

Corso di aggiornamento  
Progettazione strutturale e  
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

### Progetto di aste e collegamenti in acciaio

4 - Instabilità locale e profili sottili formati a freddo

Spoletto  
2-4 febbraio 2012  
Aurelio Ghersi

## Riferimenti

### Normativa

- EN 1993-1-3, Eurocodice 3, parte 1-3:  
Regole generali - Regole supplementari per l'impiego dei profilati e delle lamiere sottili piegati a freddo
- EN 1993-1-5, Eurocodice 3, parte 1-5:  
Elementi strutturali a lastra

### Testi

- A.C. Walker, Design and Analysis of Cold-formed Sections, London, Intertext books, 1975
- A. Ghersi, R. Landolfo, F.M. Mazzolani, Design of Metallic Cold-formed Thin-walled Members, Spon Press, London and New York, 2002
- V. Dipaola, G. Prete, F. Prete, I profili formati a freddo nelle opere di carpenteria metallica, Aracne editrice, 2010

## Profili sottili formati a freddo

sottili → thin gauge (o thin-walled)  
formati a freddo → cold-formed

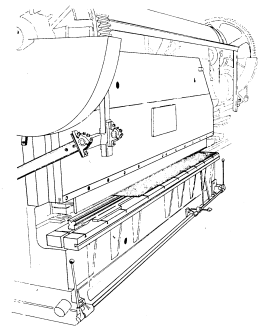
Procedimenti per ottenerli:

1. Stampaggio alla pressa
2. Laminazione a freddo

## Come si realizzano

### 1. Stampaggio alla pressa

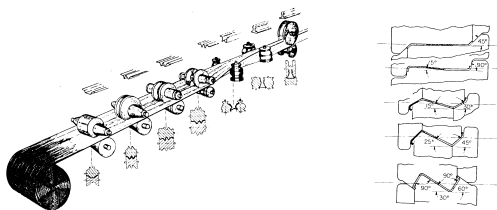
- Il nastro d'acciaio viene pressato, a singoli tratti, su uno stampo



## Come si realizzano

### 2. Laminazione a freddo

- Il nastro d'acciaio viene deformato gradualmente facendolo passare attraverso coppie di rulli



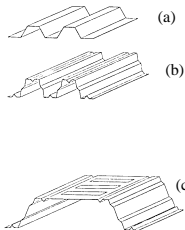
## Come si realizzano

### 2. Laminazione a freddo

- Il nastro d'acciaio viene deformato gradualmente facendolo passare attraverso coppie di rulli
- Vantaggi della laminazione:
  - alta capacità produttiva
  - notevole precisione dimensionale
  - possibilità di sagomare lamiera verniciata o rivestita
- La convenienza economica del procedimento dipende soprattutto da:
  - complessità del profilo
  - quantità da produrre

### Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- lamiera grecate spessore  $t$   $0.5 \leq t \leq 4.0$  mm

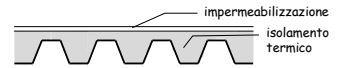


- massima luce per le tipologie usuali: da 1.50 m a 3.00 m
- richiedono quindi travi secondarie (arcarecci)
- dimensioni della greca molto maggiori consentono di evitare le travi secondarie

### Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- lamiera grecate spessore  $t$   $0.5 \leq t \leq 4.0$  mm

- usate per coperture non praticabili (in genere già predisposte con isolamento termico e impermeabilizzazione)

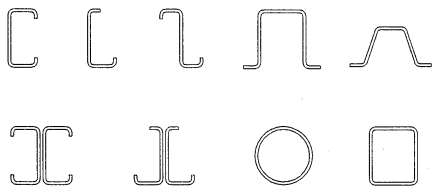


- oppure per solai praticabili (in genere con soletta in calcestruzzo, eventualmente armata con una rete)



### Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- Elementi strutturali spessore  $t$   $1.0 \leq t \leq 8.0$  mm



### Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- Elementi strutturali spessore  $t$   $1.0 \leq t \leq 8.0$  mm



- Usati come:
  - elementi secondari (arcarecci) che sostengono la lamiera grecata di una copertura (di solito sezioni a C o a Z)
  - aste di travature reticolari (in particolare per luci non molto elevate, fino a 15 m)

### Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- Elementi strutturali spessore  $t$   $1.0 \leq t \leq 8.0$  mm



- Usati come:
  - travi principali (di solito sezioni a C accoppiate)
  - colonne (sezioni scatolari o anche sezioni a  $\Omega$  accoppiate a formare uno scatolare)

Nota: aspetto critico per l'utilizzazione come travi e colonne in zona sismica è la duttilità

### Limiti negli spessori

elemento della sezione	limite
	$b/t \leq 50$
	$b/t \leq 60$ $c/t \leq 50$
	$b/t \leq 90$ $c/t \leq 60$ $d/t \leq 50$

## Limiti negli spessori

elemento della sezione		limite
		$b/t \leq 500$
		$45^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ $h/t \leq 500 \sin \phi$

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.2

## Effetti della piegatura

- Riduzione dello spessore nelle zone piegate

Si può considerare localmente uno spessore ridotto

- Tensioni residue di tipo flessionale (variabili nello spessore)

Possono influire sull'instabilità locale

- Incrudimento dell'acciaio nelle zone piegate (con contemporanea riduzione della duttilità)

Distinzione tra tensione del materiale base e tensione media

## Riduzione dello spessore

La piegatura produce una riduzione dello spessore nelle zone di piega (racordi circolari)

- L'Eurocodice non fornisce indicazioni specifiche
- La normativa inglese suggeriva di usare uno spessore ridotto  $t_{rid}$

$$t_{rid} = \left( \frac{r + k t}{r + 0.5 t} \right) t$$

con

$r$  raggio interno di curvatura  
 $k=0.35$  per  $r \geq 1.5 t$

esempio

$t=4.0$  mm  $r=6.0$  mm  
 $k=0.35$

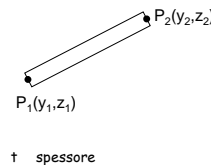
$$t_{rid} = \left( \frac{6.0 + 0.35 \times 4.0}{6.0 + 0.5 \times 4.0} \right) \times 4.0 = 3.7 \text{ mm}$$

## Valutazione delle caratteristiche geometriche della sezione

Procedimento rigoroso

- Considerare l'effettivo sviluppo, con tratti rettilinei e raccordi circolari, ciascuno col suo spessore (eventualmente ridotto nei raccordi)

Elemento rettilineo



$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$A = l t$$

$$I_y = \frac{A}{12} \left[ (z_2 - z_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \right]$$

$$I_z = \frac{A}{12} \left[ (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right]$$

con

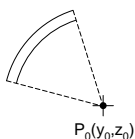
$$l = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

