

Corso di aggiornamento  
Progettazione strutturale e  
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

**Verifica sismica di edifici esistenti in c.a.**

9 - Comportamento dell'edificio: rottura "duatile"  
controllo in termini di deformazioni

Spoletto  
24-26 maggio 2012  
Aurelio Ghersi

**Analisi lineare con forze non ridotte  
e analisi statica non lineare**

- La prima è un'approssimazione della seconda (ed ha limiti di applicabilità)
- L'una e l'altra consentono di valutare il comportamento della struttura al crescere dell'azione sismica ed a valutare quando si raggiungono i limiti corrispondenti allo SL di interesse
- Se la struttura ha collasso fragile per accelerazioni non elevate, il suo comportamento può (deve?) essere valutato con analisi lineare

		Modello Lineare		Modello Non Lineare	
		Domanda	Capacità	Domanda	Capacità
Tipo di elemento o meccanismo (c/m)	Duttile / Fragile	Accettazione del Modello Lineare (ML) (per il controllo dei valori di $p_1 = D/C_1$ )	Dall'analisi. Usare i valori medi dei modelli nel modello.	Dall'analisi. Usare i valori medi nel modello.	
			In termini di resistenza. Usare i valori medi.		In termini di deformazione. Usare i valori medi divisi per il FC.
		Verifiche (se il ML è accettato)			
	Duttile	Dall'analisi.	In termini di deformazione. Usare i valori medi divisi per il FC.		
		Verifiche (se il ML è accettato)			
	Fragile	Se $p_1 \leq 1$ , dall'analisi	In termini di resistenza. Usare i valori medi divisi per il FC e per il coefficiente parziale.		In termini di resistenza. Usare i valori medi divisi per il FC e per il coefficiente parziale.
		Se $p_1 > 1$ , dall'equilibrio con la resistenza degli c/m duttili. Usare i valori medi moltiplicati per FC.			

**Controllo in termini di deformazioni**

Cosa significa ?

- Durante il terremoto la struttura va in campo plastico
  - Le caratteristiche di sollecitazioni non possono crescere oltre un certo limite
  - Si hanno deformazioni plastiche; la rottura avviene per superamento della deformazione plastica (rotazione delle cerniere plastiche)
- Occorre prevedere e controllare l'entità delle deformazioni plastiche

**Controllo in termini di deformazioni  
problemi di base**

Problemi concettuali:

- Scelta di modelli per il legame costitutivo del materiale
- Definizione dell'ampiezza della cerniera plastica
- Valutazione corretta del comportamento in 3D (interazione  $N-M_x-M_y$  e relative curvature)

**Controllo in termini di deformazioni  
problemi di base**

Problemi operativi:

- Solo l'analisi dinamica non lineare fornisce le rotazioni plastiche per un dato sisma; ma:
  - quali e quanti accelerogrammi usare ?
- Una analisi statica non lineare fornisce rotazioni plastiche; ma queste:
  - corrispondono a quelle ottenute dall'analisi dinamica ?
  - e a quale valore di  $a_g$  corrispondono ?
- Una analisi lineare (modale) non fornisce rotazioni plastiche; come fare a prevederle ?

### Controllo in termini di deformazioni considerazioni

- Le travi hanno molto spesso una buona duttilità, anche se non progettate espressamente per questo

Problemi per:

- Strutture irregolari (campate molto corte, schemi con forti rotazioni planimetriche) perché portano alla plasticizzazione precoce di qualche elemento
- Sezioni sottodimensionate con armatura tesa molto forte e armatura compressa quasi inesistente
- Sezioni non ben armate per carichi verticali
- Difetti di esecuzione e deterioramento nel tempo

Se non si verificano queste condizioni le travi potrebbero non dare problemi di duttilità

### Controllo in termini di deformazioni considerazioni

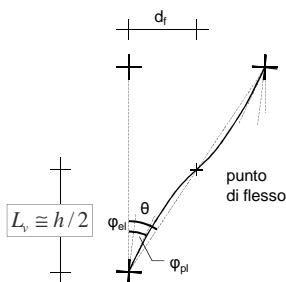
- I pilastri possono essere più o meno resistenti a flessione e duttili, in funzione dell'armatura disposta e del valore dello sforzo normale

Problemi particolari per:

- Strutture irregolari (pilastri molto corte, schemi con forti rotazioni planimetriche) perché portano alla plasticizzazione precoce di qualche elemento
- Pilastri con tensione media molto elevata
- Pilastri con armatura longitudinale molto bassa
- Difetti di esecuzione e deterioramento nel tempo

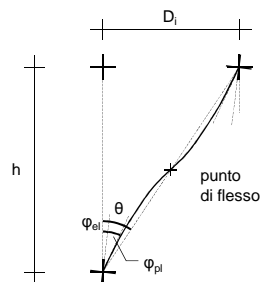
È opportuno concentrarsi soprattutto sui pilastri nella verifica di duttilità

### Deformazioni dei pilastri



- $\phi_{el}$  rotazione elastica del nodo
- $\phi_{pl}$  rotazione della cerniera plastica
- $\theta$  rotazione rispetto alla corda
- $\theta = \frac{d_f}{L_v} \approx \frac{d_f}{h/2}$

### Deformazioni dei pilastri



Se la situazione è uguale in testa e al piede

- $\theta = \frac{D_i}{h}$
- $D_i = \theta h$
- $\theta$  rotazione rispetto alla corda
- $\theta = \frac{d_f}{L_v} \approx \frac{d_f}{h/2}$

### Rotazione alla corda

- Valore limite della rotazione alla corda a collasso (CO, ovvero SLC):  
Può essere calcolato partendo dalla rotazione della cerniera plastica

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} \left( \theta_y + (\phi_u - \phi_y) L_{pl} \left( 1 - \frac{0,5L_{pl}}{L_v} \right) \right)$$

Non è molto agevole utilizzarla, per la complessità nel determinare la rotazione ultima della cerniera plastica

