

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale e
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

**Problemi specifici nel progetto
di strutture antisismiche con pareti in c.a.**

3 - Taglio

Spoletto

3-4 febbraio 2011

Edoardo M. Marino

Verifica a taglio delle pareti

Si utilizzano modelli di comportamento diversi per pareti snelle e tozze

Pareti snelle

Si adottano modelli di comportamento simili a quelle delle travi

Pareti tozze

Si adottano i modelli di comportamento per elementi strutturali tozzi (ad esempio tirante-puntone)

Per tutte le pareti

Verifica a scorrimento nelle zone critiche

Verifica a taglio delle pareti

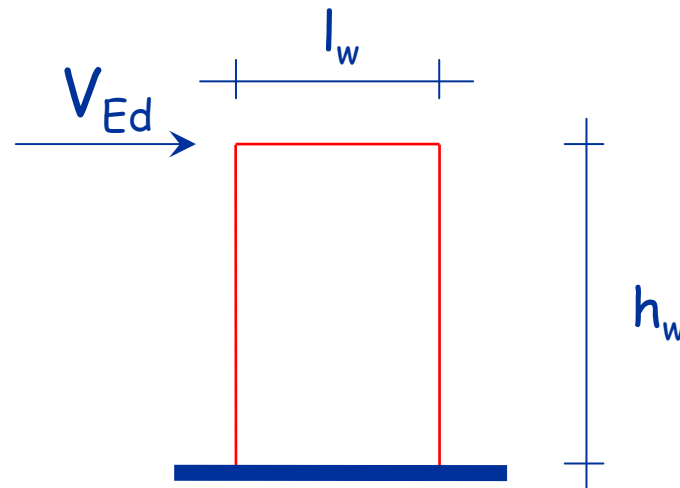
In realtà le NTC 08 specificano i criteri di verifica in funzione del rapporto α_s

Pareti snelle

$$\alpha_s = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} l_w} \geq 2$$

Pareti tozze

$$\alpha_s = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} l_w} < 2$$

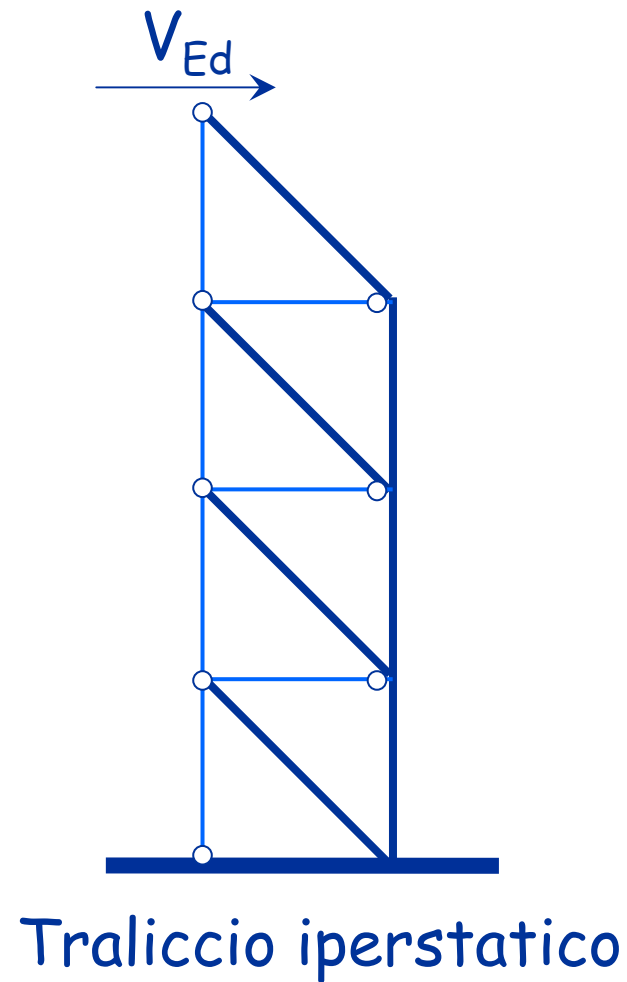
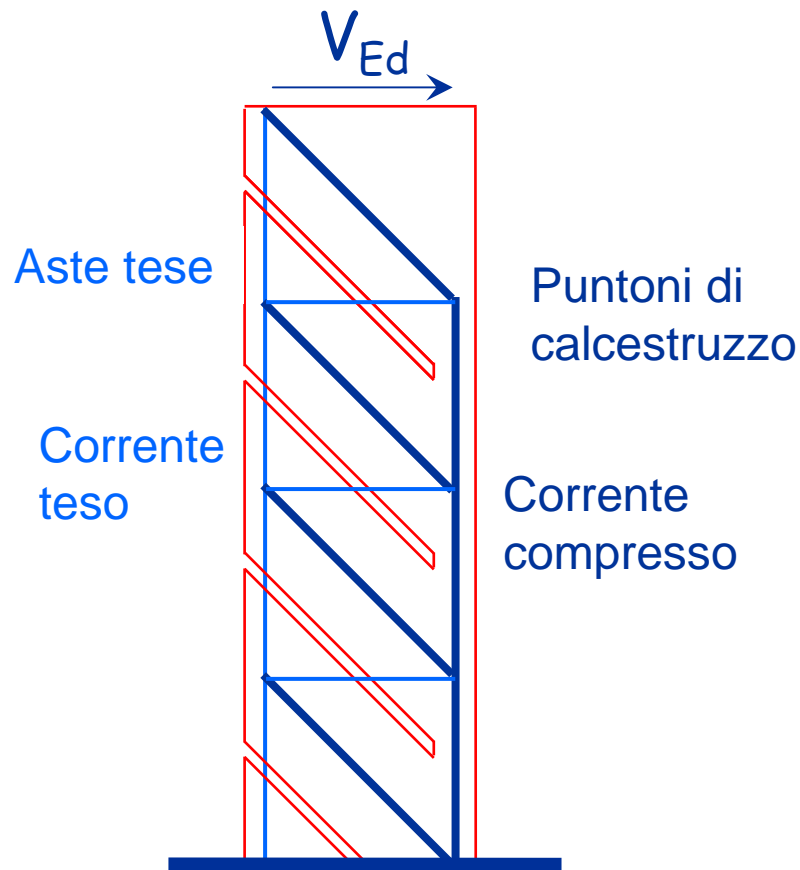


$$M_{Ed} = V_{Ed} h_w$$

$$\alpha_s = \frac{V_{Ed} h_w}{V_{Ed} l_w} = \frac{h_w}{l_w}$$

Verifica a taglio di pareti snelle

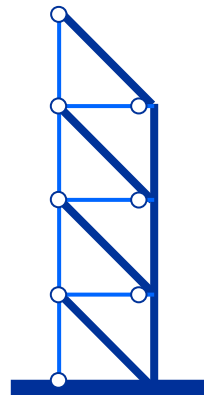
Verifica a taglio di parete snella: modelli di calcolo



Comportamento in campo elastico

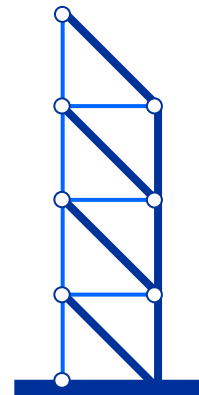
In campo lineare, l'iperstaticità del traliccio è irrilevante

Rigidità estensionale \gg Rigidità flessionale



Traliccio iperstatico

=

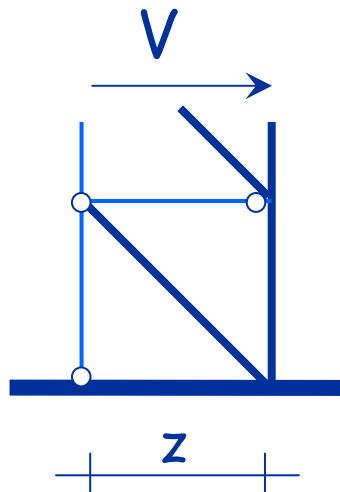


Traliccio isostatico

Comportamento in campo elastico

Quindi, in una prima fase *elastica*

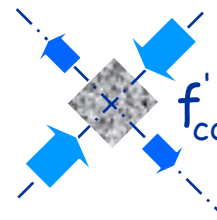
Schiacciamento del puntone di calcestruzzo:



$$N_c = V \sqrt{2}$$

$$A_c = \frac{b z}{\sqrt{2}}$$

Ponendo $\sigma_c = f'_{cd}$



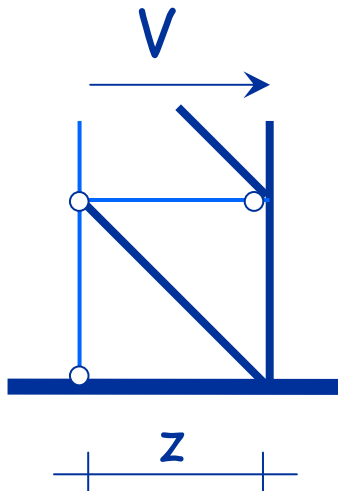
$$f'_{cd} = v_1 f_{cd} \quad v_1 = 0.5$$

Si ottiene
$$V_{Rd} = \frac{1}{2} f'_{cd} b z$$

Comportamento in campo elastico

Quindi, in una prima fase *elastica*

Snervamento delle staffe:



$$N_{st} = V$$

$$A_{st} = A_w \frac{z}{s}$$

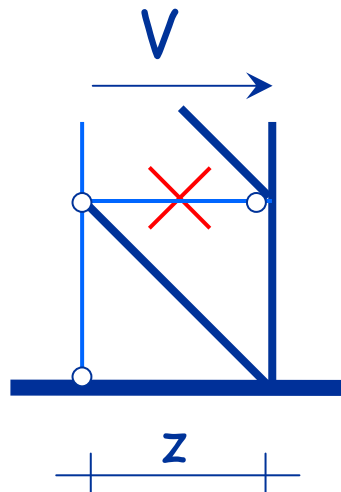
Ponendo $\sigma_s = f_{yd}$

Si ottiene $V_{Rd} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yd}$

Comportamento oltre il limite elastico

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"

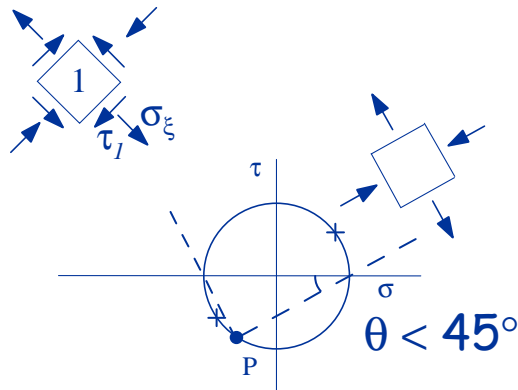


Quando si snerva l'armatura
scompare l'armatura a taglio

Comportamento oltre il limite elastico

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"



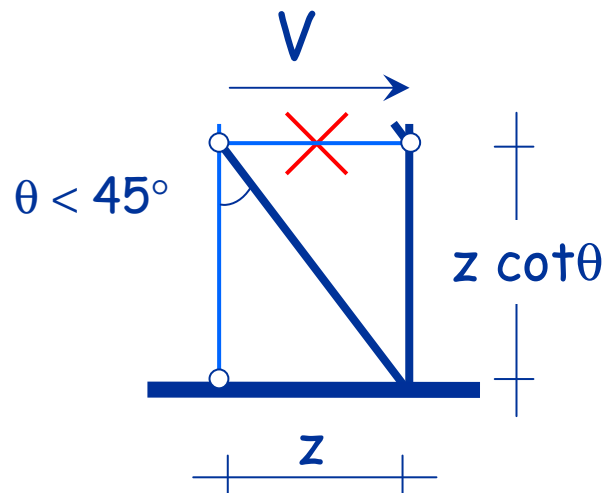
Quando si snerva l'armatura
scompare l'armatura a taglio

ma per l'ingranamento degli
inerti l'inclinazione della
direzione di compressione
rispetto all'asse della
parete si riduce