## Valutazione delle caratteristiche geometriche della sezione

Procedimento rigoroso

- Considerare l'effettivo sviluppo, con tratti rettilinei e raccordi circolari, ciascuno col suo spessore (eventualmente ridotto nei raccordi)

Raccordo circolare



$t$  spessore  
 $r_m$  raggio medio  
 $\alpha_1, \alpha_2$  angoli

$$A = (\alpha_2 - \alpha_1) r_m t$$

$$y_0 = (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \left( r_m^2 + \frac{t^2}{12} \right) \frac{1}{A} + y_0$$

$$z_0 = (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \left( r_m^2 + \frac{t^2}{12} \right) \frac{1}{A} + z_0$$

$$I_y = \left[ \alpha_2 - \alpha_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1) \right] \left( 4 r_m^3 + t^3 \right) \frac{r_m t}{8} - A (z_0 - y_0)^2$$

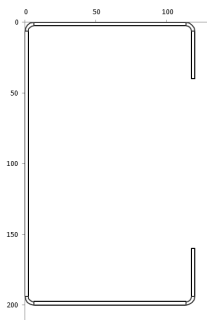
$$I_z = \left[ \alpha_2 - \alpha_1 + \frac{1}{2} (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1) \right] \left( 4 r_m^3 + t^3 \right) \frac{r_m t}{8} - A (y_0 - z_0)^2$$

## Esempio - sezione C 200x120x2.5

Caratteristiche geometriche di una sezione costituita da rettangoli e raccordi													
		yG	45.9	mm		A	Sy	Sz	IyG	IzG			
		mm	100.0	mm		1247.6	124765	mm3	831195	2705404			
						mm2	mm3	mm3	mm4	mm4			
Area, momenti del primo e secondo ordine													
Rettagli	Dati				Area, momenti del primo e secondo ordine								
elemento	y1	z1	t	yG	I	A	Sy	Sz	Iy	Iz	IyG	IzG	
1	118.75	118.75	2.5	118.75	33.8	84.4	1951	10020	8009	44	506646	448159	
	6.25	40		23.13									
2	6.25	113.75	2.5	60.00	107.5	268.8	336	16125	140	258812	2620872	312444	
	1.25	1.25		1.25									
3	1.25	1.25	2.5	1.25	187.5	468.8	468.75	586	1373291	244	1373291	933643	
	6.25	193.75		100.00									
4	6.25	113.75	2.5	60.00	107.5	268.8	53414	16125	140	258812	2620872	312444	
	198.75	198.75		198.75									
5	118.75	118.75	2.5	118.75	33.8	84.4	14924	10020	8009	44	506646	448159	
	193.75	360		176.88									
Raccordi circolari													
elemento	Dati				Area, momenti del primo e secondo ordine								
	y0	alpha1 [°]	t	zG	alpha2 [rad]	A	Sy	Sz	Iy	Iz	IyG	IzG	
1	113.75	0	2.3125	116.99	0.00	18.2	55	2125	49	49	170902	91905	
	6.25	90	5	3.01	1.57								
2	6.25	90	2.3125	3.01	1.57	18.2	55	55	49	49	170902	33417	
	6.25	180	5	3.01	3.14								
3	6.25	180	2.3125	3.01	3.14	18.2	3578	55	49	49	170902	33417	
	193.75	270	5	196.99	4.71								
4	113.75	270	2.3125	116.99	4.71	18.2	3578	2125	49	49	170902	91905	
	193.75	360	5	196.99	6.28								

Vedi file Instabilità locale, foglio GeomSez

### Esempio - sezione C 200x120x2.5

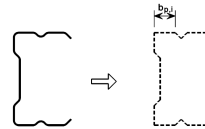


Vedi file Instabilità locale, foglio Sezione

### Valutazione delle caratteristiche geometriche della sezione

#### Alternativa 1 (Eurocodice 8)

- Considerare la sezione idealizzata ottenuta da quella curvilinea eliminando i raccordi e sostituendoli con spigoli vivi, valutarne le proprietà ( $A_{g,sh}$   $I_{g,sh}$ ) e poi ridurre i valori così trovati



$$\delta = 0,43 \frac{\sum_{i=1}^n r_i \frac{\phi_i}{90^\circ}}{\sum_{i=1}^m b_{p,i}}$$

$$A_g \approx A_{g,sh} (1 - \delta)$$

$$I_g \approx I_{g,sh} (1 - 2\delta)$$

r raggio interno  
 $\phi$  angolo tra gli elementi

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.1

### Valutazione delle caratteristiche geometriche della sezione

#### Alternativa 1 (Eurocodice 8)

- Considerare la sezione idealizzata ottenuta da quella curvilinea eliminando i raccordi e sostituendoli con spigoli vivi, valutarne le proprietà e poi ridurre i valori così trovati

#### Alternativa 2

- Considerare la sezione curvilinea costituita dalla linea media, valutarne le proprietà e poi moltiplicarle per lo spessore (assunto unico per tutti i tratti)

### Acciaio tensioni di riferimento

- La normativa europea (Eurocodice 3, parte 1-3) distingue:
  - $f_{yb}$  tensione di snervamento del materiale base
  - $f_{ya}$  tensione media di snervamento
- La distinzione nasce dal fatto che il processo di piegatura produce un incrudimento nelle zone piegate

### Acciaio tensioni di riferimento

- Tensione media di snervamento

$$f_{ya} = f_{yb} + (f_u - f_{yb}) \frac{k n t^2}{A_g} \quad \text{ma} \quad f_{ya} \leq \frac{f_u + f_{yb}}{2}$$

con

k coefficiente funzione del tipo di processo di piegatura

k=7 per piegatura in continuo

k=5 per altri tipi di piegatura

n numero degli angoli a 90° presenti nella sezione aventi un raggio di curvatura minore di 5 t

t spessore della lamiera prima della formatura (mm)

$A_g$  area geometrica della sezione trasversale

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 3.2.2

### Acciaio tensioni di riferimento - esempio

- Tensione media di snervamento

profilo a C con irrigidimenti (200x120x2.5)

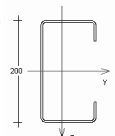
k=5

n=4

t=2.5 mm

$A_g=1247.6 \text{ mm}^2$

Acciaio S235 ( $f_{yb}=235 \text{ MPa}$ ,  $f_u=360 \text{ MPa}$ )



$$f_{ya} = 235 + (360 - 235) \frac{5 \times 4 \times 2.5^2}{1247.6} = 247.52 \text{ MPa}$$

## Acciaio tensioni di riferimento

- La tensione media di snervamento si può usare quando la sezione non risente di problemi di instabilità locale:
  - aste tese
  - aste compresse, ma con sezione tutta efficace
  - aste inflesse, ma con ali tutte efficaci
- Nota: il concetto di "sezione efficace", legato all'instabilità locale, sarà esposto più avanti
- Altrimenti si usa la tensione di snervamento del materiale base

