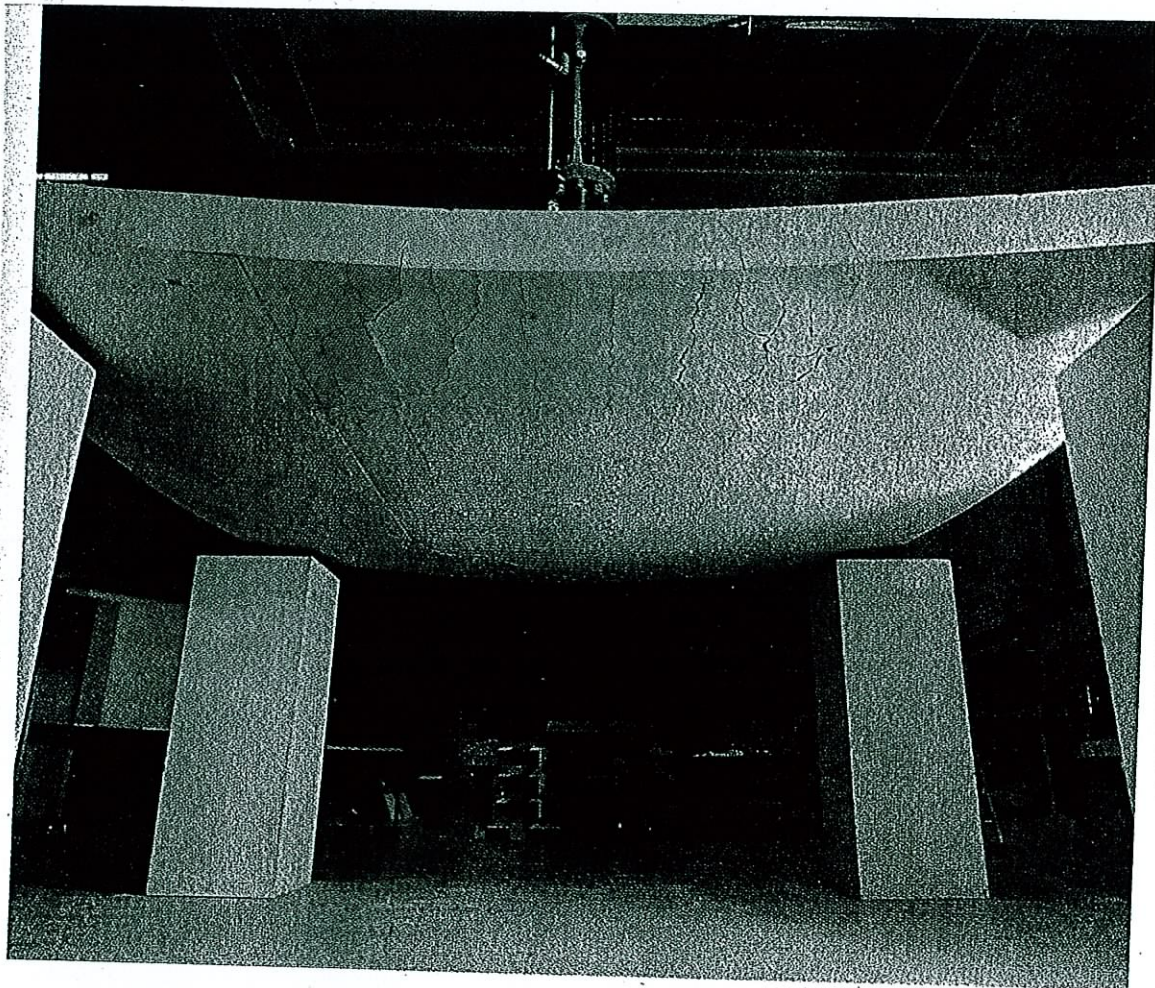
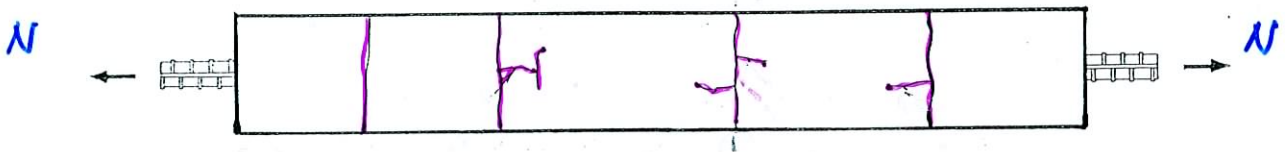


LIMITAZIONE DEFORMABILITA'



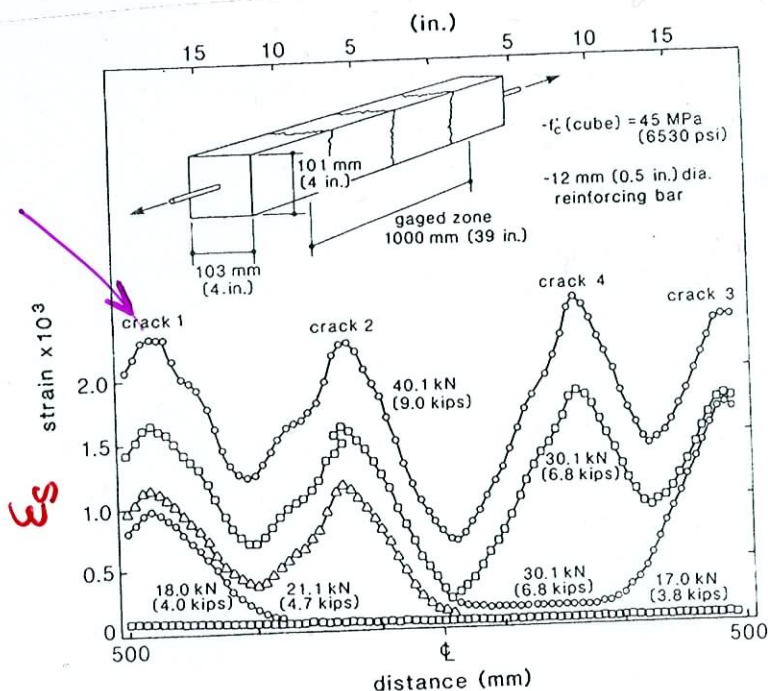
DEFORMABILITA' DI ELEMENTI TESI IN CA



- Evidenze sperimentali
- Un modello "generale"
- Tension-stiffening
- Incertezza del quadro fessurativo
- Ampiezza di fessura

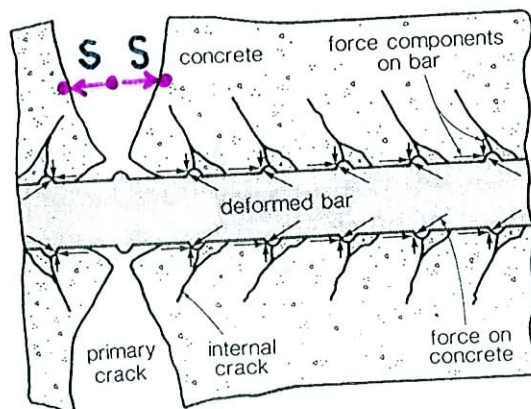
COMPORTAMENTO SPERIMENTALE DI UN ELEMENTO TESO

Nella sezione fessurata si ha stadio 2



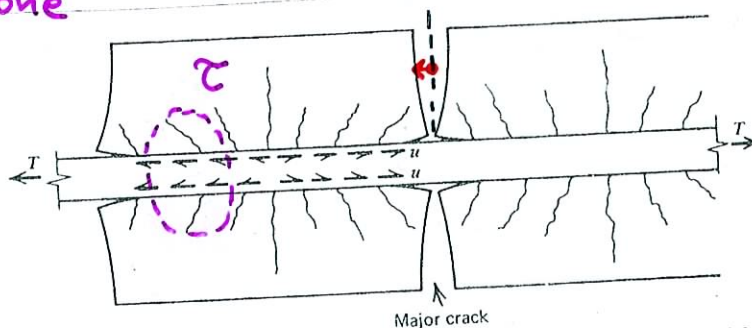
Sebbene N sia costante le deformazioni ϵ_s della barra d'armatura variano

Variation of steel strain along the length of a tension specimen tested by Scott and Gill (Ref. 4-5).



Formation of internal cracks. Adapted from Goto (Ref. 4-4).

