

**Problemi specifici nel progetto  
di strutture antisismiche in acciaio**

4 - Calcolo approssimato e dimensionamento

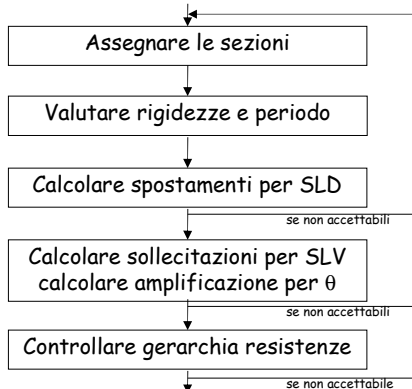
Spoletto  
4-5 febbraio 2011  
Aurelio Ghersi

## Dimensionamento

- Le indicazioni da rispettare sono molte ed occorre almeno un calcolo di massima per verificarle
- Si potrebbe procedere per tentativi:
  - assegnare le sezioni
  - fare il calcolo
  - verificare le sezioni

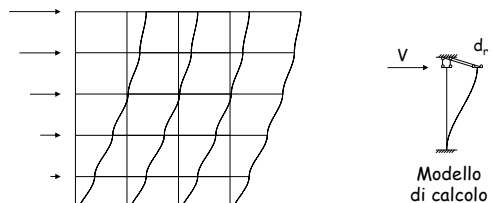
... ma è preferibile organizzare un foglio di calcolo che faccia un calcolo di massima e tutti i controlli

## Schema logico



## Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio  $V$  e spostamento relativo  $d_r$
- Se le travi sono infinitamente rigide



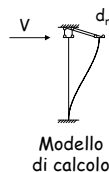
## Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio  $V$  e spostamento relativo  $d_r$
- Se le travi sono infinitamente rigide

$$d_r = \frac{V L_p^3}{12 E I_p}$$

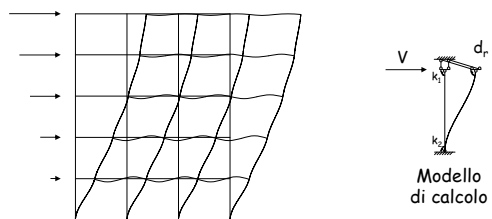
$$\text{rigidezza} = \frac{12 E I_p}{L_p^3}$$

La rigidezza è proporzionale al  
momento d'inerzia della sezione



## Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio  $V$  e spostamento relativo  $d_r$
- In realtà le travi sono deformabili



## Rigidezza

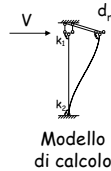
- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio  $V$  e spostamento relativo  $d_r$
- In realtà le travi sono deformabili

$$k_1 = \frac{12 E I_{t,sup}}{L_t}$$

ma poiché la trave serve da vincolo anche al pilastro di sopra, prendo la metà

$$k_1 = \frac{6 E I_{t,sup}}{L_t} \quad k_2 = \frac{6 E I_{t,inf}}{L_t}$$

pongo  $r_1 = \frac{E I_p}{L_p k_1} \quad r_2 = \frac{E I_p}{L_p k_2}$



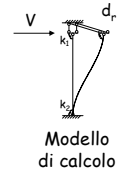
## Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio  $V$  e spostamento relativo  $d_r$
- In realtà le travi sono deformabili

$$d_r = \frac{V L_p^3}{12 E I_p} \left[ 1 + 3 \frac{r_1 + r_2 + 4 r_1 r_2}{1 + r_1 + r_2} \right]$$

$$\cong \frac{V L_p^3}{12 E I_p} [1 + 3 (r_1 + r_2)]$$

Lo spostamento dipende anche dalla rigidezza delle travi



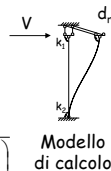
## Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio  $V$  e spostamento relativo  $d_r$
- In realtà le travi sono deformabili

