

LA PROGETTAZIONE DELLE STRUTTURE IN LEGNO

Parte 3:

LA VERIFICA DEGLI ELEMENTI STRUTTURALI



LA SITUAZIONE NORMATIVA EUROPEA

Norme DIN 1052

Strutture di legno: calcolo ed esecuzione

1988/1996 (tensioni ammissibili)

2004 (stati limite) (in tedesco)

Eurocodice 5 - 2004

Design of timber structures - Part 1-1:
General - Common rules and rules for buildings
(stati limite)

LA SITUAZIONE NORMATIVA ITALIANA

CNR-DT 206/2007 (28/11/2007- rev.7/10/2008)

Istruzioni per il progetto, l'esecuzione ed il controllo delle strutture di legno

NTC08 - D.M.14/01/2008

Cap. 4.4 Costruzioni in legno

Cap. 11.7 Materiali e prodotti a base di legno

Circ. 617 del 02/02/2009

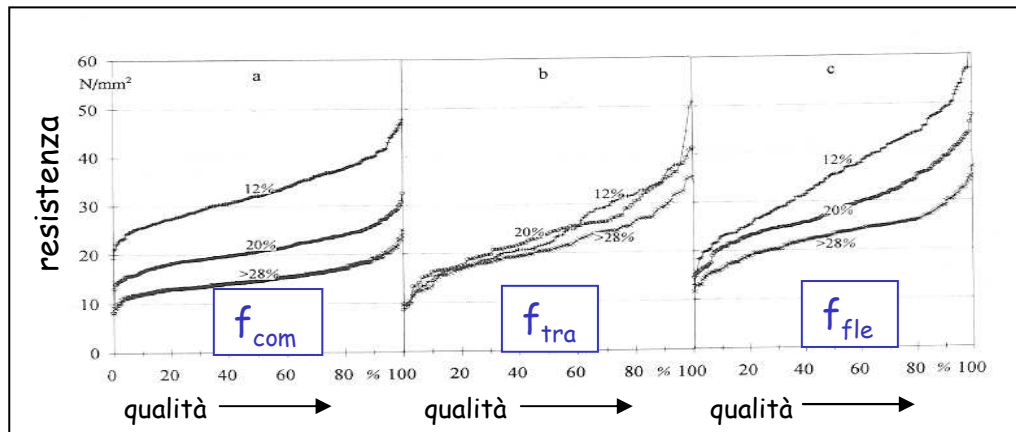
C.4.4 Costruzioni in legno

C.11.7 Materiali e prodotti a base di legno

Peculiarità del materiale che influenzano i **Criteri e le Modalità di verifica**

- Dipendenza delle proprietà meccaniche dalle condizioni ambientali e dalla durata del carico
- Anisotropia e difettosità
- Comportamento praticamente elastico-lineare fino a rottura (legno strutturale)
- Resistenze diverse a trazione, compressione e flessione
- Influenza delle dimensioni della sezione sulla resistenza a flessione e a trazione

Dipendenza delle proprietà meccaniche dalle condizioni ambientali

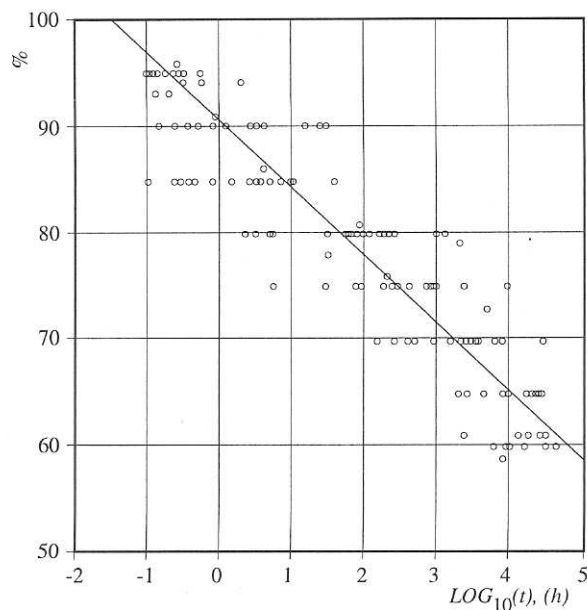


La variazione delle resistenze al variare dell'umidità

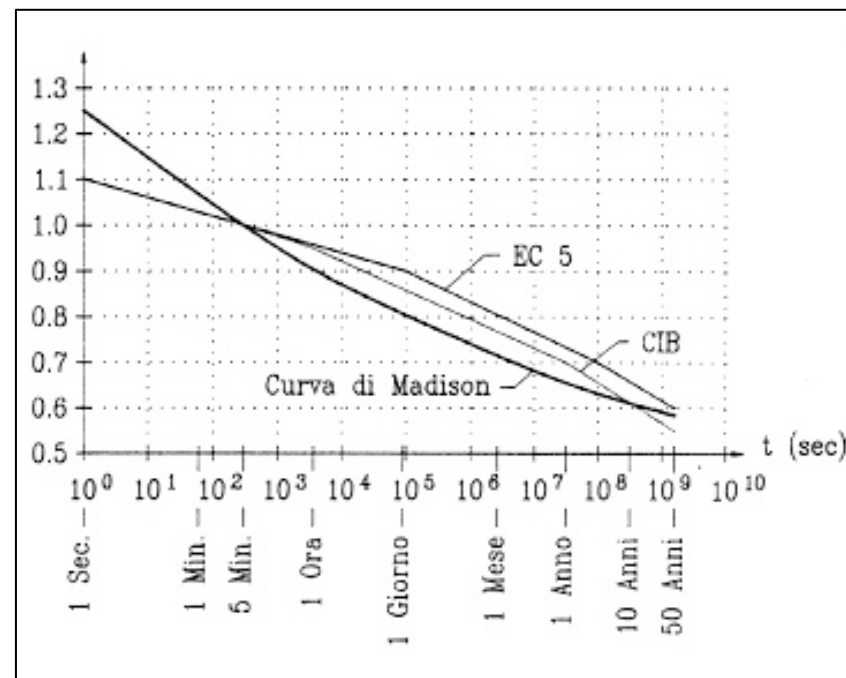
| Property | Change (%) |
|---|------------|
| Compression strength parallel to the grain | 5 |
| Compression strength perpendicular to the grain | 5 |
| Bending strength parallel to the grain | 4 |
| Tension strength parallel to the grain | 2,5 |
| Tension strength perpendicular to the grain | 2 |
| Shear strength parallel to the grain | 3 |
| Impact bending strength parallel to the grain | 0,5 |
| Modulus of elasticity parallel to the grain | 1,5 |

Table 2 Approximate change (%) of clear wood properties for a one percentage change of moisture content. Basis is properties at 12% moisture content.

Dipendenza delle proprietà meccaniche dalla durata del carico



Stress ratio (%) as a function of logarithmic time to failure (hours) for small clear specimens subjected to bending (Wood 1951).



Il carico di rottura al variare della durata del carico

La riduzione della resistenza in funzione della durata del carico

| | |
|----------------------|---|
| Classe di servizio 1 | È caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con l'ambiente a una temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria circostante che non superi il 65%, se non per poche settimane all'anno. |
| Classe di servizio 2 | È caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con l'ambiente a una temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria circostante che superi l'85% solo per poche settimane all'anno. |
| Classe di servizio 3 | È caratterizzata da umidità più elevata di quella della classe di servizio 2. |

A scopo esemplificativo:

Circolare 617

- nella classe di servizio 1, che corrisponde a un ambiente con temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria non superiore al 65% (§4.4.5), l'umidità media nella maggior parte dei legni di conifera normalmente non eccede il 12%;
- nella classe di servizio 2, che corrisponde a un ambiente con temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria non superiore al 85% (§4.4.5), l'umidità media nella maggior parte dei legni di conifera normalmente non eccede il 20%;
- nella classe di servizio 3 rientrano tutti i legnami esposti a condizioni climatiche che comportano umidità più elevate di quelle della classe di servizio 2. In questa classe possono rientrare i materiali legnosi per i quali non sono disponibili dati attendibili.

Le classi di servizio

| Classe di durata del carico | Durata del carico |
|-----------------------------|----------------------|
| Permanente | più di 10 anni |
| Lunga durata | 6 mesi -10 anni |
| Media durata | 1 settimana – 6 mesi |
| Breve durata | meno di 1 settimana |
| Istantaneo | -- |

