

Corso di aggiornamento  
Progettazione strutturale e  
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

**Problemi specifici nel progetto di strutture  
antisismiche con pareti in c.a.**

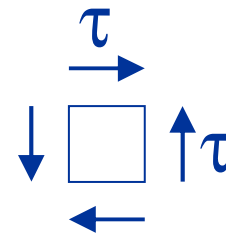
3 - L'elemento parete: taglio

Spoletto  
10-11 maggio 2012  
Aurelio Ghersi

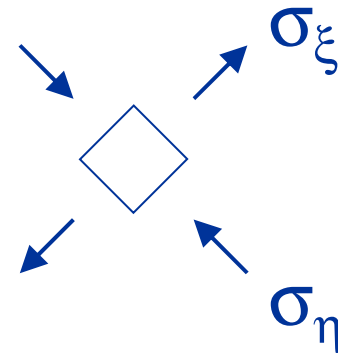
# Taglio

brevi richiami

- Secondo la teoria di De Saint Venant, il taglio genera tensioni tangenziali  $\tau$



- Se in un elementino infinitesimo vi sono solo  $\tau$ , a queste corrispondono tensioni principali di trazione e compressione inclinate a  $45^\circ$



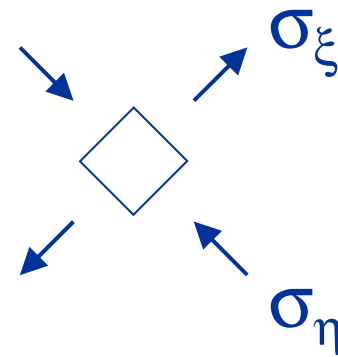
# Taglio

brevi richiami



foto M. Dasasso

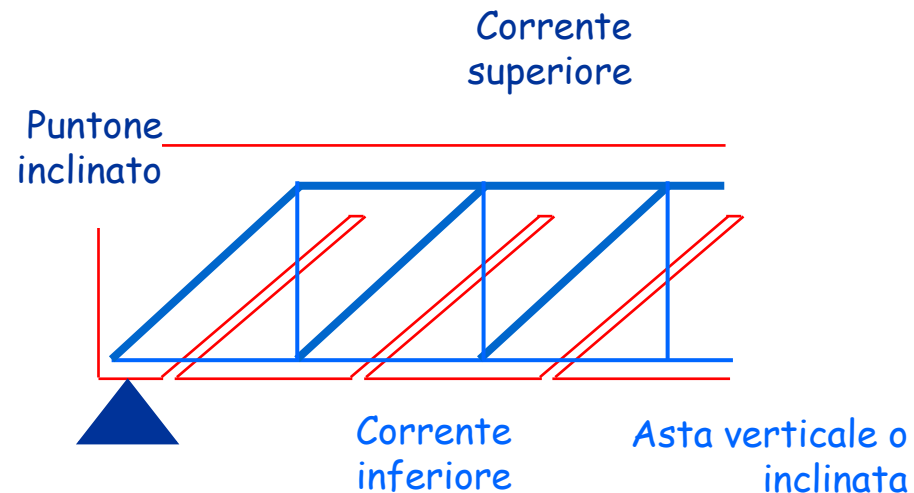
Si avranno  
quindi lesioni  
a  $45^\circ$ ,  
perpendicolari  
alla direzione  
di trazione



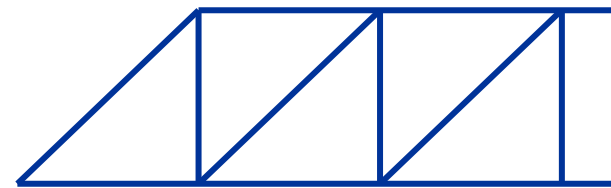
# Taglio

## brevi richiami

- Il classico modello di traliccio di Mörsch prevede puntoni compressi a  $45^\circ$  e tiranti corrispondenti alle armature a taglio



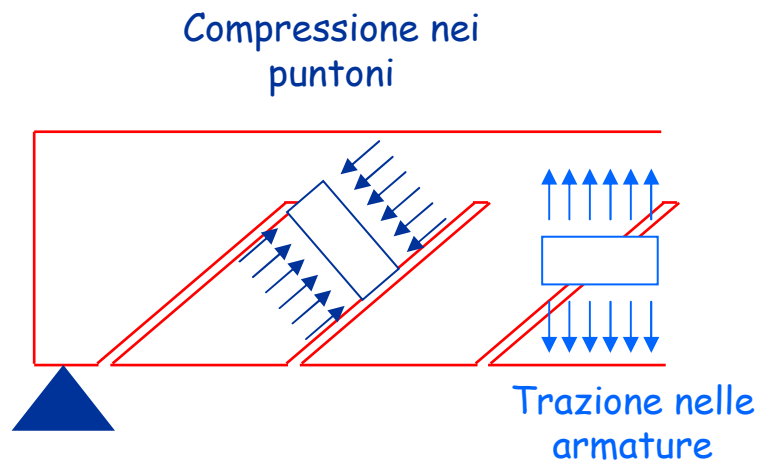
Traliccio di Mörsch



# Taglio

brevi richiami

- Sostanzialmente equivalente è il modello a campi di tensione, sviluppato in tempi recenti



Campi di tensione

# Taglio

## brevi richiami

- I modelli classici "affidano tutta la resistenza a taglio alle armature"
- I loro risultati sono cautelativi, cioè sottostimano la reale resistenza a taglio
- In tempi più recenti sono stati proposti modelli che meglio colgono la reale resistenza a taglio
  - Modello "normale"
  - Modello "a inclinazione variabile del traliccio" (o meglio del puntone)

# Taglio

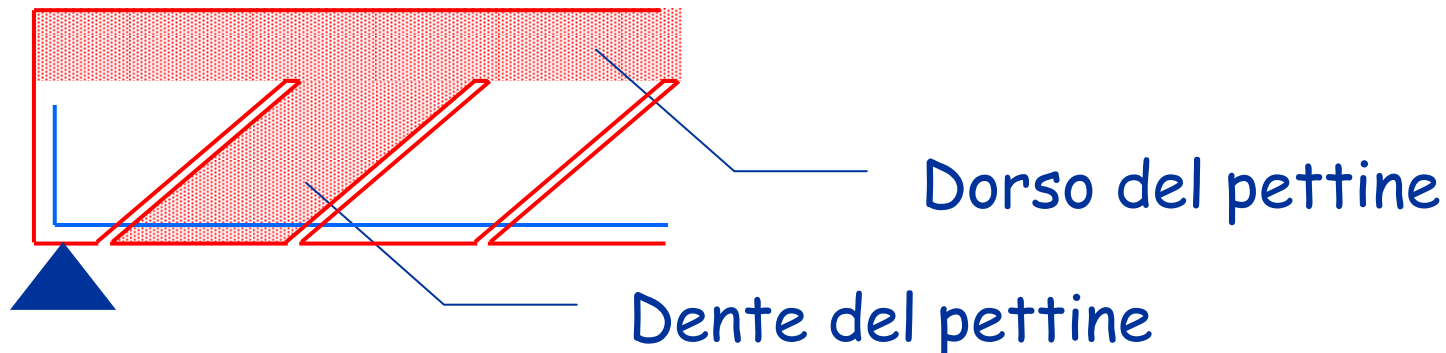
brevi richiami

- Modello "normale"
  - Quando le armature a taglio si snervano rimangono il corrente compresso e i puntoni inclinati, che danno una ulteriore resistenza (valutata col "modello a pettine")

$$V_{Rd} = V_{wd} + V_{cd}$$

armatura a taglio  
calcestruzzo del pettine

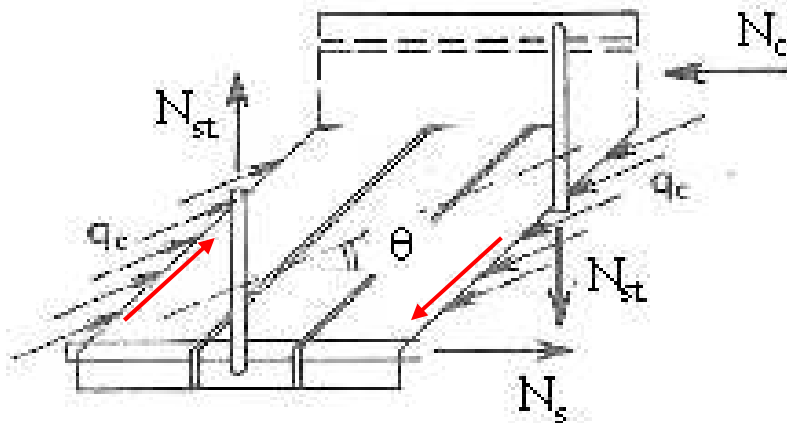
## Modello a pettine



# Taglio

## brevi richiami

- Modello "a inclinazione variabile del traliccio"
  - Quando le armature a taglio si snervano l'ingranamento degli inerti trasmette tensioni tra le facce della lesione e questo modifica l'inclinazione del puntone compresso



Si usano i modelli già citati (traliccio di Mörsch, campi di tensione) ma con puntoni inclinati di un angolo  $\theta$

È questo il modello previsto dalla normativa corrente



# Taglio

## problemi particolari

1. I modelli per il taglio non valgono in prossimità di forze concentrate (e quindi agli estremi)
  - La verifica a taglio va fatta ad una certa distanza
  - Agli estremi si possono usare modelli tirante-puntone

