

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale e
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

**Problemi specifici nel progetto
di strutture antisismiche in acciaio**

4 - Calcolo approssimato e dimensionamento

Spoletto
4-5 febbraio 2011
Aurelio Ghersi

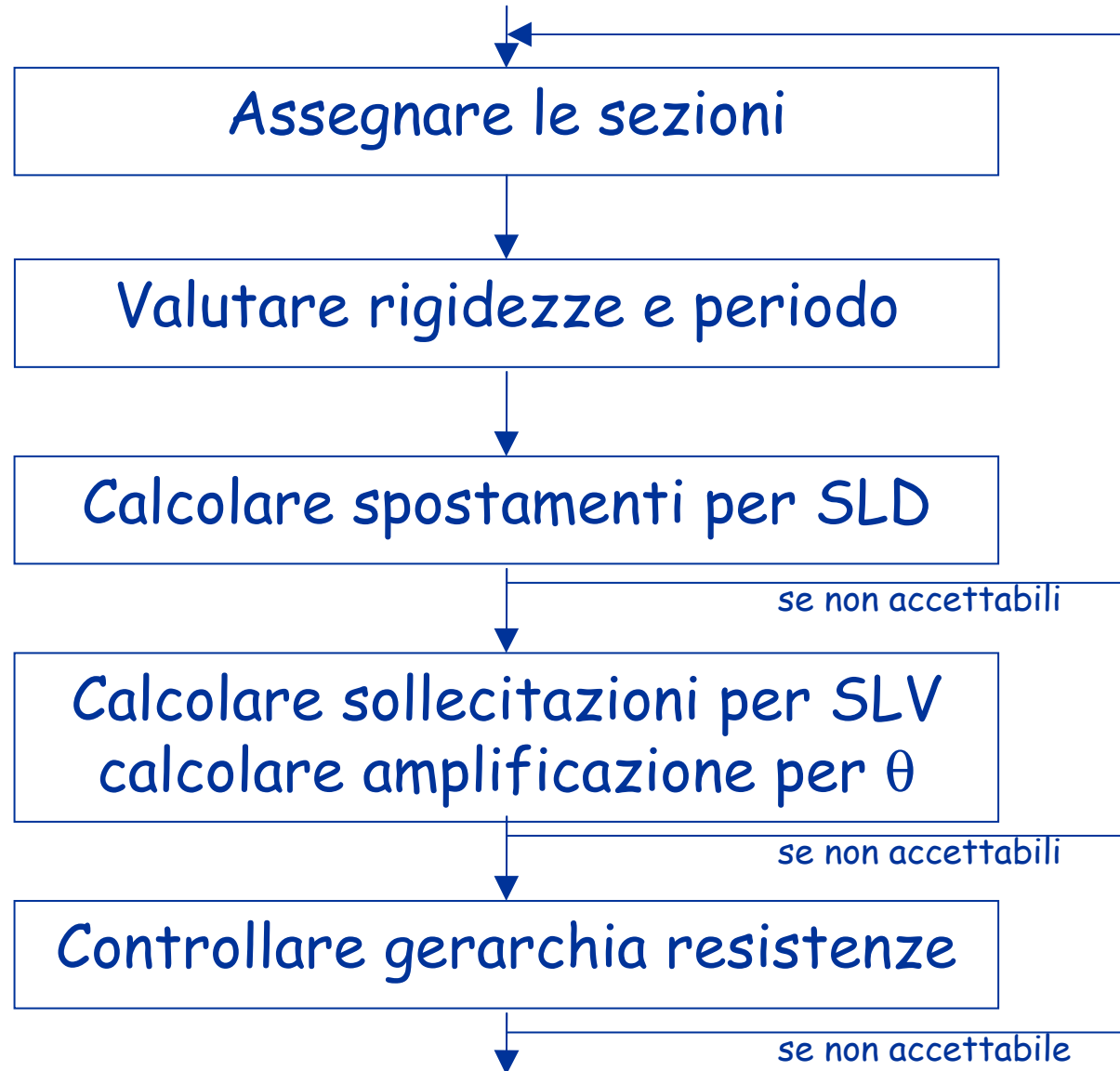
Dimensionamento

- Le indicazioni da rispettare sono molte ed occorre almeno un calcolo di massima per verificarle
- Si potrebbe procedere per tentativi:
 - assegnare le sezioni
 - fare il calcolo
 - verificare le sezioni



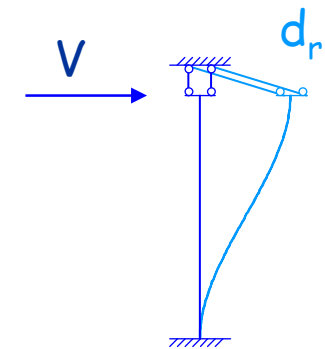
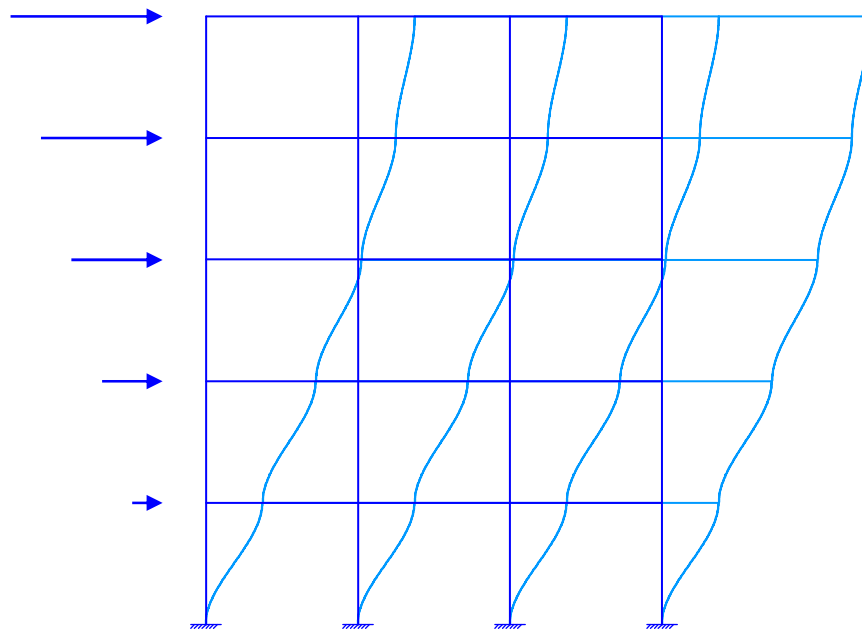
... ma è preferibile organizzare un foglio di calcolo che faccia un calcolo di massima e tutti i controlli