Spostamento e rigidezze si possono esprimere direttamente con

$$d_r \cong \frac{V L_p^3}{12 E I_p} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,sup} / L_t} + \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,inf} / L_t} \right) \right]$$

$$\text{rigidezza} = \frac{12 E I_p}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,sup} / L_t} + \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,inf} / L_t} \right)}$$



## Rigidezza

Nel caso in esame abbiamo più situazioni:

- Colonna lato rigido + 1 trave
- Colonna lato rigido + 2 travi
- Colonna lato flessibile + 1 trave
- Colonna lato flessibile + 2 travi

Occorre inoltre distinguere:

- 1° ordine: la fondazione è rigida
- Altri ordini: la colonna è tra due travi flessibili

## Rigidezza

Sezioni					Es	210000	MPa		
						210	kN/mm <sup>2</sup>		
	denominaz	Inerzia [cm <sup>4</sup> ]	Wpl [cm <sup>3</sup> ]		f <sub>y</sub>	275	MPa		
Trave	IPE 360	16270	1019		f <sub>y</sub> / ym0	261.9	MPa		
Colonne	HE 320 B	min	9239	939.1	f <sub>y</sub>	355	MPa		
		max	30820	2149	f <sub>y</sub> / ym0	338.1	MPa		
Colonna rigida, 2 travi									
	lung <sub>h</sub> [m]	lung <sub>h</sub> [mm]		1° ordine				altro ordine	
				Imed [cm <sup>4</sup> ]	ic/lt	k [kN/mm]		Imed [cm <sup>4</sup> ]	ic/lt
tr sup	5.50	5500		16270	1.89			16270	1.89
tr inf		5500		inf	0.00			16270	1.89
colonna	3.50	3500		30820		7.280		30820	4.555
Colonna rigida, 1 trave									
	lung <sub>h</sub> [m]	lung <sub>h</sub> [mm]		1° ordine				altro ordine	
				Imed [cm <sup>4</sup> ]	ic/lt	k [kN/mm]		Imed [cm <sup>4</sup> ]	ic/lt
tr sup	5.50	5500		8135	3.79			8135	3.79
tr inf		5500		inf	0.00			8135	3.79
colonna	3.50	3500		30820		4.555		30820	2.605
Colonna deformabile, 2 travi									
	lung <sub>h</sub> [m]	lung <sub>h</sub> [mm]		1° ordine				altro ordine	
				Imed [cm <sup>4</sup> ]	ic/lt	k [kN/mm]		Imed [cm <sup>4</sup> ]	ic/lt
tr sup	5.50	5500		16270	0.57			16270	0.57
tr inf		5500		inf	0.00			16270	0.57
colonna	3.50	3500		9239		3.755		9239	2.870
Colonna deformabile, 1 trave									
	lung <sub>h</sub> [m]	lung <sub>h</sub> [mm]		1° ordine				altro ordine	
				Imed [cm <sup>4</sup> ]	ic/lt	k [kN/mm]		Imed [cm <sup>4</sup> ]	ic/lt
tr sup	5.50	5500		8135	1.14			8135	1.14
tr inf		5500		inf	0.00			8135	1.14
colonna	3.50	3500		9239		2.870		9239	1.950

## Rigidezza

- Riepilogando, se si usa una colonna HEB320

schema	1° ordine	Altri ordini
	7.28	4.56
	4.56	2.61
	3.76	2.87
	2.87	1.95

## Determinazione del periodo

La normativa suggerisce di assumere

$$T_1 = C_1 H^{3/4}$$

con

$C_1 = 0.085$   
per strutture intelaiate in  
acciaio

$H$  = altezza dell'edificio dal  
piano di fondazione (m)

Nell'esempio:  $H = 17.50$  m (escluso torrino)

$$T_1 = 0.085 \times 17.50^{3/4} = 0.727 \text{ s}$$

## Ma attenzione ...

- La formula di normativa non tiene conto della effettiva rigidità della struttura
- È opportuno controllare appena possibile se il periodo è plausibile (e quindi se le forze sono effettivamente quelle da usare)
- Possibile procedimento per valutare il periodo:

Formula di Rayleigh

$m_i$ : massa di piano

$F_i$ : Forza di piano

$u_i$ : spostamento del baricentro di piano  
(provocato dalla forze  $F_i$ )

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

## Determinazione del periodo

Per applicare la formula di Rayleigh:

- Occorre determinare le masse ai vari piani
- Si potrebbe usare una qualsiasi distribuzione di forze (ma può essere comodo assegnarne una corrispondente alle forze dell'analisi statica)



Quindi:

- Stima delle masse
- Calcolo delle forze a meno di  $a_g$  (che dipende da  $T$ )

## Masse

In un edificio in cemento armato il peso delle masse di piano corrisponde in genere ad una incidenza media di  $8 \div 11 \text{ kN/m}^2$

In un edificio in acciaio il peso delle masse di piano è in genere minore ( $6 \div 8 \text{ kN/m}^2$ ) perché:

- La struttura è molto più leggera
- Solaio, massetto, pavimento spesso sono più leggeri
- I tramezzi spesso sono più leggeri

Il peso delle masse può essere stimato moltiplicando la superficie dell'impalcato per  $7.5 \text{ kN/m}^2$  ( $6 \text{ kN/m}^2$  in copertura, per la minore incidenza delle tamponature)

## Masse

piano	S [m <sup>2</sup> ]	w [kN/m <sup>2</sup> ]	W [kN]
5	569.23	6.0	3415.4
4	452.40	7.5	3393.0
3	452.40	7.5	3393.0
2	452.40	7.5	3393.0
1	452.40	7.5	3393.0
			16987.3

## Forze

- Si applica la formula per l'analisi statica (a meno di  $a_g$ , non ancora nota)

ag	1		Vb	16987.3	kN			
piano	S [m <sup>2</sup> ]	w [kN/m <sup>2</sup> ]	W [kN]	h [m]	z [m]	W z	F [kN]	V [kN]
5	569.23	6.0	3415.4	3.50	17.50	59769	5687.3	5687.3
4	452.40	7.5	3393.0	3.50	14.00	47502	4520.0	10207.3
3	452.40	7.5	3393.0	3.50	10.50	35626	3390.0	13597.3
2	452.40	7.5	3393.0	3.50	7.00	23751	2260.0	15857.3
1	452.40	7.5	3393.0	3.50	3.50	11875	1130.0	16987.3
			16987.3			178523	16987.3	

## Determinazione degli spostamenti

- Rigidezza singolo pilastro → rigidezza di piano
- Taglio → spostamento relativo di piano  $d_r = \frac{V}{k}$

piano 5				
	n	k	V	dr [mm]
col.rig-2 tra.	9	40.996		
col.rig-1 tra.	3	7.815		
col.def-2 tra.	5	14.348		
col.def-1 tra.	7	13.650		
		76.810	5687.3	74.04

## Determinazione degli spostamenti

- Rigidezza singolo pilastro → rigidezza di piano
- Taglio → spostamento relativo di piano  $d_r = \frac{V}{k}$
- Spostamenti relativo → spostamenti assoluti

piano	dr [mm]	u [mm]
5	74.04	734.31
4	132.89	660.27
3	177.02	527.38
2	206.45	350.35
1	143.91	143.91

