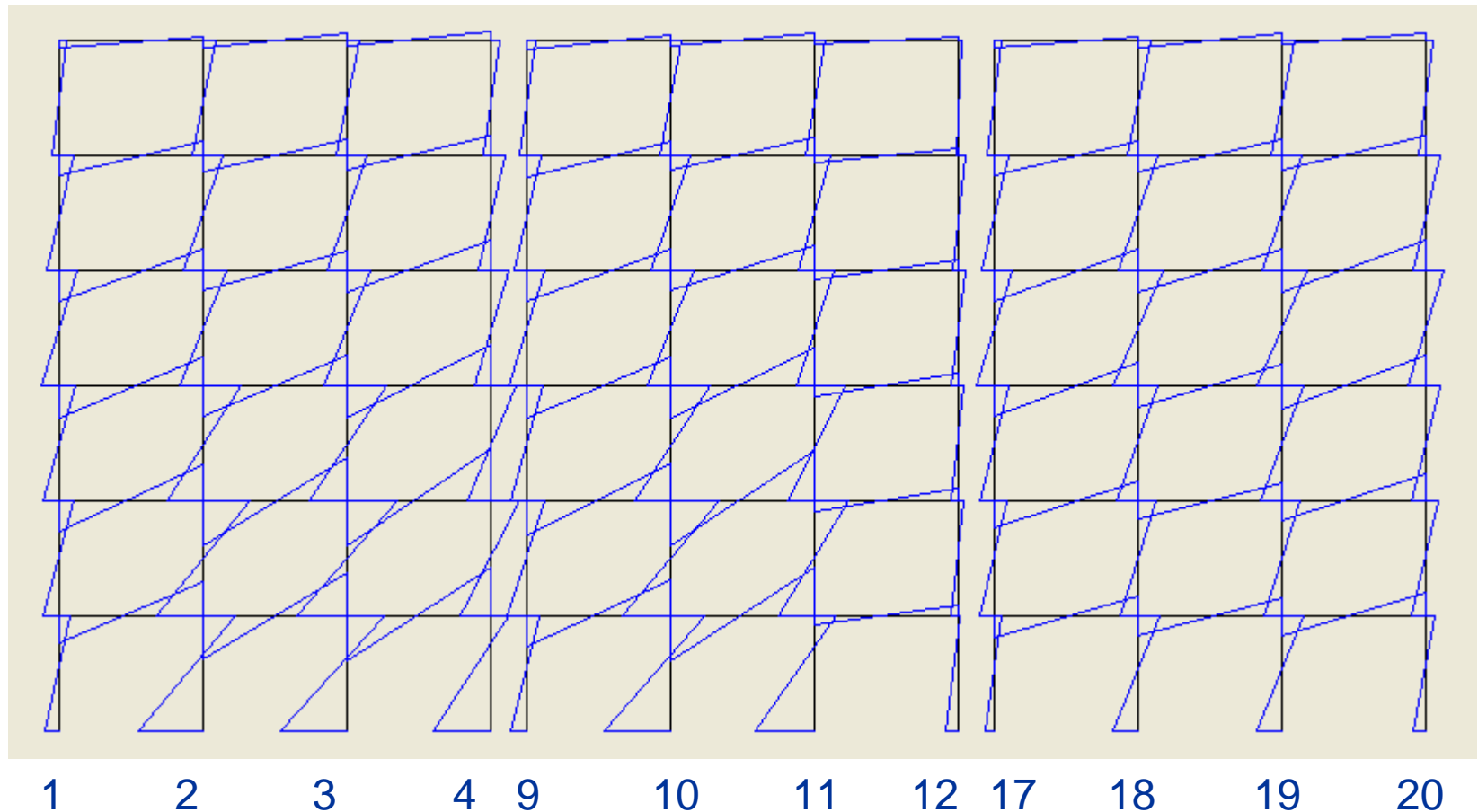
- Si ottiene dalle prove  $f_{cm} = 28 \text{ MPa}$   
(corrisponde a  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )

Acciaio:

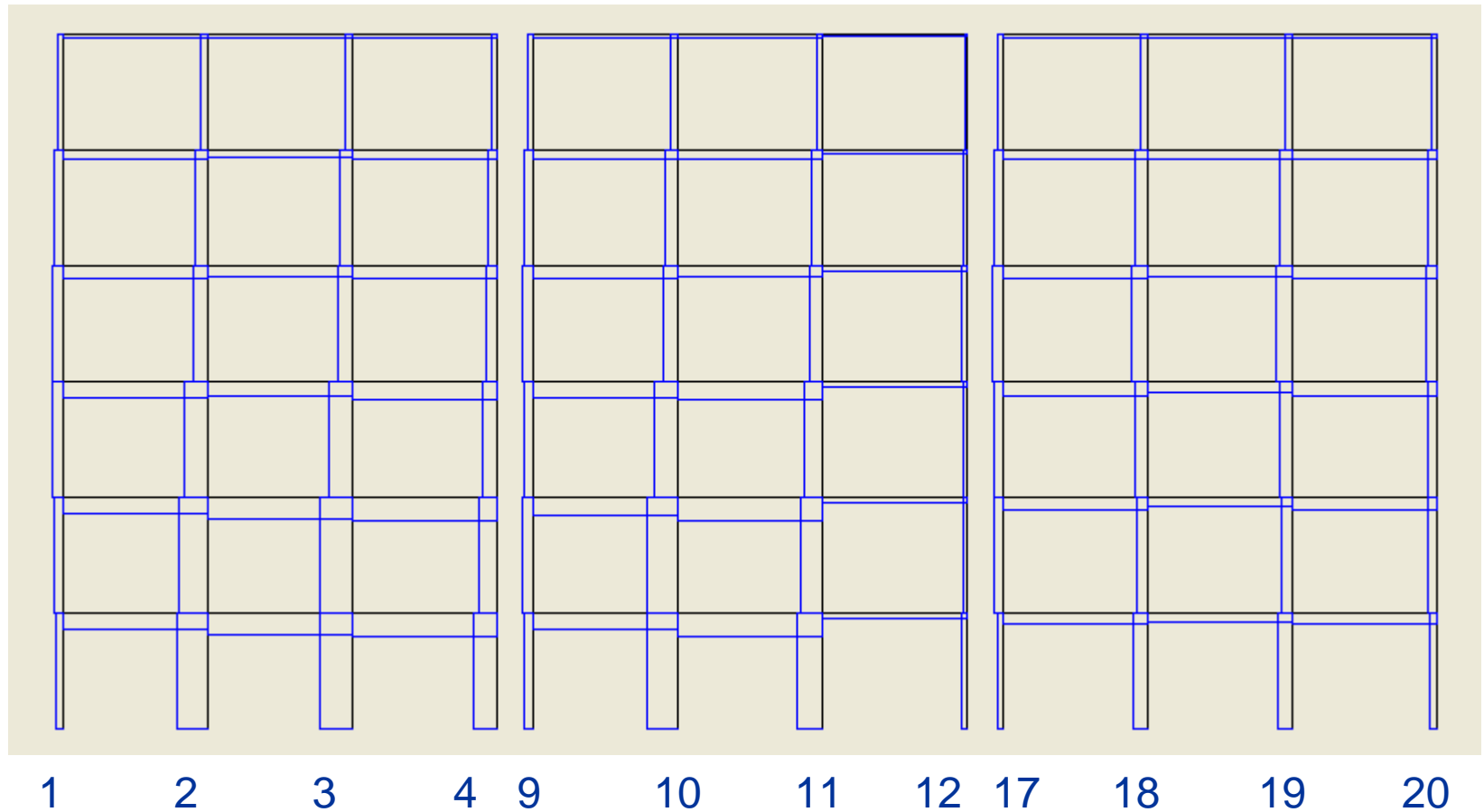
- Si trovano barre ad aderenza migliorata;  
si ottiene dalle prove  $f_{ym} = 420 \text{ MPa}$   
(corrisponde a FeB38k)