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 3.2.2

## Problemi specifici dei profili sottili

- instabilità locale
  - si manifesta con ondulazioni delle parti della sezione soggette a compressione, con lunghezza d'onda dello stesso ordine di grandezza della larghezza della parte instabilizzata
  - limita la resistenza e la duttilità e riduce la rigidezza dell'asta
  - i suoi effetti possono cumularsi a quelli dell'instabilità globale

## Problemi specifici dei profili sottili

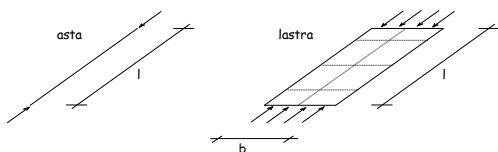
- bassa rigidezza torsionale
  - è dovuta alla piccolezza dello spessore ed alla forma quasi sempre aperta della sezione
  - in molti casi il comportamento è ulteriormente peggiorato dalla mancanza di assi di simmetria
- ridotta resistenza al rifollamento nei collegamenti bullonati
  - porta problemi alla progettazione dei giunti, che possono essere condizionanti nel progetto della membratura
- sensibilità alla corrosione
  - superabile con opportuno trattamento della superficie (zincatura, ecc.)

## Instabilità locale

## Instabilità di un'asta o una lastra compressa

**asta** elemento monodimensionale  
vincolata agli estremi in modo da consentire spostamenti solo nella direzione del carico

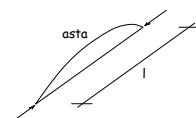
**lastra** elemento bidimensionale  
vincolata lungo i bordi in modo da consentire spostamenti solo nella direzione del carico



## Carico critico di un'asta compressa

**asta ideale** priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- la deformata critica è un'unica onda, con semi-lunghezza d'onda pari alla lunghezza dell'asta  $l$



### Carico critico di un'asta compressa

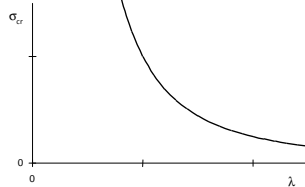
asta ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

La teoria, sviluppata da Eulero, fornisce

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 A} = \frac{\pi^2 E}{(l/i)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

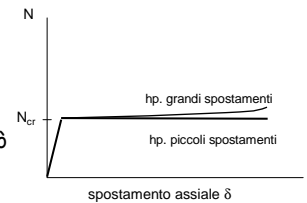
$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad \lambda = \frac{l}{i}$$



### Comportamento post-critico di un'asta compressa

asta ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

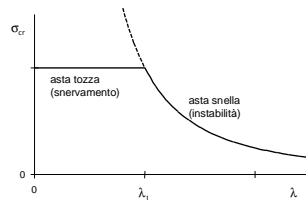
- quando si raggiunge il carico critico si hanno spostamenti trasversali molto grandi per piccolissimi incrementi di carico
- in pratica il carico non può aumentare ulteriormente e la rigidità assiale si può considerare nulla



### Carico critico di un'asta compressa

asta perfetta ma di materiale elastico-perfettamente plastico

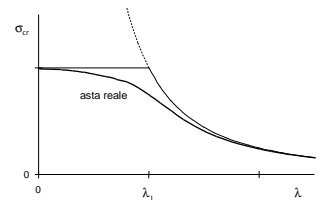
- la tensione critica non può superare la tensione di snervamento
- aste tozze: si snervano prima di instabilizzarsi
- aste snelle: si instabilizzano in campo elastico
- il limite è costituito dalla snellezza  $\lambda_1$  che corrisponde alla tensione di snervamento  $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$



### Carico critico di un'asta compressa

asta reale con imperfezioni e costituita da materiale elastico-perfettamente plastico

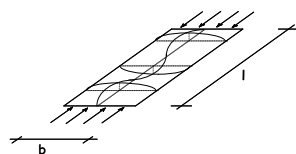
- la tensione critica è minore di quella che si avrebbe nel caso di asta perfetta
- il comportamento post-critico è comunque analogo a quello dell'asta perfetta



### Carico critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- le ondulazioni che si formano hanno una lunghezza d'onda comparabile con la lunghezza b



### Carico critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- tenendo conto che

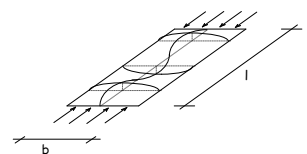
$$A = b t \quad I = \frac{b t^3}{12}$$

si ha

$$N_{cr} = \frac{k \pi^2 EI}{(1 - \nu^2) b^2} = \frac{k \pi^2 E t^3}{12 (1 - \nu^2) b}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12 (1 - \nu^2) (b/t)^2}$$

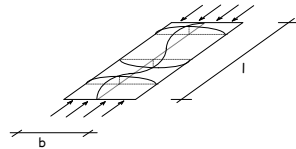
$$k = \left( \frac{l}{m b} \right)^2 + 2 + \left( \frac{m b}{l} \right)^2 \quad m = \text{numero di semi-onde} \quad \text{per } l > 4 b \quad k \rightarrow 4$$



## Comportamento post-critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- quando si raggiunge il carico critico lo sbandamento fuori piano causa l'allungamento delle fibre trasversali, che tendono quindi a limitarlo grazie alla loro rigidità estensionale

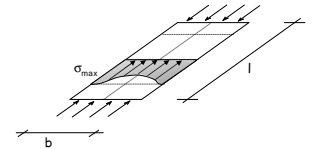


- per questo motivo:
  - è possibile aumentare ulteriormente il carico

## Comportamento post-critico di una lastra compressa

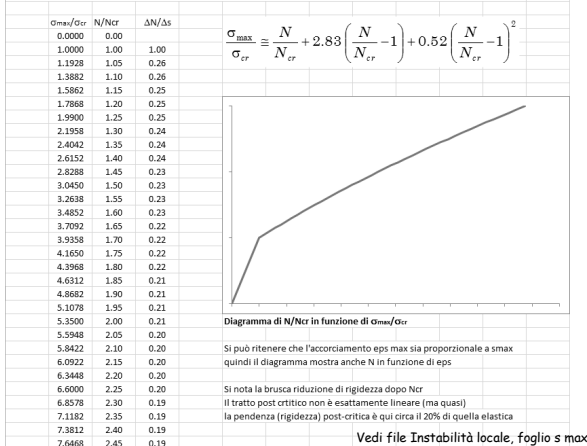
lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- per  $N > N_{cr}$ 
  - le fibre longitudinali più vicine al bordo, più vincolate, sono più rigide di quelle centrali e portano un carico maggiore
  - il diagramma delle tensioni in mezzeria non è uniforme, ma ha un valore massimo in prossimità dei bordi e minimo al centro