## Periodo proprio della struttura

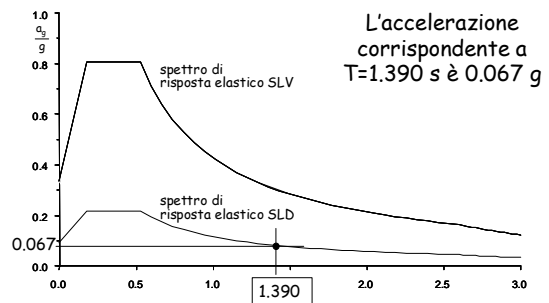
Piano	m (kN s <sup>2</sup> /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN m)	m u <sup>2</sup> (kN m s <sup>2</sup> )
Torrino+V	348.2	5687.3	734.3	4176.2	187.73
IV	345.9	4520.0	660.3	2984.4	150.78
III	345.9	3390.0	527.4	1787.8	96.20
II	345.9	2260.0	350.4	791.8	42.45
I	345.9	1130.0	143.9	162.6	7.16
somma				9902.9	484.33

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

$$T = 1.390 \text{ s}$$

Molto più grande di quanto previsto  
con la formula della normativa

## Ordinata spettrale spettro di risposta elastico SLD



## Spostamenti per SLD

- Gli spostamenti allo SLD si ricavano da quelli calcolati per  $a_g=1$ , moltiplicandoli per il valore di  $a_g$  ora trovato

piano	dr [mm]	u [mm]		dr [mm]	u [mm]
5	74.04	734.31	X 0.067	4.99	49.48
4	132.89	660.27		8.95	44.49
3	177.02	527.38	⇒	11.93	35.54
2	206.45	350.35		13.91	23.61
1	143.91	143.91		9.70	9.70

## Effetto P-δ per SLD

- È in genere trascurabile ... ma controlliamo  $\theta_i = \frac{P_i d_{r,i}}{V_{i,u} h}$

Verifica effetto P-δ			
P [kN]	dr/V [mm/kN]	P/h [kN/mm]	θ
3415.4	0.013	0.976	0.013
6808.4	0.013	1.945	0.025
10201.3	0.013	2.915	0.038
13594.3	0.013	3.884	0.051
16987.3	0.008	4.854	0.041

$$\theta_{\max} = 0.051$$

$$\theta_{\max} < 0.1$$

L'effetto P-δ può essere trascurato

Anche se lo si prendesse in conto  
l'incremento sarebbe minimo  $\frac{1}{1 - \theta_{\max}} = 1.054$

## Spettro di progetto per SLV

È ottenuto dividendo lo spettro di risposta elastica per il fattore di struttura  $q$

$$q = q_0 K_R$$

Per telai in acciaio:

$$q_0 = 5 \alpha_u / \alpha_1 \quad \text{per CD "A"}$$

$$q_0 = 4 \quad \text{per CD "B"}$$

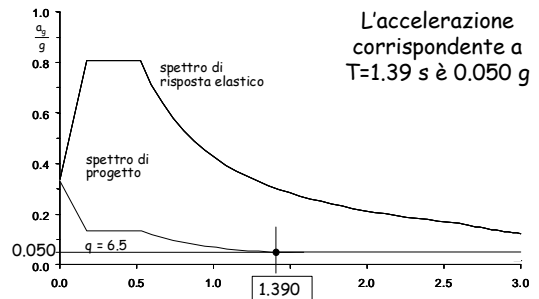
$$\alpha_u / \alpha_1 = 1.3 \quad \text{telaio con più piani e più campate}$$

$$K_R = 1 \quad \text{la struttura è regolare in altezza}$$

$$\text{Posso assumere } q = 5 \times 1.3 = 6.5$$

Ma lo sfrutterò veramente?