### Rotazione alla corda

- Valore limite della rotazione alla corda a collasso (CO, ovvero SLC)

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega)}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \frac{a_{ps}}{f_c} \right)} (1,25^{100\rho_d})$$

- Moltiplicare per 0.85 negli elementi non dotati di adeguati dettagli antisismici
- Moltiplicare per 0.75 in presenza di barre lisce o ancoraggi non sufficienti
- Valore limite per DS (SLV):  
moltiplicare per 0.75

### Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,0 \text{ l; } \omega)}{\max(0,0 \text{ l; } \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \frac{a_{p_{cs}}}{f_c} \right)} (1,25^{100 p_d})$$

$\gamma_{el} = 1.5$  per gli elementi primari

$$\frac{1}{\gamma_{el}} = 0.6667$$

### Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,0 \text{ l; } \omega)}{\max(0,0 \text{ l; } \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \frac{a_{p_{cs}}}{f_c} \right)} (1,25^{100 p_d})$$

$$f_c = \frac{f_{cm}}{F_C} = \frac{19}{1,2} = 15.83 \text{ MPa}$$

$$v = \frac{N}{A_c f_c} = \frac{400 \times 10^3}{900 \times 10^2 \times 15.83} = 0.2808$$

$$0.3^v = 0.7131$$

### Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,0 \text{ l; } \omega)}{\max(0,0 \text{ l; } \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \frac{a_{p_{cs}}}{f_c} \right)} (1,25^{100 p_d})$$

$$\omega = \frac{A_s}{b h} \frac{f_y}{f_c} \quad \omega' = \frac{A'_s}{b h} \frac{f_y}{f_c} \quad \text{per pilastri } \omega = \omega'$$

$$\left[ \frac{\max(0,01, \omega')}{\max(0,01, \omega)} f_c \right]^{-0,225} = 15.83^{0,225} = 1.8616$$

### Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,0 \text{ l; } \omega)}{\max(0,0 \text{ l; } \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \frac{a_{p_{cs}}}{f_c} \right)} (1,25^{100 p_d})$$

$L_v = 135 \text{ cm}$

luce di taglio = distanza dal punto di flesso  
(metà della lunghezza netta del pilastro)

$h = 30 \text{ cm}$

$$\left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} = \left( \frac{135}{30} \right)^{0,35} = 1.6929$$

### Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,0 \text{ l; } \omega)}{\max(0,0 \text{ l; } \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \frac{a_{p_{cs}}}{f_c} \right)} (1,25^{100 p_d})$$

Contributo delle staffe: per staffatura modesta viene circa 1

Più precisamente, in questo caso, 1.0057 - lo trascuro

Contributo di ferri piegati - non ce ne sono

### Rotazione alla corda esempio

Sezione 30x30 con 4Ø12, N=400 kN

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,0 \text{ l; } \omega)}{\max(0,0 \text{ l; } \omega)} f_c \right]^{-0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \frac{a_{p_{cs}}}{f_c} \right)} (1,25^{100 p_d})$$

Quindi, per DS (SLV):

$$\theta_{u(DS)} = 0.75 \times 0.85 \times 0.6667 \times 0.0160 \times 0.7131 \times 1.8616 \times 1.6929 = 0.0153$$

## Spostamento relativo limite di interpiano

- Se le rotazioni alla corda in testa e al piede del pilastro sono uguali e se si trascura la rotazione dei nodi si ha:

$$u_{rel} = \theta_{u,DS} \times 2 L_v = \theta_{u,DS} \times h_p$$

Nell'esempio:

$$u_{rel} = 0,0153 \times 2700 = 41,3 \text{ mm}$$

Nota: si è considerato, cautelativamente, l'altezza netta (2700 mm)

## Spostamento relativo limite di interpiano

- Lo spostamento limite dipende dallo sforzo normale, che varia per effetto del sisma

pilastro piano	h <sub>eq</sub>	b	h	sforzo per h <sub>eq</sub>	s <sub>0</sub>			
					0,1	0,2	0,3	0,4
1 6	66,1	30	30	54,72	54,09	53,46	52,84	52,23
1 5	103,7	30	30	50,39	49,23	49,10	48,17	47,29
1 4	261,3	30	30	46,40	42,38	39,71	36,35	32,29
1 3	250,9	30	30	42,73	36,95	31,55	27,53	23,89
1 2	455,5	30	30	39,35	32,11	25,20	21,38	17,45
1 1	655,1	40	30	43,67	33,55	27,68	22,34	18,84

Considerando il sisma nel verso peggiore si ha sempre una riduzione di spostamento limite

## Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

pilastro piano	h <sub>eq</sub>	b	h	sforzo per h <sub>eq</sub>	s <sub>0</sub>			
					0,1	0,2	0,3	0,4
1 6	66,1	30	30	54,72	54,09	53,46	52,84	52,23
1 5	103,7	30	30	50,39	48,23	46,15	44,17	42,29
1 4	261,3	30	30	46,40	42,38	38,71	35,35	32,29
1 3	250,9	30	30	42,73	36,95	31,55	27,53	23,89
1 2	455,5	30	30	39,35	32,11	25,20	21,38	17,45
1 1	655,1	40	30	43,67	33,55	27,68	22,34	18,84
2 6	108,0	30	30	52,82	52,58	52,31	52,10	51,87
2 5	244,0	30	30	47,08	46,76	46,49	46,20	45,91
2 4	280,0	30	30	41,97	41,54	41,12	40,70	40,28
2 3	518,5	30	40	37,69	37,36	37,05	36,74	36,44
2 2	658,7	30	50	34,65	34,35	34,05	33,75	33,47
2 1	691,4	30	50	32,36	31,77	31,29	30,83	30,67
3 6	108,0	30	30	52,82	52,58	52,37	52,14	51,92
3 5	244,0	30	30	47,08	46,78	46,49	46,19	45,90
3 4	280,0	30	30	41,97	41,49	41,02	40,56	40,09
3 3	518,2	30	40	37,69	37,12	36,67	36,03	35,49
3 2	658,7	30	50	34,65	34,11	33,59	33,06	32,54
3 1	691,4	30	50	32,36	31,85	31,36	30,88	30,40

