

**Problemi specifici nel progetto di strutture
antisismiche in acciaio**

4 - Calcolo approssimato e dimensionamento

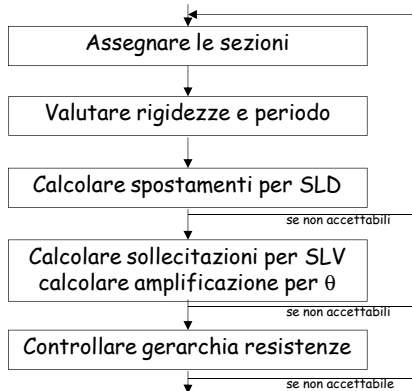
Spoletto
11-12 maggio 2012
Aurelio Ghersi

Dimensionamento

- Le indicazioni da rispettare sono molte ed occorre almeno un calcolo di massima per verificarle
- Si potrebbe procedere per tentativi:
 - assegnare le sezioni
 - fare il calcolo
 - verificare le sezioni

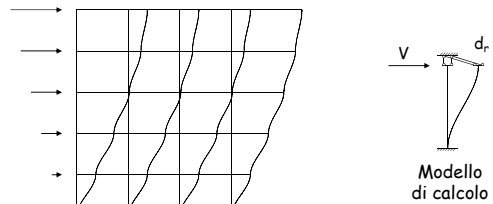
... ma è preferibile organizzare un foglio di calcolo che faccia un calcolo di massima e tutti i controlli

Schema logico



Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- Se le travi sono infinitamente rigide



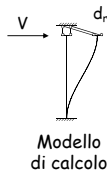
Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- Se le travi sono infinitamente rigide

$$d_r = \frac{V L_p^3}{12 E I_p}$$

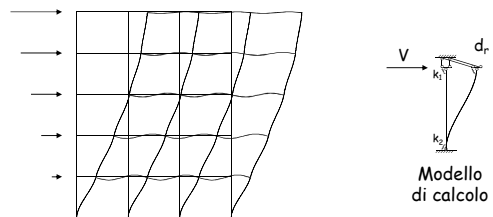
$$\text{rigidezza} = \frac{12 E I_p}{L_p^3}$$

La rigidezza è proporzionale al
momento d'inerzia della sezione



Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- In realtà le travi sono deformabili



Rigidità

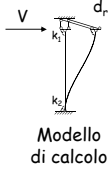
- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- In realtà le travi sono deformabili

$$k_1 = \frac{12 E I_{t, \text{sup}}}{L_t}$$

ma poiché la trave serve da vincolo anche al pilastro di sopra, prendo la metà

$$k_1 = \frac{6EI_{t,\text{sup}}}{L_t} \quad k_2 = \frac{6EI_{t,\text{inf}}}{L_t}$$

pongo $r_1 = \frac{EI_p}{L_p k_1}$ $r_2 = \frac{EI_p}{L_p k_2}$

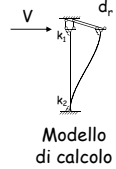


Rigidità

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- In realtà le travi sono deformabili

$$d_r = \frac{VL_p^3}{12EI_p} \left[1 + 3 \frac{r_1 + r_2 + 4r_1r_2}{1 + r_1 + r_2} \right]$$

$$\cong \frac{VL_p^3}{12EI_p} [1 + 3(r_1 + r_2)]$$



Lo spostamento dipende anche dalla rigidità delle travi

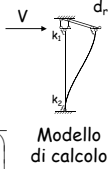
Rigidezza

- Rigidezza di un pilastro = rapporto tra taglio V e spostamento relativo d_r
- In realtà le travi sono deformabili

Spostamento e rigidezze si possono esprimere direttamente con

$$d_r \cong \frac{V L_p^3}{12 E I_p} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{E I_p / L_p}{E I_{t,sup} / L_t} + \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,inf} / L_t} \right) \right]$$

$$\text{rigidezza} = \frac{12EI_p}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{EI_p/L_p}{EI_{t,sup}/L_t} + \frac{EI_p/L_p}{EI_{t,inf}/L_t} \right)}$$



Rigidezza

Nel caso in esame abbiamo più situazioni:

- Colonna lato rigido + 1 trave
- Colonna lato rigido + 2 travi
- Colonna lato flessibile + 1 trave
- Colonna lato flessibile + 2 travi

Occorre inoltre distinguere:





- 1° ordine: la fondazione è rigida
- Altri ordini: la colonna è tra due travi flessibili

