

Corso di aggiornamento  
Progettazione strutturale e  
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

**Verifica sismica di edifici esistenti in c.a.**

6 - Verifica per collasso fragile - rottura dei nodi e scorrimento

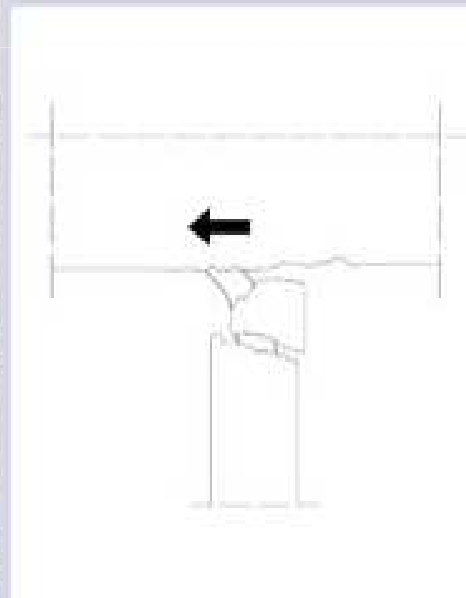
Spoletto  
24-26 maggio 2012  
Aurelio Gheresi

Rottura dei nodi

# Rottura dei nodi



Collasso di un nodo trave-colonna esterno in c.a.: rottura causata dalle elevate sollecitazioni di taglio.



Terremoto: Molise, 2002  
Località: San Giuliano di Puglia

# Rottura dei nodi



Danneggiamento del nodo  
trave-colonna a causa degli  
elevati sforzi assiali e di taglio.



Terremoto: Santa Lucia, 1990  
Località: Augusta

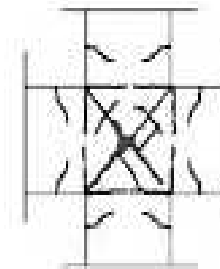
# Rottura dei nodi



# Rottura dei nodi



Danneggiamento di un nodo  
trave-colonna interno in c.a.:  
espulsione del copriferro a  
causa delle sollecitazioni  
flessionali.



Terremoto: Irpinia, 1980  
Località: Lioni



# Rottura dei nodi

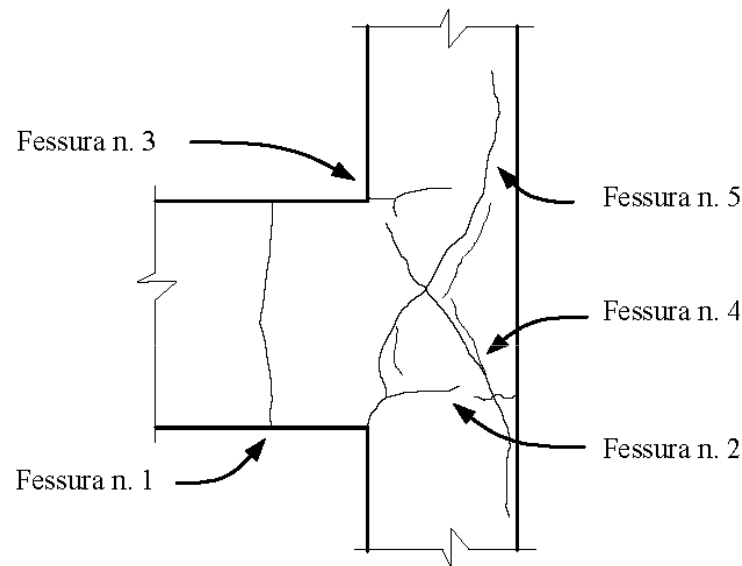


Danneggiamento del nodo  
trave-colonna esterno:  
espulsione del copriferro a  
causa delle sollecitazioni  
flettenti.



Terremoto: Molise, 2002  
Località: San Giuliano di Puglia

# Danneggiamento del nodo per azioni cicliche



Evoluzione del quadro  
fessurativo di un nodo  
trave-pilastro realizzato  
in laboratorio

- |                   |   |   |
|-------------------|---|---|
| Fessura n.1       | → | Cerniera plastica sulla trave   |
| Fessure n.2 e n.3 | → | Cerniera plastica sul pilastro  |
| Fessure n.4 e n.5 | → | Collasso fragile del nodo e<br>conseguente chiusura delle fessure<br>da momento flettente |

