

## **STATI LIMITE D' ESERCIZIO**

**DANIELE FERRETTI**  
**Dipartimento di Ingegneria Civile e Architettura**  
**Università di Parma**

**[daniele.ferretti@unipr.it](mailto:daniele.ferretti@unipr.it)**

## STATI LIMITE D'ESERCIZIO : DEFINIZIONE

EN 1990:2002 (E) *Eurocodice*

### 3.3 Ultimate limit states (ULS)

(1)P The limit states that concern :

- the safety of people, and/or
  - the safety of the structure
- shall be classified as ultimate limit states.

### 3.4 Serviceability limit states (SLS)

(1)P The limit states that concern :

- the functioning of the structure or structural members under normal use ;
  - the comfort of people ;
  - the appearance of the construction works,
- shall be classified as serviceability limit states.

*Le verifiche SLS devono riguardare i seguenti aspetti:*

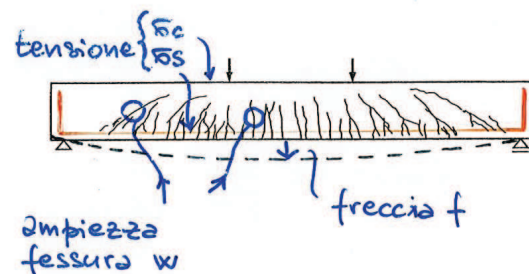
- a) deformations that affect
- the appearance,
  - the comfort of users, or
  - the functioning of the structure (including the functioning of machines or services),
- or that cause damage to finishes or non-structural members ;
- b) vibrations
- that cause discomfort to people, or
  - that limit the functional effectiveness of the structure ;
- c) damage that is likely to adversely affect
- the appearance,
  - the durability, or
  - the functioning of the structure.

## STATI LIMITE D'ESERCIZIO

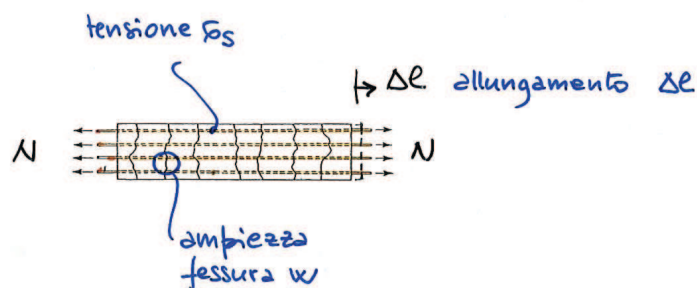


## STATI LIMITE D'ESERCIZIO : PRINCIPALI VERIFICHE

### FLESSIONE



### TRAZIONE



COMBINAZIONI

- caratteristiche
- frequenti
- quasi permanenti

## STATI LIMITE D'ESERCIZIO : COMBINAZIONI AZIONI

- Combinazioni caratteristiche (rare)

$$G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} Q_{k2} + \dots$$

frattile 98%  
distribuzione  
massima

AZIONE  
AUMENTA

- Combinazioni frequenti

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{11} Q_{k1} + \psi_{22} Q_{k2} + \psi_{23} Q_{k3} + \dots$$

frattile 95%  
distribuzione  
valori  
istantanei

- Combinazioni quasi permanenti

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{21} Q_{k1} + \psi_{22} Q_{k2} + \dots$$

media  
istantanei

COMBINAZIONE

- RARA
- FREQUENTE
- QUASI PERMANENTE

effetti irreversibili

effetti reversibili

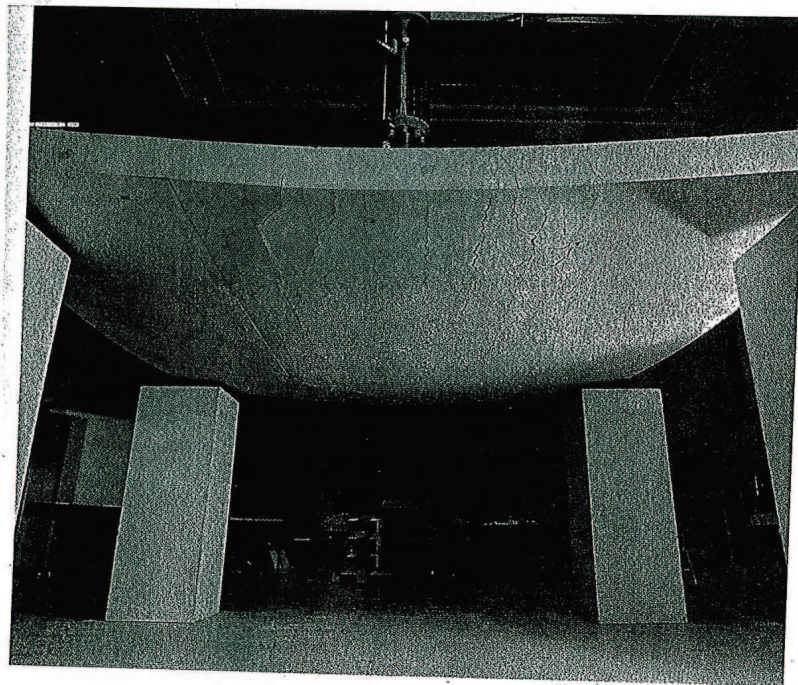
effetti lungo  
termine

La scelta della combinazione dipende dal tipo di verifica ma anche dal tipo di struttura (deformab. soloio ≠ deformabilità ripetitore TV).

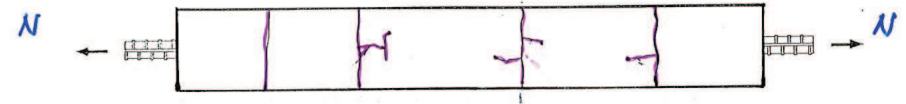
Tab. 2.5.1 - Valori dei coefficienti di combinazione

Categoria/Azione variabile	$\psi_{0j}$	$\psi_{1j}$	$\psi_{2j}$
Categoria A - Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B - Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C - Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D - Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E - Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F - Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G - Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H - Coperture	0,0	0,0	0,0
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

## LIMITAZIONE DEFORMABILITA'



## DEFORMABILITA' DI ELEMENTI TESI IN CA

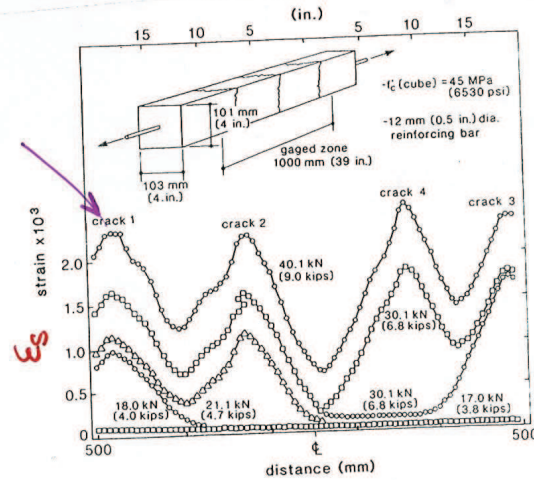


- Evidenze sperimentali
- Un modello "generale"
- Tension-stiffening
- Incertezza del quadro fessurativo
- Ampiezza di fessura

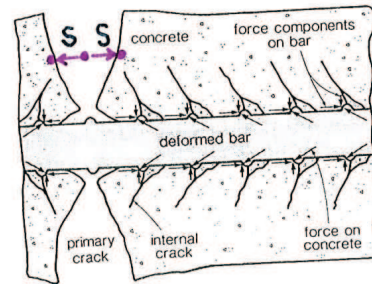


## COMPORTAMENTO SPERIMENTALE DI UN ELEMENTO TESO

Nella sezione fessurata si ha stadio 2

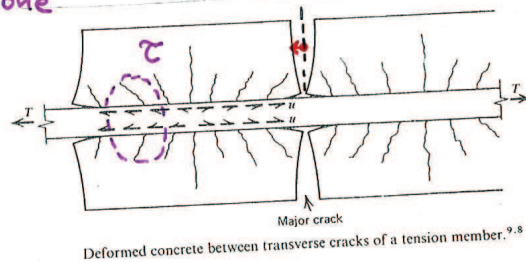


Variation of steel strain along the length of a tension specimen tested by Scott and Gill (Ref. 4-5).



Formation of internal cracks. Adapted from Goto (Ref. 4-4).

Le tensioni d'aderenza  $\tau$  sono responsabili della variazione di tensione della barra



Deformed concrete between transverse cracks of a tension member.<sup>9,8</sup>

Sebbene  $N$  sia costante le deformazioni  $E_s$  della barra d'armatura variano

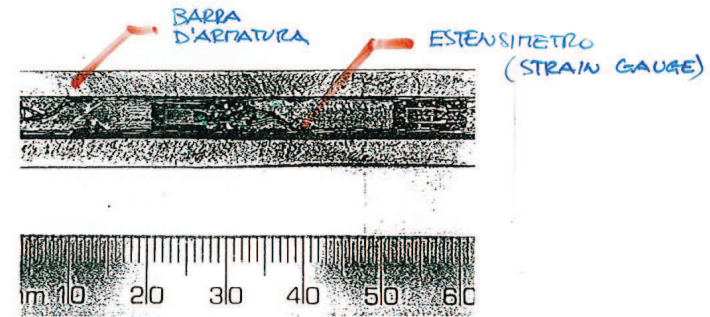


Fig 1. Strain gauges and wiring

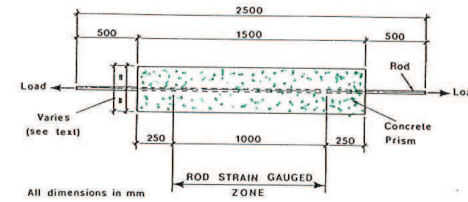


Fig 2. Layout of test specimens

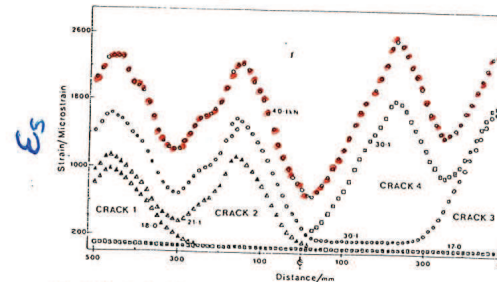


Fig 3. Strain distributions for specimen 100T12

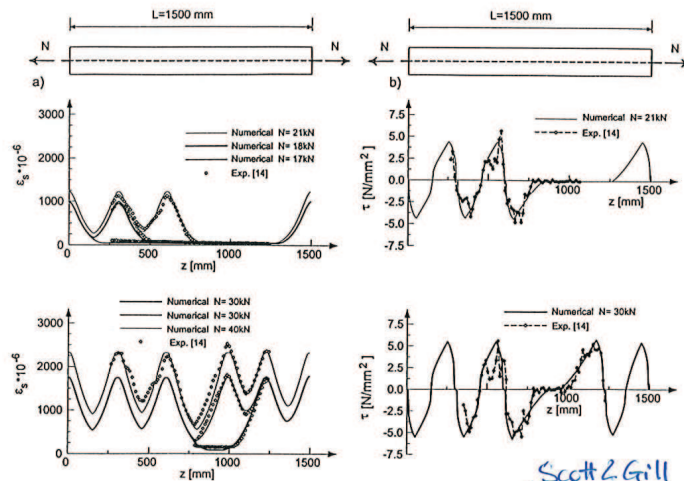
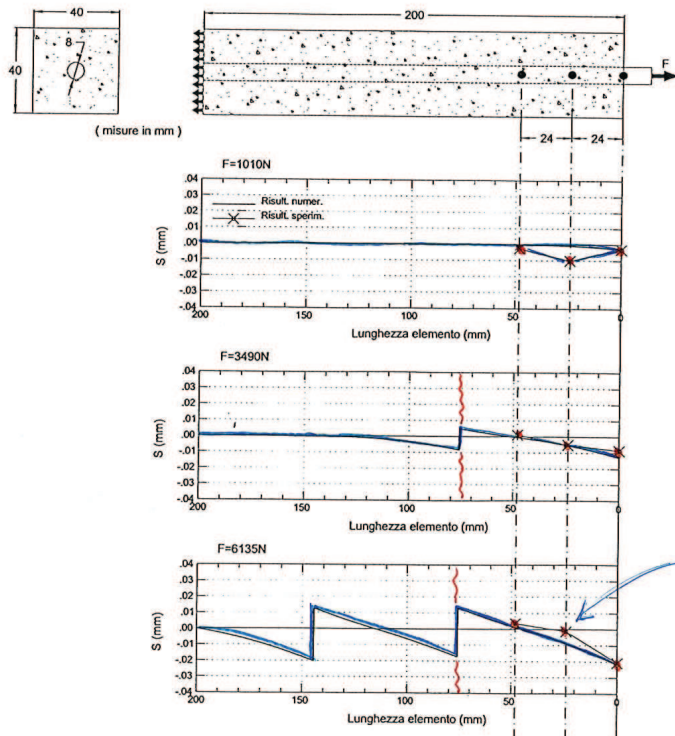


Fig. 7. Comparison between numerical outcomes and experimental data [14] when many cracks occur: a) steel strains; b) bond stresses.

Scott Z. Gill The Structural Engineer (1987)

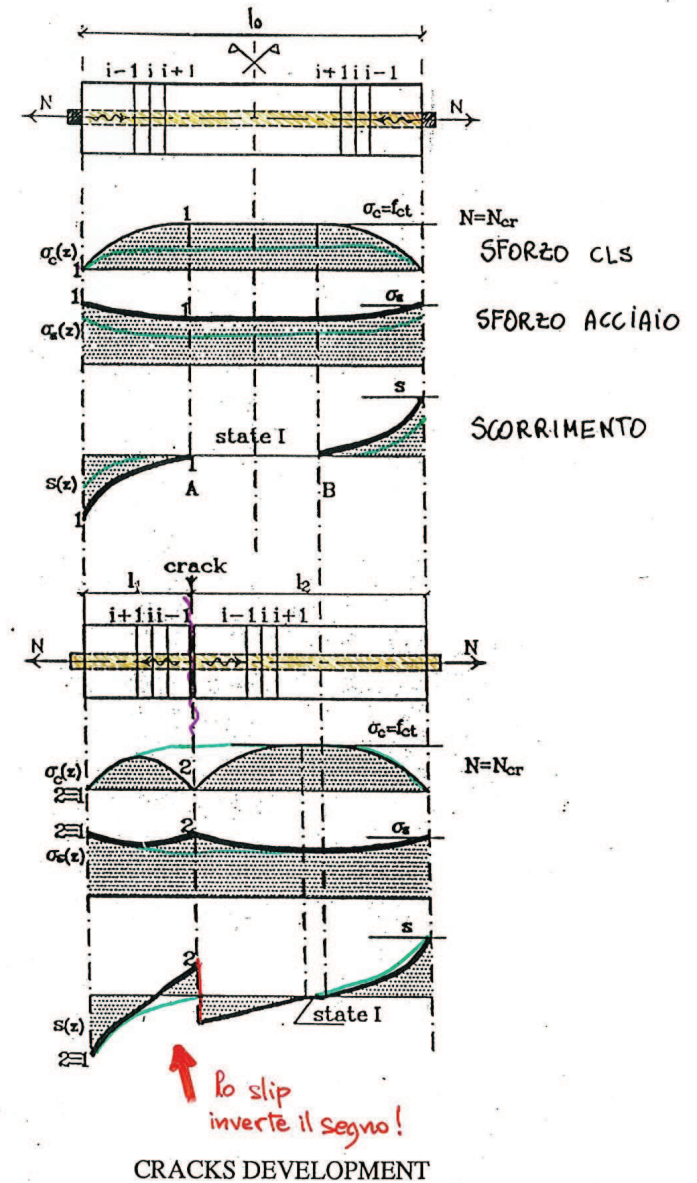


Bellelli et al. (1998)

Figura 9: Andamenti degli scorrimenti s lungo il provino al crescere della forza F applicata.