Schema logico



Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- Se le travi sono infinitamente rigide



Modello
di calcolo

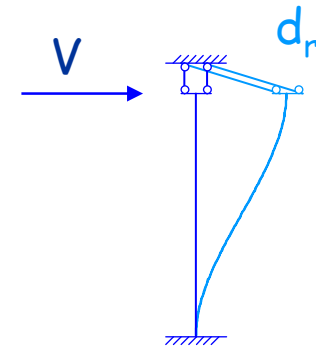
Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- Se le travi sono infinitamente rigide

$$d_r = \frac{V L_p^3}{12 E I_p}$$

$$\text{rigidezza} = \frac{12 E I_p}{L_p^3}$$

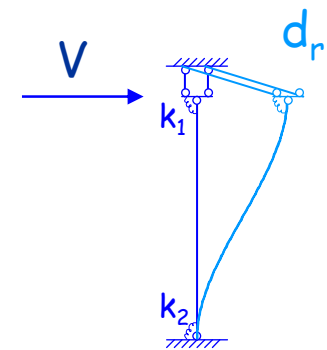
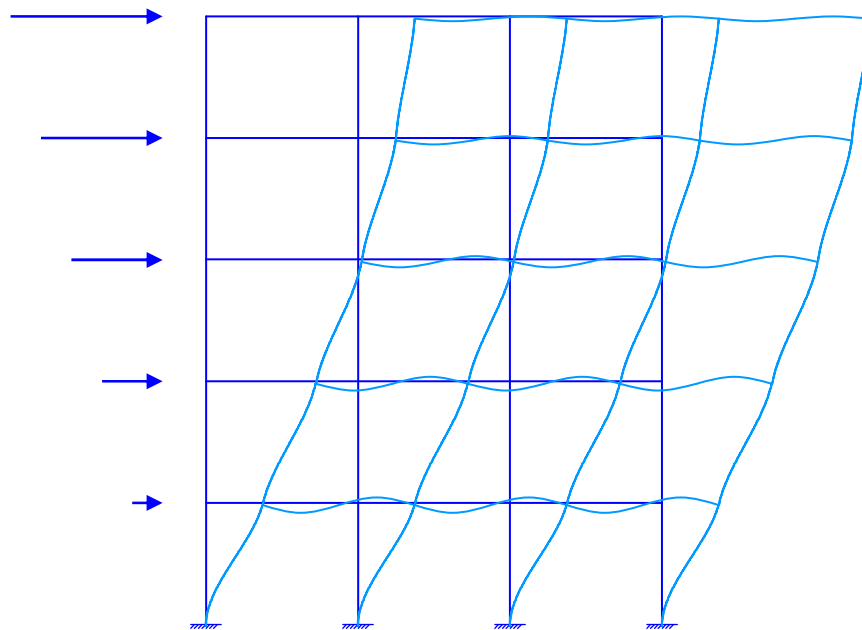
La rigidezza è proporzionale al momento d'inerzia della sezione



Modello
di calcolo

Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- In realtà le travi sono deformabili



Modello
di calcolo

Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- In realtà le travi sono deformabili

$$k_1 = \frac{12 E I_{t,\text{sup}}}{L_t}$$

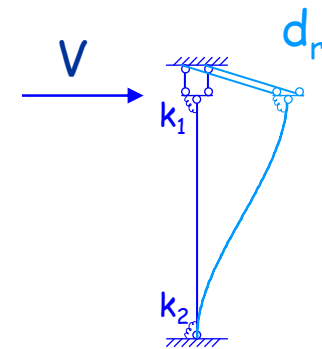
ma poiché la trave serve da vincolo anche al pilastro di sopra, prendo la metà

$$k_1 = \frac{6 E I_{t,\text{sup}}}{L_t}$$

$$k_2 = \frac{6 E I_{t,\text{inf}}}{L_t}$$

pongo

$$r_1 = \frac{E I_p}{L_p k_1} \quad r_2 = \frac{E I_p}{L_p k_2}$$



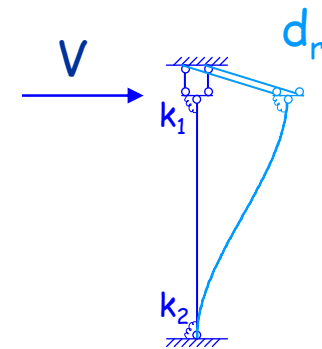
Modello
di calcolo

Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- In realtà le travi sono deformabili

$$d_r = \frac{V L_p^3}{12 E I_p} \left[1 + 3 \frac{r_1 + r_2 + 4 r_1 r_2}{1 + r_1 + r_2} \right]$$
$$\cong \frac{V L_p^3}{12 E I_p} [1 + 3 (r_1 + r_2)]$$

Lo spostamento dipende anche
dalla rigidezza delle travi



Modello
di calcolo

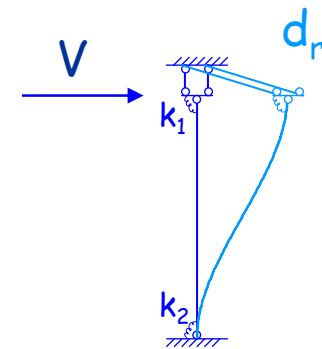
Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- In realtà le travi sono deformabili

Spostamento e rigidezze si possono esprimere direttamente con

$$d_r \cong \frac{V L_p^3}{12 E I_p} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{E I_p / L_p}{E I_{t,sup} / L_t} + \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,inf} / L_t} \right) \right]$$

$$\text{rigidezza} = \frac{12 E I_p}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{E I_p / L_p}{E I_{t,sup} / L_t} + \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,inf} / L_t} \right)}$$