Le classi di durata del carico

Il coefficiente riduttivo per le resistenze k_{mod}

| Materiale | Riferimento | | Classe di servizio | Classe di durata del carico | | | | |
|--|------------------------|---------------------|--------------------|-----------------------------|-------|-------|-------|------------|
| | | | | Permanente | Lunga | Media | Breve | Istantanea |
| Legno massiccio Legno lamellare incollato | EN 14081-1 EN 14080 | | 1 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| | | | 2 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| | | | 3 | 0,50 | 0,55 | 0,65 | 0,70 | 0,90 |
| Compensato | EN 636 | Parti 1, 2, 3 | 1 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| | | Parti 2, 3 | 2 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| | | Parte 3 | 3 | 0,50 | 0,55 | 0,65 | 0,70 | 0,90 |
| Pannello di scaglie orientate (OSB) | EN 300 | OSB/2 | 1 | 0,30 | 0,45 | 0,65 | 0,85 | 1,00 |
| | | OSB/3 - OSB/4 | 1 | 0,40 | 0,50 | 0,70 | 0,90 | 1,00 |
| | | | 2 | 0,30 | 0,40 | 0,55 | 0,70 | 0,90 |
| Pannello di particelle (truciolare) | EN 312 | Parti 4, 5 | 1 | 0,30 | 0,45 | 0,65 | 0,85 | 1,00 |
| | | Parte 5 | 2 | 0,20 | 0,30 | 0,45 | 0,60 | 0,80 |
| | | Parti 6, 7 | 1 | 0,40 | 0,50 | 0,70 | 0,90 | 1,00 |
| | | Parte 7 | 2 | 0,30 | 0,40 | 0,55 | 0,70 | 0,90 |
| Pannello di fibre, alta densità | EN 622-2 | HB.LA, HB.HLA 1 o 2 | 1 | 0,30 | 0,45 | 0,65 | 0,85 | 1,00 |
| | | HB.HLA 1 o 2 | 2 | 0,20 | 0,30 | 0,45 | 0,60 | 0,80 |
| Pannello di fibre, media densità (MDF) | EN 622-3 | MBH.LA1 o 2 | 1 | 0,20 | 0,40 | 0,60 | 0,80 | 1,00 |
| | | MBH.HLS1 o 2 | 1 | 0,20 | 0,40 | 0,60 | 0,80 | 1,00 |
| | | | 2 | - | - | - | 0,45 | 0,80 |
| | EN 622-5 | MDF.LA, MDF.HLS | 1 | 0,20 | 0,40 | 0,60 | 0,80 | 1,00 |
| | | MDF.HLS | 2 | - | - | - | 0,45 | 0,80 |

$$X_d = \frac{k_{mod} X_k}{\gamma_m}$$

NTC 08: qualche valore è stato modificato rispetto alle CNR e all'EC5 (1.10 → 1.00)

I coefficienti di sicurezza per il materiale γ_m

$$X_d = \frac{k_{\text{mod}} X_k}{\gamma_m}$$

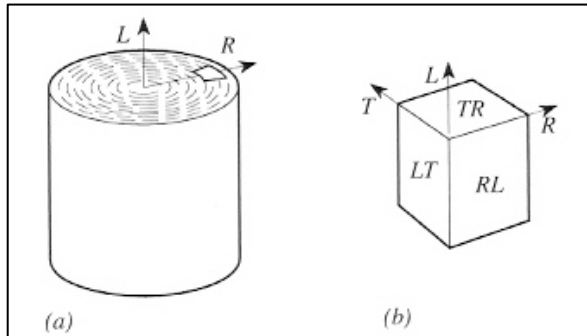
NTC 08

CNR2007

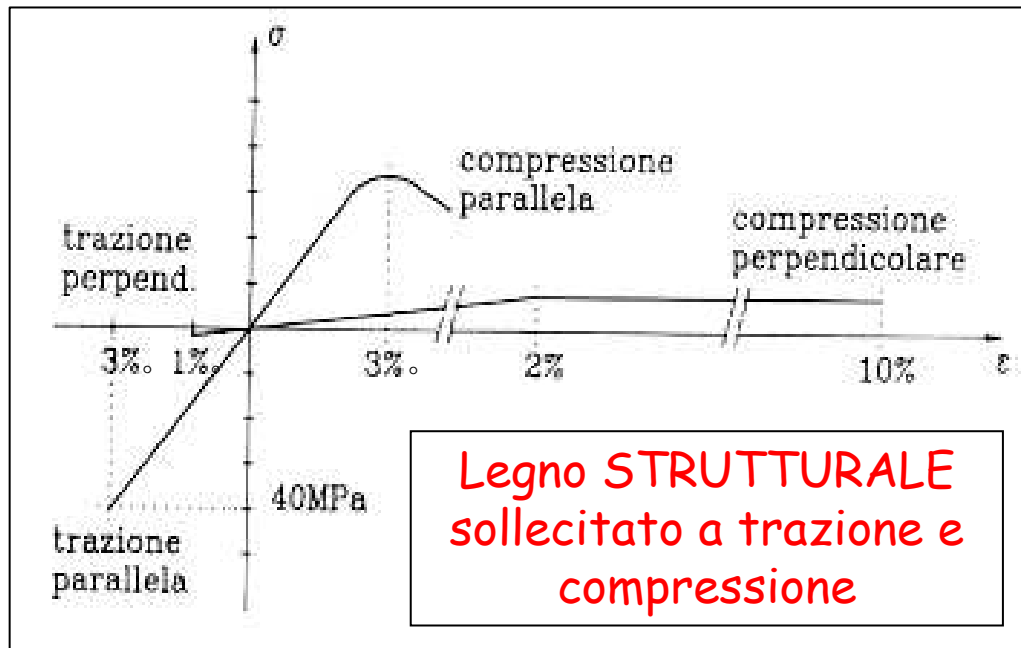
| Stati limite ultimi | γ_M | γ_M |
|---|------------|------------|
| - combinazioni fondamentali | | |
| legno massiccio | 1,50 | 1.30 |
| legno lamellare incollato | 1,45 | 1.25 |
| pannelli di particelle o di fibre | 1,50 | 1.30 |
| compensato, pannelli di scaglie orientate | 1,40 | 1.20 |
| unioni | 1,50 | 1.30 |
| - combinazioni eccezionali | 1,00 | 1,00 |

NTC 08: i valori sono stati
significativamente incrementati
rispetto alle CNR e all'EC5

Anisotropia del legno



Si considerano 2 direzioni di sollecit.
-parallela alla fibratura (L)
-ortogonale alla fibratura ($R=T$)



Le resistenze
(trazione e comp.)
in direzione
ortogonale alle fibre
sono molto più basse
(1/10÷1/50) di quelle
in direzione
parallela alle fibre

Anisotropia del legno

Le verifiche devono essere svolte separatamente per le tensioni agenti nelle due direzioni ortogonali principali

Occorre tener conto dell'inclinazione delle tensioni rispetto alla direzione della fibratura

Le tensioni di trazione ortogonali alla fibre si devono evitare. In casi particolari, in cui non si possono evitare, esse vanno considerate con attenzione e mantenute a valori molto bassi (travi curve, a doppia rastremazione, fori, intagli agli appoggi)

Comportamento praticamente elastico-lineare fino a rottura per il legno strutturale

Le tensioni si calcolano con la teoria elastica lineare:

$$\sigma = N / A \quad \text{sforzo normale}$$

$$\sigma = M / W \quad \text{momento flettente}$$

$$\tau = T S / (I b) \quad \text{taglio}$$

Le verifiche agli stati limite ultimi si possono svolgere
in termini di tensioni
invece che di caratteristiche della sollecitazione

Resistenze diverse a compressione, a trazione e a flessione

Le verifiche per le diverse caratteristiche della sollecitazione (anche se determinano sempre tensioni normali) si devono svolgere con riferimento a valori diversi di resistenze di calcolo

Nel caso di stati tensionali composti (sforzo normale e momento flettente) non si possono sommare le tensioni corrispondenti né far riferimento ad un unico valore di resistenza di calcolo

Il criterio di resistenza globale adottabile è quello dello sfruttamento relativo delle singole resistenze
(formule di interazione lineari)

I profili prestazionali

Le classi di resistenza per il Legno Strutturale (EN 338)

| | | Pioppo e conifere | | | | | | | | | | | | Latifoglie | | | | | |
|---|--|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|------|------|------|------|-------|
| | | C14 | C16 | C18 | C20 | C22 | C24 | C27 | C30 | C35 | C40 | C45 | C50 | D30 | D35 | D40 | D50 | D60 | D70 |
| Proprietà di resistenza (in N/mm ²) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Flessione | $f_{m,k}$ | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 27 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 30 | 35 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| Trazione parallela | $f_{t,0,k}$ | 8 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 16 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 18 | 21 | 24 | 30 | 36 | 42 |
| Trazione perpendicolare | $f_{t,90,k}$ | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 |
| Compressione parallela | $f_{c,0,k}$ | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 25 | 26 | 27 | 29 | 23 | 25 | 26 | 29 | 32 | 34 |
| Compressione perpendicolare | $f_{c,90,k}$ | 2,0 | 2,2 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,9 | 3,1 | 3,2 | 8,0 | 8,4 | 8,8 | 9,7 | 10,5 | 13,5 |
| Taglio | $f_{v,k}$ | 1,7 | 1,8 | 2,0 | 2,2 | 2,4 | 2,5 | 2,8 | 3,0 | 3,4 | 3,8 | 3,8 | 3,8 | 3,0 | 3,4 | 3,8 | 4,6 | 5,3 | 6,0 |
| Proprietà di rigidezza (in kN/mm ²) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Modulo di elasticità medio parallela | $E_{0,mean}$ | 7 | 8 | 9 | 9,5 | 10 | 11 | 11,5 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 10 | 10 | 11 | 14 | 17 | 20 |
| Modulo di elasticità parallelo al 5% | $E_{0,05}$ | 4,7 | 5,4 | 6,0 | 6,4 | 6,7 | 7,4 | 7,7 | 8,0 | 8,7 | 9,4 | 10,0 | 10,7 | 8,0 | 8,7 | 9,4 | 11,8 | 14,3 | 16,8 |
| Modulo di elasticità medio perpendicolare | $E_{90,mean}$ | 0,23 | 0,27 | 0,30 | 0,32 | 0,33 | 0,37 | 0,38 | 0,40 | 0,43 | 0,47 | 0,50 | 0,53 | 0,64 | 0,69 | 0,75 | 0,93 | 1,13 | 1,33 |
| Modulo di taglio medio | G_{mean} | 0,44 | 0,5 | 0,56 | 0,59 | 0,63 | 0,69 | 0,72 | 0,75 | 0,81 | 0,88 | 0,94 | 1,00 | 0,60 | 0,65 | 0,70 | 0,88 | 1,06 | 1,25 |
| Massa volumica (in kg/m ³) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Massa volumica | ρ_k | 290 | 310 | 320 | 330 | 340 | 350 | 370 | 380 | 400 | 420 | 440 | 460 | 530 | 560 | 590 | 650 | 700 | 900 |
| Massa volumica media | ρ_{mean} | 350 | 370 | 380 | 390 | 410 | 420 | 450 | 460 | 480 | 500 | 520 | 550 | 640 | 670 | 700 | 780 | 840 | 1 080 |
| Nota | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| a) | I valori forniti sopra per la resistenza a trazione, la resistenza a compressione, la resistenza a taglio, il modulo di elasticità al 5%, il modulo di elasticità medio perpendicolare alla fibratura e il modulo di taglio medio, sono calcolati utilizzando le equazioni fornite nell'appendice A. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| b) | Le proprietà nel prospetto sono compatibili con un legno la cui umidità sia corrispondente ad una temperatura di 20 °C e un'umidità relativa del 65%. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| c) | Il legno conforme alle classi C45 e C50 può non essere immediatamente disponibile. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Influenza delle dimensioni della sezione sulla resistenza a flessione e a trazione