Bellelli et al. (1998) CTE

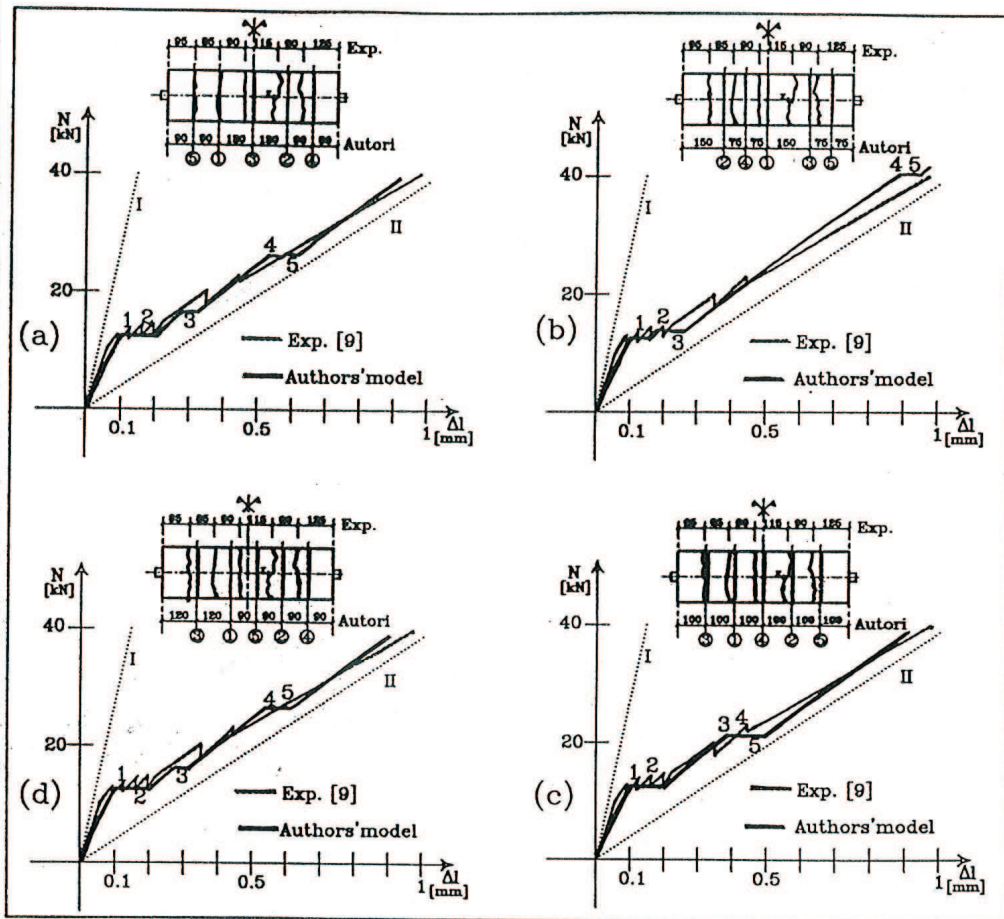
situazione precedente



CRACKS DEVELOPMENT



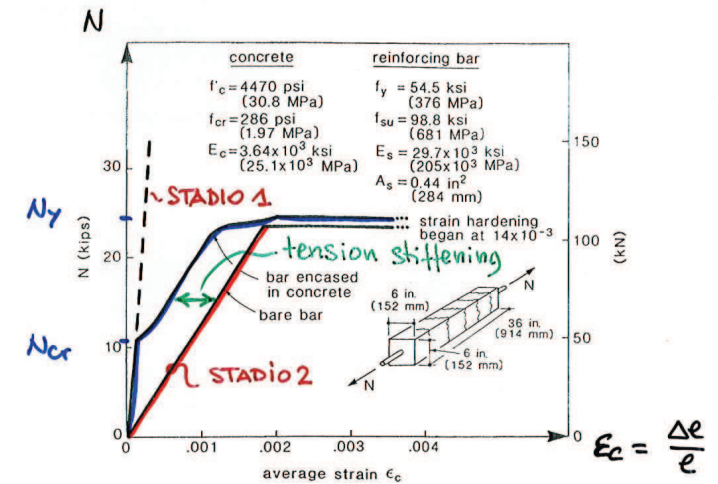
## ALTEAZIONE' QUADRO FESSURATIVO



- RISULTANZE SPERIMENTALI ED ELABORAZIONE NUMERICA

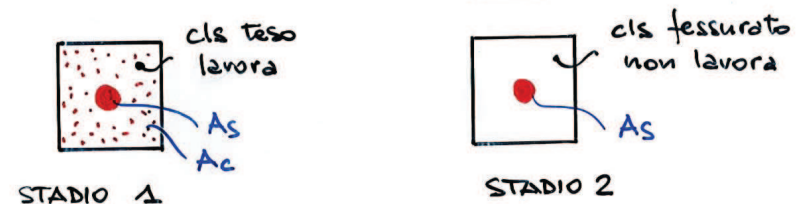
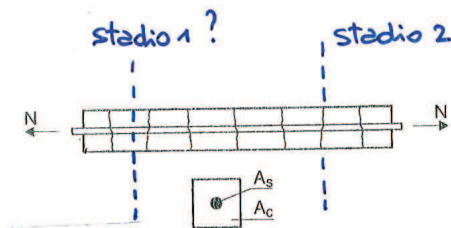
- 4 POSSIBILI ED EQUIPOTENZIALI QUADRI FESSURATIVI

## COMPORTAMENTO ELEMENTO TESO IN CA

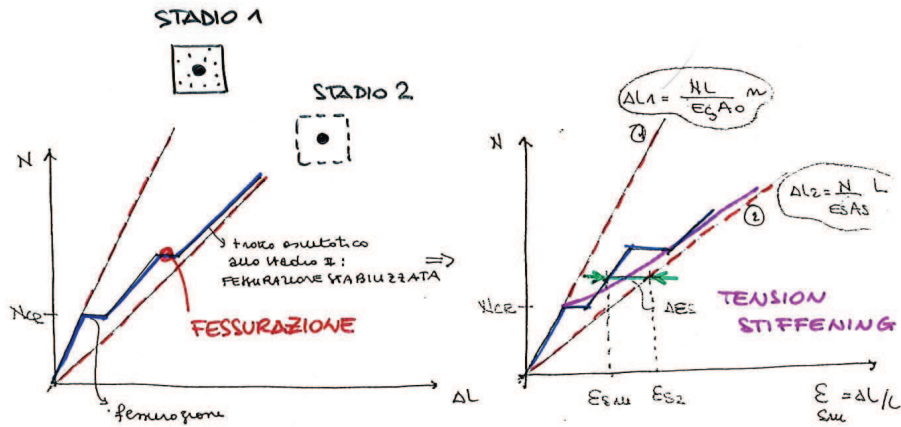
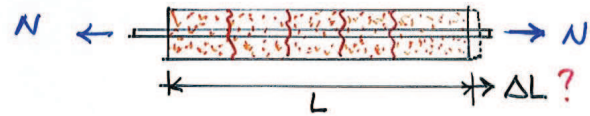


Observed response of bar encased in concrete.

$$\epsilon = \begin{cases} \frac{N}{E_c (A_c + \frac{E_s}{E_c} A_s)} & \text{STADIO 1} \\ \frac{N}{E_s A_s} & \text{STADIO 2} \end{cases}$$

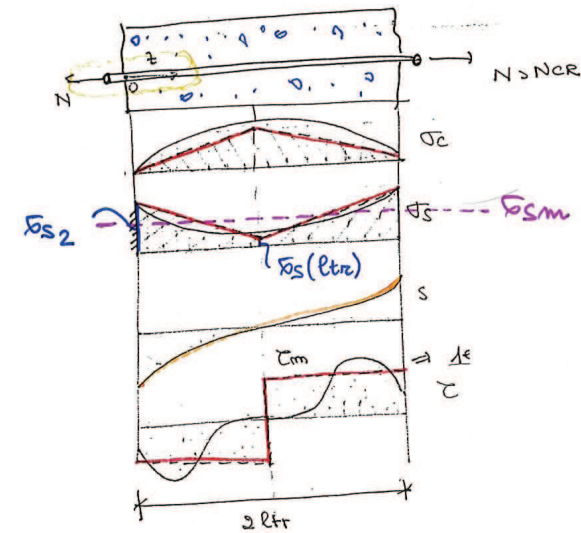


## COMPORTAMENTO ELEMENTO TESO: DEFORMABILITA'



$$\Delta E_s = \text{TENSION STIFFENING}$$

## ELEMENTO TESO: TENSION STIFFENING



$$\bar{\sigma}_s \leftarrow \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \rightarrow \bar{\sigma}_s(z) = \bar{\sigma}_s - \frac{p_s}{A_s} z_m z$$

$0 \xrightarrow{z_m} z$

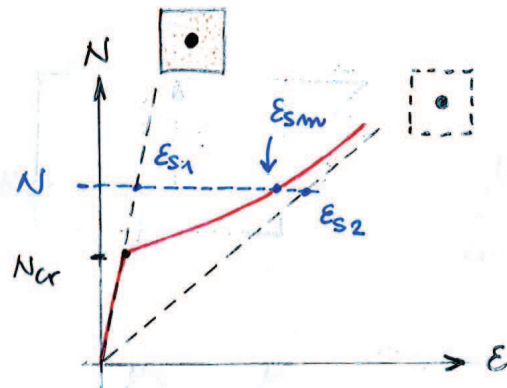
$$\bar{\sigma}_{smedia} = \bar{\sigma}_{sm} = \frac{\bar{\sigma}_s + \bar{\sigma}_s(l_{tr})}{2} = \frac{\int_0^{l_{tr}} \bar{\sigma}_s(z) dz}{l_{tr}}$$

$$E_{sm} = \frac{\bar{\sigma}_{sm}}{E_s} = E_{s2} - \left( \frac{z_m p_s l_{tr}}{2 A_s E_s} \right) \Delta E_s$$

$\Delta E_s = \text{TENSION STIFFENING} = \text{CONTRIBUTO}$   
 IRRIGIDENTE DEL CALCESTRUZZO TESO  
 COMPRESO TRA DUE FESSURE CONSECUTIVE



## ELEMENTI TESI: DEFORMABILITA' SECONDO EC2



$$\varepsilon_{s1} = \frac{N}{E_s A_{sm}}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{N}{A_s E_s}$$

$$\varepsilon_{sm} = \zeta \varepsilon_{s2} + (1 - \zeta) \varepsilon_{s1}$$

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 = 1 - \beta \left( \frac{N_{cr}}{N} \right)^2$$

0.5 carichi permanenti o ciclici  
1.0 carichi di breve durata

La Circolare usa la stessa espressione

$$\zeta = 1 - c \left( \frac{N_f}{N} \right)^2$$

ma cambia il nome ai parametri

## DEFINIZIONE DI CURVATURA NEGLI ELEMENTI INFLESSI IN CONGLOMERATO: CURVATURA "MEDIA" E "LOCALE"

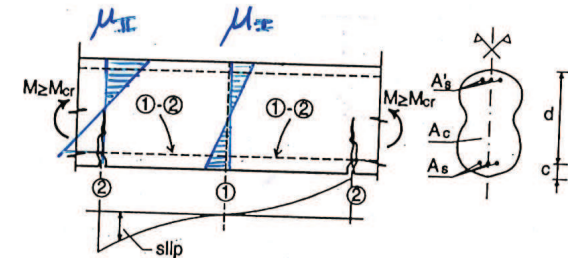
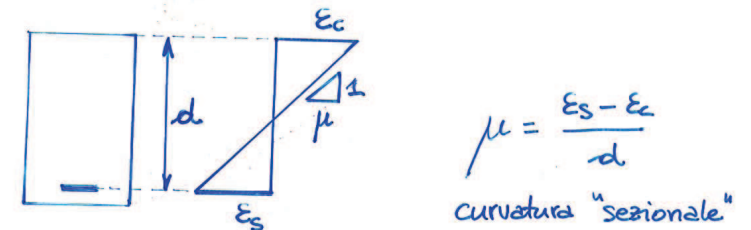


FIG. 1. Flexural Cracking in RC Beams

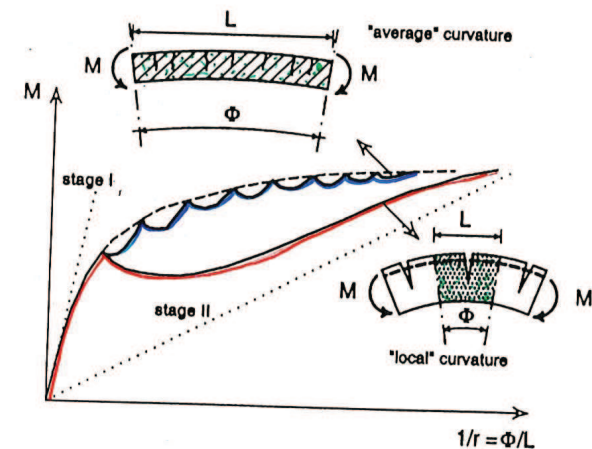
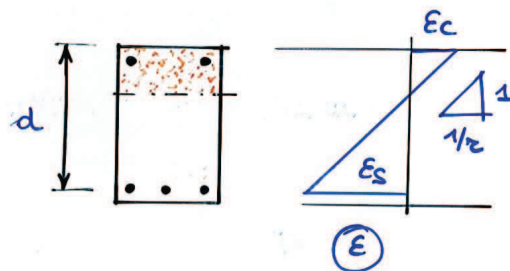


FIG. 2. Definition of Local and Average Moment-Curvature Relationship (Gelfi and Gluriani 1982)

## CURVATURA ELEMENTI INFLESSI SECONDO EC2



$$1/\epsilon = \frac{\epsilon_s - \epsilon_c}{d}$$

$$1/\epsilon_m = \frac{\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}}{d}$$