Comportamento oltre il limite elastico

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"



Considerando la nuova inclinazione del puntone di calcestruzzo si ottiene:

$$V_{Rcd} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} f'_{cd} b z$$

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

Resistenza del calcestruzzo d'anima (NTC08, punto 4.1.2.1.3.2)

$$V_{Rcd} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f'_{cd} b_w z$$

$$f'_{cd} = 0.5 f_{cd}$$

$$\alpha_c = 1$$

in assenza di compressione

$$\alpha_c = 1 + \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}$$

$$\text{per } 0 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 0.25$$

$$\alpha_c = 1.25$$

$$\text{per } 0.25 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 0.5$$

$$\alpha_c = 2.5 \left(1 - \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right)$$

$$\text{per } 0.5 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 1$$

Resistenza delle staffe (NTC08, punto 4.1.2.1.3.2)

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

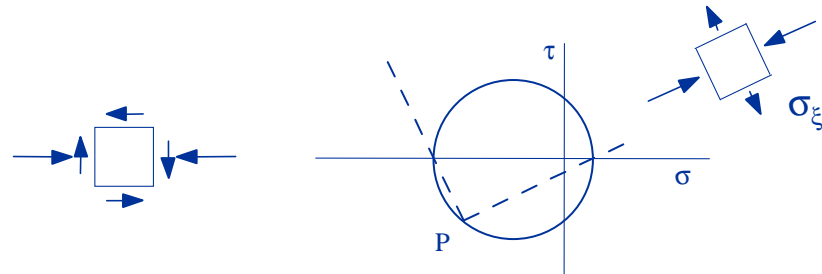
sia per V_{Rcd} che per V_{Rsd}

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

in presenza di compressione

$$\cot \theta_1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

$$\cot \theta_1 = \frac{\tau}{\sigma_{\xi}}$$



Resistenza a taglio (NTC08, punto 7.4.4.5.2.2)

Per pareti snelle a bassa duttilità si usano le stesse relazioni valide per le zone non sismiche:

$$V_{Rcd} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f'_{cd} b_w z \qquad V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

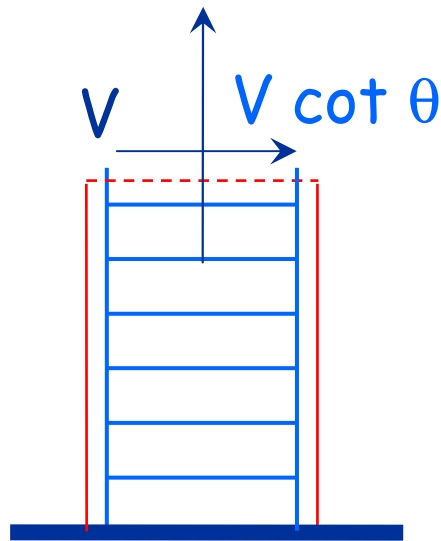
$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

... cambia solo il modo di determinare il braccio della coppia interna z :

$$z = 0.8 l_w$$

Componente longitudinale da equilibrare

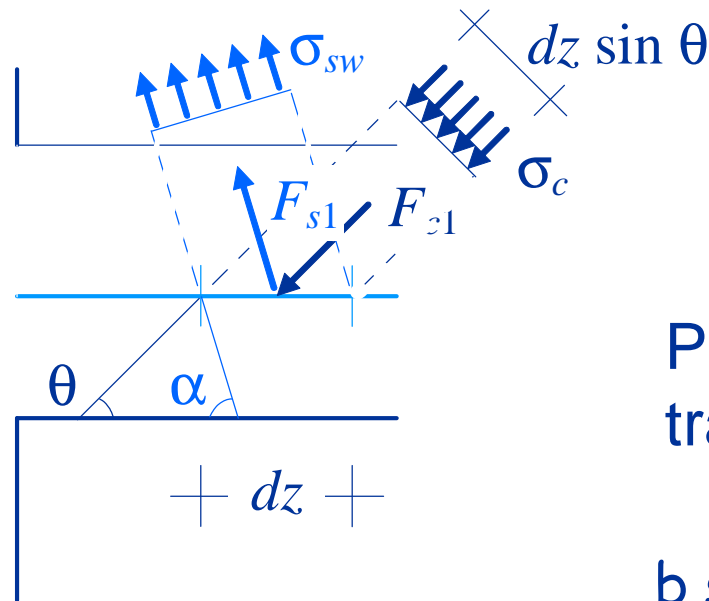
L'analisi dello stato tensionale dovuto al taglio (modello dei campi di tensione) mostra che l'anima della parete è soggetta anche ad una forza di trazione pari a $V \cot \theta$



Modello di campi di tensione

$$F_{s1} = \frac{A_{sw}}{s} dz \sigma_{sw}$$

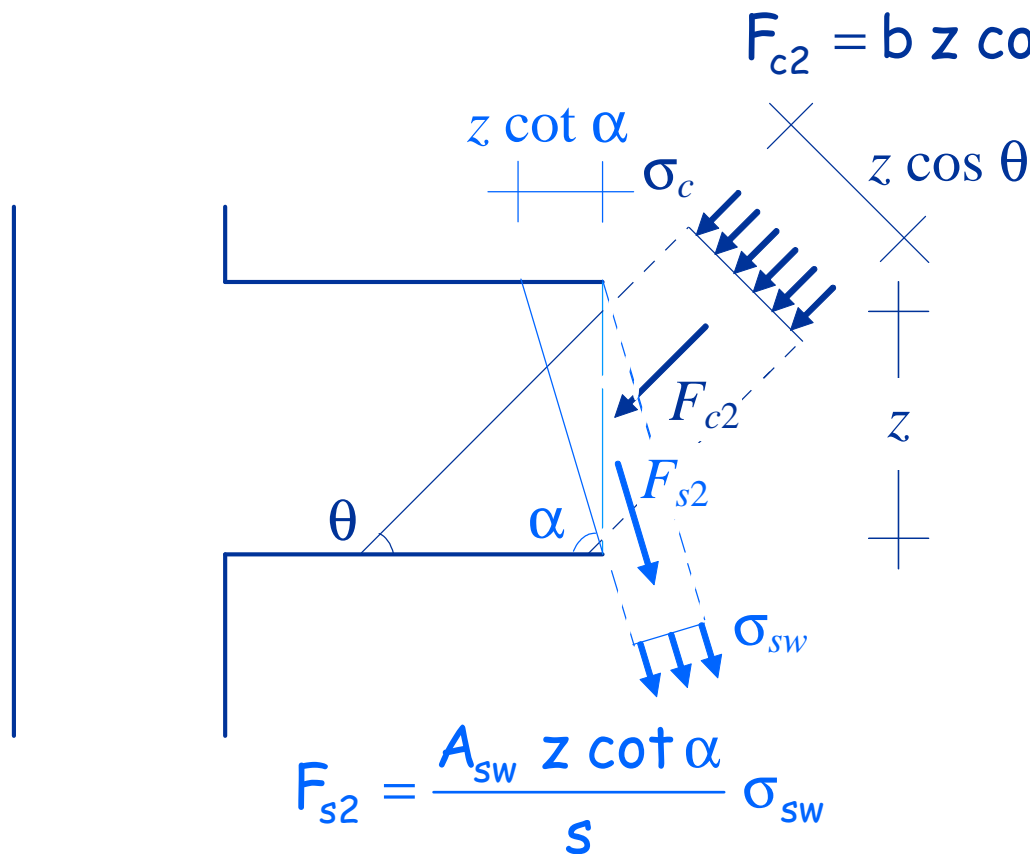
$$F_{c1} = b dz \sin \theta \sigma_c$$



Per l'equilibrio alla traslazione verticale:

$$b \sin^2 \theta \sigma_c = \frac{A_{sw}}{s} \sin \alpha \sigma_{sw}$$

Modello di campi di tensione



Per l'equilibrio alla traslazione verticale:

$$V = b z \sin \theta \cos \theta \sigma_c + \frac{A_{sw}}{s} z \cos \alpha \sigma_s$$

Modello di campi di tensione

Dalle due relazioni

$$b \sin^2 \theta \sigma_c = \frac{A_{sw}}{s} \sin \alpha \sigma_{sw}$$

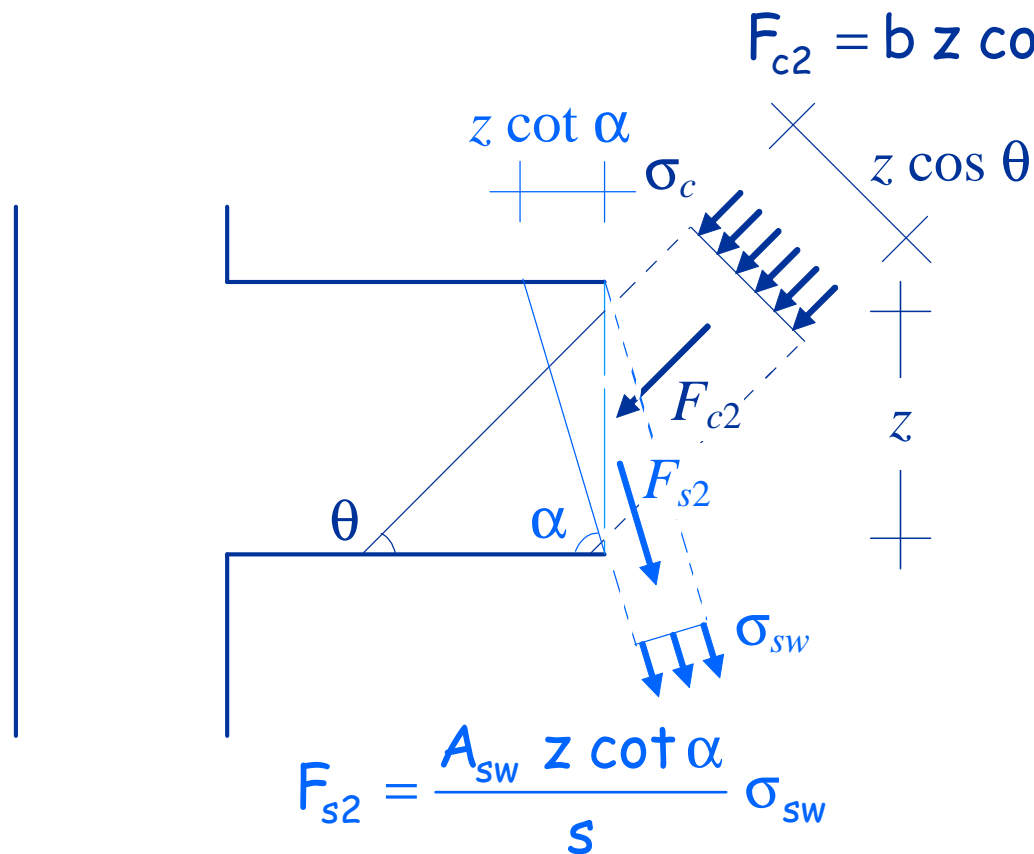
$$V = b z \sin \theta \cos \theta \sigma_c + \frac{A_{sw}}{s} z \cos \alpha \sigma_s$$

si ricavano le stesse espressioni viste in precedenza

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

$$V_{Rcd} = \frac{f'_{cd} b z (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta}$$