## Ordinata spettrale per SLV



## Forze e spostamenti per SLV

- Le forze e gli spostamenti allo SLV si ricavano da quelli calcolati per  $a_g=1$ , moltiplicandoli per il valore di  $a_g$  ora trovato

piano	F [kN]	V [kN]		F	V	u [mm]	dr [mm]
5	5687.3	5687.3	X 0.050	284.36	284.36	36.72	3.70
4	4520.0	10207.3		226.00	510.36	33.01	6.64
3	3390.0	13597.3		169.50	679.86	26.37	8.85
2	2260.0	15857.3		113.00	792.86	17.52	10.32
1	1130.0	16987.3		56.50	849.36	7.20	7.20
	16987.3						

## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

- Ripartire il taglio di piano tra i pilastri in maniera forfetaria, oppure in base a rigidezze stimate

Esempio: piano 5,  $V = 284.36$  kN

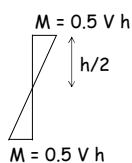
	k	V [kN]	
col.rig-2 tra.	4.555	16.86	$284.36 \times \frac{4.55}{76.810} = 16.86$
col.rig-1 tra.	2.605	9.64	
col.def-2 tra.	2.870	10.62	
col.def-1 tra.	1.950	7.22	
TOTALE	76.810		

## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

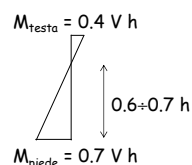
- Valutare il momento nei pilastri

Se le travi sono abbastanza rigide

ai piani superiori



al primo ordine

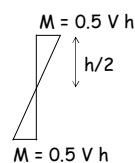


## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

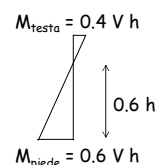
- Valutare il momento nei pilastri

Se le travi sono più deformabili

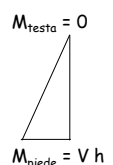
ai piani superiori



al secondo ordine



al primo ordine



## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

### 2. Valutare il momento nei pilastri

Nel caso in esame

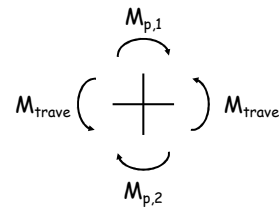
piano 5				piano 2			
V [kN]		M <sub>t</sub> [kNm]	M <sub>p</sub> [kNm]	V [kN]		M <sub>t</sub> [kNm]	M <sub>p</sub> [kNm]
16.86	0.5	29.51	29.51	47.02	0.5	82.29	82.29
9.64	0.5	16.88	16.88	26.89	0.5	47.06	47.06
10.62	0.5	18.59	18.59	29.62	0.5	51.84	51.84
7.22	0.5	12.63	12.63	20.13	0.5	35.23	35.23

piano 1			
V [kN]		M <sub>t</sub> [kNm]	M <sub>p</sub> [kNm]
col.rig-2 tra.	52.38	0.2	36.67
col.rig-1 tra.	32.78	0.2	22.94
col.def-2 tra.	27.02	0.4	37.82
col.def-1 tra.	20.65	0.2	14.45

## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

### 3. Valutare i momenti nelle travi

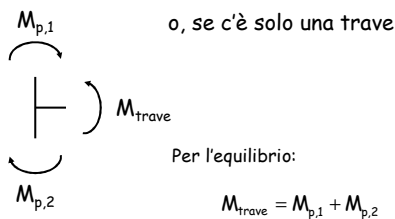


Per l'equilibrio:

$$M_{trave} = \frac{M_{p,1} + M_{p,2}}{2}$$

## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

### 3. Valutare i momenti nelle travi



## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

### 3. Valutare i momenti nelle travi

Nel caso in esame

piano 2				
V [kN]		M <sub>t</sub> [kNm]	M <sub>p</sub> [kNm]	
47.02	0.5	82.29	82.29	
26.89	0.5	47.06	47.06	
29.62	0.5	51.84	51.84	
20.13	0.5	35.23	35.23	

piano 1				
V [kN]		M <sub>t</sub> [kNm]	M <sub>p</sub> [kNm]	
col.rig-2 tra.	52.38	0.2	36.67	
col.rig-1 tra.	32.78	0.2	22.94	
col.def-2 tra.	27.02	0.4	37.82	
col.def-1 tra.	20.65	0.2	14.45	

$$\frac{36.67 + 82.29}{2} = 59.48$$

$$22.94 + 47.06 = 70.00$$

## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

### 4. Occorrerebbe inoltre incrementare i momenti per tenere conto di:

- eccentricità propria del sistema
- eccentricità accidentale
- effetto combinato delle diverse componenti