Posto

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} \xi + \epsilon_{s1} (1 - \xi)$$

$$\epsilon_{cm} = \epsilon_{c2} \xi + \epsilon_{c1} (1 - \xi)$$

come nell'  
elemento  
teso

Si ottiene

$$1/\epsilon_m = \underbrace{\frac{\epsilon_{s2} - \epsilon_{c2}}{d}}_{1/\epsilon_2} \xi + \underbrace{\frac{\epsilon_{s1} - \epsilon_{c1}}{d}}_{1/\epsilon_1} (1 - \xi)$$

$$1/\epsilon_m = 1/\epsilon_2 \xi + 1/\epsilon_1 (1 - \xi)$$

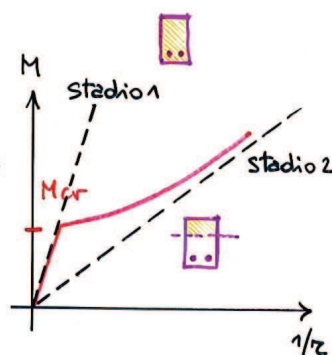
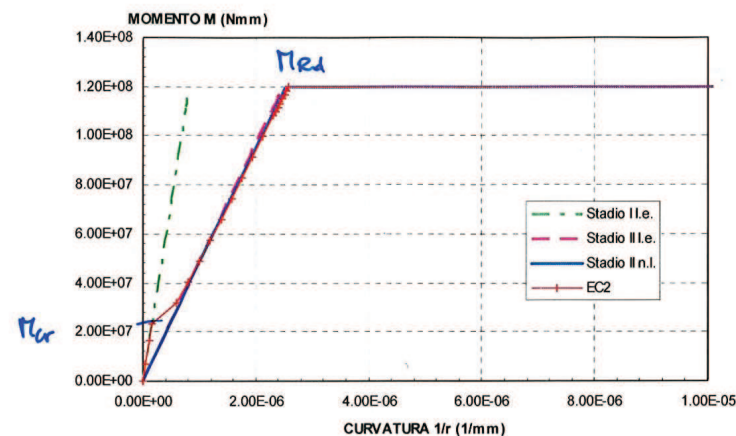


DIAGRAMMA  
MOMENTO - CURVATURA

## IMPORTANZA DEL TENSION-STIFFENING

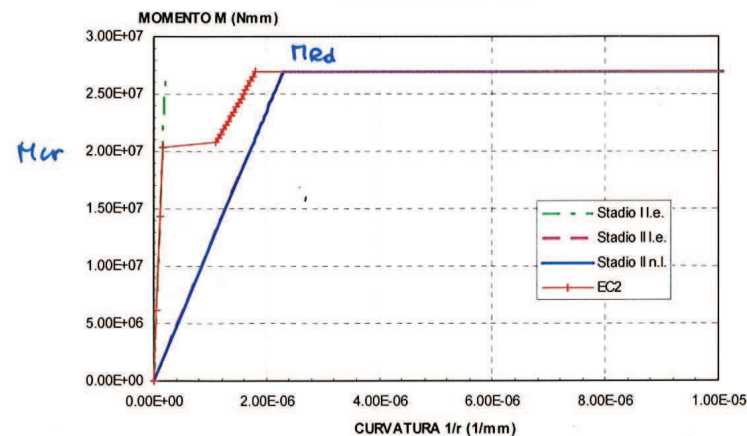
### • SEZIONE MOLTO ARMATA

DIAGRAMMA M-1/r N = 0 N



### • SEZIONE POCO ARMATA

DIAGRAMMA M-1/r N = 0 N



## LIMITAZIONE DELLE DEFORMAZIONI : ALCUNI ESEMPI



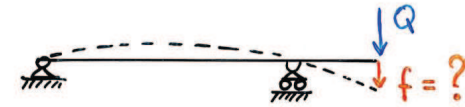
Verifica di una mensola in c.a. sovrastante una vetrata.

$$f = ?$$



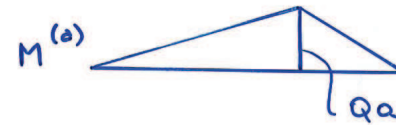
Collaudo di un ponte ferroviario

## STATO LIMITE DI DEFORMABILITA' : CALCOLO $f$

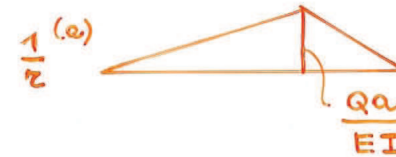
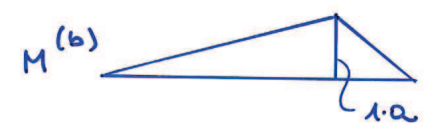
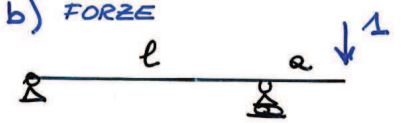


CALCOLO  $f$  MEDIANTE IL TEOREMA DEI LAVORI VIRTUALI

a) DEFORMAZIONI



b) FORZE



$$L_e = L_i$$

$$1^{(b)} f^{(a)} = \int_{trave} \underbrace{M^{(b)}}_{\text{momento}} \underbrace{\frac{1}{2} (a)}_{\text{curvatura}} de \rightarrow f$$

Conviene approssimare l'integrale con una sommatoria



## STATO LIMITE DEFORMABILITA': CALCOLO $f$



$$1. f^{(a)} = \int_{trave} M^{(b)} \frac{1}{2}^{(a)} dl \approx$$

$$\approx \sum_{i=1}^n M_i^{(b)} \left[ \frac{1}{2}^{(a)} \Delta l \right] \frac{M_i^{(a)}}{EI}$$

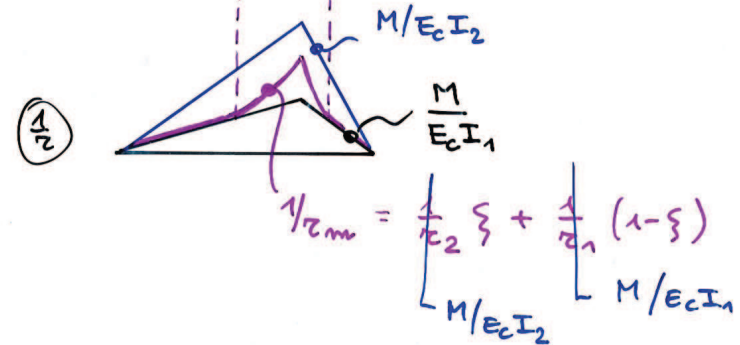
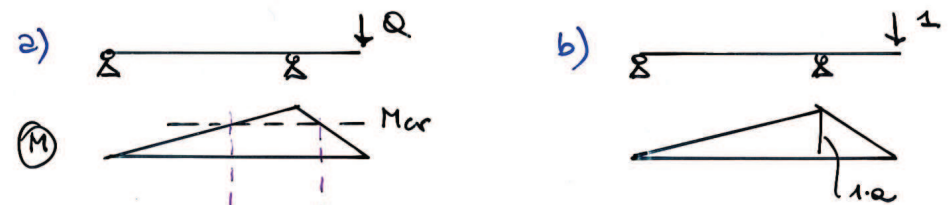
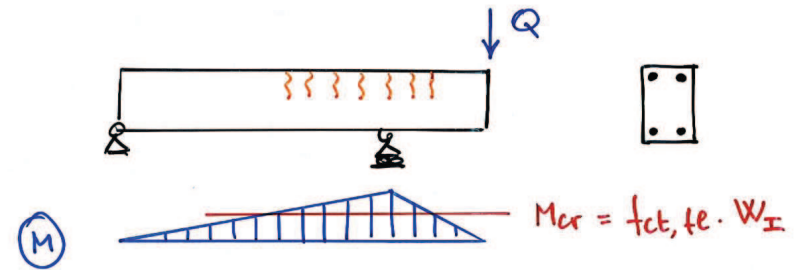
APPROSSIMO  
L'INTEGRALE  
CON UNA  
SOMMATORIA

$i$	$x_i$	$\Delta l$	$M_i^{(a)}$	$M_i^{(b)}$	$\frac{M_i^{(a)}}{EI}$
1	0	50	...	...	...
2	50	50	...	...	...
3	100	50	...	...	...
4	150	...	...	...	...
5	200	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
$n$	250	...	...	...	...

USO FOGLIO  
ELETTRONICO

$$f = \sum M_i^{(b)} \frac{M_i^{(a)}}{EI} \Delta l$$

## CALCOLO FRECCIA TRAVE IN C.A.



$$1. f^{(a)} = \int_{trave} M(x) \frac{1}{2}^{(a)} dx$$

NELLE ZONE FESSURATE UTILIZZO  $1/I_m$

NELLE ZONE NON FESSURATE UTILIZZO  $1/I_1$



# CALCOLO FRECCIA MEDIANTE FOGLIO ELETTRONICO



i	$x_i$	$\Delta x$	$M_i^{(a)}$	$M_{cr}$	$M_i^{(b)}$	$\xi$	$\frac{1}{r_1}$	$\frac{1}{r_2}$	$\frac{1}{r_m}$	$M^{(b)} \frac{1}{r_m} \Delta x$
1	0	50								
2	50	50								
3	100	50								
4	150	...								
5	200	...								
...	...	...								
m	...	...								

$$f = \sum M_i^{(b)} \frac{1}{r_{mi}} \Delta x$$

$$\xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2$$

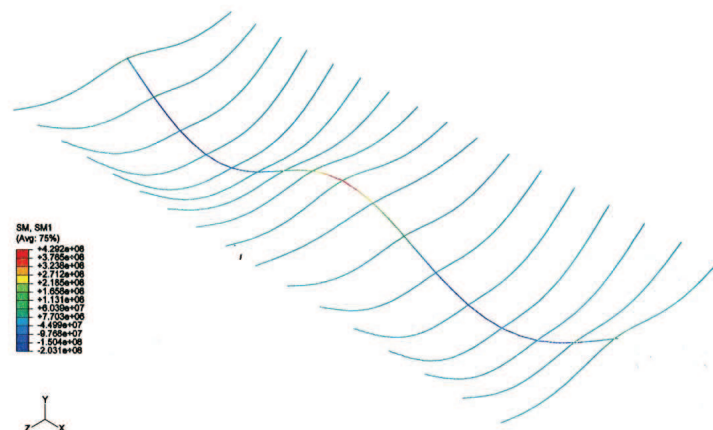
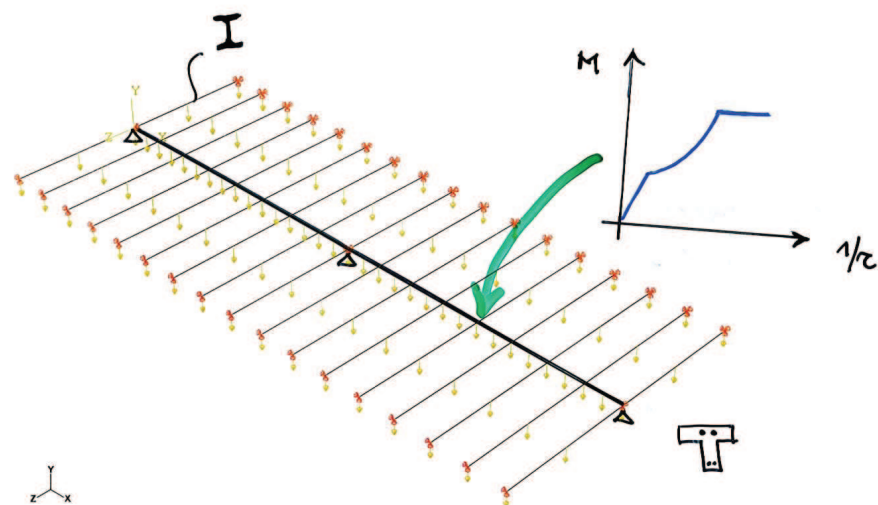
$$1/r_1 = M / E_c I_1$$

$$1/r_2 = M / E_c I_2$$

NB  $\xi = 0$  se  $M < M_{cr}$  con  $M_{cr} = f_{ct} I_e / W_I$

# CALCOLO FRECCIA STRUTTURE IPERSTATICHE

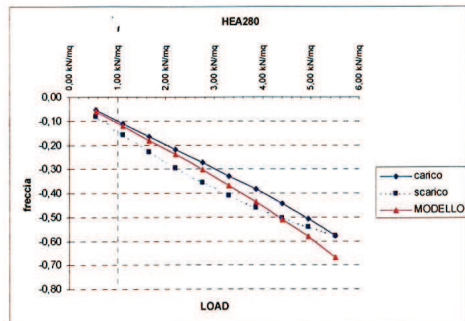
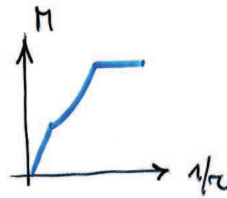
## ANALISI NON LINEARE AGLI ELEMENTI FINITI



## CALCOLO FRECCIA STRUTTURE IPERSTATICHE

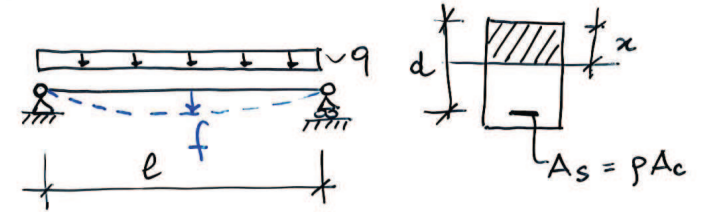


Esempio di collaudo



Confronto fra il test ed il modello

## LIMITAZIONE DEL RAPPORTO $e/d$



$$f \approx f_{II} = c \frac{q l^4}{E_c I_2} \quad (\text{se trascuro il tens.-stiff.})$$

$$M_{max} = \frac{q l^2}{8} \rightarrow q = \frac{8 M_{max}}{l^2}$$

$$\sigma_s = m \frac{M_{max}}{I_2} \cdot (d-x) \rightarrow \pi_{max} = \frac{\sigma_s I_2}{m (d-x)}$$

$$f \approx c \frac{\sigma_s}{E_s} \frac{1}{1-\frac{x}{d}} \frac{l^2}{d}$$

$$\frac{f}{l} \approx c \frac{\sigma_s}{E_s} \frac{1}{1-\frac{x}{d}} \frac{l}{d} \rightsquigarrow \text{fisso } f/l \text{ e ricavo } l/d$$

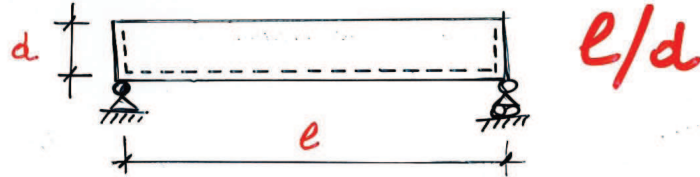
$$\frac{l}{d} = \frac{f}{l} \frac{1-\frac{x}{d}}{c} \frac{E_s}{\sigma_s} \quad \text{con } \frac{x}{d} = m_p \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2}{m_p}}\right)$$

$$\frac{l}{d} = \frac{\frac{f}{l}}{c} \frac{1 - m_p \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2}{m_p}}\right)}{\sigma_s} \frac{E_s}{\sigma_s}$$

$$\frac{f/l}{\sigma_s / E_s}$$

## STATO LIMITE DI DEFORMABILITA' EC2

La verifica è soddisfatta (ometto calcolo) se  $l/d$  rispetta determinati limiti



$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad \text{se } \rho \leq \rho_0 \quad (7.16.a)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{se } \rho > \rho_0 \quad (7.16.b)$$

dove:

$l/d$  è il limite luce/altezza utile;

$K$  è il fattore che tiene conto dei diversi sistemi strutturali;

$\rho_0$  è il rapporto di armatura di riferimento  $= \sqrt{f_{ck}} 10^{-3}$ ;

$\rho$  è il rapporto di armatura tesa richiesta in mezzeria per resistere al momento indotto dai carichi di progetto (all'incastro per mensole);

$\rho'$  è il rapporto di armatura compressa richiesta in mezzeria per resistere al momento indotto dai carichi di progetto (all'incastro per mensole);

$f_{ck}$  è in Megapascal.

prospetto 7.4N Valori base dei rapporti luce/altezza utili per elementi di calcestruzzo armato senza compressione assiale

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato $\rho = 1,5\%$	Calcestruzzo poco sollecitato $\rho = 0,5\%$
Travi semplicemente appoggiate, piastre semplicemente appoggiate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campata terminale di travi continue o piastre continue monodirezionali o piastre bidirezionali continue su un lato lungo	1,3	18	26
Campata intermedia di travi o di piastre mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre sorrette da pilastri senza travi (piastre non nervate) (in base alla luce maggiore)	1,2	17	24
Mensole	0,4	6	8

Nota 1 I valori dati sono stati scelti in genere in via prudenziale e il calcolo può dimostrare frequentemente che si possono realizzare elementi più sottili.  
 Nota 2 Per piastre bidirezionali si raccomanda che la verifica sia effettuata con riferimento alla luce minore; per piastre non nervate si raccomanda di considerare la luce maggiore.  
 Nota 3 I limiti dati per piastre prive di nervature corrispondono a una limitazione meno severa di quella che impone una freccia in mezzeria minore di  $\frac{1}{250}$  della luce, relativamente agli appoggi sui pilastri. L'esperienza ha dimostrato che ciò è comunque soddisfacente.