Modello di calcolo

Rigidezza

Nel caso in esame abbiamo più situazioni:

- Colonna lato rigido + 1 trave
- Colonna lato rigido + 2 travi
- Colonna lato flessibile + 1 trave
- Colonna lato flessibile + 2 travi

Occorre inoltre distinguere:



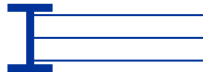

- 1° ordine: la fondazione è rigida
- Altri ordini: la colonna è tra due travi flessibili

Rigidezza

Sezioni						Es	210000	MPa		
							210	kN/mm2		
	denominaz.		Inerzia [cm4]	Wpl [cm3]		fy	275	MPa		
Trave	IPE 360		16270	1019		fy / γm0	261.9	MPa		
Colonne	HE 320 B	min	9239	939.1		fy	355	MPa		
		max	30820	2149		fy / γm0	338.1	MPa		
Colonna rigida, 2 travi				1° ordine				altro ordine		
	lung. [m]	lung. [mm]		Imed [cm4]	lc/lt	k [kN/mm]		Imed [cm4]	lc/lt	k [kN/mm]
tr.sup	5.50	5500		16270	1.89			16270	1.89	
tr.inf		5500		inf	0.00			16270	1.89	
colonna	3.50	3500		30820		7.280		30820		4.555
Colonna rigida, 1 trave				1° ordine				altro ordine		
	lung. [m]	lung. [mm]		Imed [cm4]	lc/lt	k [kN/mm]		Imed [cm4]	lc/lt	k [kN/mm]
tr.sup	5.50	5500		8135	3.79			8135	3.79	
tr.inf		5500		inf	0.00			8135	3.79	
colonna	3.50	3500		30820		4.555		30820		2.605
Colonna deformabile, 2 travi				1° ordine				altro ordine		
	lung. [m]	lung. [mm]		Imed [cm4]	lc/lt	k [kN/mm]		Imed [cm4]	lc/lt	k [kN/mm]
tr.sup	5.50	5500		16270	0.57			16270	0.57	
tr.inf		5500		inf	0.00			16270	0.57	
colonna	3.50	3500		9239		3.755		9239		2.870
Colonna deformabile, 1 trave				1° ordine				altro ordine		
	lung. [m]	lung. [mm]		Imed [cm4]	lc/lt	k [kN/mm]		Imed [cm4]	lc/lt	k [kN/mm]
tr.sup	5.50	5500		8135	1.14			8135	1.14	
tr.inf		5500		inf	0.00			8135	1.14	
colonna	3.50	3500		9239		2.870		9239		1.950

Rigidezza

- Riepilogando, se si usa una colonna HEB320

schema	1° ordine	Altri ordini
	7.28	4.56
	4.56	2.61
	3.76	2.87
	2.87	1.95

Determinazione del periodo

La normativa suggerisce di assumere

$$T_1 = C_1 H^{3/4}$$

con

$$C_1 = 0.085$$

per strutture intelaiate in
acciaio

H = altezza dell'edificio dal
piano di fondazione (m)

Nell'esempio:

$$H = 17.50 \text{ m} \quad (\text{escluso torrino})$$

$$T_1 = 0.085 \times 17.50^{3/4} = 0.727 \text{ s}$$

Ma attenzione ...

- La formula di normativa non tiene conto della effettiva rigidezza della struttura
- È opportuno controllare appena possibile se il periodo è plausibile (e quindi se le forze sono effettivamente quelle da usare)
- Possibile procedimento per valutare il periodo:

Formula di Rayleigh

m_i : massa di piano
 F_i : Forza di piano
 u_i : spostamento del baricentro di piano
(provocato dalla forze F_i)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

Determinazione del periodo

Per applicare la formula di Rayleigh:

- Occorre determinare le masse ai vari piani
- Si potrebbe usare una qualsiasi distribuzione di forze (ma può essere comodo assegnarne una corrispondente alle forze dell'analisi statica)



Quindi:

1. Stima delle masse
2. Calcolo delle forze a meno di a_g (che dipende da T)

Masse

In un edificio in cemento armato il peso delle masse di piano corrisponde in genere ad una incidenza media di $8\div 11 \text{ kN/m}^2$

In un edificio in acciaio il peso delle masse di piano è in genere minore ($6\div 8 \text{ kN/m}^2$) perché:

- La struttura è molto più leggera
- Solaio, massetto, pavimento spesso sono più leggeri
- I tramezzi spesso sono più leggeri

Il peso delle masse può essere stimato moltiplicando la superficie dell'impalcato per 7.5 kN/m^2 (6 kN/m^2 in copertura, per la minore incidenza delle tamponature)

Masse

piano	S [m ²]	w [kN/m ²]	W [kN]
5	569.23	6.0	3415.4
4	452.40	7.5	3393.0
3	452.40	7.5	3393.0
2	452.40	7.5	3393.0
1	452.40	7.5	3393.0
			16987.3

Forze

- Si applica la formula per l'analisi statica (a meno di a_g , non ancora nota)

ag	1		Vb	16987.3	kN			
piano	S [m ²]	w [kN/m ²]	W [kN]	h [m]	z [m]	W z	F [kN]	V [kN]
5	569.23	6.0	3415.4	3.50	17.50	59769	5687.3	5687.3
4	452.40	7.5	3393.0	3.50	14.00	47502	4520.0	10207.3
3	452.40	7.5	3393.0	3.50	10.50	35626	3390.0	13597.3
2	452.40	7.5	3393.0	3.50	7.00	23751	2260.0	15857.3
1	452.40	7.5	3393.0	3.50	3.50	11875	1130.0	16987.3
			16987.3			178523	16987.3	

Determinazione degli spostamenti

- Rigidezza singolo pilastro → rigidezza di piano
- Taglio → spostamento relativo di piano $d_r = \frac{V}{k}$

piano 5				
	n	k	V	dr [mm]
col.rig-2 tra.	9	40.996		
col.rig-1 tra.	3	7.815		
col.def-2 tra.	5	14.348		
col.def-1 tra.	7	13.650		
		76.810	5687.3	74.04