$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{cr}} \cong \frac{N}{N_{cr}} + 2.83 \left( \frac{N}{N_{cr}} - 1 \right) + 0.52 \left( \frac{N}{N_{cr}} - 1 \right)^2$$

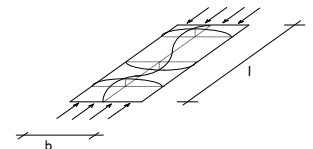
Tensione massima ( $\sigma_{max}$ ) rispetto a quella critica ( $\sigma_{cr}$ ) calcolata in funzione di  $N$  (diviso  $N_{cr}$ )



## Comportamento post-critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- quando si raggiunge il carico critico lo sbandamento fuori piano causa l'allungamento delle fibre trasversali, che tendono quindi a limitarlo grazie alla loro rigidità estensionale

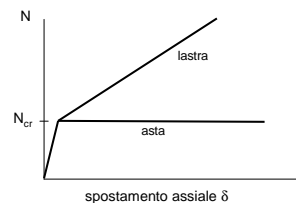


- per questo motivo:
  - è possibile aumentare ulteriormente il carico
  - la rigidità assiale della lastra si riduce (fino al 40% del valore iniziale) ma non si annulla

## Comportamento post-critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- quando si raggiunge il carico critico lo sbandamento fuori piano causa l'allungamento delle fibre trasversali, che tendono quindi a limitarlo grazie alla loro rigidità estensionale

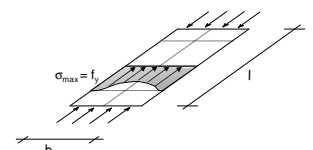


- per questo motivo:
  - è possibile aumentare ulteriormente il carico
  - la rigidità assiale della lastra si riduce (fino al 40% del valore iniziale) ma non si annulla

## Carico massimo di una lastra compressa

lastra perfetta ma di materiale elastico-perfettamente plastico

- il carico massimo corrisponde al raggiungimento della tensione di snervamento nella fibra più sollecitata

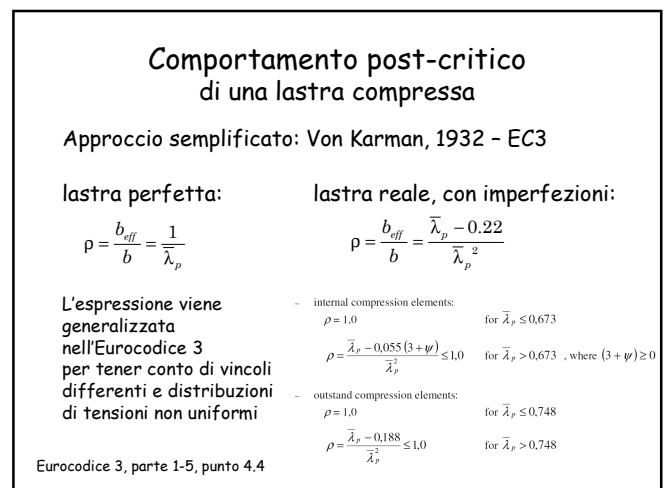
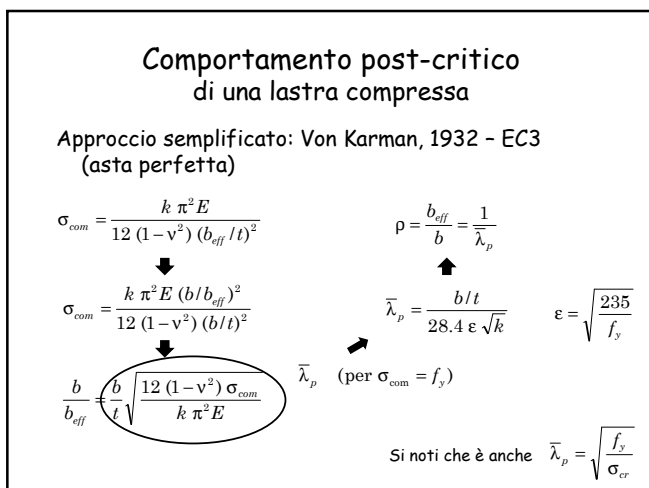
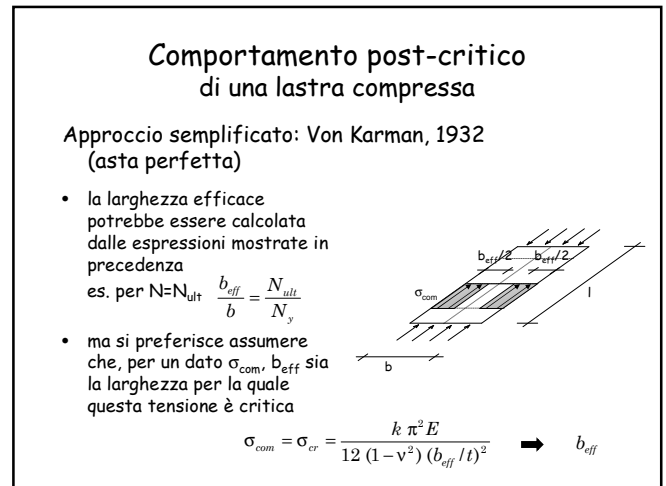
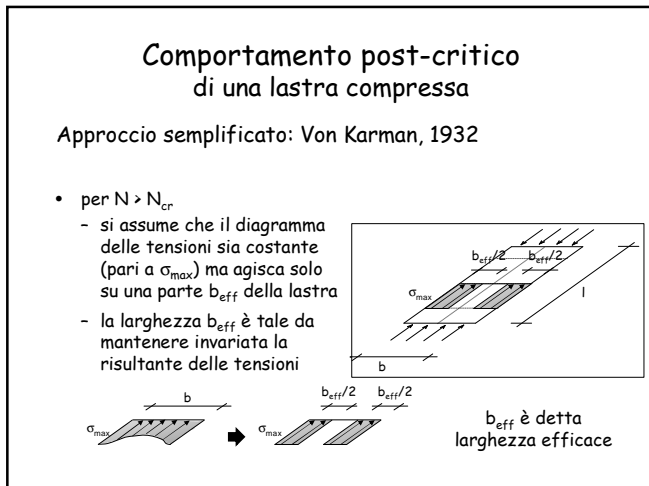
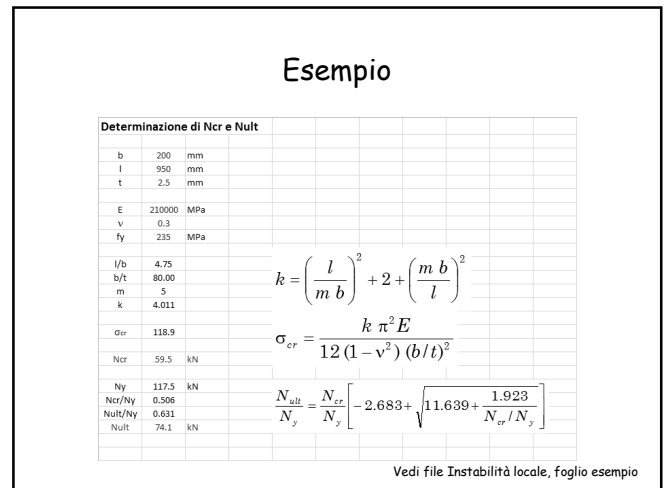
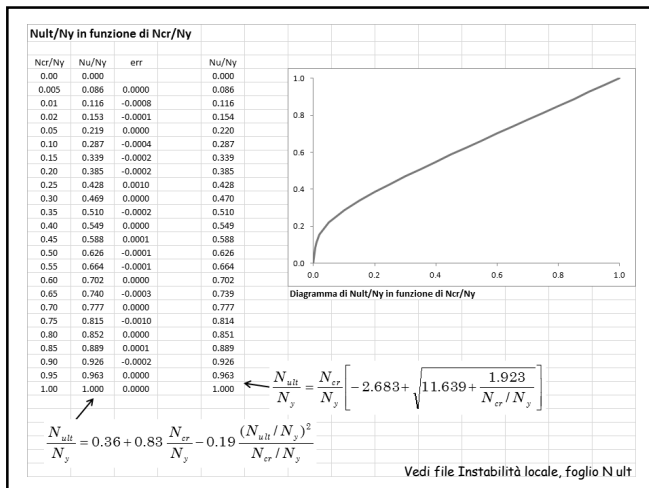