## STATO LIMITE DEFORMABILITA' CIRCOLARE

Per travi e solai con luci non superiori a 10 m è possibile omettere la verifica delle inflessioni come sopra riportata, ritenendola implicitamente soddisfatta, se il rapporto di snellezza  $\lambda = l/h$  tra luce e altezza rispetta la limitazione

$$\frac{l}{h} = \lambda \leq K \left[ 11 + \frac{0,0015 \cdot f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \cdot \left[ \frac{500 A_{s,eff.}}{f_{yk} A_{s,calc.}} \right] \quad (C4.1.13)$$

dove  $f_{ck}$  è la resistenza caratteristica a compressione del cls in MPa,  $\rho$  e  $\rho'$  sono i rapporti d'armatura tesa e compressa, rispettivamente,  $A_{s,eff.}$  ed  $A_{s,calc.}$  sono, rispettivamente, l'armatura tesa effettivamente presente nella sezione più sollecitata e l'armatura di calcolo nella stessa sezione,  $f_{yk}$  è la tensione di snervamento caratteristica dell'armatura (in MPa) e  $K$  è un coefficiente correttivo, che dipende dallo schema strutturale.

I valori da attribuire a  $K$  sono riportati in Tab. C4.1.1, insieme con i valori limite di  $\lambda$ .

calcolati assumendo  $f_{ck} = 30$  MPa e  $\left[ \frac{500 A_{s,eff.}}{f_{yk} A_{s,calc.}} \right] = 1$ , nel caso di calcestruzzo molto

sollecitato ( $\rho = 1,5\%$ ) o poco sollecitato ( $\rho = 0,5\%$ ).

Tab. C4.1.1 - Valori di  $K$  e snellezze limite per elementi inflessi in c.a. in assenza di compressione assiale

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato $\rho = 1,5\%$	Calcestruzzo poco sollecitato $\rho = 0,5\%$
Travi semplicemente appoggiate, piastre incernierate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campate terminali di travi continue o piastre continue monodirezionali o bidirezionali continue sul lato maggiore	1,3	18	26
Campate intermedie di travi o piastre continue mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre non nervate sostenute da pilastri (snellezza relativa alla luce maggiore)	1,2	17	24
Mensole	0,4	6	8

Come  
tabella  
EC2

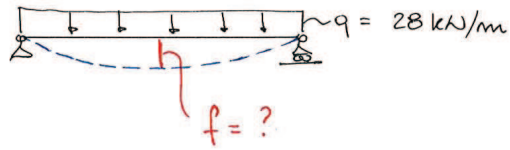
Per sezioni a T aventi larghezza dell'ala maggiore di tre volte lo spessore dell'anima, i valori dati dalla [C4.1.13] devono essere ridotti del 20%.

Per travi e piastre nervate caricate da tramezzi che possano subire danni a causa di inflessioni eccessive, i valori dati dalla [C4.1.13] devono essere moltiplicati per il rapporto  $7/l$  essendo  $l$  la luce di calcolo in m.

Per piastre non nervate la cui luce maggiore  $l$  ecceda 8,5 m, caricate da tramezzi che possano subire danni a causa di inflessioni eccessive, i valori dati dalla [C4.1.13] devono essere moltiplicati per il rapporto  $8,5/l$ , con  $l$  in m.



## ESERCIZIO LIMITAZIONE DEFORMABILITA'



Calcolare la freccia nella combinazione quasi permanente per l'esercizio precedente.

— Limitazione freccia a lungo termine (Circolare)

$$f_{max} = \frac{L}{250} = \frac{5300 \text{ mm}}{250} = 21,2 \text{ mm}$$

— Limitazione freccia a lungo termine per pareti divisorie (Circolare)

$$f_{max}^* = \frac{L}{S_{ao}}$$

depurata della freccia presente prima costruzione delle pareti

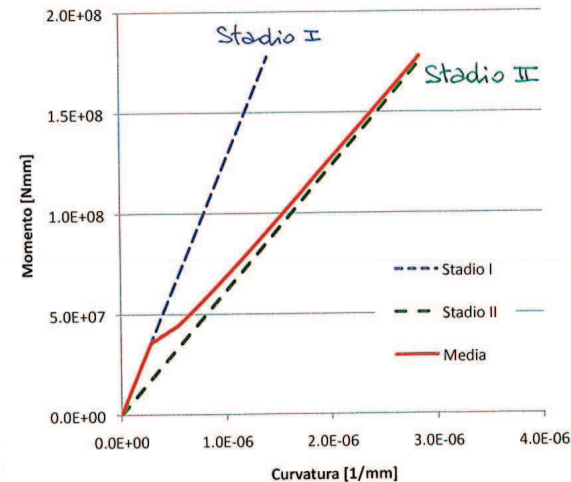
Il valore di  $f_{max}$  dipende dal tipo di costruzione: es parete gsbeton  $\neq$  cartongesso, vetrata  $\neq$  parete muratura.

## 1. CALCOLO "RIGOROSO"

### CALCOLO FRECCIA TRAVE APPOGGIATA

$I_1 =$	4.02E+09 momento inerzia stadio 1 (mm <sup>4</sup> )
$I_2 =$	1.95E+09 momento inerzia stadio 2 (mm <sup>4</sup> )
$M_{cr} =$	4.37E+07 momento di fessurazione (Nmm)
$M_{rd} =$	1.78E+08 momento ultimo (Nmm)
$E_c =$	3.15E+04 modulo Young (N/mm <sup>2</sup> )
$\beta =$	0.50

M [Nmm]	1/r1 [1/mm]	1/r2 [1/mm]	$\xi$ [-]	1/rm [1/mm]
0	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0 0.00E+00
1	8.88E+06	7.02E-08	1.44E-07	0 7.02E-08
2	1.78E+07	1.40E-07	2.89E-07	0 1.40E-07
3	2.66E+07	2.10E-07	4.33E-07	0 2.10E-07
4	3.55E+07	2.81E-07	5.78E-07	0 2.81E-07
5	4.44E+07	3.51E-07	7.22E-07	0.5160847 5.42E-07
6	5.33E+07	4.21E-07	8.66E-07	0.6639477 7.17E-07
7	6.22E+07	4.91E-07	1.01E-06	0.7531045 8.83E-07
8	7.10E+07	5.61E-07	1.16E-06	0.8109706 1.04E-06
9	7.99E+07	6.31E-07	1.30E-06	0.8506434 1.20E-06
10	8.88E+07	7.02E-07	1.44E-06	0.8790212 1.35E-06
11	9.77E+07	7.72E-07	1.59E-06	0.9000175 1.51E-06
12	1.07E+08	8.42E-07	1.73E-06	0.9159869 1.66E-06
13	1.15E+08	9.12E-07	1.88E-06	0.9284149 1.81E-06
14	1.24E+08	9.82E-07	2.02E-06	0.9382761 1.96E-06
15	1.33E+08	1.05E-06	2.17E-06	0.9462316 2.11E-06
16	1.42E+08	1.12E-06	2.31E-06	0.9527426 2.25E-06
17	1.51E+08	1.19E-06	2.46E-06	0.9581388 2.40E-06
18	1.60E+08	1.26E-06	2.60E-06	0.9626609 2.55E-06
19	1.69E+08	1.33E-06	2.74E-06	0.9664879 2.70E-06
20	1.78E+08	1.40E-06	2.89E-06	0.9697553 2.84E-06



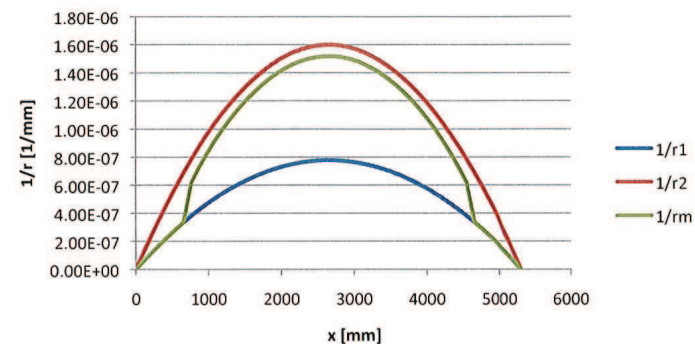
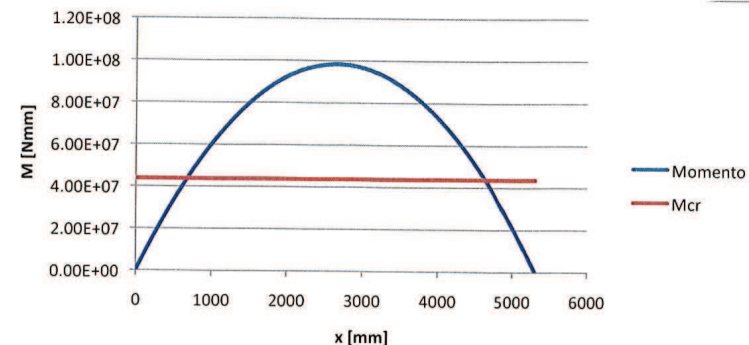
$M_{rd} \approx 3 M_{cr}$   
tension stiffening  
poco importante



q = 28 carico (N/mm)  
L = 5300 luce (mm)

i	x	M	Mcr	ξ	1/r1	1/r2	1/rm	M1	M1*1/rm*Δx
[-]	[mm]	[Nmm]	[Nmm]		[1/mm]	[1/mm]	[1/mm]	[Nmm]	
1	0	0	4.37E+07	0	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0	0.000182
2	108	7861924	4.37E+07	0	6.21E-08	1.28E-07	6.21E-08	54.08163	0.000893
3	216	15396268	4.37E+07	0	1.22E-07	2.50E-07	1.22E-07	108.1633	0.002279
4	324	22603032	4.37E+07	0	1.79E-07	3.68E-07	1.79E-07	162.2449	0.004292
5	433	29482216	4.37E+07	0	2.33E-07	4.79E-07	2.33E-07	216.3265	0.006889
6	541	36033819	4.37E+07	0	2.85E-07	5.86E-07	2.85E-07	270.4082	0.010023
7	649	42257843	4.37E+07	0	3.34E-07	6.87E-07	3.34E-07	324.4898	0.018501
8	757	48154286	4.37E+07	0.588599	3.80E-07	7.83E-07	6.17E-07	378.5714	0.029611
9	865	53723149	4.37E+07	0.669469	4.24E-07	8.74E-07	7.25E-07	432.6531	0.03865
10	973	58964431	4.37E+07	0.725618	4.66E-07	9.59E-07	8.24E-07	486.7347	0.048412
11	1082	63878134	4.37E+07	0.766207	5.05E-07	1.04E-06	9.14E-07	540.8163	0.058805
12	1190	68464257	4.37E+07	0.79648	5.41E-07	1.11E-06	9.97E-07	594.898	0.069733
13	1298	72722799	4.37E+07	0.819618	5.75E-07	1.18E-06	1.07E-06	648.9796	0.081101
14	1406	76653761	4.37E+07	0.837644	6.06E-07	1.25E-06	1.14E-06	703.0612	0.092817
15	1514	80257143	4.37E+07	0.851896	6.34E-07	1.31E-06	1.21E-06	757.1429	0.104784
16	1622	83532945	4.37E+07	0.863284	6.60E-07	1.36E-06	1.26E-06	811.2245	0.116909
17	1731	86481166	4.37E+07	0.872447	6.83E-07	1.41E-06	1.31E-06	865.3061	0.129097
18	1839	89101808	4.37E+07	0.879839	7.04E-07	1.45E-06	1.36E-06	919.3878	0.141252
19	1947	91394869	4.37E+07	0.885793	7.22E-07	1.49E-06	1.40E-06	973.4694	0.153281
20	2055	93360350	4.37E+07	0.890551	7.38E-07	1.52E-06	1.43E-06	1027.551	0.165086
21	2163	94998251	4.37E+07	0.894293	7.51E-07	1.54E-06	1.46E-06	1081.633	0.176573
22	2271	96308571	4.37E+07	0.89715	7.61E-07	1.57E-06	1.48E-06	1135.714	0.187646
23	2380	97291312	4.37E+07	0.899217	7.69E-07	1.58E-06	1.50E-06	1189.796	0.198208
24	2488	97946472	4.37E+07	0.900561	7.74E-07	1.59E-06	1.51E-06	1243.878	0.208164
25	2596	98274052	4.37E+07	0.901223	7.76E-07	1.60E-06	1.52E-06	1297.959	0.212977
26	2704	98274052	4.37E+07	0.901223	7.76E-07	1.60E-06	1.52E-06	1297.959	0.208164
27	2812	97946472	4.37E+07	0.900561	7.74E-07	1.59E-06	1.51E-06	1243.878	0.198208
28	2920	97291312	4.37E+07	0.899217	7.69E-07	1.58E-06	1.50E-06	1189.796	0.187646
29	3029	96308571	4.37E+07	0.89715	7.61E-07	1.57E-06	1.48E-06	1135.714	0.176573
30	3137	94998251	4.37E+07	0.894293	7.51E-07	1.54E-06	1.46E-06	1081.633	0.165086
31	3245	93360350	4.37E+07	0.890551	7.38E-07	1.52E-06	1.43E-06	1027.551	0.153281
32	3353	91394869	4.37E+07	0.885793	7.22E-07	1.49E-06	1.40E-06	973.4694	0.141252
33	3461	89101808	4.37E+07	0.879839	7.04E-07	1.45E-06	1.36E-06	919.3878	0.129097
34	3569	86481166	4.37E+07	0.872447	6.83E-07	1.41E-06	1.31E-06	865.3061	0.116909
35	3678	83532945	4.37E+07	0.863284	6.60E-07	1.36E-06	1.26E-06	811.2245	0.104784
36	3786	80257143	4.37E+07	0.851896	6.34E-07	1.31E-06	1.21E-06	757.1429	0.092817
37	3894	76653761	4.37E+07	0.837644	6.06E-07	1.25E-06	1.14E-06	703.0612	0.081101
38	4002	72722799	4.37E+07	0.819618	5.75E-07	1.18E-06	1.07E-06	648.9796	0.069733
39	4110	68464257	4.37E+07	0.79648	5.41E-07	1.11E-06	9.97E-07	594.898	0.058805
40	4218	63878134	4.37E+07	0.766207	5.05E-07	1.04E-06	9.14E-07	540.8163	0.048412
41	4327	58964431	4.37E+07	0.725618	4.66E-07	9.59E-07	8.24E-07	486.7347	0.03865
42	4435	53723149	4.37E+07	0.669469	4.24E-07	8.74E-07	7.25E-07	432.6531	0.029611
43	4543	48154286	4.37E+07	0.588599	3.80E-07	7.83E-07	6.17E-07	378.5714	0.02279
44	4651	42257843	4.37E+07	0	3.34E-07	6.87E-07	3.34E-07	324.4898	0.018501
45	4759	36033819	4.37E+07	0	2.85E-07	5.86E-07	2.85E-07	270.4082	0.010023
46	4867	29482216	4.37E+07	0	2.33E-07	4.79E-07	2.33E-07	216.3265	0.006889
47	4976	22603032	4.37E+07	0	1.79E-07	3.68E-07	1.79E-07	162.2449	0.004292
48	5084	15396268	4.37E+07	0	1.22E-07	2.50E-07	1.22E-07	108.1633	0.002279
49	5192	7861924	4.37E+07	0	6.21E-08	1.28E-07	6.21E-08	54.08163	0.000893
50	5300	0	4.37E+07	0	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0	0.000182