Modello di campi di tensione



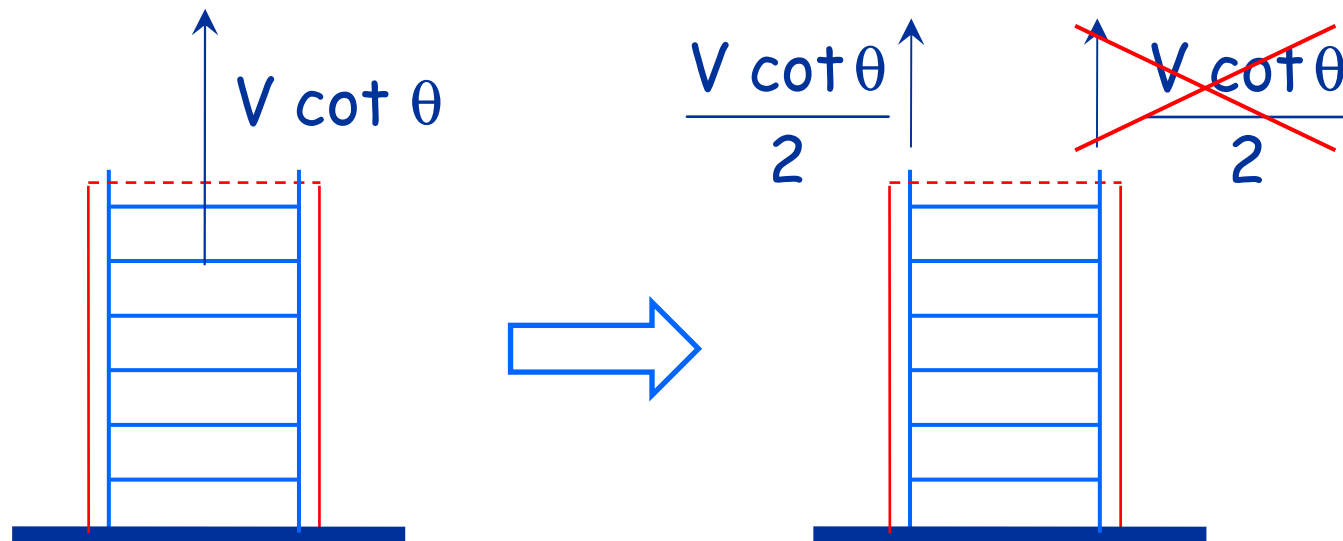
Dall'equilibrio alla
traslazione
orizzontale rimane
una componente
orizzontale
(da bilanciare)

$$V (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Componente longitudinale da equilibrare

Scuola milanese:

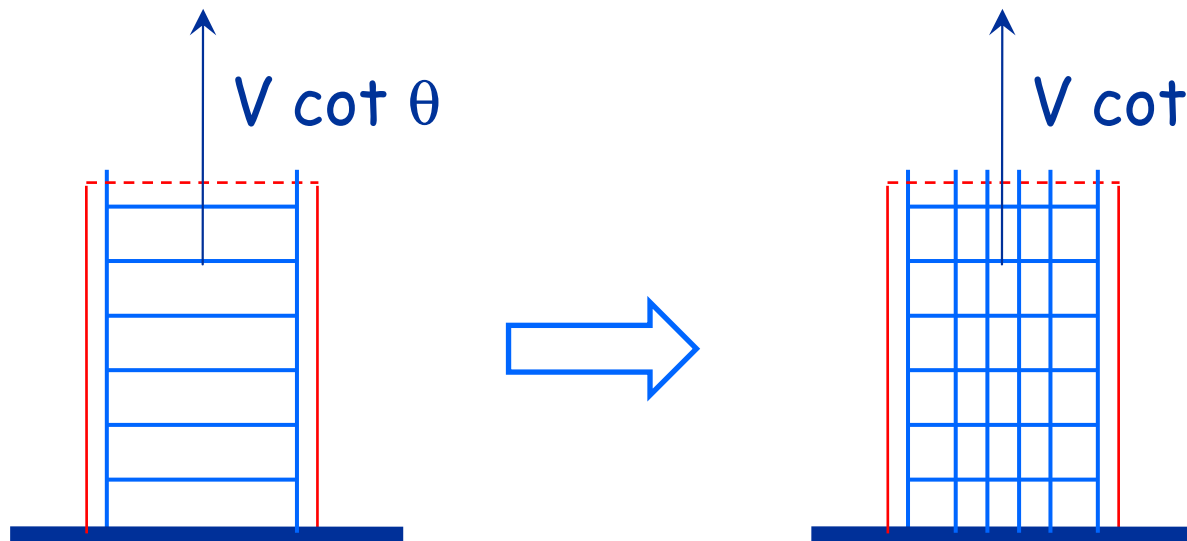
- La componente è ripartita tra N_c ed N_s
- Si ottiene così la traslazione del diagramma del momento di: $\cot\theta \times z/2$



Componente longitudinale da equilibrare

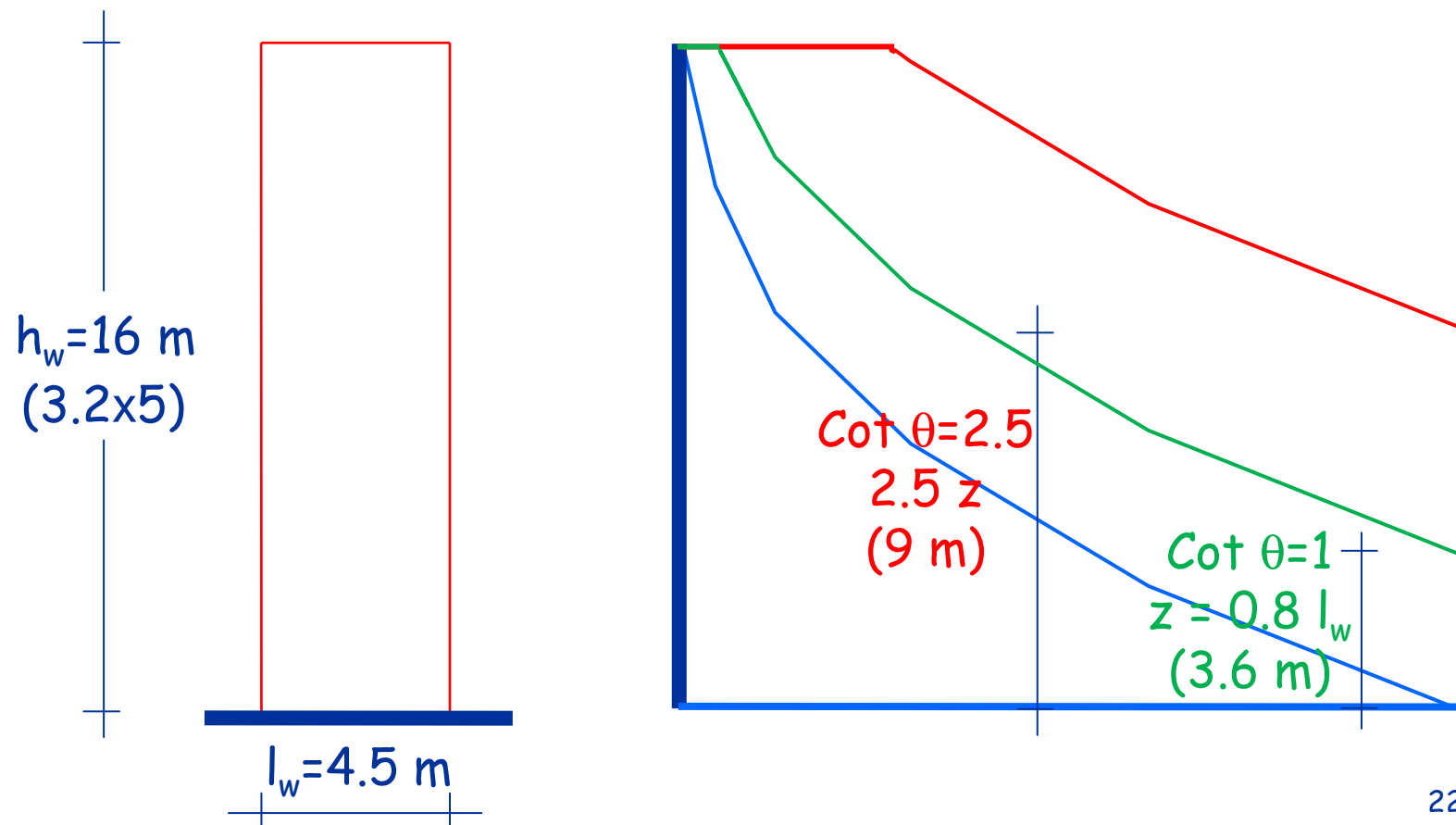
Scuola napoletana:

- L'intera componente è assegnata ad un'apposita armatura verticale
- L'armatura verticale d'anima vale $A_{sv} = \frac{V \cot \theta}{f_{yd}}$



Considerazioni

La traslazione del diagramma dei momenti di una parte potrebbe non essere praticabile:



Considerazioni

La traslazione del diagramma dei momenti di una parte potrebbe non essere praticabile se si assumono valori elevati per $\cot\theta$

Far assorbire la forza longitudinale $V \cot\theta$ ad un'apposita armatura verticale d'anima è generalmente preferibile.

Nota. È comunque richiesto un minimo di armatura verticale d'anima ($A_{sv} > 0.2\% b_w l_{nc}$)

Resistenza delle staffe (NTC08, punto 7.4.4.5.2.2)

Per pareti snelle ad alta duttilità si usano relazioni più penalizzanti:

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \quad \text{con} \quad z = 0.8 l_w$$

Durante il sisma il progressivo danneggiamento del calcestruzzo riduce l'efficacia dell'ingranamento degli inerti per cui $\theta = 45^\circ$.

Nota. Questo vale nella zona critica, ma non dovrebbe accadere al di fuori di essa.

Resistenza del calcestruzzo d'anima (NTC08, punto 7.4.4.5.2.2)

Per pareti snelle ad alta duttilità si usano relazioni diverse in funzione della parte di parete da verificare:

Al di fuori della zona critica

$$\cot \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad V_{Rcd} = \frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b_w z \quad \text{con} \quad z = 0.8 l_w$$

Nella zona critica

$$V_{Rcd} = 0.4 \left(\frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b_w z \right) \quad \text{con} \quad z = 0.8 l_w$$

Nota. Concettualmente corretto, ma è una riduzione molto forte di V_{Rcd} !!!

