

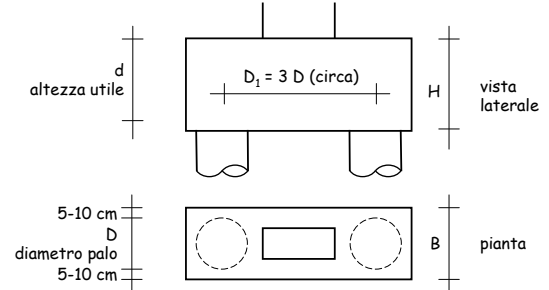
**Progettazione strutturale
di fondazioni e opere di sostegno**

2 - Plinti su pali

Spoletto
19-20 aprile 2012
Aurelio Ghersi

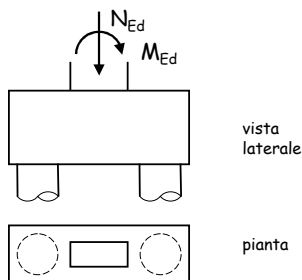
Plinto a due pali

- È l'elemento base, al quale possono ricondursi tutti gli altri casi, di plinti a più pali



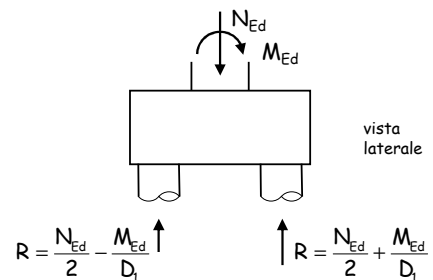
Plinto a due pali

- Azioni sul plinto



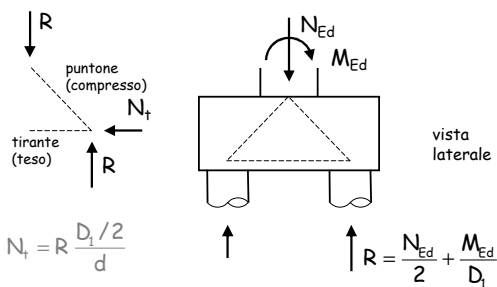
Plinto a due pali

- Reazioni dei pali



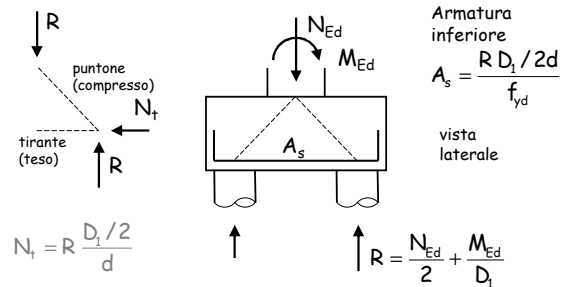
Plinto a due pali

- Modello di comportamento (tirante-puntone)



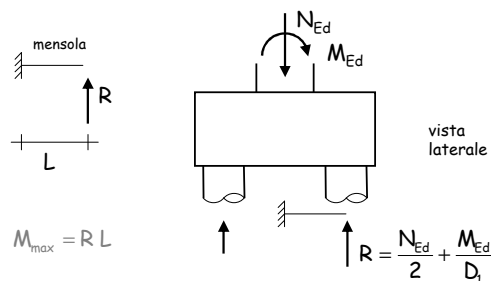
Plinto a due pali

- Modello di comportamento (tirante-puntone)



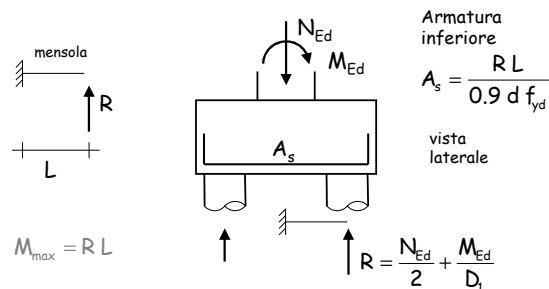
Plinto a due pali

- Modello alternativo (mensola)



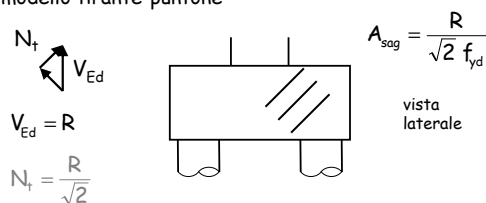
Plinto a due pali

- Modello alternativo (mensola)