Rigidezza

Sección					Es	21000 216	MPa kN/mm ²
	denominar IPE 360	Isamia [cm ²] 16270	W _{pl} [cm ³] 1019		fy / y ₀	275 261	MPa MPa
Trave							
Coloche	HE 320 B	mn max	5239 30922	939 I 2149	fy / y ₀	355 338 I	MPa MPa
Coloche rigida 2 trave				1° ordine l _{med} [cm ²]	I- <i>P</i>		alto ordine l _{med} [cm ²]
	l _{sup} [m]	l _{inf} [m]		I- <i>P</i>	h [kN/mm]		I- <i>P</i>
t: sup	5.50	5500	16270	1.89		16270	1.89
r: inf		5500	inf	0.00		16270	1.89
coluina	3.50	3500	30920		7.280	30920	1.566
Coloche rigida 1 trave				1° ordine l _{med} [cm ²]	I- <i>P</i>		alto ordine l _{med} [cm ²]
	l _{sup} [m]	l _{inf} [m]		I- <i>P</i>	h [kN/mm]		I- <i>P</i>
t: sup	5.50	5500	8155	3.73		8155	3.73
r: inf		5500	inf	0.00		8155	3.73
coluina	3.50	3500	30920	4.555		30920	2.005
Coloche deformabile 2 trave				1° ordine l _{med} [cm ²]	I- <i>P</i>		alto ordine l _{med} [cm ²]
	l _{sup} [m]	l _{inf} [m]		I- <i>P</i>	h [kN/mm]		I- <i>P</i>
t: sup	< 4.50	5500	5570	0.57		5570	0.57
r: inf		5500	inf	0.00		16270	0.57
coluina	3.50	3500	5228	3.755		9239	2.670
Coloche deformabile 1 trave				1° ordine l _{med} [cm ²]	I- <i>P</i>		alto ordine l _{med} [cm ²]
	l _{sup} [m]	l _{inf} [m]		I- <i>P</i>	h [kN/mm]		I- <i>P</i>
t: sup	5.50	5500	8135	1.11		8135	1.11
r: inf		5500	inf	0.00		8135	1.11
coluina	3.50	3500	5228	2.870		9239	1.560

Rigidezza

- Riepilogando, se si usa una colonna HEB320

schema	1° ordine	Altri ordini
	4.56	2.61
	7.28	4.56
	2.87	1.95
	3.76	2.87

Determinazione del periodo

La normativa suggerisce di assumere

$$T_1 = C_1 H^{3/4}$$

con

$C_1 = 0.085$
per strutture intelaiate in
acciaio

H = altezza dell'edificio dal
piano di fondazione (m)

Nell'esempio: $H = 17.50$ m (escluso torrino)

$$T_1 = 0.085 \times 17.50^{3/4} = 0.727 \text{ s}$$

Ma attenzione ...

- La formula di normativa non tiene conto della effettiva rigidezza della struttura
- È opportuno controllare appena possibile se il periodo è plausibile (e quindi se le forze sono effettivamente quelle da usare)
- Possibile procedimento per valutare il periodo:

Formula di Rayleigh

m_i : massa di piano

F_i : Forza di piano

u_i : spostamento del baricentro di piano
(provocato dalla forze F_i)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

Determinazione del periodo

Per applicare la formula di Rayleigh:

- Occorre determinare le masse ai vari piani
- Si potrebbe usare una qualsiasi distribuzione di forze (ma può essere comodo assegnarne una corrispondente alle forze dell'analisi statica)



Quindi:

- Stima delle masse
- Calcolo delle forze a meno di a_g (che dipende da T)

Masse

In un edificio in cemento armato il peso delle masse di piano corrisponde in genere ad una incidenza media di $8 \div 11 \text{ kN/m}^2$

In un edificio in acciaio il peso delle masse di piano è in genere minore ($6 \div 8 \text{ kN/m}^2$) perché:

- La struttura è molto più leggera
- Solaio, massetto, pavimento spesso sono più leggeri
- I tramezzi spesso sono più leggeri

Il peso delle masse può essere stimato moltiplicando la superficie dell'impalcato per 7.5 kN/m^2 (6 kN/m^2 in copertura, per la minore incidenza delle tamponature)

Masse

piano	S [m²]	w [kN/m²]	W [kN]
5	569.23	6.0	3415.4
4	452.40	7.5	3393.0
3	452.40	7.5	3393.0
2	452.40	7.5	3393.0
1	452.40	7.5	3393.0
			16987.3