Nel caso delle pareti, questo richiede una distinzione tra pareti snelle e pareti tozze

### Pareti snelle

- Si adottano i modelli di comportamento validi per le travi

### Pareti tozze

- Si adottano i modelli di comportamento per elementi strutturali tozzi (ad esempio tirante-puntone)

# Taglio

## problemi particolari

1. I modelli per il taglio non valgono in prossimità di forze concentrate (e quindi agli estremi)
  - La verifica a taglio va fatta ad una certa distanza
  - Agli estremi si possono usare modelli tirante-puntone

Nel caso delle pareti, questo richiede una distinzione tra pareti snelle e pareti tozze

Pareti snelle

$$\alpha_s = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} l_w} \geq 2$$

Pareti tozze

$$\alpha_s = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} l_w} < 2$$

# Taglio

## problemi particolari

1. I modelli per il taglio non valgono in prossimità di forze concentrate (e quindi agli estremi)
  - La verifica a taglio va fatta ad una certa distanza
  - Agli estremi si possono usare modelli tirante-puntone
2. Il contributo del calcestruzzo può annullarsi in caso di carico ciclico con segno alternato del taglio
  - In questi casi deve  $\theta$  rimanere  $45^\circ$

Indicazioni specifiche sono fornite per gli edifici di classe di duttilità "A", che richiedono maggiore duttilità

# Taglio

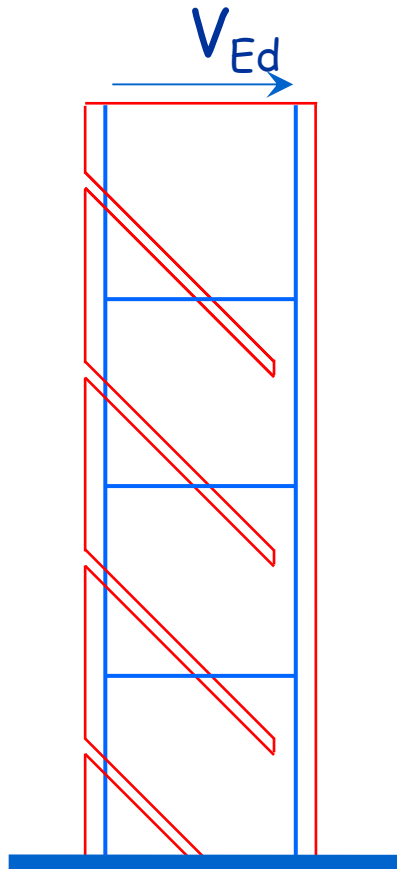
## problemi particolari

1. I modelli per il taglio non valgono in prossimità di forze concentrate (e quindi agli estremi)
  - La verifica a taglio va fatta ad una certa distanza
  - Agli estremi si possono usare modelli tirante-puntone
2. Il contributo del calcestruzzo può annullarsi in caso di carico ciclico con segno alternato del taglio
  - In questi casi deve  $\theta$  rimanere  $45^\circ$
3. Il traliccio di Mörsch in presenza di sole staffe trascura la componente longitudinale della trazione: è necessario considerare (l'uno o l'altro, in alternativa)
  - Traslazione del diagramma dei momenti
  - Contributo dell'armatura di parete

Verifica a taglio di pareti snelle

# Verifica a taglio di pareti snelle

## modelli di calcolo



Attraverso l'analisi di:

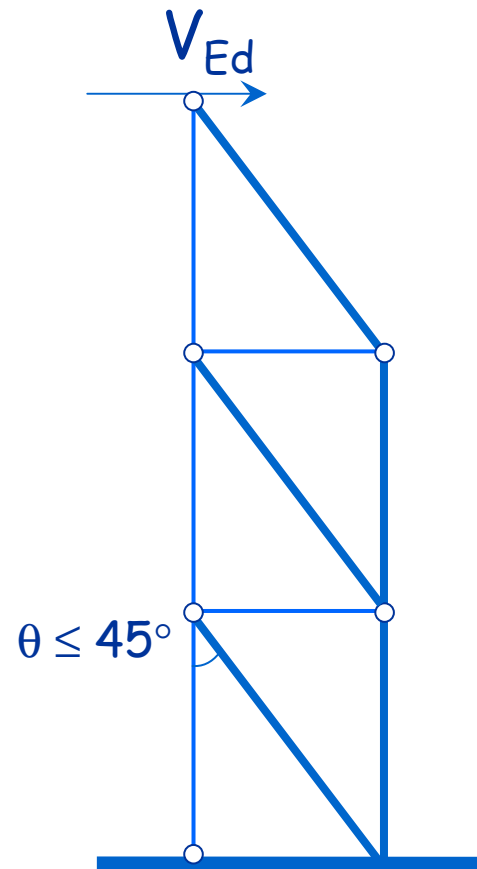
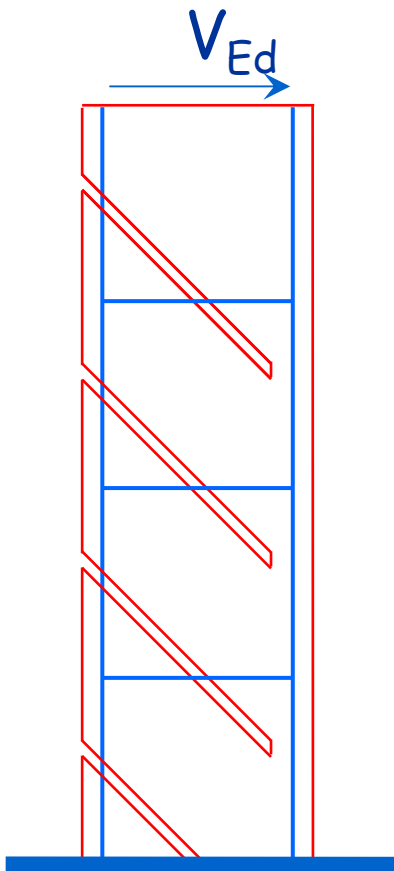
- stato tensionale
- lesioni da taglio
- ingranamento degli inerti



Modello a inclinazione variabile  
del traliccio

# Verifica a taglio di pareti snelle

## modelli di calcolo

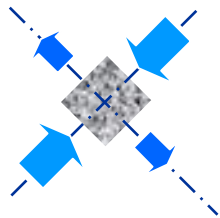


Puntoni ad inclinazione variabile  
 $\theta \leq 45^\circ$

# Resistenza del calcestruzzo

## compressione del calcestruzzo d'anima

$$V_{Rd,max} = \alpha_c f'_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \quad 1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$



$$f'_{cd} = v_1 f_{cd} \quad v_1 = 0.5$$

resistenza ridotta a causa della trazione in direzione ortogonale

$\alpha_c$  tiene conto della compressione

$$\alpha_c = 1$$

in assenza di compressione

$$\alpha_c = 1 + \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}$$

$$\text{per } 0 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 0.25$$

$$\alpha_c = 1.25$$

$$\text{per } 0.25 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 0.5$$

$$\alpha_c = 2.5 \left( 1 - \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right)$$

$$\text{per } 0.5 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 1$$

per le pareti  
 $\alpha_c$  è in genere  
prossimo ad 1

NTC 08, punto 4.1.2.1.3.2



# Resistenza dell'armatura a taglio

## trazione dell'armatura d'anima

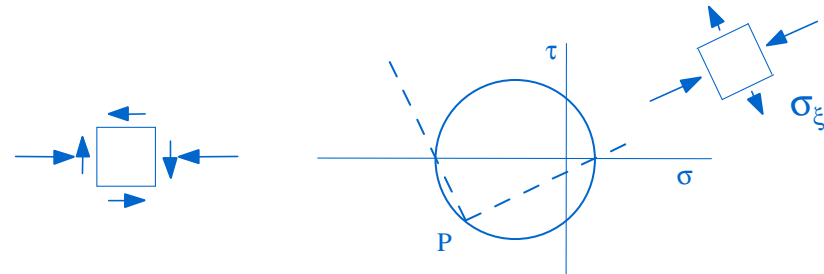
$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

In presenza di compressione:

$$\cot \theta_1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

$$\cot \theta_1 = \frac{\tau}{\sigma_\xi}$$



Nota: Discordanza di simboli tra NTC08 e EC2.  
Io faccio riferimento a EC2

NTC 08, punto 4.1.2.1.3.2

# Resistenza a taglio pareti snelle

- Si applicano le formule generali

$$V_{Rd,max} = \alpha_c f'_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \quad V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

tenendo conto che  $z = 0.8 l_w$

Classe di duttilità B

e zone non critiche per classe di duttilità A

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

Zone critiche per classe di duttilità A

$\cot \theta = 1$  ridurre  $V_{Rd,max}$  col fattore 0.4

# Resistenza a taglio

pareti snelle - classe di duttilità A

Che senso hanno le prescrizioni per CD "A" ?

Usare  $\cot \theta = 1$

Durante il sisma il progressivo danneggiamento del calcestruzzo riduce l'efficacia dell'ingranamento degli inerti per cui  $\theta = 45^\circ$

Ridurre  $V_{Rd,max}$  col fattore 0.4

Usare  $\cot \theta = 1$  è cautelativo per l'armatura ma non per il calcestruzzo

Se  $\cot \theta$  cresce  $V_{Rd,max}$  si riduce  
(per  $\cot \theta = 2 \rightarrow V_{Rd,max}$  si riduce di 0.8)

Ma allora come mai  
0.4 e non 0.8?