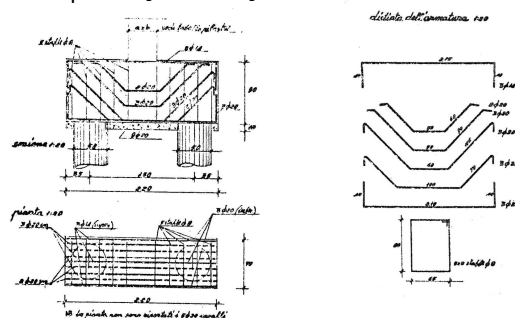
Plinto a due pali

- Confronto tra i due modelli:
 - l'armatura inferiore è sostanzialmente la stessa perché $L/0.9 \approx D_1/2$
 - il modello a mensola richiede anche armatura a taglio (in genere realizzata con sagomati), non prevista dal modello tirante-puntone



Plinto a due pali armatura

- Esempio (da Pagano, Teoria degli edifici. Edifici in cemento armato)



Plinto a due pali armatura

- Esempio numerico, da svolgere direttamente:

In condizioni sismiche

$$N_{Ed,q} = 508 \text{ kN} \quad N_{Ed,E} = \pm 34 \text{ kN} \quad M_{Ed,E} = 320 \text{ kNm}$$

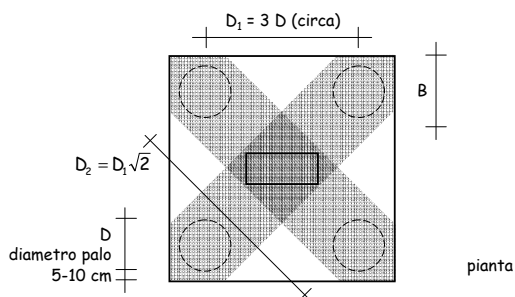
In assenza di sisma

$$N_{Ed,q} = 848 \text{ kN}$$

Pali con $d = 50 \text{ cm}$

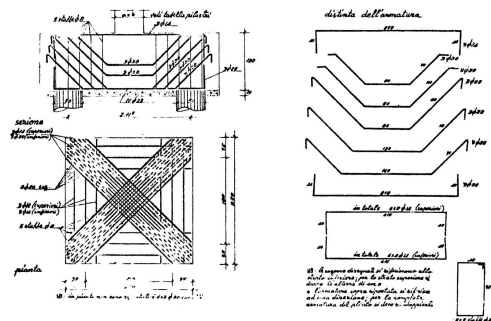
Plinto a quattro pali

- È sostanzialmente equivalente a due plinti a due pali



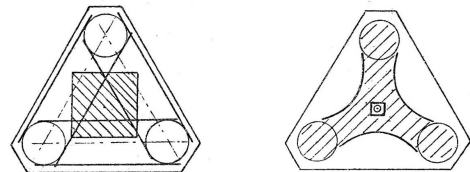
Plinto a quattro pali armatura

- Esempio (da Pagano, Teoria degli edifici. Edifici in cemento armato)



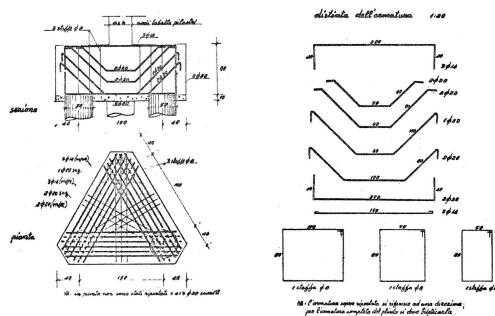
Plinto a tre pali

- L'armatura collega i tre pali, ma si individuano tre puntoni-tiranti ideali



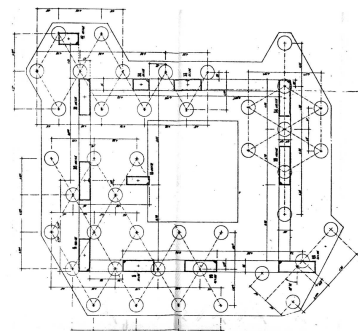
Plinto a tre pali armatura

- Esempio (da Pagano, Teoria degli edifici. Edifici in cemento armato)



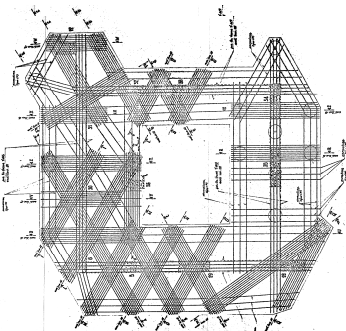
Platee con molti pali

- Esempio (da Pagano, Teoria degli edifici. Edifici in cemento armato)



Platee con molti pali

- Esempio (da Pagano, Teoria degli edifici. Edifici in cemento armato)



Verifica dei pali nei confronti di azioni orizzontali

- Anche in assenza di azioni orizzontali è bene armare adeguatamente i pali
- In presenza di azioni orizzontali l'armatura deve essere calcolata espressamente
- Azione orizzontale:
 - Usare il taglio resistente del pilastro o, se minore, il taglio di calcolo aumentato di γ_{Rd}
 - Se i plinti sono uniti mediante travi di collegamento (e i pali sono ugualmente vincolati), considerare il valore medio della fila di plinti

