

LA PROGETTAZIONE DELLE STRUTTURE IN LEGNO

Parte 3: LA VERIFICA DEGLI ELEMENTI STRUTTURALI



Prof. Ing. Bruno Calderoni - D.I.ST. – Università di Napoli Federico II

1/49

LA SITUAZIONE NORMATIVA EUROPEA

Norme DIN 1052
Strutture di legno: calcolo ed esecuzione
1988/1996 (tensioni ammissibili)
2004 (stati limite) (in tedesco)

Eurocodice 5 - 2004
Design of timber structures - Part 1-1:
General - Common rules and rules for buildings
(stati limite)

2/49

LA SITUAZIONE NORMATIVA ITALIANA

CNR-DT 206/2007 (28/11/2007- rev.7/10/2008)
Istruzioni per il progetto, l'esecuzione ed il
controllo delle strutture di legno

NTC08 - D.M.14/01/2008
Cap. 4.4 Costruzioni in legno
Cap. 11.7 Materiali e prodotti a base di legno

Circ. 617 del 02/02/2009
C.4.4 Costruzioni in legno
C.11.7 Materiali e prodotti a base di legno

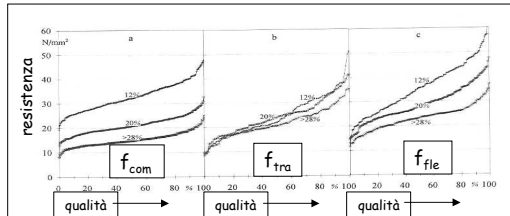
3/49

Peculiarità del materiale che influenzano i **Criteri e le Modalità di verifica**

- Dipendenza delle proprietà meccaniche dalle condizioni ambientali e dalla durata del carico
- Anisotropia e difettosità
- Comportamento praticamente elastico-lineare fino a rottura (legno strutturale)
- Resistenze diverse a trazione, compressione e flessione
- Influenza delle dimensioni della sezione sulla resistenza a flessione e a trazione

4/49

Dipendenza delle proprietà meccaniche dalle condizioni ambientali



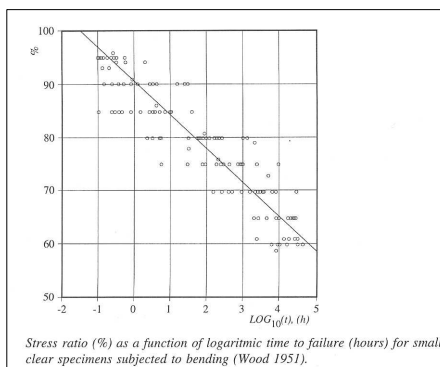
La variazione delle resistenze al variare dell'umidità

Property	Change (%)
Compression strength parallel to the grain	5
Compression strength perpendicular to the grain	5
Bending strength parallel to the grain	4
Tension strength parallel to the grain	2,5
Tension strength perpendicular to the grain	2
Shear strength parallel to the grain	3
Impact bending strength parallel to the grain	0,5
Modulus of elasticity parallel to the grain	1,5

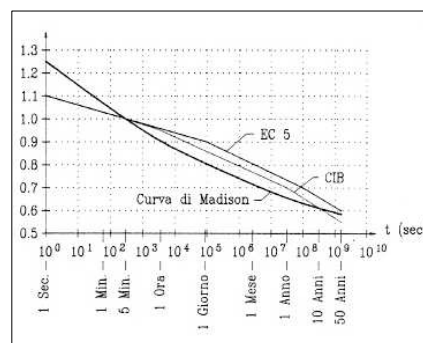
Table 2 Approximate change (%) of clear wood properties for a one percentage change of moisture content. Basis is properties at 12% moisture content.

5/49

Dipendenza delle proprietà meccaniche dalla durata del carico



Il carico di rottura al variare della durata del carico



La riduzione della resistenza in funzione della durata del carico

6/49

Classe di servizio 1	È caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con l'ambiente a una temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria circostante che non superi il 65%, se non per poche settimane all'anno.
Classe di servizio 2	È caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con l'ambiente a una temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria circostante che superi l'85% solo per poche settimane all'anno.
Classe di servizio 3	È caratterizzata da umidità più elevata di quella della classe di servizio 2.

A scopo esemplificativo:

Circolare 617

- nella classe di servizio 1, che corrisponde a un ambiente con temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria non superiore al 65% (§4.4.5), l'umidità media nella maggior parte dei legni di conifera normalmente non eccede il 12%;
- nella classe di servizio 2, che corrisponde a un ambiente con temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria non superiore al 85% (§4.4.5), l'umidità media nella maggior parte dei legni di conifera normalmente non eccede il 20%;
- nella classe di servizio 3 rientrano tutti i legnami esposti a condizioni climatiche che comportano umidità più elevate di quelle della classe di servizio 2. In questa classe possono rientrare i materiali legnosi per i quali non sono disponibili dati attendibili.