Determinazione degli spostamenti

- Rigidezza singolo pilastro → rigidezza di piano
- Taglio → spostamento relativo di piano $d_r = \frac{V}{k}$
- Spostamenti relativo → spostamenti assoluti

piano	dr [mm]	u [mm]
5	74.04	734.31
4	132.89	660.27
3	177.02	527.38
2	206.45	350.35
1	143.91	143.91

Periodo proprio della struttura

Piano	m (kN s ² /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN m)	m u ² (kN m s ²)
Torrino+V	348.2	5687.3	734.3	4176.2	187.73
IV	345.9	4520.0	660.3	2984.4	150.78
III	345.9	3390.0	527.4	1787.8	96.20
II	345.9	2260.0	350.4	791.8	42.45
I	345.9	1130.0	143.9	162.6	7.16
somma				9902.9	484.33

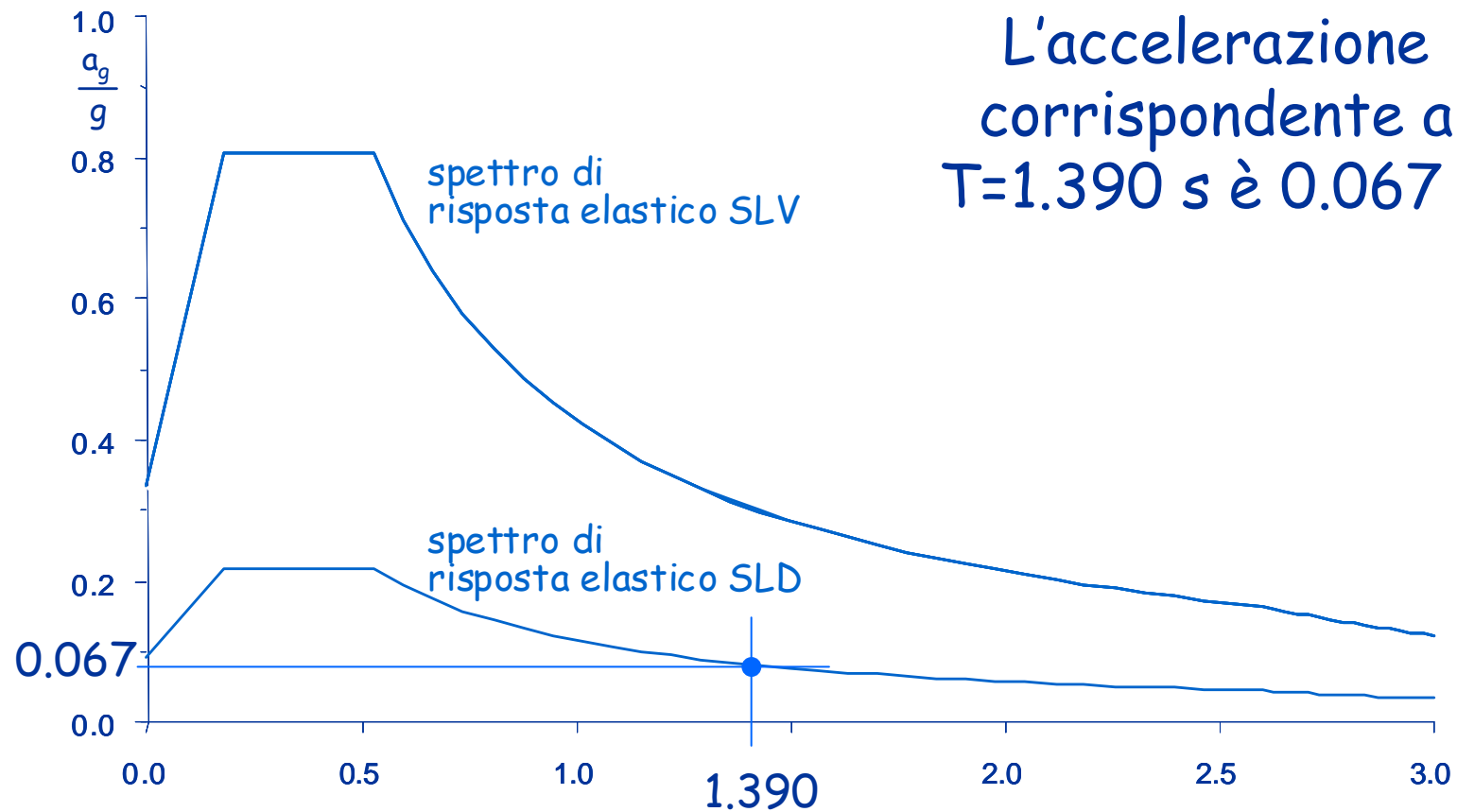
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

$$T = 1.390 \text{ s}$$

Molto più grande di quanto previsto
con la formula della normativa

Ordinata spettrale

spettro di risposta elastico SLD



Spostamenti per SLD

- Gli spostamenti allo SLD si ricavano da quelli calcolati per $a_g=1$, moltiplicandoli per il valore di a_g ora trovato

piano	dr [mm]	u [mm]
5	74.04	734.31
4	132.89	660.27
3	177.02	527.38
2	206.45	350.35
1	143.91	143.91

$\times 0.067$



dr [mm]	u [mm]
4.99	49.48
8.95	44.49
11.93	35.54
13.91	23.61
9.70	9.70

Effetto P-δ per SLD

- È in genere trascurabile ... ma controlliamo $\theta_i = \frac{P_i d_{i,u}}{V_{i,u} h_i}$