Lo spostamento limite del piano è quello del pilastro che ha un limite più basso

sforzo in mm	sforzo in mm	sforzo in mm	sforzo in mm	sforzo in mm
51,23	50,89	51,54	50,20	49,86
46,37	44,31	41,04	41,15	39,35
46,17	38,30	34,94	31,88	29,69
36,27	32,85	28,31	24,40	21,63
31,48	30,63	26,07	21,36	17,45
31,34	27,57	22,49	20,01	16,84

File Edificio.xls - PilX (AnLin)

## Analisi lineare Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09

## Analisi lineare

- Si ipotizza che gli spostamenti reali per un qualsiasi  $a_g$  siano uguali a quelli forniti dall'analisi lineare
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

## Analisi lineare

Nota:

- La previsione dello spostamento in testa con l'analisi lineare è abbastanza accettabile
- Quello che può cambiare molto, e non è colto dall'analisi lineare, è la variazione della deformata al progredire della plasticizzazione:  
se si forma un meccanismo di piano lo spostamento si concentra tutto a quel piano, con valori molto maggiori di quelli previsti dall'analisi lineare

Per questo motivo occorre verificare l'applicabilità dell'analisi lineare

## Applicabilità dell'analisi lineare (1)

- Calcolare per tutte le sezioni il momento resistente (con valori medi di  $f_c$  e  $f_y$  - non divisi per il fattore di confidenza né per il coefficiente parziale di sicurezza)  
 $C$  = capacità
- Per un assegnato  $a_g$  calcolare il momento sollecitante  
 $D$  = domanda
- Calcolare il rapporto  $\rho = D / C$

## Applicabilità dell'analisi lineare (2)

- Esaminare tutte le sezioni in cui  $\rho > 2$ ; tra queste:
  - Trovare il minimo  $\rho_{\min}$
  - Trovare il massimo  $\rho_{\max}$
  - Calcolare il rapporto  $\rho_{\max} / \rho_{\min}$
- L'analisi è applicabile se  $\rho_{\max} / \rho_{\min} \leq 2.5$

Si può trovare il valore massimo di  $a_g$  per il quale l'analisi è applicabile

## Applicabilità dell'analisi lineare

basso						min	2.037
						max	1.337
						roppo	1.636
X						ag	
per 0.25						0.150	
pilastro	piano	Massima	Mires	M(agg)	p		
1	5	89.92	29.83	53.99	1.86		
1	5	154.46	30.63	965.55	4.75		
1	4	203.44	47.35	220.06	2.58		
1	2	191.04	62.88	118.06	2.06		
1	2	175.33	64.58	105.20	1.53		
1	1	152.73	87.72	91.64	1.04		
2	5	136.59	33.53	78.31	2.34		
2	5	215.70	46.80	128.42	2.81		
2	4	263.48	55.65	158.09	2.87		
2	3	426.34	101.89	255.00	2.51		
2	2	516.45	151.81	389.87	2.04		
2	1	722.63	210.92	431.58	2.06		
3	5	131.79	33.53	79.07	2.36		
3	5	216.59	46.80	129.05	2.82		
3	4	265.58	55.65	159.36	2.89		
3	3	446.64	101.89	267.98	2.63		
3	2	550.53	151.81	339.36	2.24		
3	1	746.51	210.92	441.91	2.12		

File Edificio 2012.xls - foglio applicabil.

## Applicabilità dell'analisi lineare

non accettabile						min	2.623
						max	6.385
						roppo	2.434
X						ag	
per 0.25						0.287	
pilastro	piano	Massima	Mires	M(agg)	p		
1	6	89.92	29.83	103.23	3.56		
1	5	154.46	30.63	177.32	4.54		
1	4	203.44	47.35	230.55	4.53		
1	3	194.94	53.56	212.31	3.54		
1	2	175.33	64.58	201.29	3.12		
1	1	152.73	87.72	175.33	2.60		
2	6	130.59	33.53	149.02	4.47		
2	5	215.70	46.80	247.02	5.20		
2	4	263.48	55.65	302.48	6.49		
2	3	426.34	101.89	489.44	4.80		
2	2	516.45	151.81	592.88	3.51		
2	1	722.63	210.92	729.69	3.53		
3	6	131.79	33.53	151.29	4.51		
3	5	216.59	46.80	248.63	5.40		
3	4	265.58	55.65	304.89	5.54		
3	3	446.64	101.89	512.74	5.03		
3	2	550.53	151.81	549.34	4.28		
3	1	746.51	210.92	595.59	4.65		

File Edificio 2012.xls - foglio applicabil.

## Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

direzione x		ag = 0.25		spostamento relativo limite per rotazione coda		accelerazione sopportabile	
trapezio	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)		per l/q		per l/q	
5	119.262	14.768		51.23		0.934	
5	107.605	23.586		45.37		0.481	
4	86.782	29.552		40.17		0.339	
3	58.958	25.488		36.27		0.356	
2	33.892	21.950		33.48		0.392	
1	11.959	11.959		31.24		0.653	

File Edificio 2012.xls - foglio Spo

## Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

direzione x		ag = 0.25		0.1		spostamento relativo limite per rotazione coda		accelerazione sopportabile	
trapezio	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)	spostamento relativo (mm)	per lq	0.1	per lq	0.1	per lq	0.1
5	119.262	14.165	5.67	51.23	10.89	5.123	1.04	0.934	0.938
5	107.605	23.586	9.45	45.37	14.31	4.537	0.48	0.481	0.478
4	86.782	29.552	11.84	40.17	38.30	4.017	0.34	0.339	0.344
3	58.958	25.488	16.23	36.27	32.85	3.627	0.31	0.316	0.322
2	33.892	21.950	8.76	33.48	30.83	3.348	0.30	0.302	0.304
1	11.959	11.959	4.00	31.24	27.57	3.124	0.65	0.653	0.641