I valori delle resistenze di calcolo a flessione e trazione sono determinati su provini di dimensioni standard:

legno massiccio: $h=150$ mm

legno lamellare: $h=600$ mm

Per dimensioni minori si può incrementare la resistenza:

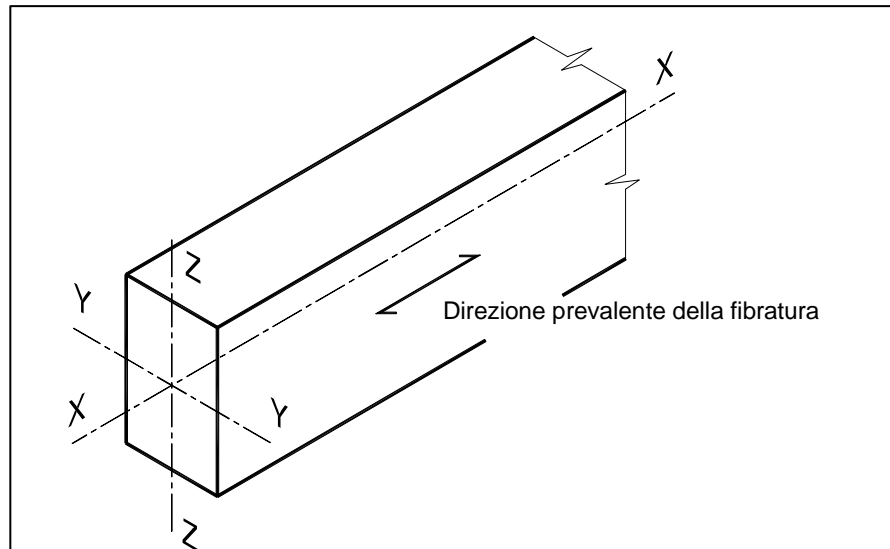
$$\text{legno massiccio} \quad k_h = \min. \left\{ \left(\frac{150}{h} \right)^{0,2} ; 1,3 \right\}$$

$$\text{legno lamellare} \quad k_h = \min. \left\{ \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1} ; 1,1 \right\}$$

La resistenza a flessione di calcolo può essere diversa nei due piani principali di flessione della trave.

STATI LIMITE ULTIMI

Elementi strutturali aventi la direzione della fibratura praticamente coincidente con il proprio asse longitudinale e sezione trasversale costante, soggetti a sforzi agenti prevalentemente lungo uno o più assi principali dell'elemento stesso



STATI LIMITE ULTIMI

-Verifiche di resistenza:

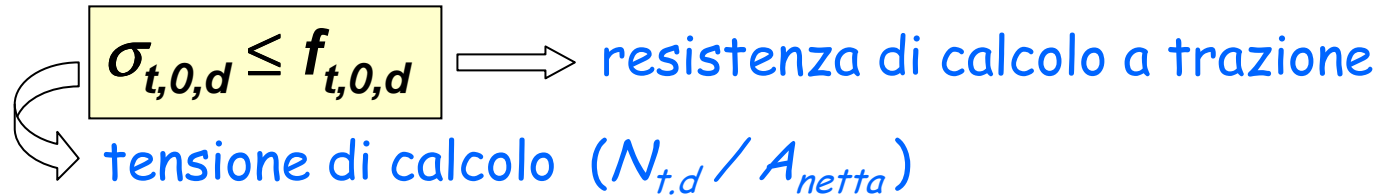
Riguardano la singola sezione trasversale e si riferiscono ai diversi stati di sollecitazione, semplici o composti.

-Verifiche di stabilità:

Riguardano le sezioni trasversali in relazione però al comportamento dell'intero elemento strutturale

Verifiche di resistenza

- Trazione parallela alla fibratura


$$\sigma_{t,0,d} \leq f_{t,0,d} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{tensione di calcolo } (N_{t,d} / A_{netta}) \\ \text{resistenza di calcolo a trazione} \end{array}$$

A_{netta} = area sez. trasversale depurata da intagli e/o fori

$N_{t,d}$ = sforzo normale di progetto

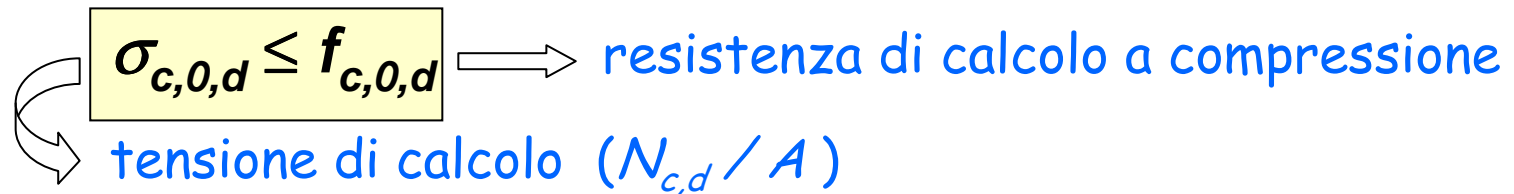
- Trazione perpendicolare alla fibratura

Per tale verifica si rimanda ai paragrafi relativi agli **elementi strutturali particolari** nei quali non è possibile evitare tensioni di trazione ortogonali alle fibre

Occorre tener conto del **volume effettivamente sollecitato a trazione** (k_{vol}) (effetto volume)

Verifiche di resistenza

- Compressione parallela alla fibratura


$$\sigma_{c,0,d} \leq f_{c,0,d} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{resistenza di calcolo a compressione} \\ \text{tensione di calcolo } (N_{c,d} / A) \end{array}$$

A = area sez. trasversale depurata da indebolimenti
(zona di introduzione del carico)

$N_{c,d}$ = sforzo normale di progetto

Occorre effettuare anche:

la verifica di instabilità per gli elementi compressi

Verifiche di resistenza

- Compressione ortogonale alla fibratura

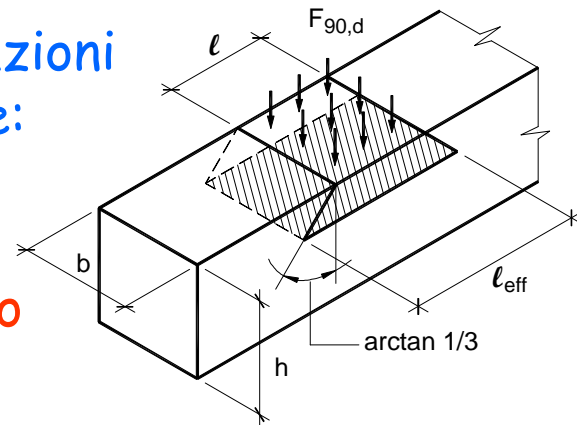
Si ha agli appoggi delle travi e nelle zone di introduzione dei carichi.

$\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d} \Rightarrow$ resist. di calcolo a compr.ortogonale
tensione di calcolo ($F_{90,d} / b l_{eff}$)

Una definizione e con limitazioni della lunghezza efficace:

$$l_{eff} \leq 2l \quad l_{eff} \leq l + h/3$$

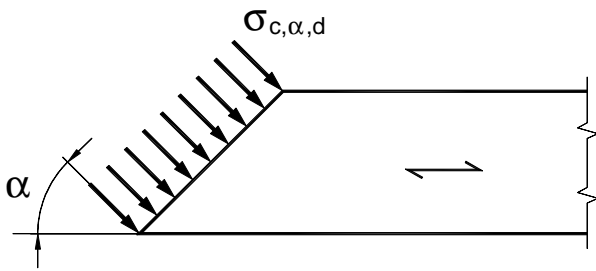
(nelle NTC08 non ci sono indicazioni su l_{eff})