Forze

- Si applica la formula per l'analisi statica (a meno di S_d/g , non ancora nota)

$$V_b = W \cdot A \cdot \frac{S_d(T_1)}{g} = W \times 1 \quad \Rightarrow \quad F_i = V_b \cdot \frac{z_i W_i}{\sum z_j W_j}$$

ag	1		V/b	16987.3	kN			
piano	S [m²]	w [kN/m²]	W [kN]	h [m]	z [m]	W z	F [kN]	V [kN]
5	569.23	6.0	3415.4	3.50	17.50	59769	5687.3	5687.3
4	452.40	7.5	3393.0	3.50	14.00	47502	4520.0	10207.3
3	452.40	7.5	3393.0	3.50	10.50	35626	3390.0	13597.3
2	452.40	7.5	3393.0	3.50	7.00	23751	2260.0	15857.3
1	452.40	7.5	3393.0	3.50	3.50	11875	1130.0	16987.3
			16987.3			178523	16987.3	

Determinazione degli spostamenti

- Rigidezza singolo pilastro → rigidezza di piano
- Taglio → spostamento relativo di piano $d_r = \frac{V}{k}$

piano 5				
	n	k	V	dr [mm]
col.rig-2 tra.	9	40.996		
col.rig-1 tra.	3	7.815		
col.def-2 tra.	5	14.348		
col.def-1 tra.	7	13.650		
		76.810	5687.3	74.04

Determinazione degli spostamenti

- Rigidezza singolo pilastro → rigidezza di piano
- Taglio → spostamento relativo di piano $d_r = \frac{V}{k}$
- Spostamenti relativo → spostamenti assoluti

piano	dr [mm]	u [mm]
5	74.04	734.31
4	132.89	660.27
3	177.02	527.38
2	206.45	350.35
1	143.91	143.91

Periodo proprio della struttura

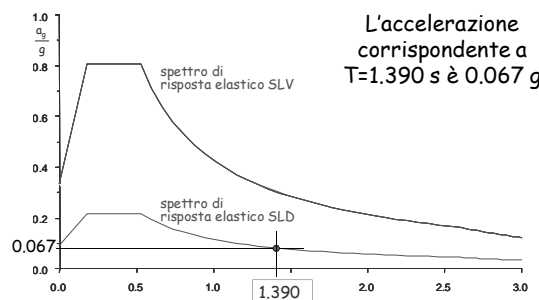
Piano	m (kN s ² /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN m)	m u ² (kN m s ²)
Torrino+V	348.2	5687.3	734.3	4176.2	187.73
IV	345.9	4520.0	660.3	2984.4	150.78
III	345.9	3390.0	527.4	1787.8	96.20
II	345.9	2260.0	350.4	791.8	42.45
I	345.9	1130.0	143.9	162.6	7.16
somma				9902.9	484.33

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

$$T = 1.390 \text{ s}$$

Molto più grande di quanto previsto
con la formula della normativa

Ordinata spettrale spettro di risposta elastico SLD



Spostamenti per SLD

- Gli spostamenti allo SLD si ricavano da quelli calcolati per $a_g=1$, moltiplicandoli per il valore di a_g ora trovato

piano	dr [mm]	u [mm]		dr [mm]	u [mm]
5	74.04	734.31		4.99	49.48
4	132.89	660.27	X 0.067	8.95	44.49
3	177.02	527.38		11.93	35.54
2	206.45	350.35		13.91	23.61
1	143.91	143.91		9.70	9.70

Spostamenti per SLD

- Gli spostamenti allo SLD dovrebbero essere amplificati per tener conto di rotazioni dell'impalcato (eccentricità)

Piano	dr [mm]		dr [mm]
5	4.99		5.99
4	8.95	X 1.20	10.75
3	11.93		14.31
2	13.91		16.69
1	9.70		11.64

In modo analogo possono essere determinate periodi e spostamenti per sisma in direzione y ($dr_{max}=16.92 \text{ mm}$)

Effetto P-δ per SLD

- È in genere trascurabile ... ma controlliamo $\theta_i = \frac{P_i d_{i,u}}{V_{i,u} h_i}$

Verifica effetto P-δ

P [kN]	dr/V [mm/kN]	P/h [kN/mm]	θ
3115.1	0.013	0.976	0.013
6808.4	0.013	1.945	0.025
10201.3	0.013	2.915	0.038
13594.3	0.013	3.884	0.051
16987.3	0.008	4.854	0.041