$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{cr}} \cong \frac{N}{N_{cr}} + 2.83 \left( \frac{N}{N_{cr}} - 1 \right) + 0.52 \left( \frac{N}{N_{cr}} - 1 \right)^2$$



$$\frac{N_{ult}}{N_y} = 0.36 + 0.83 \frac{N_{cr}}{N_y} - 0.19 \frac{(N_{cr}/N_y)^2}{N_{cr}/N_y}$$

$$\frac{N_{ult}}{N_y} = \frac{N_{cr}}{N_y} \left[ -2.683 + \sqrt{11.639 + \frac{1.923}{N_{cr}/N_y}} \right]$$





## Indicazioni di normativa Eurocodice 3, parte 1-5, punto 4.4

Table 4.1: Internal compression elements

Stress distribution (compression positive)	Effective <sup>a</sup> width $b_{eff}$
	$\psi = 1$ : $b_{eff} = \rho \cdot \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,5 b_{eff}$ $1 \geq \psi \geq 0$ : $b_{eff} = \rho \cdot \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$
	$\psi < 0$ : $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,6 b_{eff}$
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1 $1 > \psi > 0$ 0 $0 > \psi > -1$ -1 $-1 > \psi > -3$
Buckling factor $k_z$	4,0 $8,2 / (1,05 + \psi)$ 7,81 $7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$ 23,9 $5,98 (1 - \psi)^2$

Table 4.2: Outstand compression elements

Stress distribution (compression positive)	Effective <sup>a</sup> width $b_{eff}$
	$1 \geq \psi \geq 0$ : $b_{eff} = \rho \cdot c$
	$\psi < 0$ : $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot c / (1 - \psi)$
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1 $1 > \psi > 0$ 0 $0 > \psi > -1$ -1 $-1 > \psi > -3$
Buckling factor $k_z$	0,43 $0,578 / (\psi + 0,34)$ 1,70 $1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$ 23,8

## Comportamento post-critico di una lastra compressa

Approccio semplificato: Von Karman, 1932 - EC3

Per elementi soggetti a tensioni  $< f_y$  si usa

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{com,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}}$$

con la stessa espressione di  $\rho$      $\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{\bar{\lambda}_{p,red} - 0,22}{\bar{\lambda}_{p,red}^2}$

precedenti versioni dell'EC3 consideravano troppo cautelativa l'espressione e suggerivano

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{\bar{\lambda}_{p,red} - 0,22}{\bar{\lambda}_{p,red}^2} + 0,18 \frac{\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p,red}}{\bar{\lambda}_p - 0,6}$$

Eurocodice 3, parte 1-5, punto 4.4

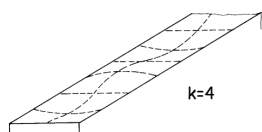
## Comportamento post-critico di una lastra compressa

Differenti possibili approcci semplificati:

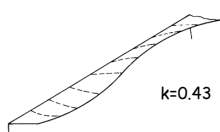
- larghezza efficace
  - è l'approccio base, il più utilizzato
- spessore efficace
  - è usato per ridurre il contributo degli irrigidimenti nella parte 1-3 dell'Eurocodice 3
  - è usato diffusamente nell'Eurocodice 9 (alluminio)
- area efficace
  - è citato come approccio generale nella parte 1-5 dell'Eurocodice 3
- tensione ridotta
  - era usato nel passato

## Lastra con un bordo longitudinale libero

- il comportamento è analogo a quello della lastra in cui entrambi i bordi longitudinali sono vincolati, ma il suo carico critico è molto più basso
- la tensione critica può essere calcolata con le stesse espressioni valide per lastra vincolata a entrambi i bordi, ponendo però  $k=0.43$



vincolata su due lati



vincolata su un solo lato

## Esempio

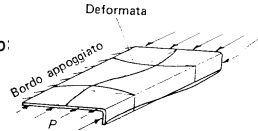
Larghezza efficace			
lastra vincolata su due bordi longitudinali		lastra con un bordo longitudinale libero	
b	200 mm	b	100 mm
t	2,5 mm	t	2,5 mm
k	4	k	0.43
E	210000 MPa	E	210000 MPa
v	0.3	v	0.3
f <sub>y</sub>	235 MPa	f <sub>y</sub>	235 MPa
b/t	80	b/t	40
EC3			
per $\sigma_{max}=f_y$		per $\sigma_{max}=f_y$	
in assenza di imperfezioni		in assenza di imperfezioni	
$\lambda_p$	1.408	$\lambda_p$	2.148
$b_{eff}/b$	0.710	$b_{eff}/b$	0.466
per $\sigma_{max}=0.5 f_y / \eta_{MO}$		per $\sigma_{max}=0.5 f_y / \eta_{MO}$	
$\lambda_{p,red}$	0.996	$\lambda_{p,red}$	1.519
$b_{eff}/b$	1.000	$b_{eff}/b$	0.658