# Sisma in direzione x

## diagramma del momento flettente

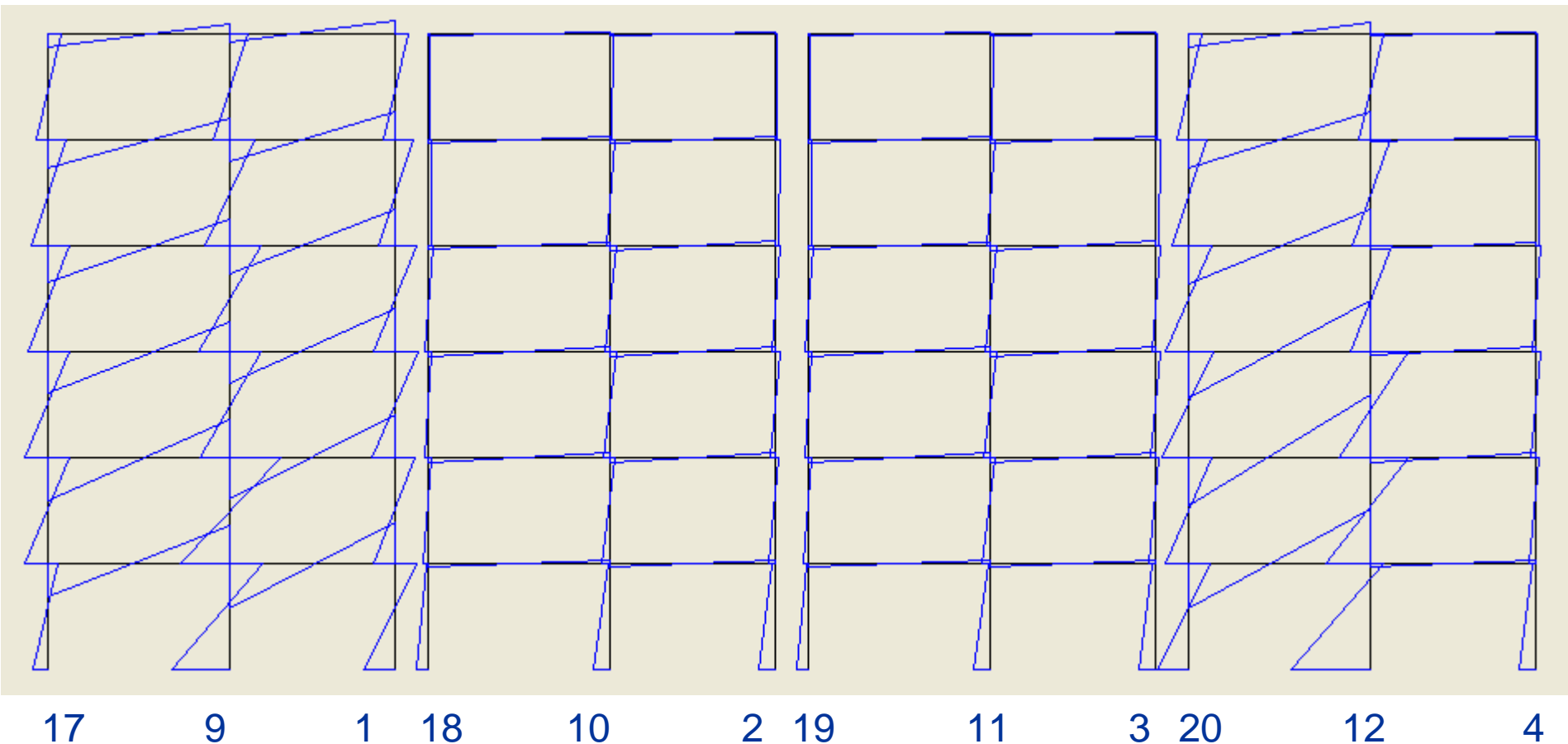


## Sisma in direzione x diagramma del taglio



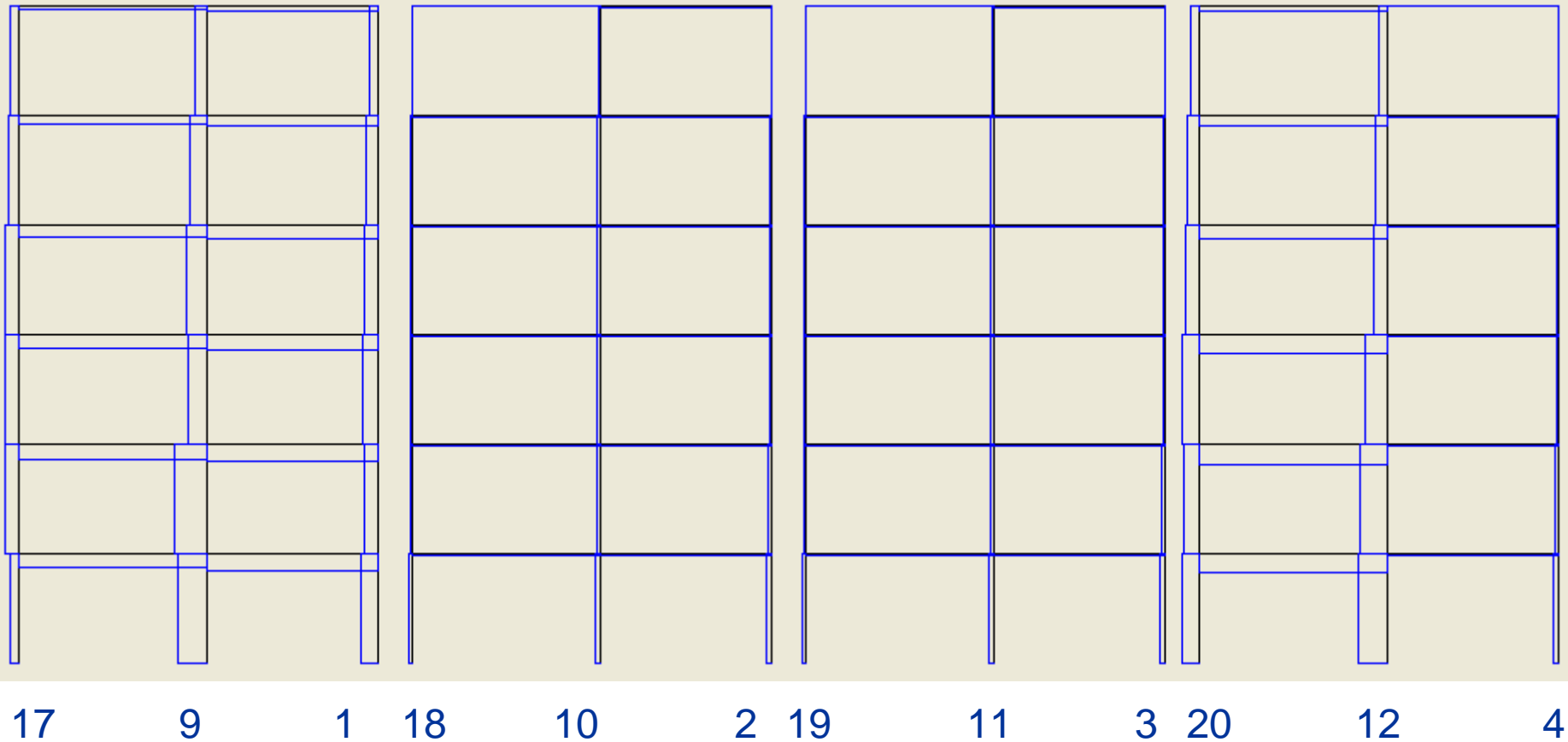
# Sisma in direzione y

## diagramma del momento flettente



# Sisma in direzione y

## diagramma del taglio





# Risultati, con $a_g = 1.00 g$ pilastri, direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq
1	6	359.68	305.68	207.80	-137.84	66.1
1	5	617.84	573.72	372.08	-519.40	163.7
1	4	803.44	813.76	505.20	-1073.12	261.3
1	3	693.44	739.76	447.72	-1720.28	358.9
1	2	665.12	701.32	426.96	-2405.72	456.5
1	1	500.64	610.92	347.36	-3036.16	556.4
2	6	522.36	491.12	316.68	-53.56	108.0
2	5	862.80	846.00	533.96	-74.64	244.0
2	4	1053.92	1010.24	644.96	121.44	380.0
2	3	1705.36	1572.48	1023.96	131.72	518.2
2	2	2058.60	2065.80	1288.36	-171.68	658.7
2	1	1455.16	2890.52	1357.72	-433.84	801.4
3	6	527.16	495.92	319.68	50.76	108.0
3	5	866.32	847.96	535.68	75.52	244.0
3	4	1062.32	1027.76	653.08	-135.52	380.0
3	3	1786.56	1669.92	1079.88	-235.64	518.2
3	2	2262.52	2250.56	1409.96	-310.24	658.7
3	1	1646.00	2986.04	1447.24	-370.48	801.4
4	6	366.44	311.40	211.68	142.08	108.0
4	5	627.08	587.04	379.20	531.20	244.0
4	4	772.12	733.72	470.20	1084.84	380.0
4	3	1121.60	1052.96	678.24	1839.68	518.2
4	2	1275.24	1387.28	830.60	2824.32	658.7
4	1	800.24	2561.68	1049.64	3792.92	801.4

# Risultati, con $a_g = 1.00 g$ pilastri, direzione y

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq
17	6	627.48	527.24	360.56	-195.72	50.5
17	5	842.12	786.08	508.08	-620.08	132.5
17	4	1016.96	981.36	623.68	-1153.68	214.5
17	3	1051.36	1084.44	666.88	-1723.04	296.5
17	2	1002.16	1106.48	658.72	-2346.72	378.5
17	1	516.08	694.12	378.12	-2896.08	460.5
9	6	879.76	831.36	534.72	-17.80	94.6
9	5	1235.64	1214.08	765.48	-68.08	227.7
9	4	1516.80	1513.84	947.00	-136.00	360.8
9	3	1499.84	1411.28	909.52	-213.84	493.9
9	2	2479.64	2384.96	1519.92	-300.28	629.3
9	1	1627.68	2831.56	1392.88	-485.44	766.9
1	6	631.00	538.40	365.20	212.36	66.1
1	5	861.72	809.40	521.60	687.24	163.7
1	4	1046.00	1012.72	642.64	1289.32	261.3
1	3	1093.96	1135.32	696.20	1936.84	358.9
1	2	997.92	1037.20	635.72	2647.00	456.5
1	1	1006.76	1537.20	794.88	3377.92	556.4
18	6	94.60	89.04	-34.24	-33.64	76.8
18	5	199.72	141.72	82.96	-84.12	181.6
18	4	211.52	168.60	98.44	-148.48	286.4
18	3	182.92	174.40	93.84	-217.00	391.2
18	2	124.36	226.92	98.68	-281.68	496.0
18	1	75.52	549.88	152.72	-330.16	603.0