$\theta_{\max} = 0.051$

$\theta_{\max} < 0.1$

L'effetto P-δ può essere trascurato

Anche se lo si prendesse in conto l'incremento sarebbe minimo

$$\frac{1}{1 - \theta_{\max}} = 1.054$$

Spettro di progetto per SLV

È ottenuto dividendo lo spettro di risposta elastica per il fattore di struttura q

$$q = q_0 K_R$$

Per telai in acciaio:

$q_0 = 5 \alpha_u / \alpha_1$ per CD "A"

$q_0 = 4$ per CD "B"

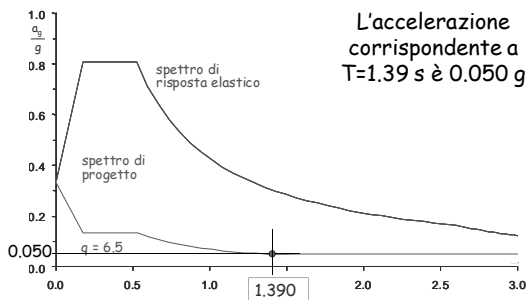
$\alpha_u / \alpha_1 = 1.3$ telaio con più piani e più campate

$K_R = 1$ la struttura è regolare in altezza

Posso assumere $q = 5 \times 1.3 = 6.5$

Ma lo sfrutterò veramente?

Ordinata spettrale per SLV



Forze e spostamenti per SLV

- Le forze e gli spostamenti allo SLV si ricavano da quelli calcolati per $a_g=1$, moltiplicandoli per il valore di a_g ora trovato

piano	F [kN]	V [kN]	F	V	u [mm]	dr [mm]
5	5687.3	5687.3	284.36	284.36	36.72	3.70
4	4520.0	10207.3	226.00	510.36	33.01	6.64
3	3390.0	13597.3	169.50	679.86	26.37	8.85
2	2260.0	15857.3	113.00	792.86	17.52	10.32
1	1130.0	16987.3	56.50	849.36	7.20	7.20
	16987.3					

$\times 0.050$

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

- Ripartire il taglio di piano tra i pilastri in maniera forfetaria, oppure in base a rigidzze stimate

Esempio: piano 5, $V = 284.36$ kN

	k	V [kN]
col.rig-2 tra.	4.555	16.86
col.rig-1 tra.	2.605	9.64
col.def-2 tra.	2.870	10.62
col.def-1 tra.	1.950	7.22
TOTALE	76.810	

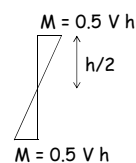
$$284.36 \times \frac{4.55}{76.810} = 16.86$$

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

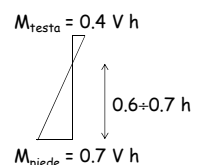
- Valutare il momento nei pilastri

Se le travi sono abbastanza rigide

ai piani superiori



al primo ordine

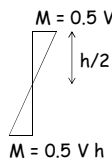


Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

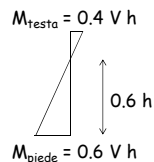
2. Valutare il momento nei pilastri

Se le travi sono più deformabili

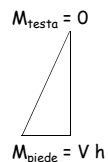
ai piani superiori



al secondo ordine



al primo ordine



Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

2. Valutare il momento nei pilastri

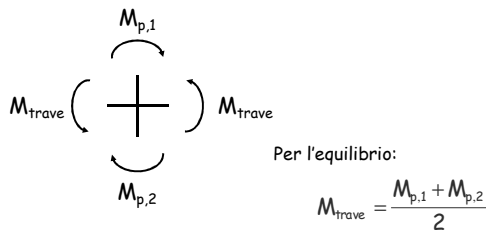
Nel caso in esame

piano 5				piano 2			
V [kN]		M _t [kNm]	M _p [kNm]	V [kN]		M _t [kNm]	M _p [kNm]
16.86	0.5	29.51	29.51	47.02	0.5	32.29	82.29
9.64	0.5	16.88	16.88	26.89	0.5	47.06	47.05
10.62	0.5	18.59	18.59	29.62	0.5	51.84	51.84
7.22	0.5	12.63	12.63	20.13	0.5	35.23	35.23

piano 1				
	V [kN]		M _t [kNm]	M _p [kNm]
col.rig-2 tra.	52.38	0.2	36.67	146.66
col.rig-1 tra.	32.78	0.2	22.94	91.77
col.def-2 tra.	27.02	0.4	37.82	56.74
col.def-1 tra.	20.65	0.2	14.45	57.81