Vedi file Instabilità locale, foglio b eff

## Lastre molto snelle

- per annullare o limitare la riduzione del carico critico (e quindi della capacità portante) si possono aggiungere degli irrigidimenti

- per lastre con un bordo libero: irrigidimenti di bordo



- per tutte le lastre: irrigidimenti intermedi

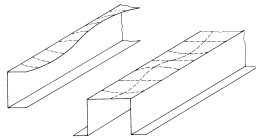


occorre verificare l'efficacia degli irrigidimenti (controllare che non vadano in carico critico)

## Profili sottili

## Schematizzazione

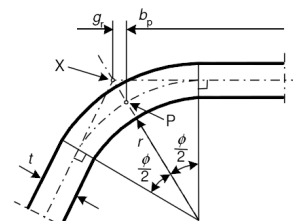
- per l'analisi dell'instabilità locale i profilati a freddo si considerano composti da un insieme di lastre piane mutuamente collegate lungo i bordi comuni



- per semplicità si assume che i bordi siano semplici appoggi, trascurando il possibile vincolo mutuo alla rotazione
- in presenza di irrigidimenti di bordo o intermedi occorre verificare l'efficacia dell'irrigidimento, cioè la sua capacità di impedire spostamenti

## Larghezza

- per l'Eurocodice 3 la larghezza geometrica è indicata col simbolo  $b_p$  ed è misurata dal punto medio del raccordo d'angolo



X | intersezione delle linee medie

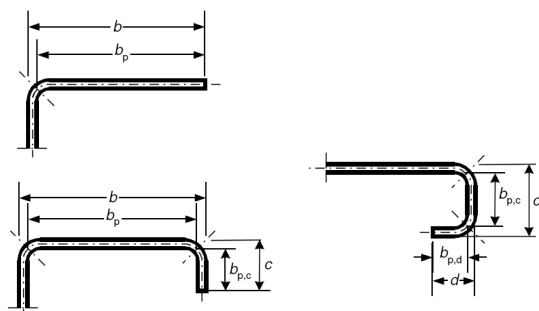
P | punto medio del raccordo

$$r_m = r + t / 2$$

$$g_r = r_m \left( \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right)$$

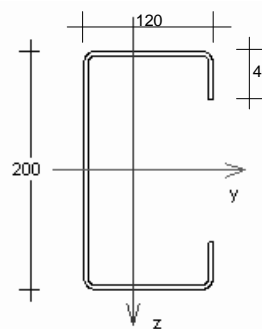
Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.1

## Larghezza



Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.1

## Esempio profilo a C 200 x 120 x 2.5



raggio interno di curvatura  
 $r = 1.5 t = 3.75 \text{ mm}$

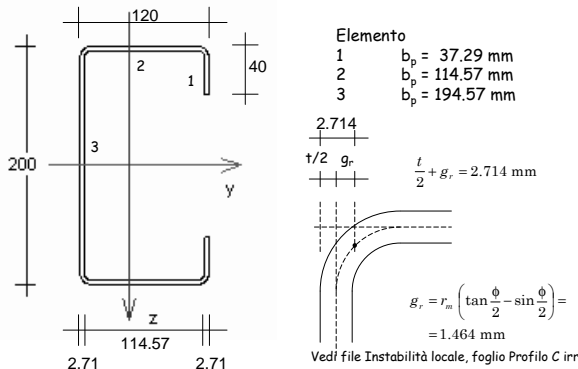
raggio medio  
 $r_m = r + t / 2 = 5.0 \text{ mm}$

angolo  
 $\phi = 90^\circ$

$t/2$   $g_r$

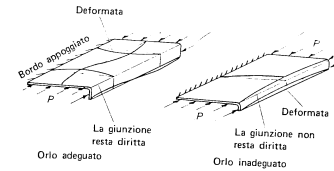
$$g_r = r_m \left( \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) = 1.464 \text{ mm}$$

### Esempio profilo a C 200 x 120 x 2.5



### Efficacia degli irrigidimenti di bordo

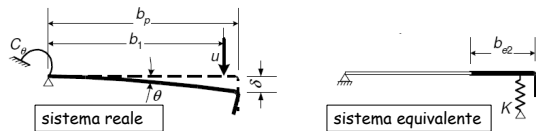
- Un elemento vincolato da un irrigidimento fornisce la stessa resistenza di un elemento con bordo fisso solo se l'irrigidimento si mantiene rettilineo



- dimensione  $c$  consigliata dell'irrigidimento di bordo affinché sia efficace:  
 $c \geq b / 5$  e  $c \leq 10 t$

### Efficacia degli irrigidimenti di bordo

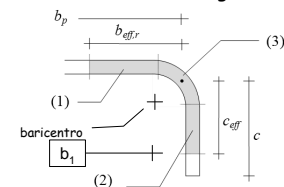
- L'irrigidimento può essere considerato come un'asta compressa, che potrebbe instabilizzarsi; essa è però vincolata elasticamente al resto del profilo (come se fosse quindi un'asta su suolo alla Winkler) e ciò riduce il rischio di instabilità



- La molla ha rigidezza (per unità di lunghezza)  
 $K_1 = u / \delta$

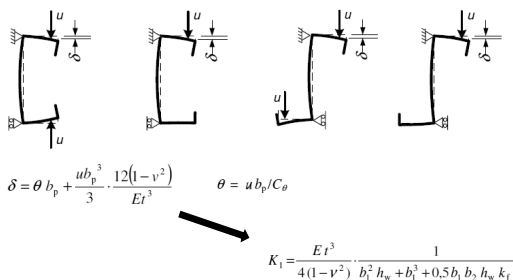
### Sezione dell'irrigidimento di bordo

- Nel valutare l'efficacia (e il rischio di instabilità) dell'irrigidimento, lo si deve vedere come un'asta la cui sezione è costituita da tre parti:
  - parte efficace dell'elemento dal lato dell'irrigidimento
  - parte efficace dell'irrigidimento
  - raccordo circolare tra elemento e irrigidimento



### Rigidezza della molla per unità di lunghezza

- Deve essere calcolata con lo schema:



Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.5.3.1

### Rigidezza della molla per unità di lunghezza

- Dall'espressione generale si ricava  
- per sezioni a C o Z

$$K_1 = \frac{E t^3}{4 b_1^2 (1-\nu^2) (b_1 + 1.5 h)} \quad \text{in caso di compressione}$$

$$K_1 = \frac{E t^3}{4 b_1^2 (1-\nu^2) (b_1 + h)} \quad \text{in caso di flessione}$$