Le tensioni d'aderenza τ sono responsabili della variazione di tensione della barra



Deformed concrete between transverse cracks of a tension member.^{9,8}

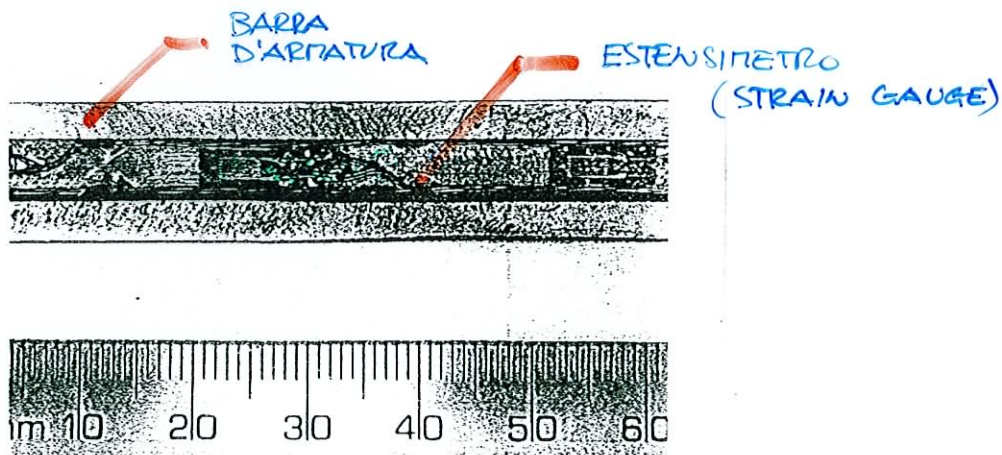


Fig 1. Strain gauges and wiring

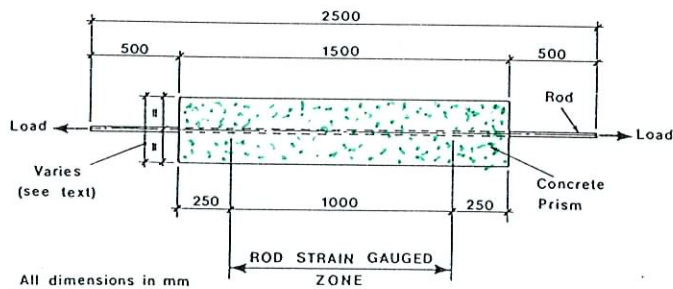


Fig 2. Layout of test specimens

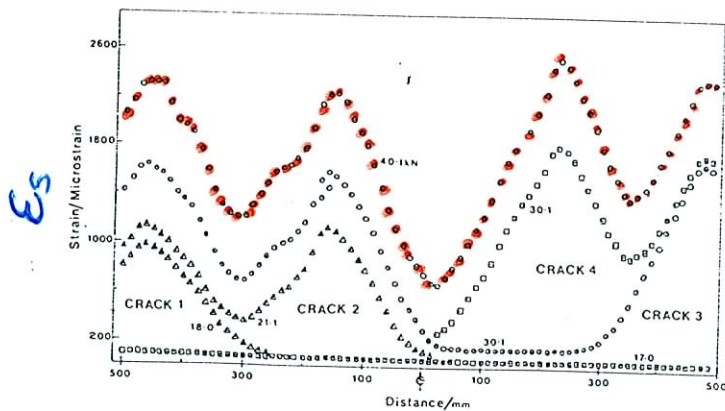


Fig 3. Strain distributions for specimen 100T12

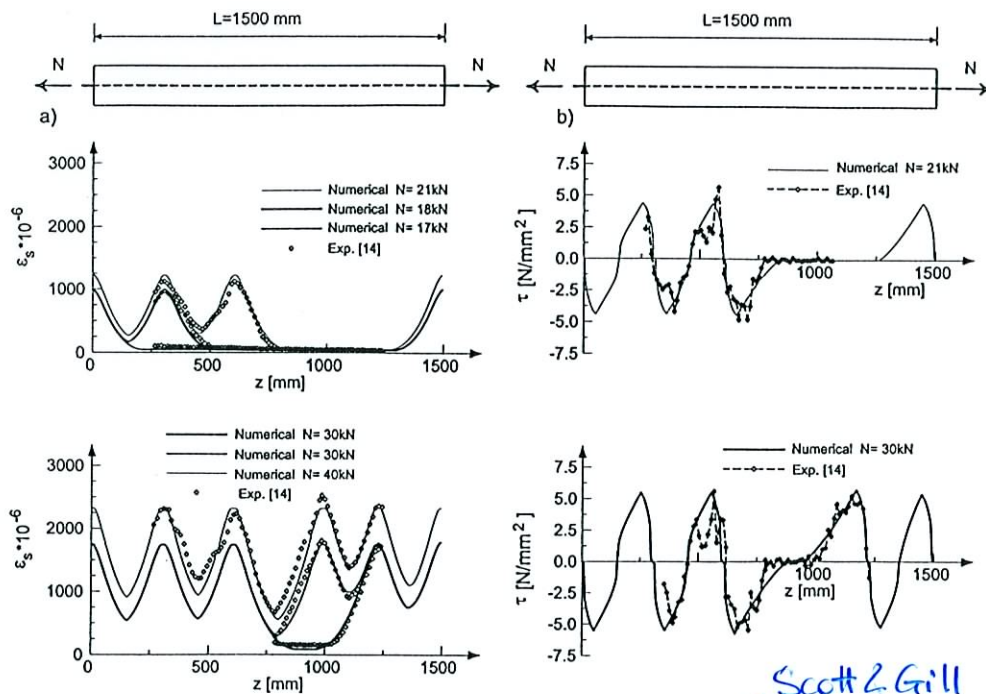
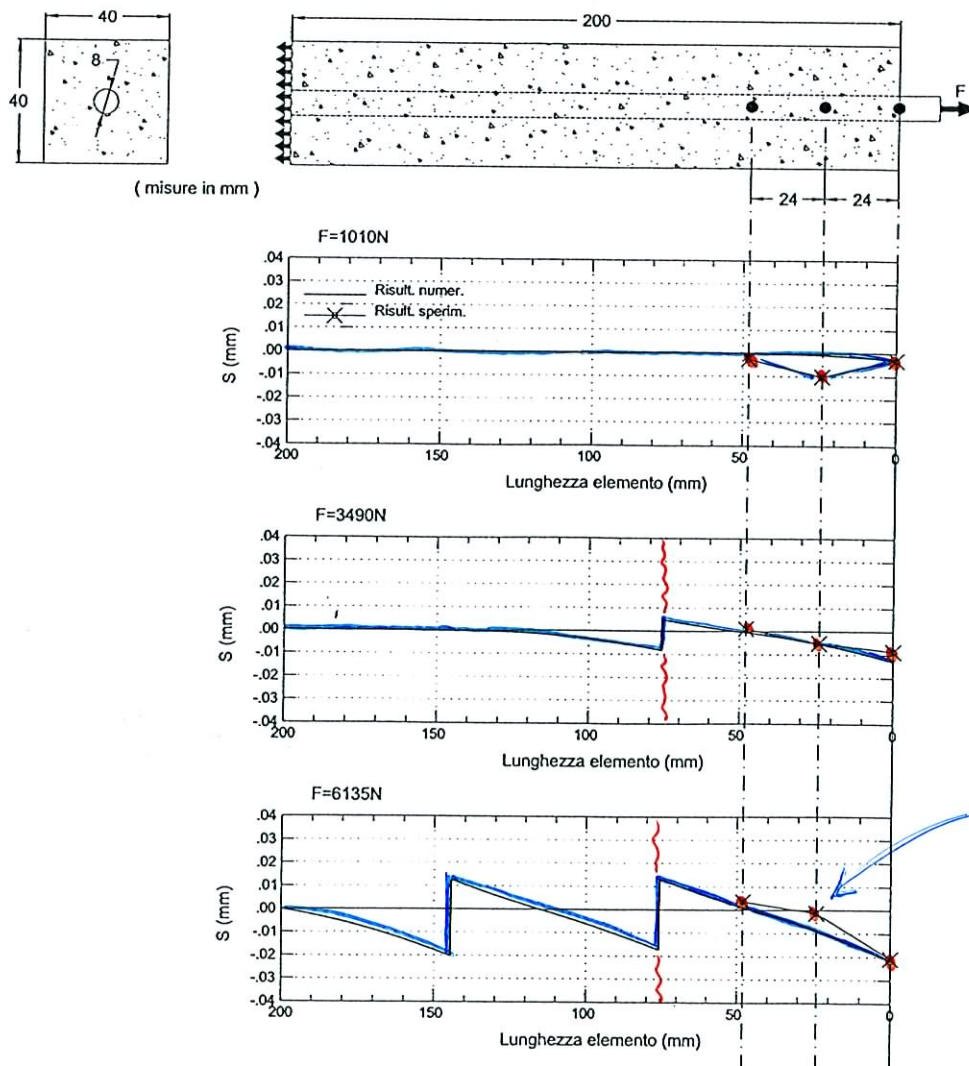


Fig. 7. Comparison between numerical outcomes and experimental data [14] when many cracks occur: a) steel strains; b) bond stresses.