# Resistenza a taglio

pareti snelle - classe di duttilità A

Che senso hanno le prescrizioni per CD "A" ?

- Notare l'evoluzione della normativa

Al di fuori della zona critica

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b_w z$$

Nella zona critica

PreStandard EC8 1998:

$$V_{Rd,max} = 0.4 \alpha_c f'_{cd} b_w z$$

Bozze EC8 2002 e 2001:

$$V_{Rd,max} = 0.8 \left( \frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b_w z \right)$$

NTC08, EC8 2005:

$$V_{Rd,max} = 0.4 \left( \frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b_w z \right)$$

L'attuale 0.4 è voluto o è un errore di trascrizione?

# Taglio

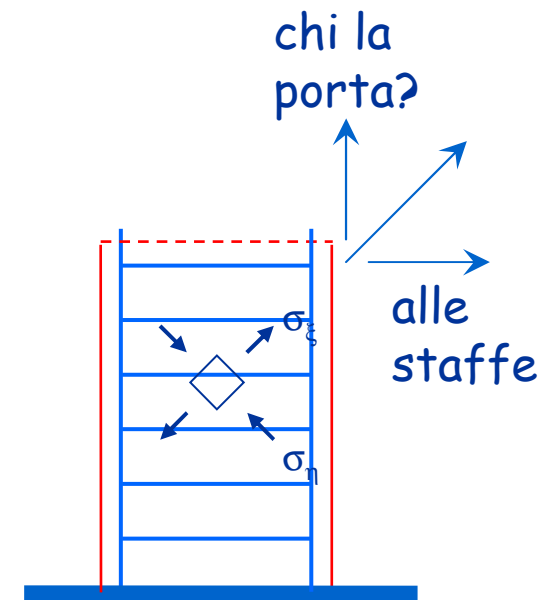
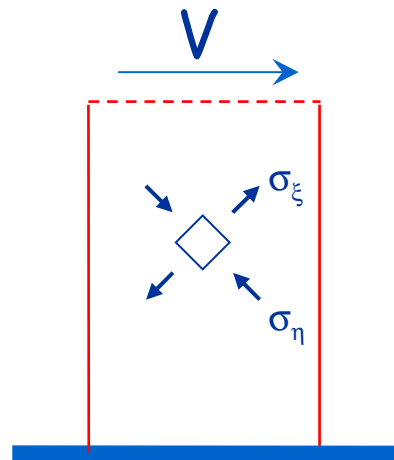
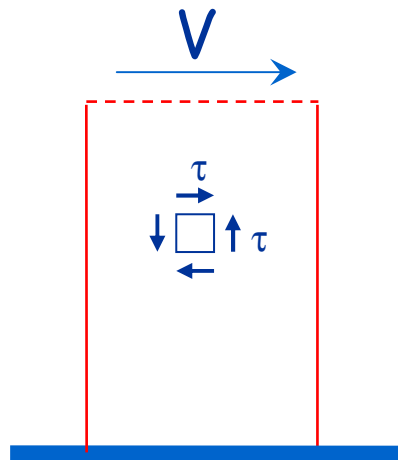
## problemi particolari

1. I modelli per il taglio non valgono in prossimità di forze concentrate (e quindi agli estremi)
  - La verifica a taglio va fatta ad una certa distanza
  - Agli estremi si possono usare modelli tirante-puntone
2. Il contributo del calcestruzzo può annullarsi in caso di carico ciclico con segno alternato del taglio
  - In questi casi deve  $\theta$  rimanere  $45^\circ$
3. Il traliccio di Mörsch in presenza di sole staffe trascura la componente longitudinale della trazione: è necessario considerare (l'uno o l'altro, in alternativa)
  - Traslazione del diagramma dei momenti
  - Contributo dell'armatura di parete

# Taglio

la componente longitudinale della trazione

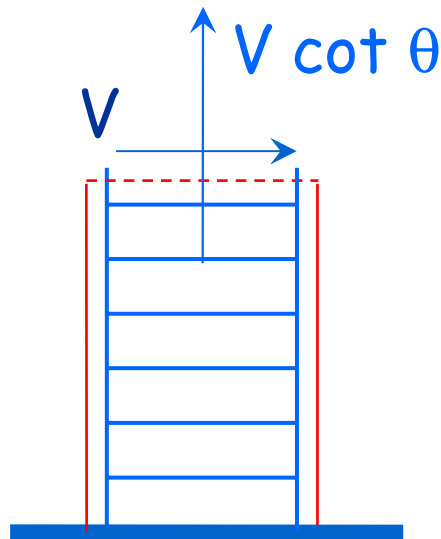
- Nel modello di De Saint Venant il taglio genera tensioni tangenziali  $\tau$  e quindi tensioni principali di trazioni a  $45^\circ$
- Le staffe assorbono solo una componente di questa trazione



# Taglio

la componente longitudinale della trazione

- Il modello dei campi di tensione (con inclinazione  $\theta$  della compressione) mostra che l'anima della parete è soggetta ad una forza di trazione pari a  $V \cot \theta$

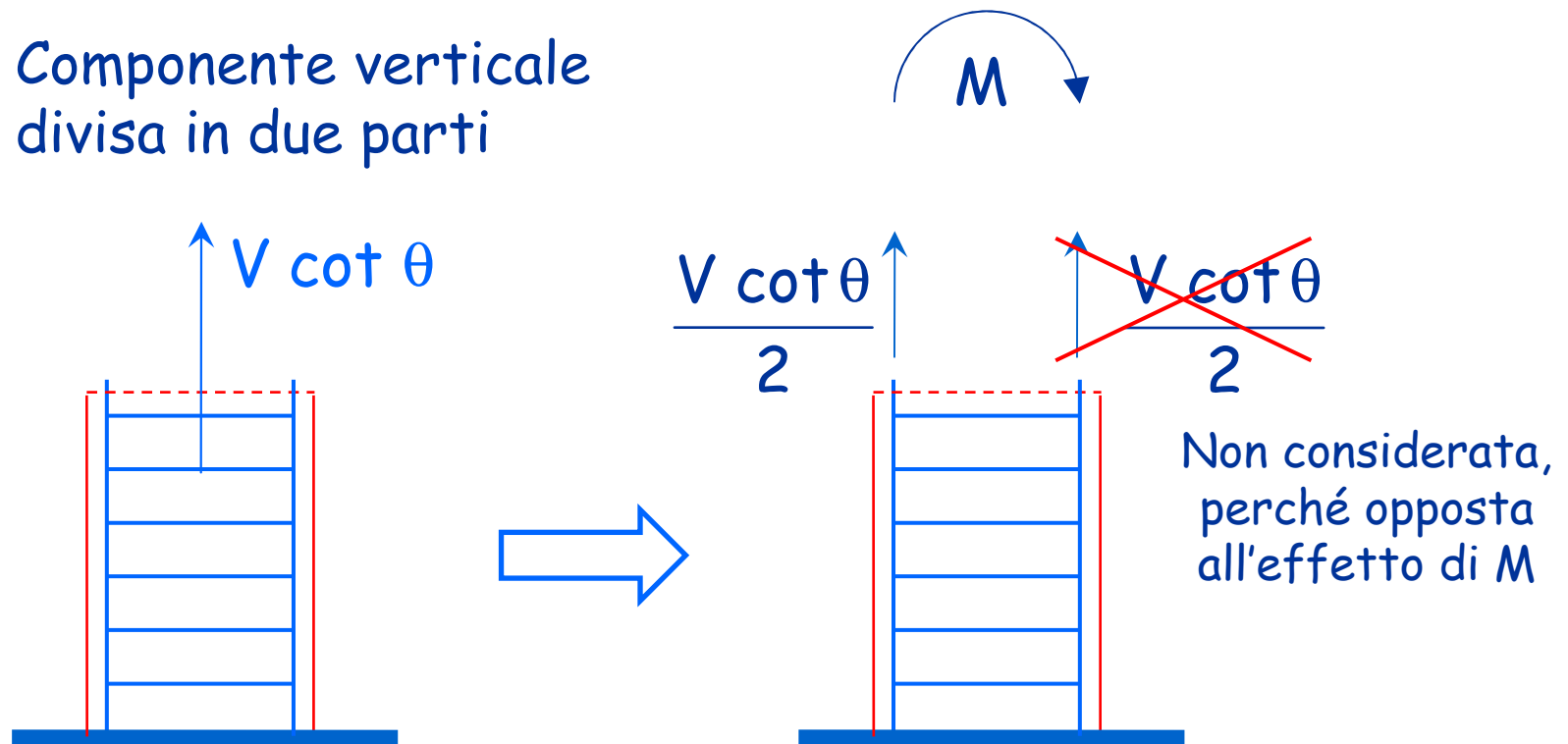


- Sono stati sviluppati modelli diversi per assorbire questa trazione
  - armature concentrate all'estremità della sezione
  - armature diffuse lungo l'anima

# Taglio

la componente longitudinale della trazione

- Armatura concentrata all'estremità della sezione (scuola milanese)
  - Componente verticale divisa in due parti





