

Circolare Ministero Lavori Pubblici 30 Luglio 1981 n.21745 - "Istruzioni relative alla normativa tecnica per la riparazione ed il rafforzamento degli edifici in muratura danneggiati dal sisma"

(Circolare 30 Luglio 1981 n.21745) Legge 14 Maggio 1981, n.219, Art.10

La legge 14-5-1981 n. 219 recante provvedimenti organici per la ricostruzione e lo sviluppo dei territori colpiti dagli eventi sismici del novembre 1980 e del febbraio 1981, stabilisce all'art.10 che il Ministero dei Lavori Pubblici definisca con proprio decreto la normativa tecnica per le riparazioni ed il rafforzamento degli edifici danneggiati dal sisma.

Con decreto ministeriale 2-7-1981, si è provveduto ad emanare detta normativa.

Ai fini di una corretta interpretazione ed applicazione delle norme, questo Servizio Tecnico Centrale ha curato l'elaborazione delle Istruzioni, articolate nei seguenti argomenti:

1. Generalità;
2. Operazioni progettuali;
3. Edifici in muratura;
4. Appendice con esempi di verifica sismica.

Sulle presenti Istruzioni ha espresso parere favorevole l'Assemblea Generale del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici.

Le Istruzioni relative agli edifici in cemento armato ed a struttura metallica saranno emanate prossimamente.

ISTRUZIONI PER L'APPLICAZIONE DELLA NORMATIVA TECNICA PER LA RIPARAZIONE ED IL RAFFORZAMENTO DEGLI EDIFICI DANNEGGIATI DAL SISMA.

1. GENERALITA'

Con decreto ministeriale 1-7-1981 è stata emanata la normativa tecnica per la riparazione ed il rafforzamento degli edifici danneggiati dal sisma e ricadenti in zone classificate ai sensi dell'art.3, titolo II, della legge 2-2-1974, n. 64.

La normativa è stata definita dal Ministero dei Lavori Pubblici in forza del quarto comma dell'art.10 della legge 14-5-1981, n. 219 recante "ulteriori interventi a favore delle popolazioni colpite dagli eventi sismici del novembre 1980 e del febbraio 1981". La normativa è pertanto specificatamente riferita alla riparazione di edifici comprendenti "unità immobiliari" destinate ad uso abitazione ricadenti nelle regioni Basilicata, Campania e Puglia, per le quali è prevista l'assegnazione di un contributo o di un finanziamento erariale.

Per quanto attiene la sfera di applicazione delle norme, va precisato che gli interventi di riparazione di edifici ad uso abitazione, in zone sismiche, anche di recente classificazione, quando il danno non è imputabile al sisma, ma dipendente da altre cause, rimangono disciplinati, sotto l'aspetto tecnico, dalle norme approvate con decreto ministeriale 3-3-1975, il cui Capo C.9. resta tuttora operante.

È ancora da chiarire che la normativa, anche se elegge quale modello tipologico l'edificio destinato ad uso abitazione, come dal contesto dell'art.10 della legge 14-5-1981 n. 219 risulta evidente, potrà utilmente assumersi come riferimento metodologico, ovviamente non vincolante, negli interventi relativi ad edifici di diversa destinazione d'uso.

Ed a proposito della portata giuridica della normativa si fa osservare che essa contiene regole tecniche che in virtù dell'art.10 della legge 14-5-1981 n. 219 assumono carattere cogente e fissa altresì dei criteri generali per gli interventi dalla stessa legge disciplinati. La normativa lascia tuttavia, nel rispetto di tali principi, un'ampia facoltà di scelta delle soluzioni progettuali, e delle modalità tecniche operative, in relazione alle specifiche caratteristiche del dissesto ed all'entità del danno subito dall'edificio.

Dato il carattere peculiare della materia, difficilmente assoggettabile a rigide regole vincolanti, la normativa ha voluto preordinatamente stabilire soltanto concetti fondamentali, nel cui ambito ricercare la soluzione più adatta al caso specifico, usufruendo della estesa gamma di tecnologie dalla normativa stessa suggerite.

Per gli edifici in muratura, ad esempio, che costituiscono le quasi totalità dei Centri Storici e delle costruzioni rurali, la casistica dei danni e dei relativi interventi è estremamente vasta e complessa e pertanto ogni caso richiede un attento studio per una corretta applicazione della più appropriata tecnologia di intervento specificatamente necessaria.

Bisogna tenere pure presente che, nella maggior parte dei casi, trattandosi di costruzioni prive di caratteristiche antisismiche, è necessario intervenire non solo con riparazioni in grado di ripristinare la situazione preesistente, ma anche con operazioni che tengano nel dovuto conto una eventuale futura sollecitazione sismica.