File Edificio 2012.xls - foglio Spo

## Spostamento relativo limite di interpiano - direzione x

direzione x		ag = 0.25		ag		spostamento relativo limite per rotazione corda					accelerazione sopportabile						
trasverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)	spostamento relativo (mm)	spostamento relativo (mm)	spostamento relativo (mm)	per l'eq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.2556	per l'eq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.2556
5	119.282	14.186	14.46	51.23	53.69	50.54	50.20	49.86	50.35	0.934	0.898	0.852	0.886	0.880	0.393	0.380	0.367
6	107.646	23.696	21.11	46.27	41.21	33.31	11.16	29.26	11.99	0.421	0.179	0.166	0.126	0.117	0.115	0.087	0.084
4	86.782	26.692	26.66	40.17	39.30	34.34	31.88	29.09	29.51	0.399	0.324	0.296	0.269	0.244	0.244	0.195	0.192
3	58.958	25.488	26.04	36.27	32.65	28.31	24.40	21.16	26.66	0.356	0.322	0.279	0.239	0.206	0.206	0.163	0.160
2	33.852	21.990	24.25	33.49	33.03	26.32	21.39	17.45	22.49	0.352	0.343	0.297	0.244	0.195	0.195	0.152	0.149
1	11.999	11.999	12.27	31.34	27.57	23.19	20.07	16.94	21.19	0.653	0.674	0.489	0.417	0.353	0.443	0.344	0.341

La rotazione limite si raggiunge per  
 $a_g = 0.256 \text{ g}$

File Edificio 2012.xls - foglio Spo

## Spostamento relativo limite di interpiano - direzione y

direzione y	ag = 1		ag					accelerazione sopportabile							
	trasverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)	spostamento relativo (mm)	spostamento relativo limite per rotazione corda					per l'eq					
					per l'eq	0.1	0.2	0.3	0.4	0.1625	per l'eq	0.1	0.2	0.3	0.4
6	185.571	24.867	15.68	51.23	50.41	48.68	48.80	48.32	49.90	0.532	0.524	0.515	0.507	0.499	0.518
5	163.612	31.911	22.70	45.37	42.99	40.71	38.61	36.19	11.64	0.926	0.909	0.292	0.277	0.263	0.299
4	139.446	42.238	27.62	40.17	36.31	32.82	29.67	26.31	34.07	0.239	0.216	0.194	0.176	0.169	0.202
3	109.777	43.865	28.58	38.27	32.16	28.51	24.34	20.36	29.82	0.207	0.183	0.153	0.139	0.146	0.170
2	58.056	39.803	25.28	33.49	29.22	23.04	17.92	13.84	25.28	0.215	0.189	0.149	0.115	0.090	0.153
1	16.354	19.354	19.61	31.34	27.16	22.25	17.66	13.86	24.28	0.405	0.361	0.287	0.227	0.179	0.314

La rotazione limite si raggiunge per  
 $a_g = 0.163 \text{ g}$

File Edificio 2012.xls - foglio Spo

## Conclusioni per analisi lineare (con p)

- L'analisi mostra che il moltiplicatore di collasso potrebbe arrivare a

$$a_g = 0.163 \text{ g}$$

raggiunto per sisma in direzione y

L'analisi è applicabile in tale direzione fino a un valore

$$a_g = 0.186 \text{ g}$$

quindi il valore 0.163 g può essere assunto come moltiplicatore di collasso

## Analisi non lineare (pushover)

Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09

## Pushover

- C'è chi l'ha definita "storia di una tentazione"

Devo usare la pushover ...  
Voglio usare la pushover ...  
Una relazione senza pushover non vale niente ...



## Pushover

- C'è chi l'ha definita "storia di una tentazione"

Cosa uscirà dal calcolo ?  
E perché a me viene completamente diverso da quello che viene a te ?

- C'è chi dice che è "il grande dramma di suspense dell'anno"



## Pushover



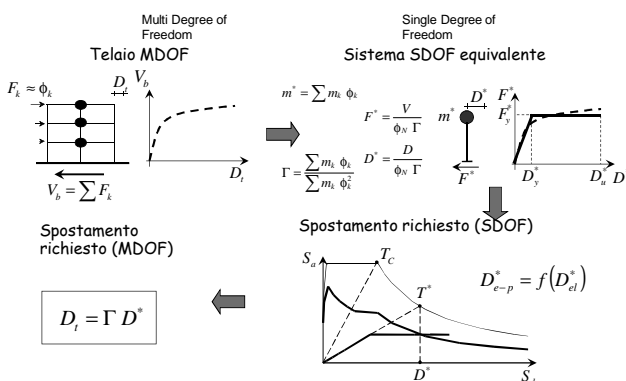
In realtà queste definizioni si riferiscono ad un'altra pushover

... ma forse vanno bene anche per il nostro caso

## Analisi statica non lineare

- Si valuta il comportamento non lineare della struttura per forze statiche crescenti
- Si ipotizza che gli spostamenti così ottenuti siano uguali a quelli reali (calcolabili con l'analisi dinamica non lineare)
- È necessario individuare quale sia il valore di  $a_g$  che corrisponde ad un assegnato punto della pushover
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

## Analisi statica non lineare determinazione dello spostamento "richiesto"



## Proposta alternativa

È veramente necessario passare al sistema SDOF?

