

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI MESSINA
DIPARTIMENTO di INGEGNERIA CIVILE



Teoria e Progetto di Ponti

A. Recupero



CONTENUTI e INDICE

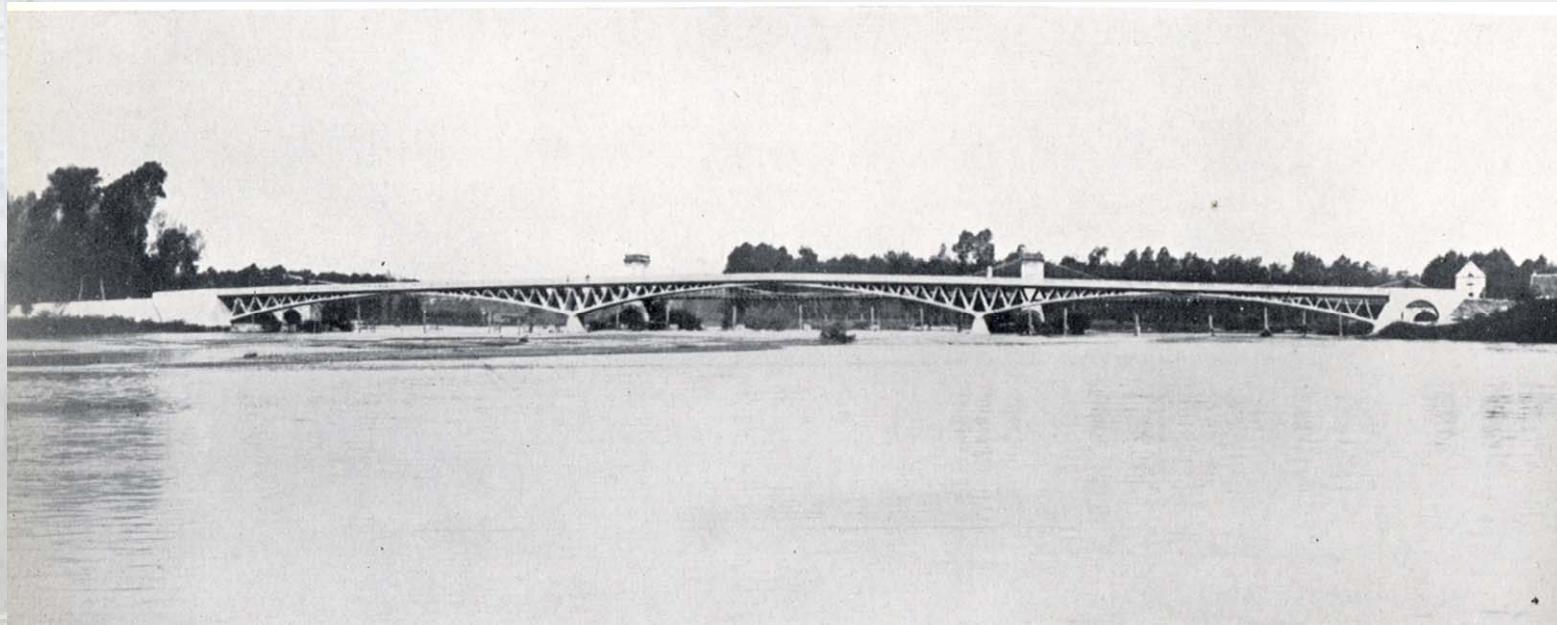
- LA CLASSIFICAZIONE;
- LE AZIONI
- LA NORMATIVA ITALIANA;
- GLI EFFETTI REOLOGICI;
- L'IMPALCATO A GRATICCIO;
- L'IMPALCATO A CASSONE;
- LA PRECOMPRESSIONE ESTERNA;
- LA SISMICA



GLI EFFETTI REOLOGICI;

- *Le radici storiche*

✓ Durante i primi decenni del novecento la nuova tecnica del cemento armato fu impiegata senza che ci si preoccupasse degli effetti del fluage



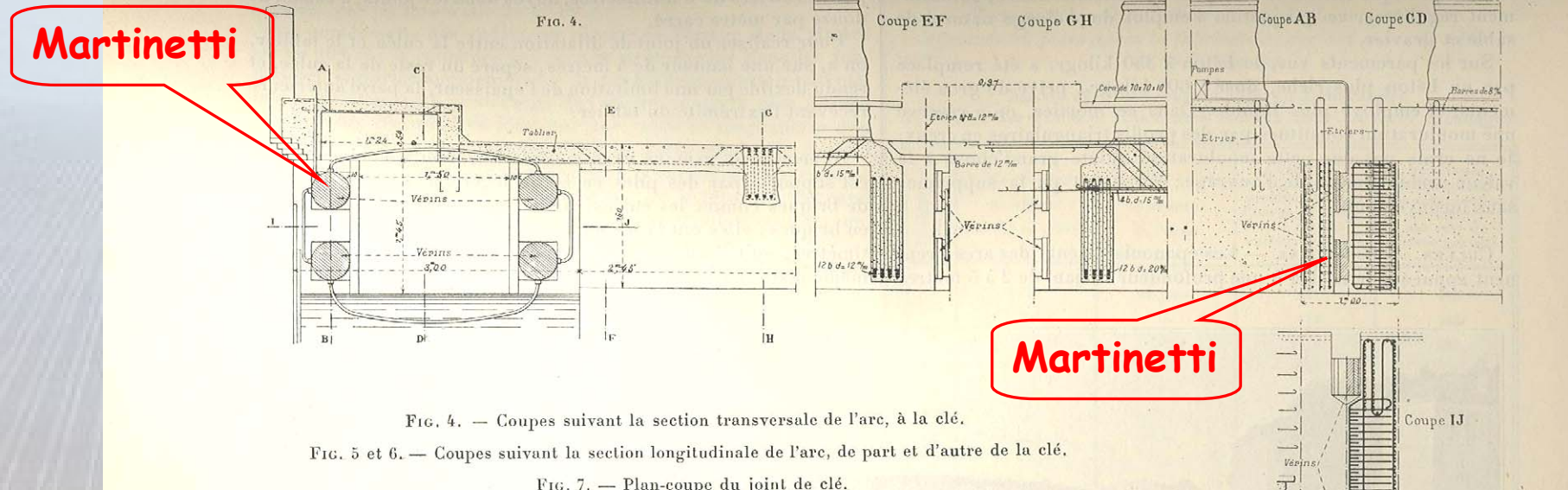
E. Freyssinet, Ponte di Veudre sull'Allier, 1910

