

Corso di aggiornamento

**Progettazione strutturale  
di fondazioni e opere di sostegno**

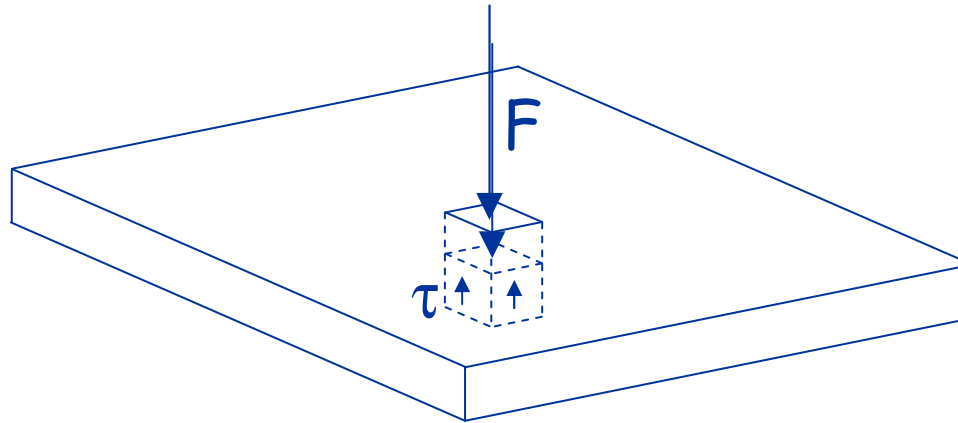
5 - Platee o plinti bassi: punzonamento

Spoletto

19-20 aprile 2012

Aurelio Ghersi

# Il fenomeno

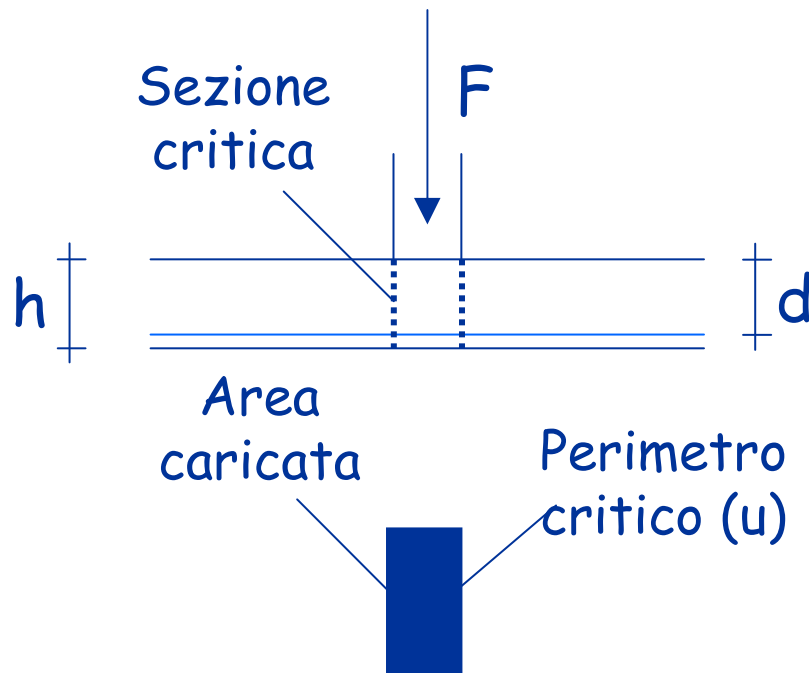


Le  $\tau$  equilibrano la forza concentrata  $F$

La forza massima che le  $\tau$  possono contrastare è la resistenza a punzonamento dell'elemento in calcestruzzo

Se la forza  $F$  supera la resistenza a punzonamento si dispone un'armatura a punzonamento (barre piegate a  $45^\circ$ )

# Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

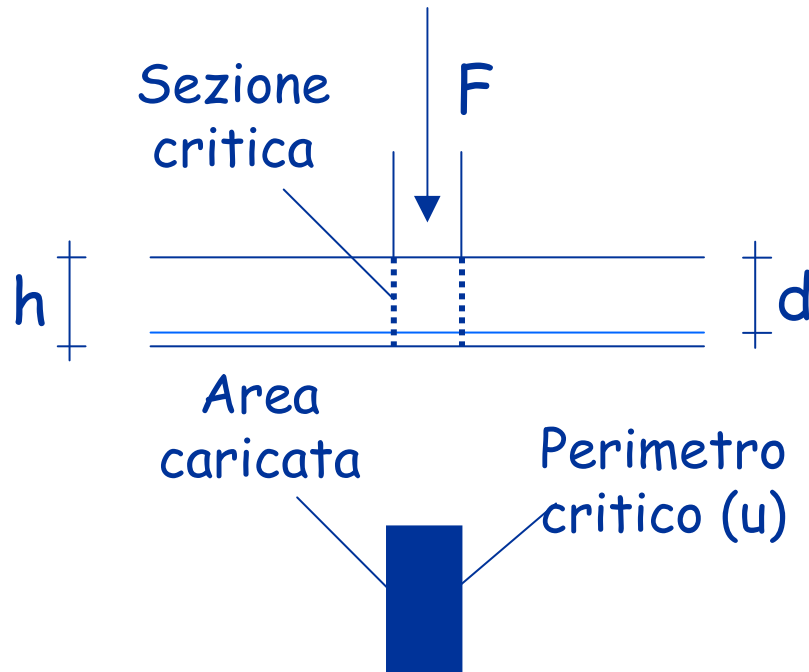
$$\tau_{\max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