Proposta:

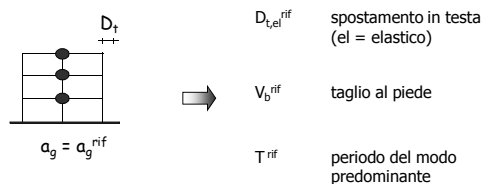
determinare lo spostamento richiesto (elasto-plastico) direttamente dallo spostamento (elastico) fornito dall'analisi modale con spettro di risposta del sistema MDOF

- corretto per tener conto della differenza  $D_{e-p} - D_{el}$
- corretto per tener conto della pendenza iniziale della bilineare

Le stesse correzioni fatte nello SDOF

## Analisi statica non lineare 1 - analisi modale

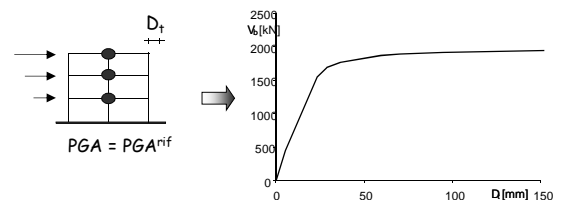
- Analisi modale con spettro di risposta (elastica)



Nota: poiché il modello è elastico lineare, gli spostamenti variano linearmente con PGA

## Analisi statica non lineare 2 - analisi incrementale (pushover)

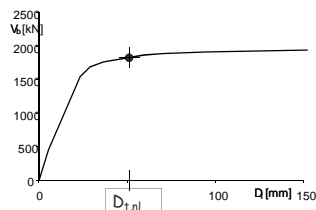
- Applicazione di forze crescenti ad uno schema con possibilità di plasticizzazione



Nota: deve essere fatta due volte, con due distribuzioni di forze

### Analisi statica non lineare relazione $D_T - a_g$

Quale accelerazione  $a_g$  corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



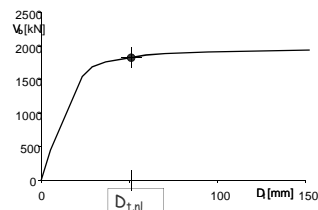
$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,el}}{D_{t,nl}^{rif}}$$



Idea base: uguaglianza di spostamenti  $D_{t,el} = D_{t,nl}$

### Analisi statica non lineare relazione $D_T - a_g$

Quale accelerazione  $a_g$  corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



Ma in realtà questo non è esatto

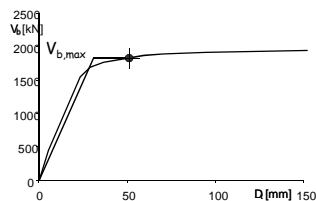
Occorre effettuare due correzioni

Idea base: uguaglianza di spostamenti  $D_{t,el} = D_{t,nl}$

### Analisi statica non lineare 3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



Prima possibilità (Eurocodice, NTC08)

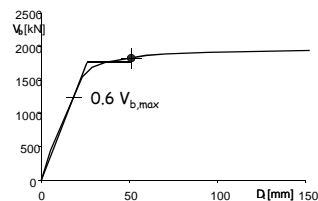
Uguaglianza del valore massimo

Criterio generale: area sottesa uguale

### Analisi statica non lineare 3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



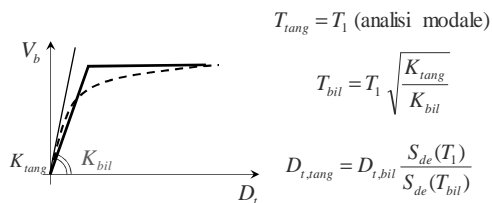
Seconda possibilità (Fajfar)

Il tratto lineare interseca la curva al 60% di  $V_{b,max}$

Criterio generale: area sottesa uguale

### Analisi statica non lineare 4 - correzione per variazione rigidità

- La bilinearizzazione comporta una variazione di rigidità e quindi di periodo



$$T_{tang} = T_1 \text{ (analisi modale)}$$

$$T_{bil} = T_1 \sqrt{\frac{K_{tang}}{K_{bil}}}$$

$$D_{t,tang} = D_{t,bil} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})}$$

- Gli spostamenti si modificano in funzione della variazione di periodo

$S_{de}(T)$  = spostamento spettrale

### Spostamento richiesto

5 - correzione per spostamento elasto-plastico

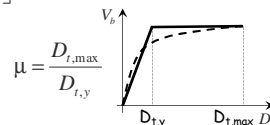
- Lo spostamento di una struttura che va in campo plastico può essere uguale oppure maggiore di quello di una struttura che rimane in campo elastico

- Si assume:

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \quad T \geq T_c$$

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \frac{1}{\mu} \left[ 1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c$$

Nota: la duttilità  $\mu$  è ricavata dalla bilineare





## Passaggi matematici (per mio ricordo)

- Dall'articolo di Bosco, Gherzi, Marino, "On the evaluation of seismic response of structures by nonlinear static methods"

$$R_{\mu} = \mu \quad \text{when } T^* \geq T_C \quad (8a)$$

$$R_{\mu} = (\mu - 1) \frac{T^*}{T_C} + 1 \quad \text{when } T^* < T_C \quad (8b)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_c)} \quad \text{if } T_c \geq T_C \text{ or } R_{\mu} \leq 1 \quad (20a)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_c)} \frac{R_{\mu}}{1 + (R_{\mu} - 1) T_C / T_c} \quad \text{if } T_c < T_C \text{ and } R_{\mu} > 1 \quad (20b)$$

$$\frac{1}{\mu} \left[ 1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

## Spostamento richiesto 6 - determinazione di $a_g$

- Riunendo le indicazioni precedenti

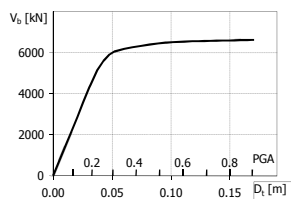
$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{i,nl}}{D_{i,el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \quad T \geq T_c$$

$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{i,nl}}{D_{i,el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \frac{1}{\mu} \left[ 1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c$$

## Relazione spostamenti - PGA

- Con le relazioni precedenti, si può far corrispondere ad ogni spostamento un valore di PGA.