Verifica dei pali nei confronti di azioni orizzontali

- Anche in assenza di azioni orizzontali è bene armare adeguatamente i pali
- In presenza di azioni orizzontali l'armatura deve essere calcolata espressamente
- Possibili modelli per il calcolo:
 - Modello rigido-plastico
usato da Broms per valutare il carico limite orizzontale, lega tale valore al momento resistente della sezione
 - Modello elastico lineare (Winkler)

Carico limite per azioni orizzontali

Concetti già esposti nel corso del 8-10 marzo

Già visto

Palo libero in testa terreno coesivo

- Resistenza del terreno minore al piano campagna, che poi diventa sostanzialmente costante
- Può essere ipotizzata come costante ($9 c_u B$) escludendo il tratto più superficiale

Broms, 1964

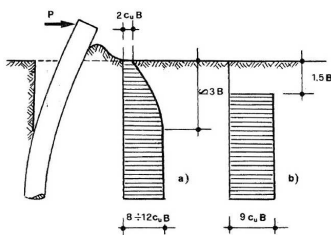
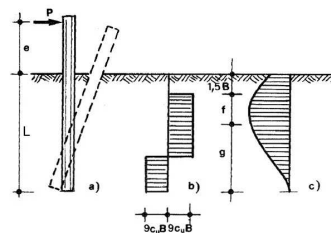


Figure tratte da:
P. De Simone,
Fondazioni,
Liguori editore, 1981

Già visto

Palo libero in testa terreno coesivo



- Equilibrio alla traslazione

$$P = 9 c_u B f$$

- Equilibrio alla rotazione

$$P(e + 1.5 B + 0.5 f) = 9 c_u B \frac{g^2}{4}$$

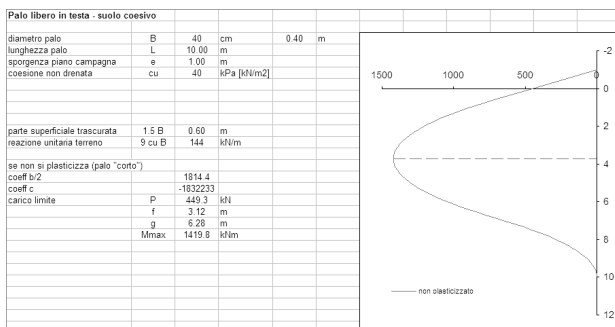
- Si ottiene

$$P^2 + 36 c_u B (e + 0.75 B + 0.5 L) P - [9 c_u B (L - 1.5 B)]^2 = 0$$

- Il momento massimo è $M_{max} = P(e + 1.5 B + 0.5 f)$

Già visto

Palo libero in testa terreno coesivo

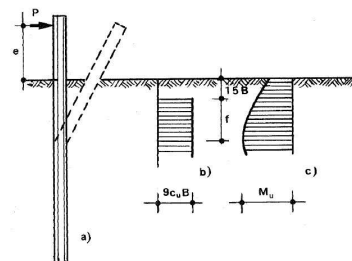


Vedi file Excel Pali

Già visto

Palo libero in testa terreno coesivo

- Se la sezione del palo non è in grado di sopportare il momento flettente, si plasticizza



Già visto

Palo libero in testa terreno coesivo

- Equilibrio alla traslazione

$$P = 9 c_u B f$$
- Equilibrio alla rotazione

$$P (e + 1.5 B + 0.5 f) = M_u$$

• Si ottiene

$$P^2 + 18 c_u B (e + 1.5 B) P - 18 c_u B M_u = 0$$

Già visto

Palo libero in testa terreno coesivo

Palo libero in testa - suolo coesivo			
diámetro palo	B	40	cm
longhezza palo	L	10.00	m
sporgenza piano campagna	e	1.00	m
coesione non drenata	c _u	40	kPa [kN/m ²]
momento ultimo della sezione	M _u	500.0	kNm
il carico limite orizzontale è	P lim	213.5	kN
parte superficiale trascurata	1.5 B	0.60	m
reazione unitaria terreno	9 c _u B	144	kN/m
se non si plasticizza (palo "corto")			
coeff b/2		1814.4	
coeff c		-183233	
carico limite	P	449.3	kN
	f	3.12	m
	g	6.28	m
	M _{max}	1419.9	kNm
se si plasticizza (palo "lungo")			
coeff b/2		230.4	
coeff c		-144000	
carico limite	P	213.5	kN
	f	1.48	m
	g	7.92	m
reazione sotto cerniera		31.9	kN/m