Scott & Gill The Structural Engineer (1987)

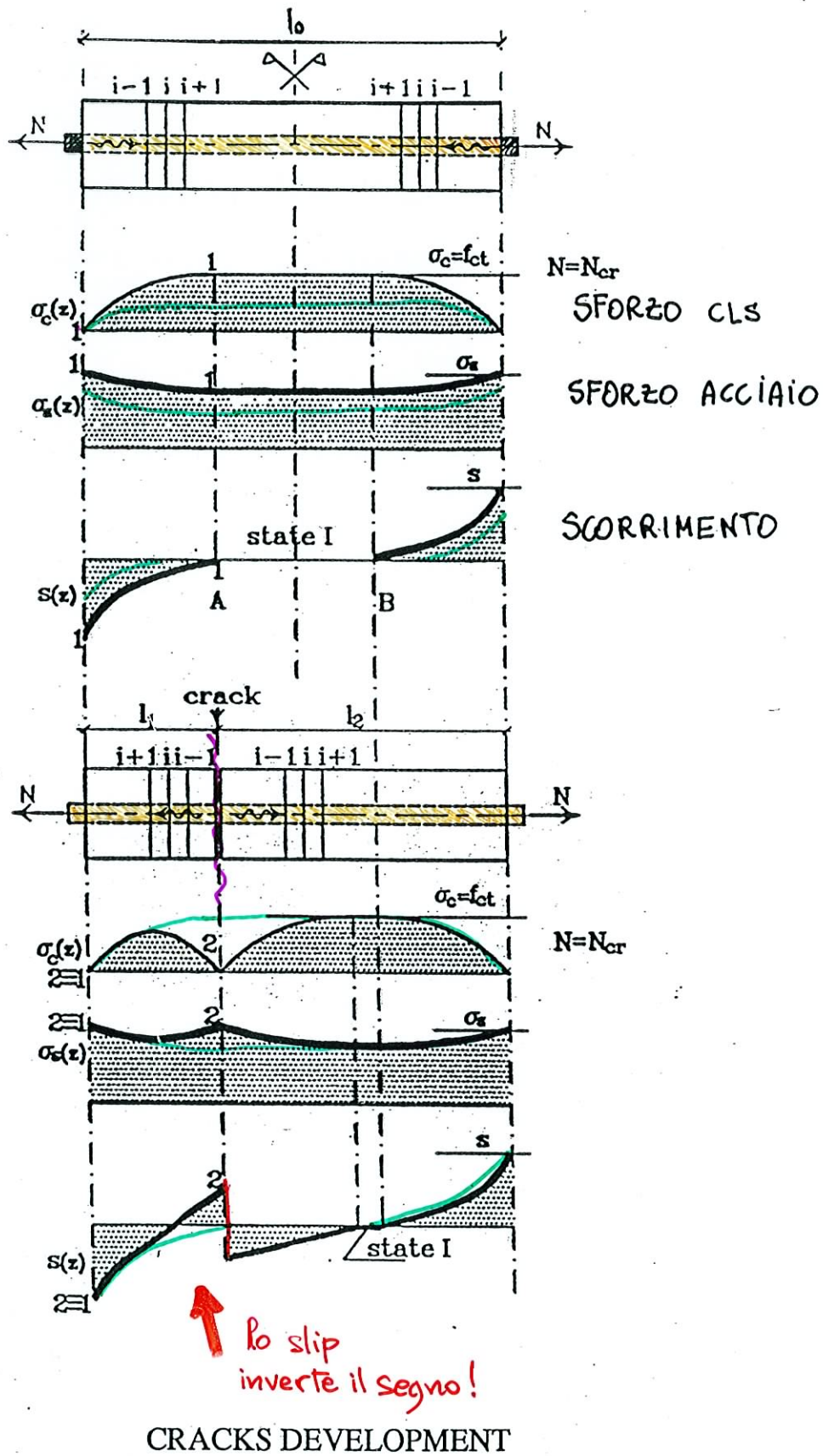


Bellelli et al. (1998)

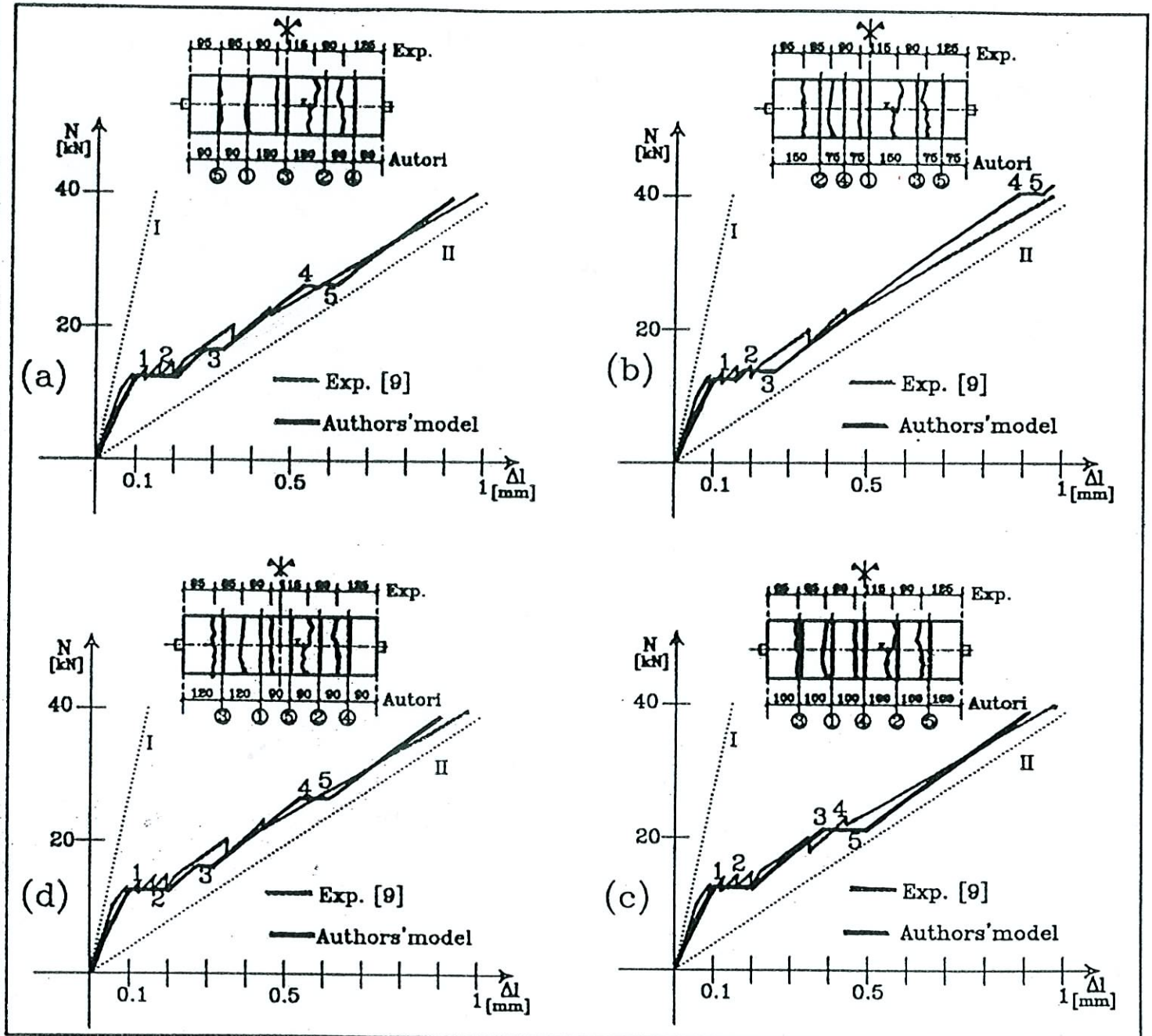
Figura 9: Andamenti degli scorrimenti s lungo il provino al crescere della forza F applicata.