Verifiche di resistenza

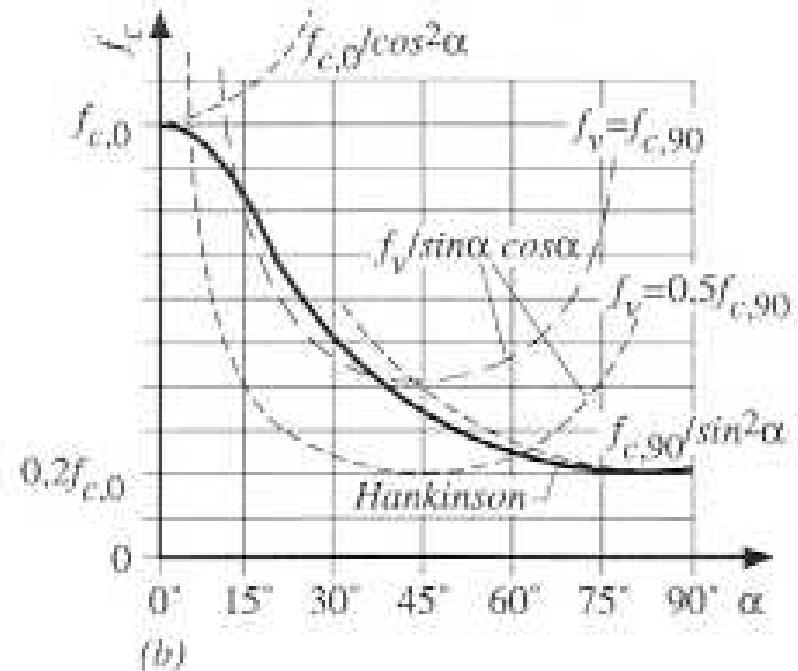
- Compressione inclinata rispetto alla fibratura

Le NTC08 non danno indicazioni specifiche



$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

Si può adottare il criterio di Hankinson (CNR 206/2007)



Verifiche di resistenza

- Flessione (semplice o deviata)

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$\sigma_{m,d} \Rightarrow$ tensione massima di flessione nel piano x,z o x,y (M_d/W)

$f_{m,d} \Rightarrow$ resist. di calcolo a flessione nel piano x,z o x,y

$k_m \Rightarrow$ coefficiente di ridistribuzione delle tensioni e disomogeneità del materiale:
0.7 per sezioni rettangolari, 1.0 per le altre

Occorre effettuare anche:

la verifica di stabilità allo svergolamento per gli elementi inflessi

Verifiche di resistenza

- Tensoflessione

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$\sigma_{m,d} \Rightarrow$ tensione massima di flessione nel piano x,z o x,y (M_d/W)

$\sigma_{t,0,d} \Rightarrow$ tensione di trazione ($N_{t,d}/A_{netta}$)

Occorre effettuare anche:

la verifica di stabilità allo svergolamento per gli elementi inflessi

Verifiche di resistenza

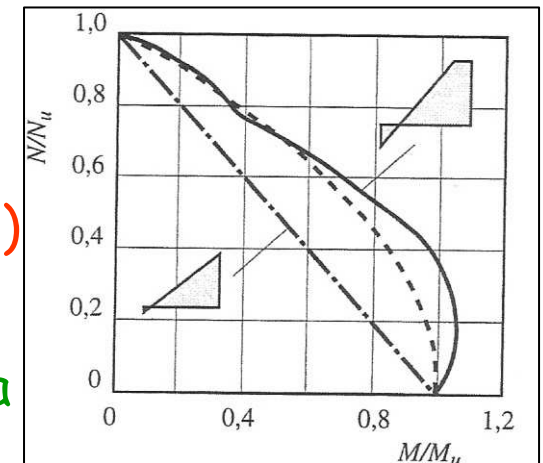
- Pressoflessione

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$\sigma_{m,d}$ \Rightarrow tensione massima di flessione
nel piano x,z o x,y (M_d/W)

$\sigma_{c,0,d}$ \Rightarrow tensione di compressione ($N_{c,d}/A$)
l'esponente **2** tiene conto della
plasticizzazione in zona compressa




Occorre effettuare anche:

la verifica di instabilità allo svergolamento per gli
elementi compressi e inflessi

Verifiche di resistenza

- Taglio

 $\tau_d \leq f_{v,d}$ \Rightarrow resistenza di calcolo a taglio

tensione massima da taglio ($TS / (I b)$ - Jourawski)
(non si considerano i carichi vicini agli appoggi ($L = h$))

- Torsione

 $\tau_{tor,d} \leq k_{sh} f_{v,d}$ \Rightarrow resistenza di calcolo a torsione

tensione massima da torsione

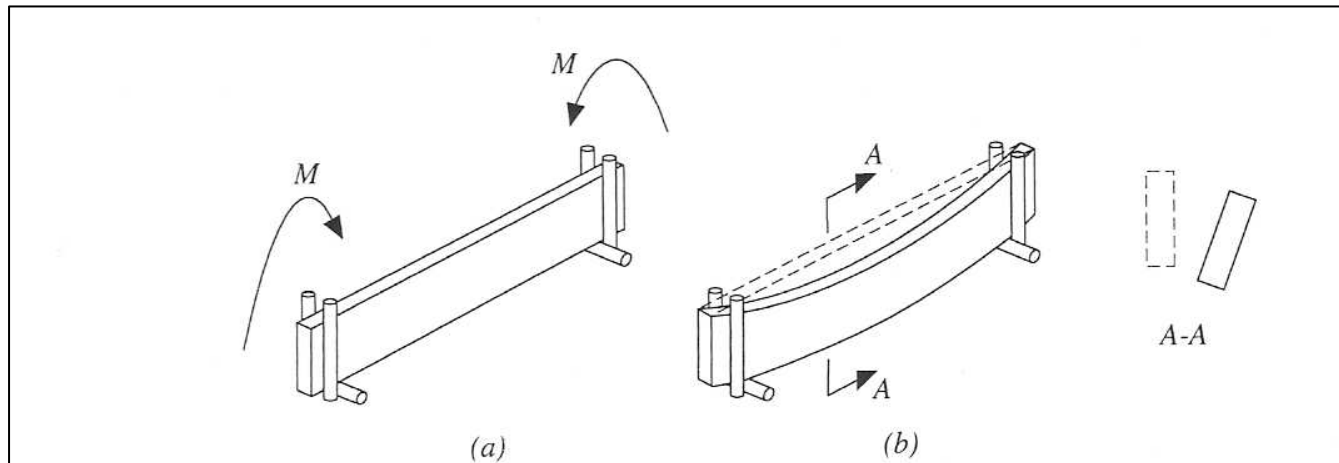
$k_{sh} \Rightarrow$ coefficiente di forma della sezione:

| | | |
|---------------|---------------|----------------------|
| circolare | \Rightarrow | 1,2 |
| rettangolare | \Rightarrow | $1 + 0.5 h/b \leq 2$ |
| altre sezioni | \Rightarrow | 1 |

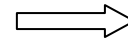
Verifiche di stabilità

- Elementi inflessi (Instabilità di trave)

Riguarda l'instabilità flessio-torsionale o svergolamento delle travi inflesse (p.e. travi in legno lamellare alte)



$$M_{y,crit} = \frac{\pi}{l_{eff}} \sqrt{E_{0,05} I_z G_{0,05} I_{tor}}$$



momento critico
(teoria elastica)



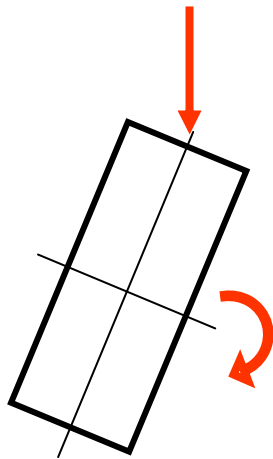
luce efficace delle trave
(tipo di carico e vincoli)

Elementi inflessi (Instabilità di trave)

Valori della lunghezza efficace l_{eff} (CNR206/2007)
(L = distanza tra due ritegni torsionali)

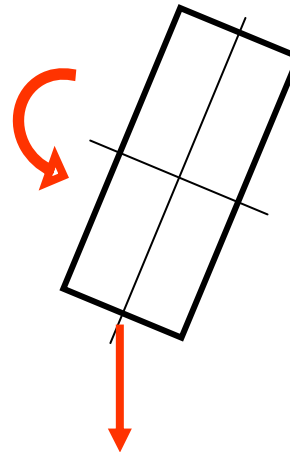
| Condizioni di vincolo | Tipologia di carico o di sollecitazione | l_{eff} |
|-------------------------------------|---|-----------|
| Semplice appoggio | Momento flettente costante nel tratto L | $1,0 L$ |
| | Carico uniformemente distribuito | $0,9 L$ |
| | Forza concentrata in mezzeria | $0,8 L$ |
| Incastro ad un estremo (mensola) | Carico uniformemente distribuito | $0,5 L$ |
| | Forza concentrata all'estremo libero | $0,8 L$ |

Influenza della posizione del carico (EC5)



instabilizzante:

$$l'_{eff} = l_{eff} + 2h$$



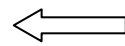
stabilizzante:

$$l'_{eff} = l_{eff} - 0,5h$$

Elementi inflessi (Instabilità di trave)