Resistenza del calcestruzzo d'anima (Evoluzione normativa)

Al di fuori della zona critica

$$V_{Rcd} = \frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b_w z$$

Nella zona critica

NTC08, EC8 2005:

$$V_{Rcd} = 0.4 \left(\frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b_w z \right)$$

Bozze EC8 2002 e 2001:

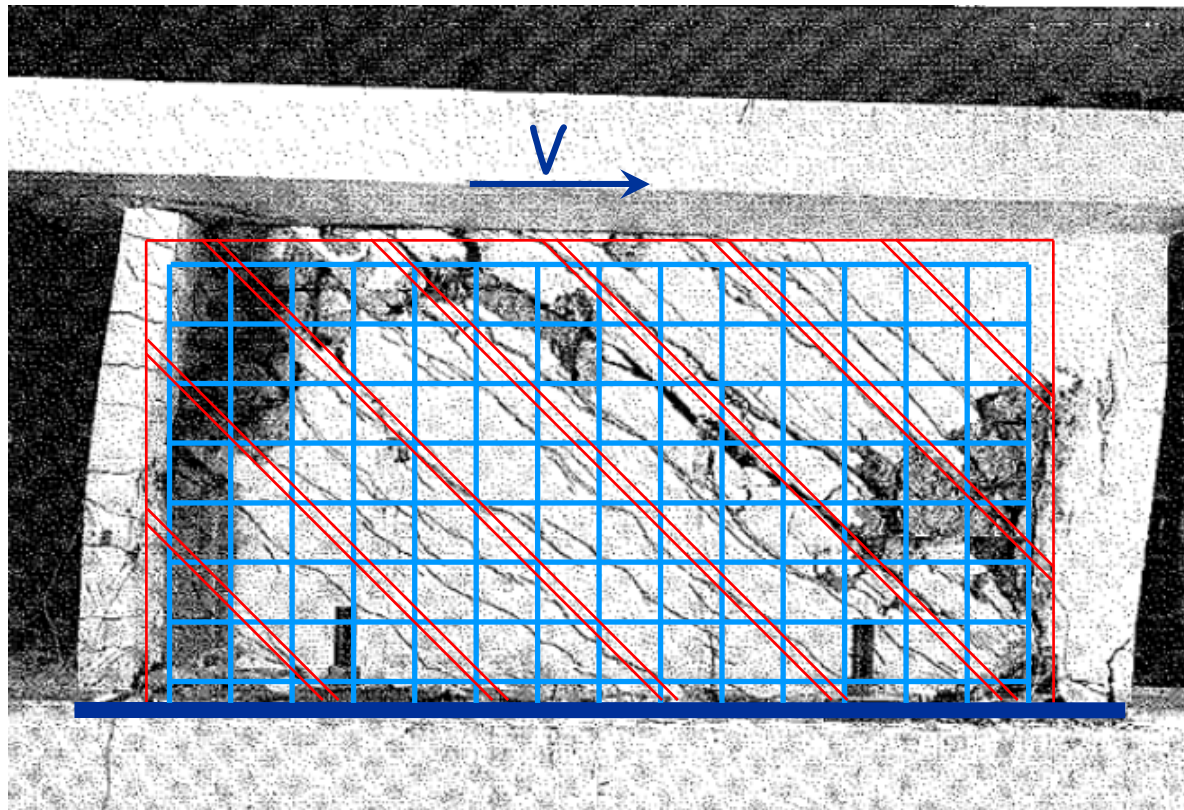
$$V_{Rcd} = 0.8 \left(\frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b_w z \right)$$

PreStandard EC8 1998:

$$V_{Rcd} = 0.4 \alpha_c f'_{cd} b_w z$$

Verifica a taglio di pareti tozze

Verifica a taglio di parete tozza: modelli di calcolo

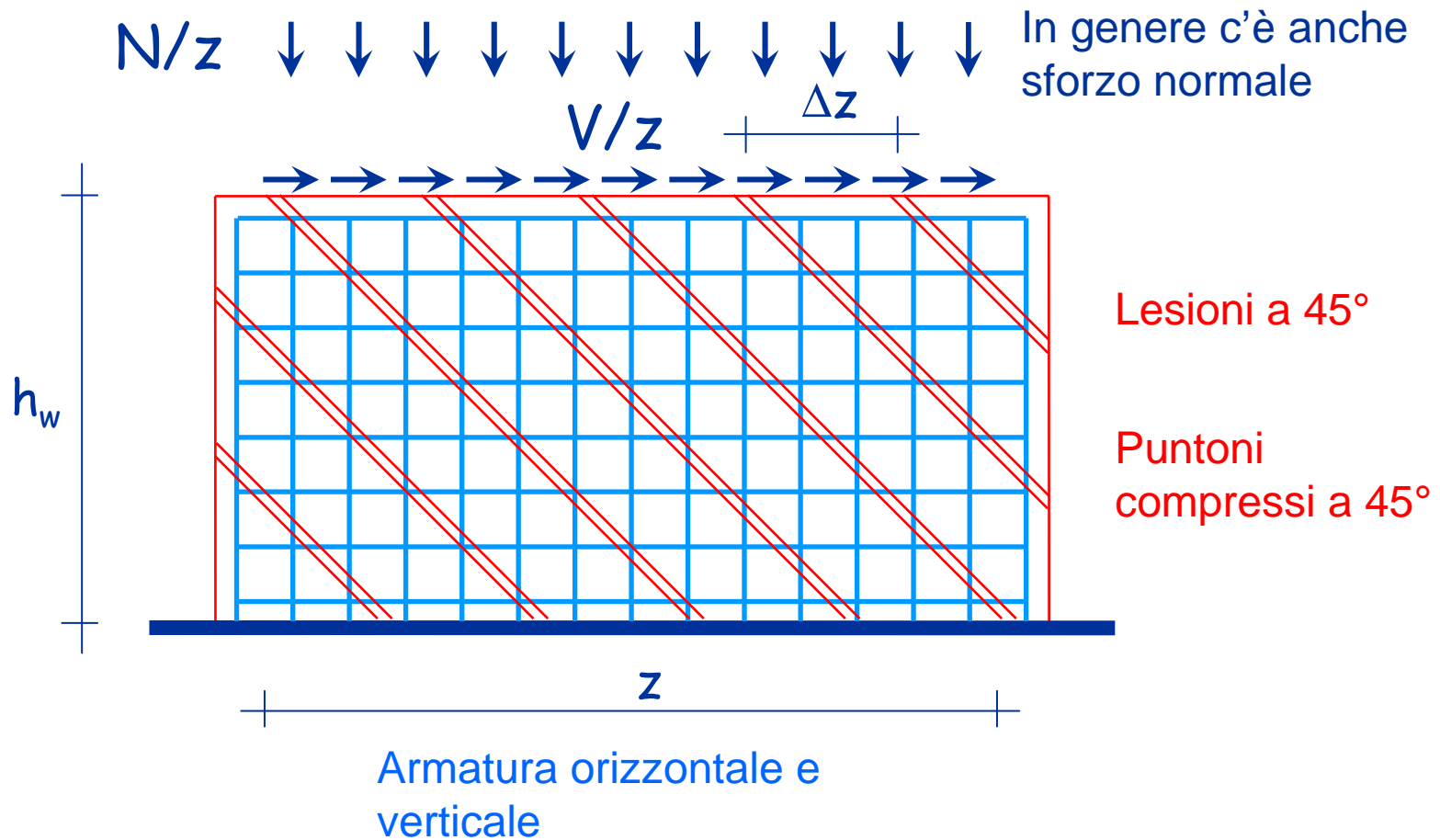


Lesioni a 45°

Puntoni
compressi a 45°

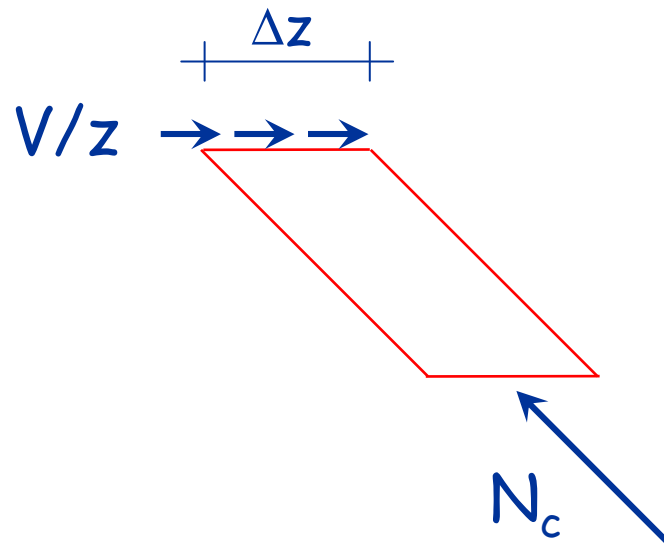
Armatura orizzontale e
verticale

Verifica a taglio di parete tozza: modelli di calcolo



Resistenza del calcestruzzo d'anima

Il collasso può avvenire per schiacciamento del calcestruzzo d'anima



$$N_c = V \frac{\Delta z}{z} \sqrt{2}$$

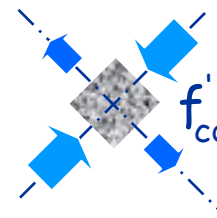
$$A_c = \frac{b_w \Delta z}{\sqrt{2}}$$

si ottiene

ponendo

$$\sigma_c = f'_{cd}$$

$$v_1 = 0.5$$

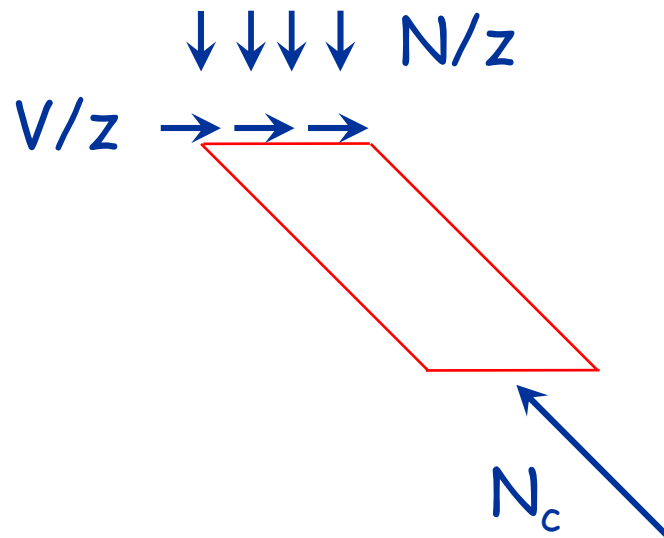


$$f'_{cd} = v_1 f_{cd}$$

$$V_{Rd} = \frac{1}{2} f'_{cd} b z$$

Resistenza del calcestruzzo d'anima

Il collasso può avvenire per schiacciamento del calcestruzzo d'anima



In presenza di sforzo normale

$$V_{Rd} = \frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b z$$

$$\alpha_c = \alpha_c(N)$$

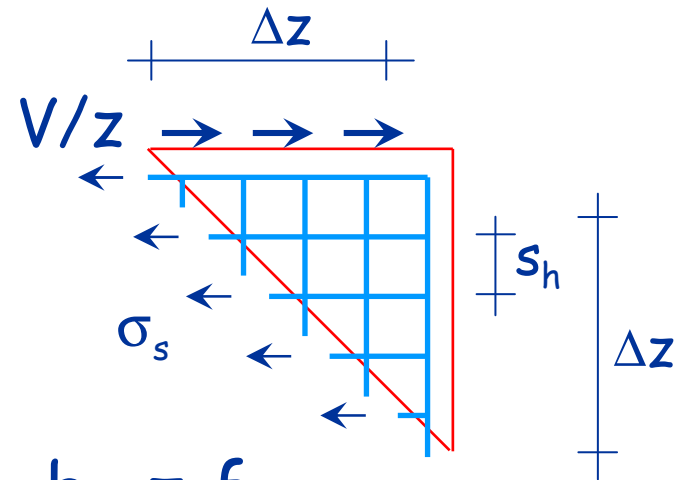
Resistenza dell'armatura orizzontale

Il collasso può avvenire per snervamento dell'armatura orizzontale (staffe)

$$N_{sh} = V \frac{\Delta z}{z} \quad \text{ponendo} \quad \sigma_s = f'_{yd}$$

$$A_s = A_{sh} \frac{\Delta z}{s_h} \quad \text{si ottiene}$$

$$V_{Rd} = \frac{A_{sh}}{s_h} z f_{yd} \Rightarrow \begin{cases} V_{Rd} = \rho_h b_w z f_{yd} \\ \rho_h = \frac{A_{sh}}{b_w s_h} \end{cases}$$