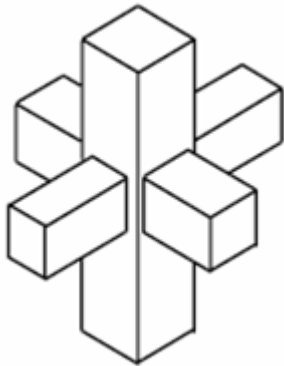


# Confinamento dei nodi

## Nodi interamente confinati

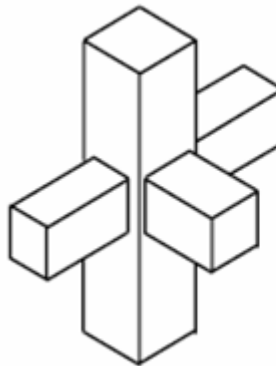
- In ognuna delle 4 facce si innestano travi
- Le travi sono sovrapposte ai pilastri per almeno  $\frac{3}{4}$  della larghezza del pilastro (e tra loro per  $\frac{3}{4}$  dell'altezza)

Per i nodi interamente confinati  
non occorrono verifiche

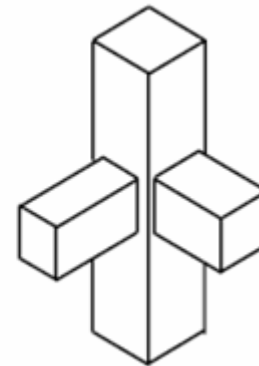


Nodo interno,  
interamente  
confinato

Nodi non  
interamente  
confinati

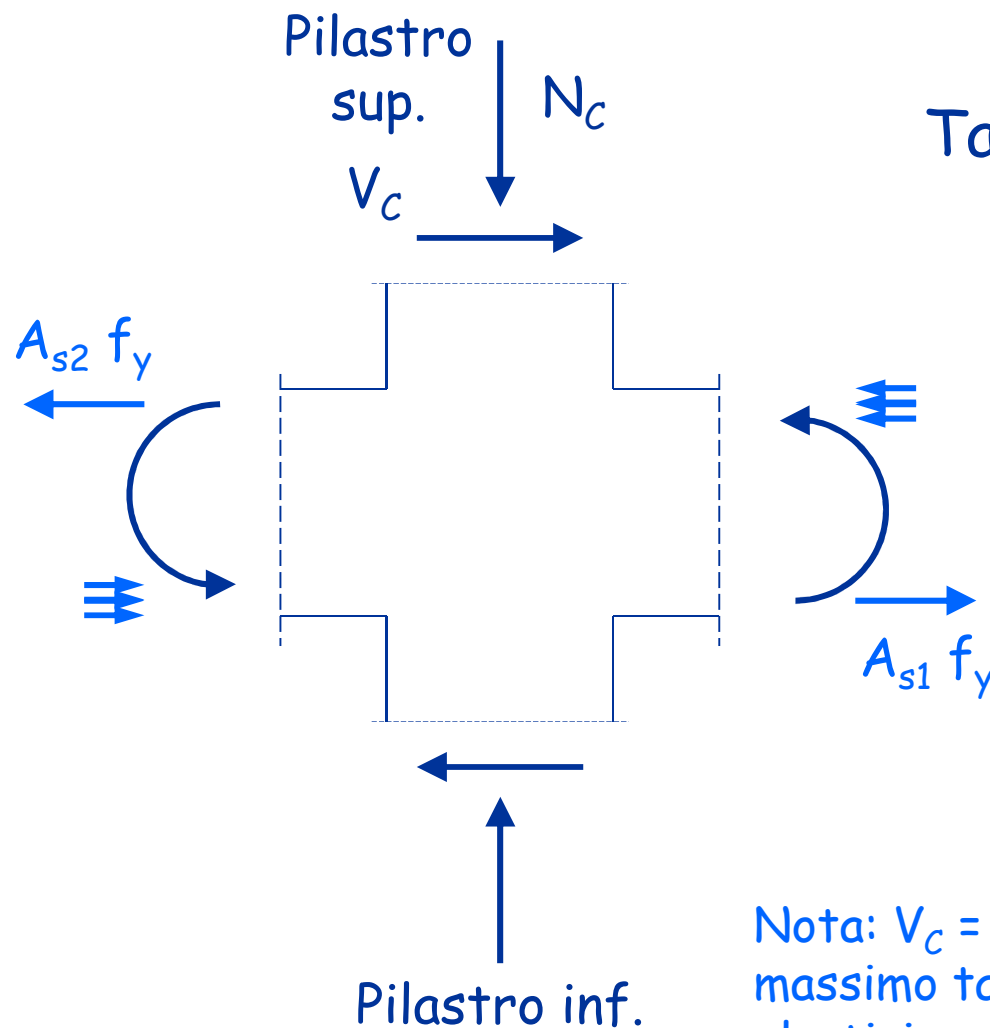


Nodo laterale



Nodo d'angolo

# Azione tagliante nel nodo



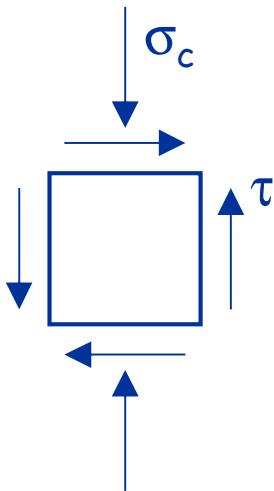
Taglio sollecitante il nodo

$$V_j = V_c - (A_{s1} + A_{s2}) f_y$$

Nota:  $V_c$  = taglio fornito dal calcolo o massimo taglio corrispondente alla plasticizzazione degli estremi del pilastro