$$\tau_{\max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

Non è necessaria armatura a punzonamento se  $\tau_{\max} < \tau_{c0}$

# Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

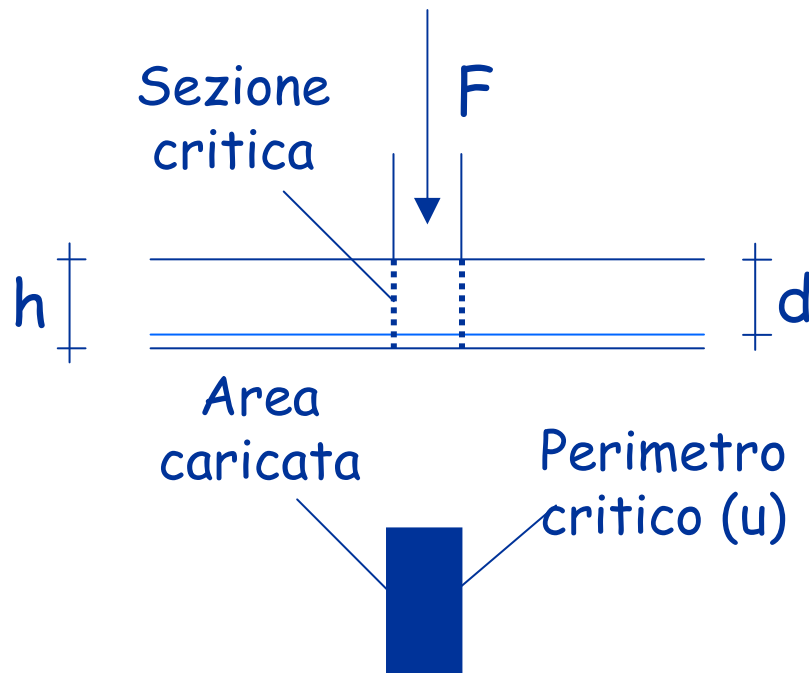
$$\tau_{\max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

$$\tau_{\max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

È necessario aumentare lo spessore della soletta  
se  $\tau_{\max} > \tau_{c1}$

# Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

$$\tau_{\max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

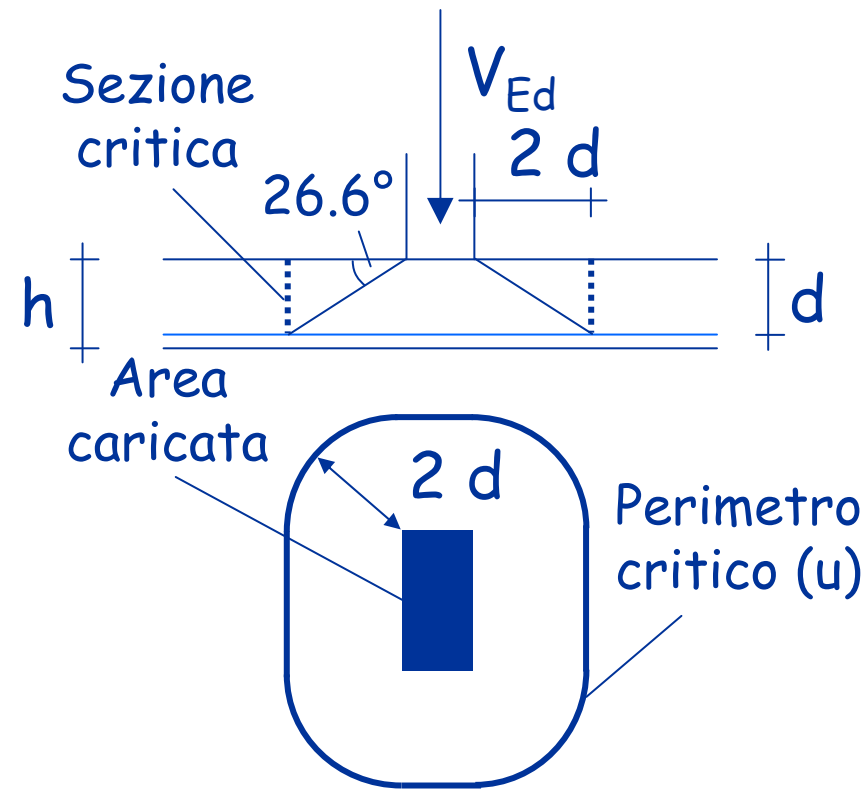
$$\tau_{\max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