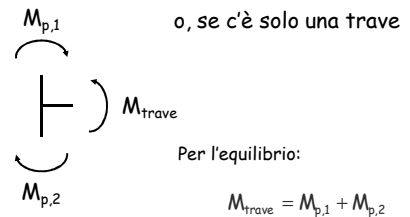
Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

3. Valutare i momenti nelle travi



Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

3. Valutare i momenti nelle travi



Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

3. Valutare i momenti nelle travi

Nel caso in esame

piano 2					
V [kN]		M _t [kNm]	M _p [kNm]	M _{tra} [kNm]	
47.02	0.5	82.29	82.29	73.42	
26.89	0.5	47.06	47.06	87.41	
29.62	0.5	51.84	51.84	48.14	
20.13	0.5	35.23	35.23	65.43	
piano 1					
V [kN]		M _t [kNm]	M _p [kNm]	M _{tra} [kNm]	
col.rig-2 tra.	52.38	0.2	36.67	146.66	
col.rig-1 tra.	32.78	0.2	22.94	91.77	
col.def-2 tra.	27.02	0.4	37.82	56.74	
col.def-1 tra.	20.65	0.2	14.45	57.81	

$$\frac{36.67 + 82.29}{2} = 59.48$$

$$22.94 + 47.06 = 70.00$$

Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

4. Occorrerebbe inoltre incrementare i momenti per tenere conto di:

- eccentricità propria del sistema
- eccentricità accidentale
- effetto combinato delle diverse componenti

Se la struttura è bilanciata e sufficientemente rigida torsionalmente, incrementare del 20%

Effetto P-δ per SLV

- Può essere condizionante

Per la normativa $\theta = \frac{P d q}{V h}$

Per le considerazioni già fatte $\theta = \frac{P d \frac{S_e(T)}{S_d(T)}}{V h \Omega \frac{\alpha_u}{\alpha_1}}$

Si noti che $P d / V h$ non dipende dal valore delle forze ma solo dalla loro distribuzione

Quindi assume i valori già calcolati

Effetto P-δ per SLV

- Se usassi la formula di normativa

$$\theta = \frac{P d q}{V h}$$

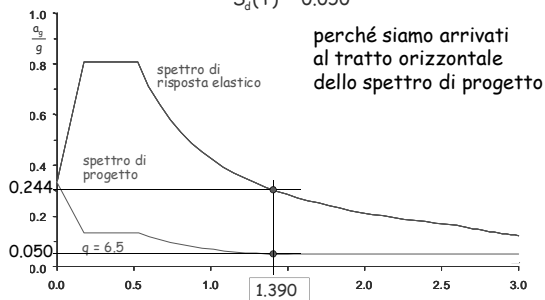
piano	Pd/Vh	q	Pd/Vh q
5	0.013	6.5	0.083
4	0.025	6.5	0.105
3	0.038	6.5	0.247
2	0.051	6.5	0.329
1	0.041	6.5	0.267

Valori molto alti, non accettabili

Nota: i valori di θ dipenderebbero da q anche se la struttura è definita, mentre devono dipendere solo dalla struttura

Effetto P-δ per SLV Ordinate spettrali

- Nel caso in esame $\frac{S_e(T)}{S_d(T)} = \frac{0.244}{0.050} = 4.88$



Effetto P-δ per SLV Ordinate spettrali e sovrarresistenza

- Nel caso in esame $\frac{S_e(T)}{S_d(T)} = \frac{0.244}{0.050} = 4.88$
- Non conosciamo ancora Ω (ma potremmo calcolarlo)

- Possiamo assumere $\frac{\alpha_u}{\alpha_1} = 1.3$



Dobbiamo quindi moltiplicare per $\frac{4.88}{1.3} = 3.76$ e non per 6.5

e ridurre ulteriormente di Ω

Effetto P-δ per SLV

- Già così si ottiene

$$\theta = \frac{P d S_e(T) / S_d(T)}{1.3 V h}$$

piano	Pd/Vh	$S_e/S_d / 1.3$	θ
5	0.013	3.76	0.048
4	0.025	3.76	0.095
3	0.038	3.76	0.143
2	0.051	3.76	0.190
1	0.041	3.76	0.154