Archi a tre cerniere di 73 m di luce fortemente ribassati ($f/l = 1/15$)

- Incremento di freccia in 3 anni: 12-13 cm (*attribuito unicamente al ritiro**)
- 1913: nuova forzatura con martinetti, e bloccaggio cerniera di chiave

* *Le Génie Civil*, No. 2033, 1921

✓ Durante i primi decenni del novecento la nuova tecnica del cemento armato fu impiegata senza che ci si preoccupasse degli effetti del fluage



E. Freyssinet, Ponte di Villeneuve-sur-Lot, 1915
Arco incastrato di 73 m di 96 m, forzato con martinetti in chiave

✓ Oggi sappiamo che i due problemi ignorati da Freyssinet nei ponti di Veurdre e Villeneuve rappresentano due casi classici di:

- *creep problem* il primo (incremento delle deformazioni sotto carico),
- *relaxation problem* il secondo (diminuzione dello stato di tensione sotto deformazione impressa).

✓ Sappiamo anche che le soluzioni di questi problemi si deducono immediatamente rispettivamente dal primo e dal secondo teorema della viscoelasticità lineare, e che le funzioni risolventi (funzione viscosità e funzione rilassamento) sono legate fra di loro da una equazione integrale di Volterra*.

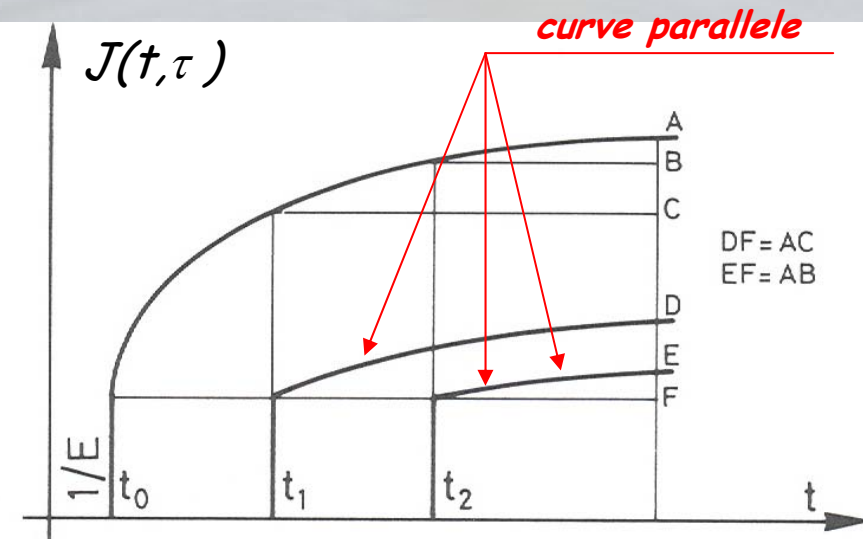
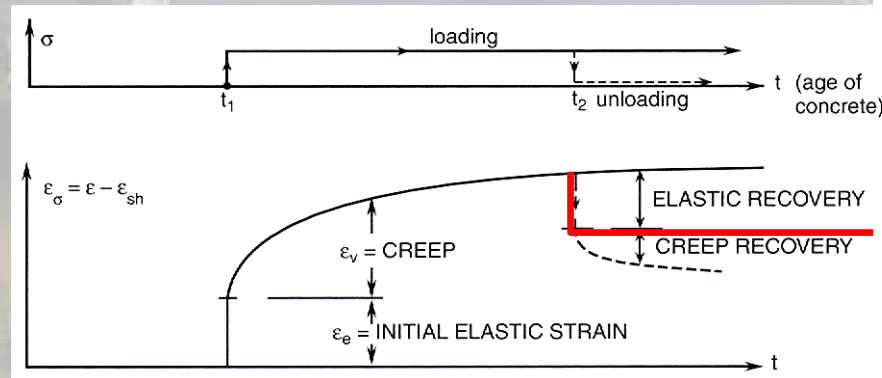
* *Leçons sur les fonctions de lignes, Paris, 1913*

✓ E' negli anni trenta del novecento che si inizia a riscontrare una attenzione specifica per gli effetti della viscosità sulle strutture in cemento armato

✓ *Dischinger* (1937)