Le classi di servizio

Classe di durata del carico	Durata del carico
Permanente	più di 10 anni
Lunga durata	6 mesi -10 anni
Media durata	1 settimana – 6 mesi
Breve durata	meno di 1 settimana
Istantaneo	--

Le classi di durata del carico

7/49

Il coefficiente riduttivo per le resistenze k_{mod}

Materiale	Riferimento		Classe di servizio	Classe di durata del carico				
				Permanente	Lunga	Media	Breve	Istantanea
Legno massiccio Legno lamellare incollato	EN 14081-1 EN 14080		1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
			2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
			3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Compensato	EN 636	Parti 1, 2, 3	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
		Parti 2, 3	2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
		Parte 3	3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Pannello di scaglie orientate (OSB)	EN 300	OSB/2	1	0,30	0,45	0,65	0,85	1,00
			1	0,40	0,50	0,70	0,90	1,00
		OSB/3 - OSB/4	2	0,30	0,40	0,55	0,70	0,90
Pannello di particelle (truciolare)	EN 312	Parti 4, 5	1	0,30	0,45	0,65	0,85	1,00
		Parte 5	2	0,20	0,30	0,45	0,60	0,80
		Parti 6, 7	1	0,40	0,50	0,70	0,90	1,00
		Parte 7	2	0,30	0,40	0,55	0,70	0,90
Pannello di fibre, alta densità	EN 622-2	HB LA, HB HLA 1 o 2	1	0,30	0,45	0,65	0,85	1,00
		HB HLA 1 o 2	2	0,20	0,30	0,45	0,60	0,80
Pannello di fibre, media densità (MDF)	EN 622-3	MBH LA1 o 2	1	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
			1	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
		MBH HLS1 o 2	2	-	-	-	0,45	0,80
	EN 622-5	MDF LA, MDF HLS	1	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
			2	-	-	-	0,45	0,80
		MDF HLS						

$$X_d = \frac{k_{mod} X_k}{\gamma_m}$$

NTC 08: qualche valore è stato modificato rispetto alle CNR e all'EC5 (1.10 → 1.00)

8/49

I coefficienti di sicurezza per il materiale γ_m

$$X_d = \frac{k_{\text{mod}} X_k}{\gamma_m}$$

NTC 08

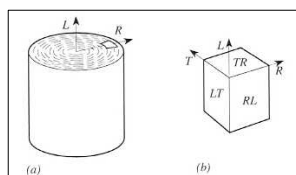
CNR2007

Stati limite ultimi	γ_M	γ_M
- combinazioni fondamentali		
legno massiccio	1,50	1,30
legno lamellare incollato	1,45	1,25
pannelli di particelle o di fibre	1,50	1,30
compensato, pannelli di scaglie orientate	1,40	1,20
unioni	1,50	1,30
- combinazioni eccezionali	1,00	1,00

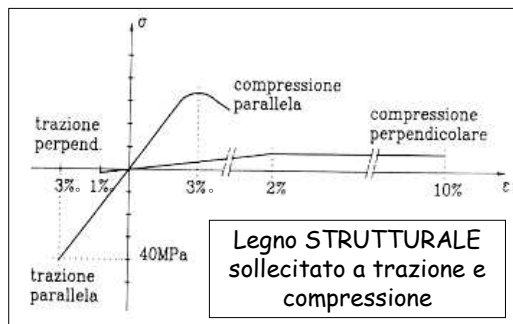
NTC 08: i valori sono stati significativamente incrementati rispetto alle CNR e all'EC5

9/49

Anisotropia del legno



Si considerano 2 direzioni di sollecit.
 -parallela alla fibratura (L)
 -ortogonale alla fibratura (R=T)



Le resistenze (trazione e comp.) in direzione ortogonale alle fibre sono molto più basse (1/10÷1/50) di quelle in direzione parallela alle fibre

10/49

Anisotropia del legno

Le verifiche devono essere svolte separatamente per le tensioni agenti nelle due direzioni ortogonali principali

Occorre tener conto dell'inclinazione delle tensioni rispetto alla direzione della fibratura

Le tensioni di trazione ortogonali alla fibre si devono evitare. In casi particolari, in cui non si possono evitare, esse vanno considerate con attenzione e mantenute a valori molto bassi (travi curve, a doppia rastremazione, fori, intagli agli appoggi)

11/49

Comportamento praticamente elastico-lineare fino a rottura per il legno strutturale

Le tensioni si calcolano con la teoria elastica lineare:

$$\sigma = N / A \quad \text{sforzo normale}$$

$$\sigma = M / W \quad \text{momento flettente}$$

$$\tau = T S / (I b) \quad \text{taglio}$$

Le verifiche agli stati limite ultimi si possono svolgere
in termini di tensioni
invece che di caratteristiche della sollecitazione

12/49

Resistenze diverse a compressione, a trazione e a flessione

Le **verifiche** per le diverse caratteristiche della sollecitazione (anche se determinano sempre tensioni normali) si devono svolgere con riferimento a **valori diversi di resistenze di calcolo**

Nel caso di **stati tensionali composti** (sforzo normale e momento flettente) **non si possono sommare le tensioni** corrispondenti né far riferimento ad un unico valore di resistenza di calcolo

Il criterio di resistenza globale adottabile è quello dello **sfruttamento relativo delle singole resistenze** (formule di interazione lineari)

13/49

I profili prestazionali Le classi di resistenza per il Legno Strutturale (EN 338)