Si può quindi usare una doppia scala di riferimento per le ascisse



## Applicazione alla struttura in esame telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover

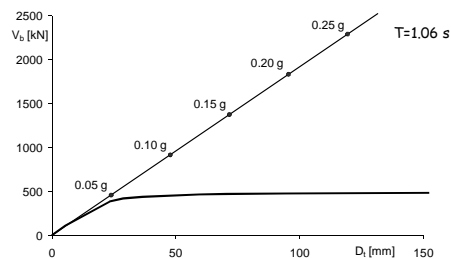
analisi modale			
ag	Dt [ms]	Vb [kN]	
0.25	19.28	2291.83	
T	1.064	s	

$$K_{avg} = \frac{2291.83}{119.28} = 19.21 \text{ kN/mm}$$

pushover			
passo	Dt [mm]	Vb [kN]	
0	0.00	0.00	
1	5.35	111.43	
2	23.22	393.86	
3	28.19	419.63	
4	35.53	438.76	
5	59.42	464.63	
6	73.9	470.53	
7	94.62	475.79	
8	152.17	487.81	
9	186.30	483.79	
10	229.31	483.79	
11	296.32	483.79	
12	364.16	483.79	
13	434.16	483.79	
14	484.16	483.79	
15	514.16	483.79	
16	599.55	403.79	

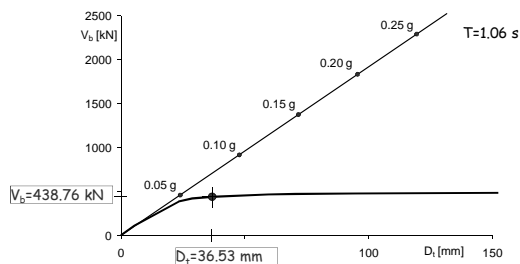
## Applicazione alla struttura in esame telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover

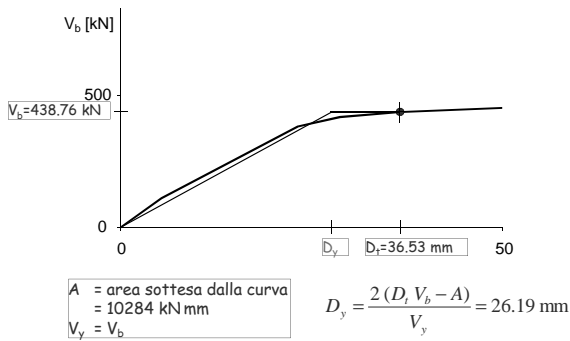


## Applicazione alla struttura in esame telai in direzione x

- Determinazione dell'accelerazione corrispondente ad un punto della curva

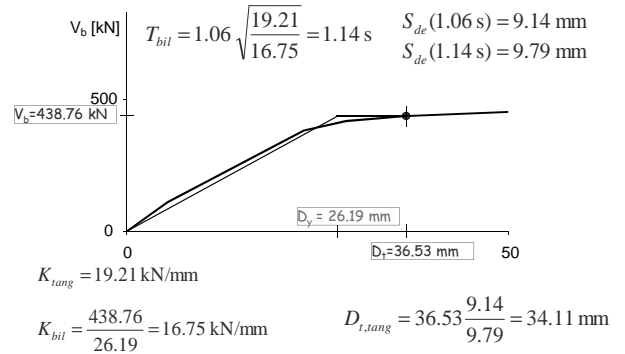


## Bilinearizzazione secondo indicazioni Eurocodice e NTC08



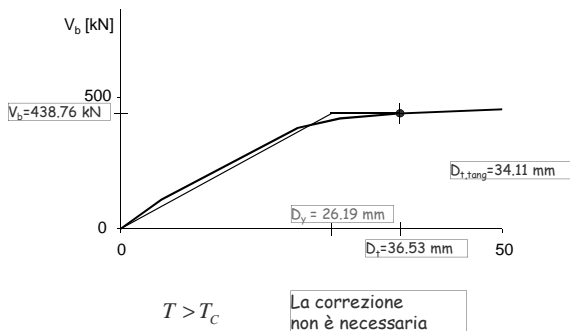
### Correzione 1

rigidezza della tangente e della bilineare

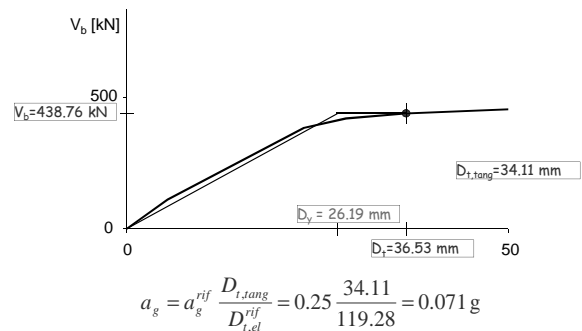


## Correzione 2

spostamento elastico ed elastoplastico



Accelerazione  $a_g$   
corrispondente al punto assegnato



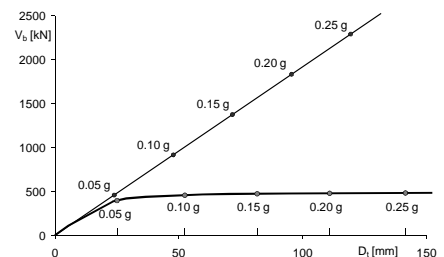
### Applicazione alla struttura in esame