Formulazione matematica semplificata, che oggi giudichiamo inadeguata, per la rappresentazione del fenomeno ereditario:

- assenza di elasticità differita
- nucleo di memoria funzione della sola età τ alla messa in carico
- *l'equazione integrale di Volterra si riduce ad una equazione differenziale di facile soluzione*



✓ *Maslov* (1941)

- il suo pionieristico studio – noto in occidente solo in anni successivi –
utilizza l'equazione integrale di Volterra

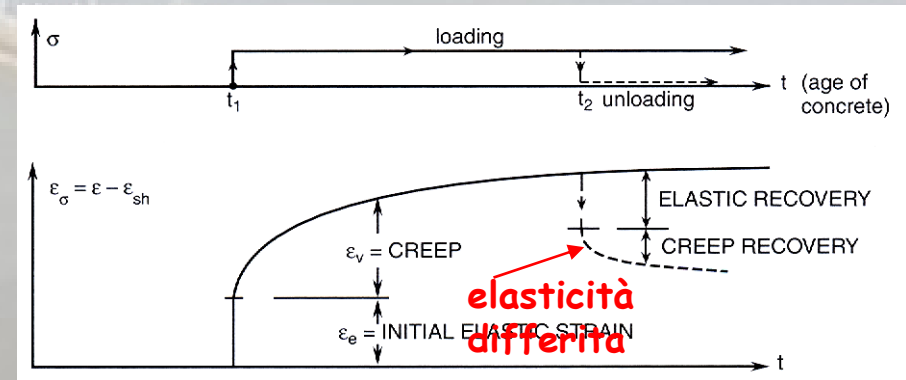
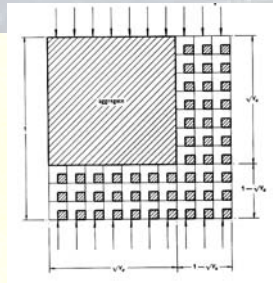
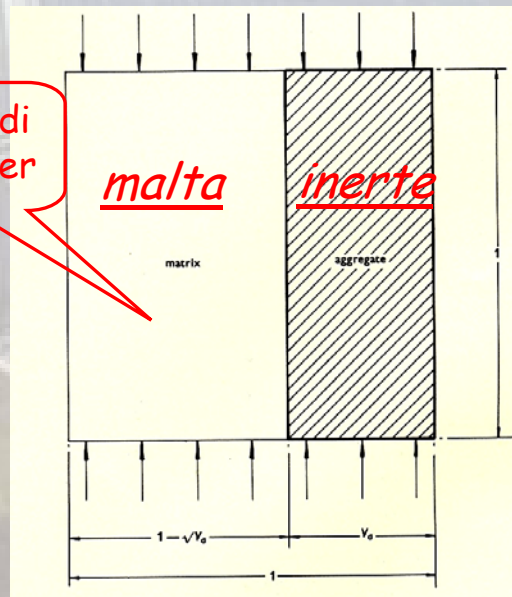
✓ *Mc Henry* (1943)

- enuncia, su base sperimentale il principio di sovrapposizione per le deformazione indotte da incrementi di sforzi applicati in tempi successivi,
- lo estende dualmente, in via di tentativo, alle risposte viscosse in termini di tensione a deformazioni impresse applicate in tempi successivi
- introduce la funzione rilassamento, duale della funzione viscosità, e riconosce il legame costituito dalla equazione integrale di Volterra fra queste due funzioni
- enuncia, senza peraltro fornire una dimostrazione efficace, il primo e secondo teorema della viscoelasticità lineare –
- mancano tuttavia nella memoria di Mc Henry esempi di applicazioni a problemi concreti relativi agli effetti della viscosità sulle strutture

✓ *Levi* (1948-51)

- istituisce un collegamento fra il problema degli effetti strutturali della viscosità e la teoria degli stati di coazione
- dimostra il teorema relativo alle distorsioni isomorfe che contiene in nuce il primo e secondo teorema della viscoelasticità lineare
- associato al modello di viscosità semplificato di Dischinger consente di risolvere i più svariati problemi: deformazione impressa costante e variabile, solidi eterogenei, instabilità dell'equilibrio, ecc.
- propone un modello reologico per tenere conto della elasticità differita

Modello di Dischinger



Dott. Ing. MARIO ALBERTO CIGNOLLI
TORINO - Via D'Angelo, 15 - Tel. 547.97
BIELLA - Via della Ville 14 - Tel. 22.22

FLUAGE PLASTICITÉ PRÉCONTRAINTE

PAR

F. LEVI

INGÉNIEUR DES ARTS ET MANUFACTURES
PRIVAT DOCENT ET CHARGÉ DU COURS
DE RÉSIDENCE DES MATÉRIAUX
A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE TURIN

G. PIZZETTI

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ NATIONALE
ET A LA FACULTÉ D'ARCHITECTURE
DE BUENOS-AIRES

PRÉFACE DE

E. CALLANDREAU

DOCTEUR ÈS SCIENCES
LAURÉAT DE L'INSTITUT
DIRECTEUR DE L'ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES

PARIS



92, RUE BONAPARTE (VI*)
1951

**Problema dei vincoli posticipati
(Modifica dello schema statico
durante la costruzione)**

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Effets de liaisons supplémentaires, introduites après les charges, dans les solides visco-élastiques.* Note (*) de M. FRANCO LÉVI, transmise par M. Gustavo Colonnetti.