		Pioppo e conifere												Latifoglie						
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50	D30	D35	D40	D50	D60	D70	
Proprietà di resistenza (in N/mm ²)																				
Flessione	$f_{b,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50	30	35	40	50	60	70	
Trazione parallela	$f_{t,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30	18	21	24	30	36	42	
Trazione perpendicolare	$f_{t90,k}$	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	
Compressione parallela	$f_{c,k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29	23	25	26	29	32	34	
Compressione perpendicolare	$f_{c90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2	8,0	8,4	8,8	9,7	10,5	13,5	
Taglio	$f_{v,k}$	1,7	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,8	3,0	3,4	3,8	3,8	3,8	3,0	3,4	3,8	4,6	5,3	6,0	
Proprietà di rigidità (in kN/mm ²)																				
Modulo di elasticità medio parallelo	$E_{0,mean}$	7	8	9	9,5	10	11	11,5	12	13	14	15	16	10	10	11	14	17	20	
Modulo di elasticità parallelo al 5%	$E_{0,5}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7	8,0	8,7	9,4	11,8	14,3	16,8	
Modulo di elasticità medio perpendicolare	$E_{90,mean}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53	0,64	0,69	0,75	0,93	1,13	1,33	
Modulo di taglio medio	$G_{0,mean}$	0,44	0,5	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00	0,60	0,65	0,70	0,88	1,06	1,25	
Massa volumica (in kg/m ³)																				
Massa volumica	ρ_k	290	310	320	330	340	350	370	380	400	420	440	460	530	560	590	650	700	900	
Massa volumica media	ρ_{mean}	350	370	380	390	410	420	450	460	480	500	520	550	640	670	700	780	840	1080	
Nota																				
a) I valori forniti sopra per la resistenza a trazione, la resistenza a compressione, la resistenza a taglio, il modulo di elasticità al 5%, il modulo di elasticità medio perpendicolare alla fibratura e il modulo di taglio medio, sono calcolati utilizzando le equazioni fornite nell'appendice A.																				
b) Le proprietà nel prospetto sono compatibili con un legno la cui umidità sia corrispondente ad una temperatura di 20 °C e un'umidità relativa del 65%.																				
c) Il legno conforme alle classi C45 e C50 può non essere immediatamente disponibile.																				

14/49

Influenza delle **dimensioni della sezione** sulla resistenza a flessione e a trazione

I valori delle resistenze di calcolo a flessione e trazione sono determinati su **provini di dimensioni standard**:

legno massiccio: $h=150$ mm

legno lamellare: $h=600$ mm

Per dimensioni minori **si può incrementare la resistenza**:

$$\text{legno massiccio} \quad k_h = \min \left\{ \left(\frac{150}{h} \right)^{0,2} ; 1,3 \right\}$$

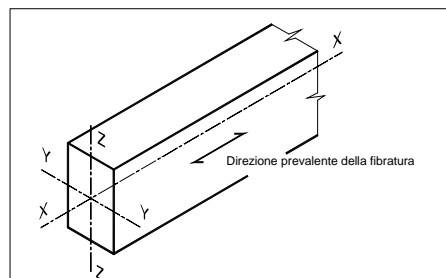
$$\text{legno lamellare} \quad k_h = \min \left\{ \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1} ; 1,1 \right\}$$

La **resistenza a flessione** di calcolo può essere **diversa** nei due piani principali di flessione della trave.

15/49

STATI LIMITE ULTIMI

Elementi strutturali aventi la **direzione della fibratura** praticamente **coincidente** con il proprio **asse longitudinale** e **sezione trasversale costante**, soggetti a sforzi agenti prevalentemente lungo uno o più assi principali dell'elemento stesso



16/49

STATI LIMITE ULTIMI

- Verifiche di resistenza:

Riguardano la singola sezione trasversale e si riferiscono ai diversi stati di sollecitazione, semplici o composti.

- Verifiche di stabilità:

Riguardano le sezioni trasversali in relazione però al comportamento dell'intero elemento strutturale

17/49

Verifiche di resistenza

- Trazione parallela alla fibratura

$$\sigma_{t,0,d} \leq f_{t,0,d} \Rightarrow \text{resistenza di calcolo a trazione}$$

tensione di calcolo ($N_{t,d} / A_{netta}$)

A_{netta} = area sez. trasversale depurata da intagli e/o fori

$N_{t,d}$ = sforzo normale di progetto

- Trazione perpendicolare alla fibratura

Per tale verifica si rimanda ai paragrafi relativi agli **elementi strutturali particolari** nei quali non è possibile evitare tensioni di trazione ortogonali alle fibre

Occorre tener conto del **volume effettivamente sollecitato a trazione (k_{vol})** (effetto volume)

18/49

Verifiche di resistenza

- Compressione parallela alla fibratura

$$\sigma_{c,0,d} \leq f_{c,0,d} \Rightarrow \text{resistenza di calcolo a compressione}$$

tensione di calcolo ($N_{c,d} / A$)

A = area sez. trasversale depurata da indebolimenti
(zona di introduzione del carico)

$N_{c,d}$ = sforzo normale di progetto

Occorre effettuare anche:

la **verifica di instabilità** per gli elementi compressi

19/49

Verifiche di resistenza

- Compressione ortogonale alla fibratura

Si ha agli appoggi delle travi e nelle zone di introduzione dei carichi.