- Accelerazione per tutti i punti della curva

analisir module		Kali									
ag	Di [mm]	Vp [kN]									
0.25	119.26	2,291.83	19.21								
T	1.364 s		0.316 g								
		ag(T)	g								
<b>pushover</b>											
pushover	Di [mm]	Vp [kN]	Pvpa	Vy	Oy	K3ial	T	Dvpa(T)	Dvpa0	Di w1	ag
0	0.00	0.00	0	0.00	0.00	1.064	9.14	1.000	0.00	0.00	
1	2.32	111.43	296	111.43	6.26	20.77	1.064	9.14	1.000	5.36	0.011
2	2.22	303.06	4*21	303.06	21.64	17.57	1.113	9.56	1.040	22.21	0.047
3	36.73	439.76	40.86	439.76	24.41	16.75	1.126	9.62	1.056	37.38	0.067
4	36.50	439.76	12.24	439.76	26.19	17.49	1.104	9.79	1.071	34.11	0.071
5	70.19	470.60	26.69	470.60	31.32	15.02	1.203	10.34	1.131	62.07	0.130
6	84.52	470.60	39.120	470.60	30.80	14.51	1.225	10.52	1.151	82.13	0.172
7	122.61	462.02	64.801	462.02	36.51	13.45	1.272	10.82	1.156	127.30	0.247
8	169.01	433.79	71.562	433.79	36.40	13.26	1.261	11.01	1.204	138.08	0.289
9	223.21	433.79	101.967	433.79	36.40	13.26	1.261	11.01	1.204	190.26	0.399
10	296.82	433.79	137.713	433.79	36.40	13.26	1.261	11.01	1.204	266.69	0.517
11	384.16	433.79	167.849	433.79	36.40	13.26	1.261	11.01	1.204	320.53	0.634
12	424.16	433.79	196.376	433.79	36.40	13.26	1.261	11.01	1.204	352.37	0.739
13	484.16	433.79	224.403	433.79	36.40	13.26	1.261	11.01	1.204	422.27	0.843
14	544.16	433.79	252.430	433.79	36.40	13.26	1.261	11.01	1.204	452.05	0.947
15	604.16	433.79	280.457	433.79	36.40	13.26	1.261	11.01	1.204	486.06	1.044

### Applicazione alla struttura in esame

- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e  $a_g$



## Applicazione alla struttura in esame telai in direzione y

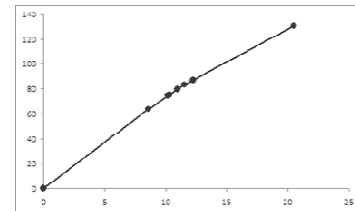
- I primi passi dell'analisi non lineare sono stati fatti in maniera parzialmente manuale, ovvero con l'utilizzo di una analisi lineare e facendo variare via via lo schema

Passo	t/p		Dt	Vb	camiera piltra	pa			
0			0	0					
1	4.62%	4.62%	6.573	63.47	20-12	2	das		
2	0.92%	6.41%	10.192	74.72	9-1	3	dse		
3	0.95%	5.49%	10.298	75.42	20-12	1	dse		
4	0.36%	5.79%	10.947	79.55	9-1	2	dse		
5	0.26%	6.05%	11.530	83.08	9-1	1	dse	20-12	3
6	0.25%	6.34%	12.260	87.09	9-1	4	dse		
7	3.17%	9.51%	20.483	130.65	17-9	2	dse		

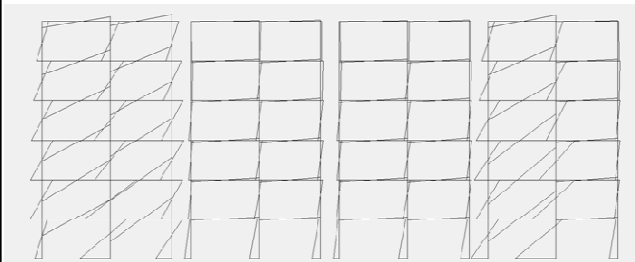
File TelY-2012-NL.xls

## Applicazione alla struttura in esame telai in direzione y

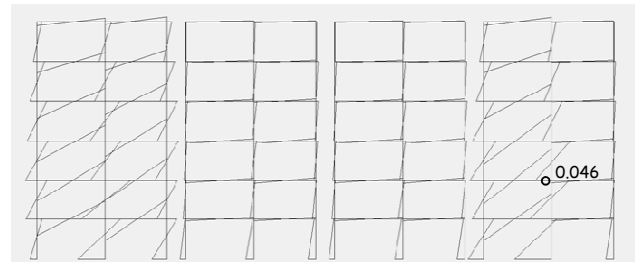
- Curva di pushover (parte iniziale)



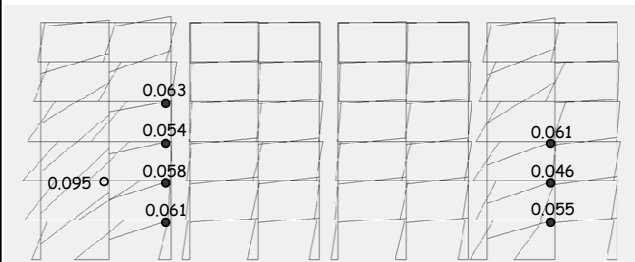
## Diagramma del momento Involuppo analisi modale



## Diagramma del momento Forze modo 1 - passo 1

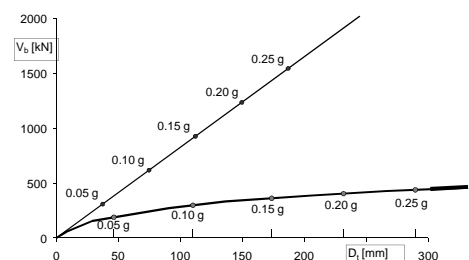


## Diagramma del momento Forze modo 1 - passo 7



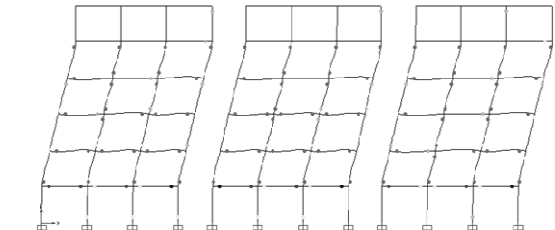
## Applicazione alla struttura in esame telai in direzione y

- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e  $a_g$



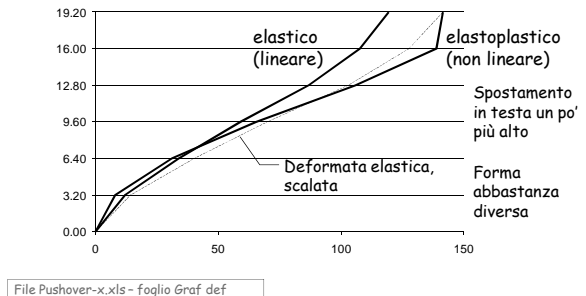
File Pushover-y.xls - foglio Graf Vb-Dv

### Direzione X travi plasticizzate



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

### Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x con comportamento elastico e plastico



### Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x

Per ciascun interpiano:

- Calcolare la rotazione alla corda  $\theta_u$  e gli spostamenti limite corrispondenti
  - $\theta_u$  dipende anche dallo sforzo normale, che varia in maniera non lineare ed è diverso da quello fornito dall'analisi lineare (ma in genere il  $\Delta N$  da sisma è minore con analisi non lineare)
- Determinare lo spostamento limite minimo
- Confrontarlo con il valore fornito dal calcolo

### Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x

spostamenti relativi		spostamenti disponibili		
ag =	0.25	ag =	0.25	
piano	Dr	piano	Dr	rapporto
6	2.67	6	50.37	18.884
5	32.95	5	42.09	1.277
4	40.35	4	33.38	0.827
3	34.35	3	26.28	0.765
2	23.06	2	23.67	1.026
1	7.99	1	21.68	2.713
				verifica
				no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

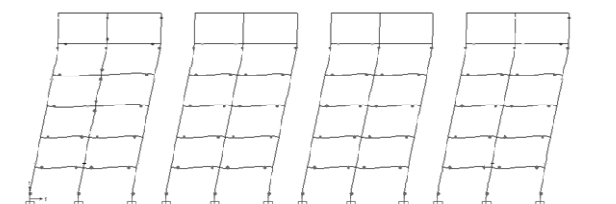
### Verifica per $a_g=0.205\text{ g}$ - dir.x

spostamenti relativi		spostamenti disponibili		
ag =	0.205	ag =	0.205	
piano	Dr	piano	Dr	rapporto
6	2.65	6	50.52	19.068
5	25.03	5	42.94	1.716
4	32.97	4	34.78	1.055
3	28.07	3	28.10	1.001
2	18.52	2	25.84	1.395
1	6.51	1	23.30	3.581
				verifica
				ok

La verifica è soddisfatta

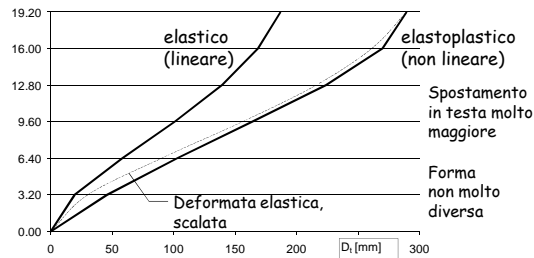
Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

### Direzione Y travi e travetti plasticizzati



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

### Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.y con comportamento elastico e plastico



File Pushover-y.xls - foglio Graf def

### Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili		
ag =	0.25	ag =	0.25	
piano	Dr	piano	Dr	rapporto
6	19.65	6	48.20	2.504
5	45.85	5	38.66	0.865
4	59.97	4	31.20	0.520
3	61.30	3	26.61	0.434
2	57.17	2	20.32	0.355
1	45.68	1	18.77	0.433
				min
				0.355
				verifica
				no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

### Verifica per $a_g=0.116\text{ g}$ - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili		
ag =	0.116	ag =	0.116	
piano	Dr	piano	Dr	rapporto
6	12.97	6	50.28	3.876
5	21.74	5	42.82	1.961
4	29.65	4	35.73	1.205
3	31.54	3	31.55	1.000
2	25.59	2	28.44	1.111
1	11.18	1	26.55	2.374
				min
				1.000
				verifica
				ok

La verifica è soddisfatta

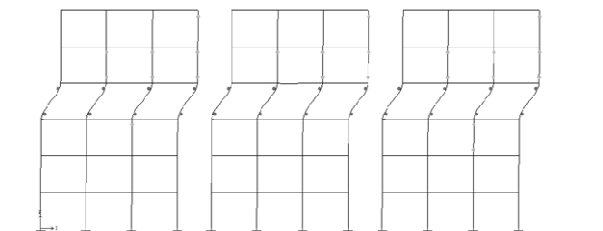
Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

### Conclusioni

- L'analisi statica non lineare mostra che lo spostamento limite è raggiunto
  - In direzione x: per  $a_g = 0.205\text{ g}$
  - In direzione y: per  $a_g = 0.116\text{ g}$
- Questi valori sono minori di quelli stimati con l'analisi lineare, pari rispettivamente a  $0.256\text{ g}$  e  $0.163\text{ g}$
- In effetti gli spostamenti relativi valutati con analisi non lineare sono abbastanza maggiori di quelli stimati con analisi lineare, specie in direzione y

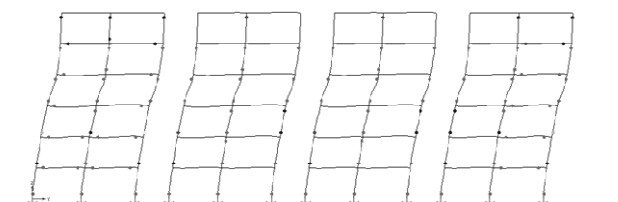
### Direzione X travi infinitamente resistenti

E se il modello cambia ?



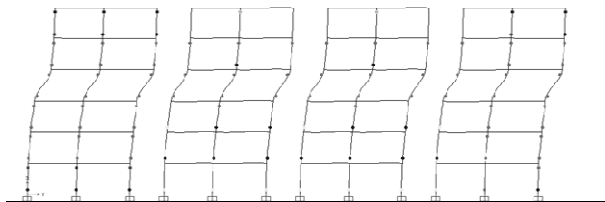
Meccanismo di piano

### Direzione Y travi plasticizzate, travetti no



Minime variazioni

**Direzione Y**  
travi e travetti infinitamente resistenti



Meccanismo di piano