Verifica effetto P-δ			
P [kN]	dr/V [mm/kN]	P/h [kN/mm]	θ
3415.4	0.013	0.976	0.013
6808.4	0.013	1.945	0.025
10201.3	0.013	2.915	0.038
13594.3	0.013	3.884	0.051
16987.3	0.008	4.854	0.041

$$\theta_{\max} = 0.051$$

$$\theta_{\max} < 0.1$$

L'effetto P-δ può essere trascurato

Anche se lo si prendesse in conto
l'incremento sarebbe minimo

$$\frac{1}{1 - \theta_{\max}} = 1.054$$

Spettro di progetto per SLV

È ottenuto dividendo lo spettro di risposta elastica per il fattore di struttura q

$$q = q_0 K_R$$

Per telai in acciaio:

$$q_0 = 5 \alpha_u / \alpha_1 \quad \text{per CD "A"}$$

$$q_0 = 4 \quad \text{per CD "B"}$$

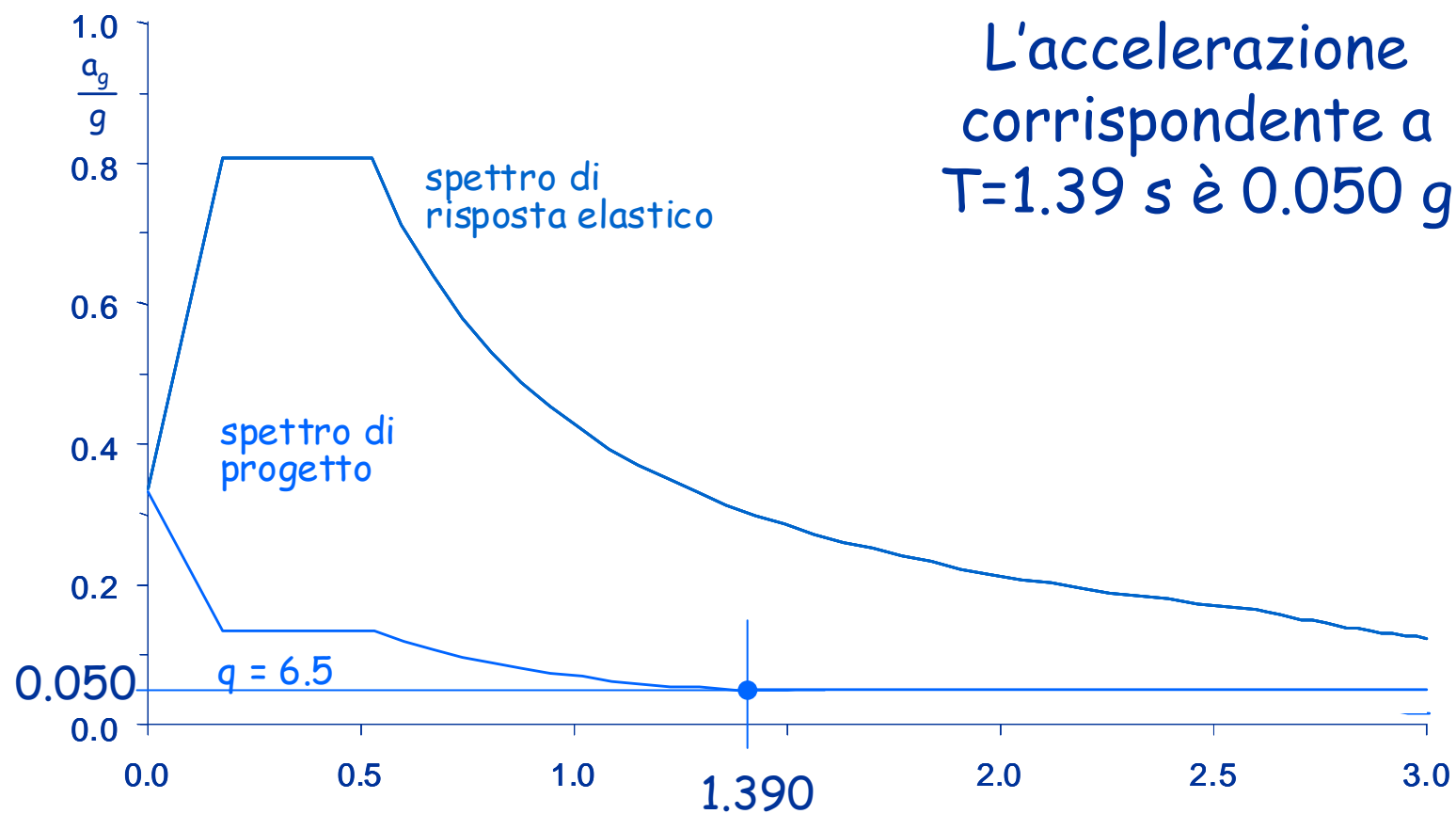
$$\alpha_u / \alpha_1 = 1.3 \quad \text{telaio con più piani e più campate}$$

$$K_R = 1 \quad \text{la struttura è regolare in altezza}$$

Posso assumere $q = 5 \times 1.3 = 6.5$

Ma lo sfrutterò veramente?

Ordinata spettrale per SLV



Forze e spostamenti per SLV

- Le forze e gli spostamenti allo SLV si ricavano da quelli calcolati per $a_g=1$, moltiplicandoli per il valore di a_g ora trovato

piano	F [kN]	V [kN]
5	5687.3	5687.3
4	4520.0	10207.3
3	3390.0	13597.3
2	2260.0	15857.3
1	1130.0	16987.3
	16987.3	

× 0.050



F	V	u [mm]	dr [mm]
284.36	284.36	36.72	3.70
226.00	510.36	33.01	6.64
169.50	679.86	26.37	8.85
113.00	792.86	17.52	10.32
56.50	849.36	7.20	7.20

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri in maniera forfaitaria, oppure in base a rigidezze stimate

Esempio: piano 5, $V = 284.36$ kN

	k	V [kN]
col.rig-2 tra.	4.555	16.86
col.rig-1 tra.	2.605	9.64
col.def-2 tra.	2.870	10.62
col.def-1 tra.	1.950	7.22
TOTALE	76.810	

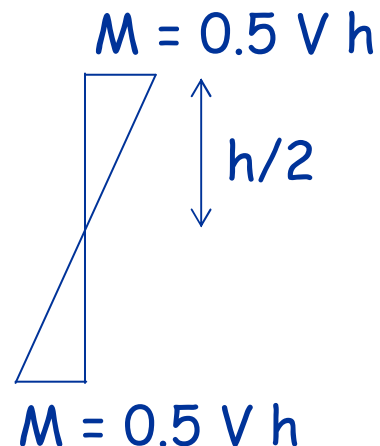
$$284.36 \times \frac{4.55}{76.810} = 16.86$$