Valori alti, ma accettabili

Si avrebbe un incremento di sollecitazioni del 20-25%

Ma dobbiamo ancora tener conto di Ω

Verifica di massima trave

- Momento flettente da carichi verticali, in condizione sismica $M_q = 120 \text{ kNm}$
 - Momento flettente da sisma, da calcolo $M_E = 87.7 \text{ kNm}$
 - Incremento per eccentricità (1.2) e per effetto P-δ (1.2) $M_E = 126.3 \text{ kNm}$
 - Momento totale $M_{Ed} = 246.3 \text{ kNm}$
 - Momento resistente $M_{Rd} = 266.9 \text{ kNm}$
- Ok

Verifica di massima colonna, lato rigido

- Sforzo normale da carichi verticali,
in condizione sismica (stima) $N_q = 1241 \text{ kN}$
- Momento flettente da sisma,
da calcolo $M_E = 146.7 \text{ kNm}$
Incremento per eccentricità (1.2)
e per effetto P-δ (1.2) $M_E = 211.2 \text{ kNm}$
- Momento resistente $M_{Rd(N)} = 636.8 \text{ kNm}$ **Ok**
Occorre tener conto della gerarchia delle resistenze,
ma c'è un buon margine

Verifica di massima colonna, lato flessibile

- Sforzo normale da carichi verticali,
in condizione sismica (stima) $N_q = 1241 \text{ kN}$
- Momento flettente da sisma,
da calcolo $M_E = 57.8 \text{ kNm}$
Incremento per eccentricità (1.2)
e per effetto P-δ (1.2) $M_E = 83.2 \text{ kNm}$
- Momento resistente $M_{Rd(N)} = 317.5 \text{ kNm}$ **Ok**
Occorre tener conto della gerarchia delle resistenze,
ma c'è un buon margine

Sovreresistenza Ω rispetto alla prima plasticizzazione

- La sovreresistenza è
$$\Omega = \text{Min} \left(\frac{M_{pl,Rd} - M_{Ed,G}}{M_{Ed,E}} \right)_{travi}$$

Ma $M_{Ed,E}$ dovrebbe essere calcolato con incremento
per θ , che dipende da Ω
Nel caso in esame:
 $M_{pl,Rd} = 266.9 \text{ kNm}$ $M_{Ed,G} = 120 \text{ kNm}$
 $M_{Ed,E} = 87.4 \text{ kNm}$ (da incrementare per $1/(1-\theta)$)

Sovreresistenza Ω rispetto alla prima plasticizzazione

- Nel caso in esame:
 $M_{pl,Rd} = 266.9 \text{ kNm}$ $M_{Ed,G} = 120 \text{ kNm}$
 $M_{Ed,E} = 87.4 \text{ kNm}$ (da incrementare per $1/(1-\theta)$)
$$\Omega = \frac{M_{pl,Rd} - M_{Ed,G}}{M_{Ed,E} \frac{1}{1-\theta}} \quad \theta = \frac{0.190}{\Omega}$$

Si ottiene:
$$\Omega = 1.462 \quad \theta = 0.130 \quad \frac{1}{1-\theta} = 1.149$$

Verifica colonna, lato rigido con gerarchia specifica per acciaio

- Il momento flettente deve essere calcolato con
$$M_{Ed} = M_{Ed,G} + 1.1 \gamma_{Rd} \Omega M_{Ed,E}$$
- Momento flettente da sisma,
da calcolo $M_E = 146.7 \text{ kNm}$
incremento per effetto P-δ 1.149
 γ_{Rd} per acciaio delle travi 1.15
incremento per sovreresistenza 1.462
incremento per eccentricità 1.20
$$M_{Ed} = 0 + 1.1 \times 1.15 \times 1.46 \times 1.2 \times 1.149 \times 146.7 = 374.1 \text{ kNm}$$
- Momento resistente $M_{Rd(N)} = 636.8 \text{ kNm}$ **Ok**

Verifica colonna, lato flessibile con gerarchia specifica per acciaio

- Il momento flettente deve essere calcolato con
$$M_{Ed} = M_{Ed,G} + 1.1 \gamma_{Rd} \Omega M_{Ed,E}$$
- Momento flettente da sisma,
da calcolo $M_E = 57.8 \text{ kNm}$
incremento per effetto P-δ 1.149
 γ_{Rd} per acciaio delle travi 1.15
incremento per sovreresistenza 1.462
incremento per eccentricità 1.20
$$M_{Ed} = 0 + 1.1 \times 1.15 \times 1.46 \times 1.2 \times 1.149 \times 57.8 = 147.5 \text{ kNm}$$
- Momento resistente $M_{Rd(N)} = 317.5 \text{ kNm}$ **Ok**