Resistenza dell'armatura verticale

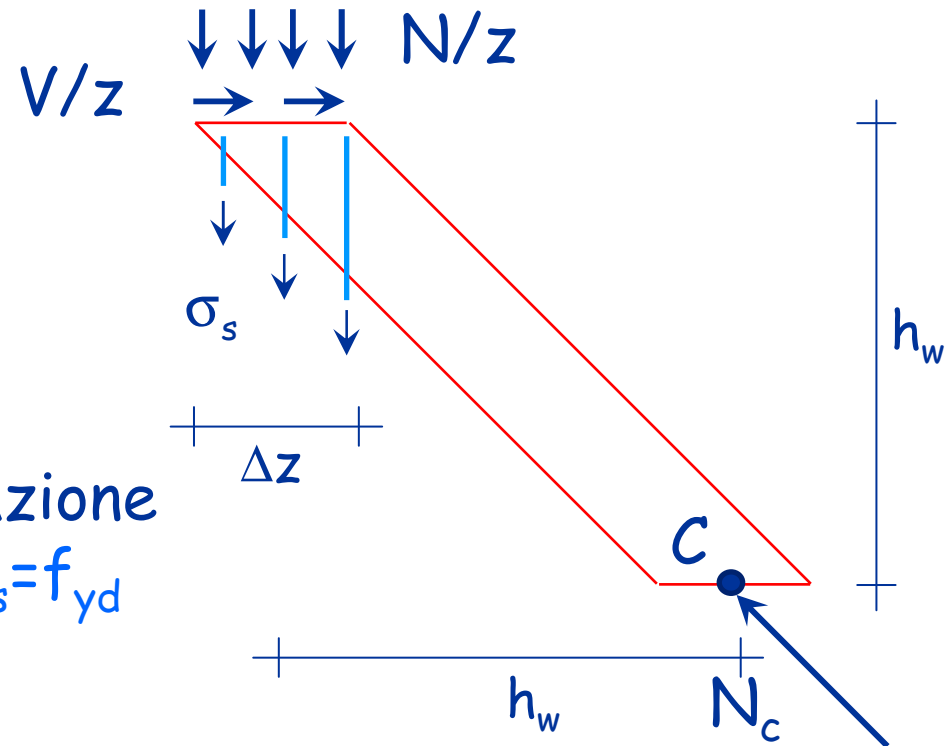
Il collasso può avvenire per snervamento dell'armatura verticale

$$F_h = V \frac{\Delta z}{z}$$

$$F_v = A_{sv} \frac{\Delta z}{s_v} \sigma_s + N \frac{\Delta z}{z}$$

... dall'equilibrio alla rotazione attorno a C e ponendo $\sigma_s = f_{yd}$

$$V_{Rd} = \frac{A_{sv}}{s_v} z f_{yd} + N$$

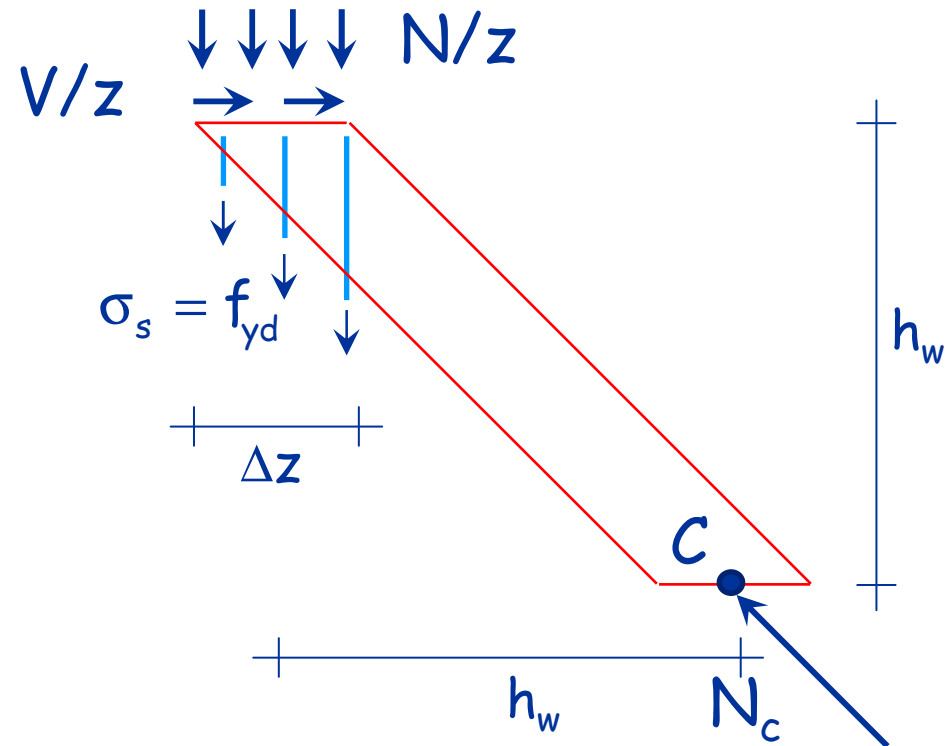


Resistenza dell'armatura verticale

Il collasso può avvenire per **snervamento dell'armatura verticale**

... dall'equilibrio alla rotazione

$$\begin{cases} V_{Rd} = \rho_v b_w z f_{yd} + N \\ \rho_v = \frac{A_{sv}}{b_w s_v} \end{cases}$$



Resistenza dell'armatura

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + 0.75 \rho_h b_w \alpha_s l_w f_{yd}$$

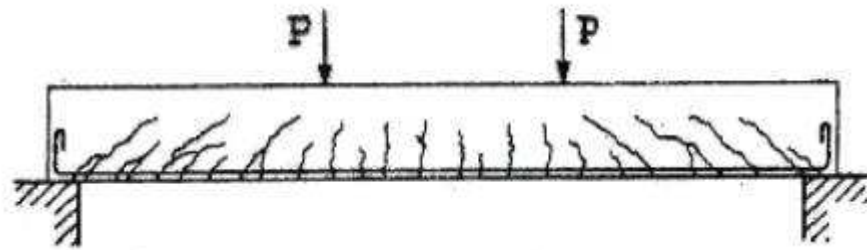
$$\alpha_s = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} l_w}$$

$V_{Rd,c}$ = resistenza in assenza di armatura a taglio

Modello a pettine

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

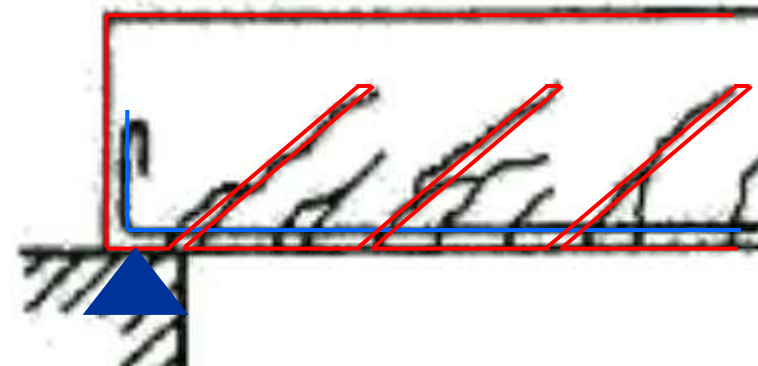
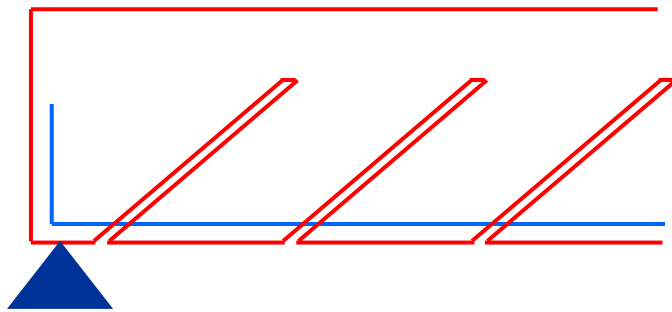
Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio



Modello a pettine

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza
in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio
in una trave priva di armature a taglio

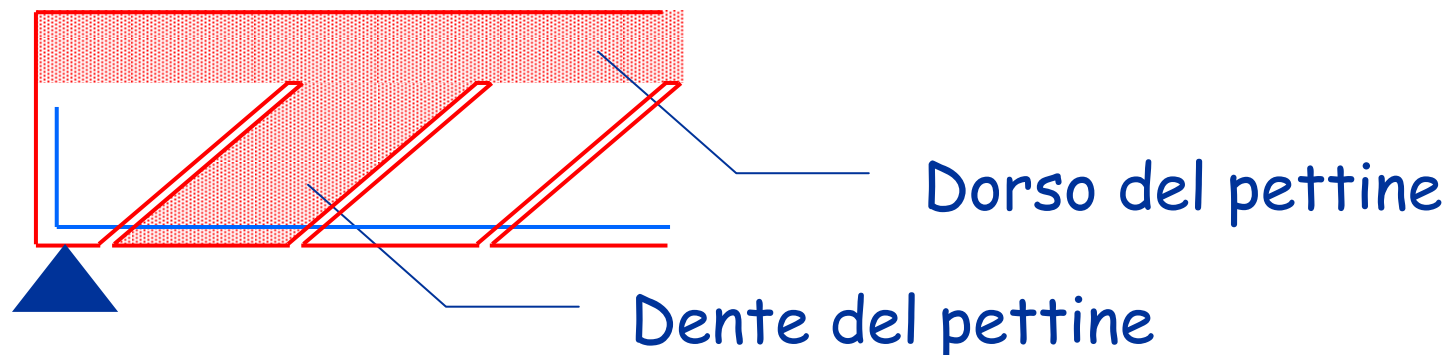


Modello a pettine

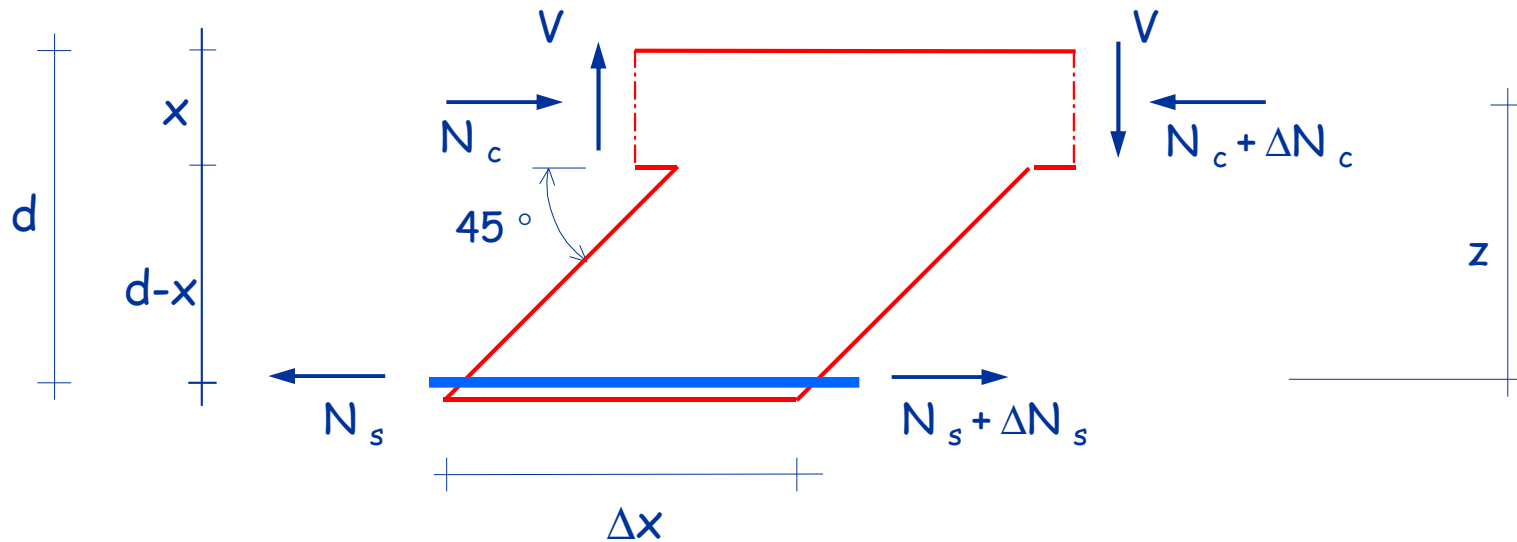
Viene proposto un modello per calcolare la resistenza
in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio
in una trave priva di armature a taglio