# Taglio

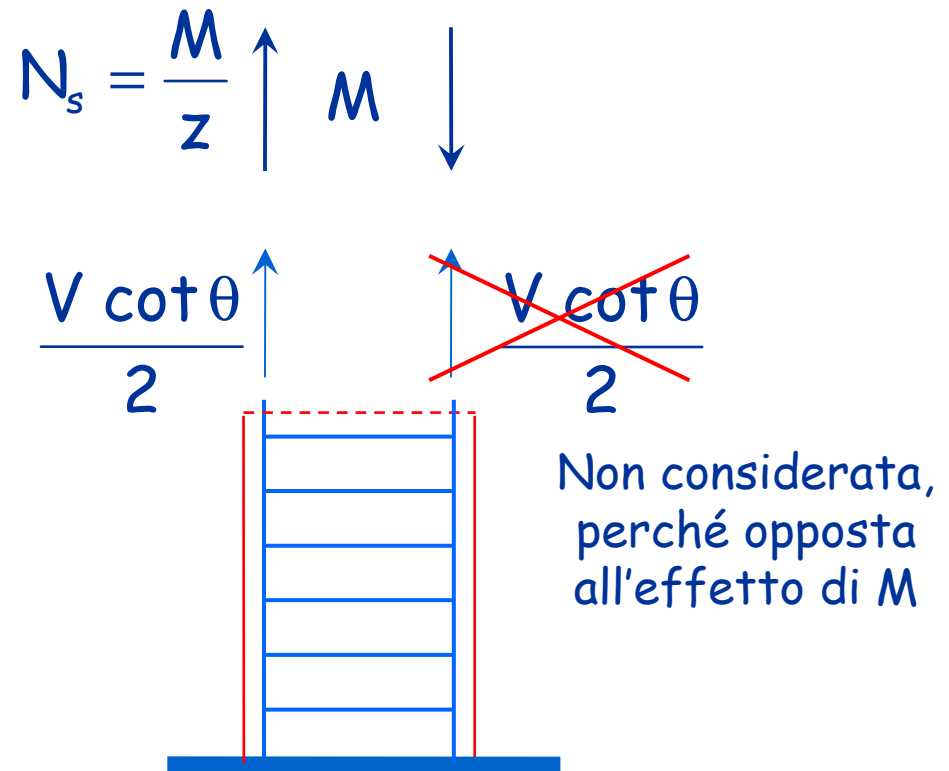
la componente longitudinale della trazione

- Armatura concentrata all'estremità della sezione (scuola milanese)

- Si incrementa l'armatura a flessione, ovvero si calcola tale armatura con un momento flettente maggiorato



Traslazione del  
diagramma del momento



# Taglio

la componente longitudinale della trazione

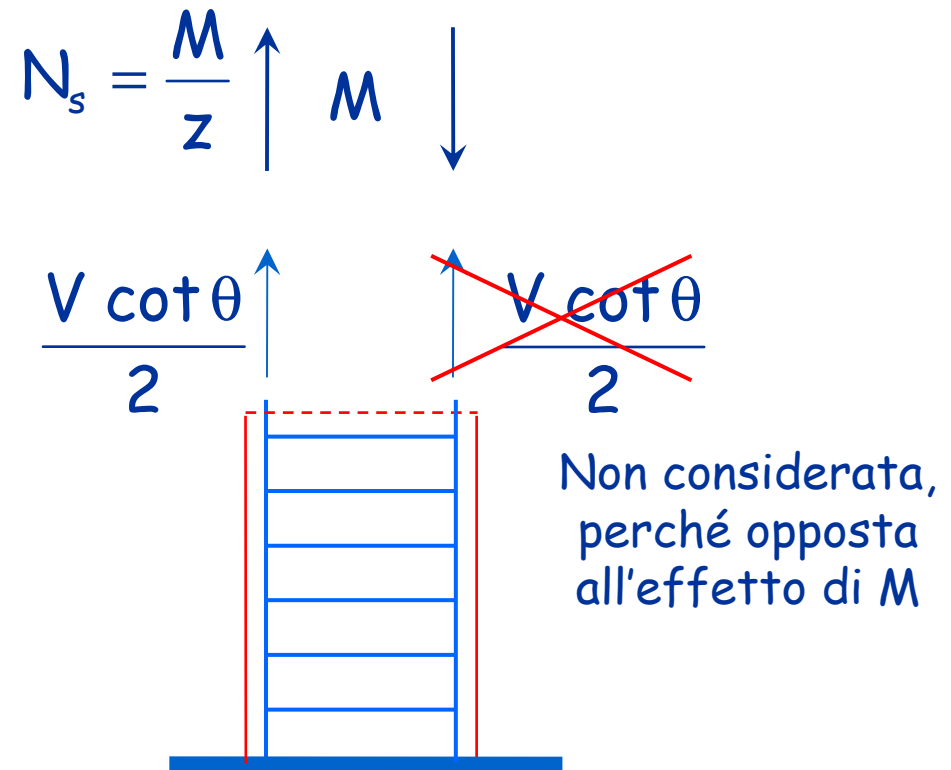
- Armatura concentrata all'estremità della sezione (scuola milanese)

Traslazione del  
diagramma del momento

$$N_s = \frac{M}{z} + V \frac{\cot \theta}{2} = \frac{M + \Delta M}{z}$$

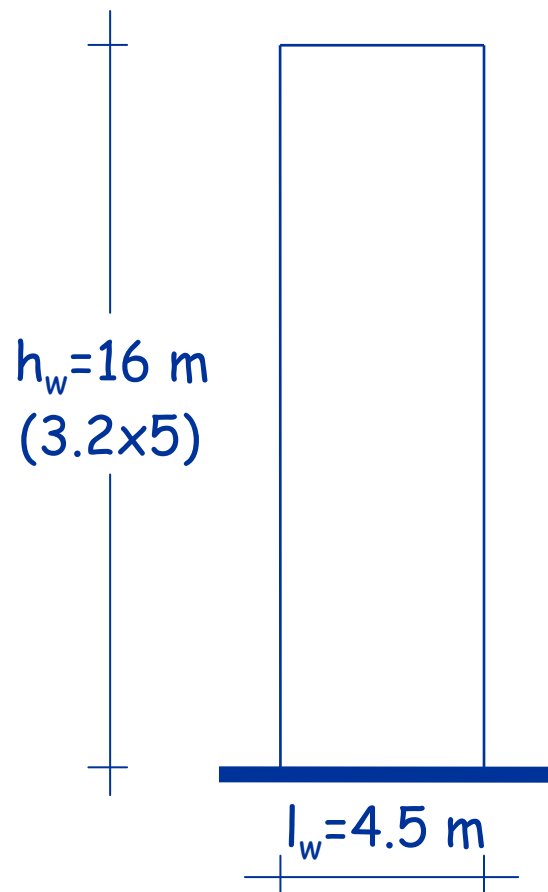
$$\Delta M = V \Delta z$$

$$\Delta z = \frac{z}{2} \cot \theta$$



# Traslazione del diagramma del momento esempio

$$z = 0.8 l_w$$

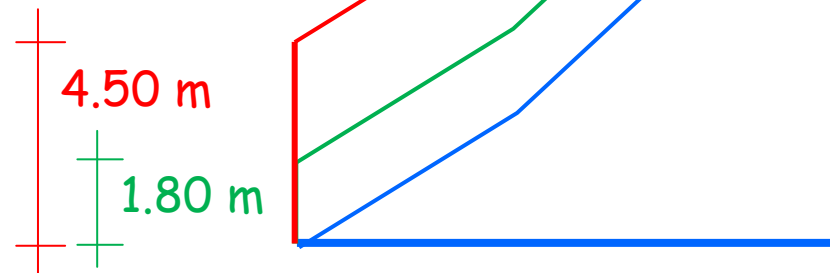


$$\cot \theta = 1.0$$

$$\cot \theta = 2.5$$

$$z/2 = 0.4 l_w$$

$$2.5 z/2 = l_w$$

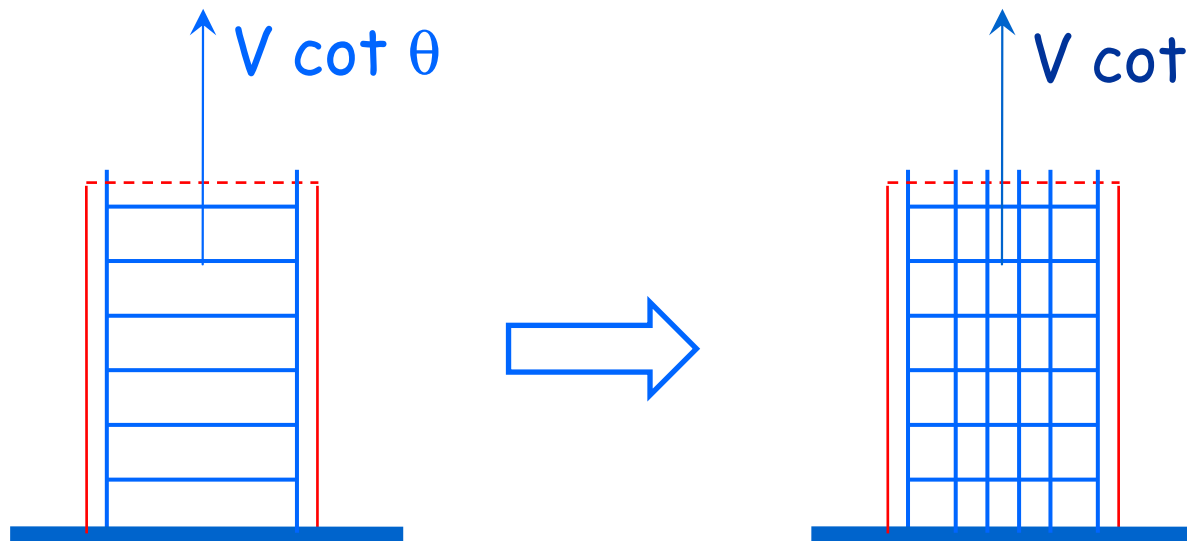


# Taglio

la componente longitudinale della trazione

- Armatura diffusa lungo l'anima (scuola napoletana)
  - Apposita armatura per tutta la componente verticale