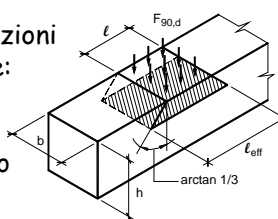
$$\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d} \Rightarrow \text{resist. di calcolo a compr.ortogonale}$$

tensione di calcolo ($F_{90,d} / b l_{eff}$)

Una definizione e con limitazioni della lunghezza efficace:

$$l_{eff} \leq 2l \quad l_{eff} \leq l + h/3$$

(nelle NTC08 non ci sono indicazioni su l_{eff})



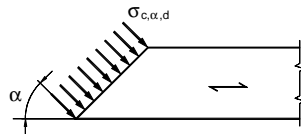
20/49

Verifiche di resistenza

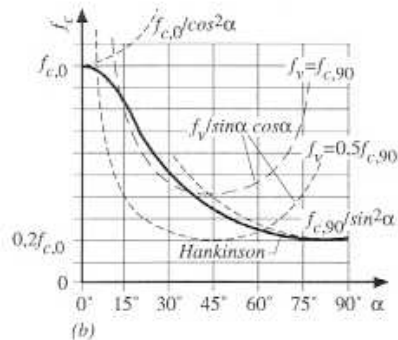
- Compressione inclinata rispetto alla fibratura

Le NTC08 non danno indicazioni specifiche

Si può adottare il criterio di Hankinson (CNR 206/2007)



$$\sigma_{c, \alpha, d} \leq \frac{f_{c, 0, d}}{\frac{f_{c, 0, d}}{f_{c, 90, d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$



21/49

Verifiche di resistenza

- Flessione (semplice o deviata)

$$\frac{\sigma_{m, y, d}}{f_{m, y, d}} + k_m \frac{\sigma_{m, z, d}}{f_{m, z, d}} \leq 1$$

$$k_m \frac{\sigma_{m, y, d}}{f_{m, y, d}} + \frac{\sigma_{m, z, d}}{f_{m, z, d}} \leq 1$$

$\sigma_{m, d} \Rightarrow$ tensione massima di flessione nel piano x, z o x, y (M_d/W)

$f_{m, d} \Rightarrow$ resist. di calcolo a flessione nel piano x, z o x, y

$k_m \Rightarrow$ coefficiente di ridistribuzione delle tensioni e disomogeneità del materiale:
0.7 per sezioni rettangolari, 1.0 per le altre

Occorre effettuare anche:

la **verifica di stabilità allo svergolamento** per gli elementi inflessi

22/49

Verifiche di resistenza

- Tensoflessione

$$\left[\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} \right] + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\left[\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} \right] + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$\sigma_{m,d} \Rightarrow$ tensione massima di flessione nel piano x,z o x,y (M_d/W)

$\sigma_{t,0,d} \Rightarrow$ tensione di trazione ($N_{t,d}/A_{netta}$)

Occorre effettuare anche:

la **verifica di stabilità allo svergolamento** per gli elementi inflessi

23/49

Verifiche di resistenza

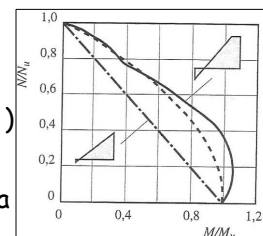
- Pressoflessione

$$\left[\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 \right] + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\left[\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 \right] + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$\sigma_{m,d} \Rightarrow$ tensione massima di flessione nel piano x,z o x,y (M_d/W)

$\sigma_{c,0,d} \Rightarrow$ tensione di compressione ($N_{c,d}/A$)
l'esponente 2 tiene conto della plasticizzazione in zona compressa



Occorre effettuare anche:

la **verifica di instabilità allo svergolamento** per gli elementi compressi e inflessi

24/49

Verifiche di resistenza

- Taglio

$\tau_d \leq f_{v,d}$ \Rightarrow resistenza di calcolo a taglio
 tensione massima da taglio ($TS / (I b)$ - Jourawski)
 (non si considerano i carichi vicini agli appoggi ($L = h$))

- Torsione

$\tau_{tor,d} \leq k_{sh} f_{v,d}$ \Rightarrow resistenza di calcolo a torsione
 tensione massima da torsione

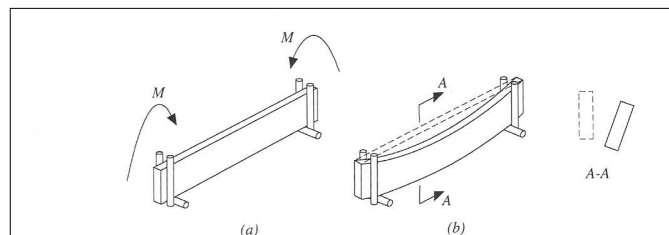
$k_{sh} \Rightarrow$ coefficiente di forma della sezione:
 circolare $\Rightarrow 1,2$
 rettangolare $\Rightarrow 1 + 0.5 h/b \leq 2$
 altre sezioni $\Rightarrow 1$

25/49

Verifiche di stabilità

- Elementi inflessi (Instabilità di trave)

Riguarda l'instabilità flessio-torsionale o svergolamento delle travi inflesse (p.e. travi in legno lamellare alte)



$$M_{y,crit} = \frac{\pi}{l_{eff}} \sqrt{E_{0,05} I_z G_{0,05} I_{tor}} \Rightarrow \text{momento critico (teoria elastica)}$$

\curvearrowright luce efficace delle trave
 (tipo di carico e vincoli)

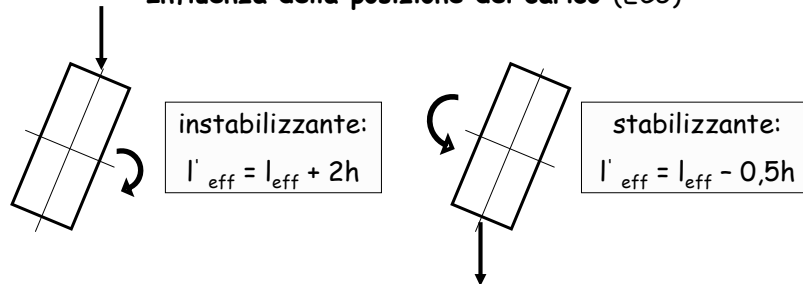
26/49

Elementi inflessi (Instabilità di trave)