Notare la terminologia: palo lungo – palo corto

Già visto

Palo libero in testa terreno incoerente

- Resistenza del terreno che cresce linearmente con la profondità

Già visto

Palo libero in testa terreno incoerente

- Si ipotizza che ruoti intorno all'estremo inferiore, con terreno che reagisce con una forza concentrata

- Equilibrio alla traslazione

$$P = \frac{3 k_p \gamma B f^2}{2}$$
- Equilibrio alla rotazione

$$P (e + L) = \frac{3 k_p \gamma B L^3}{6}$$

• Si ottiene

$$P = \frac{3 k_p \gamma B L^3}{6 (e + L)}$$

• Il momento massimo è

$$M_{max} = P \left(e + \frac{2}{3} f \right)$$

Già visto

Palo libero in testa terreno incoerente

Palo libero in testa - suolo incoerente			
diámetro palo	B	40	cm
longhezza palo	L	10.00	m
sporgenza piano campagna	e	1.00	m
peso specifico	γ	22	kN/m ³
angolo di attrito	φ	32	°
			0.559 rad
coefficiente spinta passiva	k _p	3.25	
reazione unitaria terreno	3 k _p γ B	85.92	kN/m ²
se non si plasticizza (palo "corto")			
carico limite	P	1301.8	kN
	f	5.50	m
	g	4.50	m
	M _{max}	6079.4	kNm

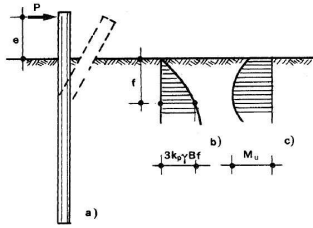
Già visto

Palo libero in testa terreno incoerente

- Se la sezione del palo non è in grado di sopportare il momento flettente, si plasticizza

Già visto

Palo libero in testa terreno incoerente



- Equilibrio alla traslazione

$$P = \frac{3k_p \gamma B f^2}{2}$$

- Equilibrio alla rotazione

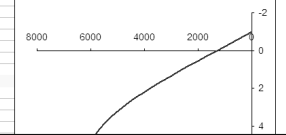
$$P \left(e + \frac{2}{3} f \right) = M_u$$

- Si ottiene una equazione di terzo grado

Già visto

Palo libero in testa terreno incoerente

Palo libero in testa - suolo incoerente				
diámetro palo	B	40	cm	0.40 m
longhezza palo	L	10.00	m	
sporgenza piano campagna	e	1.00	m	
peso specifico	γ	22	kN/m ³	
angolo di attrito	ϕ	32	°	0.559 rad
momento ultimo della sezione	M_u	1000.0	kNm	
Il carico limite orizzontale è				
	P lim	1299.6	kN	palo lungo
coefficiente spinta passiva				
	k _p	3.25		
reazione unitaria terreno				
	3 k _p γ B	85.92	kN/m ²	
se non si plasticizza (palo "corto")				
carico limite	P	1301.8	kN	
	f	5.50	m	
	g	4.50	m	
	M _{max}	6079.4	kNm	
se si plasticizza (palo "lungo")				
carico limite	P	1299.6	kN	azzerare cambiando f
	err M _u	5064.5		
	f-cambiare	5.50		
	f	5.50	m	
	g	4.50	m	



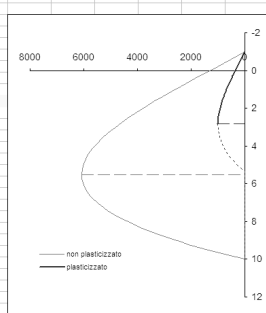
Per risolvere l'equazione di terzo grado occorre azzerare l'errore cambiando f

Si può fare facilmente in Excel con ricerca obiettivo

Già visto

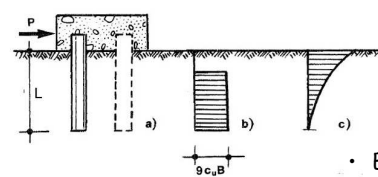
Palo libero in testa terreno incoerente

Palo libero in testa - suolo incoerente				
diámetro palo	B	40	cm	0.40 m
longhezza palo	L	10.00	m	
sporgenza piano campagna	e	1.00	m	
peso specifico	γ	22	kN/m ³	
angolo di attrito	ϕ	32	°	0.559 rad
momento ultimo della sezione	M_u	1000.0	kNm	
Il carico limite orizzontale è				
	P lim	345.8	kN	palo lungo
coefficiente spinta passiva				
	k _p	3.25		
reazione unitaria terreno				
	3 k _p γ B	85.92	kN/m ²	
se non si plasticizza (palo "corto")				
carico limite	P	1301.8	kN	
	f	5.50	m	
	g	4.50	m	
	M _{max}	6079.4	kNm	
se si plasticizza (palo "lungo")				
carico limite	P	345.8	kN	
	err M _u	0.0		
	f-cambiare	2.84	m	
	f	2.84	m	
	g	7.16	m	