$$A_{s,p} = \frac{V \cot \theta}{f_{yd}}$$



# Taglio

la componente longitudinale della trazione

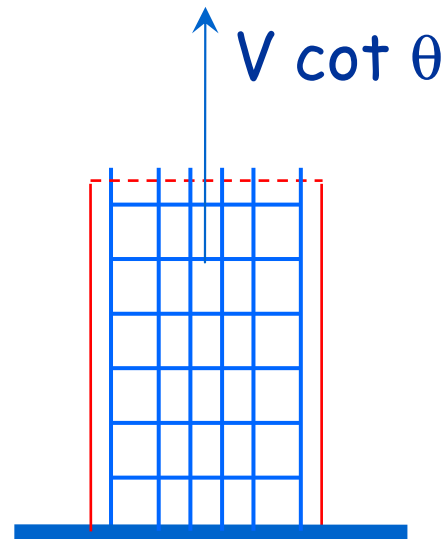
- Armatura diffusa lungo l'anima (scuola napoletana)

- Apposita armatura per tutta la componente verticale (armatura di parete)

$$A_{s,p} = \frac{V \cot \theta}{f_{yd}}$$

Si noti che:

- questo è quanto si fa per la torsione
- questa armatura è espressamente prevista anche per il taglio nelle pareti tozze



# Considerazioni

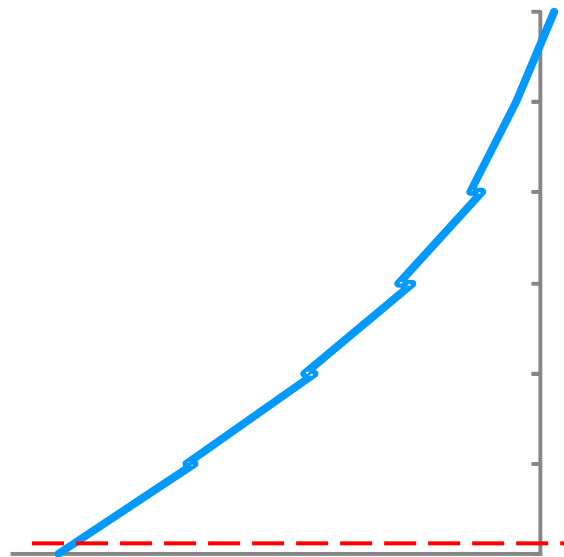
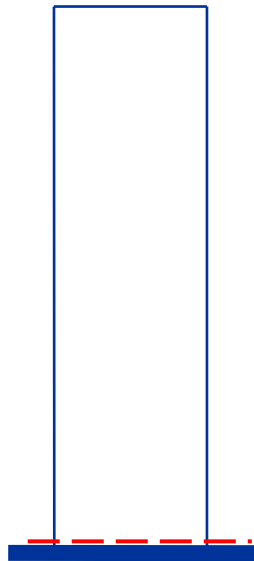
- La normativa cita espressamente la traslazione del diagramma dei momenti che "deve essere in accordo con l'inclinazione degli elementi compressi nel meccanismo resistente a taglio e può essere assunta pari a  $h_{cr}$ "
- Questa è chiaramente una regola applicativa, legata ad un possibile modo di tener conto della componente longitudinale
- È possibile in alternativa calcolare l'armatura di parete e non effettuare la traslazione del diagramma dei momenti

# Considerazioni

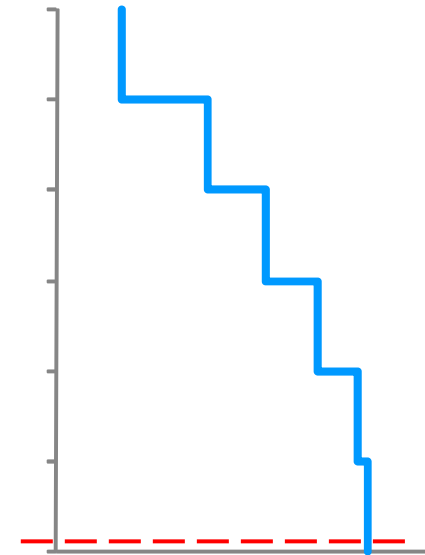
- Come e dove fare le verifiche?

Sezione di base

- momento flettente massimo
- ha poco senso parlare di taglio



Momento flettente



Taglio

# Considerazioni

- Come e dove fare le verifiche?

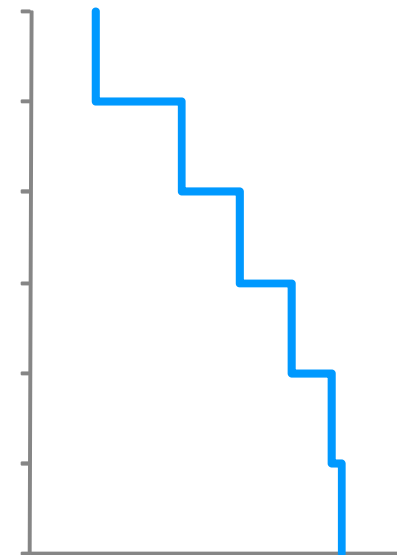
## Sezione di base

- momento flettente massimo
- ha poco senso parlare di taglio

- Verifica a flessione composta considerando sia l'armatura di estremità che quella di parete



Momento flettente



Taglio



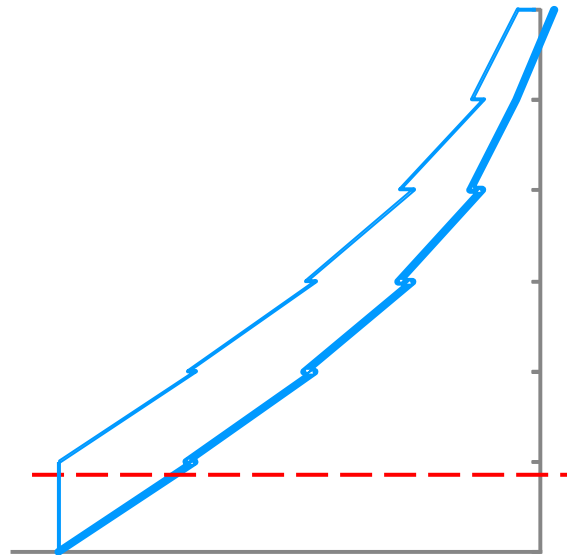
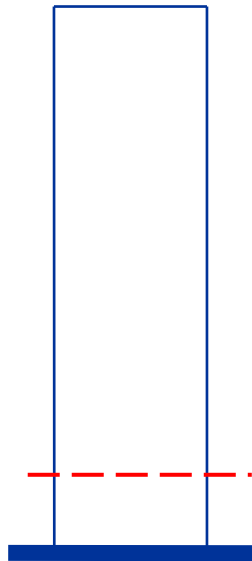
# Considerazioni

- Come e dove fare le verifiche?

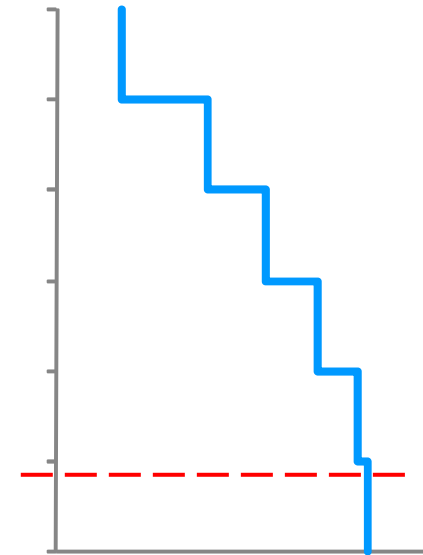
Sezione in testa al primo ordine

- taglio massimo (come al piede)
- momento flettente massimo

con traslazione



Momento flettente



Taglio

# Considerazioni

- Come e dove fare le verifiche?