Valori della lunghezza efficace l_{eff} (CNR206/2007)
(L = distanza tra due ritegni torsionali)

Condizioni di vincolo	Tipologia di carico o di sollecitazione	l_{eff}
Semplice appoggio	Momento flettente costante nel tratto L	$1,0 L$
	Carico uniformemente distribuito	$0,9 L$
	Forza concentrata in mezzzeria	$0,8 L$
Incastro ad un estremo (mensola)	Carico uniformemente distribuito	$0,5 L$
	Forza concentrata all'estremo libero	$0,8 L$

Influenza della posizione del carico (EC5)



27/49

Elementi inflessi (Instabilità di trave)

La valutazione della tensione critica e della snellezza relativa

$$\sigma_{m,crit} = \frac{M_{y,crit}}{W_y} \quad \leftarrow \text{tensione critica}$$

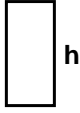
$$\text{snellezza relativa di trave} \Rightarrow \lambda_{rel,m} = \sqrt{f_{m,k} / \sigma_{m,crit}}$$

$$k_{crit,m} = F(\lambda_{rel,m}) \quad \leftarrow \text{coefficiente riduttivo di tensione critica per instabilità di trave}$$

$$\text{la curva di instabilità teorica} \Rightarrow k_{crit,m} = \frac{\sigma_{m,crit}}{f_{m,k}} = 1 / \lambda_{rel,m}^2$$

28/49

Il caso della sezione rettangolare



$$I_z = \frac{b^3 h}{12}$$

$$I_{tor} = \frac{b^3 h}{3 \left(1 + 0,6 \frac{b}{h} \right)}$$

$$I_{tor} \times I_z = \frac{b^3 h}{3 \left(1 + 0,6 \frac{b}{h} \right)} \frac{b^3 h}{12} = \frac{h^2 b^6}{36 \left(1 + 0,6 \frac{b}{h} \right)}$$

$$M_{y,crit} = \frac{\pi}{l_{eff}} \sqrt{E_{0,05} G_{0,05}} \frac{b^3 h}{6} \sqrt{\frac{1}{1 + 0,6 \frac{b}{h}}} \cong \frac{\pi}{l_{eff}} \sqrt{E_{0,05} G_{0,05}} \frac{b^3 h}{6}$$

\Rightarrow **momento critico per $b/h = 0,1-0,2$**

$$\sigma_{m,crit} \cong \frac{M}{W} = \frac{\pi}{l_{eff}} E_{0,05} \sqrt{\frac{G_{0,05}}{E_{0,05}}} \frac{b^3 h}{6} \frac{6}{bh^2} = \pi \frac{E_{0,05}}{l_{eff}} \frac{b^2}{h} \sqrt{\frac{G_{0,05}}{E_{0,05}}}$$

\Rightarrow **tensione critica**

essendo $G/E \approx 1/16$

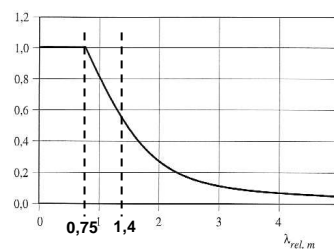
$\Rightarrow \sigma_{m,crit} \cong 0,78 \frac{E_{0,05}}{l_{eff}} \frac{b^2}{h}$

29/49

Elementi inflessi (Instabilità di trave)

La curva di instabilità per le travi inflesse di legno

$$k_{crit,m} = \begin{cases} 1 & \text{per } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \lambda_{rel,m} & \text{per } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{per } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases}$$



La verifica nel caso di flessione semplice ($\lambda_{rel,m} > 0,75$)

$\sigma_{m,d} \leq k_{crit,m} f_{m,d}$

\Rightarrow resistenza di calcolo a flessione

\hookrightarrow tensione massima da flessione

30/49

Elementi inflessi (Instabilità di trave)

Il caso della flessione deviata ($\lambda_{rel,m} > 0,75$)

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Il caso delle aste tensoinflesse ($\lambda_{rel,m} > 0,75$)

$$\frac{\sigma_{t,o,d}}{f_{t,o,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{t,o,d}}{f_{t,o,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Il caso delle aste pressoinflesse ($\lambda_{rel,m} > 0,75$) (senza instabilità di colonna)

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{f_{c,o,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{f_{c,o,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

31/49

Verifiche di stabilità

- Elementi compressi (Instabilità di colonna)

Riguarda l'instabilità degli elementi semplicemente compressi o pressoinflessi (p.e. pilastri in legno massiccio o lamellare)

Si applica la teoria classica dell'instabilità delle aste compresse:

$$N_{crit} = \frac{\pi^2 E_{0,05} I}{l_0^2}$$

← carico critico

tensione critica →

$$\sigma_{c,crit} = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda^2}$$

snellezza relativa di colonna →

$$\lambda_{rel,c} = \sqrt{\frac{f_{c,o,k}}{\sigma_{c,crit}}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,o,k}}{E_{0,05}}}$$

$$k_{crit,c} = F(\lambda_{rel,c})$$

← coefficiente riduttivo di tensione critica per instabilità di colonna

la curva di instabilità teorica
(iperbole di Eulero) →

$$k_{crit,c} = \frac{\sigma_{c,crit}}{f_{c,o,k}} = 1 / \lambda_{rel,m}^2 = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda^2 f_{c,o,k}}$$