È necessario disporre un'armatura a punzonamento se

$$\tau_{c0} < \tau_{\max} < \tau_{c1}$$

$$A_{s,\text{pun}} = \frac{\sqrt{2} F}{\bar{\sigma}_s}$$

# Verifica - stato limite ultimo

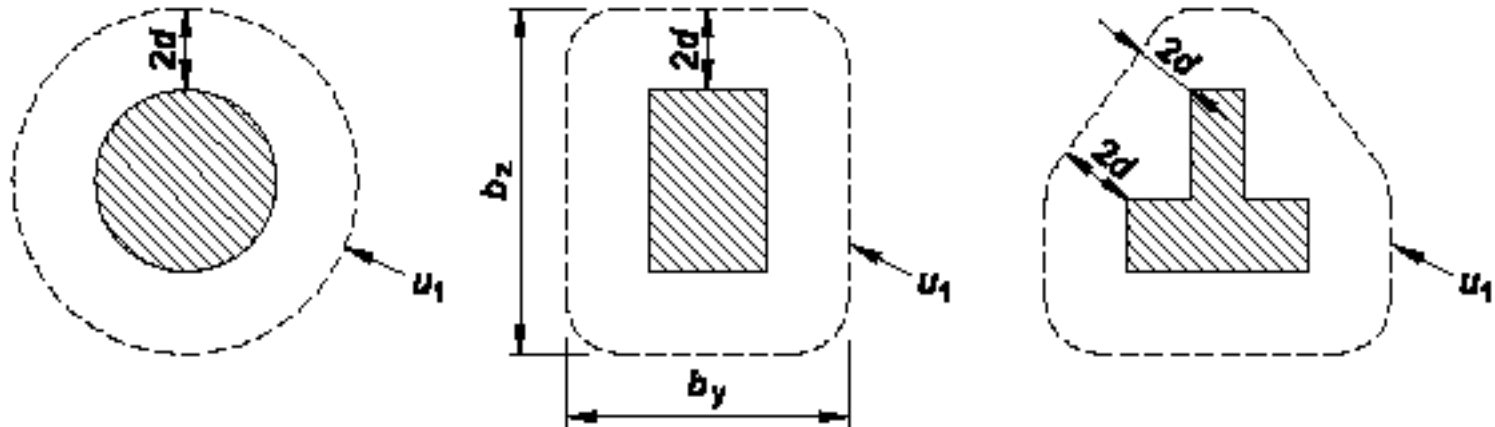


La resistenza a punzonamento deve essere verificata lungo il perimetro critico  $u$

Se è disposta un'armatura a punzonamento, è opportuno ripetere la verifica per un ulteriore perimetro  $u_{out,ef}$  individuato dove l'armatura a punzonamento non è più presente

# Verifica a punzonamento perimetro critico

- Il perimetro di verifica di base  $u_1$  può generalmente essere collocato a una distanza  $2d$  dall'area caricata



# Verifica a punzonamento

## perimetro critico e sezione di verifica

- L'altezza utile della soletta è supposta costante e può generalmente essere assunta pari a:

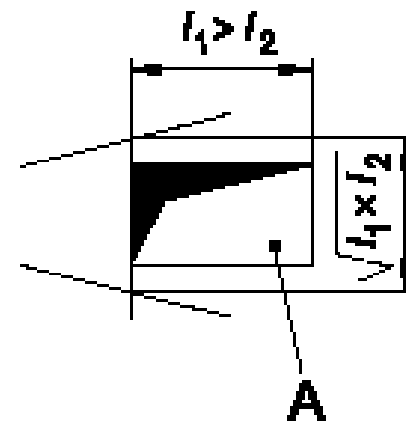
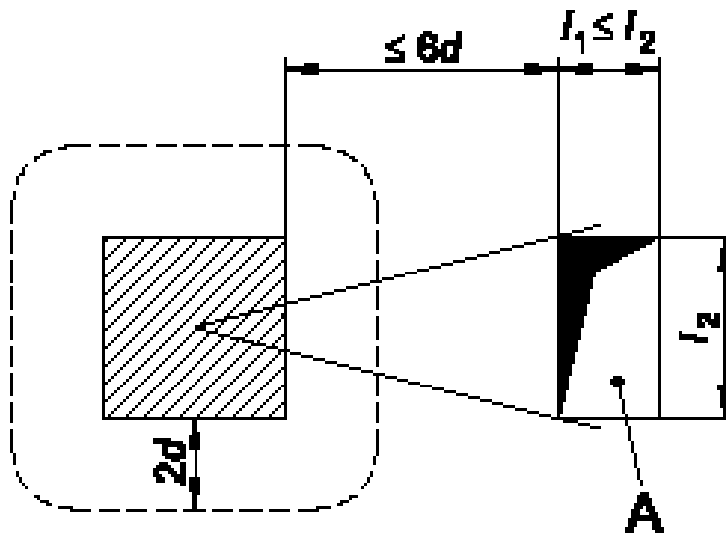
$$d_{\text{eff}} = \frac{d_y + d_z}{2}$$

dove  $d_y$  e  $d_z$  sono le altezze utili relative alle armature poste nelle due direzioni ortogonali