$$f = 4.30 < f_{max}$$



## 2. CALCOLO APPROSSIMATO

$$f_1 = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{E_c I_1} = 2,27 \text{ mm}$$

$$f_2 = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{E_c I_2} = 4,68 \text{ mm}$$

$$\xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2 = 1 - 0,5 \left( \frac{43.7}{98.3} \right)^2 = 0,901$$

$$f = \xi f_2 + (1 - \xi) f_1 = 4,44 \text{ mm}$$

Con integrat.  
curvature  
avere 4,30 mm

### 3. SENZA CALCOLO DIRETTO

$$\lambda = \frac{e}{h} = \frac{5300}{500} = 10.6$$

$$\rho = \frac{A_s}{b h} = \frac{1096}{300 \cdot 500} = 0,73 \%$$

Tab. C4.1.1 - Valori di K e snellezze limite per elementi inflessi in c.a. in assenza di compressione assiale

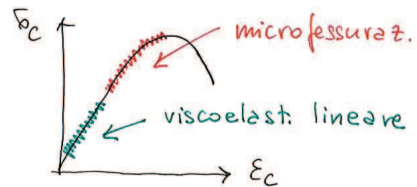
Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato $\rho = 1,5\%$	Calcestruzzo poco sollecitato $\rho = 0,5\%$
Travi semplicemente appoggiate, piastre incernierate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campate terminali di travi continue o piastre continue monodirezionali o bidirezionali continue sul lato maggiore	1,3	18	26
Campate intermedie di travi o piastre continue mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre non nervate sostenute da pilastri (snellezza relativa alla luce maggiore)	1,2	17	24
Mensole	0,4	6	8

$\lambda < \begin{matrix} 14 \\ 20 \end{matrix} \rightarrow$  in ogni caso la verifica è soddisfatta e calcoli più complicati non sembrano necessari

## LIMITAZIONE STATO DI TENSIONE

CALCESTRUZZO  $f_{bc}$

- Microfessurazione (breve termine)



- Viscositar (lungo termine)

ACCIAIO 5s

- deformabilità
- ampiezza di fessura
- (fatica)

CALCOLO TENSIONI  $\sigma_c$  e  $\sigma_s$  CON MODELLO LINEARE ELASTICO (= TENS. AMMISS.)

## LIMITAZIONE STATO DI TENSIONE

EC 2

COMBINAZIONE CARATTERISTICA  
ZONE XD, XF, XS

$$\sigma_c < \frac{K_1}{0.6} f_{ck}$$

COMBINAZIONE QUASI PERMAN.

$$\sigma_c < k_2 f_{ck}$$

COMBINAZIONE CARATTERISTICA

$$\sigma_s < k_3 \frac{f_y}{0,8}$$

$$\sigma_s < k_1 f_{yk}$$

SEZIONE  $\left\{ \begin{array}{l} \text{NON FESSURATA} \\ \text{FESSURATA} \end{array} \right.$

$\sigma_{oct} < \begin{array}{l} f_{ctm} \\ f_{ctm, fe} \end{array}$

NTC

## COMBINAZIONE CARATTERISTICA

$$f_c < 0,6 f_{ck}$$

L 0,48 elementi  
piani gettati  
in opera di  
spessore  $< 50 \text{ mm}$

COMBINAZIONE QUASI PERM.

$$\sigma_c < 0,45 f_{ck}$$

$$0.36 \leq s \leq 50 \text{ mm}$$

COMBINAZ. CARATT.

$$\sigma_s < 0,8 f_{yk}$$

SEZIONE  
FESSURATA

C.G. 1.2.2.5  
"Trascuro resistenza  
colcestruzzo teso"

## LIMITAZIONE STATO DI TENSIONE

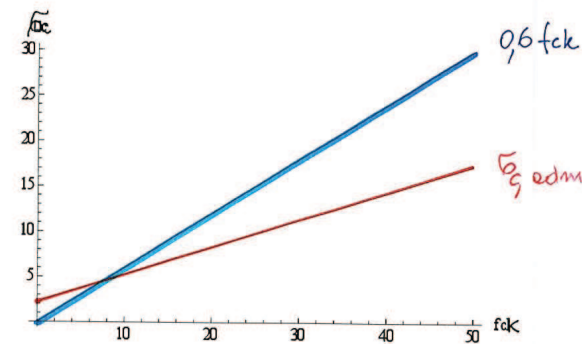
$$M = \frac{E_s}{E_c} \begin{cases} \frac{E_s}{E_{c,eff}} \\ 15 \end{cases}$$

$$M = \frac{E_s}{E_c} \begin{cases} \frac{E_s}{E_{c,eff}} \\ 15 \end{cases} \quad \frac{E_c}{1 + \rho(t, t_0)} \quad \begin{matrix} \text{coeff.} \\ \text{viscosita'} \end{matrix}$$

verifica indipendente del tempo

## CONFRONTO CON METODO T.A.

### COMBINAZIONE CARATTERISTICA



Tensioni massime più alte

Stesse azioni  $Q_k, G_k$   
 $m = 15 \rightarrow$  stesse tensioni  $\sigma_c$

La verifica con il metodo T.A. è più restrittiva perché le tensioni ammissibili sono più piccole

A parità di azioni, se impiego  $m = \frac{E_s}{E_c} \approx 5-10$  è come se avessi una sezione meno armata e  $\sigma_c$  è > di quella calcolata con T.A.



## CONFRONTO TRA DOMINI M-N

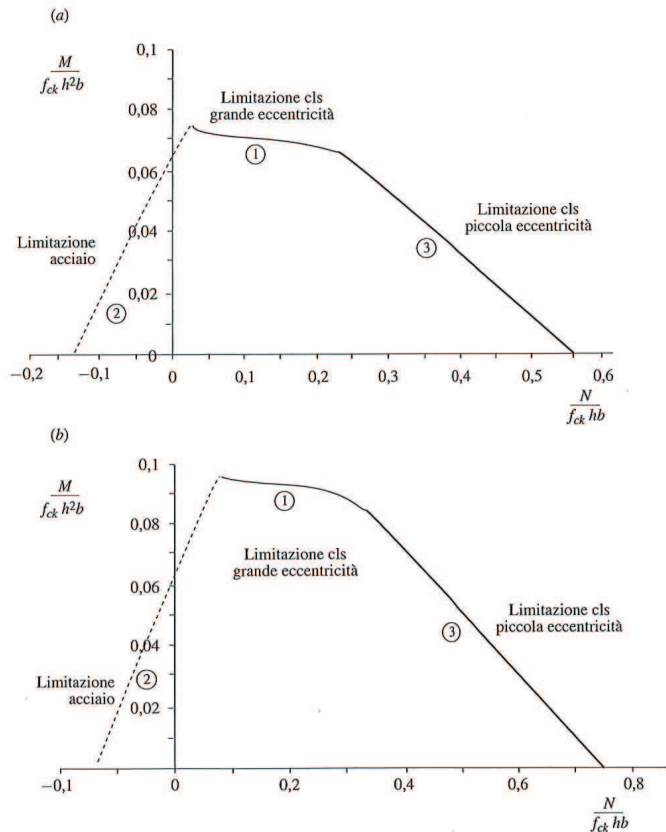
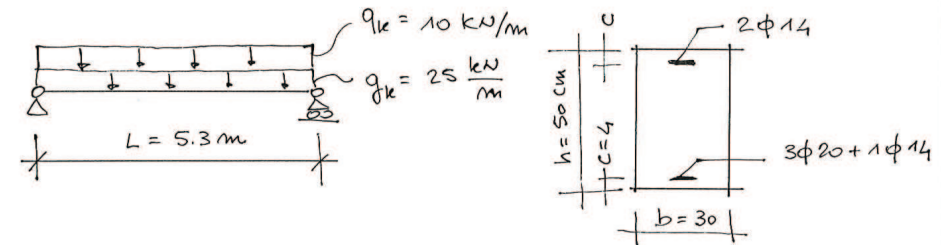


Figura 3.7 Dominio di verifica tensionale riferito a valori adimensionali di momento e sforzo normale (a)  $\sigma_c = 0.6 \cdot f_{ck}$ ; (b)  $\sigma_c = 0.45 \cdot f_{ck}$ .

(Cosenza et al.)

## LIMITAZIONE STATO DI TENSIONE: ESERCIZIO

Si verifichi lo stato tensionale nella trave mostrata in figura (esercizio libro Gherzi)



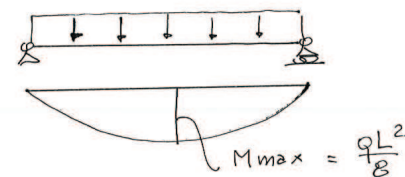
Calcestruzzo C25/30  
Acciaio B450C  
Classe esposizione XS1

### Analisi dei carichi

Comb. caratt.  $q = q_k + q_k = 35 \text{ kN/m}$

Comb. q. perm.  $q = q_k + \frac{\psi_2}{\gamma_{0,3}} \cdot q_k = 28 \text{ kN/m}$

### Sollecitazioni



$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \begin{cases} 122.9 \text{ kNm} & \text{caratteristica} \\ 98.3 \text{ kNm} & \text{quasi permanente} \end{cases}$

## — Caratteristiche materiali

Calcestruzzo C25/30

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cm} \approx f_{ck} + 8 = 32 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{NB. se } f_{ck} = f_{cm} - 1.645$$

$$f_{ck} = f_{cm} - 1.64 \cdot CV \cdot f_{cm}$$

$$E_c = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 31500 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cm} = \frac{f_{ck}}{1 - 1.64 \cdot CV}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} = 2.56 \text{ N/mm}^2$$

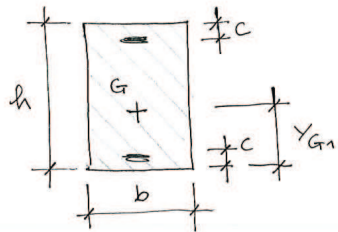
$$f_{ctk_{905}} = 0.7 f_{ctm} = 1.8 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctk_{995}} = 1.2 f_{ctm} = 3.08 \text{ N/mm}^2$$

$$m < \frac{15}{\frac{E_s}{E_c}} = 6.67 \quad \text{unica verifica indipendente dal tempo}$$

per carichi di breve durata e' come se fosse meno armato.

## — Caratteristiche sezione stadio I



$$A_s = 3\phi 20 + 1\phi 14 = 1096 \text{ mm}^2$$

$$A_s' = 2\phi 14 = 308 \text{ mm}^2$$

$$m = 15$$

$$(m = 6.67)$$

$$A_n = m A_s + m A_s' + b h = 171064 \text{ mm}^2$$

(159369 mm<sup>2</sup> m=6.67)

$$S_n = b h^2 / 2 + m A_s \cdot c + m A_s' (h - c) = 4.028 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$$

(3.8737 \cdot 10^7 mm<sup>3</sup>)

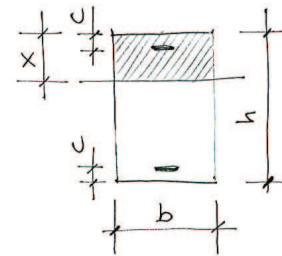
$$y_{G1} = \frac{S_1}{A_1} = 235,5 \text{ mm}$$

(243,07 mm)

$$I_1 = \frac{b h^3}{3} + m A_s c^2 + m A_s' (h - c)^2 - A_1 y_{G1}^2 = 4.018 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

(3.5305 \cdot 10^9 mm<sup>4</sup>)

## — Caratteristiche sezione stadio II



$$S_2 = \frac{b x^2}{2} + m A_s' (x - c) - m A_s (h - x - c) = 0$$

$$x = 167,7 \text{ mm}$$

(123.55 mm)

$$I_2 = \frac{b x^3}{3} + m A_s' (x - c)^2 + m A_s (h - x - c)^2 = 1.952 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

(1.0307 \cdot 10^9 mm<sup>4</sup>)

## — Momento di fessurazione

$$\sigma_{ct} = \frac{M_{cr}}{I_1} y_{G1} = f_{ct, fe}$$

$f_{ctm} / 1.2 = 2.13 \text{ N/mm}^2$  (Circolare)

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm}}{1.2} \frac{I_1}{y_{G1}} = 36.3 \text{ kNm}$$

(30.9 kNm)

NTC Calcolo tensioni con sez. fessurata

EC2:2005 Non dice nulla

EC2:1992 Sezione fessurata se  $M > M_{cr}$

Nel nostro caso  $M > M_{cr} \rightarrow$  sezione comunque fessurata

— Verifica combinazione caratteristica

$$\sigma_c = \frac{M}{I_2} \cdot x = 10.55 \text{ N/mm}^2 < 0,6/f_{ck} \\ (14,72 \text{ N/mm}^2) \quad \swarrow 15 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = m \frac{M}{I_2} (h-x-c) = 276 \text{ N/mm}^2 < 0,8/f_{yk} \\ (267,6 \text{ N/mm}^2) \quad \swarrow 360 \text{ N/mm}^2$$

NB 1 La combinazione caratteristica è applicata per breve tempo  $\rightarrow$  meglio  $m = E_s/E_c$

NB 2 Con metodo T.A.

$$\sigma_{c,adm} = 6 + \frac{R_{ck} - 15}{4} = 9,78 \text{ N/mm}^2$$

La sezione non sarebbe verificata

— Verifica combinazione quasi permanente

$$\sigma_c = \frac{M}{I_2} x = 8,44 \text{ N/mm}^2 < 0,45/f_{ck} \\ \swarrow 11,25 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = m \frac{M}{I_2} (h-x-c) = 220,8 \text{ N/mm}^2$$



## LIMITAZIONE AMPIEZZA DI FESSURA



**Doris Salcedo - Fessura lunga 167 metri sul pavimento del museo Tate Modern di Londra**

## ALCUNE TIPOLOGIE DI FESSURE

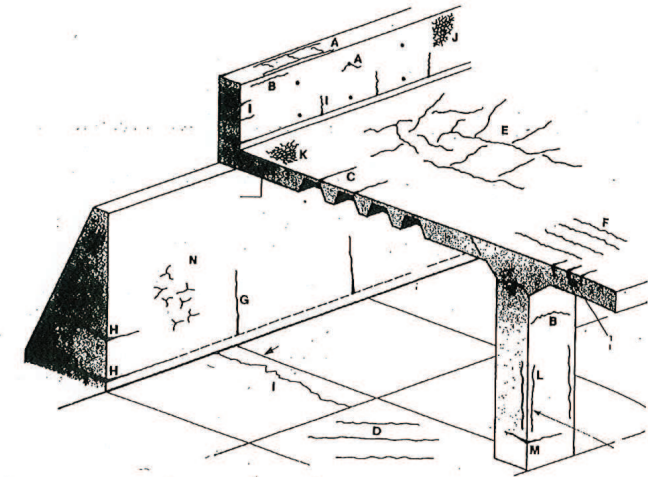


Fig.3. Schema delle diverse tipologie di fessure.