Sezione in testa al primo ordine

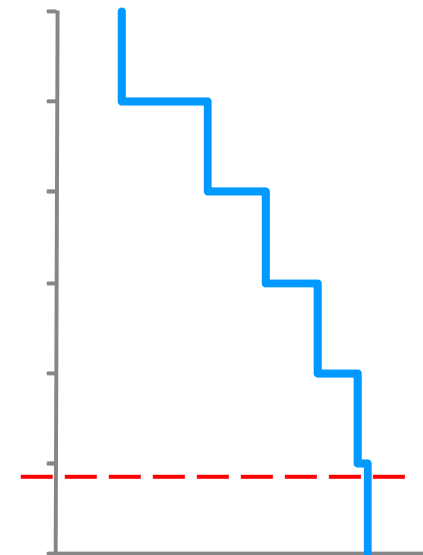
- taglio massimo (come al piede)
- momento flettente massimo

con traslazione

- Verifica a taglio senza prevedere armatura di parete
- Verifica a flessione composta con  $M$  traslato, considerando sia l'armatura di estremità che quella di parete



Momento flettente



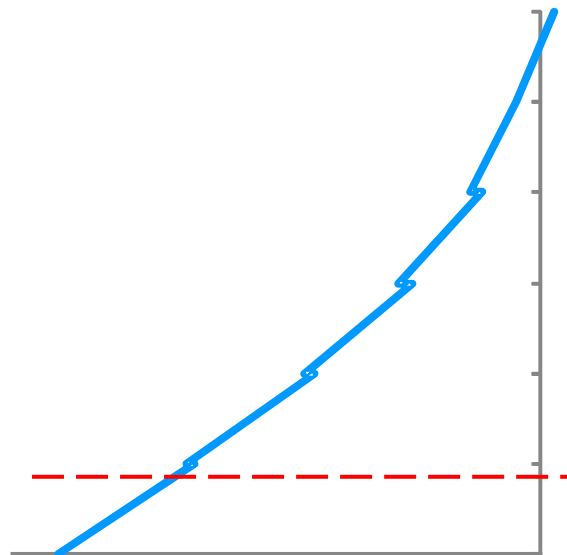
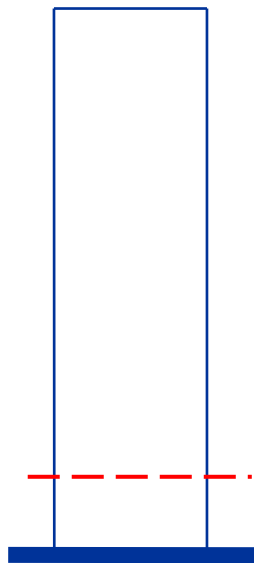
Taglio

# Considerazioni

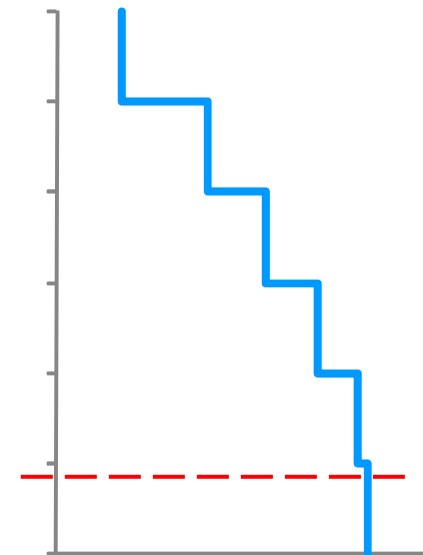
- Come e dove fare le verifiche?

Sezione in testa al primo ordine      senza traslazione

- taglio massimo (come al piede)
- momento flettente forte ma minore del massimo



Momento flettente



Taglio

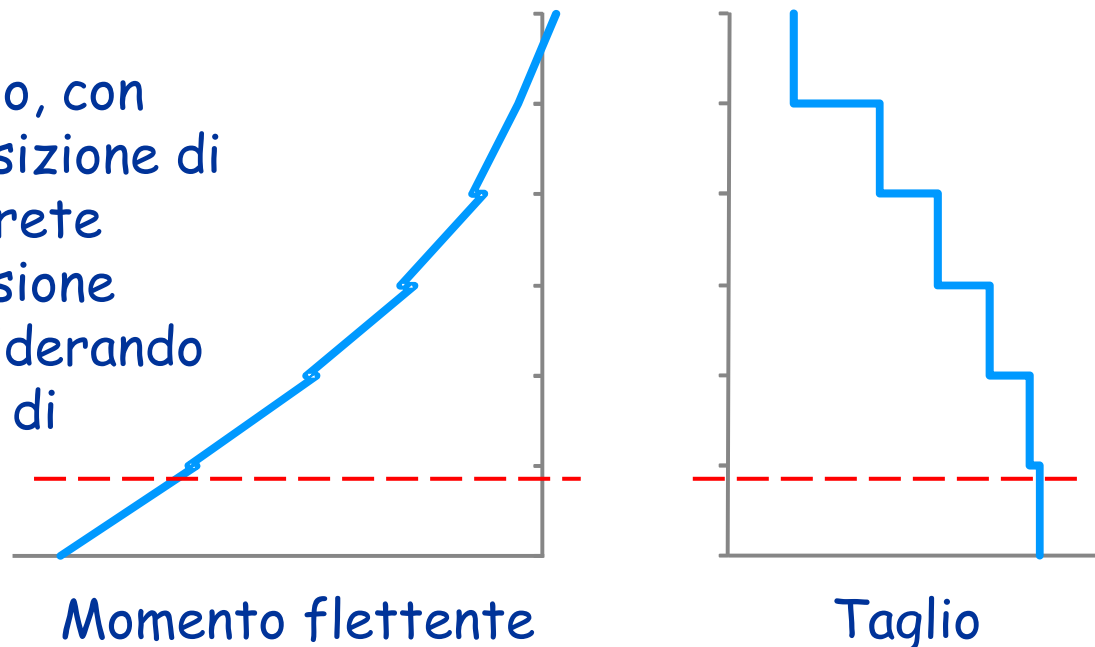
# Considerazioni

- Come e dove fare le verifiche?

Sezione in testa al primo ordine senza traslazione

- taglio massimo (come al piede)
- momento flettente forte ma minore del massimo

- Verifica a taglio, con calcolo e disposizione di armatura di parete
- Verifica a flessione composta considerando solo l'armatura di estremità



# Considerazioni

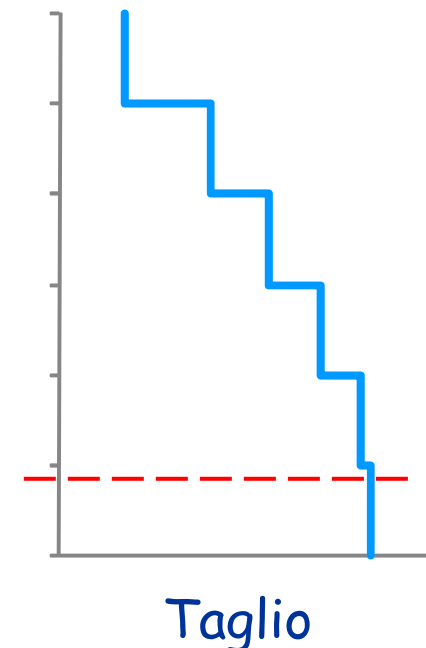
- Come e dove fare le verifiche?

Sezione in testa al primo ordine

- taglio massimo (come al piede)
- momento flettente forte ma minore del massimo

Più semplicemente

- Verifica a taglio
- Calcolo dell'armatura longitudinale per il taglio, da disporre dove si preferisce
- Verifica a flessione composta considerando la restante armatura