Già visto

Palo impedito di ruotare in testa terreno coesivo



- Equilibrio alla traslazione

$$P = 9c_u B (L - 1.5 B)$$

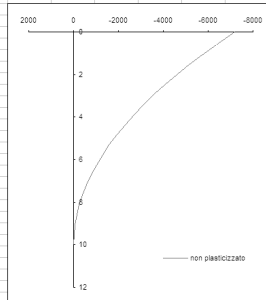
- P è già fornito dall'equilibrio alla traslazione

- Il momento massimo in testa vale $M_{t,max} = P (0.5 L + 0.75 B)$

Già visto

Palo impedito di ruotare in testa terreno coesivo

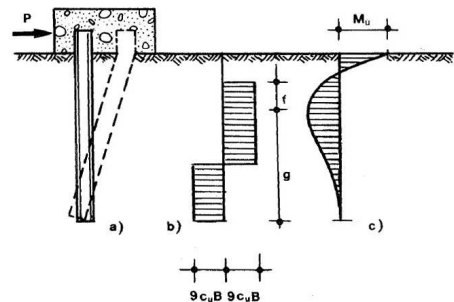
Palo vincolato in testa - suolo coesivo				
diámetro palo	B	40	cm	0.40 m
longhezza palo	L	10.00	m	
coesione non drenata	c_u	40	kPa [kN/m ²]	
parte superficiale trascurata				
	1.5 B	0.60	m	
reazione unitaria terreno				
	9 c _u B	144	kN/m	
se non si plasticizza (palo "corto")				
carico limite	P	1353.6	kN	
	f	9.40	m	
	g	0.00	m	
	M _{max}	7174.1	kNm	



Già visto

Palo impedito di ruotare in testa terreno coesivo

- Se la sezione del palo non è in grado di sopportare il momento flettente in testa, si plasticizza



Già visto Palo impedito di ruotare in testa terreno coesivo

- Equilibrio alla traslazione

$$P = 9 c_u B f$$
- Equilibrio alla rotazione

$$P (1.5 B + 0.5 f) - \frac{9 c_u B g^2}{4} = M_u$$

• Si ottiene

$$P^2 + 18 c_u B (L + 1.5 B) P - [9 c_u B (L - 1.5 B)]^2 - 36 c_u B M_u = 0$$

• Il momento massimo (lungo il palo) è $M_{u,max} = \frac{9 c_u B g^2}{4}$

Già visto Palo impedito di ruotare in testa terreno coesivo

Palo vincolato in testa - suolo coesivo

diámetro palo	B	40	cm	0.40	m
lunghezza palo	L	10.00	m		
coesione non drenata	c _u	40	kPa [kN/m ²]		
momento ultimo della sezione	M _u	500.0	kNm		
parte superficiale trascurata	1.5 B	0.60	m		
reazione unitaria terreno	9 c _u B	144	kN/m		
se non si plasticizza (palo "corto")					
carico limite	P	1353.6	kN		
	f	9.40	m		
	g	0.00	m		
	M-max	7174.1	kNm		
se si plasticizza in testa (palo "intermedio")					
coeff b/2		1526.4			
coeff c		-2120233			
carico limite	P	583.1	kN		
	f	4.05	m		
	g	5.35	m		
	M-max	1030.6	kNm		

Già visto Palo impedito di ruotare in testa terreno coesivo

- Se la sezione del palo non è in grado di sopportare il momento flettente lungo l'asse, si plasticizza ancora

Già visto Palo impedito di ruotare in testa terreno coesivo

- Equilibrio alla traslazione

$$P = 9 c_u B f$$
- Equilibrio alla rotazione

$$P (1.5 B + 0.5 f) = M_{t,u} + M_{l,u}$$

• Si ottiene

$$P^2 + 18 c_u B \times 1.5 B P - 18 c_u B (M_{t,u} + M_{l,u}) = 0$$

Già visto Palo impedito di ruotare in testa terreno coesivo

Palo vincolato in testa - suolo coesivo

diámetro palo	B	40	cm	0.40	m
lunghezza palo	L	10.00	m		
coesione non drenata	c _u	40	kPa [kN/m ²]		
momento ultimo della sezione	M _u	500.0	kNm		
Il carico limite orizzontale è	P lim	457.2	kN		
parte superficiale trascurata	1.5 B	0.60	m		
reazione unitaria terreno	9 c _u B	144	kN/m		
se non si plasticizza (palo "corto")					
carico limite	P	1353.6	kN		
	f	9.40	m		
	g	0.00	m		
	M-max	7174.1	kNm		
se si plasticizza in testa (palo "intermedio")					
coeff b/2		1526.4			
coeff c		-2120233			
carico limite	P	583.1	kN		
	f	4.05	m		
	g	5.35	m		
	M-max	1030.6	kNm		
se si plasticizza in due sezioni (palo "lungo")					
coeff b/2		66.4			
coeff c		-288000			
carico limite	P	457.2	kN		
	f	3.17	m		
	g	6.23	m		
	M-max	51.6	kNm		