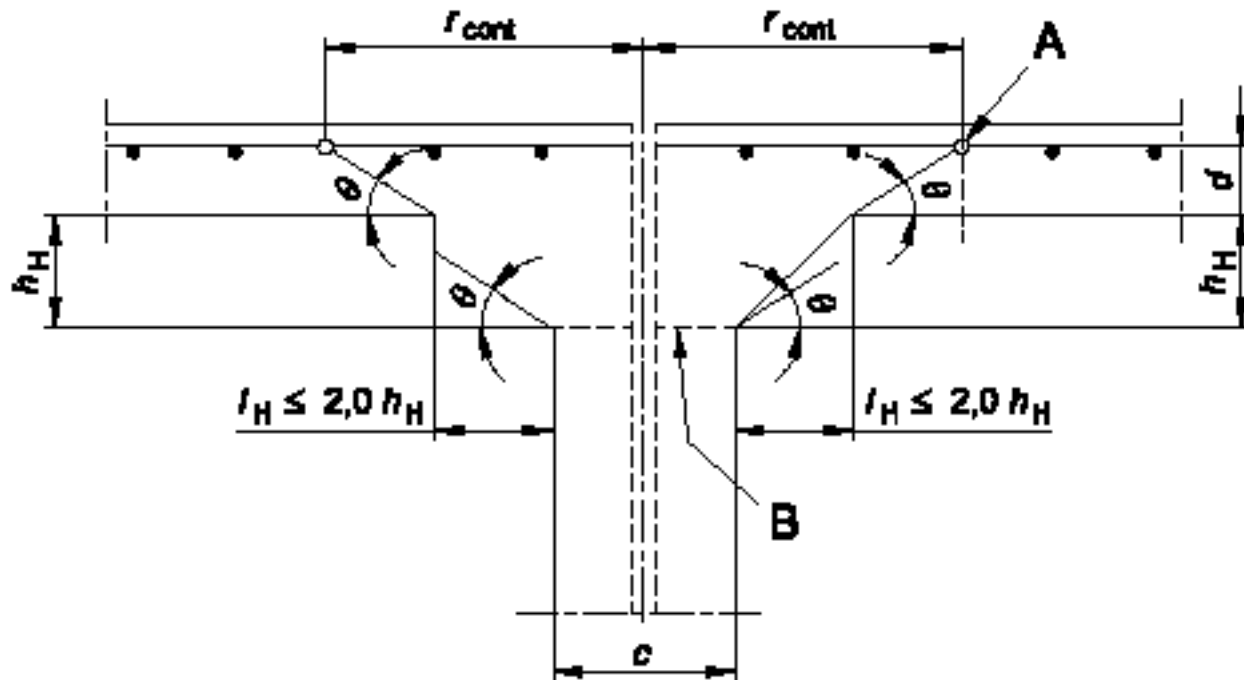
# Verifica a punzonamento perimetro critico

- Per aree caricate in prossimità di aperture, se la minor distanza fra il perimetro dell'area caricata e il bordo dell'apertura non supera  $6d$ , si ritiene inefficace la parte del perimetro di verifica contenuta entro le due tangenti tracciate dal centro dell'area caricata fino al contorno del foro