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

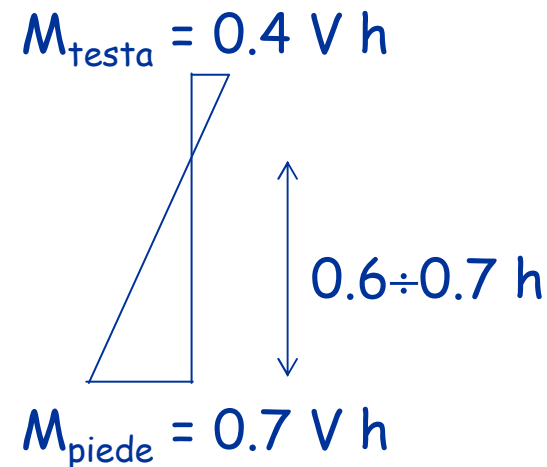
2. Valutare il momento nei pilastri

Se le travi sono abbastanza rigide

ai piani superiori



al primo ordine

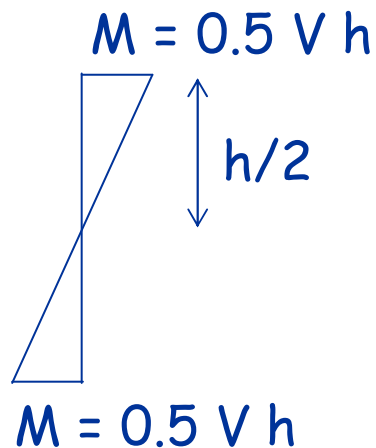


Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

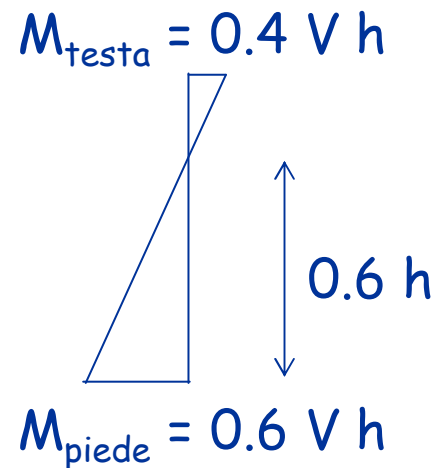
2. Valutare il momento nei pilastri

Se le travi sono più deformabili

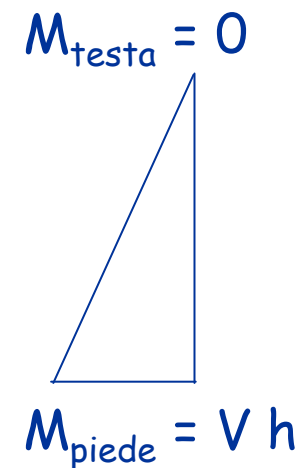
ai piani superiori



al secondo ordine



al primo ordine



Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

2. Valutare il momento nei pilastri

Nel caso in esame

piano 5			
V [kN]		M_t [kNm]	M_p [kNm]
16.86	0.5	29.51	29.51
9.64	0.5	16.88	16.88
10.62	0.5	18.59	18.59
7.22	0.5	12.63	12.63

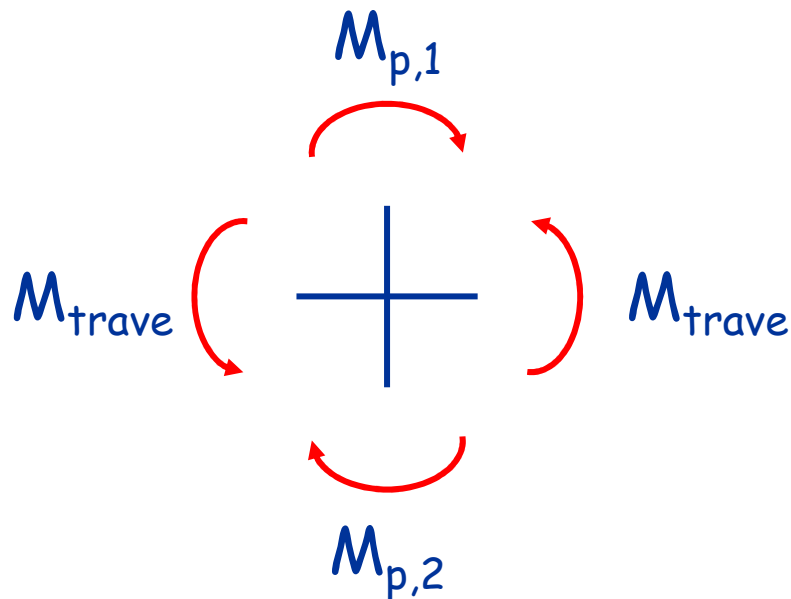
piano 2			
V [kN]		M_t [kNm]	M_p [kNm]
47.02	0.5	82.29	82.29
26.89	0.5	47.06	47.06
29.62	0.5	51.84	51.84
20.13	0.5	35.23	35.23

piano 1			
V [kN]		M_t [kNm]	M_p [kNm]
52.38	0.2	36.67	146.66
32.78	0.2	22.94	91.77
27.02	0.4	37.82	56.74
20.65	0.2	14.45	57.81

col.rig-2 tra.
col.rig-1 tra.
col.def-2 tra.
col.def-1 tra.