Se la struttura è bilanciata e sufficientemente rigida torsionalmente, incrementare del 20%

## Effetto P-δ per SLV

- Può essere condizionante

Per la normativa  $\theta = \frac{P d q}{V h}$

Per le considerazioni già fatte  $\theta = \frac{P d \frac{S_e(T)}{S_d(T)}}{V h \Omega \frac{\alpha_u}{\alpha_1}}$

Si noti che  $P d / V h$  non dipende dal valore delle forze ma solo dalla loro distribuzione

Quindi assume i valori già calcolati

## Effetto P-δ per SLV

- Se usassi la formula di normativa

$$\theta = \frac{P d q}{V h}$$

piano	Pd/Vh	q	Pd/Vh q
5	0.013	6.5	0.083
4	0.025	6.5	0.165
3	0.038	6.5	0.247
2	0.051	6.5	0.329
1	0.041	6.5	0.267

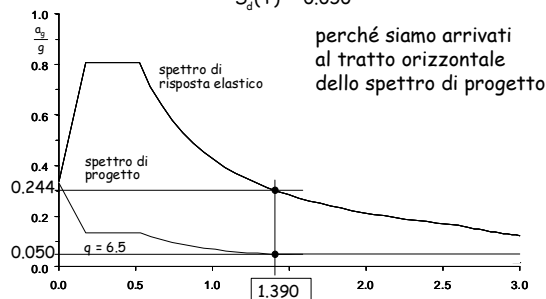
Valori molto alti, non accettabili

Nota: i valori di  $\theta$  dipenderebbero da q anche se la struttura è definita, mentre devono dipendere solo dalla struttura

## Effetto P-δ per SLV

Ordinate spettrali

- Nel caso in esame  $\frac{S_e(T)}{S_d(T)} = \frac{0.244}{0.050} = 4.88$



## Effetto P-δ per SLV

Ordinate spettrali e sovrarresistenza

- Nel caso in esame  $\frac{S_e(T)}{S_d(T)} = \frac{0.244}{0.050} = 4.88$
- Non conosciamo ancora  $\Omega$  (ma potremmo calcolarlo)
- Possiamo assumere  $\frac{\alpha_u}{\alpha_1} = 1.3$



Dobbiamo quindi moltiplicare per  $\frac{4.88}{1.3} = 3.76$  e non per 6.5

e ridurre ulteriormente di  $\Omega$

## Effetto P-δ per SLV

- Già così si ottiene

$$\theta = \frac{P d S_e(T) / S_d(T)}{1.3 V h}$$

piano	Pd/Vh	$S_e/S_d / 1.3$	$\theta$
5	0.013	3.76	0.048
4	0.025	3.76	0.095
3	0.038	3.76	0.143
2	0.051	3.76	0.190
1	0.041	3.76	0.154

Valori alti, ma accettabili

Si avrebbe un incremento di sollecitazioni del 20-25%

Ma dobbiamo ancora tener conto di  $\Omega$

## Verifica di massima trave

- Momento flettente da carichi verticali, in condizione sismica (stima)  $M_q = 120 \text{ kNm}$
- Momento flettente da sisma, da calcolo  $M_E = 87.7 \text{ kNm}$   
Incremento per eccentricità (1.2) e per effetto P-δ (1.2)  $M_E = 126.3 \text{ kNm}$
- Momento totale  $M_{Ed} = 246.3 \text{ kNm}$
- Momento resistente  $M_{Rd} = 266.9 \text{ kNm}$   
OK