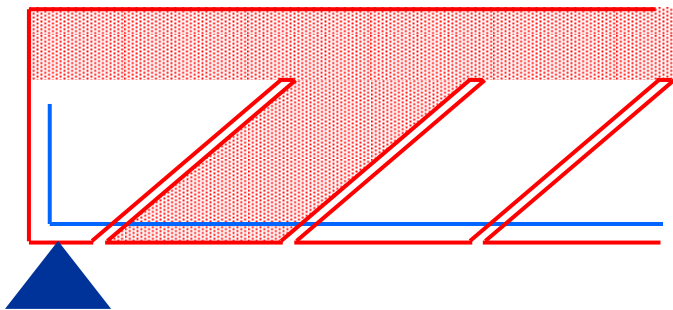
Modello a pettine



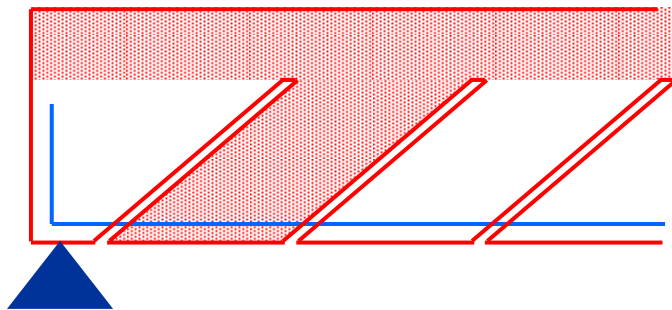
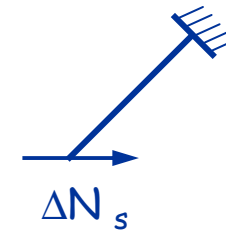
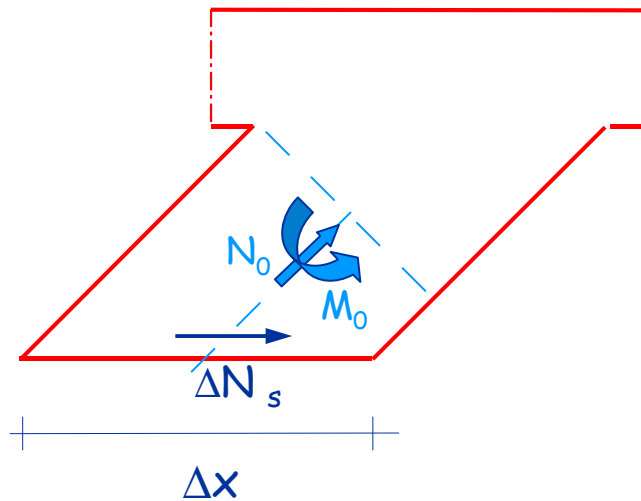
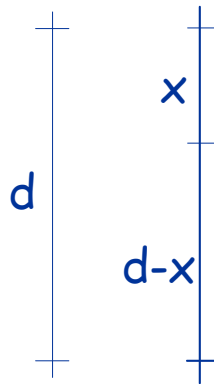
Resistenza del dente



$$\Delta N_s = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V \Delta x}{z}$$



Resistenza del dente

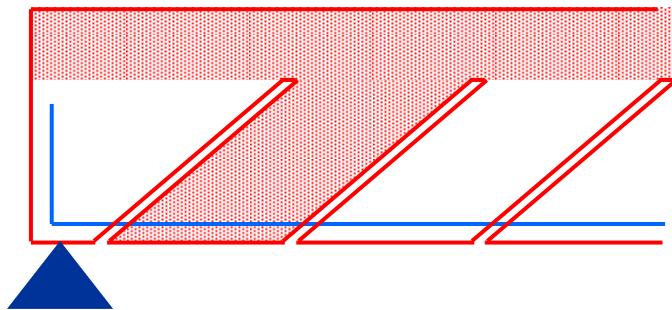
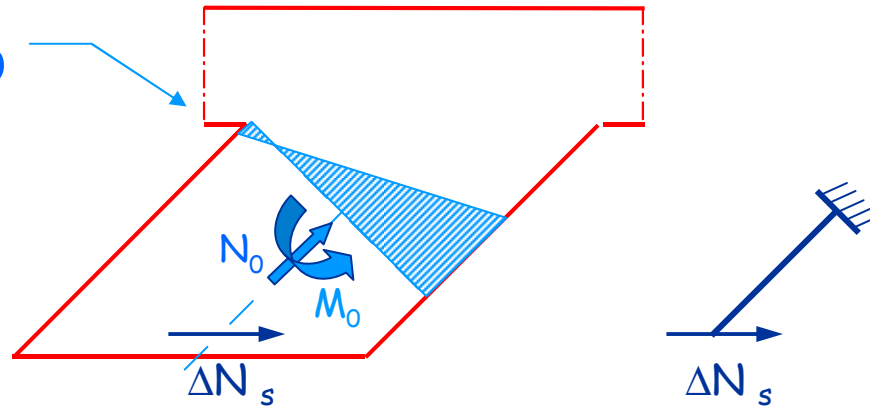


$$N_0 = -\frac{\Delta N_s}{\sqrt{2}} = -\frac{V}{\sqrt{2}} \frac{\Delta x}{z}$$

$$M_0 = -\Delta N_s \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right) = -\frac{V}{z} \frac{\Delta x}{\sqrt{2}} \left(d - x - \frac{\Delta x}{4} \right)$$

Resistenza del dente

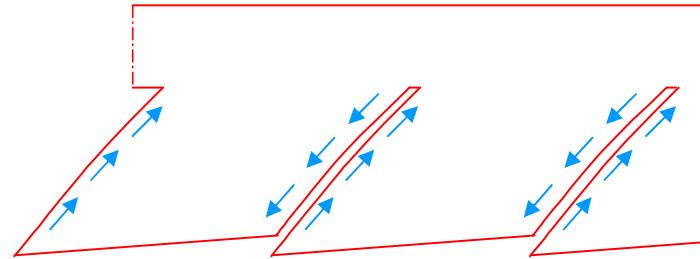
Rottura quando
 $\sigma = f_{ctd}$



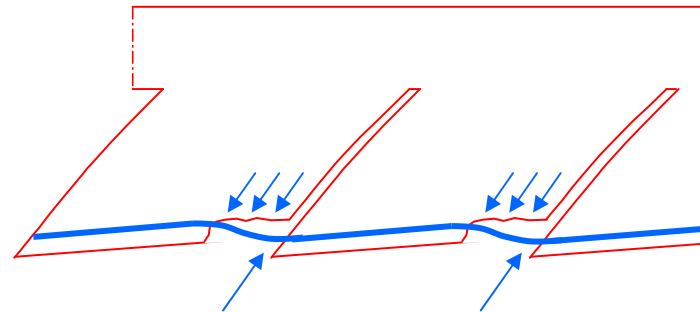
Calcolando la σ e
ponendola uguale a f_{ct} si
ricava il taglio resistente

Altri contributi alla resistenza del dente

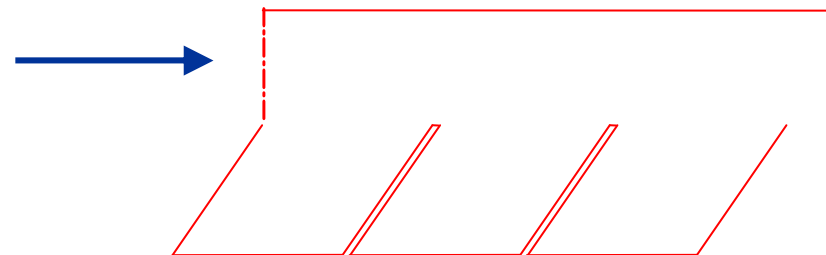
Ingranamento degli inerti



Effetto spinotto



Forza assiale



Resistenza in assenza di armature (NTC08, punto 4.1.2.1.3.1)

$$V_{Rd,c} = \underbrace{\left[0.18 k \frac{\sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} + 0.15 \sigma_{cp} \right]} b d$$

$$\geq v_{\min} = 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}}$$

quando ρ_l è molto piccolo

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0.2 f_{cd}$$

positiva se compressione

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

d in mm

$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} \leq 0.02$$

Resistenza dell'armatura

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + 0.75 \rho_h b_w \alpha_s l_w f_{yd}$$

$$\alpha_s = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} l_w}$$

$V_{Rd,c}$ = resistenza in assenza di armatura a taglio

Nota. $V_{Rd,c} = 0$ nella zona critica se N_{Ed} è di trazione

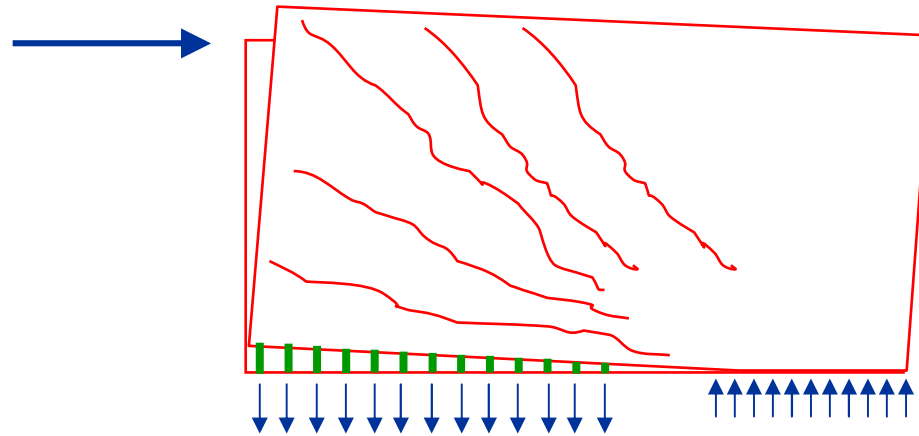
Inoltre bisogna verificare che:

$$\rho_h b_w z f_{yd} \leq \rho_v b_w z f_{yd} + \min N_{Ed}$$

L'armatura orizzontale deve snervarsi prima di quella verticale

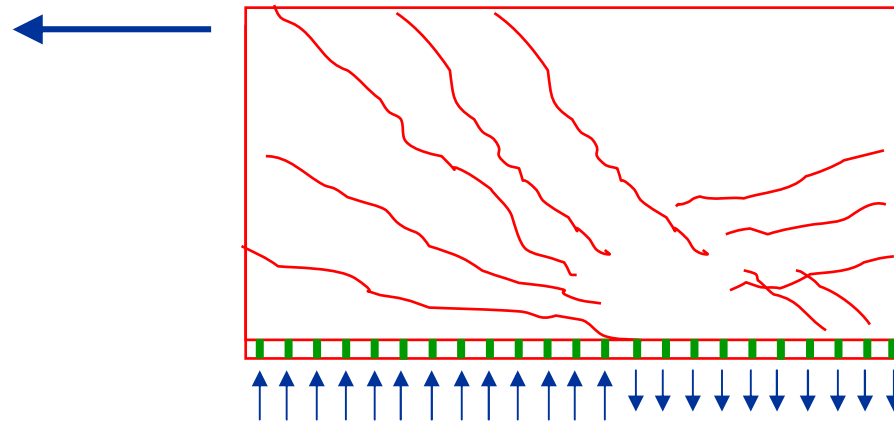
Verifica a scorrimento
nella zona critica