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

3. Valutare i momenti nelle travi

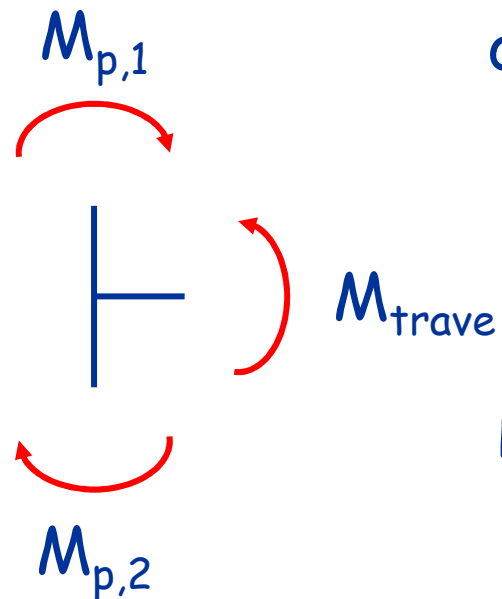


Per l'equilibrio:

$$M_{trave} = \frac{M_{p,1} + M_{p,2}}{2}$$

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

3. Valutare i momenti nelle travi



o, se c'è solo una trave

Per l'equilibrio:

$$M_{trave} = M_{p,1} + M_{p,2}$$

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

3. Valutare i momenti nelle travi

Nel caso in esame

piano 2					
	V [kN]		M _t [kNm]	M _p [kNm]	M _{tra} [kNm]
	47.02	0.5	82.29	82.29	76.42
	26.89	0.5	47.06	47.06	87.41
	29.62	0.5	51.84	51.84	48.14
	20.13	0.5	35.23	35.23	65.43
piano 1					
	V [kN]		M _t [kNm]	M _p [kNm]	M _{tra} [kNm]
col.rig-2 tra.	52.38	0.2	36.67	146.66	59.48
col.rig-1 tra.	32.78	0.2	22.94	91.77	70.00
col.def-2 tra.	27.02	0.4	37.82	56.74	44.83
col.def-1 tra.	20.65	0.2	14.45	57.81	49.68

$$\frac{36.67 + 82.29}{2} = 59.48$$

$$22.94 + 47.06 = 70.00$$

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

4. Occorrerebbe inoltre incrementare i momenti per tenere conto di:
 - eccentricità propria del sistema
 - eccentricità accidentale
 - effetto combinato delle diverse componenti

Se la struttura è bilanciata e sufficientemente rigida torsionalmente, incrementare del 20%

Effetto P- δ per SLV

- Può essere condizionante

Per la normativa $\theta = \frac{P d q}{V h}$

Per le considerazioni già fatte $\theta = \frac{P d \frac{S_e(T)}{S_d(T)}}{V h \Omega \frac{\alpha_u}{\alpha_1}}$

Si noti che $P d / V h$ non dipende dal valore delle forze ma solo dalla loro distribuzione

Quindi assume i valori già calcolati

Effetto P-δ per SLV

- Se usassi la formula di normativa

$$\theta = \frac{P d q}{V h}$$

piano	Pd/Vh	q	Pd/Vh q
5	0.013	6.5	0.083
4	0.025	6.5	0.165
3	0.038	6.5	0.247
2	0.051	6.5	0.329
1	0.041	6.5	0.267

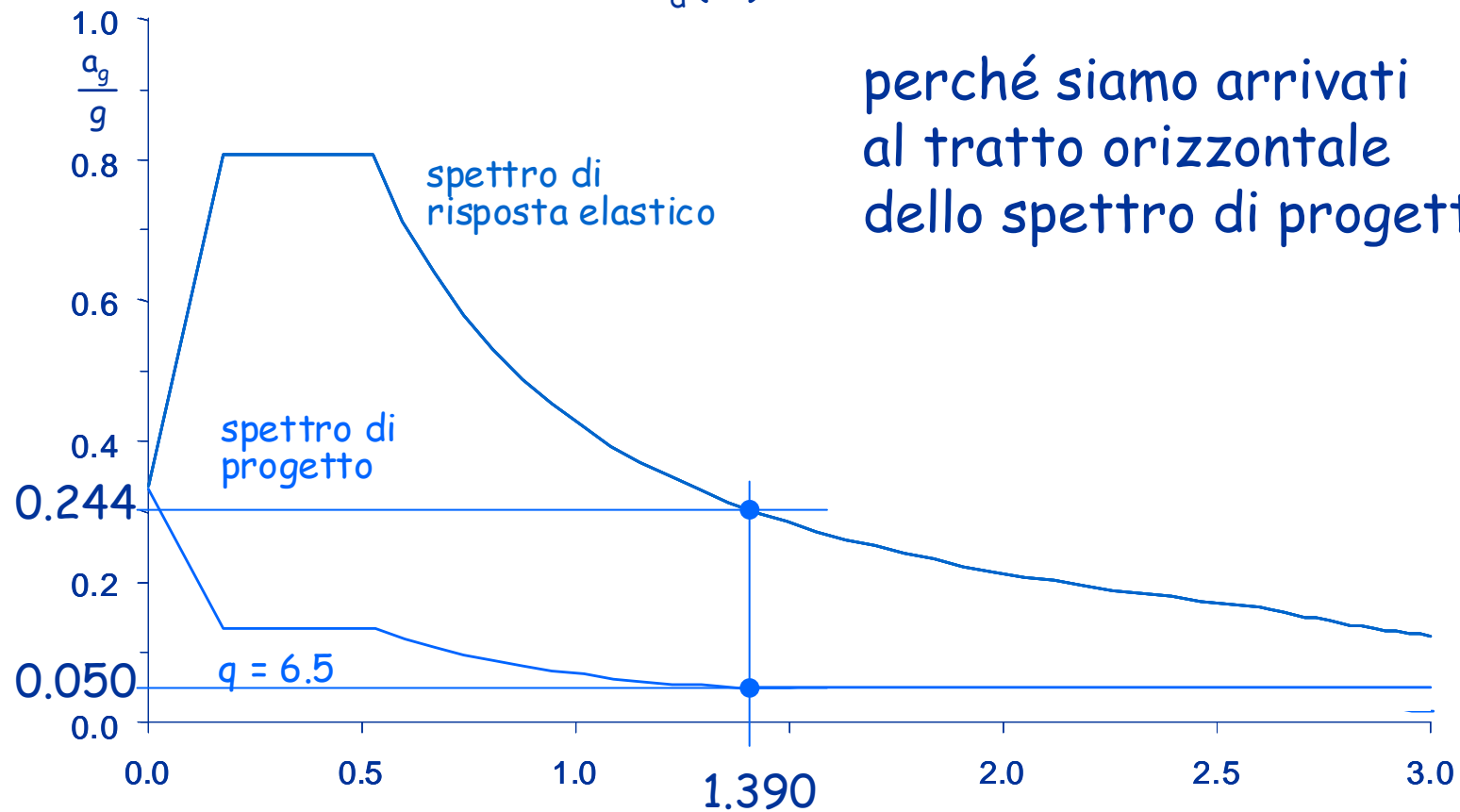
Valori molto alti, non accettabili

Nota: i valori di θ dipenderebbero da q anche se la struttura è definita, mentre devono dipendere solo dalla struttura