# Risultati, con $a_g = 1.00 \text{ g}$ spostamenti orizzontali

direzione x		
traverso	spostamento	spostamento
	assoluto (mm)	relativo (mm)
6	477.128	56.664
5	430.420	94.344
4	347.128	118.368
3	235.832	101.952
2	135.448	87.560
1	47.996	47.996
direzione y		
traverso	spostamento	spostamento
	assoluto (mm)	relativo (mm)
6	747.884	96.268
5	674.448	139.364
4	557.780	168.920
3	403.108	175.460
2	232.224	155.212
1	77.416	77.416

# Analisi modale (con $q = 1$ )

Si procede come per nuovi edifici:

- Determinazione delle masse di piano, con  $g_k + \psi_2 q_k$
- Definizione dello spettro di risposta elastico per SLV  
nell'esempio: periodo di ritorno 475 anni, suolo B
- Effettuazione dell'analisi modale con spettro elastico ( $q = 1$ ) o  
se si preferisce con spettro scalato con  $q = 1.5$

Esame dei risultati per individuare rotture fragili:

- Usare risultati del calcolo  
oppure valori corrispondenti alla plasticizzazione  
delle sezioni a flessione

# Valutazione delle sollecitazioni per verifica di elementi fragili

Rotture a taglio:

- Si noti che c'è un legame tra taglio  $V$  e resistenza a flessione  $M_R$   
ad esempio, per il pilastro,  $V \leq (M_{R,\text{sup}} + M_{R,\text{inf}})/h$
- Finché non si hanno plasticizzazioni si usa il taglio fornito dal calcolo
- Se si hanno plasticizzazioni (nelle sezioni adiacenti) il taglio si ricava per l'equilibrio, dai  $M_R$

# Livelli di conoscenza e fattori di confidenza

Livello di Conoscenza	Geometria (carpenterie)	Dettagli strutturali	Proprietà dei materiali	Metodi di analisi	FC
LC1	Da disegni di carpenteria originali con rilievo visivo a campione oppure rilievo ex-novo completo	Progetto simulato in accordo alle norme dell'epoca <b>e</b> <i>limitate</i> verifiche in-situ	Valori usuali per la pratica costruttiva dell'epoca <b>e</b> <i>limitate</i> prove in-situ	Analisi lineare statica o dinamica	1.35
LC2		Disegni costruttivi incompleti con <i>limitate</i> verifiche in situ <b>oppure</b> <i>estese</i> verifiche in-situ	Dalle specifiche originali di progetto o dai certificati di prova originali con <i>limitate</i> prove in-situ <b>oppure</b> <i>estese</i> prove in-situ	Tutti	1.20
LC3		Disegni costruttivi completi con <i>limitate</i> verifiche in situ <b>oppure</b> <i>esaustive</i> verifiche in-situ	Dai certificati di prova originali o dalle specifiche originali di progetto con <i>estese</i> prove in situ <b>oppure</b> <i>esaustive</i> prove in-situ	Tutti	1.00

I fattori di confidenza sono ulteriori coefficienti di sicurezza

# Valori delle resistenze da utilizzare per verifica di elementi fragili

- Come base, si utilizzano i valori medi (non quelli caratteristici)
- Per determinare i momenti di plasticizzazione degli estremi di un'asta ed il conseguente taglio massimo, si usano i valori medi moltiplicati per FC
- Per valutare la resistenza dell'elemento fragile si usano i valori medi divisi per il fattore di sicurezza parziale  $\gamma_M$  e divisi per FC

Nota: nelle NTC08 (punto 8.7.2) si dice solo "si impiegano le proprietà dei materiali esistenti"; non viene mai detto di usare i valori medi

COMMENTARE

# Valori delle resistenze da utilizzare per verifica di elementi fragili

Esempio:

- Per il calcestruzzo con  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$  si è trovato (in base alle prove sperimentali)  $f_{cm} = 28 \text{ MPa}$
- Per l'acciaio FeB38k si è trovato (in base alle prove sperimentali)  $f_{ym} = 420 \text{ MPa}$
- Per determinare il taglio massimo, si usa:  
 $f_c = 28 \times 1.2 = 33.6 \text{ MPa}$ ,  $f_y = 420 \times 1.2 = 504 \text{ MPa}$
- Per valutare la resistenza dell'elemento fragile si usano  
 $f_c = 28 / 1.5 / 1.2 = 13.22 \text{ MPa}$   
 $f_y = 420 / 1.15 / 1.2 = 304.3 \text{ MPa}$



# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq
		analisi modale	q=1, ag/g=	0.250		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9
1	2	166.28	-175.33	108.74	601.43	456.5
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4
2	6	130.59	-122.78	79.17	13.39	108.0
2	5	215.70	-211.50	133.49	18.66	244.0
2	4	263.48	-252.56	161.24	-30.36	380.0
2	3	426.34	-393.12	255.99	-32.93	518.2
2	2	514.65	-516.45	322.09	42.92	658.7
2	1	363.79	-722.63	339.43	108.46	801.4
3	6	131.79	-123.98	79.92	-12.69	108.0
3	5	216.58	-211.99	133.92	-18.88	244.0
3	4	265.58	-256.94	163.27	33.88	380.0
3	3	446.64	-417.48	269.97	58.91	518.2
3	2	565.63	-562.64	352.49	77.56	658.7
3	1	411.50	-746.51	361.81	92.62	801.4
4	6	91.61	-77.85	52.92	-35.52	108.0
4	5	156.77	-146.76	94.80	-132.80	244.0
4	4	193.03	-183.43	117.55	-271.21	380.0
4	3	280.40	-263.24	169.56	-459.92	518.2
4	2	318.81	-346.82	207.65	-706.08	658.7
4	1	200.06	-640.42	262.41	-948.23	801.4

Foglio Excel PilX dati

MRd(Nq) (kNm)	VEd max (kN)
con res.*FC	con h=2.70
40.39	29.92
52.30	38.74
63.46	47.01
73.85	54.70
92.56	68.56
124.23	92.02
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94

Foglio Excel V(PilX)

Pilastro 1  
piano 3

per 0.25 g

V=111.93 kN

Ma il pilastro  
si plasticizza  
prima

Il taglio non  
può superare  
il valore

V=54.70 kN

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq
		analisi modale	q=1, ag/g=	0.250		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4
2	6	130.59	-122.78	79.17	13.39	108.0
2	5	215.70	-211.50	133.49	18.66	244.0
2	4	263.48	-252.56	161.24	-30.36	380.0
2	3	426.34	-393.12	255.99	-32.93	518.2
2	2	514.65	-516.45	322.09	42.92	658.7
2	1	363.79	-722.63	339.43	108.46	801.4
3	6	131.79	-123.98	79.92	-12.69	108.0
3	5	216.58	-211.99	133.92	-18.88	244.0
3	4	265.58	-256.94	163.27	33.88	380.0
3	3	446.64	-417.48	269.97	58.91	518.2
3	2	565.63	-562.64	352.49	77.56	658.7
3	1	411.50	-746.51	361.81	92.62	801.4
4	6	91.61	-77.85	52.92	-35.52	108.0
4	5	156.77	-146.76	94.80	-132.80	244.0
4	4	193.03	-183.43	117.55	-271.21	380.0
4	3	280.40	-263.24	169.56	-459.92	518.2
4	2	318.81	-346.82	207.65	-706.08	658.7
4	1	200.06	-640.42	262.41	-948.23	801.4

Foglio Excel PilX dati

MRd(Nq) (kNm)	VEd max (kN)
con res.*FC	con h=2.70
40.39	29.92
52.30	38.74
63.46	47.01
73.85	54.70
92.56	68.56
124.23	92.02
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94
45.60	33.77
61.54	45.58
75.99	56.29
139.98	103.69
206.84	153.22
286.12	211.94

Foglio Excel V(PilX)

Nota:  
in realtà  
dovrebbe  
essere con  
N variabile

(l'ho trascurato  
per semplicità;  
vedere più  
avanti, con  
riferimento a  
rottura duttile)

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione y

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq
		analisi modale	q=1, ag/g=	0.250		
17	6	156.87	-131.81	90.14	48.93	50.5
17	5	210.53	-196.52	127.02	155.02	132.5
17	4	254.24	-245.34	155.92	288.42	214.5
17	3	262.84	-271.11	166.72	430.76	296.5
17	2	250.54	-276.62	164.68	586.68	378.5
17	1	129.02	-173.53	94.53	724.02	460.5
9	6	219.94	-207.84	133.68	4.45	94.6
9	5	308.91	-303.52	191.37	17.02	227.7
9	4	379.20	-378.46	236.75	34.00	360.8
9	3	374.96	-352.82	227.38	53.46	493.9
9	2	619.91	-596.24	379.98	75.07	629.3
9	1	406.92	-707.89	348.22	121.36	766.9
1	6	157.75	-134.60	91.30	-53.09	66.1
1	5	215.43	-202.35	130.40	-171.81	163.7
1	4	261.50	-253.18	160.66	-322.33	261.3
1	3	273.49	-283.83	174.05	-484.21	358.9
1	2	249.48	-259.30	158.93	-661.75	456.5
1	1	251.69	-384.30	198.72	-844.48	556.4
18	6	23.65	22.26	-8.56	8.41	76.8
18	5	49.93	35.43	20.74	21.03	181.6
18	4	52.88	-42.15	24.61	37.12	286.4
18	3	45.73	-43.60	23.46	54.25	391.2
18	2	31.09	-56.73	24.67	70.42	496.0
18	1	-18.88	-137.47	38.18	82.54	603.0