Tabella 2. Classificazione delle fessure intrinseche.

tipo e/o causa	posizione usuale	tempo di apparizione
sudorazione (bleeding)	A sopra le armature	10 minuti ÷ 3 ore
	B testa delle colonne	
	C cambio sezione	
ritiro plastico (evaporazione rapida)	D sulle diagonali	30 minuti ÷ 6 ore
	E casuali	
	F sopra le armature	
contrazioni termiche (calore di idratazione)	G pareti spesse	1 giorno ÷ 3 mesi
	H solette spesse	
ritiro eccessivo	I elementi spessi con giunti inefficienti	mesi e settimane
irregolarità (casseforme impermeabili)	J calcestruzzo a vista	1 ÷ 7 giorni
corrosione delle armature	K solette	talvolta molto più tardi > 2 anni
	L in corrispondenza delle armature	
reazioni alcali-inerti	M parti umide	> 5 anni

(Cosenza, Pece)

## ALCUNE TIPOLOGIE DI FESSURA

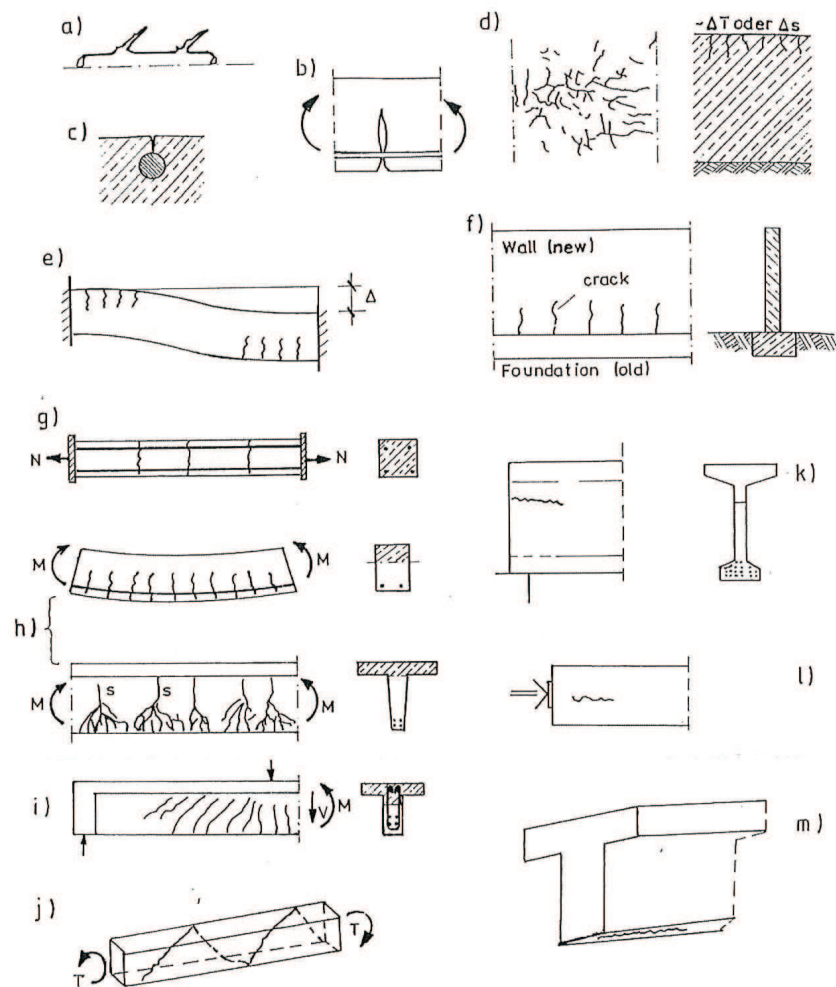


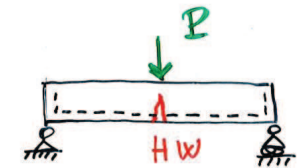
Fig. 4.3-3: Types of cracks in concrete structures [extended from Leonhardt (1976a)]

- |  |  |
|--|--|
| a) micro-cracks                          | b) shape of crack                        |
| c) settlement of plastic concrete        | d) hydration heat or shrinkage cracks    |
| e) cracks due to diff. settlements       | f) shrinkage cracks in connected members |
| g) tensile cracks                        | h) bending cracks                        |
| i) shear cracks                          | j) torsional cracks                      |
| k) spalling crack                        | l) bursting crack                        |
| m) splitting crack in the anchorage zone |  |

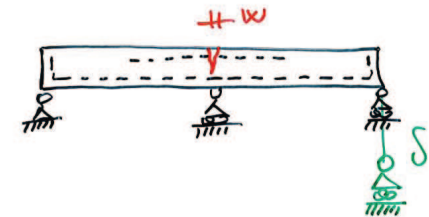
(Balazs)

## ALCUNE TIPOLOGIE DI FESSURE

• AZIONI ESPLICITE



• AZIONI IMPLICITE



NTC calcola  $w$  solamente per azioni  
implicite o esplicite

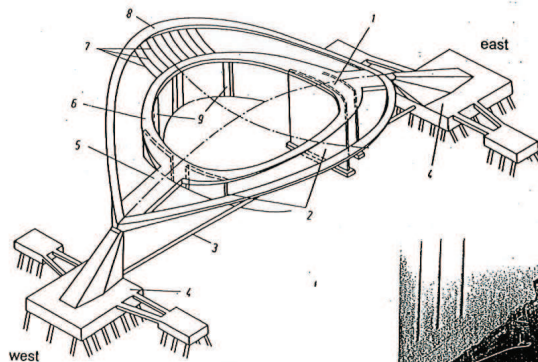
↓  
**CALCOLO  $w$**

## LIMITAZIONE W SECONDO EC2

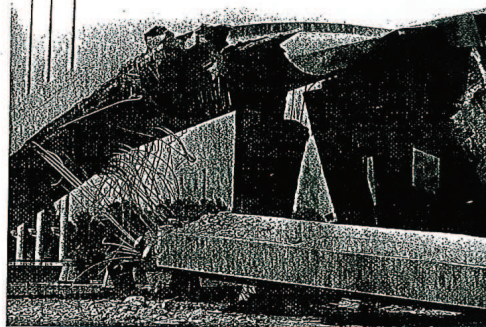
C.A.		C.A.P.
Valori raccomandati di $w_{max}$ (mm)		
Classe di esposizione	Elementi di calcestruzzo armato normale e precompresso con cavi non aderenti	Elementi precompressi con cavi aderenti
	Combinazione di carico quasi-permanente	Combinazione di carico frequente
X0, XC1	0,4 <sup>1</sup>	0,2
XC2, XC3, XC4	0,3	0,2 <sup>2</sup>
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3		Decompressione

Nota 1 - Per le classi di esposizione X0, XC1, l'ampiezza delle fessure non influenza la durabilità e questo limite è posto per garantire un aspetto accettabile.  
In assenza di requisiti relativi all'aspetto questo limite può essere mitigato.

Nota 2 - Per queste classi di esposizione, inoltre, si raccomanda che la decompressione sia verificata sotto la combinazione di carico quasi-permanente.



Berlin Congress Hall



Nelle strutture in CAP  
il problema della  
fessurazione è più  
importante

## LIMITAZIONE W SECONDO NTC

Tab. 1. Limiti all'ampiezza delle fessure – armatura poco sensibile alla corrosione

Condizioni ambientali	Combinazione di carico	
	frequente	quasi permanente
Ordinarie: classe X0, XC1, XC2, XC3, XF1	$w_k \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_k \leq 0.3 \text{ mm}$
Aggressive: classe XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3	$w_k \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_k \leq 0.2 \text{ mm}$
Molto aggressive: classe XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4	$w_k \leq 0.2 \text{ mm}$	$w_k \leq 0.2 \text{ mm}$

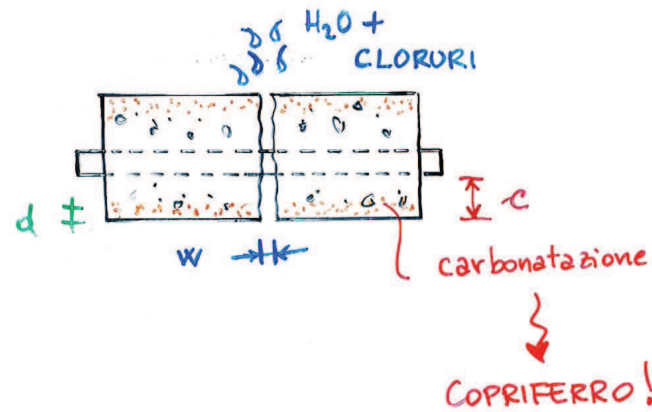
Limiti +  
restrittivi  
EC2

Tab. 2. Limiti all'ampiezza delle fessure – armatura sensibile alla corrosione

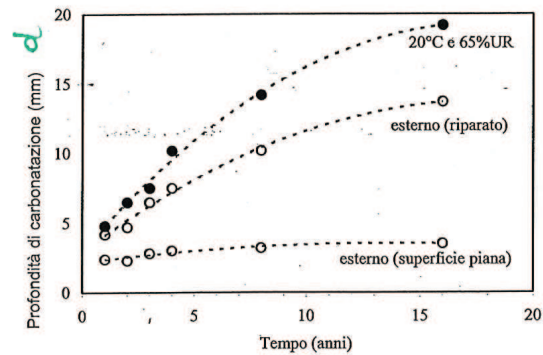
Condizioni ambientali	Combinazione di carico	
	frequente	quasi permanente
Ordinarie: classe X0, XC1, XC2, XC3, XF1	$w_k \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_k \leq 0.2 \text{ mm}$
Aggressive: classe XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3	$w_k \leq 0.2 \text{ mm}$	decompressione
Molto aggressive: classe XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4	formazione fessure	decompressione



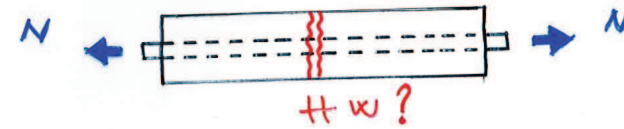
## DURABILITA' E ANPIEZZA DI FESSURA



La fessurazione compromette la durabilit  solo in presenza di umidit  (+ carbonatazione o cloruri)



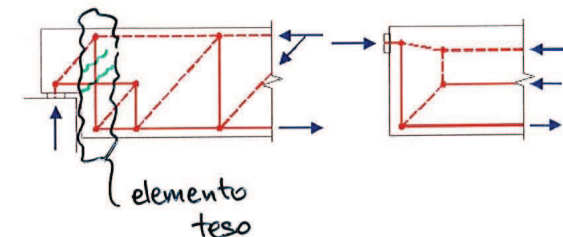
## FESSURAZIONE DI ELEMENTI TESI



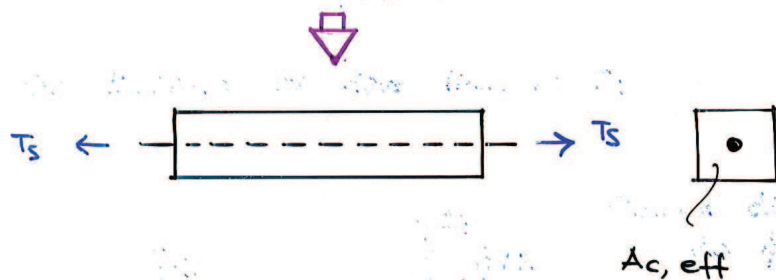
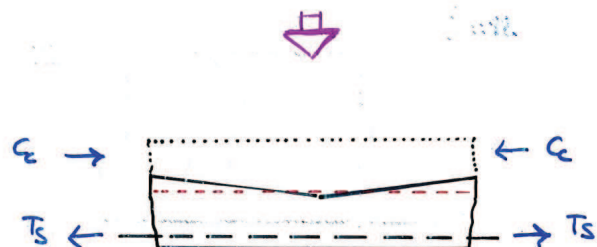
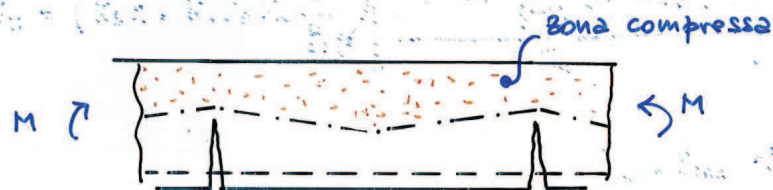
- Comprendere il problema fessurazione
- Travi reticolari in c.a.