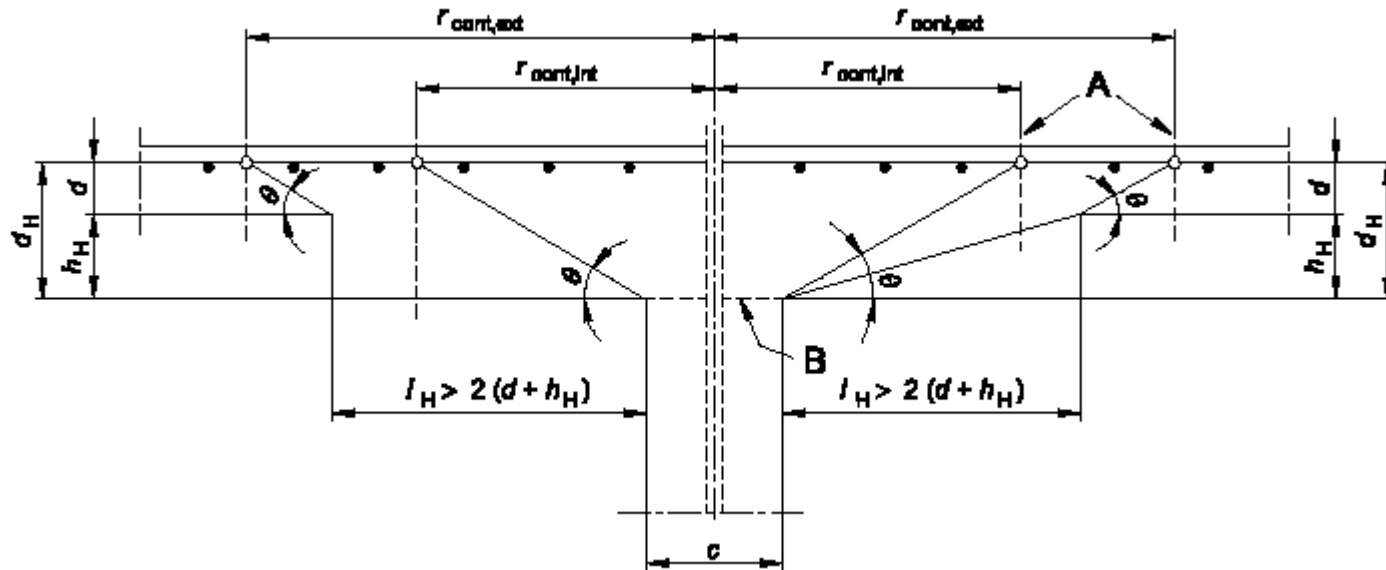
# Verifica a punzonamento perimetro critico

- Per piastre con pilastri muniti di capitello circolare per le quali  $l_H < 2 h_H$ , una verifica delle tensioni di taglio-punzonamento è richiesta solo sulla sezione di verifica al di là del capitello



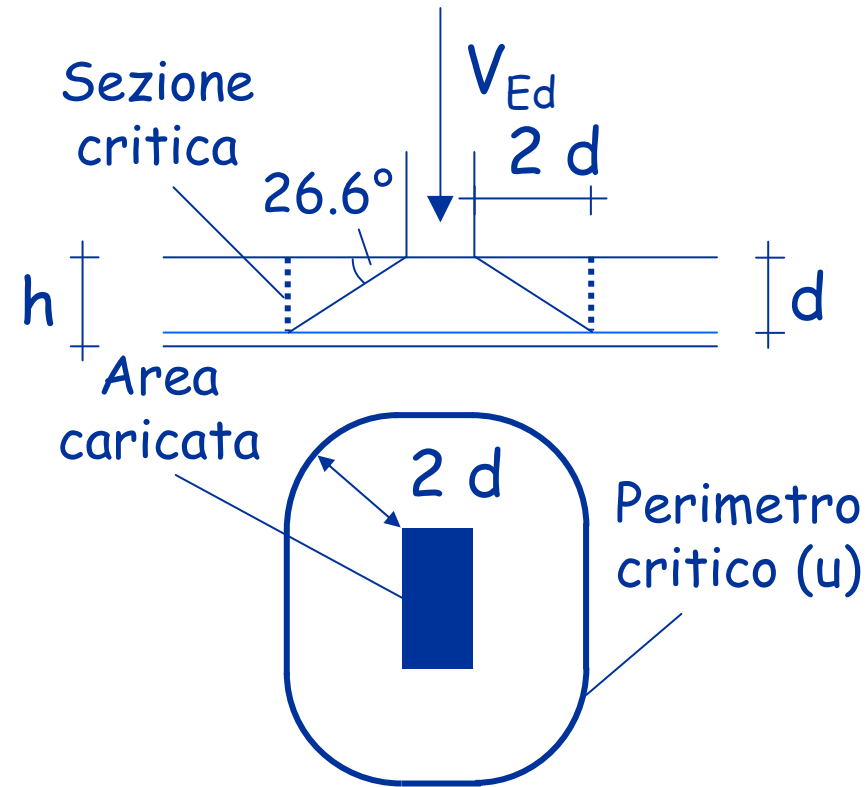
# Verifica a punzonamento perimetro critico

- Nel caso di piastre con capitello allargato dove  $l_H > 2 h_H$  si raccomanda che siano verificate entrambe le sezioni, quella nel capitello e quella nella piastra



# Verifica a punzonamento

## tensioni nella sezione critica



Tensione

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u d}$$

per carichi eccentrici

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u d}$$

# Verifica a punzonamento

## tensioni nella sezione critica

Se la reazione d'appoggio è eccentrica rispetto al perimetro di verifica, si raccomanda di assumere come tensione massima di taglio il valore:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d}$$

dove:

$d$  è l'altezza utile media della piastra, che può assumersi come  $(d_y + d_z)/2$

dove:

$d_y$  ,  $d_z$  sono le altezze utili nelle direzioni y e z della sezione di verifica;