Imaginons d'appliquer un système quelconque de forces extérieures à un solide visco-élastique homogène, isostatique ou hyperstatique (*) et soit δ_0 le déplacement subi par un point P du corps dans une direction p pendant la déformation élastique instantanée. Soit d'autre part X_0 la valeur de la réaction hyperstatique qui aurait pris naissance en P, au moment de l'entrée en action des forces, si le déplacement de ce point dans la direction p avait été empêché par la présence d'une liaison supplémentaire V.

Il est évident qu'en régime purement élastique, si l'on applique les charges avant d'introduire la liaison V, cette dernière ne donnera jamais lieu à l'apparition d'aucune réaction. Il n'en sera plus de même en régime visco-élastique du moment que, sous l'action prolongée des charges, la déformation tendra à se poursuivre. Cette fois une liaison introduite après coup devra donc réagir avec une intensité croissante pour empêcher le déplacement que son point d'application subirait par suite du fluage.

Proposons-nous alors d'étudier la loi de variation dans le temps de la réaction X en supposant d'avoir affaire à un corps visco-élastique homogène à fluage linéaire.

Pour ce faire il nous suffira d'égaliser à zéro la somme des déplacements subis à un instant t quelconque par le point P, supposé libéré de la liaison V, sous l'effet des charges permanentes et de la réaction X.

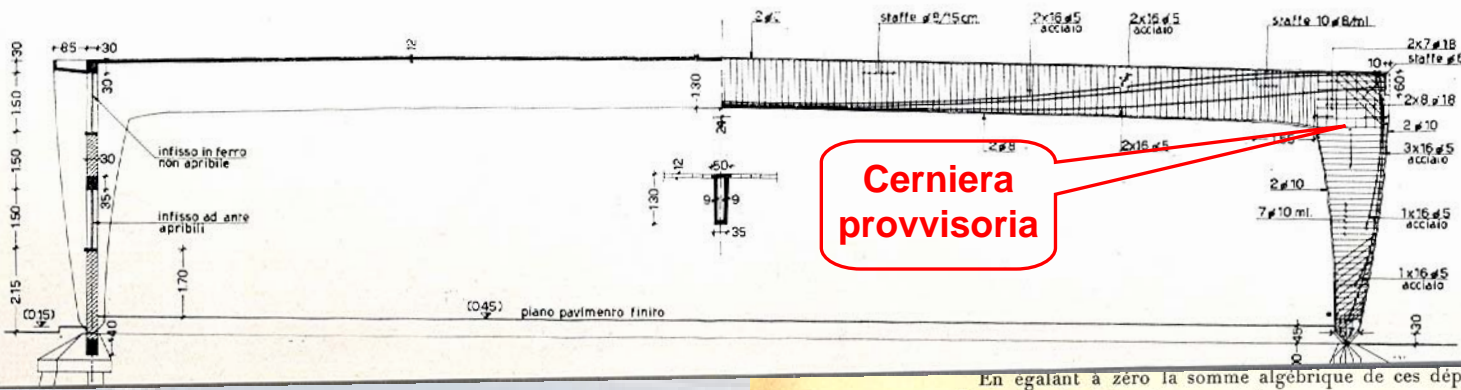
En l'absence de la liaison V, le déplacement de P, provoqué par l'action des charges permanentes, vaudrait :

$$\delta_t = \delta_0(1 + E\bar{\epsilon}_0)$$

(*) Séance du 7 mai 1951.

(1) Pour la définition exacte de ce que nous entendons par « solide visco-élastique », ainsi que pour la discussion des limites d'application des raisonnements qui vont suivre, on vaudra bien se reporter à notre Ouvrage : *Fluage, Plasticité, Précontrainte*, Dunod, Paris, 1951.

R. Morandi: Portali in c.a.p, Caserma Di Tommaso, Roma. 1951
Luce: 32.50 m



u constituant le
e en fonction du
tion élastique

$$X(t) = X^{el,2} (1 - e^{-\varphi(t)})$$

Per $\varphi(\infty) = 2,5$

$$X_{\infty} = \underline{0,92} X^{el,2}$$

En égalant à zéro la somme algébrique de ces déplacements on obtient l'équation du phénomène sous la forme

$$\partial_0(1 + E\bar{\varepsilon}_0) - X \frac{\partial_0}{X_0} - \int_0^t X \frac{\partial_0}{X_0} E \frac{d\bar{\varepsilon}_0}{dt} dt = 0.$$

Soit, en dérivant par rapport à t et en ordonnant les termes

$$(a) \quad \frac{dX}{dt} + X E_{\xi_0} - X_0 E_{\xi_0} = 0.$$

Pour pouvoir préciser la condition limite qui accompagne cette équation, il nous faut alors fixer l'origine des temps adoptée pour la loi de variation du fluage spécifique. Pour simplifier, nous supposerons de faire coïncider cette origine avec le moment où la liaison supplémentaire V est appliquée au corps. Ce faisant nous ne restreignons en effet en aucune manière la portée de notre étude.

Avec cette hypothèse la condition limite s'écrit :

$$t = 0 (\bar{\varepsilon}_0 = 0) \quad X = 0.$$

En intégrant l'équation (a) on aboutit alors, pour la loi de variation de X, à l'expression très simple :

$$X = X_0(1 - e^{-K\bar{z}_0}).$$

Il suffit d'introduire dans cette formule les données numériques qui caractérisent le fluage du béton pour se rendre compte de l'importance considérable que peut prendre le phénomène qui nous occupe. On trouve en effet que pour un béton jeune de qualité ordinaire la réaction peut atteindre, pour $t = +\infty$, une valeur égale aux $8/10^e$ de la valeur élastique correspondante.