Notare la terminologia: palo lungo - intermedio - corto

Già visto Palo impedito di ruotare in testa terreno incoerente

- Equilibrio alla traslazione

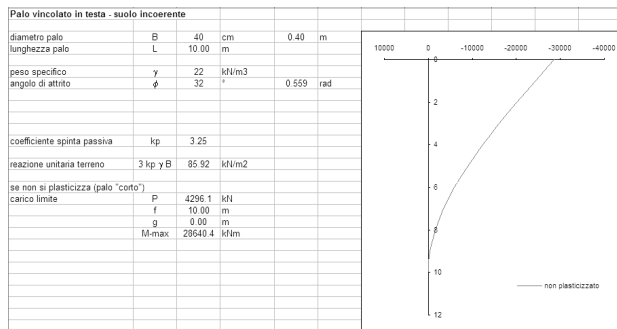
$$P = \frac{3 k_p \gamma B L^2}{2}$$

• P è già fornito dall'equilibrio alla traslazione

• Il momento massimo in testa vale $M_{t,max} = P \frac{2}{3} L$

Già visto

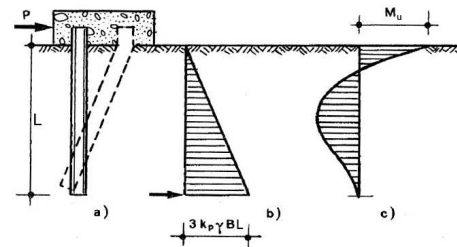
Palo impedito di ruotare in testa terreno incoerente



Già visto

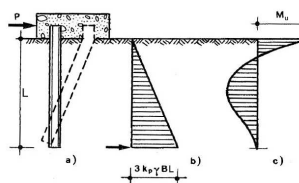
Palo impedito di ruotare in testa terreno incoerente

- Se la sezione del palo non è in grado di sopportare il momento flettente in testa, si plasticizza



Già visto

Palo impedito di ruotare in testa terreno incoerente



- Equilibrio alla traslazione

$$P = \frac{3k_p \gamma B f^2}{2}$$

- Equilibrio alla rotazione

$$P L - \frac{3k_p \gamma B L^3}{6} = M_u$$

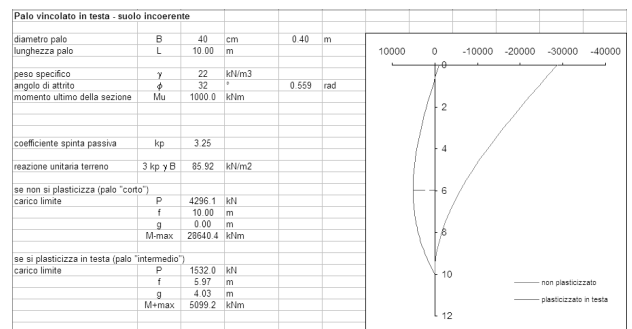
- Si ottiene

$$P = \frac{M_u}{L} + \frac{3k_p \gamma B L^2}{6}$$

$$M_{u,max} = P \frac{2}{3} f - M_u$$

Già visto

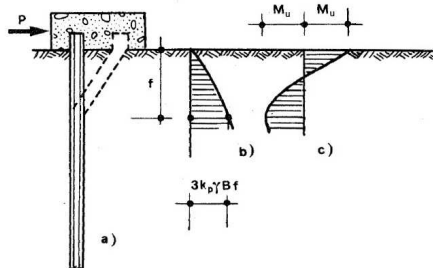
Palo impedito di ruotare in testa terreno incoerente



Già visto

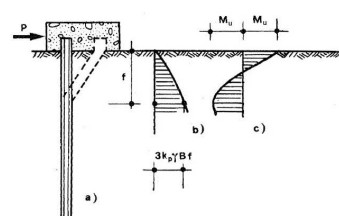
Palo impedito di ruotare in testa terreno incoerente

- Se la sezione del palo non è in grado di sopportare il momento flettente lungo l'asse, si plasticizza ancora