Verifica a taglio di pareti tozze

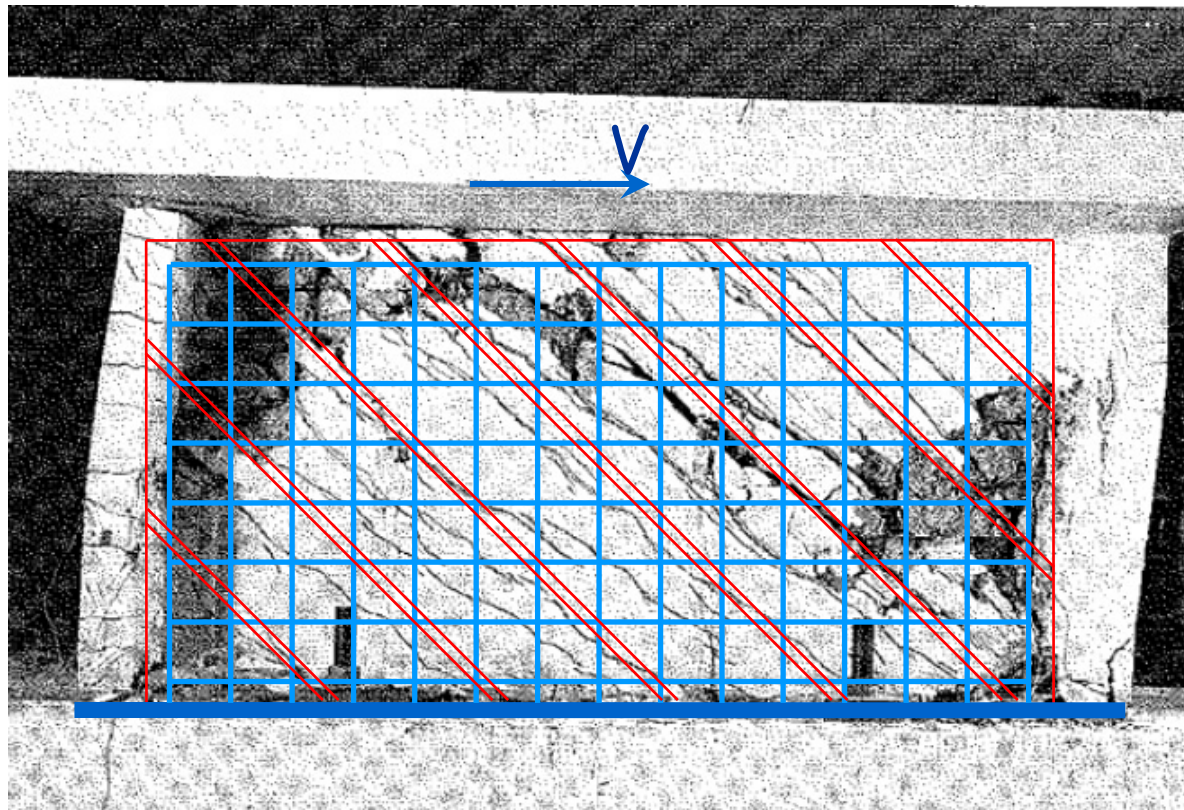
# Verifica a taglio di parete tozza

## modelli di calcolo

- Si ragiona con considerazioni di equilibrio che in sostanza non sono diverse da quelle adottate per il traliccio di Mörsch (o per i campi di tensione)
- Il puntone compresso è considerato inclinato a  $45^\circ$ , come nel tradizionale traliccio di Mörsch
  - Per il comportamento dopo lo snervamento delle armature a taglio si riprende il modello "normale"
- Le vere particolarità sono:
  - Il fatto che, essendo  $l_w$  molto grande, si parte dal taglio per unità di lunghezza
  - Il fatto che il modello considera esplicitamente sia armature trasversali che longitudinali

# Verifica a taglio di parete tozza

## modelli di calcolo



Lesioni a  $45^\circ$

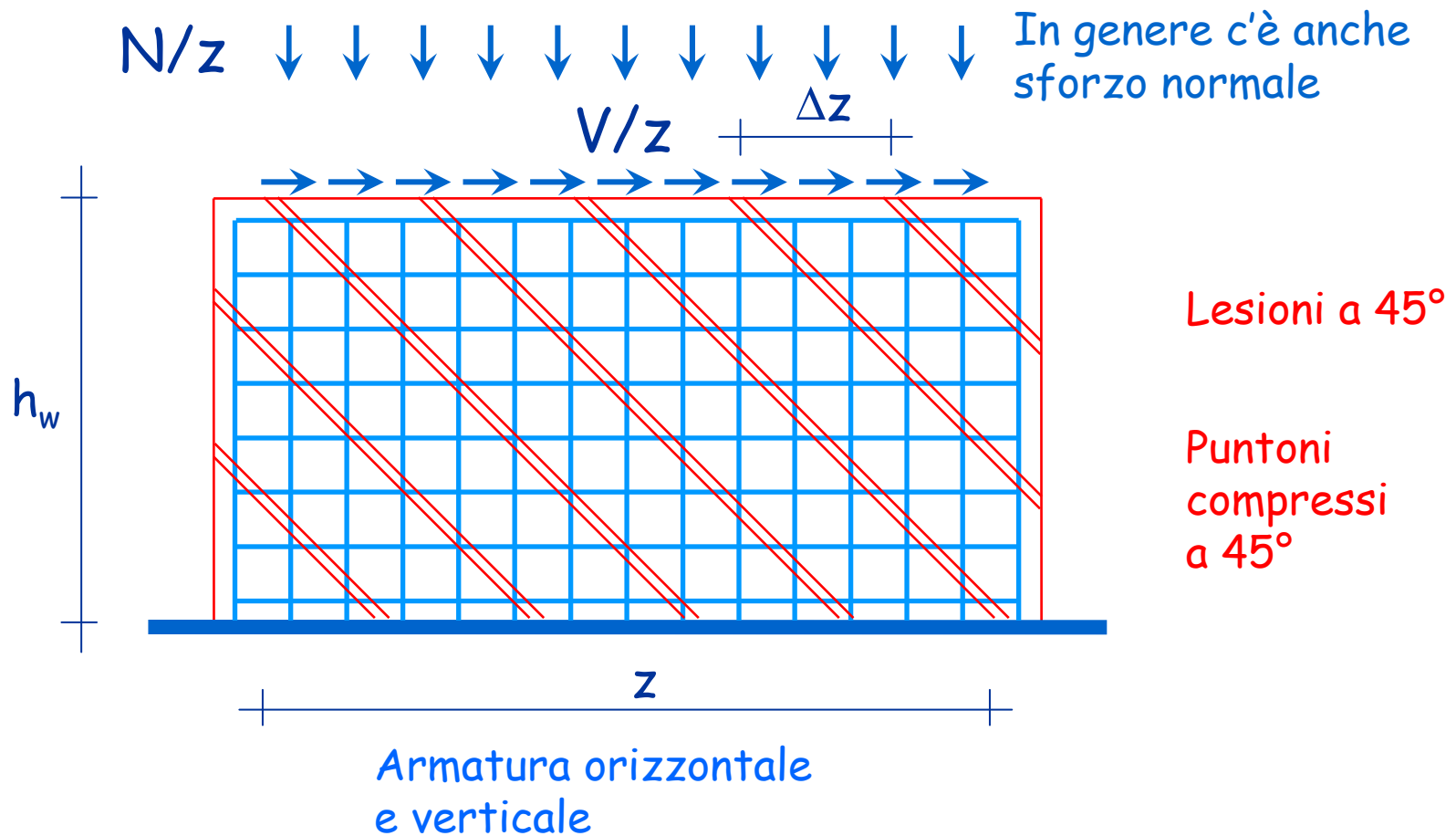
Puntoni  
compressi  
a  $45^\circ$

Armatura orizzontale  
e verticale



# Verifica a taglio di parete tozza

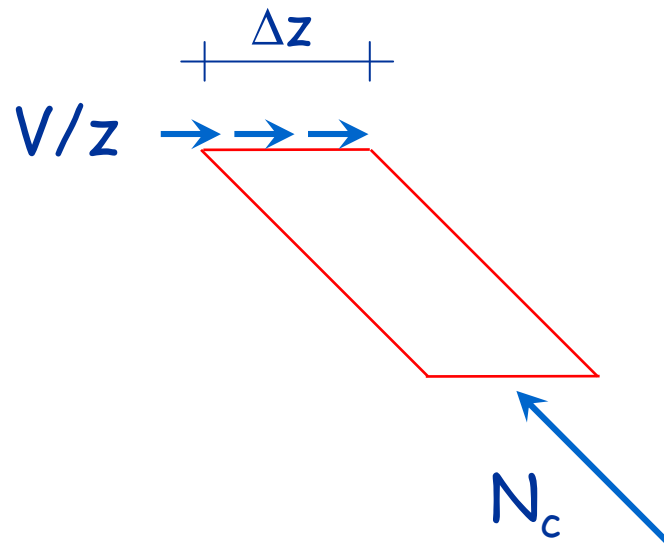
## modelli di calcolo



# Resistenza del calcestruzzo

## compressione del calcestruzzo d'anima

- Il collasso può avvenire per **schacciamento** del calcestruzzo d'anima

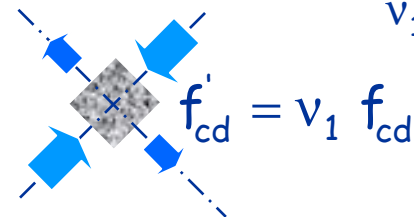


$$N_c = V \frac{\Delta z}{z} \sqrt{2}$$

$$A_c = \frac{b_w \Delta z}{\sqrt{2}}$$

ponendo  $\sigma_c = f'_{cd}$

$$v_1 = 0.5$$



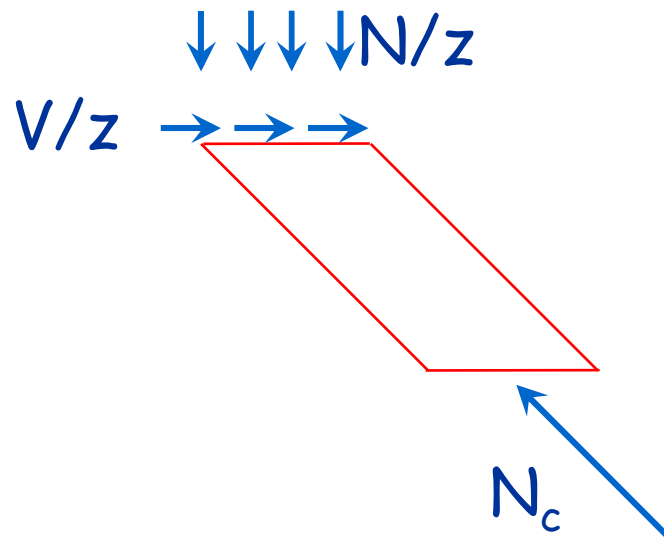
si ottiene

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} f'_{cd} b z$$

# Resistenza del calcestruzzo

## compressione del calcestruzzo d'anima

- Il collasso può avvenire per **schacciamento** del calcestruzzo d'anima



In presenza di sforzo normale

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} \alpha_c f'_{cd} b z$$

$$\alpha_c = \alpha_c(N)$$

Come  $V_{Rd,max}$  di pareti snelle per  $\cot \theta = 1$

# Resistenza dell'armatura a taglio

## trazione dell'armatura d'anima orizzontale

- Il collasso può avvenire per snervamento dell'armatura orizzontale (staffe)