- Elementi tesi di modelli tirante-puntone



## FESSURAZIONE NEGLI ELEMENTI INFLESSI



Analizzo le zone tese come se fosse  
un tirante di sezione  $A_{c,eff}$

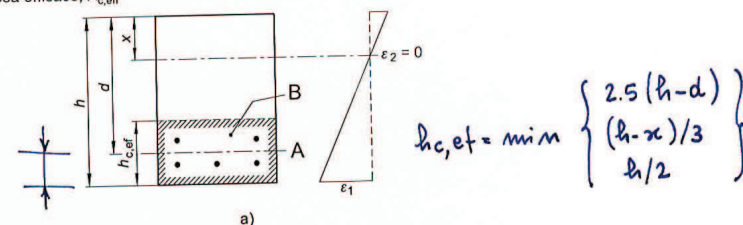
## AREA CALCESTRUZZO EFFICACE

figura 7.1

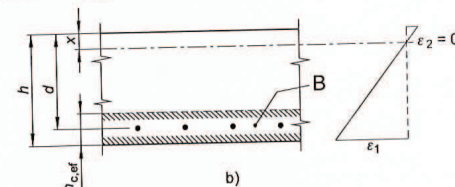
Area tesa efficace (casi tipici)

Legenda

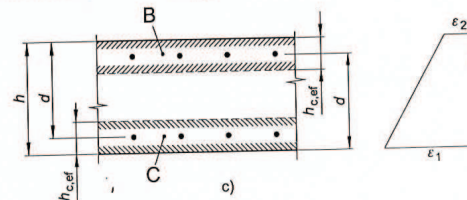
- a) Trave **TRAVE**
- A Livello del baricentro dell'acciaio
- B Area tesa efficace,  $A_{c,eff}$



- b) Piastra **PIASTRA**
- B Area tesa efficace,  $A_{c,eff}$



- c) Elemento in trazione **ELEMENTO TESO**
- B Area tesa efficace di estradosso,  $A_{cl,eff}$
- C Area tesa efficace di intradosso,  $A_{cb,eff}$





## FESSURAZIONE ELEMENTO TESO

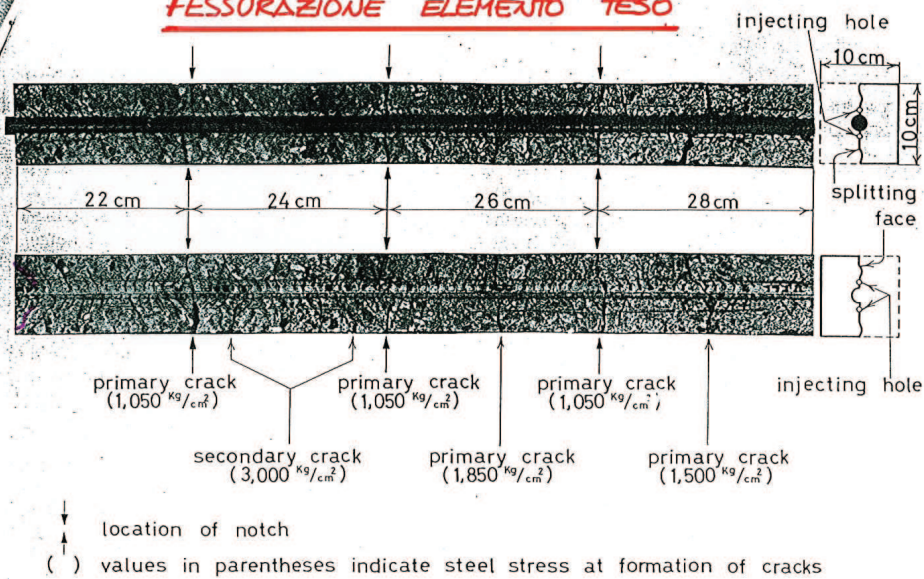


Fig. 2a—Internal crack and secondary crack with 3/4 in. (19 mm) bar, longitudinal splitting face and cross section

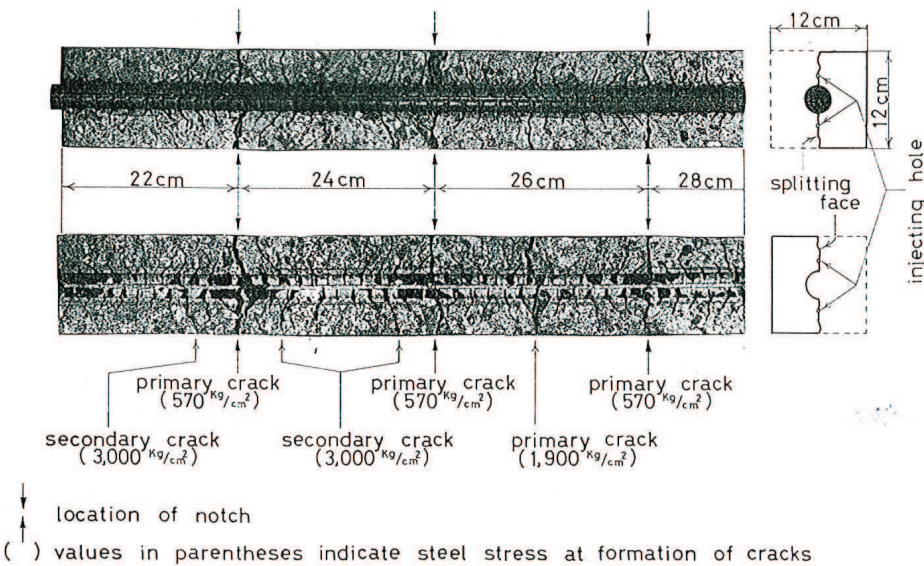
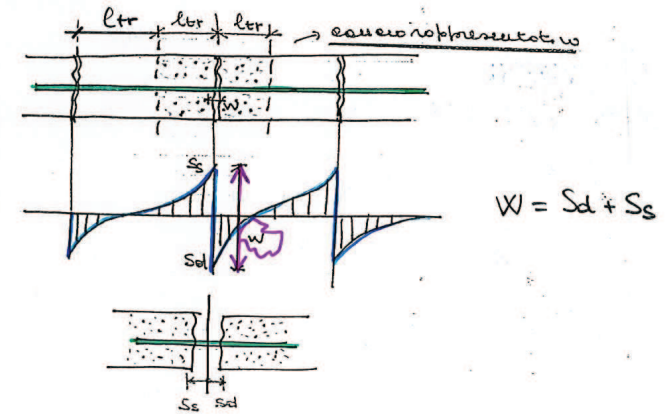


Fig. 2b—Internal crack and secondary crack with 1.26 in. (32 mm) bar, longitudinal splitting face and cross section

## CALCOLO AMPIEZZA DI FESSURA W



$$W = S_d + S_s \approx 2S \quad \text{se } S_d = S_s = S$$

$$S = \frac{u_s - u_c}{l_{tr} \cdot E_{cm}} = \frac{l_{tr} \cdot E_{sm}}{l_{tr} \cdot E_{cm}}$$

$$W = 2l_{tr} (E_{sm} - E_{cm})$$

distanza fessure =  $S_{rmax} = 1,7 l_{tr}$

$$W = S_{rmax} (E_{sm} - E_{cm})$$

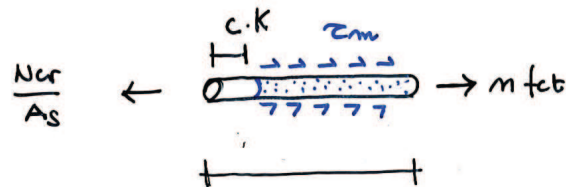
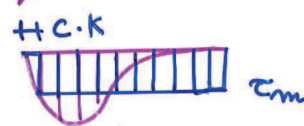
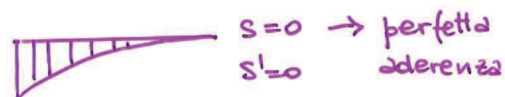
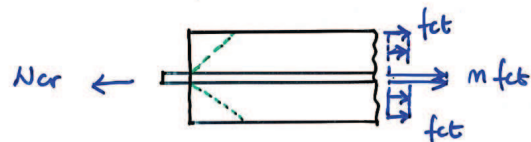
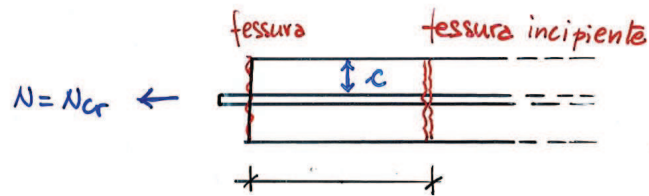
$$W_k = S_{rmax} (E_{sm} - E_{cm})$$

VALORE CARATT.  
AMPIEZZA FESSURA

(EC2: 2005)  
(NTC)



## DISTANZA FRA LE FESSURE



$$N_{cr} = f_{ct} A_c + m f_{ct} A_s = m f_{ct} A_s + \tau_m \pi \phi \quad (-k_c)$$

$$= k_c + \frac{f_{ct} \phi}{4 \tau_m s} \quad s = \frac{A_s}{A_c}$$

## DISTANZA TRA LE FESSURE : EC2

$$s_{r, max} = k_3 c + \frac{f_{ct}}{4 \tau_m} \frac{\phi}{s}$$

$k_1 k_2 k_4$

$$s_{r, max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{s} \quad \left( \begin{array}{l} \text{EC2: 2005} \\ \text{(CIRCOLARE)} \end{array} \right)$$

$$k_1 = \begin{cases} 0.8 & \text{barre aderenza migliorata} \\ 1.6 & \text{barre lisce} \end{cases}$$

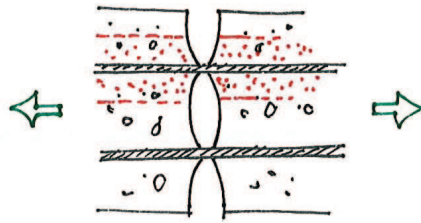
$$k_2 = \begin{cases} 1.0 & \text{trazione pura} \\ 0.5 & \text{flessione} \\ \frac{E_1 + E_2}{2 E_1} & \text{tensoflessione} \end{cases}$$



$$k_4 = 1.7/4 = 0.425$$

$$k_3 = 1.7 \cdot 2 = 3.4$$

## EFFETTO DISTANZA BARRE ARMATURA



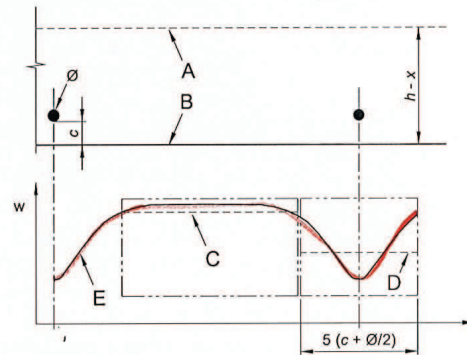
Se la spaziatura dell'armatura aderente è maggiore di  $5(c + \phi/2)$  (vedere figura 7.2) oppure se non è presente armatura aderente entro la zona tesa, si può stimare un limite superiore per l'ampiezza delle fessure assumendo una distanza massima tra le fessure:

$$s_{r,max} = 1.3(h - x)$$

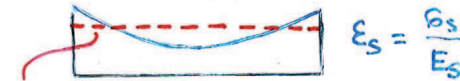
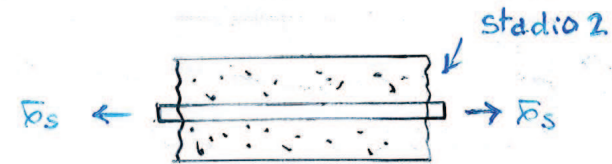
figura 7.2 Ampiezza delle fessure,  $w$ , in corrispondenza della superficie del calcestruzzo in funzione della distanza dalle barre

Legenda

- A Asse neutro
- B Superficie del calcestruzzo teso
- C Distanza tra le fessure prevista dall'espressione (7.14)
- D Distanza tra le fessure prevista dall'espressione (7.11)
- E Ampiezza effettiva della fessura



## CALCOLO $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$ (EC2)



$\epsilon_{sm}$

$\epsilon_{cm}$

$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$  dipende dall'aderenza

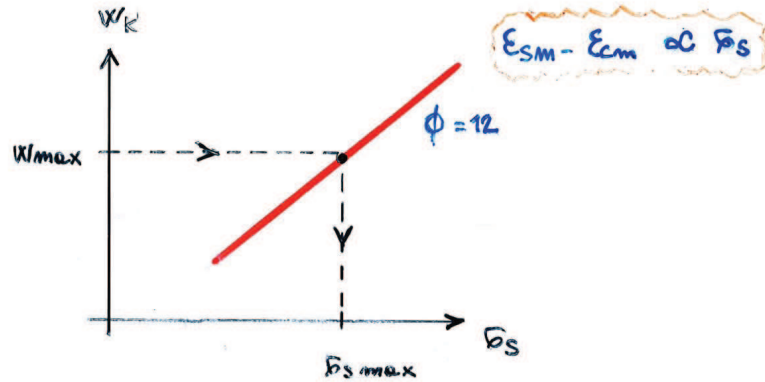
(EC2: 2005)

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{k_t f_{ct}(1 + m_s)/\rho}{E_s} \geq \frac{0.6 \sigma_s}{E_s}$$

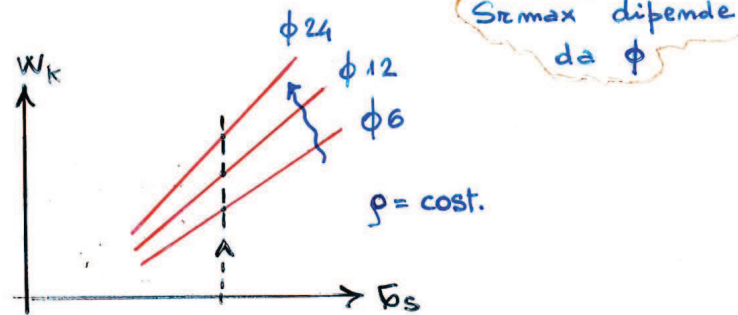
Nell'espressione dell'EC2 non compare il contributo dell'aderenza!