Foglio Excel PilY dati

MRd(Nq) (kNm)	VEd max (kN)
con res.*FC	con h=2.70
38.42	28.46
48.58	35.98
58.20	43.11
67.29	49.85
75.84	56.18
92.93	68.84
43.95	32.55
59.70	44.22
74.04	54.85
95.97	71.09
154.54	114.47
224.97	166.64
40.39	29.92
52.30	38.74
63.46	47.01
73.85	54.70
92.56	68.56
145.10	107.48
41.73	30.91
54.40	40.30
66.20	49.04
77.12	57.13
96.15	71.23
128.57	95.24

Foglio Excel V(PilY)

Rottura fragile per taglio

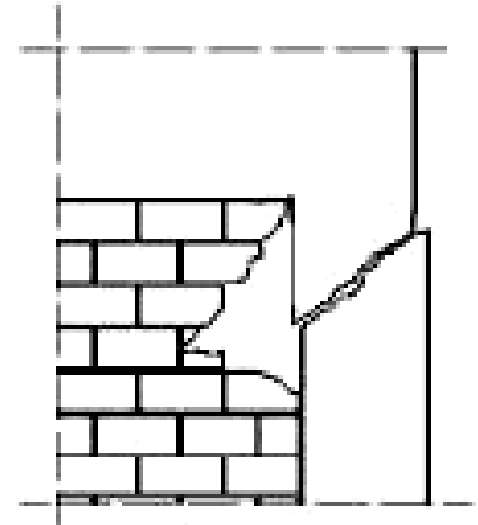
# Rottura del pilastro per taglio

Santa Venerina,  
2002

Foto G. Gaeta

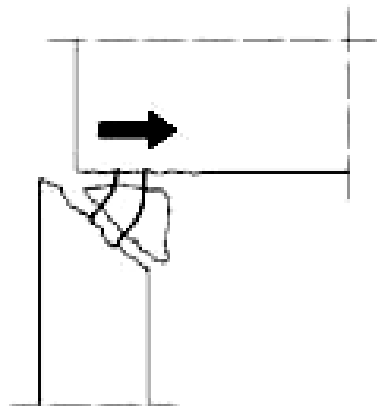


Rottura diagonale  
della muratura e  
propagazione come  
lesione a taglio nel  
pilastro





# Rottura del pilastro per taglio



# Verifica a taglio

- Nell'OPCM 3431 non vi sono indicazioni specifiche (deduco che si deve fare riferimento a  $V_{Rd,max}$  e  $V_{Rd,s}$ )
- Le linee guida della Basilicata rinviano espressamente alle formule dell'Eurocodice 2
- L'Eurocodice 8, parte 3, propone formule specifiche (punto A.3.3.1) ma che valgono solo per SLC

$$V_R = \frac{1}{\gamma_{el}} \left[ \frac{h-x}{2L_V} \min(N; 0,55A_c f_c) + \left(1 - 0,05 \min\left(5; \mu_{\Delta}^{pl}\right)\right) \cdot \left[ 0,16 \max(0,5; 100\rho_{tot}) \left(1 - 0,16 \min\left(5; \frac{L_V}{h}\right)\right) \sqrt{f_c} A_c + V_w \right] \right]$$

$$V_w = \rho_w b_w z f_{yw}$$

# Verifica a taglio

Formule utilizzate (secondo NTC 08, punto 4.1.2.1.3.2):

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \theta) \cdot \sin \alpha$$

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \theta) / (1 + \operatorname{ctg}^2 \theta)$$

con

$$f'_{cd} = 0,5 \cdot f_{cd}$$

$$1 \leq \operatorname{ctg} \theta \leq 2,5$$

$$\alpha_c = \begin{cases} 1 \\ 1 + \sigma_{cp}/f_{cd} \\ 1,25 \\ 2,5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd}) \end{cases}$$

per membrane non compresse

per  $0 \leq \sigma_{cp} < 0,25 f_{cd}$

per  $0,25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd}$

per  $0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

Nota: con  $f_c$  e  $f_y$  definiti in precedenza, anziché  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$



# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq) (kNm)	VEd max (kN)	VRds (kN)	VRdc (kN)	ag/g
		analisi modale	q=1, ag/g=	0.250			con res.*FC	con h=2.70	cot teta=2.5		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	38.74	50.34	182.05	ok
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3	63.46	47.01	50.34	195.17	ok
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.112
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.118
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02	50.34	266.72	0.145

Sezione 30×30    staffe Ø6/20

$$V_{Rds} = 0.9 d \frac{A_{st}}{s} f_y \cot \theta =$$

$$= 0.9 \times 26 \times \frac{0.566}{20} \times 304 \times 2.5 \times 10^{-1} = 50.34 \text{ kN}$$

$$V_{Rdc} = 0.9 d b \alpha_c f'_c \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} =$$

$$= 0.9 \times 26 \times 30 \times 1.25 \times 6.61 \times \frac{2.5}{1 + 2.5^2} \times 10^{-1} = 200.04 \text{ kN}$$

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq) (kNm)	VEd max (kN)	VRds (kN)	VRdc (kN)	ag/g
		analisi modale	q=1, ag/g=	0.250			con res.*FC	con h=2.70	cot teta=2.5		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	38.74	50.34	182.05	ok
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3	63.46	47.01	50.34	195.17	ok
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.112
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.118
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02	50.34	266.72	0.145

Sezione 30×30    staffe Ø6/20

$$V_{Rd} = \text{MIN}(V_{Rds}, V_{Rdc}) = 50.34 \text{ kN}$$

$$\text{Per } a_g = 0.25 \text{ g} \quad V_{Ed} = 111.93 \text{ kN}$$

$$\text{quindi } V_{Rd} = V_{Ed} \text{ per } a_g = 0.25 \times \frac{50.34}{111.93} = 0.112 \text{ g}$$

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq) (kNm)	VEd max (kN)	VRds (kN)	VRdc (kN)	ag/g
		analisi modale	q=1, ag/g=	0.250			con res.*FC	con h=2.70	cot teta=2.5		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	38.74	50.34	182.05	ok
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3	63.46	47.01	50.34	195.17	ok
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.112
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.118
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02	50.34	266.72	0.145

In altri casi la resistenza è maggiore di  $V_{Ed,max}$   
e quindi non si ha mai rottura

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione x

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq) (kNm)	VEd max (kN)	VRds (kN)	VRdc (kN)	ag/g
		analisi modale	q=1, ag/g=	0.250			con res.*FC	con h=2.70	cot teta=2.5		
1	6	89.92	-76.42	51.95	34.46	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	154.46	-143.43	93.02	129.85	163.7	52.30	38.74	50.34	182.05	ok
1	4	200.86	-203.44	126.30	268.28	261.3	63.46	47.01	50.34	195.17	ok
1	3	173.36	-184.94	111.93	430.07	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.112
1	2	166.28	-175.33	106.74	601.43	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.118
1	1	125.16	-152.73	86.84	759.04	556.4	124.23	92.02	50.34	266.72	0.145
2	6	130.59	-122.78	79.17	13.39	108.0	45.60	33.77	50.34	174.56	ok
2	5	215.70	-211.50	133.49	18.66	244.0	61.54	45.58	50.34	192.85	ok
2	4	263.48	-252.56	161.24	-30.36	380.0	75.99	56.29	50.34	200.04	0.078
2	3	426.34	-393.12	255.99	-32.93	518.2	139.98	103.69	69.70	276.98	0.068
2	2	514.65	-516.45	322.09	42.92	658.7	206.84	153.22	89.06	353.92	0.069
2	1	363.79	-722.63	339.43	108.46	801.4	286.12	211.94	108.43	430.86	0.080
3	6	131.79	-123.98	79.92	-12.69	108.0	45.60	33.77	50.34	174.56	ok
3	5	216.58	-211.99	133.92	-18.88	244.0	61.54	45.58	50.34	192.85	ok
3	4	265.58	-256.94	163.27	33.88	380.0	75.99	56.29	50.34	200.04	0.077
3	3	446.64	-417.48	269.97	58.91	518.2	139.98	103.69	69.70	276.98	0.065
3	2	565.63	-562.64	352.49	77.56	658.7	206.84	153.22	89.06	353.92	0.063
3	1	411.50	-746.51	361.81	92.62	801.4	286.12	211.94	108.43	430.86	0.075
4	6	91.61	-77.85	52.92	-35.52	108.0	45.60	33.77	50.34	174.56	ok
4	5	156.77	-146.76	94.80	-132.80	244.0	61.54	45.58	50.34	192.85	ok
4	4	193.03	-183.43	117.55	-271.21	380.0	75.99	56.29	50.34	200.04	0.107
4	3	280.40	-263.24	169.56	-459.92	518.2	139.98	103.69	69.70	276.98	0.103
4	2	318.81	-346.82	207.65	-706.08	658.7	206.84	153.22	89.06	353.92	0.107
4	1	200.06	-640.42	262.41	-948.23	801.4	286.12	211.94	108.43	430.86	0.103

Foglio Excel PilX dati

Foglio Excel V(PilX)