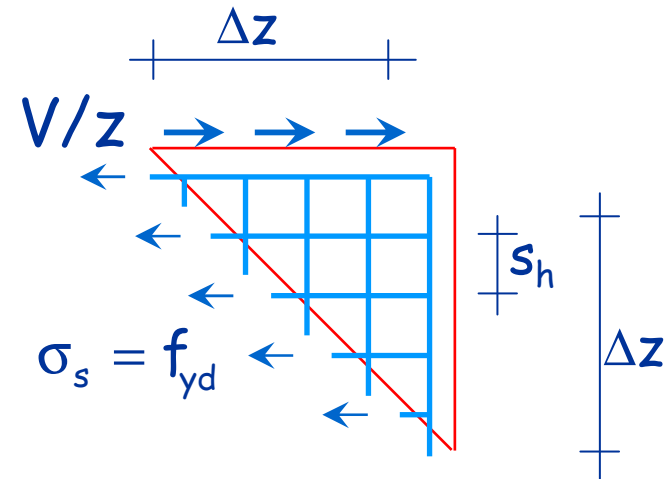
$$F_h = V \frac{\Delta z}{z} = A_s f_{yd}$$

$$A_s = A_{sh} \frac{\Delta z}{s_h}$$

si ottiene

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sh}}{s_h} z f_{yd}$$

Come  $V_{Rd,s}$  di pareti snelle  
per  $\cot \theta = 1$



# Resistenza dell'armatura a taglio

## trazione dell'armatura d'anima orizzontale

- Il collasso può avvenire per **snervamento dell'armatura orizzontale (staffe)**

$$F_h = V \frac{\Delta z}{z} = A_s f_{yd}$$

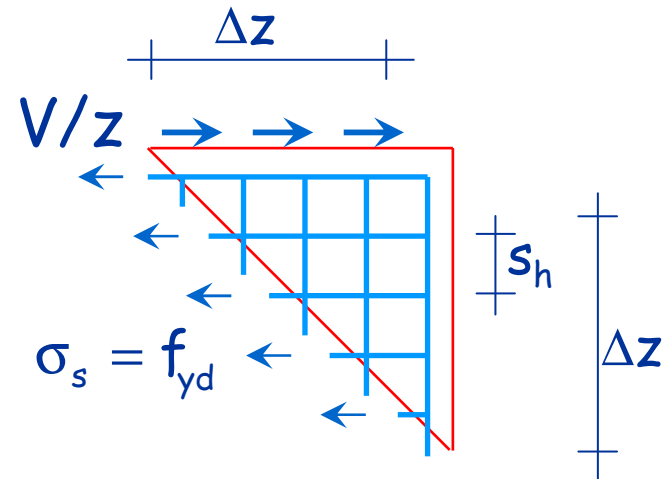
$$A_s = A_{sh} \frac{\Delta z}{s_h}$$

si ottiene

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sh}}{s_h} z f_{yd}$$



$$\begin{cases} V_{Rd,s} = \rho_h b_w z f_{yd} \\ \rho_h = \frac{A_{sh}}{b_w s_h} \end{cases}$$



# Resistenza dell'armatura a taglio

## trazione dell'armatura d'anima verticale

- Il collasso può avvenire per **snervamento dell'armatura verticale**

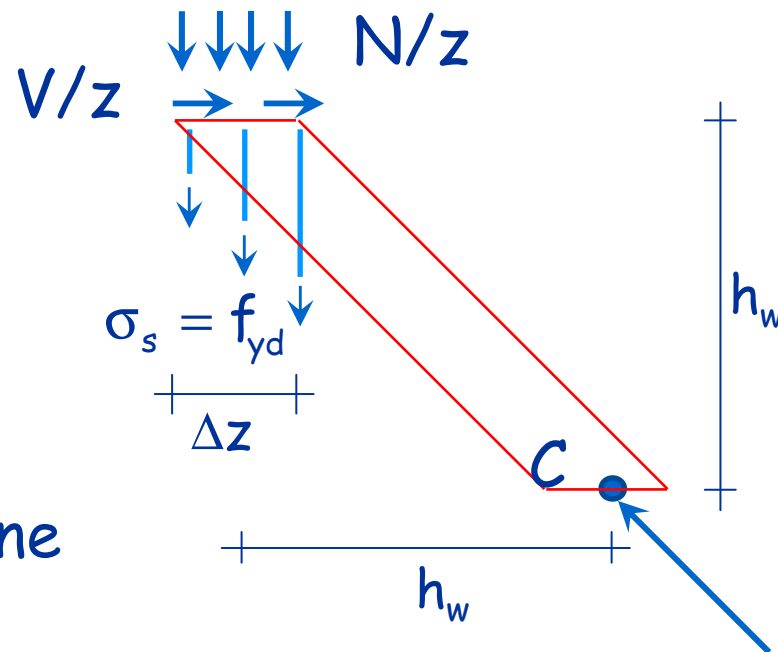
$$F_h = V \frac{\Delta z}{z}$$

$$F_v = A_{sv} \frac{\Delta z}{s_v} f_{yd} + N \frac{\Delta z}{z}$$

dall'equilibrio alla rotazione  
attorno a C

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sv}}{s_v} z f_{yd} + N$$

A meno di N, come  
pareti snelle per  $\cot \theta = 1$



## Resistenza dell'armatura a taglio

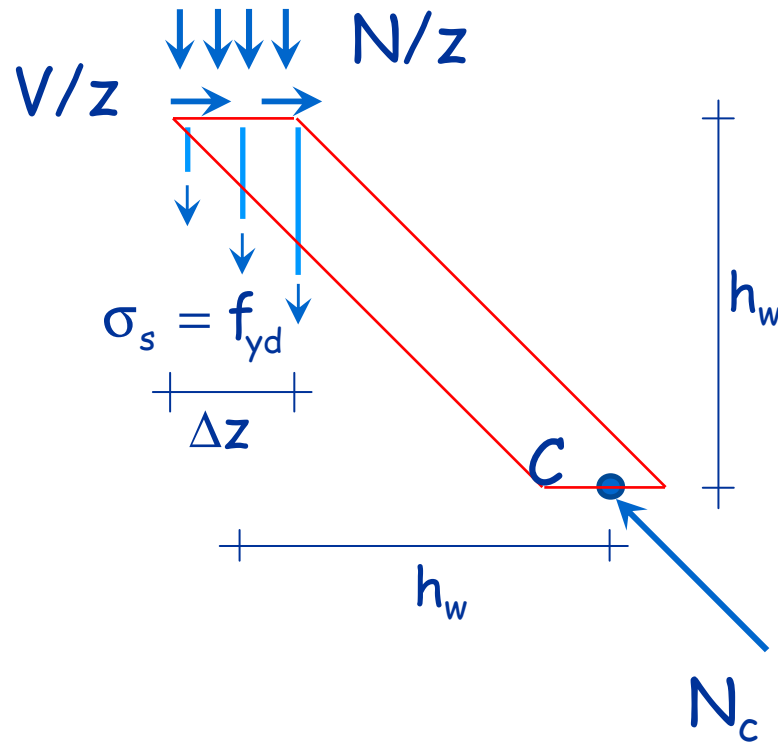
## trazione dell'armatura d'anima verticale

- Il collasso può avvenire per snervamento dell'armatura verticale

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{\text{Rd},s} = \rho_v \mathbf{b}_w \mathbf{z} \mathbf{f}_{\text{yd}} + \mathbf{N} \\ \rho_v = \frac{A_{sv}}{b_w s_v} \end{cases}$$



$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sv}}{s_v} z f_{yd} + N$$



# Resistenza dell'armatura a taglio

trazione dell'armatura d'anima verticale e orizzontale

- Le indicazioni di normativa richiamano il metodo "normale"

- Armatura orizzontale

$$V_{Rd,s} = V_{Rd,c} + 0.75 \rho_h b_w \alpha_s l_w f_{yd}$$

$$\text{con } \alpha_s = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} l_w}$$

$V_{Rd,c}$  = resistenza in assenza di armatura a taglio

- Armatura verticale

$$\rho_h b_w z f_{yd} \leq \rho_v b_w z f_{yd} + N_{Ed,min}$$

L'armatura orizzontale deve snervarsi prima di quella verticale



# Resistenza a taglio

## in assenza di armatura a taglio

- Valgono le indicazioni generali
- Si utilizza il modello "a pettine" che tiene conto di
  - effetto spinotto
  - ingranamento degli inerti
  - influenza dell'azione assiale

$$V_{Rd,c} = \left[ \underbrace{0.18 k \frac{\sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c}}_{\geq v_{min}} + 0.15 \sigma_{cp} \right] b d$$
$$\geq v_{min} = 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}}$$
$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

d in mm

$V_{Rd,c} = 0$   
se  $N_{Ed}$  è di trazione

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0.2 f_{cd}$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} \leq 0.02$$

# Considerazioni

- La normativa dice di usare le espressioni indicate in precedenza solo per pareti tozze ( $\alpha_s < 2$ ) in classe di duttilità A
- Mancherebbero quindi indicazioni specifiche per pareti tozze in classe di duttilità B

Penso invece che queste indicazioni debbano sempre essere utilizzate nel caso di pareti tozze, indipendentemente dalla classe di duttilità