# Verifica del nodo

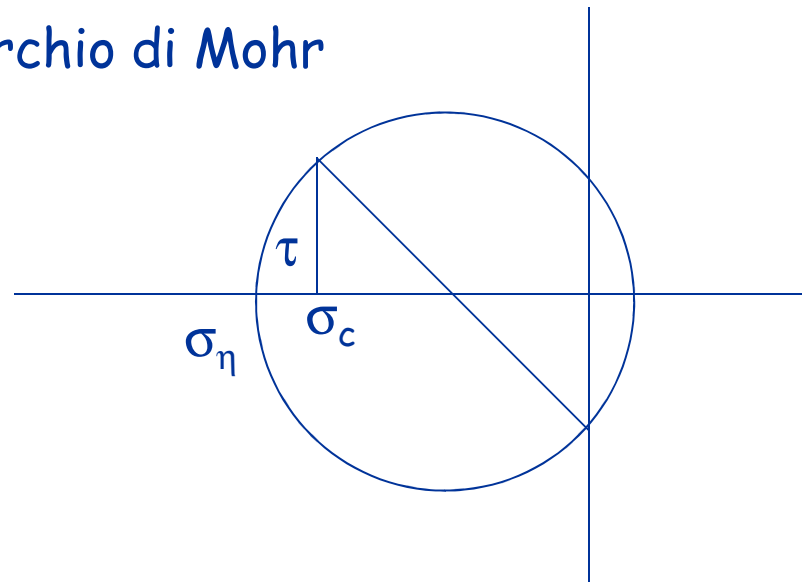
compressione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c$$

compressione

# Verifica del nodo

compressione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c \quad \text{compressione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \eta f_c \sqrt{1 - \frac{\sigma_c}{\eta f_c}}$$

ovvero  
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$V_j \leq \eta f_c b h \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c}$$

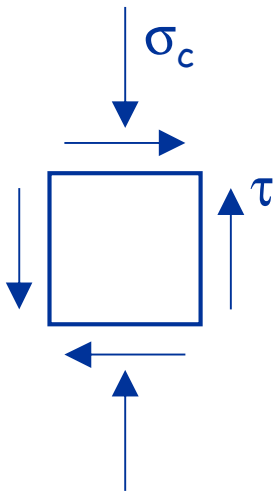
$$\eta = \alpha_j \left(1 - \frac{f_c}{250}\right)$$

$$\alpha_j = 0.60 \quad \text{nodo interno}$$

$$\alpha_j = 0.48 \quad \text{nodo esterno}$$

# Verifica del nodo

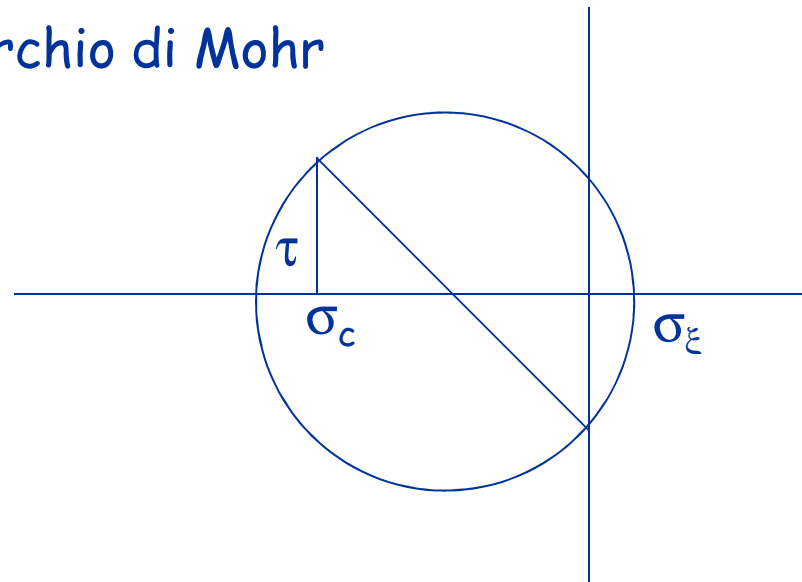
trazione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