Effetto P- δ per SLV

Ordinate spettrali

- Nel caso in esame $\frac{S_e(T)}{S_d(T)} = \frac{0.244}{0.050} = 4.88$



Effetto P- δ per SLV

Ordinate spettrali e sovrarresistenza

- Nel caso in esame $\frac{S_e(T)}{S_d(T)} = \frac{0.244}{0.050} = 4.88$
- Non conosciamo ancora Ω (ma potremmo calcolarlo)
- Possiamo assumere $\frac{\alpha_u}{\alpha_1} = 1.3$



Dobbiamo quindi moltiplicare per $\frac{4.88}{1.3} = 3.76$
e non per 6.5

e ridurre ulteriormente di Ω

Effetto P-δ per SLV

- Già così si ottiene

$$\theta = \frac{P d S_e(T) / S_d(T)}{1.3 V h}$$

piano	Pd/Vh	Se/Sd / 1.3	θ
5	0.013	3.76	0.048
4	0.025	3.76	0.095
3	0.038	3.76	0.143
2	0.051	3.76	0.190
1	0.041	3.76	0.154

Valori alti, ma accettabili

Si avrebbe un incremento di sollecitazioni del 20-25%

Ma dobbiamo ancora tener conto di Ω

Verifica di massima trave

- Momento flettente da carichi verticali,
in condizione sismica (stima) $M_q = 120 \text{ kNm}$

- Momento flettente da sisma,
da calcolo $M_E = 87.7 \text{ kNm}$

Incremento per eccentricità (1.2)
e per effetto P- δ (1.2) $M_E = 126.3 \text{ kNm}$

- Momento totale $M_{Ed} = 246.3 \text{ kNm}$

- Momento resistente $M_{Rd} = 266.9 \text{ kNm}$

Ok

Verifica di massima colonna, lato rigido

- Sforzo normale da carichi verticali,
in condizione sismica (stima) $N_q = 1241 \text{ kN}$
- Momento flettente da sisma,
da calcolo $M_E = 146.7 \text{ kNm}$

Incremento per eccentricità (1.2)
e per effetto P- δ (1.2) $M_E = 211.2 \text{ kNm}$

- Momento resistente $M_{Rd(N)} = 636.8 \text{ kNm}$

Occorre tener conto della gerarchia delle resistenze,
ma c'è un buon margine

Ok

Verifica di massima colonna, lato flessibile

- Sforzo normale da carichi verticali,
in condizione sismica (stima) $N_q = 1241 \text{ kN}$
- Momento flettente da sisma,
da calcolo $M_E = 57.8 \text{ kNm}$

Incremento per eccentricità (1.2)
e per effetto P- δ (1.2) $M_E = 83.2 \text{ kNm}$

- Momento resistente $M_{Rd(N)} = 317.5 \text{ kNm}$

Occorre tener conto della gerarchia delle resistenze,
ma c'è un buon margine

Ok

Sovreresistenza Ω rispetto alla prima plasticizzazione

- La sovreresistenza è

$$\Omega = \text{Min} \left(\frac{M_{pl,Rd} - M_{Ed,G}}{M_{Ed,E}} \right)_{\text{travi}}$$

Ma $M_{Ed,E}$ dovrebbe essere calcolato con incremento per θ , che dipende da Ω

Nel caso in esame:

$$M_{pl,Rd} = 266.9 \text{ kNm} \quad M_{Ed,G} = 120 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed,E} = 87.4 \text{ kNm (da incrementare per } 1/1-\theta)$$

Sovreresistenza Ω rispetto alla prima plasticizzazione

- Nel caso in esame:

$$M_{pl,Rd} = 266.9 \text{ kNm} \quad M_{Ed,G} = 120 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed,E} = 87.4 \text{ kNm (da incrementare per } 1/(1-\theta))$$

$$\Omega = \frac{M_{pl,Rd} - M_{Ed,G}}{M_{Ed,E} \frac{1}{1-\theta}} \quad \theta = \frac{0.190}{\Omega}$$

Si ottiene:

$$\Omega = 1.462 \quad \theta = 0.130 \quad \frac{1}{1-\theta} = 1.149$$

Verifica colonna, lato rigido con gerarchia specifica per acciaio

- Il momento flettente deve essere calcolato con

$$M_{Ed} = M_{Ed,G} + 1.1 \gamma_{Rd} \Omega M_{Ed,E}$$

- Momento flettente da sisma,
da calcolo

$$M_E = 146.7 \text{ kNm}$$

$$\gamma_{Rd} \text{ per acciaio delle travi} \quad 1.15$$

$$\text{incremento per effetto P-}\delta \quad 1.149$$

$$\text{incremento per eccentricità} \quad 1.2$$

$$M_{Ed} = 0 + 1.1 \times 1.15 \times 1.149 \times 1.2 \times 146.7 = 255.9 \text{ kNm}$$

- Momento resistente

$$M_{Rd(N)} = 636.8 \text{ kNm}$$

Ok

Verifica colonna, lato flessibile con gerarchia specifica per acciaio

- Il momento flettente deve essere calcolato con

$$M_{Ed} = M_{Ed,G} + 1.1 \gamma_{Rd} \Omega M_{Ed,E}$$

- Momento flettente da sisma,
da calcolo

$$M_E = 57.8 \text{ kNm}$$

$$\gamma_{Rd} \text{ per acciaio delle travi} \quad 1.15$$

$$\text{incremento per effetto P-}\delta \quad 1.149$$

$$\text{incremento per eccentricità} \quad 1.2$$

$$M_{Ed} = 0 + 1.1 \times 1.15 \times 1.149 \times 1.2 \times 57.8 = 100.8 \text{ kNm}$$

- Momento resistente

$$M_{Rd(N)} = 317.5 \text{ kNm}$$

Ok