32/49

Elementi compressi (Instabilità di colonna)

Le curve di instabilità per gli elementi compressi in legno

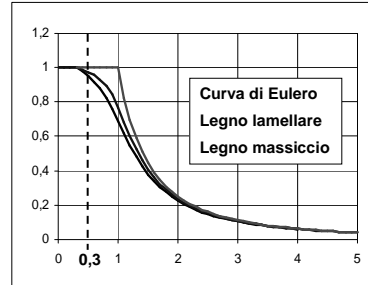
$$k_{crit,c} = 1 \quad \text{per } \lambda_{rel,c} \leq 0,3$$

$$k_{crit,c} = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}^2}} \quad \text{per } \lambda_{rel,c} \geq 0,3$$

$$k = 0,5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,c} - 0,3) + \lambda_{rel,c}^2)$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{per legno massiccio}$$

$$\beta_c = 0,1 \quad \text{per legno lamellare}$$



La verifica nel caso di sforzo normale centrato ($\lambda_{rel,c} > 0,3$)

$$\sigma_{c,o,d} \leq k_{crit,c} f_{c,d} \implies \text{resistenza di calcolo a compressione}$$

tensione di compressione (valutata senza considerare le riduzioni di sezione nelle zone di introduzione del carico)

33/49

Elementi compressi (Instabilità di colonna)

La pressoflessione senza instabilità di trave ($\lambda_{rel,c} > 0,3$ e $\lambda_{rel,m} \leq 0,75$)

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

La pressoflessione con instabilità di trave ($\lambda_{rel,c} > 0,3$ e $\lambda_{rel,m} > 0,75$)

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

La pressoflessione retta con instabilità di trave ($\lambda_{rel,c} > 0,3$ e $\lambda_{rel,m} > 0,75$)

teoria classica
dell'instabilità
accoppiata:

$$\frac{P}{E \cdot J} + \frac{M^2}{E \cdot J \cdot G \cdot J_{tor}} = \frac{\pi^2}{l^2}$$

$$\implies \frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} \right)^2 \leq 1$$

34/49

TRAVI DI FORMA PARTICOLARE (Circ. 617 - C4.4.10 Elementi strutturali)

- Travi ad altezza variabile e curve:

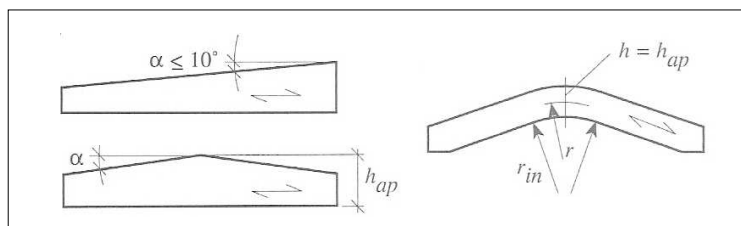
- Travi a semplice rastremazione
- Travi a doppia rastremazione
- Travi curve

- Travi con intagli o rastremazioni d'estremità

- Travi con forature d'anima

35/49

TRAVI DI ALTEZZA VARIABILE E CURVE



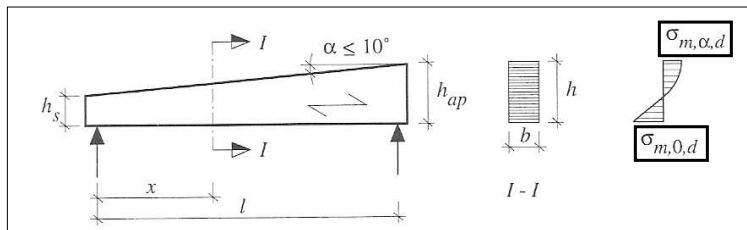
Lo stato tensionale deve essere determinato tenendo conto della forma particolare dell'elemento
(in genere **travi in legno lamellare**)

Occorre considerare la presenza contemporanea delle **tensioni normali parallele alla fibratura**, di quelle **ortogonali alla fibratura** (quando esistono) e delle **tensioni tangenziali**

Per alcuni casi particolari si forniscono **formulazioni semplificate**, valide solo nel rispetto delle limitazioni di volta in volta indicate.

36/49

TRAVI A SEMPLICE RASTREMAZIONE (CNR 206/2007)



Le tensioni di calcolo

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \left(1 - 4 \tan^2 \alpha\right) \frac{6M_d}{bh^2}$$

$$\sigma_{m,0,d} = \left(1 + 4 \tan^2 \alpha\right) \frac{6M_d}{bh^2}$$

$$\sigma_{m,\alpha,d} \leq f_{m,\alpha,d}$$

$$\sigma_{m,0,d} \leq f_{m,d}$$

le verifiche

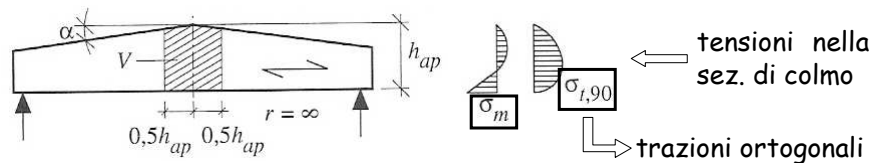


$$f_{m,\alpha,d} = \frac{f_{m,d}}{\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

la resistenza di calcolo per tensioni inclinate rispetto alle fibre

37/49

TRAVI A DOPPIA RASTREMAZIONE (CNR 206/2007)



$$\sigma_{m,0,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2}$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2}$$

le tensioni di calcolo

$$k_l = 1 + 1,4 \tan \alpha + 5,4 \tan^2 \alpha$$

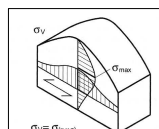
$$k_p = 0,2 \tan \alpha$$

i coefficienti correttivi

$$\sigma_{m,0,d} \leq f_{m,d}$$

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}$$

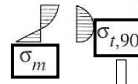
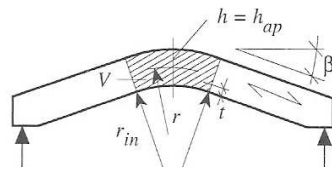
le verifiche