Descrizione del meccanismo di collasso



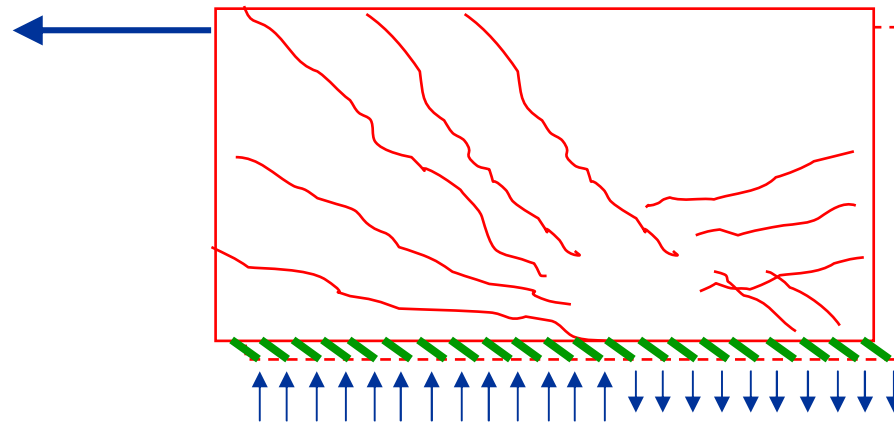
Nella prima fase di carico la parte alla base della parete in zona tesa è fessurata, la parte in zona compressa trasferisce l'azione a taglio ed impedisce gli scorrimenti.

Descrizione del meccanismo di collasso



Invertendo la forza laterale si invertono zona tesa e zona compressa ma le lesioni precedentemente formatesi non si chiudono immediatamente.

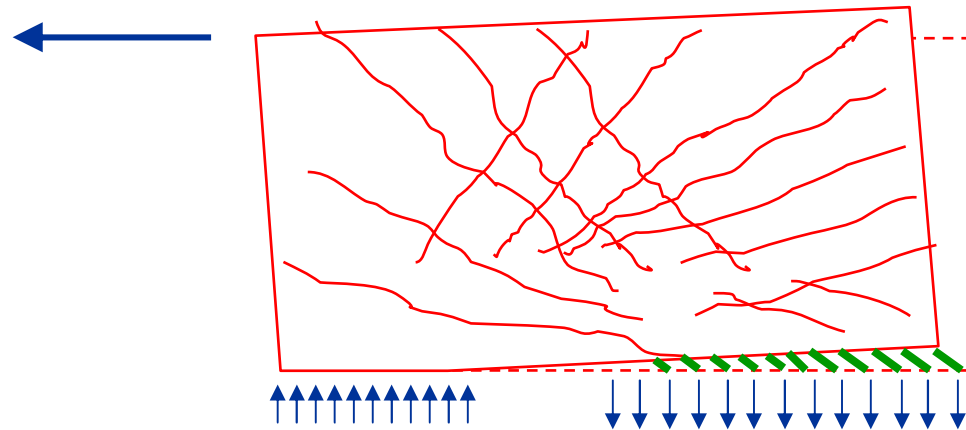
Descrizione del meccanismo di collasso



Invertendo la forza laterale si invertono zona tesa e zona compressa ma le lesioni precedentemente formatesi non si chiudono immediatamente.

La parete è interamente fessurata e si verificano scorrimenti contrastati solo dall'effetto spinotto

Descrizione del meccanismo di collasso



Al crescere dell'azione orizzontale parte delle lesioni si richiudono e gli scorrimenti si arrestano

Dopo diversi cicli di carico il calcestruzzo lungo il piano di scorrimento subisce degrado e gli scorrimenti si manifestano per valori minori del taglio

Verifica allo scorrimento

Lungo il piano di scorrimento nelle pareti tozze occorre verificare che:

$$V_{Ed} \leq V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

V_{dd} : Resistenza per effetto spinotto

V_{id} : Resistenza a taglio di eventuali barre diagonali

V_{fd} : Resistenza per attrito

Resistenza per effetto spinotto

Resistenza a taglio delle barre verticali A_{sj} che attraversano la sezione di scorrimento:

$$\frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \sum A_{sj}$$

Le barre sono parzialmente impegnate flessionalmente:

$$0.25 f_{yd} \sum A_{sj}$$

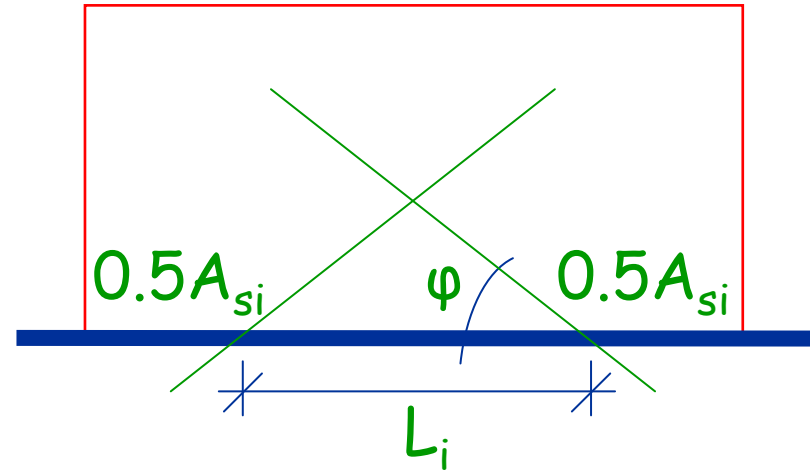
$$1.3 \sum A_{sj} \sqrt{f_{cd} f_{yd}}$$

Azione che determina l'espulsione del copriferro

$$V_{dd} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1.3 \sum A_{sj} \sqrt{f_{cd} f_{yd}} \\ 0.25 f_{yd} \sum A_{sj} \end{array} \right.$$

Resistenza a taglio delle barre diagonali

$$V_{id} = \sum A_{si} f_{yd} \cos \varphi$$



La presenza delle armature inclinate determina però anche un incremento del momento resistente (e quindi del taglio sollecitante)

$$\Delta M_{Rd} = 0.5 L_i \sum A_{si} f_{yd} \sin \varphi$$

Per le pareti tozze:

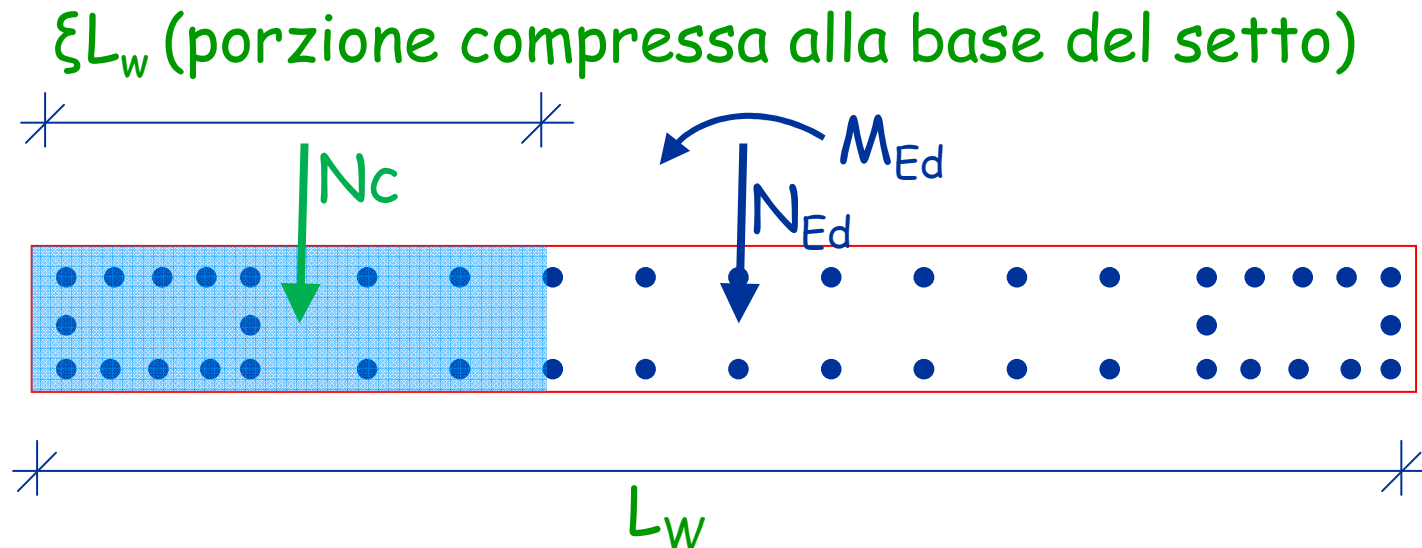
$$V_{id} \geq V_{Ed}/2$$

Resistenza per attrito (1)

Il contributo di resistenza allo scorrimento dovuto all'attrito può essere teoricamente valutato come:

$$V_{fd} = \mu_f N_c$$

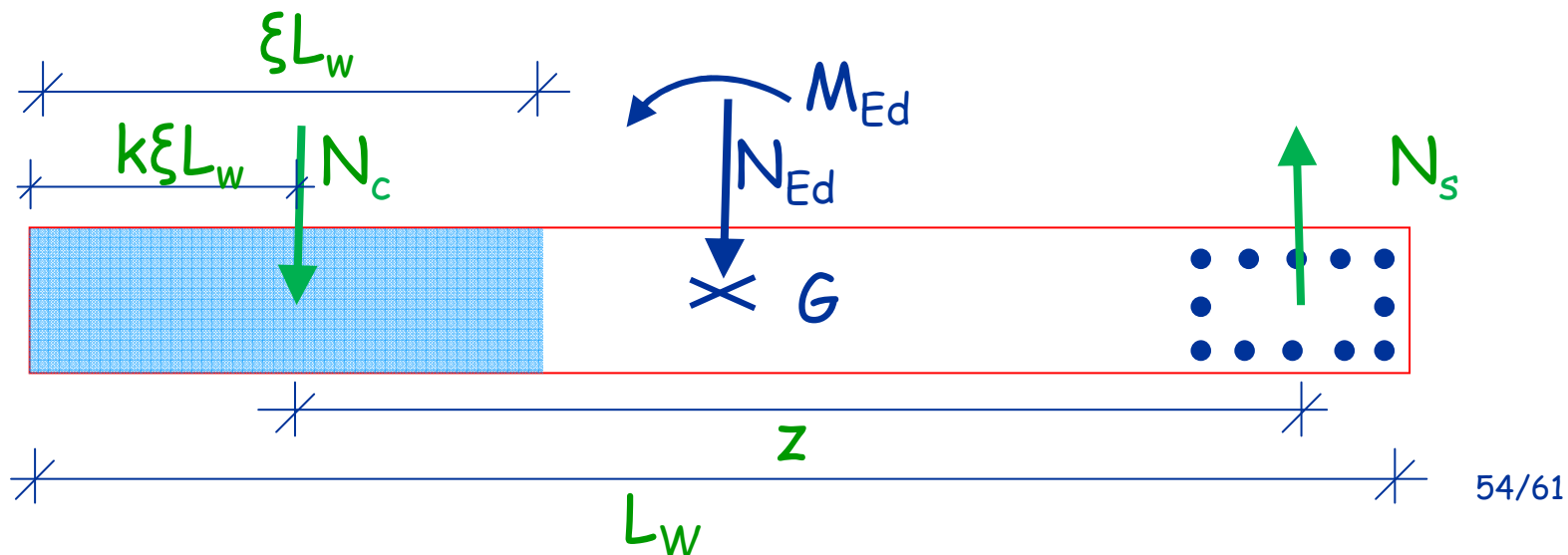
Con μ_f coefficiente d'attrito sotto azioni cicliche