Già visto

Palo impedito di ruotare in testa terreno incoerente



- Equilibrio alla traslazione

$$P = \frac{3k_p \gamma B f^2}{2}$$

- Equilibrio alla rotazione

$$P \frac{2}{3} f = M_{t,u} + M_{i,u}$$

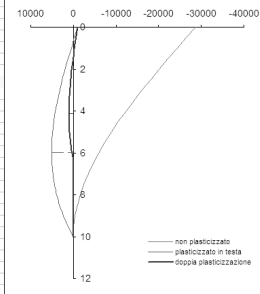
- Si ottiene

$$P = \sqrt[3]{\frac{9}{8} 3k_p \gamma B (M_{t,u} + M_{i,u})^2}$$

Gia visto

Palo impedito di ruotare in testa terreno incoerente

Palo vincolato in testa - suolo incoerente				
diametro palo	B	40	cm	0.40 m
lunghezza palo	L	10.00	m	
peso specifico	γ	22	kN/m ³	
angolo di attrito	ϕ	32	°	0.559 rad
momento ultimo della sezione	M_u	1000.0	kNm	
il carico limite orizzontale è	P lim	728.5	kN	palo lungo
coefficiente spinta passiva	k_p	3.25		
reazione unitaria terreno	3 kp ; γB	86.92	kN/m ²	
se non si plasticizza (palo "cofo")				
carico limite	P	4296.1	kN	
	f	10.00	m	
	g	0.00	m	
	M+max	29640.4	kNm	
se si plasticizza in testa (palo "intermedio")				
carico limite	P	1532.0	kN	
	f	5.97	m	
	g	4.03	m	
	M+max	5099.2	kNm	
se si plasticizza in due sezioni (palo "lungo")				
carico limite	P	728.5	kN	
	f	4.12	m	
	g	5.88	m	



Considerazioni operative ai fini della verifica dei pali

Noto il carico limite orizzontale, si può utilizzare l'approccio di Broms per calcolare la resistenza a flessione da garantire per il palo

Attenzione:

- Il carico limite orizzontale da garantire deve essere ottenuto applicando il coefficiente di sicurezza γ_R previsto dalla normativa ($\gamma_R = 1.3$ per approccio 2)
- M_u è il momento ultimo della sezione, da calcolare con un approccio tipo SLU: applicare o no i coefficienti di sicurezza del materiale?

Esempio

- Faccio riferimento al mio edificio, fila di pilastri 13, 20, 27 per sisma prevalente in direzione y

pilastro	N_{min}	N_{max}	M_{max}	V_{max}
13	-41	-976	390	151.6
20	-484	-772	445	197.4
27	111	-889	390	151.6

- Immagino di usare pali con D=50 cm lunghi 10 m

Armatura minima nel palo

- La norma richiede di disporre un'armatura longitudinale non inferiore allo 0.3% della sezione
- Io suggerisco un valore minimo compreso tra 0.6% e 1.0% e una distanza massima tra le barre non superiore a $20 \div 25$ cm
- Sezione circolare con D=50 cm:
area $A_c = 1963.5$ cm²
- Disporre $11.8 \div 19.6$ cm²
ad esempio almeno 8 Ø14 (pari a 12.3 cm²)

Esempio

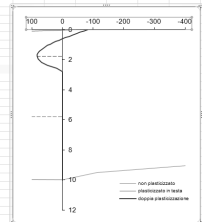
- Con riferimento al mio edificio, la fila di pilastri 13, 20, 27 per sisma prevalente in direzione y è soggetta al piede ai tagli 151.6, 197.4, 151.6 kN
- Il taglio resistente è nettamente più grande del taglio di calcolo
- Uso il valore di calcolo incrementato di $\gamma_R = 1.3$
- Il taglio totale da considerare è 650.7 kN
- Se i tre plinti sono ciascuno con due pali, ogni palo deve portare 108.5 kN

Approccio alla Broms

- Il carico limite orizzontale deve essere pari al valore indicato in precedenza moltiplicato per 1.3
- Quindi: 141.1 kN

Palo vincolato in testa - suolo incoerente				
diametro palo	B	50	cm	0.50 m
lunghezza palo	L	10.00	m	
peso specifico	γ	22	kN/m ³	
angolo di attrito	ϕ	29	°	0.489 rad
momento ultimo della sezione	M_u	82.6	kNm	
il carico limite orizzontale è	P lim	141.1	kN	palo lungo
coefficiente spinta passiva	k_p	2.77		
reazione unitaria terreno	3 kp ; γB	91.40	kN/m ²	
se si plasticizza in due sezioni (palo "lungo")				
carico limite	P	141.1	kN	
	f	1.76	m	
	g	8.24	m	