Bien entendu ces résultats numériques supposent que la liaison V soit

✓ *Arutyuninan* (1952)

- Formulazione matematica semplificata per la funzione viscosità (con *elasticità differita* ma ancora inadeguata) per consentire equazione differenziale (*sviluppi matematici pesanti*)

✓ *Bazant* (1972)

- Algebrizzazione della equazione integrale di Volterra mediante la introduzione dell' aging coefficient χ (*in alcuni casi l'approssimazione non è adeguata*)

✓ *Rüsch e Jungwirth* (1973-76)

- Modifica della impostazione originaria di Dischinger basata sul modello invecchiante e sulla corrispondente equazione differenziale; si tiene conto della elasticità differita attraverso l'inserimento di una componente di deformazione elastica aggiuntiva.

- 
- An aerial photograph of a large cable-stayed bridge spanning a wide body of water. A large cargo ship is visible in the water below the bridge. The bridge has two tall, white, A-frame pylons. The sky is overcast and hazy. The text is overlaid on the image in a blue, italicized font.
- *Formulazione razionale dei problemi di analisi viscoelastica*

- Formulazione integrale del problema (utilizzazione della equazione integrale di Volterra per i fenomeni ereditari)
- Funzione viscosità $J(t, \tau)$ a formulazione analitica non predefinita: si sceglie la più idonea a rappresentare il comportamento viscoso del calcestruzzo
- Utilizzazione sistematica del primo e del secondo teorema della viscoelasticità lineare, rispettivamente per problemi a carico imposto (azioni statiche) o a deformazione imposta (azioni geometriche)
- Utilizzazione di un terzo e quarto teorema della viscoelasticità lineare, per i problemi (*frequenti*) di vincolo posticipato, rispettivamente per:
 - singolo cambiamento di schema statico
 - successivi cambiamenti

✓ *Le soluzioni*

- *Azioni statiche (carichi imposti)*

Per effetto del 1° teorema la distribuzione elastica degli sforzi S non è modificata dal comportamento viscoso del materiale, mentre le deformazioni D sono modificate dall'operatore integrale di viscosità:

$$S(t) = S^{el}(t)$$
$$D(t) = E_c \int_0^t J(t, \tau) dD^{el}(\tau)$$

- *Azioni geometriche (deformazioni impresse)*

Per effetto del 2° teorema la distribuzione elastica delle deformazioni D non è modificata dal comportamento viscoso del materiale, mentre gli sforzi S sono modificati dall'operatore integrale di rilassamento:

$$D(t) = D^{el}(t)$$
$$S(t) = 1 / E_c \int_0^t R(t, \tau) dS^{el}(\tau)$$

✓ Le soluzioni

- Singola variazione dello schema statico al tempo $t_1 \geq t_0^+$

Per effetto del 3° teorema, in una struttura soggetta a carichi costanti e il cui schema statico iniziale 1 venga modificato in uno schema statico finale 2 al tempo $t_1 \geq t_0^+$, la distribuzione degli sforzi evolve per $t > t_1$, avvicinandosi alla distribuzione che si avrebbe applicando i carichi sulla struttura nel suo schema statico finale 2, sulla base della seguente espressione:

$$S^2(t) = S^{el,1} + \Delta S^1(t) = S^{el,1} + \xi(t, t_0, t_1) (S^{el,2} - S^{el,1})$$

- Variazioni successive multiple dello schema statico ai tempi $t_i \geq t_0^+$

Per effetto del 4° teorema, in una struttura soggetta a carichi costanti, il cui schema statico iniziale 1 è progressivamente modificato con l'aggiunta di nuovi vincoli ai tempi $t_i \geq t_0^+$, gli effetti di redistribuzione degli sforzi conseguenti a ciascuna variazione di schema statico possono essere sovrapposti nel tempo:

$$S^{j+1}(t) = S^{el,1} + \sum_{i=1}^j \xi(t, t_0, t_i) \Delta S^{el,i}$$

Funzione
ridistribuzione

Funzione
ridistribuzione

Casi tipici di strutture soggette a variazione di schema statico



✓ *Funzioni fondamentali* *e loro determinazione*

- *Funzione viscosità $J(t, \tau)$*

La funzione viscosità è fornita dal modello di previsione del comportamento viscoso del calcestruzzo al quale si fa riferimento (*formulazione analitica non predefinita*)

- *Funzione rilassamento $R(t, \tau)$*

Funzione viscosità e funzione rilassamento sono legate fra loro dalla equazione integrale di Volterra (*da risolvere numericamente*):

$$1 = R(t_0, t_0) J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) dR(\tau, t_0)$$

- *Funzione ridistribuzione $\xi(t, t_0, t_1)$*

Funzione viscosità e funzione rilassamento sono legate fra loro dalla equazione integrale di Volterra (*da risolvere numericamente*):