Resistenza per attrito (2)

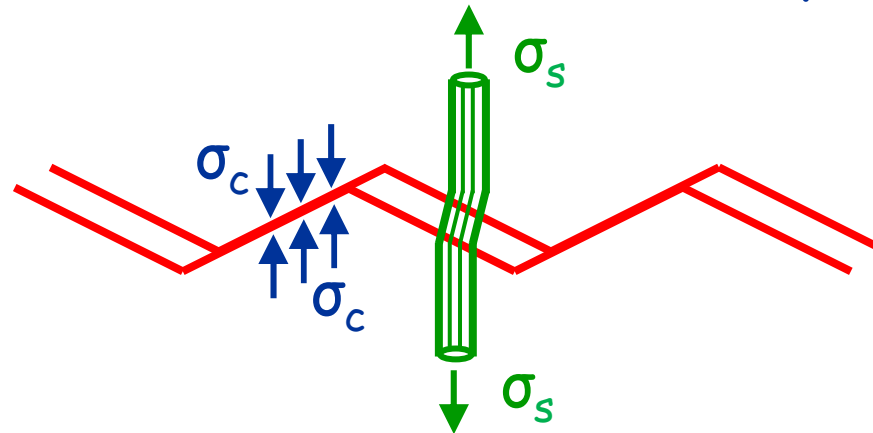
Sotto l'ipotesi semplificativa di sezione a semplice armatura, imponendo l'equilibrio alla traslazione e alla rotazione si ottiene:

$$N_c = \frac{0.5}{1 - k\xi} N_{Ed} + \frac{M_{Ed}}{z} \quad \Rightarrow \quad V_{fd} = \mu \left(\frac{0.5}{1 - k\xi} N_{Ed} + \frac{M_{Ed}}{z} \right)$$



Resistenza per attrito (3)

Anche le armature verticali che attraversano una lesione forniscono un contributo alla resistenza per attrito

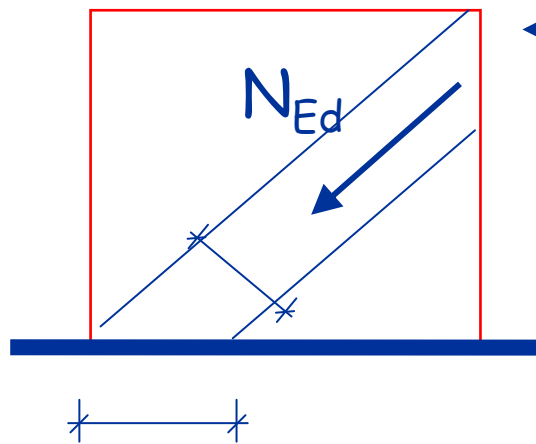


Lo scorrimento relativo tra le facce di una lesione produce un incremento dello spessore della fessura che determina trazione nelle barre.

La trazione è equilibrata da una forza di compressione agente sul calcestruzzo vicino alle barre

Resistenza per attrito (4)

L'azione esterna è trasmessa alla base della setto mediante un puntone compresso che non deve subire schiacciamento



$$N_{Ed} = V_{Ed} \sqrt{2}$$

$$A_c = b_w \xi L_w \sqrt{2} / 2$$

$$\sigma_c \leq \eta f_{cd} \quad \Rightarrow \quad V_{fd} = 0.5 \eta f_{cd} \xi L_w b_w$$

ξL_w (porzione compressa alla base del setto)

La resistenza del puntone compresso rappresenta il limite superiore alla resistenza per attrito.

Resistenza per attrito

(indicazioni di normativa)

Nella formulazione normativa si riscontrano i diversi contributi evidenziati nei modelli teorici.

$$V_{fd} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0.5 \eta f_{cd} \xi L_w b_w \\ \mu_f \left[\left(\sum A_{sj} f_{yd} + N_{Ed} \right) \xi + \frac{M_{Ed}}{z} \right] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \eta = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \\ \mu_f = 0.6 \end{array}$$

Una perfetta corrispondenza si riscontra nella verifica a schiacciamento del puntone compresso

Alcune differenze si riscontrano nel contributo che esprime la resistenza ad attrito

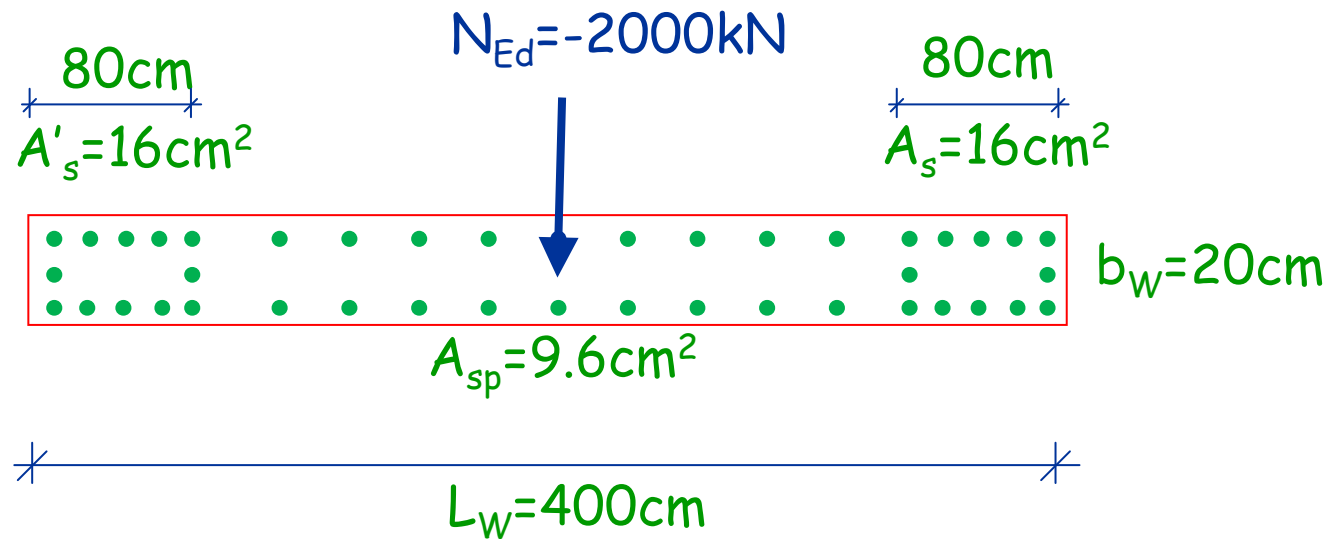
Esempio

Confronto tra formulazione teorica e di normativa

Calcestruzzo C25/30

Acciaio B450C

$$N_{Ed}/(A_c f_{cd})=0.176$$



Esempio

Confronto tra formulazione teorica e di normativa

Calcestruzzo C25/30

Acciaio B450C

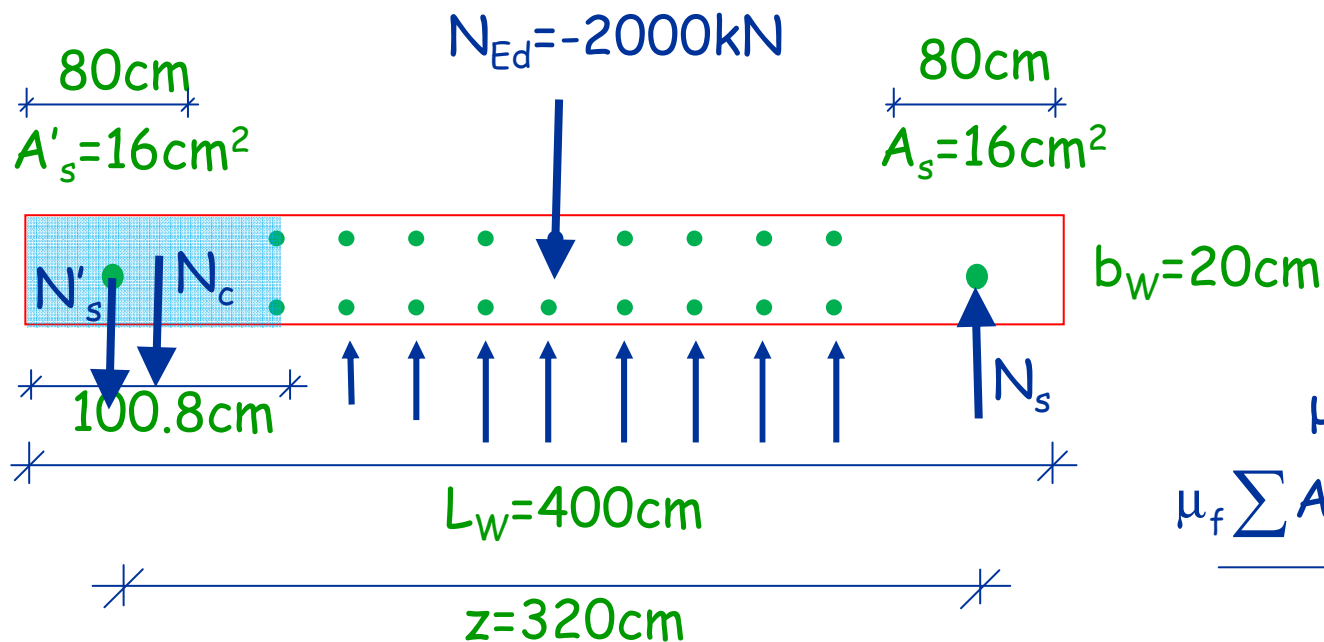
$$N_{Ed}/(A_c f_{cd})=0.176$$

$$\xi=100.8/(400-40)=0.280$$

$$M_{Rd}=5618 \text{ kNm}$$

$$N_c=2284.3 \text{ kN}$$

$$N'_s=626.1 \text{ kN}$$



$$\mu_f N_c = 1370.6 \text{ kN}$$

$$\mu_f \sum A_{sj} f_{yd} = 375.6 \text{ kN}$$

$$V_{fd} = 1746.2 \text{ kN}$$

Esempio

Confronto tra formulazione teorica e di normativa

Approccio teorico:

$$V_{fd} = 1746.2 \text{ kN}$$

Da normativa:

$$V_{fd} = \mu_f \left[\left(\sum A_{sj} f_{yd} + N_{Ed} \right) \xi + \frac{M_{Ed}}{z} \right] =$$

$$V_{fd} = 0.6 \left[\left(41.6 \text{ cm}^2 391.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} + 2000 \text{ kN} \right) 0.28 + \frac{5618 \text{ kNm}}{3.20 \text{ m}} \right]$$

$$V_{fd} = 1662.8 \text{ kN}$$

Esempio

Confronto tra formulazione teorica e di normativa

Approccio teorico:

$$V_{fd}=1746.6 \text{ kN}$$

Da normativa:

$$V_{fd}=1662.8 \text{ kN}$$