# Esempio

## risultati dell'analisi modale, pilastri direzione y

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)	Nq	MRd(Nq) (kNm)	VEd max (kN)	VRds (kN)	VRdc (kN)	ag/g
		analisi modale	q=1, ag/g=	0.250			con res.*FC	con h=2.70	cot teta=2.5		
17	6	156.87	-131.81	90.14	48.93	50.5	38.42	28.46	50.34	166.83	ok
17	5	210.53	-196.52	127.02	155.02	132.5	48.58	35.98	50.34	177.85	ok
17	4	254.24	-245.34	155.92	288.42	214.5	58.20	43.11	50.34	188.88	ok
17	3	262.84	-271.11	166.72	430.76	296.5	67.29	49.85	50.34	199.91	ok
17	2	250.54	-276.62	164.68	586.68	378.5	75.84	56.18	50.34	200.04	0.076
17	1	129.02	-173.53	94.53	724.02	460.5	92.93	68.84	50.34	200.04	0.133
9	6	219.94	-207.84	133.68	4.45	94.6	43.95	32.55	50.34	172.76	ok
9	5	308.91	-303.52	191.37	17.02	227.7	59.70	44.22	50.34	190.66	ok
9	4	379.20	-378.46	236.75	34.00	360.8	74.04	54.85	50.34	200.04	0.053
9	3	374.96	-352.82	227.38	53.46	493.9	95.97	71.09	50.34	200.04	0.056
9	2	619.91	-596.24	379.98	75.07	629.3	154.54	114.47	69.70	276.98	0.046
9	1	406.92	-707.89	348.22	121.36	766.9	224.97	166.64	89.06	353.92	0.064
1	6	157.75	-134.60	91.30	-53.09	66.1	40.39	29.92	50.34	168.92	ok
1	5	215.43	-202.35	130.40	-171.81	163.7	52.30	38.74	50.34	182.05	ok
1	4	261.50	-253.18	160.66	-322.33	261.3	63.46	47.01	50.34	195.17	ok
1	3	273.49	-283.83	174.05	-484.21	358.9	73.85	54.70	50.34	200.04	0.072
1	2	249.48	-259.30	158.93	-661.75	456.5	92.56	68.56	50.34	200.04	0.079
1	1	251.69	-384.30	198.72	-844.48	556.4	145.10	107.48	69.70	276.98	0.088
18	6	23.65	22.26	-8.56	8.41	76.8	41.73	30.91	50.34	170.36	ok
18	5	49.93	35.43	20.74	21.03	181.6	54.40	40.30	50.34	184.46	ok
18	4	52.88	-42.15	24.61	37.12	286.4	66.20	49.04	50.34	198.55	ok
18	3	45.73	-43.60	23.46	54.25	391.2	77.12	57.13	50.34	200.04	ok
18	2	31.09	-56.73	24.67	70.42	496.0	96.15	71.23	50.34	200.04	ok
18	1	-18.88	-137.47	38.18	82.54	603.0	128.57	95.24	50.34	266.72	ok

Foglio Excel PilY dati

Foglio Excel V(PilY)

# Verifica a taglio

## conclusione

La sezione più vulnerabile è quella del pilastro 9, II ordine, per sisma in direzione y

La rottura a taglio avviene per  $a_g = 0.046 g$   
o, se si assume  $q = 1.5$ , per  $a_g = 0.069 g$   
(molto lontano da  $a_g = 0.250 g$ )

Numerose altre sezioni arrivano alla rottura a taglio per accelerazioni un po' maggiori, sempre piccole rispetto a  $a_g = 0.250 g$

Nota 1: più correttamente, al variare di  $a_g$  si dovrebbe cambiare spettro di risposta, ma questo è difficilmente proponibile

Nota 2: si dovrebbero verificare anche le travi, ma in genere stanno molto meglio

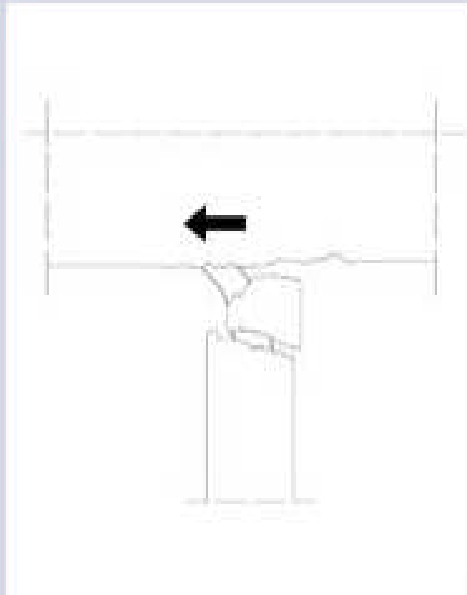
Rottura dei nodi

# Rottura dei nodi



Terremoto: Molise, 2002  
Località: San Giuliano di Puglia

Collasso di un nodo trave-colonna esterno in c.a.: rottura causata dalle elevate sollecitazioni di taglio.





# Rottura dei nodi



Danneggiamento del nodo  
trave-colonna a causa degli  
elevati sforzi assiali e di taglio.



Terremoto: Santa Lucia, 1990  
Località: Augusta

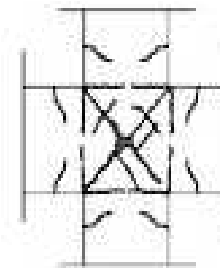
# Rottura dei nodi



# Rottura dei nodi



Danneggiamento di un nodo trave-colonna interno in c.a.: espulsione del copriferro a causa delle sollecitazioni flessionali.



Terremoto: Irpinia, 1980

Località: Lioni



# Rottura dei nodi



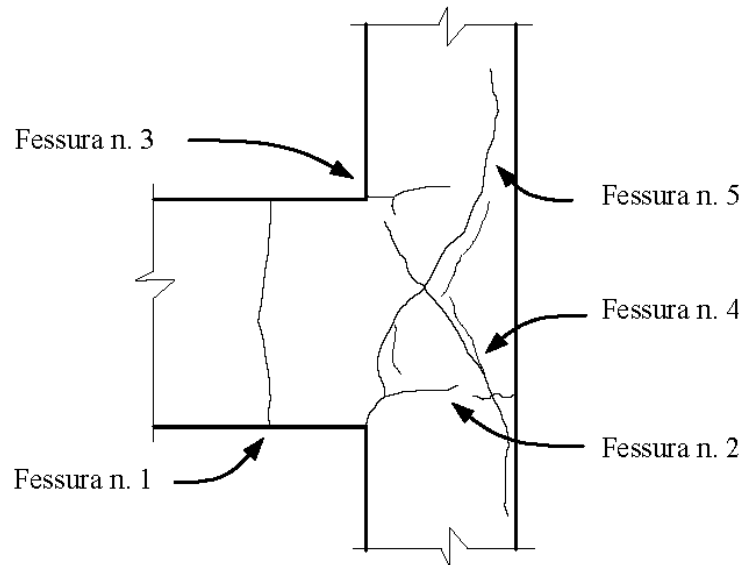
Danneggiamento del nodo  
trave-colonna esterno:  
espulsione del copriferro a  
causa delle sollecitazioni  
flettenti.



Terremoto: Molise, 2002

Località: San Giuliano di Puglia

# Danneggiamento del nodo per azioni cicliche



Evoluzione del quadro  
fessurativo di un nodo  
trave-pilastro realizzato  
in laboratorio

Fessura n.1 → Cerniera plastica sulla trave

Fessure n.2 e n.3 → Cerniera plastica sul pilastro

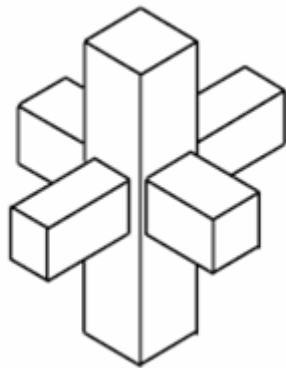
Fessure n.4 e n.5 → Collasso fragile del nodo e  
conseguente chiusura delle fessure  
da momento flettente

# Confinamento dei nodi

## Nodi interamente confinati

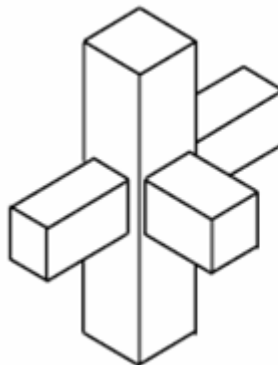
- In ognuna delle 4 facce si innestano travi
- Le travi sono sovrapposte ai pilastri per almeno  $\frac{3}{4}$  della larghezza del pilastro (e tra loro per  $\frac{3}{4}$  dell'altezza)