# Verifica del nodo

trazione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

si può ottenere

$$\tau \leq f_{ct} \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{f_{ct}}}$$

ovvero

$$V_j \leq f_{ct} b h \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$

NTC 08

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c}$$

OPCM 3431

# Verifica del nodo

trazione - in assenza di specifiche armature

- Una osservazione:  
quale valore prendere per  $f_{ctm}$ ?

- La formula generale per nuova  
progettazione lega la resistenza a  
trazione al valore caratteristico di  $f_c$ ,  
elevato a 2/3

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$

- Nell'OPCM lo mette in relazione alla  
radice quadrata di  $f_c$

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c}$$

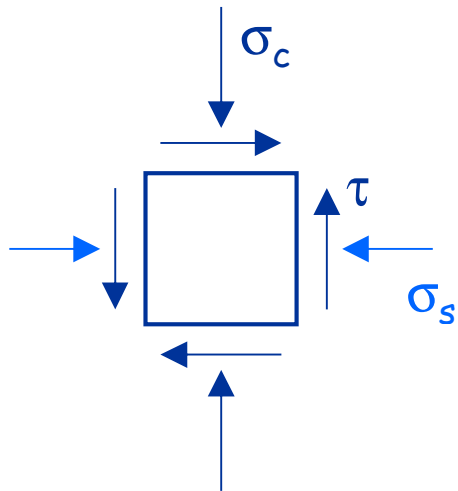
- Ritengo che sia questo il riferimento  
corretto e quindi, più precisamente

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{\frac{f_{cm}}{FC \gamma_c}}$$

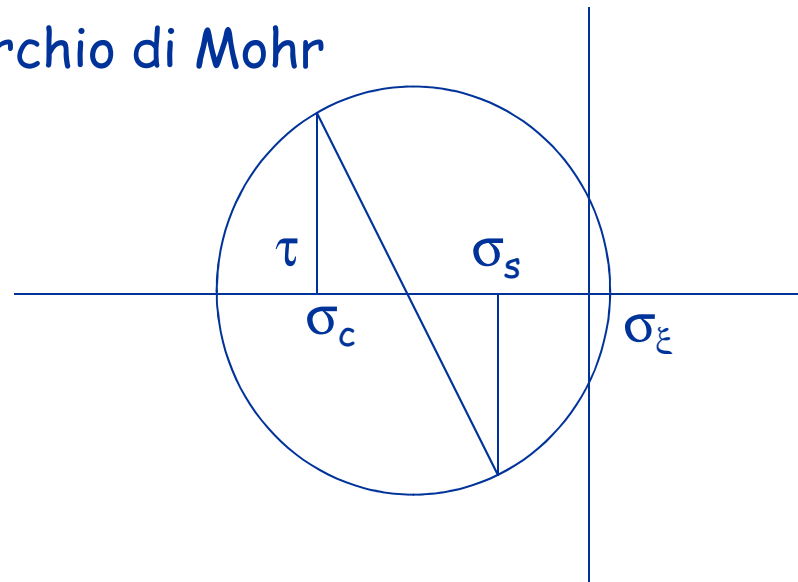


# Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali



Cerchio di Mohr



$$\sigma_c = \frac{N}{b h} \quad \sigma_s = \frac{A_s f_y}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

# Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali

$$\sigma_{\xi} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

con semplici passaggi  
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \sqrt{(f_{ct} + \sigma_c)(f_{ct} + \sigma_s)} \quad \text{per verifica}$$

$$\sigma_s \geq \frac{\tau^2}{f_{ct} + \sigma_c} - f_{ct} \quad \text{per progetto armatura}$$

ovvero  
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$\frac{A_s f_y}{b h} \geq \frac{(V / b h)^2}{f_{ct} + v f_c} - f_{ct} \quad v = \frac{N}{b h f_c}$$