$u_i$  è la lunghezza del perimetro di verifica considerato;

# Verifica a punzonamento

## tensioni nella sezione critica

$\beta$  è dato da:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1}$$

dove:

$u_1$  è la lunghezza del perimetro di verifica di base;

$k$  è un coefficiente che dipende dal rapporto fra le dimensioni del pilastro  $c_1$  e  $c_2$ : il suo valore è funzione delle proporzioni del momento sbilanciato trasmesso da taglio non uniforme e da flessione e torsione

$c_1/c_2$	$\leq 0.5$	1.0	2.0	$\geq 3.0$
$k$	0.45	0.60	0.70	0.80

# Verifica a punzonamento

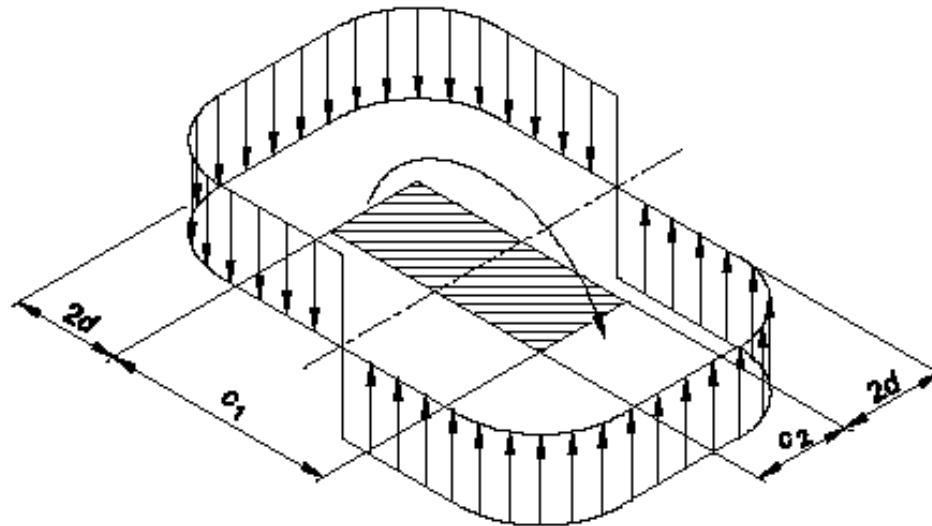
## tensioni nella sezione critica

$W_1$  corrisponde a una distribuzione di taglio ed è funzione del perimetro di verifica di base  $u_1$ :

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl$$

$dl$  è la lunghezza infinitesima del perimetro;

$e$  è la distanza di  $dl$  dall'asse intorno al quale agisce  $M_{Ed}$ .



# Verifica a punzonamento

## tensioni nella sezione critica

**Per un pilastro rettangolare:**

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1$$

dove:

$c_1$  è la dimensione del pilastro parallela all'eccentricità del carico;  
 $c_2$  è la dimensione del pilastro perpendicolare all'eccentricità del carico.

**Per un pilastro circolare interno:**

$$\beta = 1 + 0.6\pi \frac{e}{D + 4d}$$

dove

$D$  è il diametro del pilastro circolare.

EC2, punto 6.4.3



# Verifica a punzonamento

## tensioni nella sezione critica

Per un pilastro rettangolare interno,  
se il carico è eccentrico in entrambe le direzioni :

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}$$

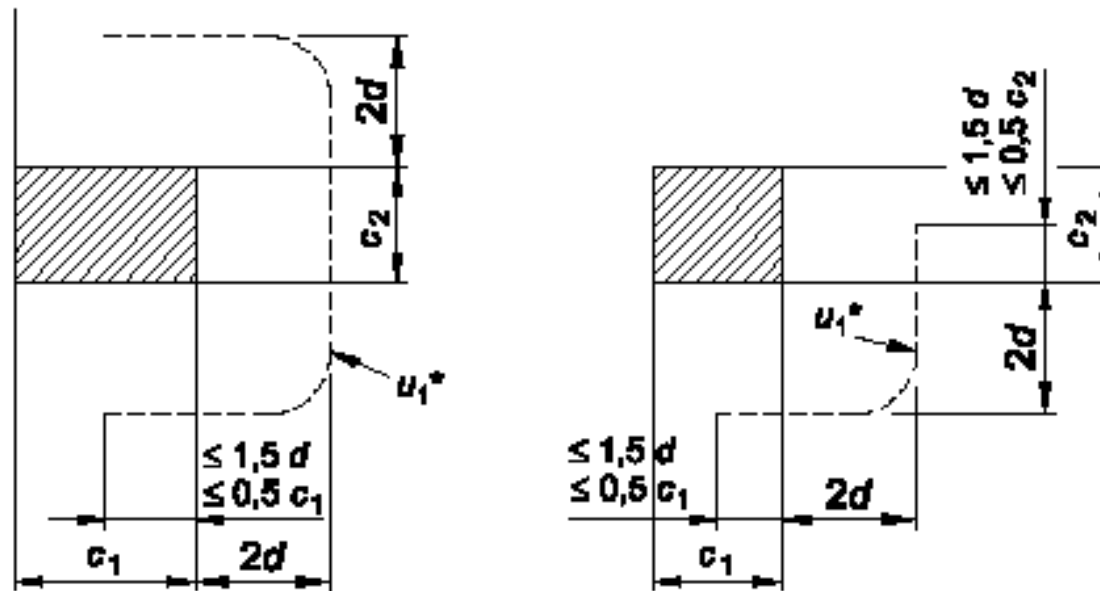
dove:

$e_y$  ,  $e_z$     sono le eccentricità  $M_{Ed} / V_{Ed}$  secondo gli assi  $y$  e  $z$  ;  
 $b_y$  ,  $b_z$     sono le dimensioni del perimetro di verifica.

# Verifica a punzonamento

## tensioni nella sezione critica

Nel caso dei pilastri di bordo, in cui l'eccentricità perpendicolare al bordo della piastra (risultante da un momento rispetto a un asse parallelo al bordo della piastra) è verso l'interno e non vi è eccentricità parallela al bordo, la forza di punzonamento può considerarsi uniformemente distribuita lungo il perimetro di verifica  $u_1^*$



# Verifica a punzonamento

## tensioni nella sezione critica

**Nel caso dei pilastri di bordo**, se vi sono eccentricità in entrambe le direzioni ortogonali,  $\beta$  può essere determinato con la seguente espressione:

$$\beta = \frac{u_1}{u_*} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par}$$

dove:

$u_1$  è il perimetro di verifica di base;

$u_{1*}$  è il perimetro di verifica di base ridotto;

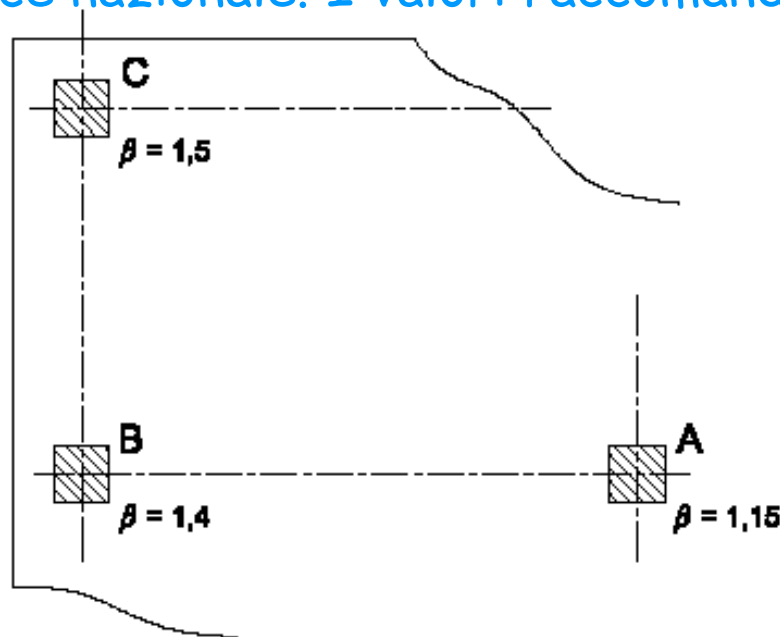
$e_{par}$  è l'eccentricità parallela al bordo della piastra prodotta da un momento rispetto a un asse perpendicolare al bordo della piastra;