Bellelli et al. (1998) CTE

— situazione precedente



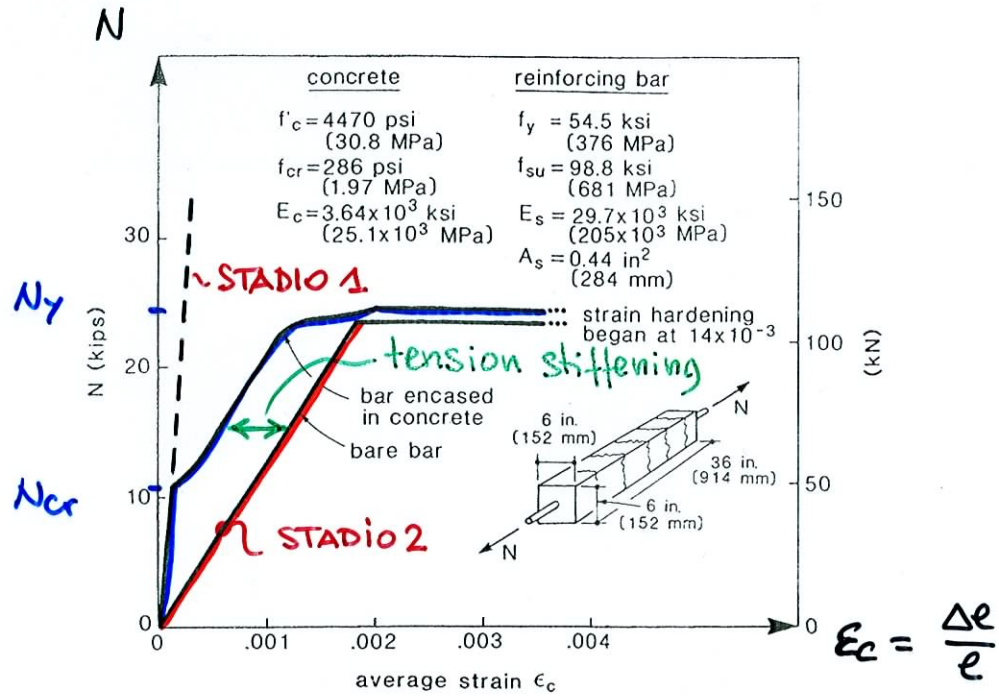
ALEATORIETA' QUADRO FESSURATIVO



- RISULTANZE SPERIMENTALI ED ELABORAZIONE NUMERICA

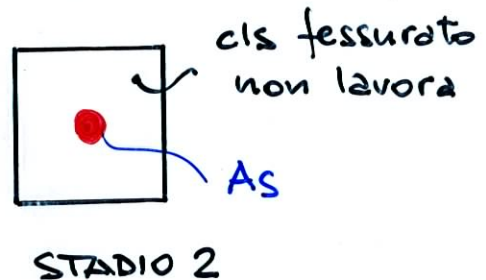
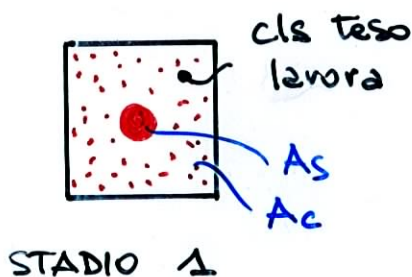
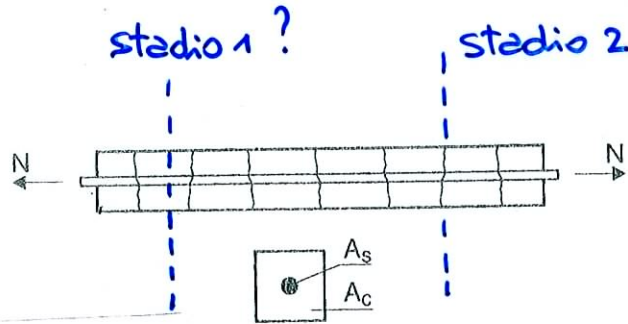
- 4 POSSIBILI ED EQUIPOTENZIALI QUADRI FESSURATIVI

COMPORTAMENTO ELEMENTO TESO IN CA

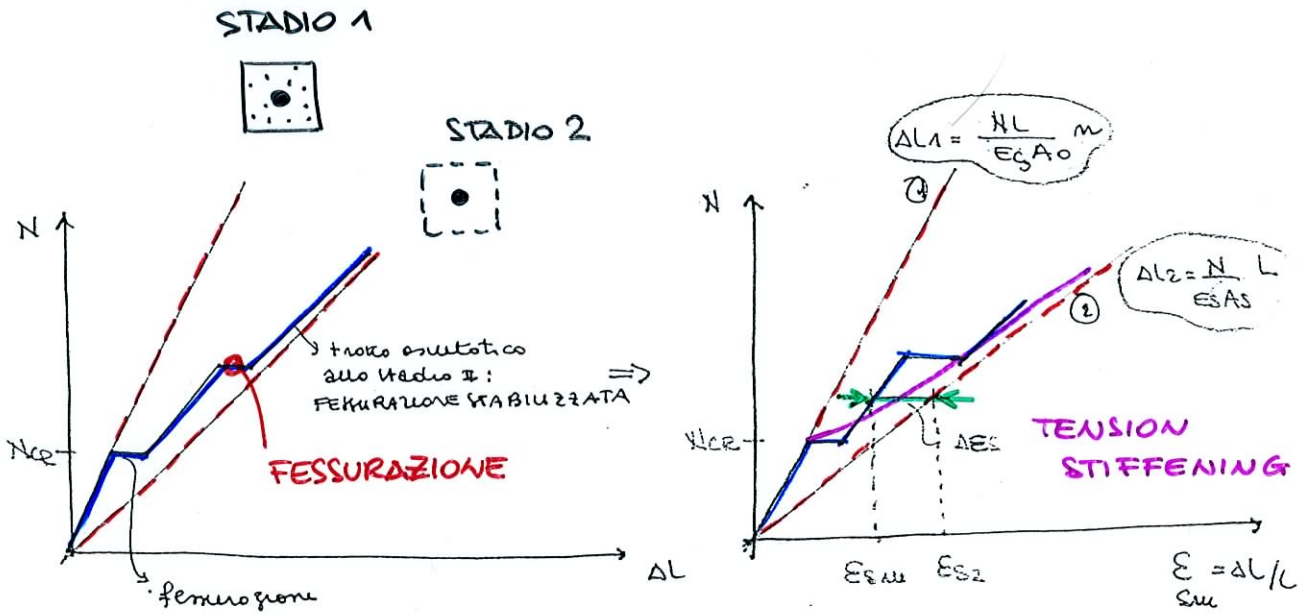
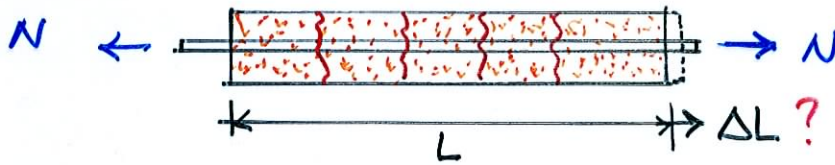


Observed response of bar encased in concrete.

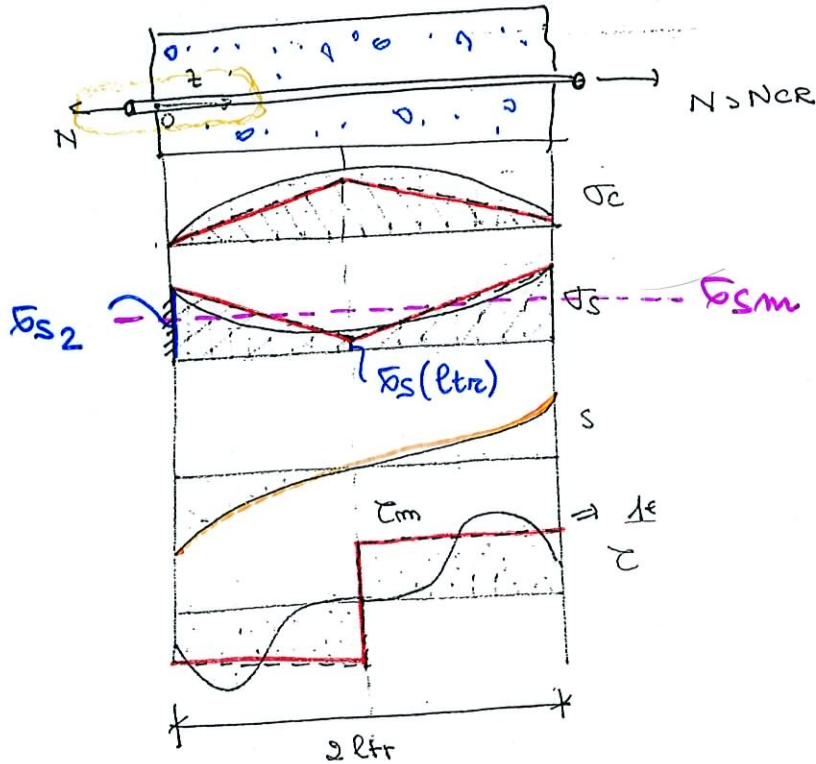
$$\epsilon = \begin{cases} \frac{N}{E_c (A_c + \frac{E_s}{E_c} A_s)} & \text{STADIO 1} \\ \frac{N}{E_s A_s} & \text{STADIO 2} \end{cases}$$



COMPORTAMENTO ELEMENTO TESO: DEFORMABILITA'


$$\Delta \epsilon_s = \text{TENSION STIFFENING}$$

ELEMENTO TESO : TENSION STIFFENING

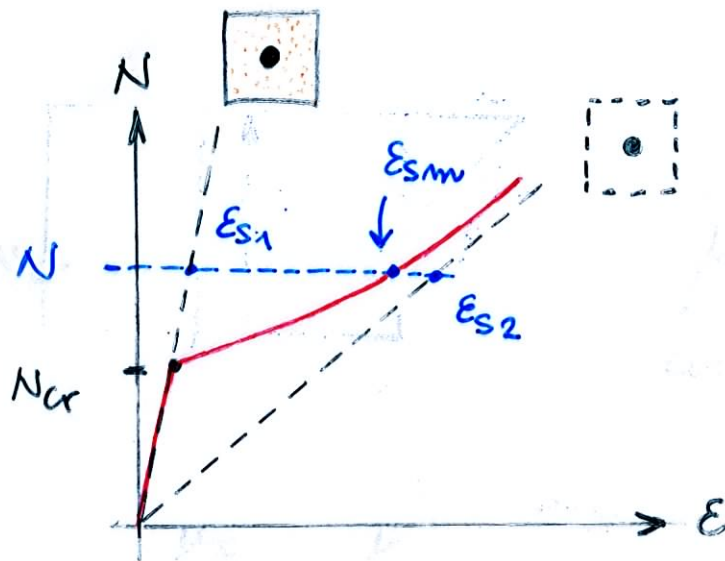


$\sigma_{s2} \leftarrow \text{Diagram of a beam of length } z_m \text{ with a linear stress distribution} \rightarrow \sigma_s(z) = \sigma_{s2} - \frac{p_s}{A_s} z_m z$

$$\epsilon_{s \text{ media}} = \epsilon_{s \text{ m}} = \frac{\epsilon_{s2} + \epsilon_s(ltr)}{2} = \frac{\int_0^{ltr} \epsilon_s(z) dz}{ltr}$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{\delta s_m}{E_s} = \epsilon_{s2} - \frac{\tau_m + s_{ltz}}{2 A_s E_s} \quad \Delta \epsilon_s$$