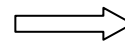
La valutazione della tensione critica e della snellezza relativa

$$\sigma_{m,crit} = \frac{M_{y,crit}}{W_y}$$



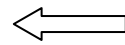
tensione critica

snellezza relativa di trave



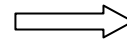
$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{f_{m,k} / \sigma_{m,crit}}$$

$$k_{crit,m} = F(\lambda_{rel,m})$$



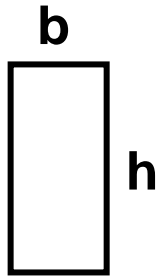
coefficiente riduttivo di tensione
critica per instabilità di trave

la curva di instabilità teorica



$$k_{crit,m} = \frac{\sigma_{m,crit}}{f_{m,k}} = 1 / \lambda_{rel,m}^2$$

Il caso della sezione rettangolare

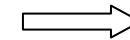


$$I_z = \frac{b^3 h}{12}$$

$$I_{tor} = \frac{b^3 h}{3 \left(1 + 0,6 \frac{b}{h} \right)}$$

$$I_{tor} \times I_z = \frac{b^3 h}{3 \left(1 + 0,6 \frac{b}{h} \right)} \frac{b^3 h}{12} = \frac{h^2 b^6}{36} \frac{1}{\left(1 + 0,6 \frac{b}{h} \right)}$$

$$M_{y,crit} = \frac{\frac{\pi}{l_{eff}} \sqrt{E_{0,05} G_{0,05}} \frac{b^3 h}{6}}{\sqrt{1 + 0,6 \frac{b}{h}}} \cong \frac{\pi}{l_{eff}} \sqrt{E_{0,05} G_{0,05}} \frac{b^3 h}{6}$$

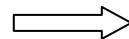


momento critico
per $b/h = 0,1-0,2$

$$\sigma_{m,crit} \cong \frac{M}{W} = \frac{\pi}{l_{eff}} E_{0,05} \sqrt{\frac{G_{0,05}}{E_{0,05}}} \frac{b^3 h}{6} \frac{6}{bh^2} = \pi \frac{E_{0,05}}{l_{eff}} \frac{b^2}{h} \sqrt{\frac{G_{0,05}}{E_{0,05}}}$$

tensione critica

essendo $G/E \approx 1/16$

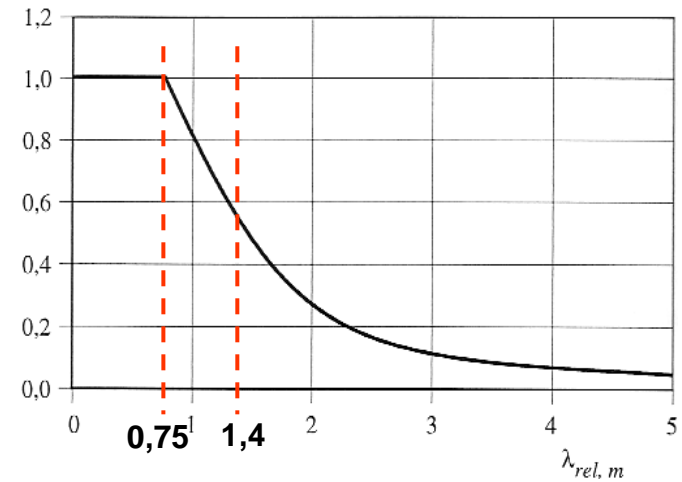


$$\sigma_{m,crit} \cong 0,78 \frac{E_{0,05}}{l_{eff}} \frac{b^2}{h}$$

Elementi inflessi (Instabilità di trave)

La curva di instabilità per le travi inflesse di legno

$$k_{crit,m} = \begin{cases} 1 & \text{per } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75\lambda_{rel,m} & \text{per } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{per } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases}$$



La verifica nel caso di flessione semplice ($\lambda_{rel,m} > 0,75$)

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit,m} f_{m,d} \Rightarrow \text{resistenza di calcolo a flessione}$$

tensione massima da flessione

Elementi inflessi (Instabilità di trave)

Il caso della flessione deviata ($\lambda_{rel,m} > 0,75$)

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Il caso delle aste tensoinflesse ($\lambda_{rel,m} > 0,75$)

$$\frac{\sigma_{t,o,d}}{f_{t,o,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{t,o,d}}{f_{t,o,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Il caso delle aste pressoinflesse ($\lambda_{rel,m} > 0,75$) (senza instabilità di colonna)

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{f_{c,o,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{f_{c,o,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

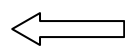
Verifiche di stabilità

- Elementi compressi (Instabilità di colonna)

Riguarda l'instabilità degli elementi semplicemente compressi o pressoinflessi (p.e. pilastri in legno massiccio o lamellare)

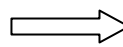
Si applica la teoria classica dell'instabilità delle aste compresse:

$$N_{crit} = \frac{\pi^2 E_{0,05} I}{l_0^2}$$



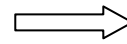
carico critico

tensione critica



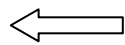
$$\sigma_{c,crit} = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda^2}$$

snellezza relativa di colonna



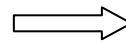
$$\lambda_{rel,c} = \sqrt{\frac{f_{c,o,k}}{\sigma_{c,crit}}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,o,k}}{E_{0,05}}}$$

$$k_{crit,c} = F(\lambda_{rel,c})$$



coefficiente riduttivo di tensione critica per instabilità di colonna

la curva di instabilità teorica
(iperbole di Eulero)



$$k_{crit,c} = \frac{\sigma_{c,crit}}{f_{c,o,k}} = 1 / \lambda_{rel,m}^2 = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda^2 f_{c,o,k}}$$

Elementi compressi (Instabilità di colonna)

Le curve di instabilità per gli elementi compressi in legno

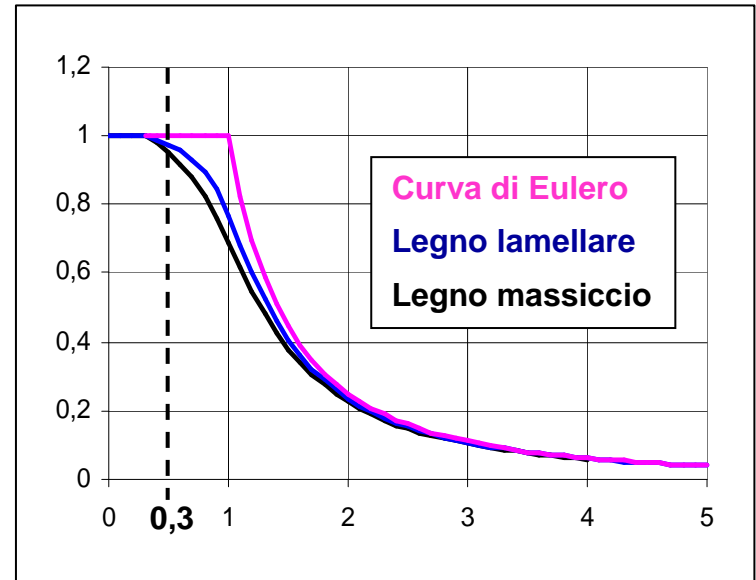
$$k_{\text{crit},c} = 1 \quad \text{per } \lambda_{\text{rel},c} \leq 0,3$$

$$k_{\text{crit},c} = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel},c}^2}} \quad \text{per } \lambda_{\text{rel},c} \geq 0,3$$

$$k = 0,5 \left(1 + \beta_c (\lambda_{\text{rel},c} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},c}^2 \right)$$

$$\beta_c = 0,2 \quad \text{per legno massiccio}$$

$$\beta_c = 0,1 \quad \text{per legno lamellare}$$



La verifica nel caso di sforzo normale centrato ($\lambda_{\text{rel},c} > 0,3$)

$$\sigma_{c,o,d} \leq k_{\text{crit},c} f_{c,d} \implies \text{resistenza di calcolo a compressione}$$

tensione di compressione (valutata senza considerare le riduzioni di sezione nelle zone di introduzione del carico)

Elementi compressi (Instabilità di colonna)

La pressoflessione senza instabilità di trave ($\lambda_{rel,c} > 0,3$ e $\lambda_{rel,m} \leq 0,75$)

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

La pressoflessione con instabilità di trave ($\lambda_{rel,c} > 0,3$ e $\lambda_{rel,m} > 0,75$)

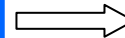
$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

La pressoflessione retta con instabilità di trave ($\lambda_{rel,c} > 0,3$ e $\lambda_{rel,m} > 0,75$)

teoria classica
dell'instabilità
accoppiata:

$$\frac{P}{E \cdot J} + \frac{M^2}{E \cdot J \cdot G \cdot J_{tor}} = \frac{\pi^2}{l^2}$$



$$\frac{\sigma_{c,o,d}}{k_{crit,c} f_{c,o,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit,m} f_{m,y,d}} \right)^2 \leq 1$$

TRAVI DI FORMA PARTICOLARE (Circ. 617 - C4.4.10 Elementi strutturali)

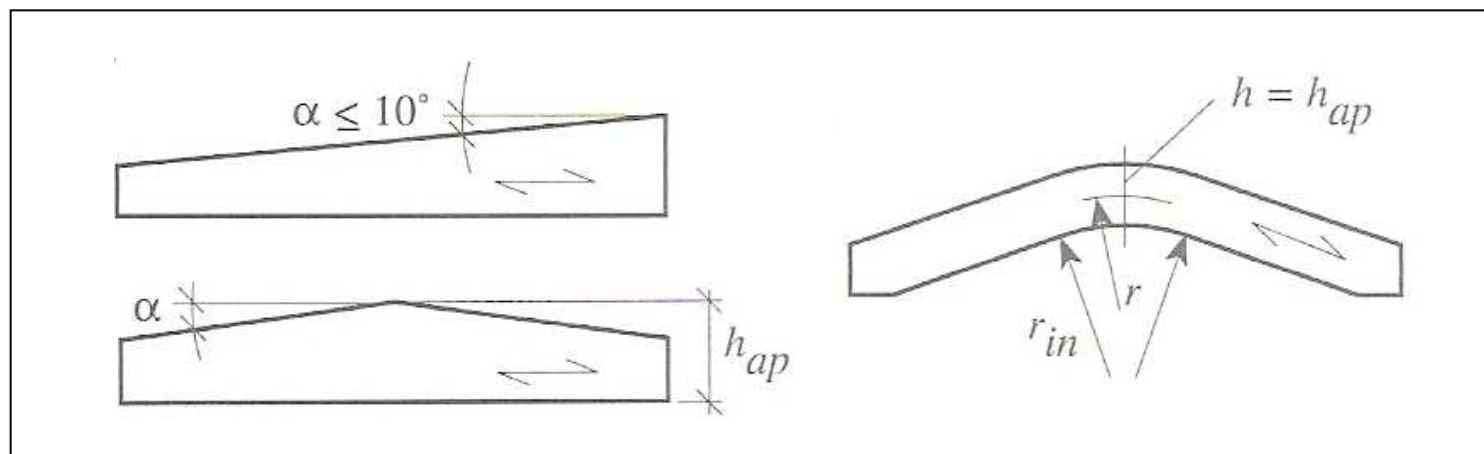
- Travi ad altezza variabile e curve:

- Travi a semplice rastremazione
- Travi a doppia rastremazione
- Travi curve

- Travi con intagli o rastremazioni d'estremità

- Travi con forature d'anima

TRAVI DI ALTEZZA VARIABILE E CURVE

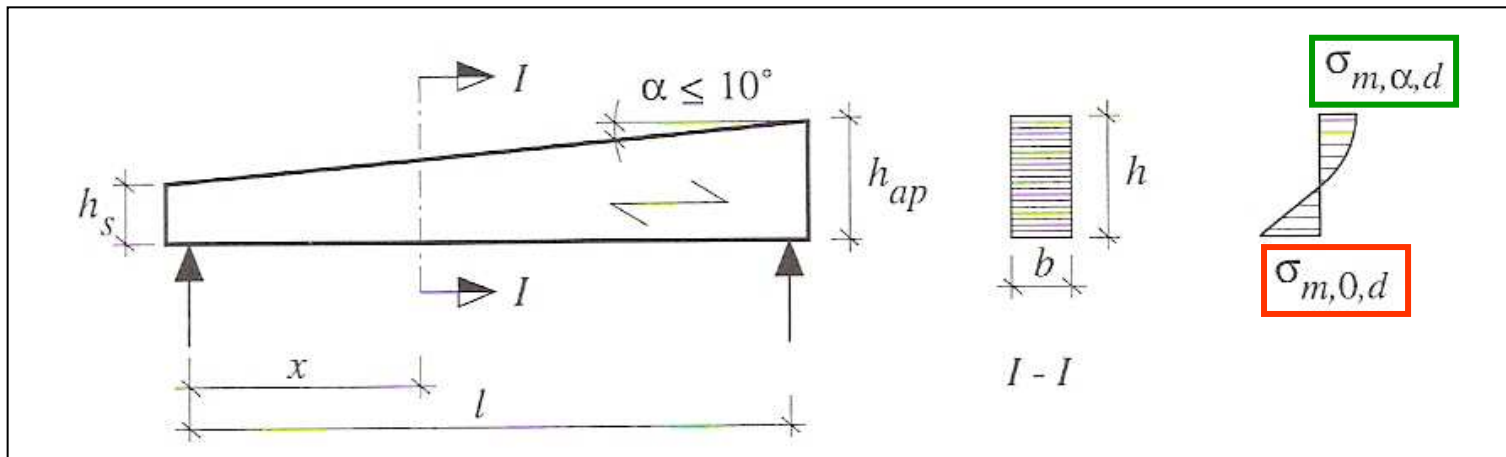


Lo stato tensionale deve essere determinato tenendo conto della forma particolare dell'elemento
(in genere travi in legno lamellare)

Occorre considerare la presenza contemporanea delle tensioni normali parallele alla fibratura, di quelle ortogonali alla fibratura (quando esistono) e delle tensioni tangenziali

Per alcuni casi particolari si forniscono formulazioni semplificate, valide solo nel rispetto delle limitazioni di volta in volta indicate.

TRAVI A SEMPLICE RASTREMAZIONE (CNR 206/2007)



Le tensioni di calcolo

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \left(1 - 4 \tan^2 \alpha\right) \frac{6M_d}{bh^2}$$

$$\sigma_{m,0,d} = \left(1 + 4 \tan^2 \alpha\right) \frac{6M_d}{bh^2}$$

$$\sigma_{m,\alpha,d} \leq f_{m,\alpha,d}$$

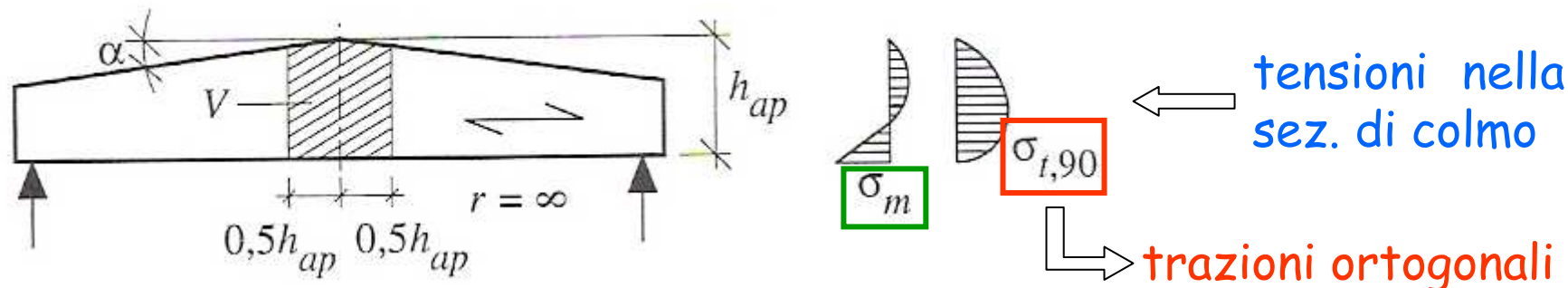
$$\sigma_{m,0,d} \leq f_{m,d}$$

le verifiche

$$f_{m,\alpha,d} = \frac{f_{m,d}}{\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

la resistenza di
calcolo per
tensioni inclinate
rispetto alle fibre

TRAVI A DOPPIA RASTREMAZIONE (CNR 206/2007)



$$\sigma_{m,o,d} = k_l \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2}$$

$$k_l = 1 + 1,4 \tan \alpha + 5,4 \tan 2\alpha$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_{ap,d}}{bh_{ap}^2}$$

$$k_p = 0,2 \tan \alpha$$

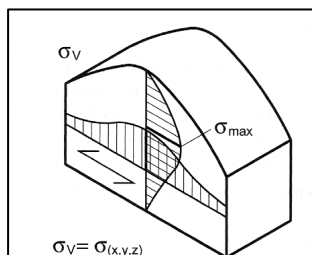
le tensioni di calcolo

i coefficienti correttivi

$$\sigma_{m,o,d} \leq f_{m,d}$$

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}$$

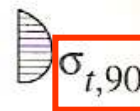
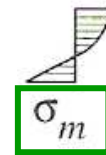
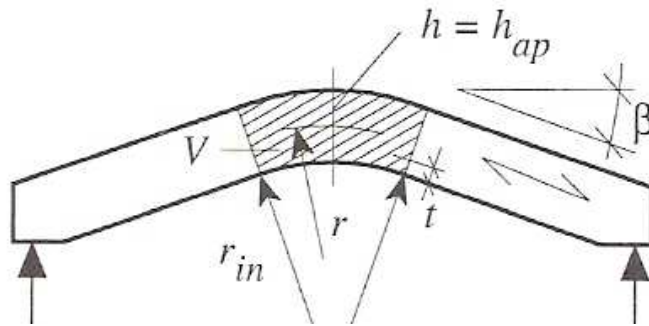
le verifiche



$$k_{vol} = (V_0 / V)^{0,2} \leq 1 \Rightarrow \text{coeff. di volume del colmo}$$

$$k_{dis} = 1,4 \Rightarrow \text{coeff. di distribuzione}$$

TRAVI CURVE (CNR 206/2007)



tensioni nel tratto curvo

trazioni ortogonali

$$\sigma_{m,o,d} = k_l \frac{6M_d}{bh^2}$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6M_d}{bh^2}$$

le tensioni di calcolo

$$k_l = 1 + 0,35 \left(\frac{h}{r} \right) + 0,6 \left(\frac{h}{r} \right)^2$$

$$k_p = 0,25 \left(\frac{h}{r} \right)$$

i coefficienti correttivi

$$\sigma_{m,o,d} \leq k_r f_{m,d}$$

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}$$

le verifiche

$$k_r = 0,76 + 0,001 (r_{in} / t)$$

$$k_{vol} = (V_0 / V)^{0,2} \leq 1$$

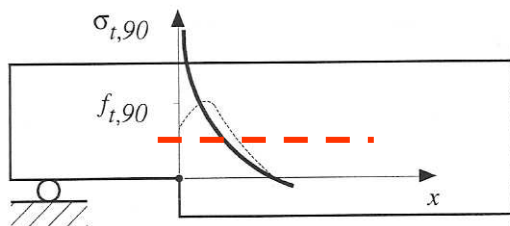
$$k_{dis} = 1,4$$

curvatura delle lamelle (per $r_{in}/t < 240$)

coeff. di volume (V = vol. zona curva)