# Verifica a punzonamento

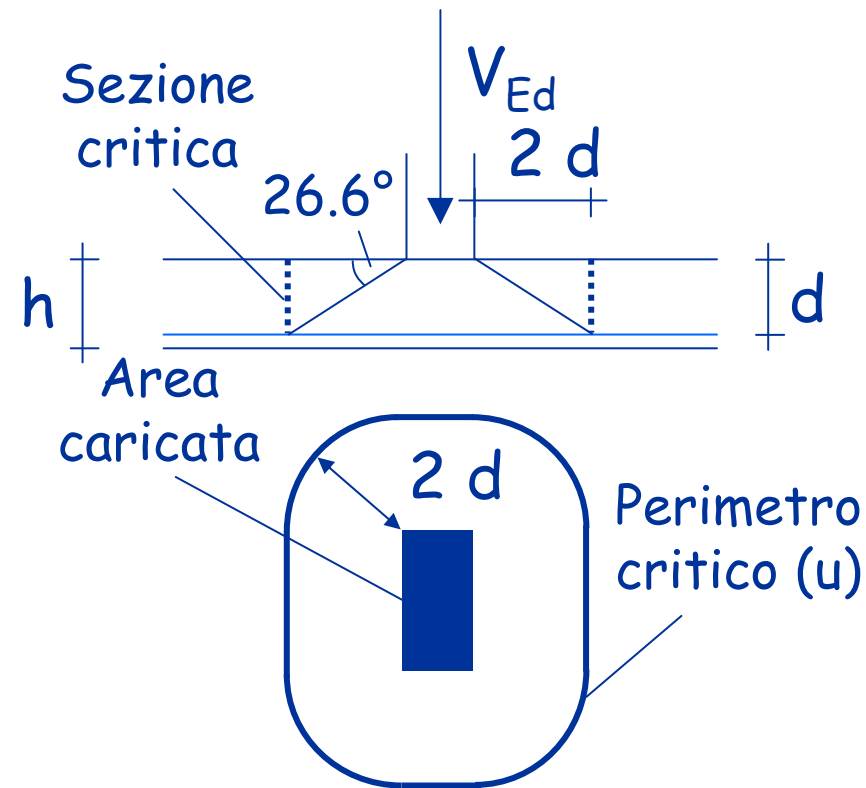
## tensioni nella sezione critica

Per strutture la cui stabilità trasversale non dipende dal funzionamento a telaio del complesso piastra-pilastri, e se le luci adiacenti non differiscono in lunghezza più del 25%, per  $\beta$  si possono adottare valori approssimati

Nota: Valori di  $\beta$  da adottare in uno Stato possono essere reperiti nella sua appendice nazionale. I valori raccomandati sono dati nella figura



# Verifica - stato limite ultimo



Bisogna verificare  
che  $v_{Ed} < v_{Rd}$

EC2, punto 6.4

Tensione

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u d}$$

per carichi eccentrici

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u d}$$

$\beta$  può essere calcolato in funzione  
di  $M_{Ed}$  e  $V_{Ed}$

Valori approssimati:

$\beta = 1.5$ ,  $\beta = 1.4$  e  $\beta = 1.15$

per pilastri posti allo spigolo, lungo  
il bordo o all'interno della piastra

# Verifica - stato limite ultimo

Si definiscono le seguenti tensioni resistenti:

$V_{Rd,c}$  Resistenza in assenza di armatura a punzonamento

$V_{Rd,max}$  Resistenza della sezione in calcestruzzo in presenza di armatura a punzonamento

$V_{Rd,cs}$  Resistenza dell'armatura a punzonamento

preferisco

$V_{Rd,s}$

# Verifica - stato limite ultimo

Devono essere effettuate le seguenti verifiche:

Se  $v_{Ed} < v_{Rd,c}$

non occorre armatura a punzonamento

Se  $v_{Rd,c} < v_{Ed} < v_{Rd,max}$

la sezione di calcestruzzo va bene, ma è necessario disporre armatura a punzonamento

Se  $v_{Ed} < v_{Rd,cs}$

l'armatura a punzonamento è sufficiente

# Resistenza in assenza di armature (EC2, punto 6.4.4)

$$v_{Rd,c} = 0.18 k \frac{\sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} + 0.1 \sigma_{cp}$$

$$\geq v_{\min} = 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}}$$

quando  $\rho_l$  è molto piccolo

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cpx} + \sigma_{cpy}}{2}$$
$$\sigma_{cpx} = \frac{N_{Edx}}{A_{cx}} \quad \sigma_{cpy} = \frac{N_{Edy}}{A_{cy}}$$

positiva se compressione

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

d in mm

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \rho_{ly}} \leq 0.02$$



# Resistenza in presenza di armature (EC2, punto 6.4.5)

Resistenza del calcestruzzo:

$$v_{Rd,max} = \frac{1}{2} f'_{cd} = \frac{1}{2} 0.5 f_{cd}$$

Resistenza dell'armatura:

$$v_{Rd,cs} = 0.75 v_{Rd,c} + 1.5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{s,pun} f_{yd} \sin \alpha}{u d}$$

# Verifica - stato limite ultimo

- Ulteriore verifica, lungo il perimetro del pilastro

- (3) In adiacenza ai pilastri la resistenza a taglio-punzonamento è limitata a un valore massimo di:

$$V_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} \leq V_{Rd,max} \quad (6.53)$$

dove:

$u_0$  per un pilastro interno  $u_0 =$  sviluppo del perimetro del pilastro [millimetri],

per un pilastro di bordo  $u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$  [millimetri],

per un pilastro d'angolo  $u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$  [millimetri];

$c_1, c_2$  sono le dimensioni del pilastro come indicato nella figura 6.20;

$v$  vedere l'espressione (6.6);

$\beta$  vedere punto 6.4.3 (3), (4) e (5).

Nota Il valore di  $v_{Rd,max}$  da adottare in uno Stato può essere reperito nella sua appendice nazionale. Il valore raccomandato è  $0,5 v f_{cd}$ .

# Verifica - stato limite ultimo

- Ulteriore verifica, lungo il perimetro del pilastro
- In sostanza:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \leq 0.25 f_{cd}$$