ΔE_s = TENSION STIFFENING = CONTRIBUTO
IRRIGIDENTE DEL CALCESTRUZZO TESO
COMPRESO TRA DUE FESSURE CONSECUTIVE



$$\epsilon_{s1} = \frac{N}{E_c A_{om}}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{N}{A_s E_s}$$

$$\epsilon_{sm} = \zeta \epsilon_{s2} + (1 - \zeta) \epsilon_{s1}$$

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 = 1 - \beta \left(\frac{N_{cr}}{N} \right)^2$$

0.5 carichi permanenti o ciclici
1.0 carichi di breve durata

La Circolare usa la stessa espressione

$$\zeta = 1 - c \left(\frac{N_f}{N} \right)^2$$

ma cambia il nome ai parametri

DEFINIZIONE DI CURVATURA NEGLI ELEMENTI INFLESSI
IN CONGLOMERATO: CURVATURA "MEDIA" E "LOCALE"

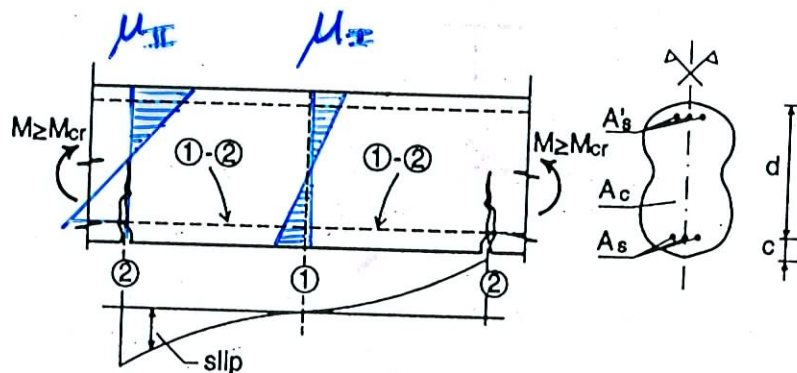
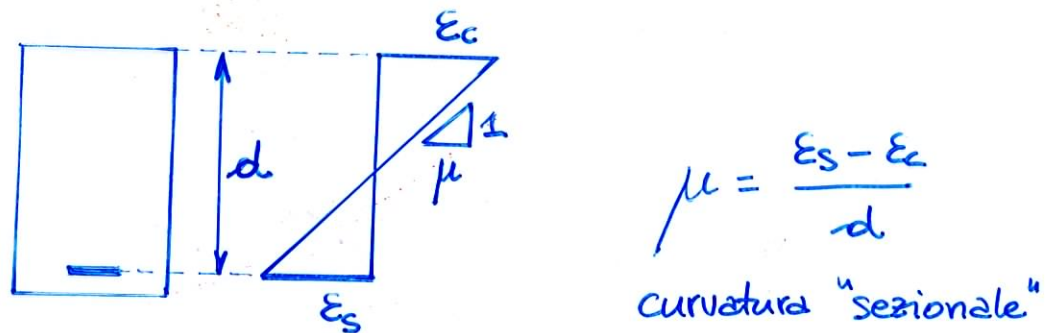


FIG. 1. Flexural Cracking in RC Beams

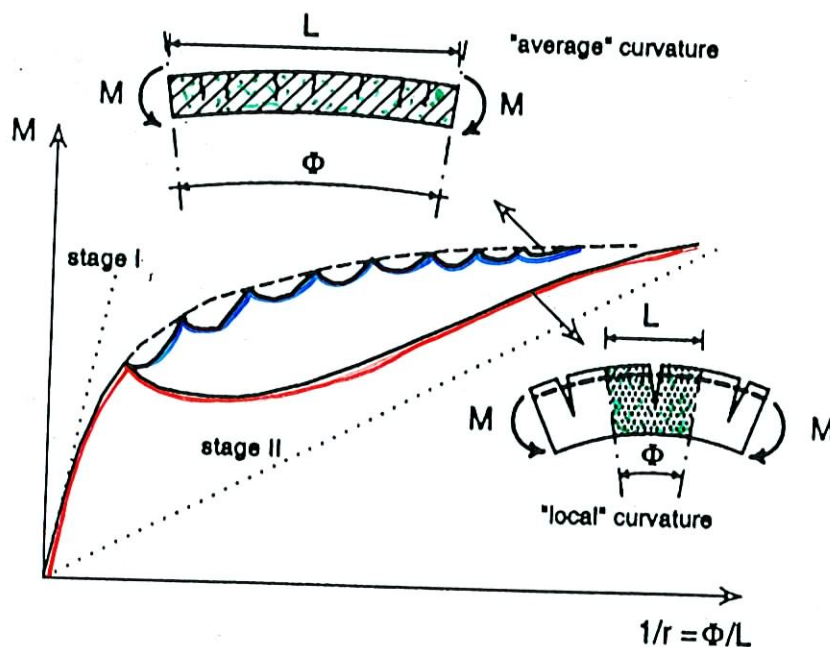
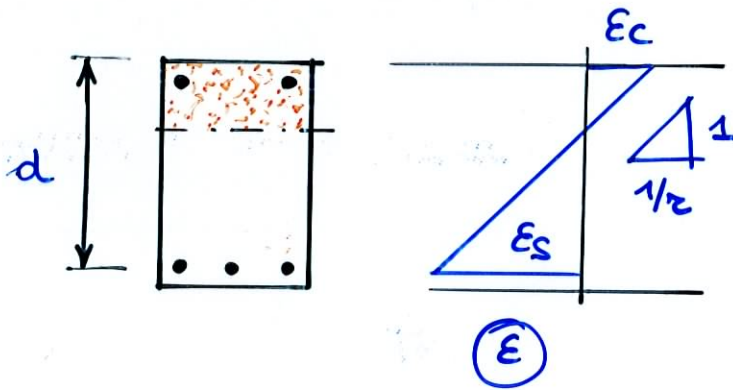


FIG. 2. Definition of Local and Average Moment-Curvature Relationship (Gelfi and Gluriani 1982)

CURVATURA ELEMENTI INFLESSI SECONDO EC2



$$1/\rho = \frac{\epsilon_s - \epsilon_c}{d}$$

$$1/\rho_m = \frac{\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}}{d}$$

Posto

$$\begin{aligned}\epsilon_{sm} &= \epsilon_{s2} \xi + \epsilon_{s1} (1 - \xi) \\ \epsilon_{cm} &= \epsilon_{c2} \xi + \epsilon_{c1} (1 - \xi)\end{aligned}$$

come nell'elemento teso

Si ottiene

$$1/\rho_m = \underbrace{\frac{\epsilon_{s2} - \epsilon_{c2}}{d}}_{1/\rho_2} \xi + \underbrace{\frac{\epsilon_{s1} - \epsilon_{c1}}{d}}_{1/\rho_1} (1 - \xi)$$

$$1/\rho_m = 1/\rho_2 \xi + 1/\rho_1 (1 - \xi)$$

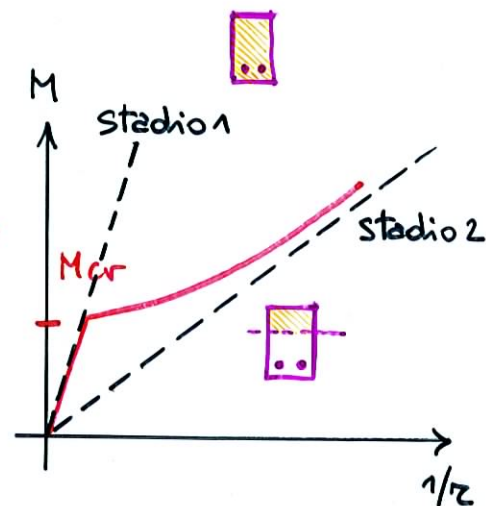
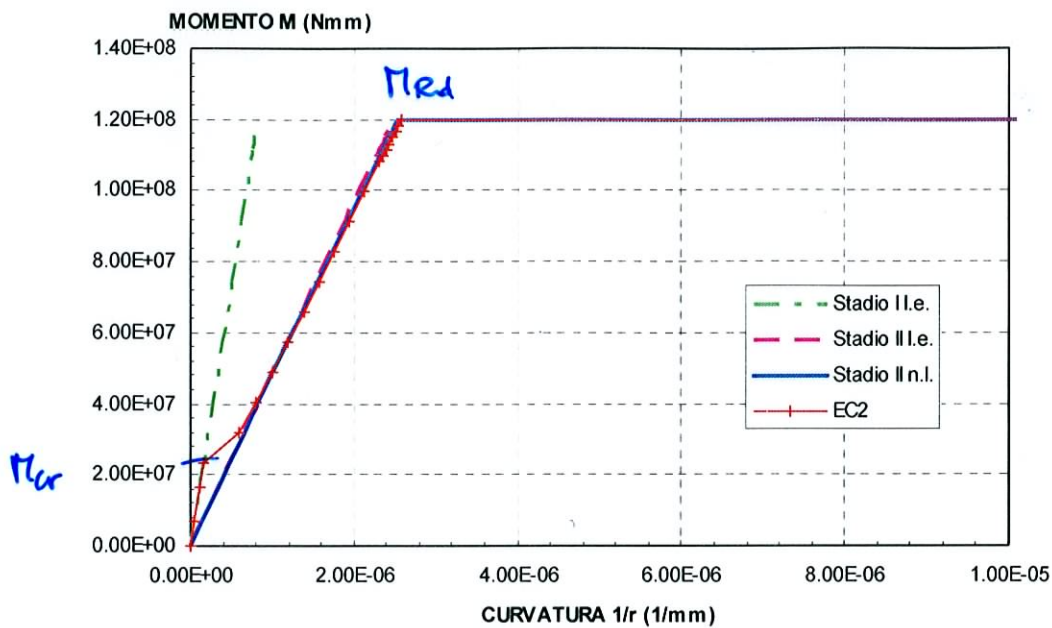