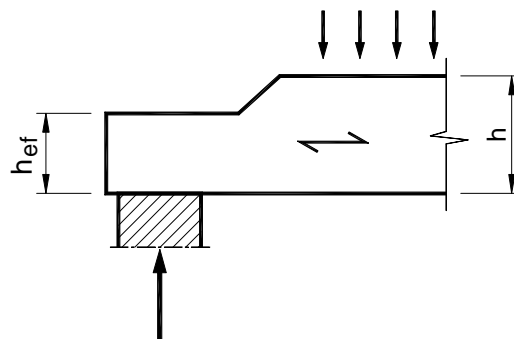
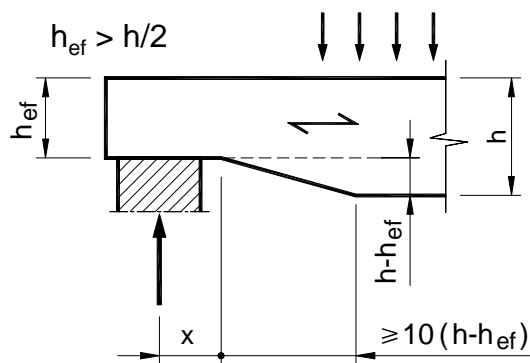
coeff. di distribuzione

TRAVI CON INTAGLI O RASTREMAZIONI D'ESTREMITÀ (CNR 206/2007)



nell'intaglio nascono
tensioni di trazione
ortogonali alla fibratura

I casi previsti

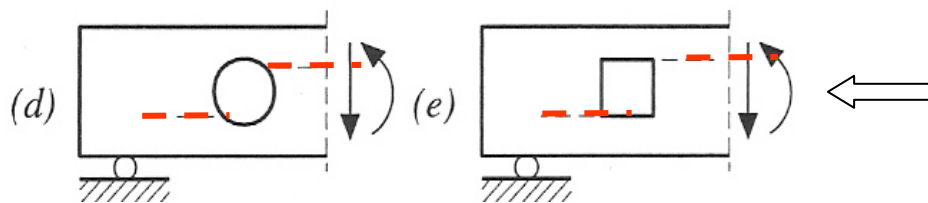


la verifica a taglio

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V}{b \cdot h_{ef}} \leq f_{v,d}$$

In assenza di adeguata rastremazione è obbligatorio
prendere opportuni provvedimenti per contrastare
l'apertura delle lesioni.

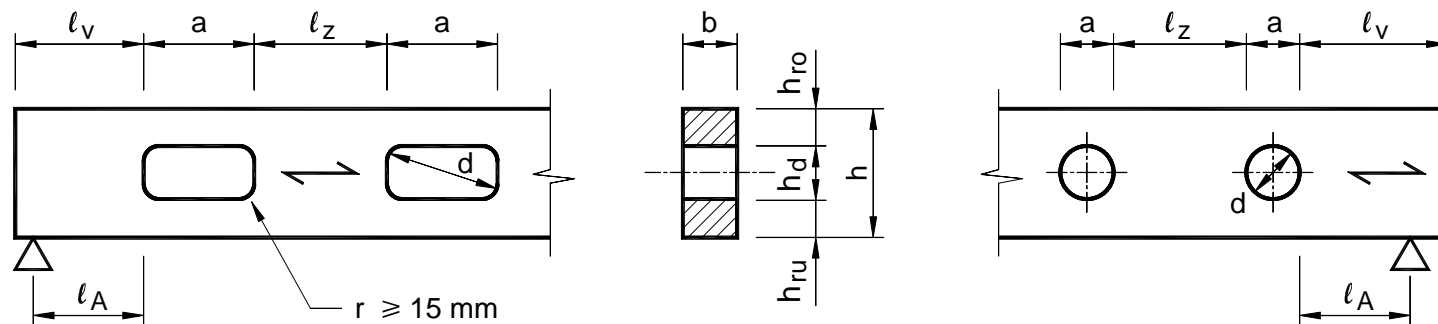
TRAVI FORATURE D'ANIMA (CNR 206/2007)



agli angoli dei fori nascono tensioni di trazione ortogonali alla fibratura

Per fori con $d > 50$ mm, circolari o rettangolari, con angoli arrotondati

- Le prescrizioni dimensionali:



$$l_v \geq h \quad l_z \geq \max \{300 \text{ mm}, h\} \quad l_A \geq 0,5 \cdot h \quad h_{ro} \geq 0,25 \cdot h \quad h_{ru} \geq 0,25 \cdot h \quad a \leq h \quad h_d \leq 0,4 \cdot h$$

- La verifica per le trazioni ortogonali:

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot l_{t,90} \cdot b \cdot f_{t,90,d}} \leq 1$$

$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d}$$

forza di trazione
ortogonale alle fibre
(ai lati del foro)

$F_{t,M,d}$ = contributo dovuto al momento M

$F_{t,V,d}$ = contributo dovuto al taglio V

ELEMENTI STRUTTURALI COMPOSTI (Circ. 617 - C4.4.10 Elementi strutturali)

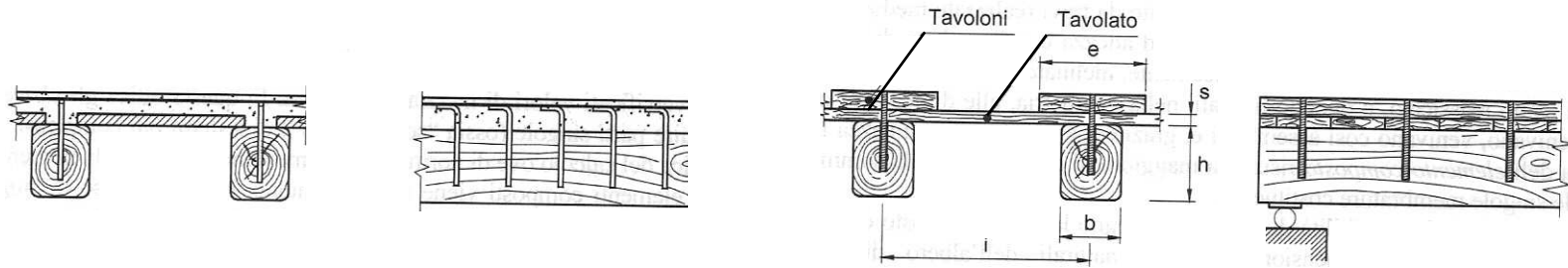
- Travi composte con connessioni meccaniche

- Travi incollate:

- Travi incollate con anime sottili
- Travi incollate con ali sottili

- Colonne composte

TRAVI CON CONNESSIONI MECCANICHE (EC5)



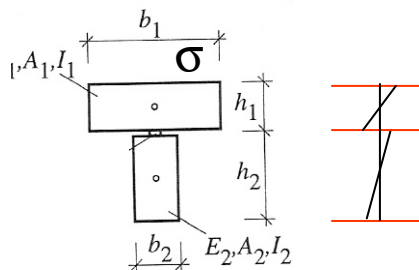
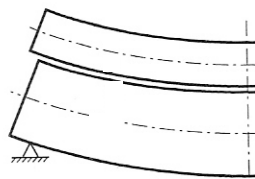
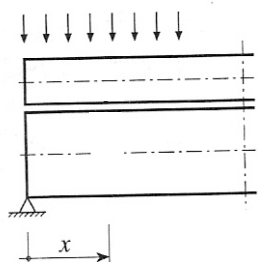
Occorre tener conto dello scorrimento nelle unioni

Si applica la teoria classica delle travi composte per valutare le tensioni nelle varie parti della sezione e la deformazione della trave

Si utilizza il modulo di scorrimento ($K_{ser} = f(\rho_k, d)$) relativo al tipo di connettore

Si deve verificare la resistenza dei connettori

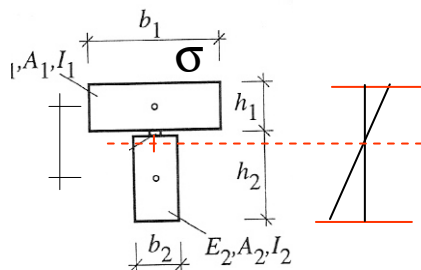
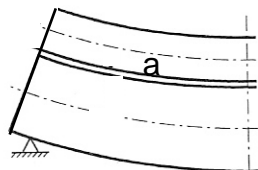
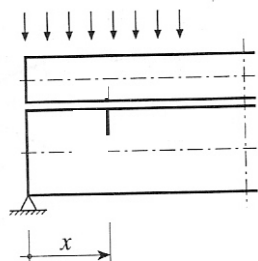
Travi con connessioni di rigidezza nulla (travi sovrapposte)



Rigidezza compressiva:
 $(EI)_o = \Sigma(E_i I_i)$

Scorrimento agli estremi: $\Delta s = q (h_1 + h_2) l^3 / (48(EI)_o)$

Travi con connessioni di rigidezza infinita (travi incollate)



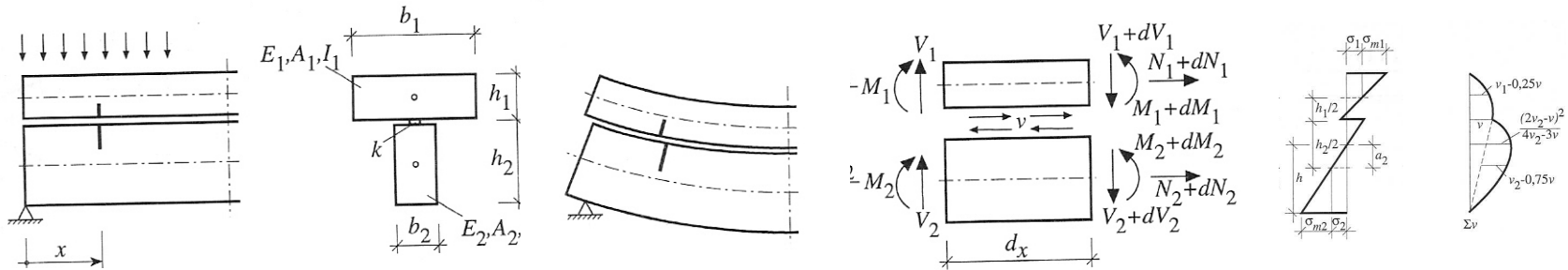
Rigidezza compressiva:
 $(EI)_\infty = (EI)_o + (EA)_o a^2$

$a = (h_1 + h_2) / 2$
 $(EA)_o = (E_1 A_1 + E_2 A_2) / \Sigma(E_i A_i)$

Forza di scorrimento agli estremi: $V_{\text{scor}} = V_{\text{max}} a \Delta x (EA)_o / (EI)_\infty$

Travi con connessioni di rigidezza finita (travi con connessioni meccaniche deformabili)

K = rigidezza specifica della connessione $[F/l^2]$



Si risolvono le corrispondenti equazioni differenziali di equilibrio e di congruenza in maniera approssimata, ponendo: $q = q_0 \sin(\pi x/l)$.