- per sezioni a L irrigidite

$$C_1 = \frac{0.25 E t^3}{b^2 (1-\nu^2) (\delta + h)}$$

in caso di flessione nel piano  $x-y$ , con fibre superiori tese

$$C_2 = \frac{0.25 E t^3}{b^2 (1-\nu^2) (\delta + h)}$$

in caso di flessione nel piano  $x-z$ , con fibre di destra tese

- per sezioni a omega e per lamiera grecata

$$C_1 = \frac{0.25 E t^3}{b^2 (1-\nu^2) (\delta + 15h)}$$

in caso di compressione

$$C_2 = \frac{0.25 E t^3}{b^2 (1-\nu^2) (\delta + h)}$$

in caso di flessione

## Carico critico dell'irrigidimento

- Il carico critico di una trave elastica su suolo elastico alla Winkler vale:

$$N_{cr} = 2 \sqrt{K E I_s} \quad \sigma_{cr} = \frac{2 \sqrt{K E I_s}}{A_s}$$

con  $A_s$   $I_s$  area e momento d'inertia della sezione della trave (ovvero in questo caso dell'irrigidimento)

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.5.3.2

## Procedimento fase 1

- Assegnare la distribuzione di tensioni (inizialmente  $\sigma_{com,Ed} = f_y / \gamma_{M0}$ )
- Determinare i valori di  $b_{e1}$  e  $b_{e2}$  per l'ala con le formule usuali

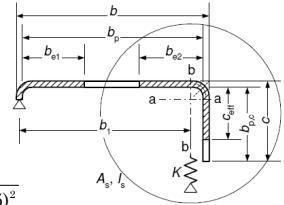
- Determinare il valore di  $c_{eff}$  con le formule usuali, ma prendendo

- se  $b_{p,c}/b_p \leq 0.35$

$$k_e = 0.5$$

- se  $0.35 < b_{p,c}/b_p \leq 0.6$

$$k_e = 0.5 + 0.83 \sqrt{(b_{p,c}/b_p - 0.35)^2}$$



## Procedimento fase 2

- Determinare le proprietà geometriche della sezione dell'irrigidimento ( $A_s$   $I_s$ )
- Determinare la tensione critica in campo elastico dell'irrigidimento ( $\sigma_{cr,s}$ )
- Determinare la snellezza relativa

$$\bar{\lambda}_{d1} = \sqrt{f_{yb} / \sigma_{cr,s}}$$

- Determinare il coefficiente di riduzione

$$\chi_{d1} = 1.0 \quad \text{se } \bar{\lambda}_{d1} \leq 0.65$$

$$\chi_{d1} = 1.47 - 0.723 \bar{\lambda}_{d1} \quad \text{se } 0.65 \leq \bar{\lambda}_{d1} \leq 1.38$$

$$\chi_{d1} = 0.66 / \bar{\lambda}_{d1} \quad \text{se } \bar{\lambda}_{d1} \geq 1.38$$

## Procedimento fase 3

- Se si è trovato  $\chi_d < 1$  occorre considerare per l'irrigidimento un'area ridotta

$$A_{s,red} = \chi_d A_s \frac{f_y / \gamma_{M0}}{\sigma_{com,Ed}}$$

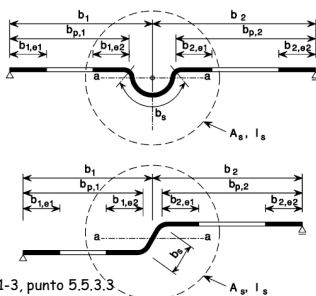
si può assumere che il momento d'inertia  $I_s$  vari nella stessa proporzione e che il baricentro della sezione rimanga inalterato; in pratica si assume che si abbia una riduzione di spessore dell'irrigidimento, cioè  $t_{red} = t A_{s,red} / A_s$

- È opportuno iterare il procedimento considerando una nuova tensione massima

$$\sigma_{com,Ed} = \chi_d f_y / \gamma_{M0}$$

## Efficacia degli irrigidimenti intermedi

- Si procede in maniera analoga anche per gli irrigidimenti intermedi



$$K = \frac{E t^3 (b_1 + b_2)}{4 (1 - \nu^2) b_1^2 b_2^2}$$

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.5.3.3

## Caratteristiche di sollecitazioni resistenti per i profili sottili

## Trazione

- Non si hanno problemi di instabilità locale
- Si può usare la tensione di snervamento media nella sezione  $f_{ya}$
- La resistenza a trazione vale

$$N_{t,Rd} = A_g \frac{f_{ya}}{\gamma_{M0}}$$

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 6.1.2

## Trazione esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Sezione geometrica			
A	1247.6	mm <sup>2</sup>	$\gamma_{M0}$ 1.05
I <sub>y</sub>	8311935	mm <sup>4</sup>	s 1.000
I <sub>z</sub>	2705494	mm <sup>4</sup>	f <sub>yb</sub> /γ <sub>M0</sub> 223.8
f <sub>yb</sub>	235	MPa	Resistenza a trazione
f <sub>u</sub>	360	MPa	N <sub>t,Rd</sub> 294.12 kN
f <sub>ya</sub>	247.52	MPa	

$$A_g = 1247.6 \text{ mm}^2$$

$$f_{ya} = 247.5 \text{ MPa}$$

$$N_{t,Rd} = 1247.6 \times \frac{247.5}{1.05} \times 10^{-3} = 294.1 \text{ kN}$$

Vedi file Instabilità locale, foglio Profilo C irr

## Compressione in assenza di instabilità dell'asta

- Si deve valutare l'area efficace, tenendo conto dell'instabilità locale
- Si deve usare la tensione di snervamento del materiale base  $f_{yb}$
- La resistenza a compressione vale

$$N_{c,Rd} = A_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_{M0}}$$

**Nota:**  
se il baricentro della sezione efficace non coincide con quello della sezione geometrica si deve tener conto del momento corrispondente a questa eccentricità

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 6.1.3

## Compressione in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

elemento 1 irrigidimento superiore			
yP1	118.75	mm	σ1 223.81 MPa
zP1	6.25	mm	σ2 223.81 MPa
yP2	118.75	mm	
zP2	40	mm	k 0.430
bp	37.29	mm	p 0.906
λ <sub>p</sub>	0.801		beff 33.77 mm
λ <sub>p,red</sub>	0.801		
elemento 2 ala superiore			
yP1	6.25	mm	σ1 223.81 MPa
zP1	1.25	mm	σ2 223.81 MPa
yP2	113.75	mm	
zP2	1.25	mm	k 4.000
bp	114.57	mm	p 0.901
λ <sub>p</sub>	0.807		be1 51.64 mm
λ <sub>p,red</sub>	0.807		be2 51.64 mm
elemento 3 anima			
yP1	1.25	mm	σ1 223.81 MPa
zP1	6.25	mm	σ2 223.81 MPa
yP2	1.25	mm	bc 194.57 mm
zP2	193.75	mm	k 4.000
bp	194.57	mm	p 0.613
λ <sub>p</sub>	1.370		be1 59.60 mm
λ <sub>p,red</sub>	1.370		be2 59.60 mm