E quindi

$$V_j \leq b h \sqrt{\left(\frac{A_s f_y}{b h} + f_{ct}\right) (f_{ct} + v f_c)}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN) <i>dir x</i>	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm2)
11	6	65.97	35.55	144.0	1.600	0.308	3.08
11	5	110.60	46.44	288.0	3.200	0.617	3.08
11	4	133.99	62.13	432.0	4.800	0.925	3.08
11	3	199.09	102.09	578.2	4.818	0.928	3.08
11	2	242.24	150.64	726.7	4.845	0.933	3.08
11	1	284.03	225.22	877.4	4.874	0.939	3.08

Nodo interno

sezione pilastro 30×30

$$f_c = \frac{f_{cm}}{FC \gamma_c} = 8.97 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{288.0}{30 \times 30} \times 10^1 = 3.20 \text{ MPa}$$

$$\eta = \alpha_j \left( 1 - \frac{f_c}{250} \right) = 0.6 \left( 1 - \frac{8.97}{250} \right) = 0.578 \quad \alpha_j = 0.60$$

$$v = \frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{3.20}{8.97} = 0.357$$

$$\frac{v}{\eta} = \frac{0.357}{0.578} = 0.617$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN) <i>dir x</i>	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm <sup>2</sup> )	As fy (kN)		Vj (kN)
11	6	65.97	35.55	144.0	1.600	0.308	3.08	107.80	155.23	110.68
11	5	110.60	46.44	288.0	3.200	0.617	3.08	107.80	155.23	108.79
11	4	133.99	62.13	432.0	4.800	0.925	3.08	107.80	155.23	93.10
11	3	199.09	102.09	578.2	4.818	0.928	3.08	107.80	155.23	53.14
11	2	242.24	150.64	726.7	4.845	0.933	3.08	107.80	155.23	42.84
11	1	284.03	225.22	877.4	4.874	0.939	3.08	107.80	155.23	117.42

Nodo interno

sezione pilastro 30×30

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y \quad \text{MIN} \quad F = 3.08 \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 107.80 \text{ kN}$$

$$\text{MAX} \quad F = 3.08 \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 155.23 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |46.44 - 155.23| = 108.79 \text{ kN}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	σc	v/η	As1 (cm2)	As fy (kN)		Vj (kN)
		dir x								
11	6	65.97	35.55	144.0	1.600	0.308	3.08	107.80	155.23	119.68
11	5	110.60	46.44	288.0	3.200	0.617	3.08	107.80	155.23	108.79
11	4	133.99	62.13	432.0	4.800	0.925	3.08	107.80	155.23	93.10
11	3	199.09	102.09	578.2	4.818	0.928	3.08	107.80	155.23	53.14
11	2	242.24	150.64	726.7	4.845	0.933	3.08	107.80	155.23	42.84
11	1	284.03	225.22	877.4	4.874	0.939	3.08	107.80	155.23	117.42

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y \quad \text{MIN} \quad F = 3.08 \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 107.80 \text{ kN}$$

$$\text{MAX} \quad F = 3.08 \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 155.23 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |225.22 - 107.80| = 117.42 \text{ kN}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm <sup>2</sup> )	As fy (kN)		Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
		dir x											
11	6	65.97	35.55	144.0	1.600	0.308	3.08	107.80	155.23	119.68	284.90	98.90	no
11	5	110.60	46.44	288.0	3.200	0.617	3.08	107.80	155.23	108.79	212.12	126.66	ok
11	4	133.99	62.13	432.0	4.800	0.925	3.08	107.80	155.23	93.10	93.92	149.35	ok
11	3	199.09	102.09	578.2	4.818	0.928	3.08	107.80	155.23	53.14	133.36	217.59	ok
11	2	242.24	150.64	726.7	4.845	0.933	3.08	107.80	155.23	42.84	168.72	286.24	ok
11	1	284.03	225.22	877.4	4.874	0.939	3.08	107.80	155.23	117.42	199.68	355.31	ok

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

$$\sigma_c = 4.874 \text{ MPa}$$

$$v = 0.543$$

$$\eta = 0.578$$

$$V_{jR,com} = \eta f_c b h_{jcx} \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}} =$$

$$= 0.578 \times 8.97 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 - \frac{0.543}{0.578}} \times 10^{-1} = 199.68 \text{ kN}$$

# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm <sup>2</sup> )	As fy (kN)		Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
		dir x											
11	6	65.97	35.55	144.0	1.600	0.308	3.08	107.80	155.23	119.68	284.90	98.90	no
11	5	110.60	46.44	288.0	3.200	0.617	3.08	107.80	155.23	108.79	212.12	126.66	ok
11	4	133.99	62.13	432.0	4.800	0.925	3.08	107.80	155.23	93.10	93.92	149.35	ok
11	3	199.09	102.09	578.2	4.818	0.928	3.08	107.80	155.23	53.14	133.36	217.59	ok
11	2	242.24	150.64	726.7	4.845	0.933	3.08	107.80	155.23	42.84	168.72	286.24	ok
11	1	284.03	225.22	877.4	4.874	0.939	3.08	107.80	155.23	117.42	199.68	355.31	ok

Nodo di estremità

sezione pilastro 30×60

$$f_{ct} = 0.3 \times \sqrt{8.97} = 0.90 \text{ MPa}$$

$$V_j < \text{MIN}(V_{jR,com}; V_{jR,tra})$$

Verificato per  $a_g = 0.25 \text{ g}$

$$V_{jR,tra} = f_{ct} b h_{jc} \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}} =$$

$$= 0.90 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 + \frac{4.87}{0.90}} \times 10^{-1} = 355.31 \text{ kN}$$



# Esempio

## verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	$\sigma_c$	$v/\eta$	As1 (cm2)	As fy (kN)		Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)		nodo
		dir x												
11	6	65.97	35.55	144.0	1.600	0.308	3.08	107.80	155.23	119.68	284.90	98.90	no	interno
11	5	110.60	46.44	288.0	3.200	0.617	3.08	107.80	155.23	108.79	212.12	126.66	ok	
11	4	133.99	62.13	432.0	4.800	0.925	3.08	107.80	155.23	93.10	93.92	149.35	ok	
11	3	199.09	102.09	578.2	4.818	0.928	3.08	107.80	155.23	53.14	133.36	217.59	ok	
11	2	242.24	150.64	726.7	4.845	0.933	3.08	107.80	155.23	42.84	168.72	286.24	ok	
11	1	284.03	225.22	877.4	4.874	0.939	3.08	107.80	155.23	117.42	199.68	355.31	ok	
		dir y												
17	6	90.14	27.61	50.5	0.561	0.135	3.08	107.80	155.23	127.62	254.85	75.59	no	esterno
17	5	127.02	34.61	132.5	1.472	0.355	3.08	107.80	155.23	120.62	220.16	96.33	no	
17	4	155.92	41.09	214.5	2.383	0.574	3.08	107.80	155.23	114.14	178.86	113.34	no	
17	3	166.72	47.03	296.5	3.294	0.793	3.08	107.80	155.23	108.20	124.55	128.11	ok	
17	2	164.68	52.42	378.5	4.206	1.013	3.08	107.80	155.23	102.81	sigma c >	141.35	no	
17	1	94.53	63.72	460.5	5.117	1.232	3.08	107.80	155.23	91.51	sigma c >	153.45	no	
		dir y												
1	6	91.30	28.98	66.1	0.734	0.177	3.08	107.80	155.23	126.25	248.62	79.95	no	esterno
1	5	130.40	37.14	163.7	1.819	0.438	3.08	107.80	155.23	118.09	205.43	103.14	no	
1	4	160.66	44.55	261.3	2.903	0.699	3.08	107.80	155.23	110.68	150.29	121.99	ok	
1	3	174.05	51.19	358.9	3.988	0.960	3.08	107.80	155.23	104.05	54.52	138.30	no	
1	2	158.93	63.50	456.5	5.072	1.222	3.08	107.80	155.23	91.73	sigma c >	152.88	no	
1	1	198.72	100.35	556.4	4.637	1.117	3.08	107.80	155.23	54.88	sigma c >	214.10	no	

$\eta f_{cd} = 5.19 \text{ MPa}$  per nodo interno

$v f_{cd} = 4.15 \text{ MPa}$  per nodo esterno

alcuni nodi esterni hanno  $\sigma_c$  eccessiva

# Verifica dei nodi

## conclusione

I nodi interni stanno in genere bene per  $a_g=0.25 g$ , ma non sono verificati (di poco) ai piani alti (per N basso)

I nodi esterni spesso non sono verificati per  $a_g=0.25 g$ , anche ai piani bassi perché lì  $\sigma_c$  è eccessiva (o  $\eta f_{cd}$  troppo bassa)