DIAGRAMMA
MOMENTO - CURVATURA

IMPORTANZA DEL TENSION - STIFFENING

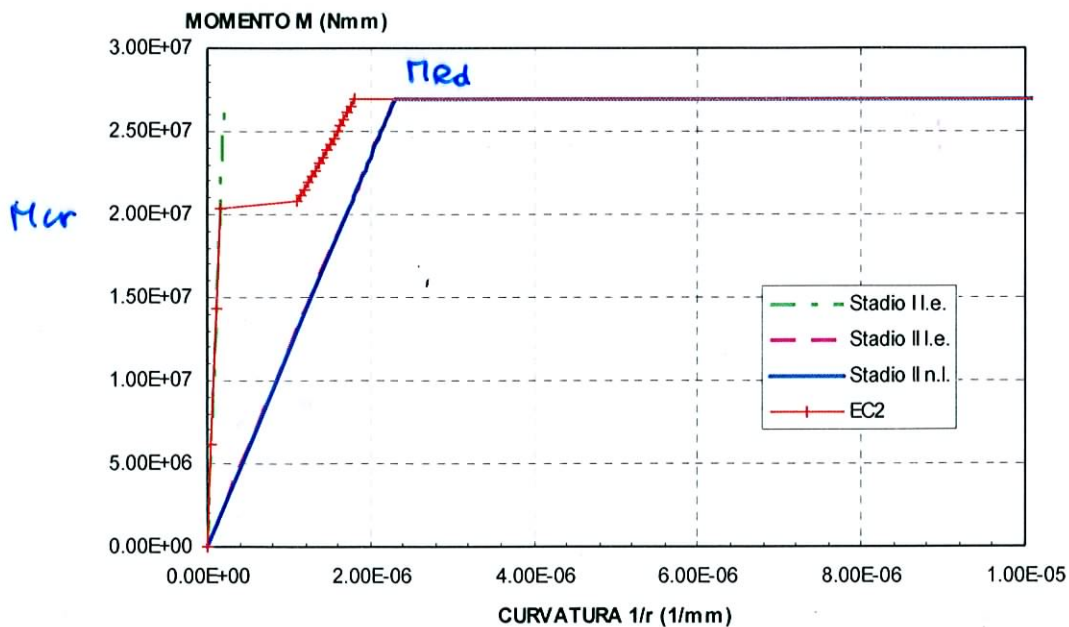
● SEZIONE MOLTO ARMATA

DIAGRAMMA M-1/r N = 0 N



● SEZIONE POCO ARMATA

DIAGRAMMA M-1/r N = 0 N

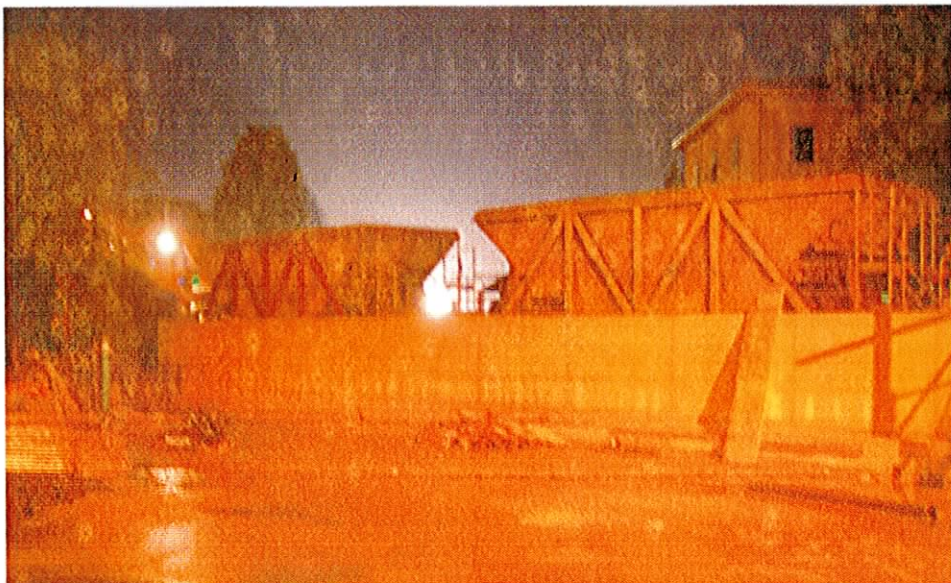


LIMITAZIONE DELLE DEFORMAZIONI : ALCUNI ESEMPI



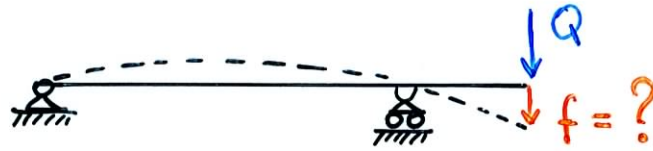
Verifica di una
mensola in c.a.
sovrastante una
vetrata.

$$f = ?$$



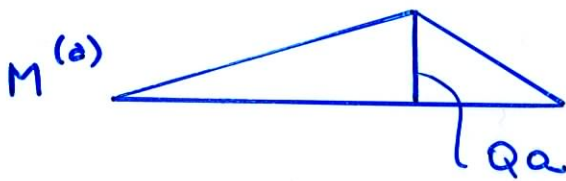
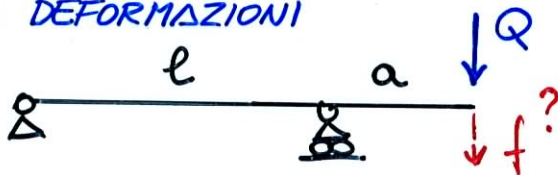
Collaudo di un ponte
ferroviario

STATO LIMITE DI DEFORMABILITA': CALCOLO f

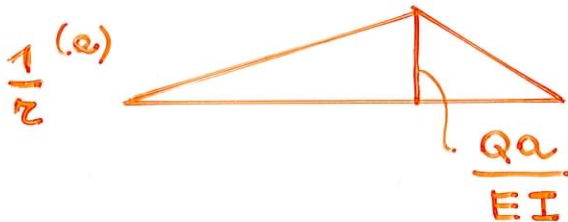
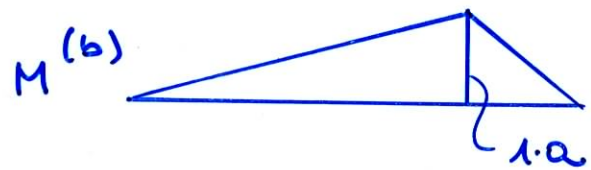
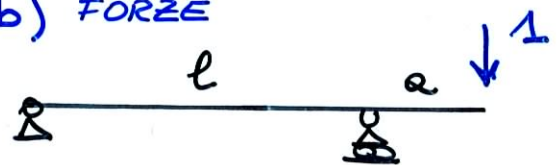


CALCOLO f MEDIANTE IL TEOREMA DEI LAVORI VIRTUALI

a) DEFORMAZIONI



b) FORZE



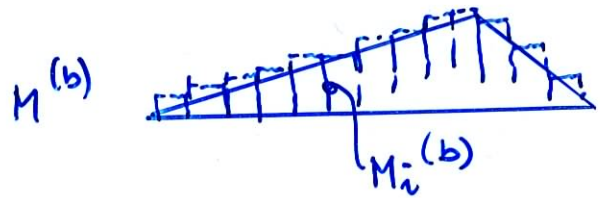
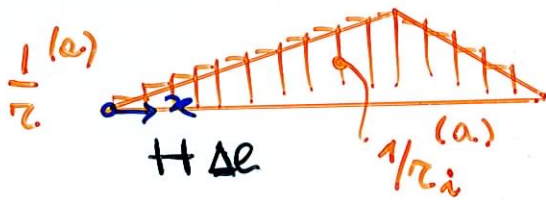
$$\mathcal{L}_e = \mathcal{L}_i$$

$$1^{(b)} f^{(a)} = \int_{trave} M^{(b)} \frac{1}{2}(e) de \rightarrow f$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{momento}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{curvatura}}$

Conviene approssimare l'integrale con una sommatoria

STATO LIMITE DEFORMABILITA': CALCOLO f



$$1 \cdot f^{(a)} = \int_{trave} M^{(b)} \frac{1}{2}^{(a)} dl \approx$$

$$\approx \sum_{i=1}^n M_i^{(b)} \left[\frac{1}{2}^{(a)} \Delta l \right] \frac{M_i^{(a)}}{EI}$$