Per i nodi interamente confinati  
non occorrono verifiche

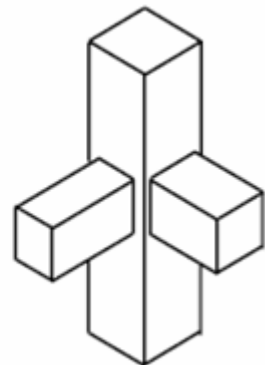


Nodo interno,  
interamente  
confinato

Nodi non  
interamente  
confinati

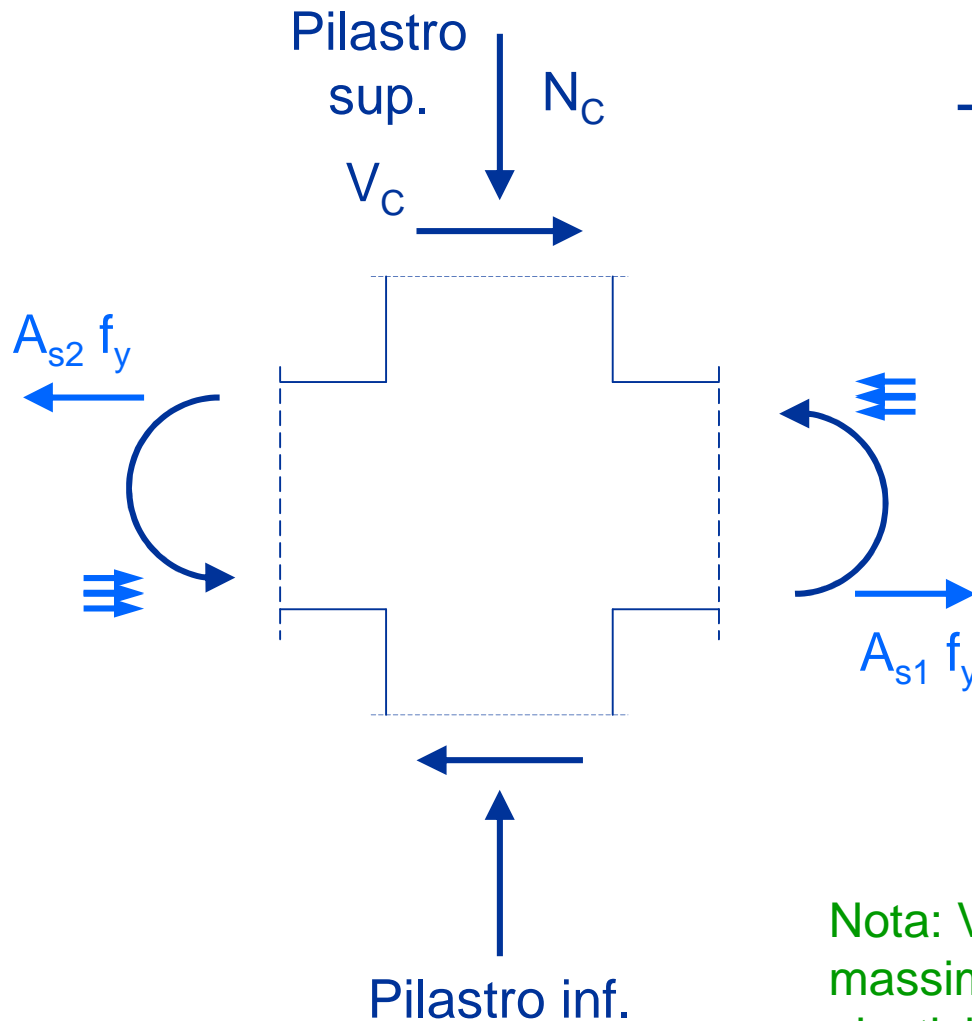


Nodo laterale



Nodo d'angolo

# Azione tagliante nel nodo



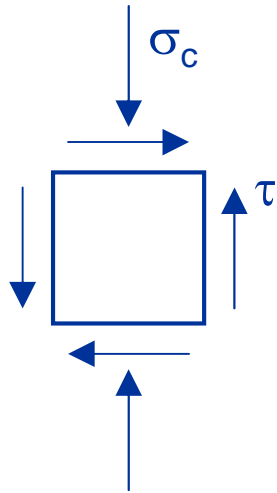
Taglio sollecitante il nodo

$$V_j = V_C - (A_{s1} + A_{s2}) f_y$$

Nota:  $V_C$  = taglio fornito dal calcolo o massimo taglio corrispondente alla plasticizzazione degli estremi del pilastro

# Verifica del nodo

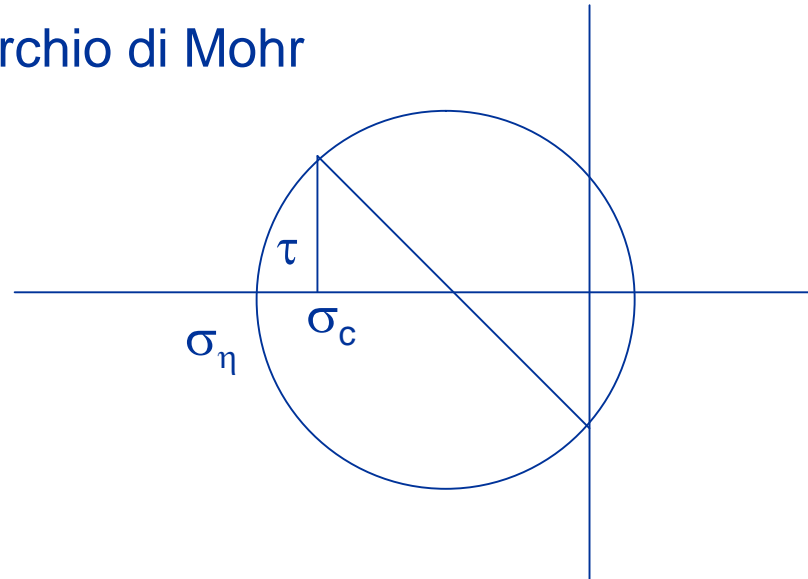
compressione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c$$

compressione



# Verifica del nodo

## compressione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c \quad \text{compressione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \eta f_c \sqrt{1 - \frac{\sigma_c}{\eta f_c}}$$

ovvero

NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$V_j \leq \eta f_c b h \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c}$$

$$\eta = \alpha_j \left(1 - \frac{f_c}{250}\right)$$

$$\alpha_j = 0.60$$

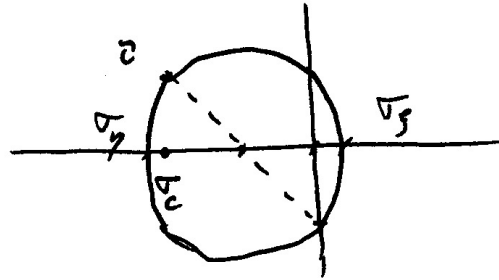
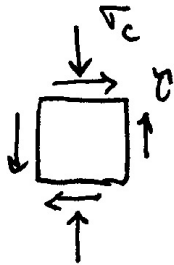
nodo interno

$$\alpha_j = 0.48$$

nodo esterno

# Nodo senza armature

vedi file Nodo.pdf



$$\tau_{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \frac{\sigma_c}{2}$$

compressione

$$\sigma_{\gamma} \leq \gamma f_c$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \frac{\sigma_c}{2} \leq \gamma f_c$$

$$\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2 \leq \left(\gamma f_c - \frac{\sigma_c}{2}\right)^2$$

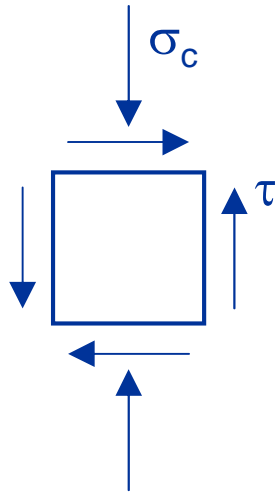
$$\cancel{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2} + \tau^2 \leq (\gamma f_c)^2 + \cancel{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2} - \gamma f_c \sigma_c$$

$$\tau^2 \leq (\gamma f_c)^2 \left(1 - \frac{\sigma_c}{\gamma f_c}\right)$$

$$\tau \leq \gamma f_c \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\gamma f_c}}$$

# Verifica del nodo

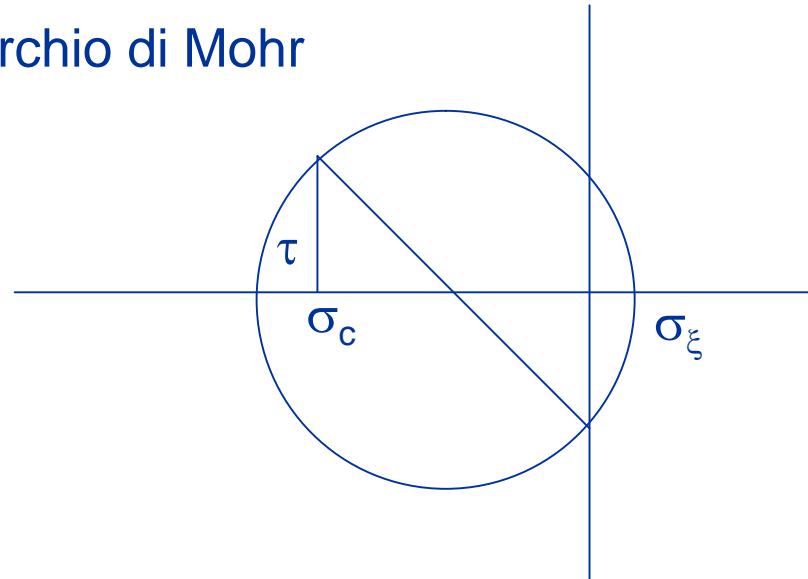
trazione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