## Verifica di massima colonna, lato rigido

- Sforzo normale da carichi verticali, in condizione sismica (stima)  $N_q = 1241 \text{ kN}$
- Momento flettente da sisma, da calcolo  $M_E = 146.7 \text{ kNm}$   
Incremento per eccentricità (1.2) e per effetto P-δ (1.2)  $M_E = 211.2 \text{ kNm}$
- Momento resistente  $M_{Rd(N)} = 636.8 \text{ kNm}$   
Ok  
Occorre tener conto della gerarchia delle resistenze, ma c'è un buon margine

### Verifica di massima colonna, lato flessibile

- Sforzo normale da carichi verticali, in condizione sismica (stima)  $N_q = 1241 \text{ kN}$
- Momento flettente da sisma, da calcolo  $M_E = 57.8 \text{ kNm}$   
Incremento per eccentricità (1.2) e per effetto P-δ (1.2)  $M_E = 83.2 \text{ kNm}$
- Momento resistente  $M_{Rd(N)} = 317.5 \text{ kNm}$  **Ok**  
Occorre tener conto della gerarchia delle resistenze, ma c'è un buon margine

### Sovraresistenza $\Omega$ rispetto alla prima plasticizzazione

- La sovraresistenza è  
$$\Omega = \text{Min} \left( \frac{M_{pl,Rd} - M_{Ed,G}}{M_{Ed,E}} \right)_{travi}$$
  
Ma  $M_{Ed,E}$  dovrebbe essere calcolato con incremento per  $\theta$ , che dipende da  $\Omega$   
Nel caso in esame:  
 $M_{pl,Rd} = 266.9 \text{ kNm}$   $M_{Ed,G} = 120 \text{ kNm}$   
 $M_{Ed,E} = 87.4 \text{ kNm}$  (da incrementare per  $1/(1-\theta)$ )

### Sovraresistenza $\Omega$ rispetto alla prima plasticizzazione

- Nel caso in esame:  
 $M_{pl,Rd} = 266.9 \text{ kNm}$   $M_{Ed,G} = 120 \text{ kNm}$   
 $M_{Ed,E} = 87.4 \text{ kNm}$  (da incrementare per  $1/(1-\theta)$ )  
$$\Omega = \frac{M_{pl,Rd} - M_{Ed,G}}{M_{Ed,E} \frac{1}{1-\theta}} \quad \theta = \frac{0.190}{\Omega}$$
  
Si ottiene:  
 $\Omega = 1.462$   $\theta = 0.130$   $\frac{1}{1-\theta} = 1.149$

### Verifica colonna, lato rigido con gerarchia specifica per acciaio

- Il momento flettente deve essere calcolato con  
$$M_{Ed} = M_{Ed,G} + 1.1 \gamma_{Rd} \Omega M_{Ed,E}$$
- Momento flettente da sisma, da calcolo  $M_E = 146.7 \text{ kNm}$   
 $\gamma_{Rd}$  per acciaio delle travi 1.15  
incremento per effetto P-δ 1.149  
incremento per eccentricità 1.2  
$$M_{Ed} = 0 + 1.1 \times 1.15 \times 1.149 \times 1.2 \times 146.7 = 255.9 \text{ kNm}$$
- Momento resistente  $M_{Rd(N)} = 636.8 \text{ kNm}$  **Ok**

### Verifica colonna, lato flessibile con gerarchia specifica per acciaio

- Il momento flettente deve essere calcolato con  
$$M_{Ed} = M_{Ed,G} + 1.1 \gamma_{Rd} \Omega M_{Ed,E}$$
- Momento flettente da sisma, da calcolo  $M_E = 57.8 \text{ kNm}$   
 $\gamma_{Rd}$  per acciaio delle travi 1.15  
incremento per effetto P-δ 1.149  
incremento per eccentricità 1.2  
$$M_{Ed} = 0 + 1.1 \times 1.15 \times 1.149 \times 1.2 \times 57.8 = 100.8 \text{ kNm}$$
- Momento resistente  $M_{Rd(N)} = 317.5 \text{ kNm}$  **Ok**