Rigidezza complessiva efficace:

$$(EI)_{eff} = (EI)_o + (EA)^*_o a^2$$

$$a = (h_1 + h_2)/2$$

$$(EA)^*_o = (\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot E_2 A_2) / (\gamma_1 \cdot E_1 A_1 + E_2 A_2)$$

$$\gamma_1 = 1 / (\pi^2 E_1 A_1 / (K l^2)) \text{ "peso" per l'area dell'elemento "1"}$$

Forza di scorrimento agli estremi

$$V_{scor} = \frac{K(EI)_o}{(EI)_{eff}} \left(1 - \frac{(EA)^*_o}{(EA)_o} \right) (\Delta s)_o$$

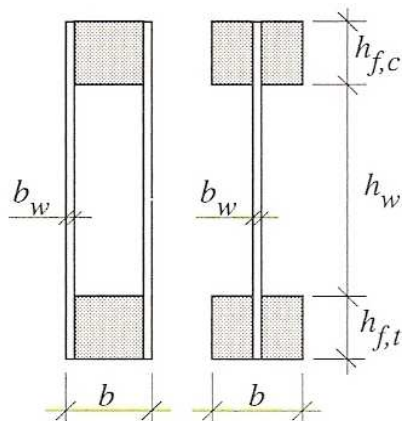
Scorrimento agli estremi

$$\Delta s = \frac{(EI)_o}{(EI)_{eff}} \left(1 - \frac{(EA)^*_o}{(EA)_o} \right) (\Delta s)_o$$

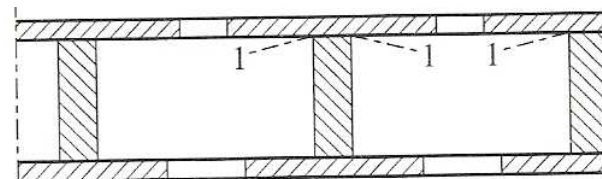
$(\Delta s)_o$ = scorrimento agli estremi della trave con connessione deformabile

TRAVI INCOLLATE (CNR 206/2007)

Ad anime sottili



Ad ali sottili

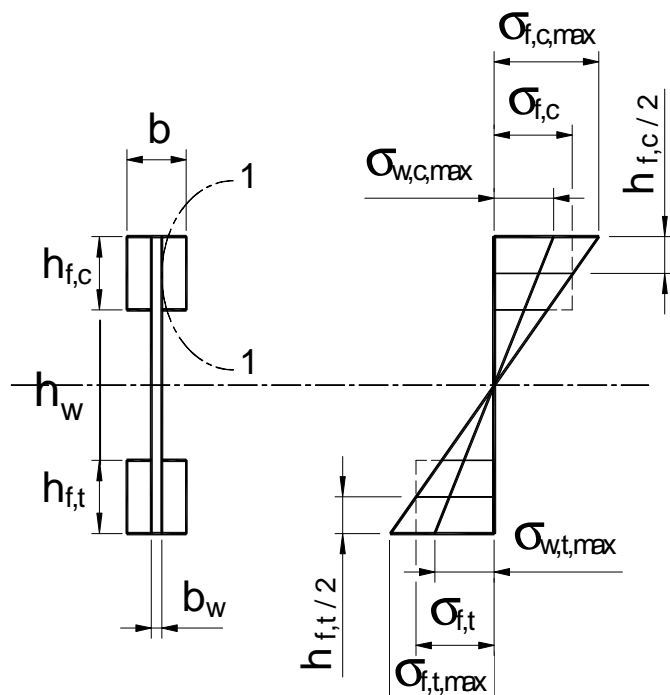


L'incollaggio si considera unione rigida priva di scorrimento

Per l'elemento composto vale la conservazione delle sezioni piane: si omogeneizzano le varie parti della sezione in relazione ai rispettivi moduli elastici (medi)

Tipologie diverse da quelle previste si possono usare solo dopo una attenta analisi sia tecnologica che statica

Travi incollate ad anime sottili (CNR 206/2007)



Le verifiche per le tensioni normali:

$$\sigma_{f,c,max} \leq f_{m,d}$$

$$\sigma_{w,c,max} \leq f_{m,d}$$

← compressione max
nelle ali e nell'anima

$$\sigma_{f,t,max} \leq f_{m,d}$$

$$\sigma_{w,f,max} \leq f_{m,d}$$

← trazione massima
nelle ali e nell'anima

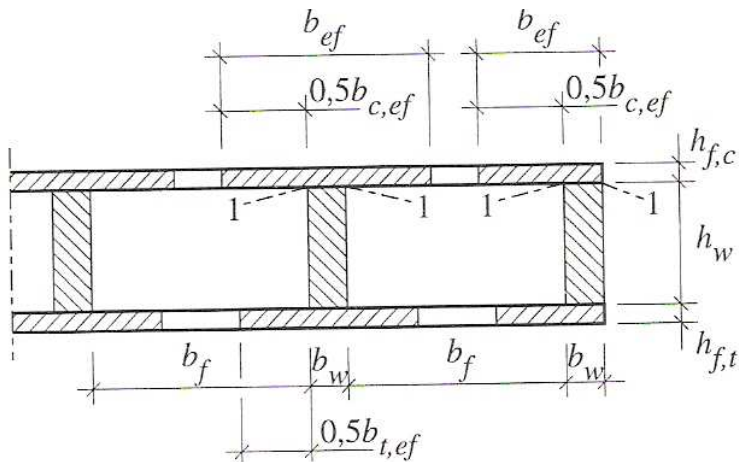
$$\sigma_{m,f} \leq f_{t,o,d}$$

$$\sigma_{m,c} \leq k_{crit,c} f_{c,o,d}$$

← trazione e compres-
sione media nelle ali

- Sono richieste anche verifiche specifiche a taglio dell'anima che tengono conto della sua snellezza
- Massima snellezza dell'anima $(h_w / b_w) = 70$

Travi incollate ad ali sottili (CNR 206/2007)



distribuzione non uniforme
delle tensioni nelle ali

larghezza efficace dell'ala

$$b_{eff} = (b_w + b_{c,eff}) < i/2$$

larghezza di ala collaborante

$$b_{c,eff} = \min(\alpha l; \beta h_f)$$

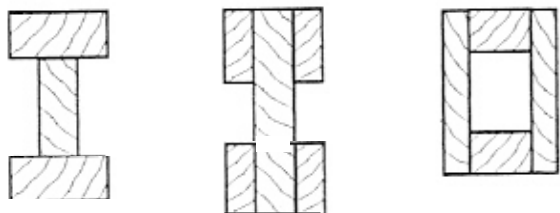
Valori di α e β

| Materiale dell'ala | α | β |
|---|----------|---------|
| Pannelli di compensato con la fibratura dello strato esterno parallela all'anima | 0,1 | 20 |
| ortogonale all'anima | 0,1 | 25 |
| Pannelli di fibre orientate | 0,15 | 25 |
| Pannelli di particelle o di fibre non orientate | 0,2 | 30 |

l = luce della
trave

COLONNE COMPOSITE (CNR 206/2007)

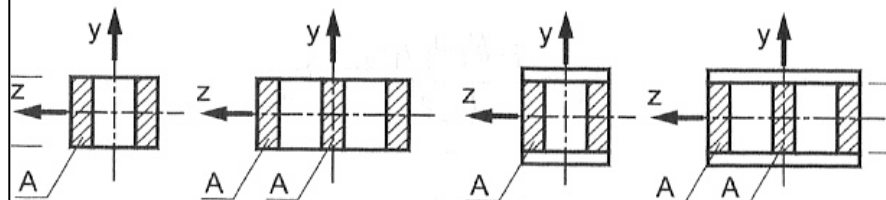
Elementi non divaricati (con connessioni continue)



- Incollati: elemento unico con sezione omogeneizzata
- Con connessioni meccaniche: da considerare lo scorrimento nelle unioni

Elementi divaricati

(con connessioni discontinue: imbottiture, calastrelli, aste ret.)



- Numero minimo di collegamenti ($d_{\max} = L/3$)
- Da considerare la deformabilità degli elementi di collegamento.
- Flessioni solo nel piano y

Verifica degli elementi di collegamento con forze di taglio fittizie, proporzionali allo sforzo normale agente