## DIPENDENZA DI W DA $\sigma_s$ E $\phi$

$$w_k = \left( K_3 C + K_1 K_2 K_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} \right) \left[ \frac{\sigma_s - K_t \frac{f_{ct}}{\rho_{eff}} (1 + d_e \rho_{eff})}{E_s} \right] \quad (EC2:2005)$$



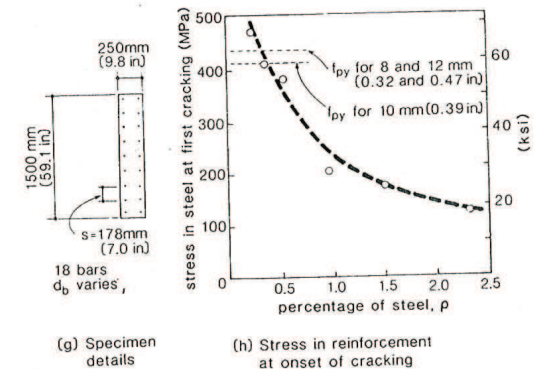
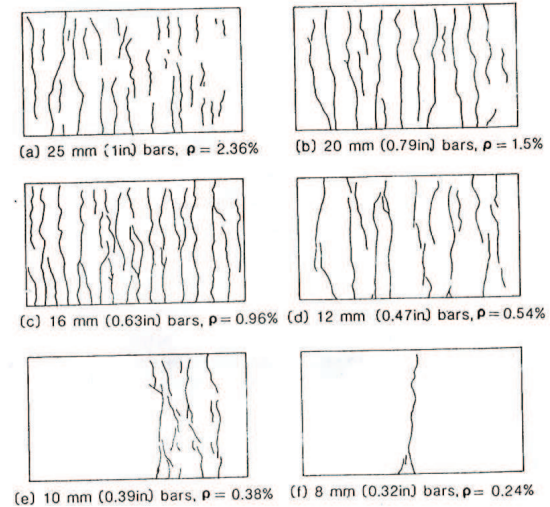
- Per limitare  $w$  devo limitare  $\sigma_s$



- Per limitare  $w$ , a parità di  $\rho$ , devo usare  $\phi$  piccoli

## QUADRO FESSURATIVO : IMPORTANZA % ARMATURA

P





## QUADRO FESSURATIVO

IMPORTANZA

STAFFE

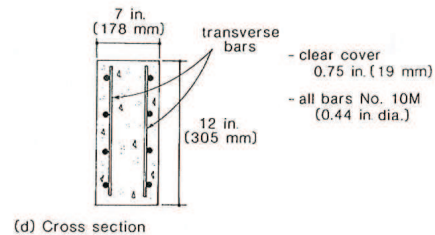
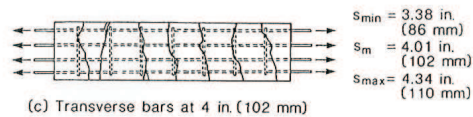
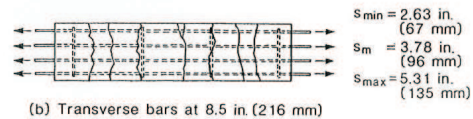
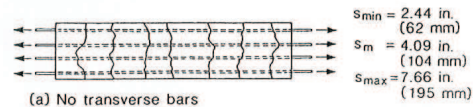


Figure 4-22 Influence of transverse bars on crack spacings. Adapted from Rizkalla, Hwang, and El Shahawi (Ref. 4-14).

IMPORTANZA

DIAMETRO

BARRE

$\phi$

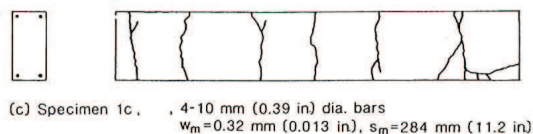
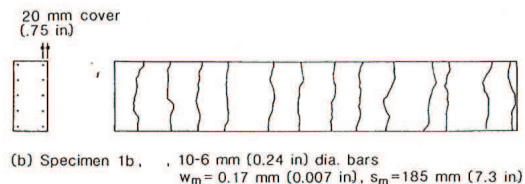
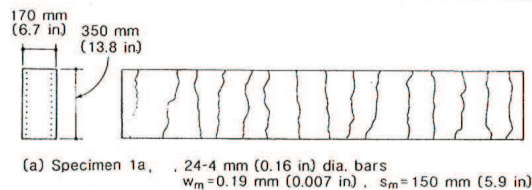
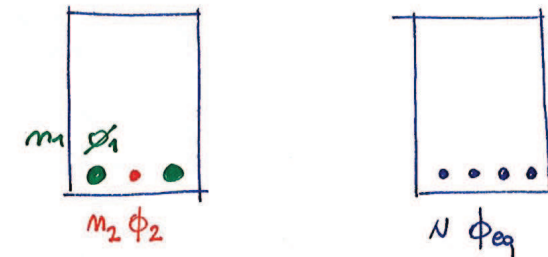


Figure 4-26 Influence of distribution of reinforcement on crack patterns for members with 0.5% reinforcement. Adapted from Falkner (Ref. 4-19).

## DIAMETRO EQUIVALENTE



Area 
$$m_1 \frac{\pi \phi_1^2}{4} + m_2 \frac{\pi \phi_2^2}{4} = N \frac{\pi \phi_{eq}^2}{4} = N \pi \phi_{eq} \frac{\phi_{eq}}{4}$$

Perimetro 
$$m_1 \pi \phi_1 + m_2 \pi \phi_2 = N \pi \phi_{eq}$$

$$\phi_{eq} = \frac{m_1 \phi_1^2 + m_2 \phi_2^2}{m_1 \phi_1 + m_2 \phi_2}$$

# LIMITAZIONE W SENZA CALCOLO DIRETTO

(Circolare)  
(EC 2: 2005)

prospetto 7.2N

Diametri massimi delle barre  $\phi^*$  per il controllo della fessurazione<sup>1)</sup>

Tensione nell'acciaio <sup>2)</sup> [MPa]	Diametro massimo delle barre [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

1) I valori nel prospetto sono basati sulle seguenti assunzioni:  
 $c = 25$  mm;  $f_{ct,eff} = 2,9$  MPa;  $f_{ct} = 0,5$ ;  $(h - d) = 0,1 h$ ;  $k_1 = 0,8$ ;  $k_2 = 0,5$ ;  $k_3 = 0,4$ ;  $k = 1,0$ ;  $k_t = 0,4$  e  $k^* = 1,0$ .  
 2) Sotto la combinazione di carico pertinente.

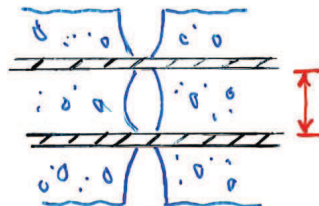
prospetto 7.3N

Spaziatura massima delle barre per il controllo della fessurazione<sup>1)</sup>

Tensione nell'acciaio <sup>2)</sup> [MPa]	Spaziatura massima delle barre [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Per le note vedere prospetto 7.2N.

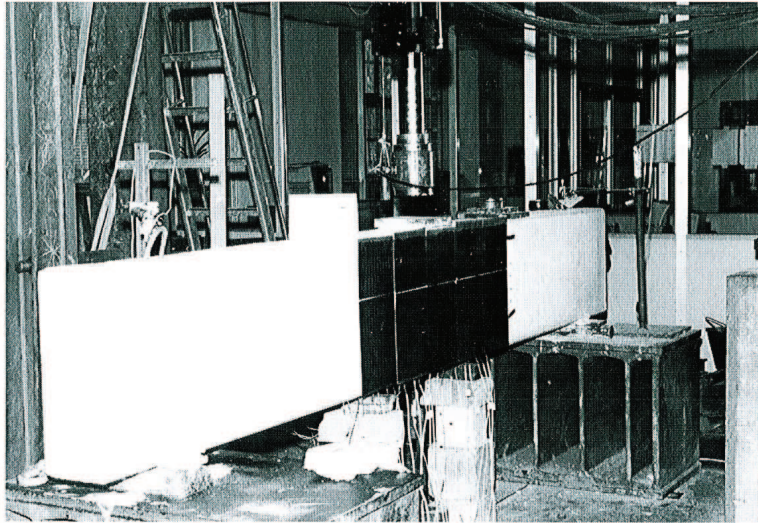
Fisso  $w_k$   
Calcolo  $\phi_s$   $\rightarrow$  leggo in tabella  $\phi_{max}$



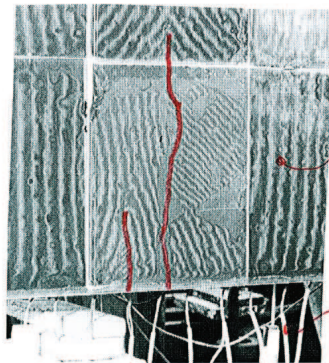
spaziatura max  
barre d'armatura

## MOMENTO DI FESSURAZIONE

TRAVE INFLESSA DEBOLMENTE ARMATA



(Ferretti et al.)



retino moire  $\leadsto w$

estensimetri  $\leadsto \epsilon$

## MOMENTO INIZIO FESSURAZIONE

QUADRO FESSURATIVO

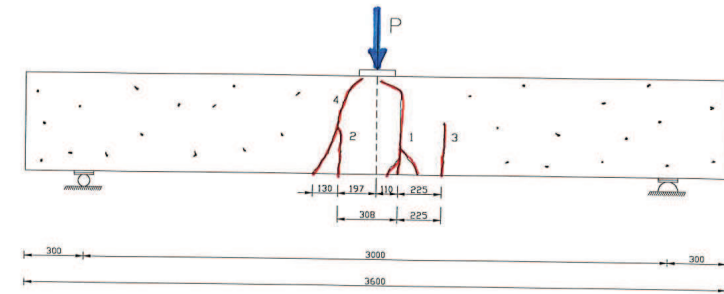
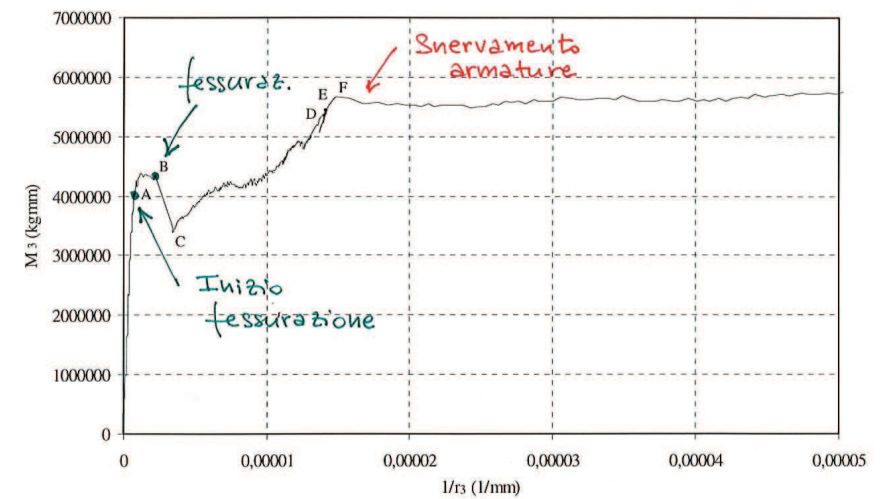
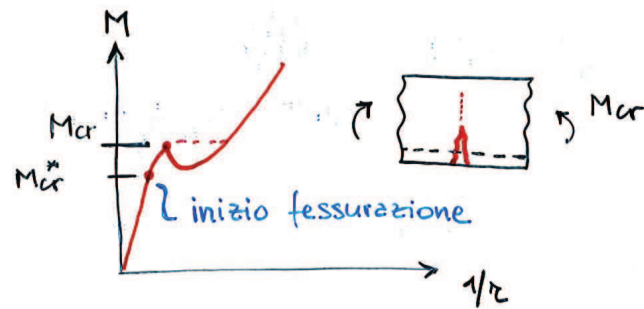


DIAGRAMMA MOMENTO - CURVATURA





## MOMENTO DI FESSURAZIONE $M_{cr}$



$\sigma = \frac{M_{cr}^*}{W_I} = f_{ct}$

$\sigma = \frac{M_{cr}}{W_I} = f_{ct, fe}$

$f_{ct, fe} > f_{ct}$

$$M_{cr} = W_I f_{ct, fe}$$

## RESISTENZA TRAZIONE PER FLESSIONE $f_{ct, fe}$

**EC2**

$$f_{ctm, fe} = \max \left\{ \left( 1.6 - \frac{h}{1000} \right) f_{ctm}, f_{ctm} \right\}$$

$\uparrow$   
medio

$h$  = altezza elemento  
in mm

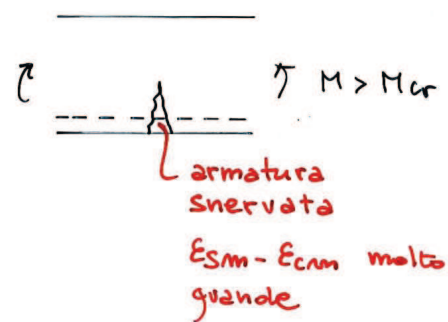
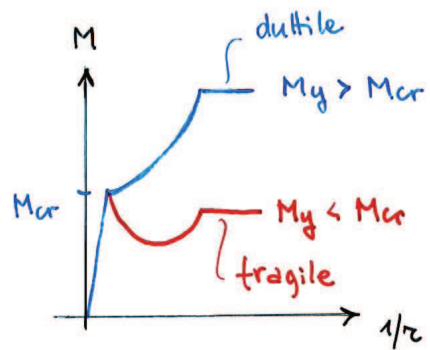
**NTC**

$$f_{ctm, fe} = 1.2 f_{ctm}$$

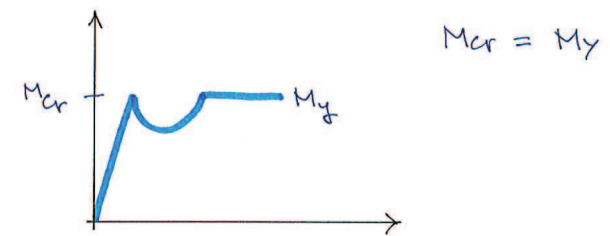
$$f_{ctk, fe} = 0.7 f_{ctm, fe} = 0.7 \cdot 1.2 f_{ctm} = 0.84 f_{ctm} \approx \frac{f_{ctm}}{1.2}$$

- Ai fini del calcolo  $w$  e tension stiffening l'EC2 consiglia utilizzo  $f_{ctm}$  ( $\approx f_{ctk, fe}$ )  
 $\uparrow$  caratteristico
- La circolare consiglia di calcolare  $M_{cr}$  con  $f_{ctm}/1.2$  (C.4.1.2.2.4.1) prossimo al valore caratteristico x flessione

## ARMATURA MINIMA : COMPORTAMENTO FRAGILE



## ARMATURA MINIMA : A<sub>s</sub> min



$M_{cr}$

$$\sigma = \frac{M_{cr}}{W_I} = f_{ct, fe} \rightarrow M_{cr} = f_{ct, fe} W_I$$

$\frac{bh^2}{6}$

$M_y$

$$M_y = \cancel{k} \cdot A_{smin} \cdot \sigma_s$$

braccio  
di leva

$$M_{cr} = M_y$$

$$A_{smin} \sigma_s = f_{ct, fe} \cdot \frac{bh^2}{6} \cdot \frac{1}{\cancel{k}}$$

$$A_{smin} = \frac{1}{k} \frac{bh}{2} \frac{f_{ct, fe}}{\sigma_s}$$

$$A_{smin} = K_c K_{Act} \frac{f_{ct, eff}}{\sigma_s} \quad (EC2: 2005)$$

## ARMATURA MINIMA : EC2 & NTC

### EC2

$$A_{smin} = k_c K A_{ct} f_{ct,eff}$$

$A_{ct}$  = area cls zona tesa incipiente  
fessurazione

$$\sigma_s = f_{yk}$$

$$f_{ct,eff} = f_{ctm}$$

$$K = \begin{cases} 1 & l < 300 \text{ mm} \\ 0.65 & l \geq 800 \text{ mm} \end{cases}$$

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{trazione} \\ 0.4 \left[ 1 - \frac{\sigma_c}{k_1 (h/h^*) f_{ct,eff}} \right] \leq 1 & \end{cases}$$

$$\sigma_c = \frac{N_{Ed}}{bh} \quad l^* \begin{cases} l \leq 1 \text{ m} \\ 1 \text{ m} \end{cases}$$

$$k_1 = \begin{cases} 1.5 & N_{Ed} \text{ compressione} \\ 2/3 \quad l^*/l & N_{Ed} \text{ trazione} \end{cases}$$

### NTC

$$A_{s,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b d$$

Fornisce valori molto più bassi EC2