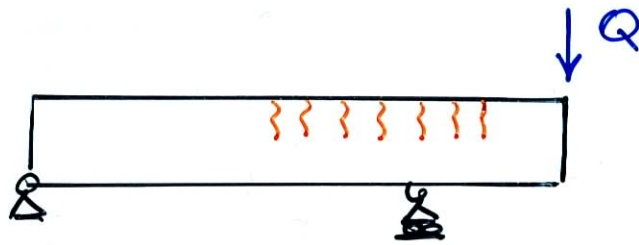
APPROSSIMO
L'INTEGRALE
CON UNA
SOMMATORIA

i	x_i	Δl	$M_i^{(a)}$	$M_i^{(b)}$	$\frac{M_i^{(a)}}{EI}$
1	0	50	⋮	⋮	⋮
2	50	50	⋮	⋮	⋮
3	100	50	⋮	⋮	⋮
4	150	⋮	⋮	⋮	⋮
5	200	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	500	⋮	⋮	⋮	⋮

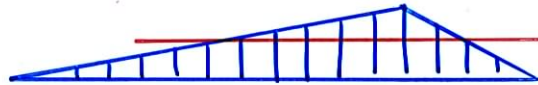
USO FOGLIO
ELETTRONICO

$$f = \sum M_i^{(b)} \frac{M_i^{(a)}}{EI} \Delta l$$

CALCOLO FRECCIA TRAVE IN C.A.



(M)



$$M_{cr} = f_{ct, fe} \cdot W_I$$

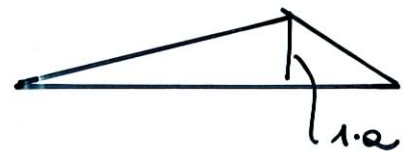
a)



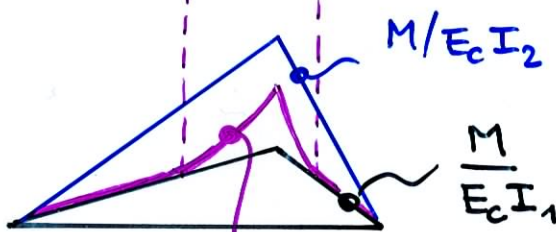
(M)



b)



(1/2)



$$\frac{1}{r_m} = \frac{1}{r_2} \xi + \frac{1}{r_1} (1 - \xi)$$

$\left[\begin{array}{cc} M/E_c I_2 & M/E_c I_1 \end{array} \right]$

$$1 \cdot f^{(a)} = \int_{trave} M^{(b)}(x) \frac{1}{r_m}^{(a)}(x) dx$$

NELLE ZONE FESSURATE UTILIZZO $1/r_m$

NELLE ZONE NON FESSURATE UTILIZZO $1/r_1$

CALCOLO FRECCIA MEDIANTE FOGLIO ELETTRONICO



i	x_i	Δx	$M_i^{(a)}$	M_{cr}	$M_i^{(b)}$	ξ	$\frac{1}{r_1}$	$\frac{1}{r_2}$	$\frac{1}{r_m}$	$M^{(b)} \frac{1}{r_m} \Delta x$
1	0	50								
2	50	50								
3	100	50								
4	150	...								
5	200	...								
...								
...								
m										

$$f = \sum M_i^{(b)} \frac{1}{r_{mi}} \Delta x$$

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2$$

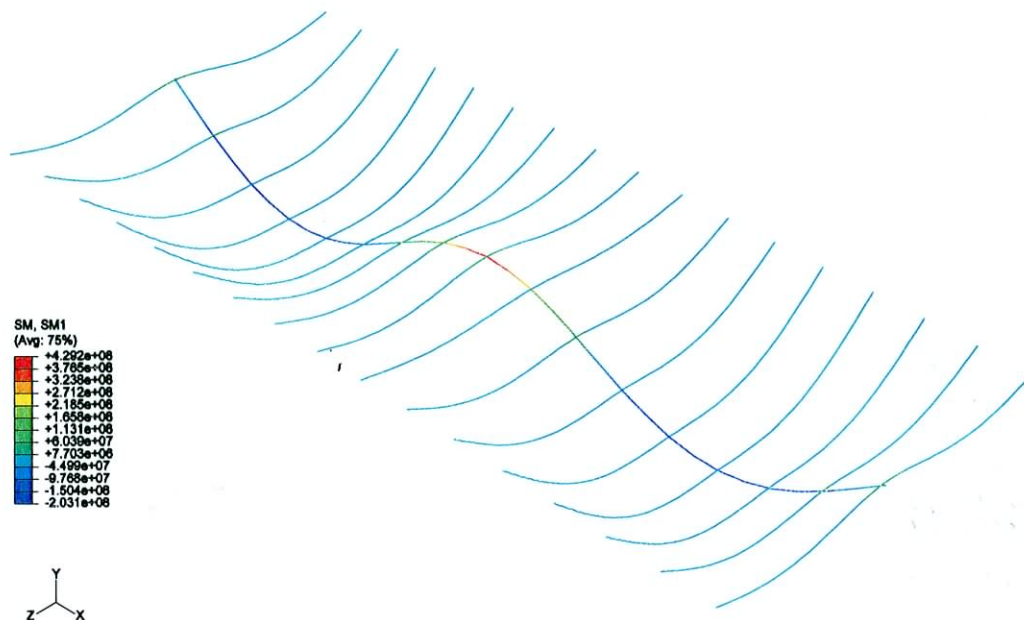
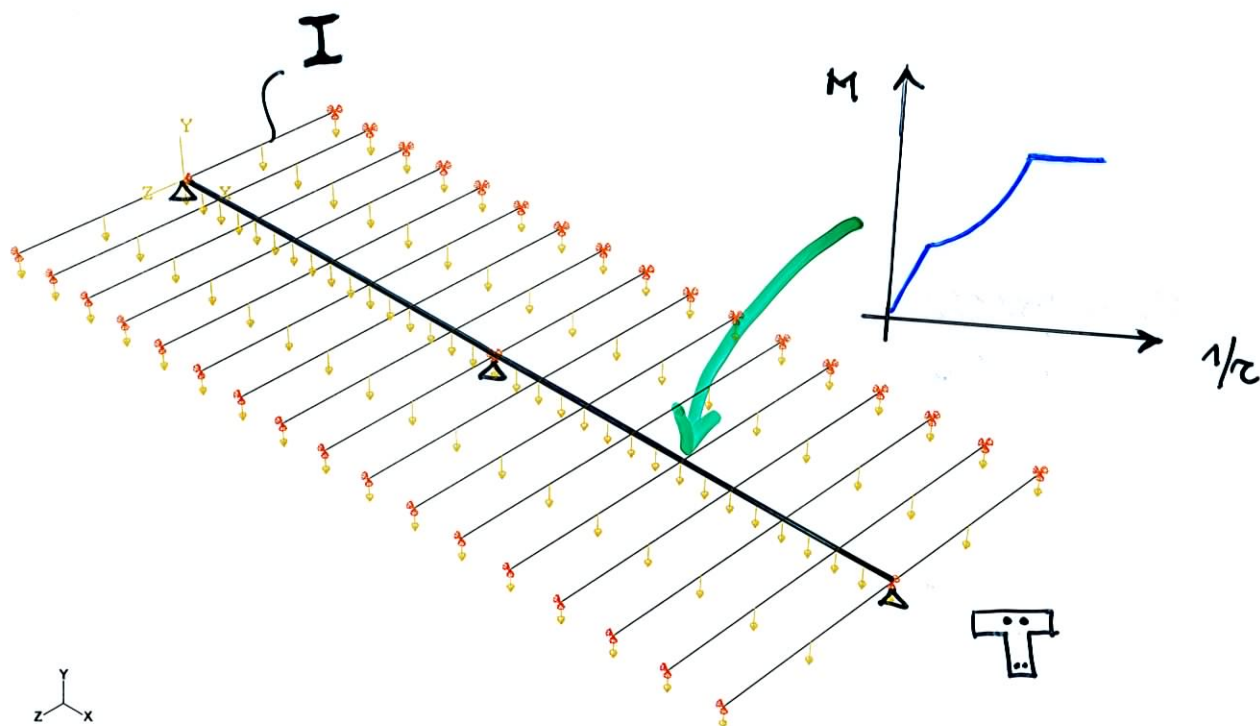
$$1/r_1 = M / E_c I_1$$

$$1/r_2 = M / E_c I_2$$

NB $\xi = 0$ se $M < M_{cr}$ con $M_{cr} = f_{ct} \sqrt{I_1}$

CALCOLO FRECCIA STRUTTURE IPERSTATICHE

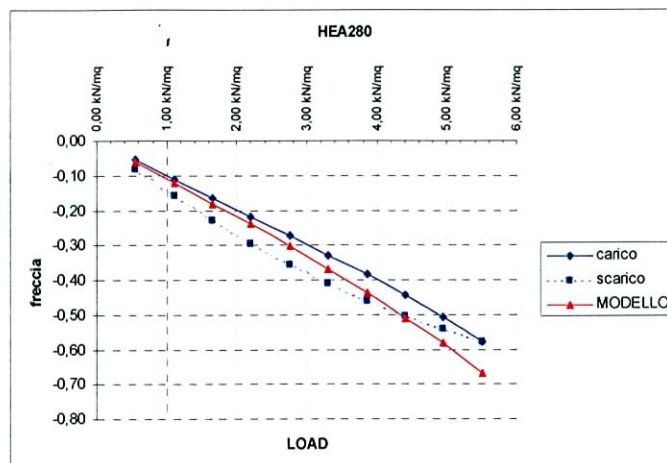
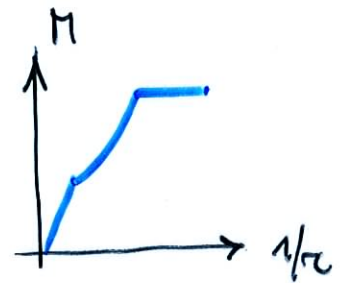
ANALISI NON LINEARE AGLI ELEMENTI FINITI