# Verifica del nodo

trazione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

si può ottenere

$$\tau \leq f_{ct} \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{f_{ct}}}$$

ovvero

$$V_j \leq f_{ct} b h \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$

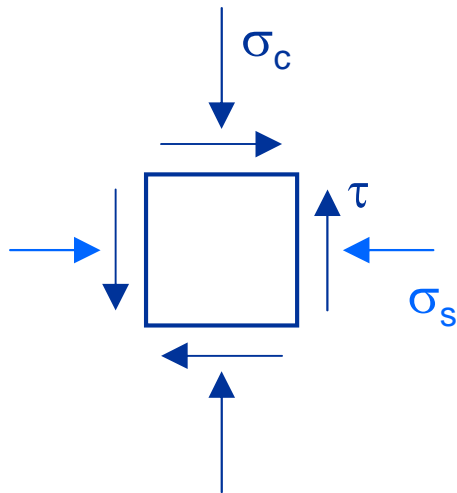
NTC 08

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c}$$

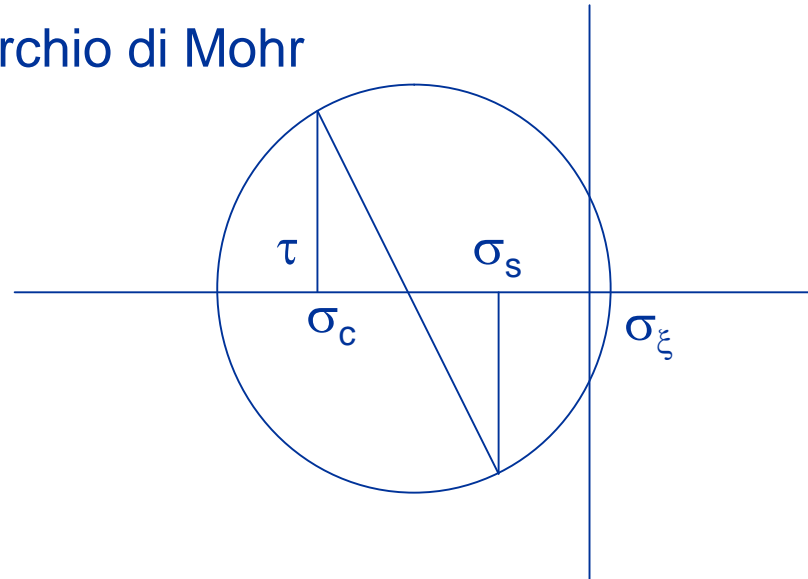
OPCM 3431

# Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali



Cerchio di Mohr



$$\sigma_c = \frac{N}{b h} \quad \sigma_s = \frac{A_s f_y}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

# Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali

$$\sigma_{\xi} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \sqrt{(f_{ct} + \sigma_c)(f_{ct} + \sigma_s)} \quad \text{per verifica}$$

$$\sigma_s \geq \frac{\tau^2}{f_{ct} + \sigma_c} - f_{ct} \quad \text{per progetto armatura}$$

ovvero

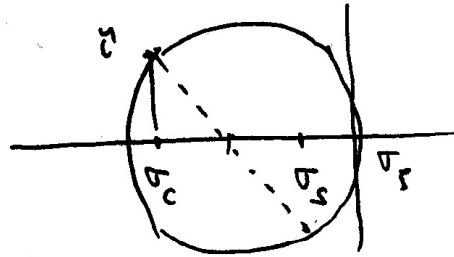
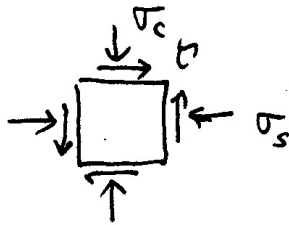
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$\frac{A_s f_y}{b h} \geq \frac{(V / b h)^2}{f_{ct} + v f_c} - f_{ct}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c}$$

# Nodo con armature

vedi file Nodo.pdf



$$D_s = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}$$

trazione

$$\sigma_s \leq f_{ctd}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \frac{\sigma_c + \sigma_s}{2} \leq f_{ctd}$$

$$\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2 \leq \left(f_{ctd} + \frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right)^2 = f_{ctd}^2 + \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right)^2 + f_{ctd}(\sigma_c + \sigma_s)$$

$$\cancel{\frac{\sigma_c^2}{4}} + \cancel{\frac{\sigma_s^2}{4}} - \frac{\sigma_c \sigma_s}{2} + \tau^2 \leq f_{ctd}^2 + \cancel{\frac{\sigma_c^2}{4}} + \cancel{\frac{\sigma_s^2}{4}} + \frac{\sigma_c \sigma_s}{2} + f_{ctd} \sigma_c + f_{ctd} \sigma_s$$

$$\tau^2 \leq (f_{ctd} + \sigma_c)(f_{ctd} + \sigma_s)$$

$$\sigma_s \geq \frac{\tau^2}{f_{ctd} + \sigma_c} - f_{ctd}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm <sup>2</sup> )	As fy (kN)		Vj (kN)
		dir x								
11	6	65.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	155.23	118.23
11	5	110.60	49.17	288.0	3.200	0.568	3.08	107.80	155.23	106.06
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.852	3.08	107.80	155.23	88.36
11	3	199.09	109.61	578.2	4.818	0.855	3.08	107.80	155.23	45.62
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.860	3.08	107.80	155.23	53.94
11	1	284.03	241.14	877.4	4.874	0.865	3.08	107.80	155.23	133.34

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×30

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y \quad \text{MIN} \quad F = 3.08 \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 107.80 \text{ kN}$$

$$\text{MAX} \quad F = 3.08 \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 155.23 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |66.87 - 155.23| = 88.36 \text{ kN}$$



# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm <sup>2</sup> )	As fy (kN)		Vj (kN)
		dir x								
11	6	65.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	155.23	118.23
11	5	110.60	49.17	288.0	3.200	0.568	3.08	107.80	155.23	106.06
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.852	3.08	107.80	155.23	88.36
11	3	199.09	109.61	578.2	4.818	0.855	3.08	107.80	155.23	45.62
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.860	3.08	107.80	155.23	53.94
11	1	284.03	241.14	877.4	4.874	0.865	3.08	107.80	155.23	133.34

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y \quad \text{MIN} \quad F = 3.08 \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 107.80 \text{ kN}$$

$$\text{MAX} \quad F = 3.08 \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 155.23 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |241.14 - 107.80| = 133.34 \text{ kN}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm <sup>2</sup> )	As fy (kN)		Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
		dir x											
11	6	65.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	155.23	118.23	314.77	113.08	no
11	5	110.60	49.17	288.0	3.200	0.568	3.08	107.80	155.23	106.06	244.54	142.79	ok
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.852	3.08	107.80	155.23	88.36	143.25	167.31	ok
11	3	199.09	109.61	578.2	4.818	0.855	3.08	107.80	155.23	45.62	206.06	223.43	ok
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.860	3.08	107.80	155.23	53.94	266.06	279.90	ok
11	1	284.03	241.14	877.4	4.874	0.865	3.08	107.80	155.23	133.34	323.15	336.73	ok

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

$$\sigma_c = \frac{N}{b h} = \frac{877.4}{30 \times 60} \times 10^1 = 4.87 \text{ MPa}$$

$$\eta = 0.48 \times \left( 1 - \frac{28}{250} \right) = 0.426$$

$$V_{jR,com} = \eta f_c b h_{jcx} \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}} =$$

$$= 0.426 \times 13.22 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 - \frac{4.87}{0.426 \times 13.22}} = 323.15 \text{ kN}$$

Foglio Excel Nodi

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm <sup>2</sup> )	As fy (kN)		Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
		dir x											
11	6	65.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	155.23	118.23	314.77	113.08	no
11	5	110.60	49.17	288.0	3.200	0.568	3.08	107.80	155.23	106.06	244.54	142.79	ok
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.852	3.08	107.80	155.23	88.36	143.25	167.31	ok
11	3	199.09	109.61	578.2	4.818	0.855	3.08	107.80	155.23	45.62	206.06	243.74	ok
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.860	3.08	107.80	155.23	53.94	266.06	320.62	ok
11	1	284.03	241.14	877.4	4.874	0.865	3.08	107.80	155.23	133.34	323.15	397.95	ok

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

$$f_{ct} = 0.3 \times \sqrt{13.22} = 1.09 \text{ MPa}$$

$$V_{jR,tra} = f_{ct} b h_{jc} \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}} =$$

$$= 1.09 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 + \frac{4.87}{1.09}} \times 10^{-1} = 397.9 \text{ kN}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	$N_q$	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm <sup>2</sup> )	As fy (kN)		Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
		dir x											
11	6	65.97	37.01	144.0	1.600	0.284	3.08	107.80	155.23	118.23	314.77	113.08	no
11	5	110.60	49.17	288.0	3.200	0.568	3.08	107.80	155.23	106.06	244.54	142.79	ok
11	4	133.99	66.87	432.0	4.800	0.852	3.08	107.80	155.23	88.36	143.25	167.31	ok
11	3	199.09	109.61	578.2	4.818	0.855	3.08	107.80	155.23	45.62	206.06	243.74	ok
11	2	242.24	161.74	726.7	4.845	0.860	3.08	107.80	155.23	53.94	266.06	320.62	ok
11	1	284.03	241.14	877.4	4.874	0.865	3.08	107.80	155.23	133.34	323.15	397.95	ok
		dir y											
17	6	90.14	28.46	50.5	0.561	0.100	3.08	107.80	155.23	126.78	352.96	88.60	no
17	5	127.02	35.98	132.5	1.472	0.261	3.08	107.80	155.23	119.25	319.71	110.36	no
17	4	155.92	43.11	214.5	2.383	0.423	3.08	107.80	155.23	112.12	282.57	128.49	ok
17	3	166.72	49.85	296.5	3.294	0.585	3.08	107.80	155.23	105.38	239.75	144.35	ok
17	2	164.68	56.18	378.5	4.206	0.746	3.08	107.80	155.23	99.05	187.38	158.64	ok
17	1	94.53	68.84	460.5	5.117	0.908	3.08	107.80	155.23	86.39	112.90	171.75	ok
		dir y											
1	6	91.30	29.92	66.1	0.734	0.130	3.08	107.80	155.23	125.31	346.88	93.13	no
1	5	130.40	38.74	163.7	1.819	0.323	3.08	107.80	155.23	116.49	306.11	117.59	ok
1	4	160.66	47.01	261.3	2.903	0.515	3.08	107.80	155.23	108.23	259.00	137.77	ok
1	3	174.05	54.70	358.9	3.988	0.708	3.08	107.80	155.23	100.53	201.15	155.35	ok
1	2	158.93	68.56	456.5	5.072	0.900	3.08	107.80	155.23	86.67	117.63	171.13	ok
1	1	198.72	107.48	556.4	4.637	0.823	3.08	107.80	155.23	47.75	227.81	239.96	ok