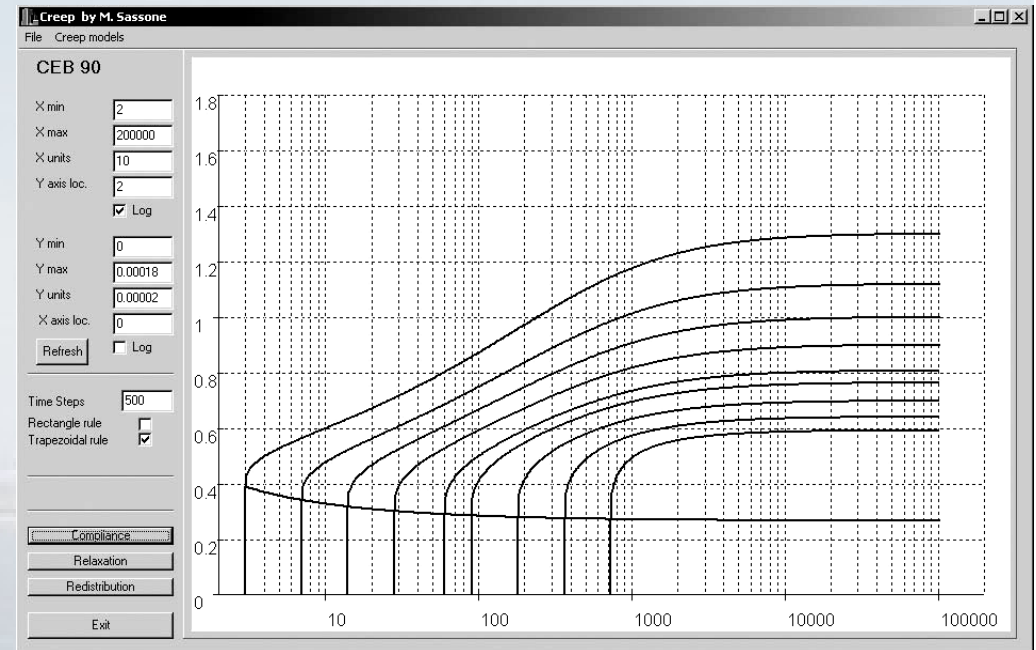
$$J(t, t_0) - J(t_1, t_0) = \int_{t_1}^t J(t, \tau) d\xi(\tau, t_0, t_1)$$

✓ *Solutore numerico per l'equazione integrale di Volterra*

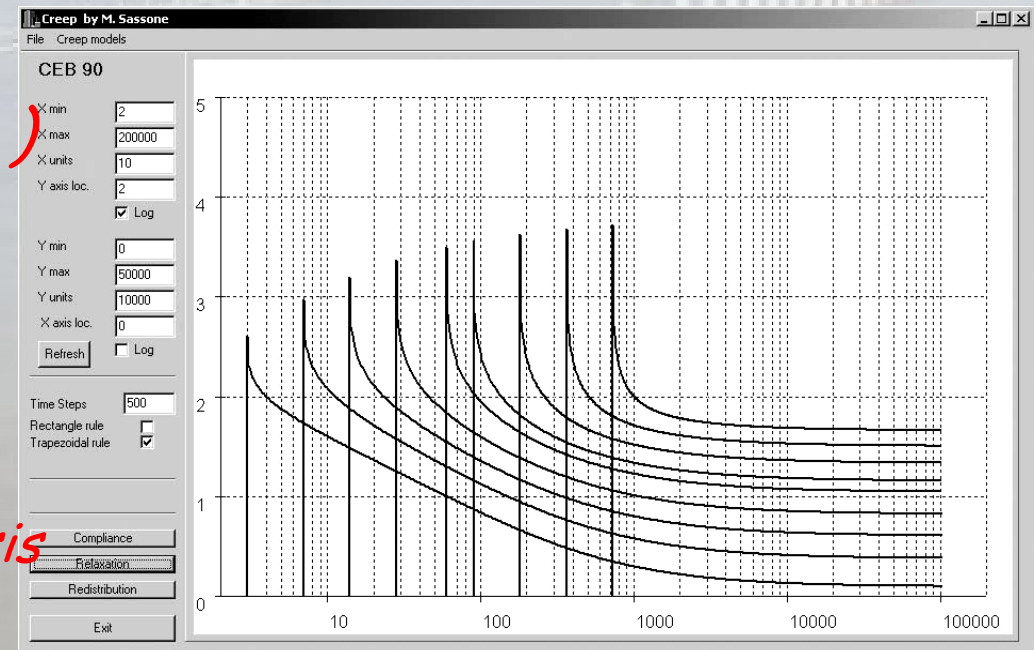
- procedimento di integrazione al passo mediante la regola dei trapezi [Bazant 1972]
- il procedimento richiede la conservazione in memoria delle operazioni svolte nei passi precedenti.
- al fine di non sovraccaricare la memoria dei computer, sfruttando la caratteristica smorzante dei fenomeni viscosi, i passi di tempo vengono fatti crescere in progressione geometrica
- l'enorme aumento della potenza di calcolo degli elaboratori consente oggi di ottenere la funzione ricercata quasi in tempo reale
- il solutore numerico, assieme alla libreria delle funzioni fondamentali J , R e ξ per i modelli di previsione delle proprietà viscosi oggi più accreditati, è disponibile all'interno del sito web del Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Torino (<http://www.polito.it/creepanalysis>)