Per l'applicazione della normativa, quanto più conforme ai criteri dalla stessa fissati, sono state elaborate le presenti istruzioni, nell'intento di fornire un'utile guida agli operatori dando loro suggerimenti pratici (con talune esemplificazioni di verifica sismica riportate in appendice) e con l'illustrazione di alcune fra le più ricorrenti tecnologie di intervento.

2. OPERAZIONI PROGETTUALI

Al punto 2.1. delle norme vengono indicate le operazioni che un progetto di riparazione e di rafforzamento di un

edificio dovrebbe sistematicamente comportare (individuazione dello schema strutturale nella situazione preesistente al sisma, valutazione delle caratteristiche di resistenza degli elementi strutturali nella situazione attuale, scelta progettuale dei provvedimenti di rafforzamento strutturale) mentre al successivo punto 2.3. viene suggerito un indirizzo agli studi progettuali per addivenire alla più opportuna scelta dell'intervento tecnico.

Il contenuto dei due punti delle norme appare chiaro e non necessita quindi di delucidazioni. Sarebbe oltremodo utile, vi è da aggiungere, per una esatta cognizione dello stato di fatto preesistente al sisma, poter disporre (se rintracciabile) del progetto originario della costruzione.

Le norme, al punto 2.4. precisano fra l'altro che l'adeguamento antisismico di un edificio si consegue mediante l'attuazione di provvedimenti tecnici intesi a ridurre gli effetti delle azioni sismiche e/o ad aumentare la resistenza dell'organismo edilizio a tali azioni, nonché a ripristinare l'integrità delle strutture danneggiate.

I provvedimenti intesi a ridurre gli effetti delle azioni sismiche sono indicati a titolo esemplificativo al successivo punto 2.4.1. delle norme e consistono:

- nella riduzione delle masse non strutturali;
- nella creazione ed adeguamento dei giunti;
- nella riduzione degli effetti torsionali; nella ridistribuzione delle rigidità.

Ciò in concreto si potrà realizzare:

1. alleggerendo la costruzione mediante l'eventuale demolizione di sopraelevazioni e l'eliminazione di carichi permanenti pesanti e sostituzione con altri in materiale leggero, specie nelle parti più elevate dell'edificio;
2. eliminando, quanto più possibile, elementi anche strutturali, che possano provocare effetti torsionali sotto l'azione delle forze sismiche (pensiline, balconi, sporgenze, ecc.) o aggiungendo nuovi elementi che contrastino la rotazione stessa;
3. modificando la pianta dell'edificio in guisa da eliminare dissimmetrie planimetriche, tendendo ad avvicinare il centro delle rigidità al centro delle masse;
4. separando, se possibile, le parti dell'edificio per renderle indipendenti l'una dall'altra ciascuna delle quali strutturalmente regolare.

La creazione o l'eliminazione di giunti possono produrre nel contesto dell'intervento due effetti qualitativamente diversi: modificare la distribuzione in pianta delle rigidità e delle masse e frazionare o unificare lo schema resistente alle azioni orizzontali.

Quest'ultimo effetto può risultare favorevole, ad esempio, in presenza di corpi di fabbrica di altezze differenti, regolarizzando, con la creazione di giunti, il comportamento dinamico della costruzione.

In ogni caso tutti questi interventi devono tendere a ridurre l'eccentricità tra il centro delle masse e quello delle rigidità, sì da mitigare l'influenza dei modi torsionali di vibrazione sulla risposta dinamica dell'edificio.

Per quanto riguarda la distribuzione in verticale delle rigidità, si fa rilevare che ogni brusca variazione può determinare una concentrazione del danno ed in definitiva una riduzione della duttilità complessiva della costruzione.

Gli interventi ora illustrati tendono in sostanza a correggere favorevolmente il comportamento della costruzione riducendo gli effetti di una inadeguata progettazione sismica che a volte è la causa principale dei dissesti prodotti.

I provvedimenti tecnici intesi ad aumentare la resistenza della struttura dissestata sono indicati al punto 3 e seguenti della normativa, dove viene riconfermato il criterio secondo cui la loro scelta non deve limitarsi all'esame localizzato del singolo elemento strutturale danneggiato, ma deve estendersi, mediante una analisi globale, a tutto l'organismo edilizio che si intende rafforzare.

A seconda dell'obiettivo da raggiungere verranno usate tecnologie operative e materiali diversi da caso a caso, in relazione all'entità del danno subito dall'edificio ed alle caratteristiche del dissesto.