Per avere questo
carico limite
occorre che sia
 $M_u = 82.6$ kNm



Approccio alla Winkler

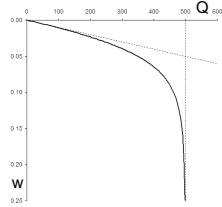
Modello di Winkler

- Abbassamenti indipendenti da punto a punto
- Relazione lineare tra carico e abbassamenti

$$k = \frac{Q}{w}$$

In realtà

- Influenza mutua dei punti
All'estremità a parità di cedimento si hanno reazioni del terreno maggiori
- Relazione carichi abbassamenti non lineare
Soprattutto in prossimità di Q_{lim}



Approccio alla Winkler

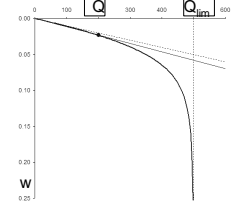
Considerazioni

- Ai fini della verifica della fondazione (come struttura) la normativa indica di assumere i parametri del terreno senza modificarli



Il carico agente è lontano dal carico limite
 $Q \leq Q_{lim}/2.3$

La pendenza della secante non è molto diversa da quella della tangente all'origine



Approccio alla Winkler

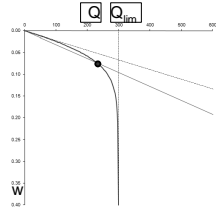
Considerazioni

- Anche ai fini della verifica del palo (come struttura) la normativa indica di assumere i parametri del terreno senza modificarli



Il carico agente è abbastanza vicino al carico limite
 $Q \leq Q_{lim}/1.3$

La pendenza della secante è abbastanza diversa da quella della tangente all'origine



Approccio alla Winkler

Considerazioni

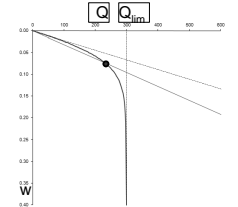
- Anche ai fini della verifica del palo (come struttura) la normativa indica di assumere i parametri del terreno senza modificarli



È necessario considerare una (ampia) fascia entro cui fare variare k

Per il palo è più gravoso il k_{min}

k può variare con la profondità, ma questo ha una influenza molto minore



Approccio alla Winkler

- Il parametro che regge il problema è

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k B}{4 E I}}$$

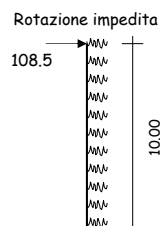
o la lunghezza $L^* = \pi/\lambda$

- Esempio:
schema di palo

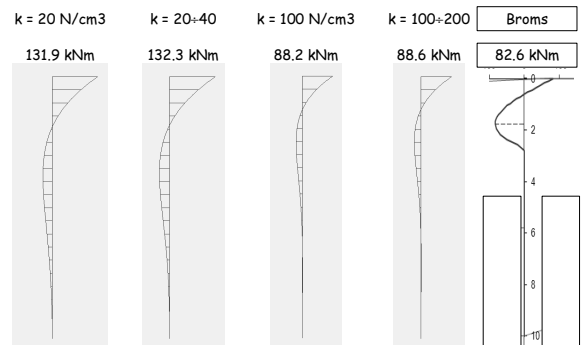
$L = 10.00$ m

$B = 0.50$ m

k assunta pari a 20 o 100 N/cm³, costante o variabile

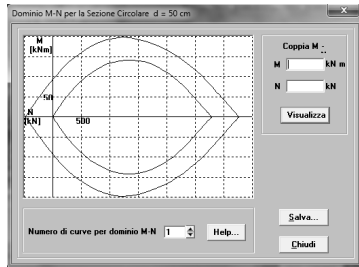


Approccio alla Winkler



Resistenza della sezione a pressoflessione

- Dominio M-N fornito da EC2



Notare la forte influenza dello sforzo normale

Resistenza della sezione a pressoflessione

- Si possono usare formule semplificate (vedi A. Gherzi, Il cemento armato, 2010, pag. 311 e seguenti)

$$M_{Rd} = (M_{c,max} + M_{s,max}) \left[1 - \frac{N_{Rd} + v_M N_{c,max}}{v_M N_{c,max} + N_{s,max}} \right]^m$$

$$N_{c,max} = A_c f_{cd}$$

$$M_{c,max} = 0.10 A_c D f_{cd}$$

$$N_{s,max} = A_{s,tot} f_{yd}$$

$$M_{s,max} = 0.3 A_{s,tot} (D - 2.4c) f_{yd}$$

$$v_M = 0.48$$

$$m = 1 + \sqrt[3]{\frac{1}{1 + 2 N_{s,max} / N_{c,max}}}$$

Fare il calcolo con le formule e discutere

Resistenza della sezione a taglio

- Studi specifici per sezione circolare ?)
- Si possono usare le formule generali (vedi A. Gherzi, Il cemento armato, 2010, pag. 416 e seguenti)
 - Quale valore per b_w e z ?

$$V_{Rd,max} = \frac{v_1 f_{cd} b_w z (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

Fare il calcolo con le formule e discutere