Modello CEB 1990

• Funzione viscosità $J(t, \tau)$

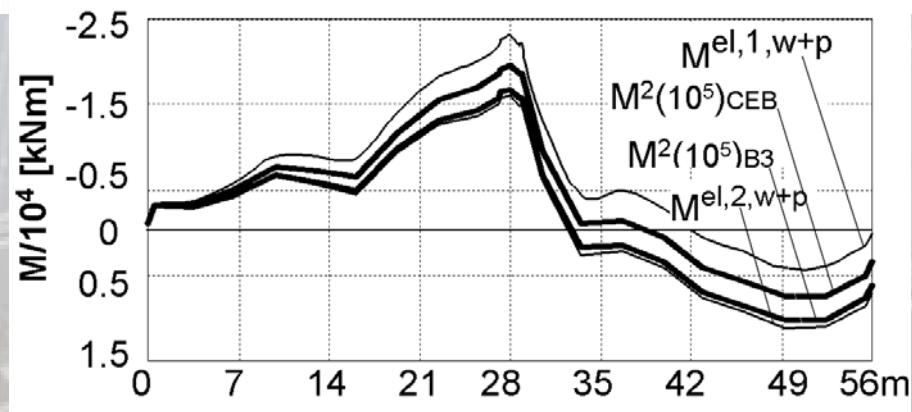
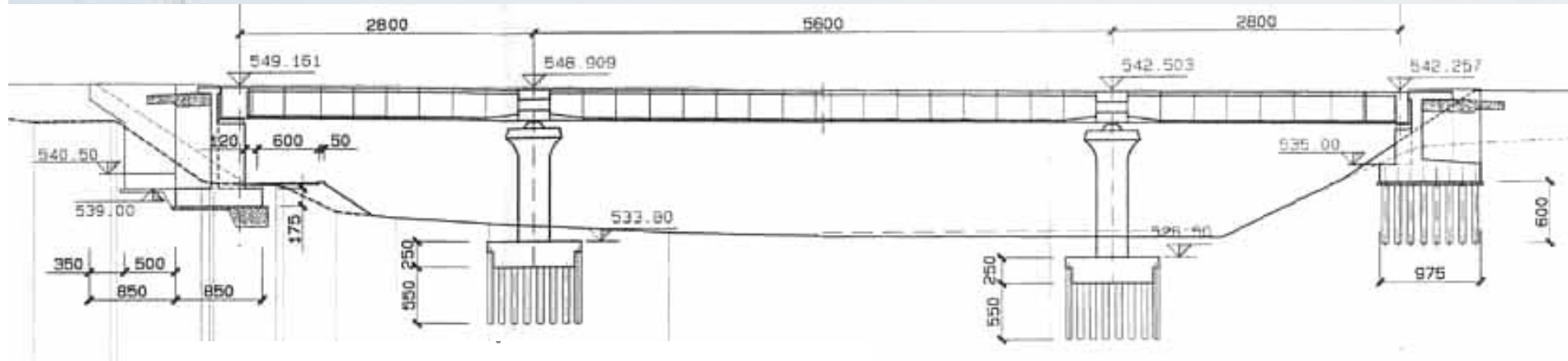


• Funzione rilassamento $R(t, \tau)$



<http://www.polito.it/creepanalysis>

Struttura soggetta a variazione di schema statico



$$M^2(t) = M^1 + \xi(t, t_0, t_1) \Delta M^{el,1}$$

$$M^2(t=100 \text{ anni}) = M^1 + 0.49 \Delta M^{el,1}$$

$$M^2(t=100 \text{ anni}) = M^1 + \underline{0.89} \Delta M^{el,1}$$

$t_0 = 28$ giorni, $t_1 = 90$ giorni

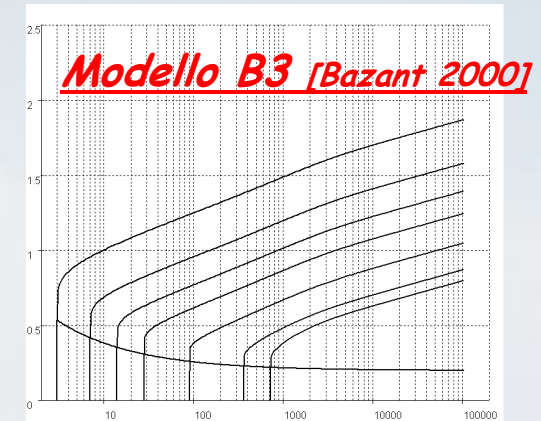
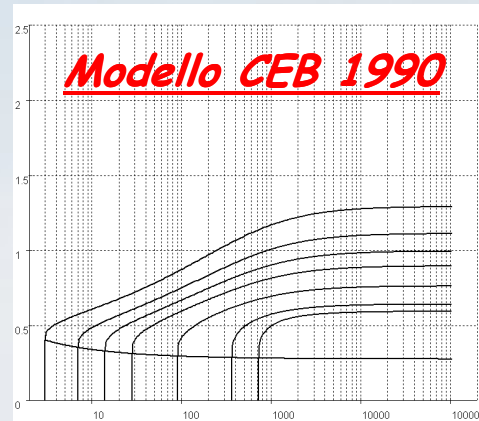
Modello CEB