CALCOLO FRECCIA STRUTTURE IPERSTATICHE

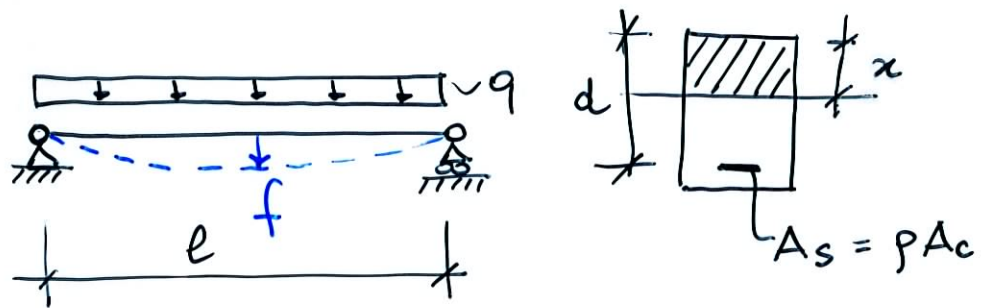


Esempio di
collaudo



Confronto fra
il test ed il
modello

LIMITAZIONE DEL RAPPORTO l/d



$$f \approx f_{II} = c \frac{q l^4}{E_c I_2} \quad (\text{se trascuro il tens.-stiff.})$$

$$M_{max} = \frac{q l^2}{8} \rightarrow q = \frac{8 M_{max}}{l^2}$$

Sostituisco

$$\sigma_s = m \frac{M_{max}}{I_2} \cdot (d-x) \rightarrow M_{max} = \frac{\sigma_s I_2}{m (d-x)}$$

$$f \approx c \frac{\sigma_s}{E_s} \frac{1}{1 - \frac{x}{d}} \frac{l^2}{d}$$

$$\frac{f}{l} \approx c \frac{\sigma_s}{E_s} \frac{1}{1 - \frac{x}{d}} \frac{l}{d} \rightsquigarrow \text{fisso } f/l \text{ e ricevo } l/d$$

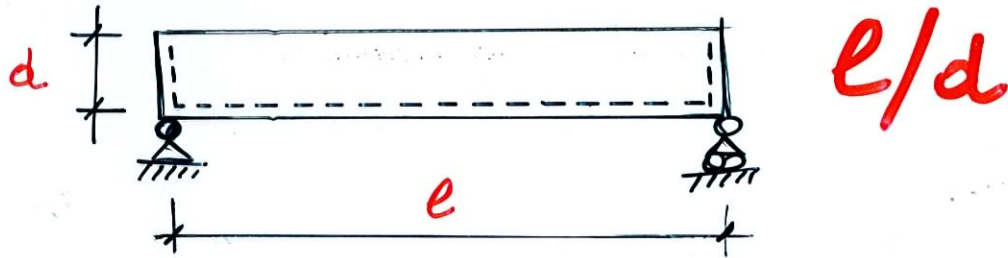
$$\frac{l}{d} = \frac{f}{l} \frac{1 - \frac{x}{d}}{c} \frac{E_s}{\sigma_s} \quad \text{con } \frac{x}{d} = m \rho \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2}{m \rho}} \right)$$

$$\frac{l}{d} = \underbrace{\left(\frac{f}{l} \right)}_{\approx 1/250} \frac{1 - m \rho \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2}{m \rho}} \right)}{c} \frac{E_s}{\underbrace{\sigma_s}_{f/\rho}}$$

f/l
 ρ
 σ_s

STATO LIMITE DI DEFORMABILITA' EC2

La verifica è soddisfatta (ometto calcolo) se l/d rispetta determinati limiti



$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad \text{se } \rho \leq \rho_0 \quad (7.16.a)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{se } \rho > \rho_0 \quad (7.16.b)$$

dove:

l/d è il limite luce/altezza utile;

K è il fattore che tiene conto dei diversi sistemi strutturali;

ρ_0 è il rapporto di armatura di riferimento = $\sqrt{f_{ck}} 10^{-3}$;

ρ è il rapporto di armatura tesa richiesta in mezzzeria per resistere al momento indotto dai carichi di progetto (all'incastro per mensole);

ρ' è il rapporto di armatura compressa richiesta in mezzzeria per resistere al momento indotto dai carichi di progetto (all'incastro per mensole);

f_{ck} è in Megapascal.

prospetto 7.4N Valori base dei rapporti luce/altezza utili per elementi di calcestruzzo armato senza compressione assiale

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato $\rho = 1,5\%$	Calcestruzzo poco sollecitato $\rho = 0,5\%$
Travi semplicemente appoggiate, piastre semplicemente appoggiate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campata terminale di travi continue o piastre continue monodirezionali o piastre bidirezionali continue su un lato lungo	1,3	18	26
Campata intermedia di travi o di piastre mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre sorrette da pilastri senza travi (piastre non nervate) (in base alla luce maggiore)	1,2	17	24
Mensole	0,4	6	8

Nota 1 I valori dati sono stati scelti in genere in via prudenziale e il calcolo può dimostrare frequentemente che si possono realizzare elementi più sottili.

Nota 2 Per piastre bidirezionali si raccomanda che la verifica sia effettuata con riferimento alla luce minore; per piastre non nervate si raccomanda di considerare la luce maggiore.

Nota 3 I limiti dati per piastre prive di nervature corrispondono a una limitazione meno severa di quella che impone una freccia in mezzzeria minore di $1/250$ della luce, relativamente agli appoggi sui pilastri. L'esperienza ha dimostrato che ciò è comunque soddisfacente.

STATO LIMITE DEFORMABILITÀ: CIRCOLARE

Per travi e solai con luci non superiori a 10 m è possibile omettere la verifica delle inflessioni come sopra riportata, ritenendola implicitamente soddisfatta, se il rapporto di snellezza $\lambda = l/h$ tra luce e altezza rispetta la limitazione

$$\frac{l}{h} = \lambda \leq K \left[11 + \frac{0,0015 \cdot f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \cdot \left[\frac{500 A_{s,eff.}}{f_{yk} A_{s,calc.}} \right] \quad [C4.1.13]$$

dove f_{ck} è la resistenza caratteristica a compressione del cls in MPa, ρ e ρ' sono i rapporti d'armatura tesa e compressa, rispettivamente, $A_{s,eff}$ ed $A_{s,calc}$ sono, rispettivamente, l'armatura tesa effettivamente presente nella sezione più sollecitata e l'armatura di calcolo nella stessa sezione, f_{yk} è la tensione di snervamento caratteristica dell'armatura (in MPa) e K è un coefficiente correttivo, che dipende dallo schema strutturale.

I valori da attribuire a K sono riportati in Tab. C4.1.1, insieme con i valori limite di λ

calcolati assumendo $f_{ck} = 30$ MPa e $\left[\frac{500 A_{s,eff.}}{f_{yk} A_{s,calc.}} \right] = 1$, nel caso di calcestruzzo molto

sollecitato ($\rho = 1,5\%$) o poco sollecitato ($\rho = 0,5\%$).

Tab. C4.1.1 - Valori di K e snellezze limite per elementi inflessi in c.a. in assenza di compressione assiale

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato $\rho = 1,5\%$	Calcestruzzo poco sollecitato $\rho = 0,5\%$
Travi semplicemente appoggiate, piastre incernierate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campate terminali di travi continue o piastre continue monodirezionali o bidirezionali continue sul lato maggiore	1,3	18	26
Campate intermedie di travi o piastre continue mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre non nervate sostenute da pilastri (snellezza relativa alla luce maggiore)	1,2	17	24
Mensole	0,4	6	8

Come
tabella
EC 2

Per sezioni a T aventi larghezza dell'ala maggiore di tre volte lo spessore dell'anima, i valori dati dalla [C4.1.13] devono essere ridotti del 20%.

Per travi e piastre nervate caricate da tramezzi che possano subire danni a causa di inflessioni eccessive, i valori dati dalla [C4.1.13] devono essere moltiplicati per il rapporto $7/l$ essendo l la luce di calcolo in m.

Per piastre non nervate la cui luce maggiore l ecceda 8,5 m, caricate da tramezzi che possano subire danni a causa di inflessioni eccessive, i valori dati dalla [C4.1.13] devono essere moltiplicati per il rapporto $8,5/l$, con l in m.