Caratteristica di sollecitazione 1

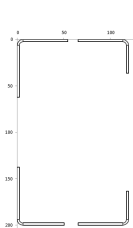
(1=compressione, 2=flessione M/V)

Si determina per ogni elemento la larghezza efficace

Vedi file Instabilità locale, foglio Profilo C irr

## Compressione in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo



$$N_{c,Rd} = 976.3 \times \frac{235}{1.05} \times 10^{-3} = 218.5 \text{ kN}$$

**Nota:**  
Nel foglio Excel non si è valutata la riduzione di efficacia degli irrigidimenti; tenendone conto la resistenza si riduce a 207.8 kN

EFFECTIVENESS OF EDGE STIFFENERS

Edge stiffener for element 2  
spring stiffness: k = 0.1690 MPa  
geometrical data: A<sub>st</sub> = 319.0 mm<sup>2</sup> I<sub>x</sub> = 28453 mm<sup>4</sup>  
y<sub>bc</sub> = 102.66 mm z<sub>bc</sub> = 190.98 mm  
buckling stress: σ<sub>1</sub> = 231.52 MPa  
reduction: λ<sub>1</sub> = 0.8978 χ<sub>1</sub> = 0.7974 χ<sub>1R</sub> = 0.8373

yG	52.3	mm	A	S <sub>y</sub>	S <sub>z</sub>	hyG	tzG
zG	99.1	mm	976.3	96762	51058	7518147	2184239
			mm <sup>2</sup>	mm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>	mm <sup>4</sup>	mm <sup>4</sup>

Vedi file Instabilità locale, foglio GeomSezE

## Compressione in presenza di instabilità dell'asta

- Si utilizza l'approccio usuale per i profili non sottili, usando però i dati della sezione efficace

$$N_{b,Rd} = \chi A_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_{M0}}$$

EVALUATION OF DESIGN BUCKLING RESISTANCE		[6.2]
area of the gross section:	A <sub>g</sub>	1248 mm <sup>2</sup>
area of the effective section:	A <sub>eff</sub>	928 mm <sup>2</sup>
reduction factor:	beta <sub>eff</sub>	0.7441
x-z plane:		
buckling length:	l	4.00 m
radius of gyration of gross cross-section:	i	61.62 mm
slenderness:	lambda	65.01
relative slenderness:	lambda <sub>bar</sub>	0.4501
imperfection factor:	alpha	0.34
reduction factor:	chi	0.9057
x-y plane:		
buckling length:	l	4.00 m
radius of gyration of gross cross-section:	i	46.57 mm
slenderness:	lambda	85.90
relative slenderness:	lambda <sub>bar</sub>	0.7890
imperfection factor:	alpha	0.34
reduction factor:	chi	0.7312
lowest value of chi:	chi <sub>min</sub>	0.7312
Design buckling resistance:	N <sub>b,Rd</sub>	151.93 kN

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 6.2.2

## Flessione

in assenza di instabilità dell'asta

- Si deve valutare l'area efficace, tenendo conto dell'instabilità locale (in genere in maniera iterativa)
- Si deve usare la tensione di snervamento del materiale base  $f_{yb}$
- La resistenza a flessione vale

$$M_{c,Rd} = W_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_{M0}}$$

Nota:

La necessità di iterare nasce dal fatto che il baricentro della sezione efficace non coincide con quello della sezione geometrica

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 6.1.3

## Flessione

in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Primo tentativo

- si considera la posizione dell'asse neutro a metà altezza ( $x = 100$  mm)

elemento 1		irrigidimento superiore	
yP1	118.75 mm	o1	220.49 MPa
yP2	6.25 mm	o2	155.98 MPa
yP3	118.75 mm		
h	125 mm	k	4.000
h <sub>0</sub>	124.57 mm	p	0.901
i <sub>y</sub>	37.29 mm	be1	51.64 mm
i <sub>y,red</sub>	0.877	be2	51.64 mm
i <sub>y,red</sub>	0.877		

Caratteristica di sollecitazione		2	
(1=compressione, 2= flessione M+)			
posizione asse neutro	z	100	mm
ds/dz	2.266	MPa	

Vedi file Instabilità locale, foglio Profilo C irr

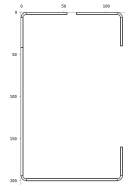
## Flessione

in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Primo tentativo

- si considera la posizione dell'asse neutro a metà altezza ( $x = 100$  mm)



Il baricentro della sezione efficace è a  $x=102.3$  mm

yG	45.5 mm	A	Sy	Sz		lyG	lzG
zG	102.3 mm	1219.4	124730	55540		8030110	2699411
		mm <sup>2</sup>	mm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>		mm <sup>4</sup>	mm <sup>4</sup>

Vedi file Instabilità locale, foglio GeomSezE

## Flessione

in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Secondo tentativo

- si considera la posizione dell'asse neutro a  $x = 102.3$  mm

elemento 1		irrigidimento superiore	
yP1	118.75 mm	o1	220.57 MPa
yP2	6.25 mm	o2	157.38 MPa
yP3	118.75 mm		
h	125 mm	k	0.597
h <sub>0</sub>	124.57 mm	p	0.999
i <sub>y</sub>	37.29 mm	be1	22.24 mm
i <sub>y,red</sub>	0.875	be2	22.24 mm
i <sub>y,red</sub>	0.875		

Caratteristica di sollecitazione		2	
(1=compressione, 2= flessione M+)			
posizione asse neutro	z	102.3	mm
ds/dz	2.215	MPa	

Vedi file Instabilità locale, foglio Profilo C irr

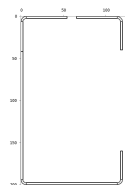
## Flessione

in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Secondo tentativo

- si considera la posizione dell'asse neutro a  $x = 102.3$  mm



$$W_{eff} = \frac{8029848}{102.3} = 78493 \text{ mm}^3$$

$$M_{c,Rd} = 78943 \times \frac{235}{1.05} \times 10^{-6} = 17.57 \text{ kNm}$$

Nota:

Nel foglio Excel non si è valutata la riduzione di efficacia degli irrigidimenti; tenendone conto la resistenza si riduce a 17.38 kNm

yG	45.5 mm	A	Sy	Sz		lyG	lzG
zG	102.3 mm	1219.3	124725	55526		8029848	2698794
		mm <sup>2</sup>	mm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>		mm <sup>4</sup>	mm <sup>4</sup>

Vedi file Instabilità locale, foglio GeomSezE