Modello B3

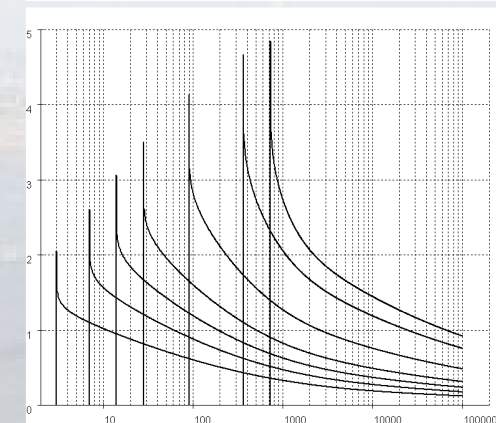
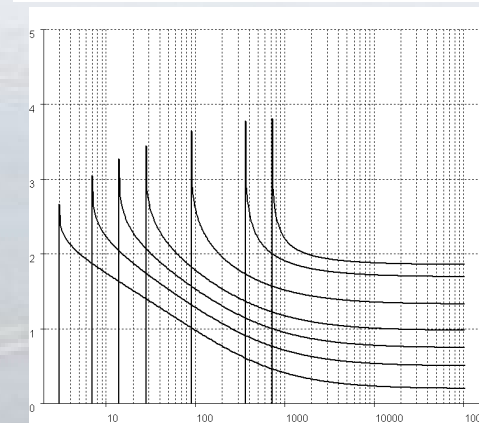
✓ *Problemi aperti*

- presenza nella letteratura scientifica, nei codici di pre-normativa e nei codici di calcolo di modelli di previsione della viscosità *fortemente differenziati fra di loro*
- valori a lungo termine per le funzioni fondamentali J , R e ξ che intervengono nella soluzione dei problemi relativi agli effetti statici dei fenomeni viscosi *notevolmente diversi fra un modello e l'altro*

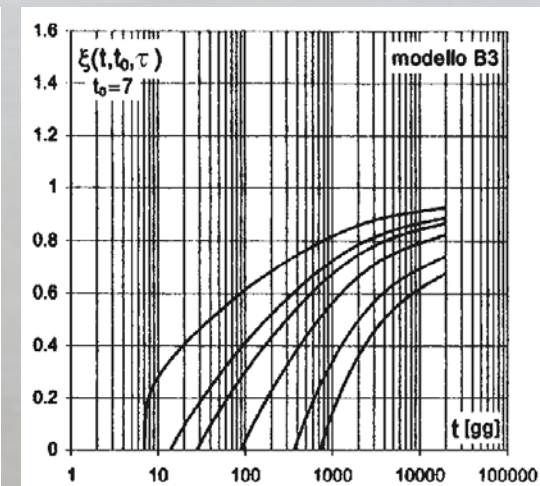
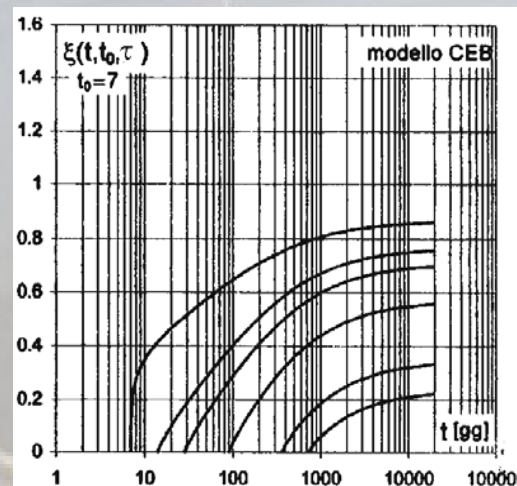
Funzione viscosità $J(t, \tau)$



Funzione rilassamento $R(t, \tau)$



Funzione ridistribuzione
 $\xi(t, t_0, t_1)$



✓ Cause

- il fenomeno viscoso è un fenomeno intrinsecamente complesso che coinvolge una ampia serie di fenomeni fisici e chimici attivi a diverse scale,
- l'insieme dei dati sperimentali disponibili nella letteratura scientifica, per quanto ampio e recentemente raccolto sotto l'egida della RILEM in una banca dati, presenta una elevata dispersione statistica intrinseca
- la durata massima delle campagne sperimentali raggiunge, anche nei casi più favorevoli, i dieci o venti anni, ed è inferiore quindi quasi di un ordine di grandezza alla durata di vita rispetto alla quale si intende oggi effettuare le verifiche di affidabilità delle costruzioni in calcestruzzo armato moderne
- i modelli di previsione sono costretti pertanto a fondarsi su una estrapolazione dei dati sperimentali
- un limitato soccorso viene per ora dalla interpretazione e modellazione dei fenomeni fisico-chimici che stanno alla base del comportamento viscoso (*manca di accordo*).

✓ *Punto della situazione*

- La modellazione degli effetti strutturali del comportamento reologico del calcestruzzo ha compiuto ampi progressi negli ultimi anni,
- una estesissima gamma di problemi può essere risolta in modo estremamente compatto attraverso l'impiego dei 4 teoremi della teoria della viscoelasticità lineare per materiali invecchianti
- le tre funzioni fondamentali viscosità J , rilassamento R e ridistribuzione ξ svolgono un ruolo fondamentale
- questo impianto chiaro, sintetico e rigoroso consente la corretta interpretazione dei fenomeni strutturali
- la sua chiarezza e compattezza lo rendono particolarmente idoneo all'inserimento nei documenti di guida normativa
- Pertanto è stato adottato da:
 - *Codice Modello CEB-FIP 1990*
 - *Manuale CEB sugli effetti strutturali della viscosità*
 - *ultima bozza dell'Eurocodice 2, Parte 2 dedicato ai ponti.*