$k_{vol} = (V_0 / V)^{0,2} \leq 1$ \Rightarrow coeff. di volume del colmo
 $k_{dis} = 1,4$ \Rightarrow coeff. di distribuzione

38/49

TRAVI CURVE (CNR 206/2007)



← tensioni nel tratto curvo
← trazioni ortogonali

$$\sigma_{m,o,d} = k_1 \frac{6M_d}{bh^2}$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_d}{bh^2}$$

← le tensioni di calcolo

$$k_1 = 1 + 0,35 \left(\frac{h}{r} \right) + 0,6 \left(\frac{h}{r} \right)^2$$

$$k_p = 0,25 \left(\frac{h}{r} \right)$$

← i coefficienti correttivi

$$\sigma_{m,o,d} \leq k_r f_{m,d}$$

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}$$

← le verifiche

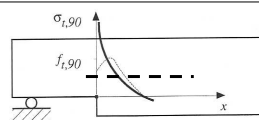
$$k_r = 0,76 + 0,001 (r_{in} / t) \Rightarrow \text{curvatura delle lamelle (per } r_{in}/t < 240)$$

$$k_{vol} = (V_0 / V)^{0,2} \leq 1 \Rightarrow \text{coeff. di volume (V = vol. zona curva)}$$

$$k_{dis} = 1,4 \Rightarrow \text{coeff. di distribuzione}$$

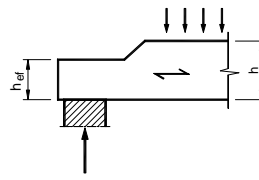
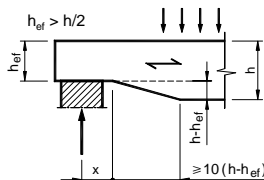
39/49

TRAVI CON INTAGLI O RASTREMAZIONI D'ESTREMITÀ (CNR 206/2007)



← nell'intaglio nascono tensioni di trazione ortogonali alla fibratura

I casi previsti



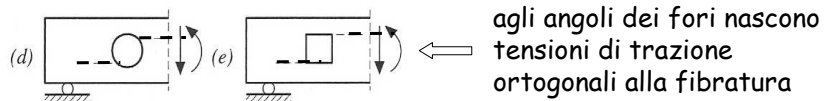
la verifica a taglio

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V}{b \cdot h_{ef}} \leq f_{v,d}$$

In assenza di adeguata rastremazione è **obbligatorio** prendere opportuni provvedimenti per **contrastare l'apertura delle lesioni**.

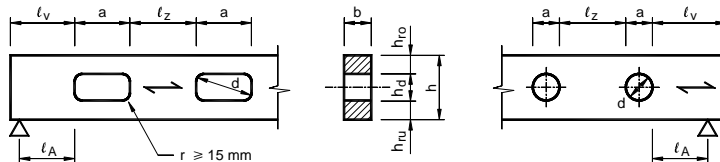
40/49

TRAVI FORATURE D'ANIMA (CNR 206/2007)



Per **fori con $d > 50 \text{ mm}$** , circolari o rettangolari, con angoli arrotondati

- Le prescrizioni dimensionali:



$$l_v \geq h \quad l_z \geq \max \left\{ \frac{1}{4} \cdot 300 \text{ mm}, l_A \right\} \quad l_A \geq 0,5 \cdot h \quad h_{to} \geq 0,25 \cdot h \quad h_{ru} \geq 0,25 \cdot h \quad a \leq h \quad h_d \leq 0,4 \cdot h$$

- La verifica per le trazioni ortogonali:

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot l_{t,90} \cdot b \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \quad F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d} \quad \Rightarrow \text{forza di trazione ortogonale alle fibre (ai lati del foro)}$$

$F_{t,M,d}$ = contributo dovuto al momento M $F_{t,V,d}$ = contributo dovuto al taglio V

41/49

ELEMENTI STRUTTURALI COMPOSTI (Circ. 617 - C4.4.10 Elementi strutturali)

- **Travi composte con connessioni meccaniche**

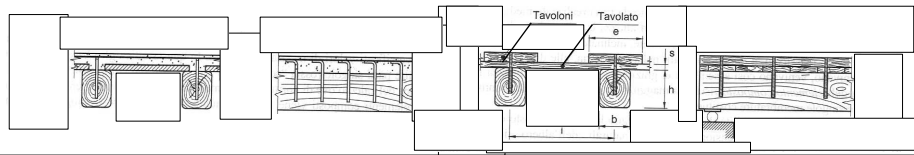
- **Travi incollate:**

- Travi incollate con anime sottili
- Travi incollate con ali sottili

- **Colonne composte**

42/49

TRAVI CON CONNESSIONI MECCANICHE (EC5)