Resta comunque inteso che possono usarsi anche tecnologie non esplicitamente menzionate nel detto punto 3. delle norme, purché risultino, sulla base di adeguate documentazioni, di uguale efficacia.

3. EDIFICI IN MURATURA

3.1. Progetto esecutivo

Al punto 2., secondo paragrafo della normativa, in armonia a quanto prescritto dall'art.7 della legge 2-2-1974, n. 64, sono elencati i documenti essenziali che devono costituire il progetto esecutivo.

Oltre agli elaborati grafici (la planimetria generale dell'edificio, le piante dei vari piani, i prospetti e le sezioni quotati), il progetto dovrà essere accompagnato dalla relazione tecnica e dai fascicoli dei calcoli per la verifica sismica delle strutture portanti.

La relazione tecnica conterrà, in osservanza a quanto richiesto alla lettera d) del punto 2.3. delle norme, ogni necessaria indicazione, che riguarderà in particolare i seguenti punti:

Caratteristiche tipologiche e dimensionali:

- numero di piani;
- quota del piano di copertura più elevato;
- quota del piano stradale nelle immediate vicinanze dell'edificio;
- forma della pianta e dimensioni principali; presenza di piani cantinati o seminterrati;

Fondazione:

- descrizione del sistema di fondazione;
- stato di conservazione;
- descrizione del tipo di dissesto;
- indicazione delle indagini geognostiche effettuate;

Organismo murario:

- disposizione dei muri portanti;
- spessore dei muri;

Tipologia della muratura:

- qualità e stato di conservazione della malta;
- descrizione del tipo di dissesto subito;
- Corpi aggiunti;
- descrizione degli eventuali corpi aggiunti all'edificio nonché delle caratteristiche costitutive essenziali.

Scale:

- posizione delle scale rispetto al fabbricato;
- tipo e componenti strutturali;
- stato di conservazione (sia dei singoli componenti sia dell'intero complesso scale); descrizione del tipo di dissesto subito.

Solai:

- stato di conservazione: descrizione del tipo di dissesto subito.

Copertura:

- presenza di sottotetto (praticabile o no);
- tipo di copertura la terrazza, a tetto, ad una o più falde, ecc.);
- descrizione della struttura;
- stato di conservazione.

Dagli elaboratori grafici dovrà risultare in particolare:

- lo stato di fatto da cui si riveli l'ubicazione e l'andamento delle lesioni (l'ampiezza e la gravità delle lesioni sarà messa in evidenza dallo spessore del tratto);
- la posizione dei saggi in fondazione e in elevazione eventualmente eseguiti;
- la rappresentazione degli interventi di ripristino strutturale progettati.

L'indagine tendente ad individuare la tipologia muraria, la qualità e lo stato di conservazione della malta, non dovrà limitarsi ai paramenti esterni, ma dovrà interessare l'intero spessore del muro, pervenendo a definire le caratteristiche medie sul volume totale, tenendo conto opportunamente delle dispersioni.

Come indicato nelle norme lo schema strutturale resistente all'azione sismica deve derivare da una analisi globale dell'edificio e dovrà rispecchiare la situazione effettiva della costruzione.

Si dovranno in particolare accertare:

- a) la capacità dei solai a costruire diaframma orizzontale in grado di ripartire le forze sismiche tra i diversi setti murari;
- b) l'efficacia dei collegamenti fra solai e pareti e degli ammorsamenti fra le pareti ortogonali.

La "Relazione specifica sul comportamento delle strutture" per gli edifici in muratura potrà sostituire la verifica sismica vera e propria, ritenuta di regola obbligatoria, in base all'ultimo capoverso del punto 2. delle norme.

Tale esonero resta tuttavia subordinato alla dimostrazione che l'edificio oggetto dell'intervento, con l'avvenuta esecuzione delle progettate opere di rinforzo, avrà in definitiva requisiti costruttivi di "pari efficacia" di quelli elencati al punto C.5. del decreto ministeriale 3-3-1975 e decreto ministeriale 3-6-1981 e altezze contenute nei limiti fissati nei predetti decreti.

Tale dimostrazione verrà esposta in forma descrittiva, sulla base di un confronto analitico fra i requisiti oggettivi indicati al suddetto punto C.5. e quelli dei singoli provvedimenti tecnici di rafforzamento previsti in progetto.

3.1.1. Verifica sismica.

Lo schema strutturale resistente all'azione sismica deve rispecchiare, come in precedenza detto, la situazione effettiva della costruzione.