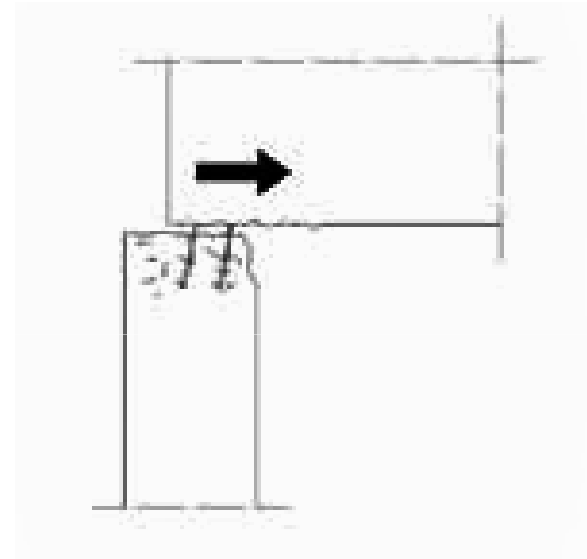
Il fatto che molti nodi non stiano male probabilmente dipende dal fatto che:

- La resistenza a flessione dei pilastri non è molto alta (e questo limita il taglio nei pilastri)
- Anche la resistenza a flessione delle travi non è molto alta (e questo riduce la loro azione sui nodi)

Nota: si sarebbe dovuto tener conto anche della variazione di sforzo normale nei nodi