Occorre tener conto dello **scorrimento nelle unioni**

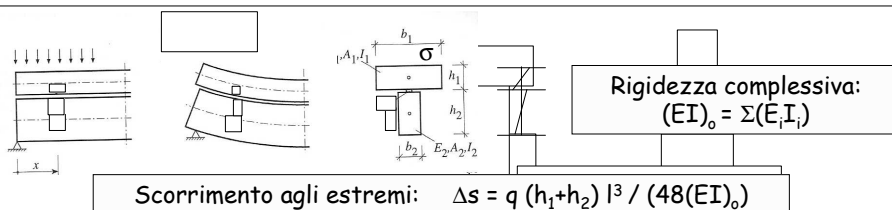
Si applica la **teoria classica** delle **travi composte** per valutare le tensioni nelle varie parti della sezione e la deformazione della trave

Si utilizza il **modulo di scorrimento** ($K_{ser} = f(\rho_k, d)$) relativo al **tipo di connettore**

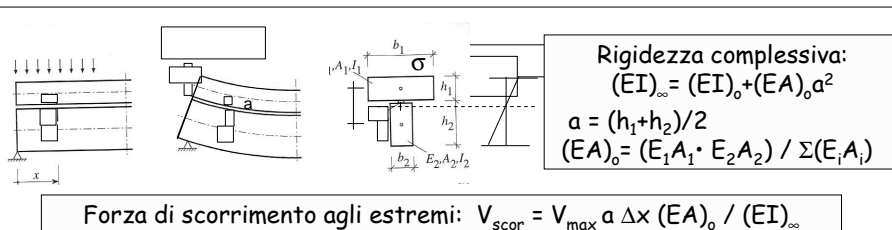
Si deve verificare la **resistenza dei connettori**

43/49

Travi con connessioni di **rigidezza nulla** (travi sovrapposte)



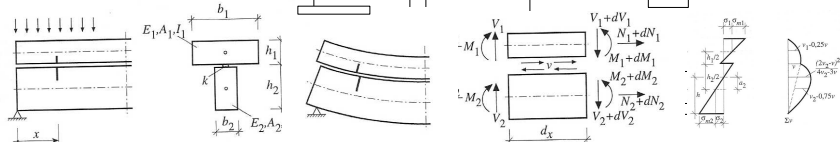
Travi con connessioni di **rigidezza infinita** (travi incollate)



44/49

Travi con connessioni di **rigidezza finita** (travi con connessioni meccaniche deformabili)

$K = \text{rigidezza specifica della connessione } [F/l^2]$



Si risolvono le corrispondenti equazioni differenziali di equilibrio e di congruenza in maniera approssimata, ponendo: $q = q_0 \sin(\pi x/l)$.

Rigidezza complessiva efficace:
 $(EI)_{eff} = (EI)_o + (EA)^* \alpha^2$

$$\alpha = (h_1 + h_2)/2$$

$$(EA)^*_o = (\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot E_2 A_2) / (\gamma_1 \cdot E_1 A_1 + E_2 A_2)$$

$$\gamma_1 = 1 / (\pi^2 E_1 A_1 / (K l^2)) \text{ "peso" per l'area dell'elemento "1"}$$

Forza di scorrimento agli estremi

$$V_{scor} = \frac{K(EI)_o}{(EI)_{eff}} \left(1 - \frac{(EA)^*_o}{(EA)_o} \right) (\Delta s)_o$$

Scorrimento agli estremi

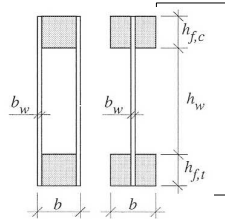
$$\Delta s = \frac{(EI)_o}{(EI)_{eff}} \left(1 - \frac{(EA)^*_o}{(EA)_o} \right) (\Delta s)_o$$

$(\Delta s)_o = \text{scorrimento agli estremi della trave con connessione deformabile}$

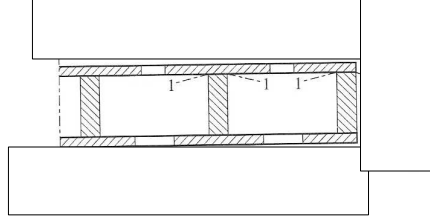
45/49

TRAVI INCOLLATE (CNR 206/2007)

Ad anime sottili



Ad ali sottili



L'incollaggio si considera **unione rigida priva di scorrimento**

Per l'elemento composto vale la **conservazione delle sezioni piane**: si **omogeneizzano** le varie parti della sezione in relazione ai rispettivi moduli elastici (medi)

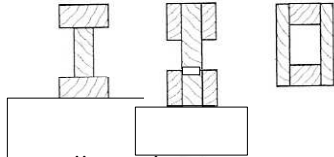
Tipologie diverse da quelle previste si possono usare solo **dopo una attenta analisi** sia tecnologica che statica

46/49

COLONNE COMPOSTE (CNR 206/2007)

Elementi non divaricati

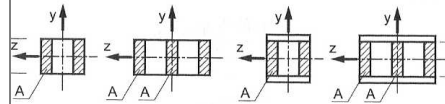
(con connessioni continue)



- Incollati: elemento unico con sezione omogeneizzata
- Con connessioni meccaniche: da considerare lo scorrimento nelle unioni

Elementi divaricati

(con connessioni discontinue: imbottiture, calastrelli, aste ret.)



- Numero minimo di collegamenti ($d_{max} = L/3$)
- Da considerare la deformabilità degli elementi di collegamento.
- Flessioni solo nel piano y

Verifica degli elementi di collegamento con forze di taglio fittizie, proporzionali allo sforzo normale agente