Si dovrà accertare l'efficacia dei collegamenti fra solai e pareti e delle pareti tra di loro. Qualora nello schema si faccia affidamento sulla ripartizione delle forze orizzontali agenti ad un dato livello tra i diversi setti murari, andrà accertata l'efficacia dei solai a costituire un diaframma orizzontale rigido.

La resistenza della muratura sarà assunta in relazione alla tipologia, alla qualità e allo stato di conservazione del sistema murario.

L'effettiva resistenza delle murature può essere accertata mediante apposite indagini e l'estensione di tali indagini sarà commisurata allo stato di omogeneità e di conservazione dell'organismo murario.

In mancanza di dati sperimentali, per la resistenza a compressione non si potrà contare su valori superiori a quelli indicati in tab. 1 per ciascun tipo di muratura.

La resistenza a taglio dei pannelli murari sarà calcolata utilizzando i valori rappresentativi riportati in tabella e tenendo adeguatamente conto del contributo delle tensioni normali, come indicato al punto 1 dell'Appendice.

La resistenza a trazione sarà valutata, in assenza di dati sperimentali adeguatamente documentati, come:

$$\sigma_{t_r} = \tau_k$$

La rigidezza degli elementi murari sarà valutata supponendo la sezione interamente reagente ed assumendo per G ed E , salvo più precise valutazioni, le espressioni $G = 1.100 \tau_k (t/m^2)$, $E = 6G$.

Nel caso di dati sulle resistenze ricavati da prove sperimentali specifiche, in sede di progetto dovranno essere usati valori pari a quelli ottenuti dalle esperienze divisi per un coefficiente 2,5.

La verifica sismica, riferita alla resistenza delle strutture murarie (stato limite ultimo), va effettuata, in conformità al punto 2.6.3. delle Norme, per la combinazione delle azioni prescritte dal decreto ministeriale 3-3-1975 e delle forze statiche orizzontali qui specificate.

La risultante delle forze orizzontali viene valutata con l'espressione:

$$F_t = \beta C W_t$$

essendo:

$C = (S-2)/100$, il coefficiente d'intensità sismica, come definito dal decreto ministeriale 3-3-1975;

β = coefficiente di struttura, cui si assegna il valore: $\beta = 4$;

TABELLA 1

	TIPO DI MURATURA	τ_k (t/m ²)	σ_k (t/m ²)
MURATURE NON CONSOLIDATE NON LESIONATE	Mattoni pieni Malta bastarda	12	300
	Blocco modulare (con caratteristiche rispondenti alle prescrizioni DM 3-3-1975) (29 x 19 x 19 cm) Malta bastarda	8	250
	Blocco in argilla espansa o calcestruzzo Malta bastarda	18	300
	Murature in pietra (in presenza di ricorsi di mattoni estesi a tutto lo spessore del muro, il valore rappresentativo di τ_k può essere incrementato del 30%) a) Pietrame in cattive condizioni b) Pietrame grossolanamente squadrato e ben organizzato c) a c) sacco in buone condizioni	2 7 4	50 200 150
	Blocchi di tufo di buona qualità	10	250
	Mattoni "pieni" con fori circolari Malta cementizia $R_m \geq 1450 \text{ t/m}^2$	20	500
	Forati doppio UNI rapp. Vuoto/pieno = 40% Malta cementizia $R_m \geq 1450 \text{ t/m}^2$	24	500
	Mattoni pieni, pietrame squadrato, consolidate con 2 lastre in calcestruzzo armato da cm 3 (minimo)	18	500
MURATURE CONSOLIDATE	Pietrame iniettato	11	300
	Murature in pietra a sacco consolidate con due lastre in calcestruzzo armato da cm 3 (minimo)	11	300

W_t = il carico totale verticale (peso) dell'edificio tenendo conto dei carichi accidentali secondo la tab. 3 del punto C.6.1.1. del decreto ministeriale 3-3-1975

Si ha pertanto per:

- le zone sismiche con grado di sismicità $S=2$ $\beta C = 0,40$
- le zone sismiche con grado di sismicità $S=6$ $\beta C = 0,28$
- le zone sismiche con grado di sismicità $S=9$ $\beta C = 0,16$

La forza orizzontale sarà applicata a livello di ciascun piano nel baricentro del piano stesso e distribuita tra vari livelli secondo il coefficiente di distribuzione γ adottato nelle norme approvate con decreto ministeriale 3-3-1975 al punto C.6.1.1.

Le forze orizzontali di verifica verranno considerate agenti non contemporaneamente secondo due direzioni tra di loro ortogonali.