# Verifica dei nodi

## conclusione

Alcuni nodi non sono verificati per  $a_g=0.25 g$ ,  
ma di poco e solo ai piani alti (per N basso)

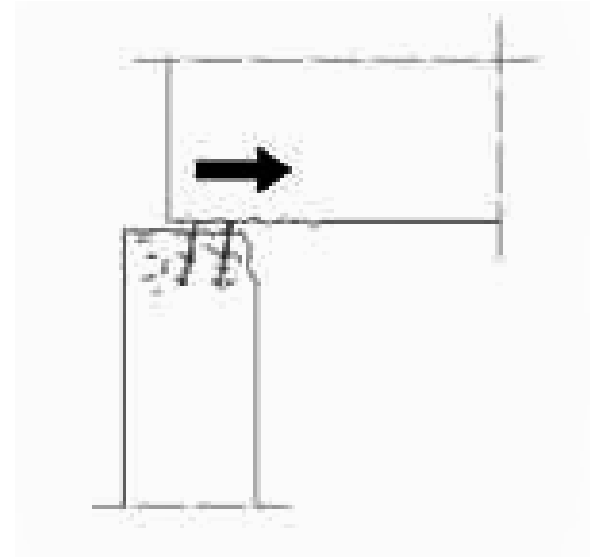
Il fatto che i nodi non stiano male probabilmente  
dipende dal fatto che:

- La resistenza a flessione dei pilastri non è molto alta  
(e questo limita il taglio nei pilastri)
- Anche la resistenza a flessione delle travi non è  
molto alta (e questo riduce la loro azione sui nodi)

Nota: si sarebbe dovuto tener conto anche della variazione di  
sforzo normale nei nodi

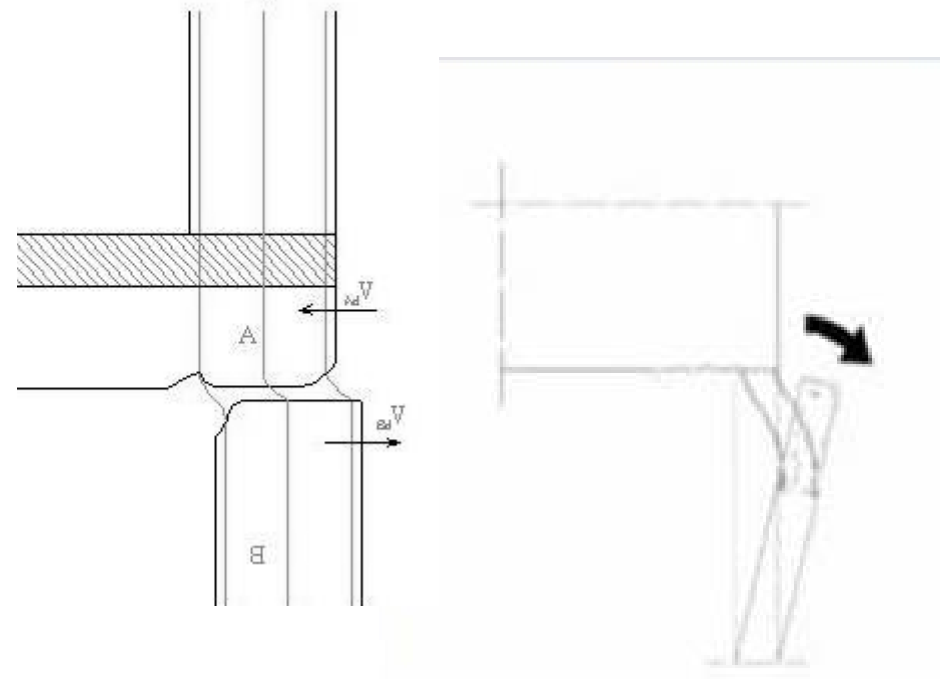
Scorrimento  
tra testa pilastro e nodo

# Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

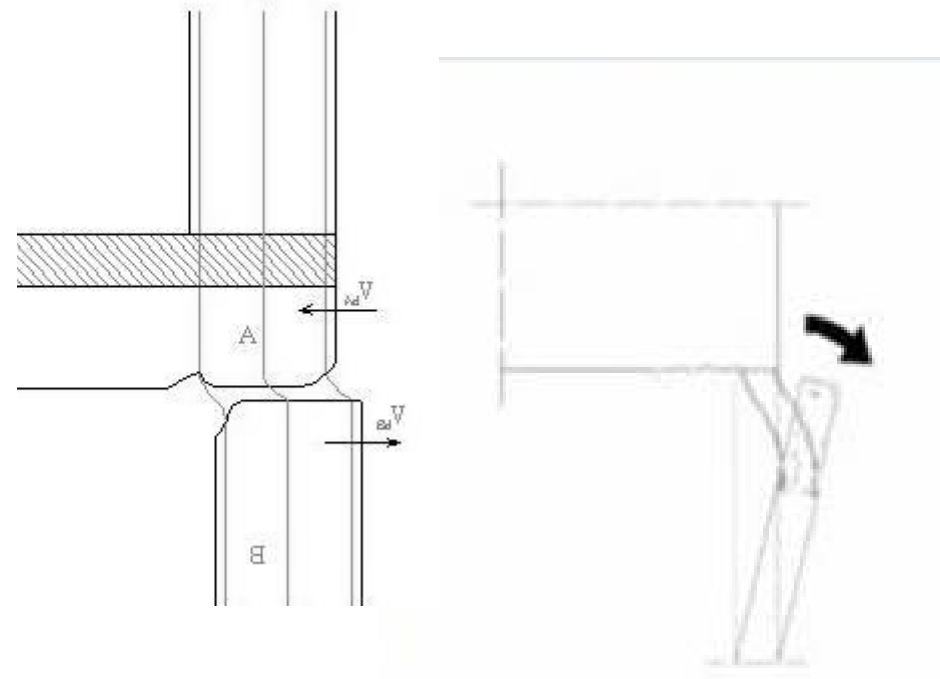
# Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto



# Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Verifica di scorrimento pilastro-nodo

- Non esistono molte indicazioni a riguardo
- Solo l'Eurocodice 8, parte 1 (punto 5.5.3.4.4) parla di verifica di scorrimento tra parete e impalcato; le formule proposte possono estendersi, con opportune modifiche, anche al caso in esame

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle barre verticali

Resistenza di eventuali barre inclinate

Resistenza per attrito

# Verifica di scorrimento pilastro-nodo

$$V_{dd} = \min \begin{cases} 1,3 \times \sum A_{sj} \times \sqrt{f_{cd} \times f_{yd}} \\ 0,25 \times f_{yd} \times \sum A_{sj} \end{cases}$$

$$V_{fd} = \min \begin{cases} \mu_f \times [(\sum A_{sj} \times f_{yd} + N_{Ed}) \times \xi + M_{Ed}/z] \\ 0,5 \eta \times f_{cd} \times \xi \times l_w \times b_{wo} \end{cases}$$

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle  
barre verticali

Resistenza di eventuali  
barre inclinate

Resistenza  
per attrito

# Esempio

## verifica scorrimento

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	Vdd 1	Vdd 2	$\xi$	Vfd 1	Vfd 2	VRdS	
		dir x									
11	6	65.97	37.01	144.0							
11	5	110.60	49.17	288.0							
11	4	133.99	66.87	432.0							
11	3	199.09	109.61	578.2							
11	2	242.24	161.74	726.7							
11	1	284.03	241.14	877.4							
		dir y									
17	6	90.14	28.46	50.5	37.31	34.42	1.57	91.29	16.61	51.03	ok
17	5	127.02	35.98	132.5	37.31	34.42	4.12	130.23	43.58	78.00	ok
17	4	155.92	43.11	214.5	37.31	34.42	6.68	176.36	70.55	104.97	ok
17	3	166.72	49.85	296.5	37.31	34.42	9.23	229.68	97.52	131.94	ok
17	2	164.68	56.18	378.5	37.31	34.42	11.78	290.16	124.48	158.91	ok
17	1	94.53	68.84	460.5	50.78	46.85	14.33	392.23	151.45	198.30	ok
		dir y									
1	6	91.30	29.92	66.1							
1	5	130.40	38.74	163.7							
1	4	160.66	47.01	261.3							
1	3	174.05	54.70	358.9							
1	2	158.93	68.56	456.5							
1	1	198.72	107.48	556.4							

Nota: N (e quindi  $V_{fd}$ ) si può ridurre anche di molto per effetto del sisma