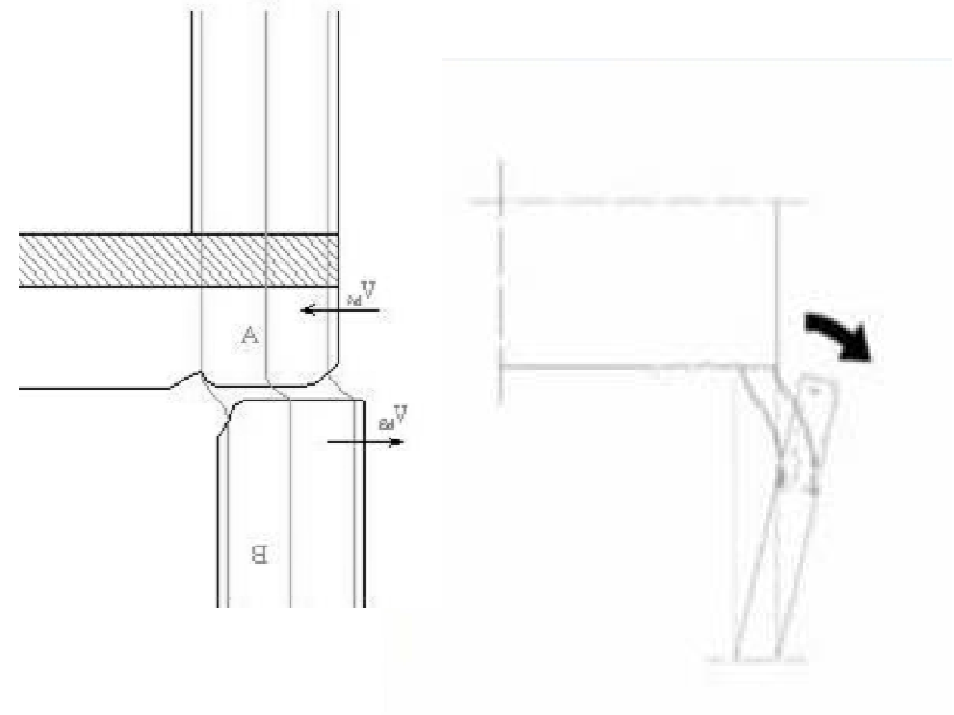
Scorrimento  
tra testa pilastro e nodo

# Scorrimento pilastro-nodo



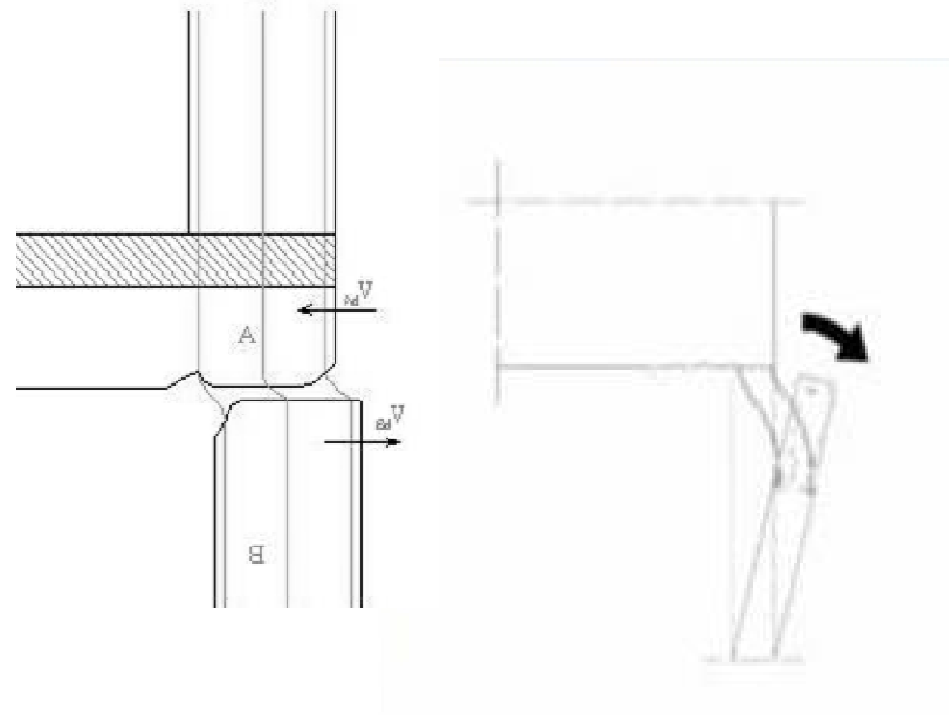
Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro  
e la trave in corrispondenza  
della ripresa di getto

# Verifica di scorrimento pilastro-nodo

- Non esistono molte indicazioni a riguardo
- Solo l'Eurocodice 8, parte 1 (punto 5.5.3.4.4) parla di verifica di scorrimento tra parete e impalcato; le formule proposte possono estendersi, con opportune modifiche, anche al caso in esame

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle barre verticali

Resistenza di eventuali barre inclinate

Resistenza per attrito



# Verifica di scorrimento pilastro-nodo

$$V_{dd} = \min \begin{cases} 1,3 \times \sum A_{sj} \times \sqrt{f_{cd} \times f_{yd}} \\ 0,25 \times f_{yd} \times \sum A_{sj} \end{cases}$$

$$V_{fd} = \min \begin{cases} \mu_f \times [(\sum A_{sj} \times f_{yd} + N_{Ed}) \times \xi + M_{Ed}/z] \\ 0,5 \eta \times f_{cd} \times \xi \times l_w \times b_{wo} \end{cases}$$

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle  
barre verticali

Resistenza di eventuali  
barre inclinate

Resistenza  
per attrito

# Esempio

## verifica scorrimento

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	Vdd 1	Vdd 2	$\xi$	Vfd 1	Vfd 2	VRdS	
		dir x									
11	6	65.97	35.55	144.0							
11	5	110.60	46.44	288.0							
11	4	133.99	62.13	432.0							
11	3	199.09	102.09	578.2							
11	2	242.24	150.64	726.7							
11	1	284.03	225.22	877.4							
		dir y									
17	6	90.14	27.61	50.5	30.73	34.42	4.00	97.88	29.85	60.58	ok
17	5	127.02	34.61	132.5	30.73	34.42	6.08	136.68	45.34	76.08	ok
17	4	155.92	41.09	214.5	30.73	34.42	9.84	192.57	73.41	104.14	ok
17	3	166.72	47.03	296.5	30.73	34.42	13.60	259.19	101.47	132.20	ok
17	2	164.68	52.42	378.5	30.73	34.42	17.36	336.50	129.53	160.26	ok
17	1	94.53	63.72	460.5	41.83	46.85	21.12	464.85	157.59	199.42	ok
		dir y									
1	6	91.30	28.98	66.1							
1	5	130.40	37.14	163.7							
1	4	160.66	44.55	261.3							
1	3	174.05	51.19	358.9							
1	2	158.93	63.50	456.5							
1	1	198.72	100.35	556.4							

Nota: N (e quindi  $V_{fd}$ ) si può ridurre anche di molto per effetto del sisma

# Verifica scorrimento

## commento

- Nell'esempio la verifica a scorrimento non risulta condizionante
  - La variazione di sforzo normale indotta dal sisma potrebbe essere penalizzante ma in questo caso non cambia la sostanza
- Il problema diventa invece rilevante in presenza di tamponature (specie se robuste) perché in tal caso il taglio aumenta notevolmente e la decompressione del pilastro è più rilevante