Le forze orizzontali da usare per la verifica della capacità portante delle fondazioni di costruzioni in muratura, saranno assunte pari alla metà di quelle sopra indicate; ciò è coerente con il metodo di calcolo elasto - plastico consentito per le verifiche strutturali delle costruzioni in muratura e descritto nel seguito.

L'azione sismica complessiva, che agisce su un edificio, qualora i solai, la copertura, gli orizzontamenti in genere, posseggano sufficiente rigidità nel loro piano e siano ben collegati lungo i bordi alle pareti, si ripartisce tra le pareti stesse in relazione alla loro rigidità.

Qualora invece i solai non soddisfino la predetta ipotesi o si sia in presenza di coperture a volta, la distribuzione delle forze orizzontali avverrà affidando a ciascun muro l'aliquota di forze orizzontali corrispondenti ai carichi

verticali direttamente gravanti su di esso, indipendentemente dai valori di rigidezza.

Le pareti che vengono a trovarsi orientate normalmente alla componente del sisma che si sta esaminando, a causa della piccola rigidezza che presentano in tale direzione, non solo non forniscono alcuna collaborazione all'insieme strutturale, ma, tramite i solai, vengono a scaricare le risultanti delle azioni ad esse competenti sulle pareti che si trovano orientate in direzione parallela al sisma.

Per ciascuna parete si considerano in genere separatamente le azioni ad essa complanari e quelle normali.

Pareti soggette ad azioni complanari

Per la valutazione delle azioni sismiche complanari alle pareti si prenderà in esame l'edificio nella sua interezza, con i collegamenti operati dai solai in quanto efficaci, considerando la forza orizzontale di calcolo (presente a livello di ciascun solaio) applicata nel baricentro delle masse presenti.

La valutazione delle sollecitazioni indotte dalle forze orizzontali avverrà secondo diversi metodi di calcolo, in funzione delle modalità di collasso prevedibili per le pareti.

Nel caso di pareti poco snelle e quindi funzionanti prevalentemente a taglio, quali possono generalmente considerarsi quelle di edifici di limitata altezza (2 o 3 piani) e con fasce di piano fra file di aperture contigue e sovrapposte molto rigide e di sufficiente resistenza, il collasso si realizza in genere con la rottura a taglio degli elementi murari verticali (maschi) (fig. 1a) e la verifica può essere condotta con il procedimento esaurientemente illustrato in appendice.

Quando invece le ipotesi precedenti non sono soddisfatte o per la snellezza delle pareti, come avviene per edifici relativamente alti (4 piani ed oltre), o per l'insufficiente rigidezza e/o resistenza delle fasce di piano, il collasso si realizza in genere con una preventiva rottura a taglio delle fasce di piano, seguita da quella dei maschi murari per effetto combinato di flessione e taglio (fig. 1b).

La verifica dovrà allora condursi con metodi di calcolo che tengano opportunamente conto delle prevedibili modalità di collasso. A favore della sicurezza e rinunciando a qualsiasi ridistribuzione delle forze in fase elasto-plastica, le pareti possono essere verificate schematizzandole come telai elastici piani.

Nel caso di pareti notevolmente snelle, particolare attenzione sarà dedicata al trasferimento dei carichi verticali da un ritto all'altro del telaio di calcolo, dovuto ai momenti di continuità delle travi.

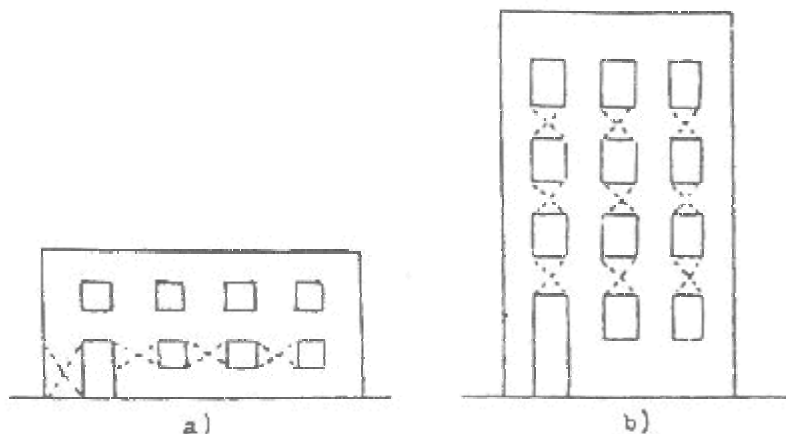


Fig. 1

Pareti soggette ad azioni normali

Nelle pareti soggette ad azioni normali al loro piano medio, giocano un ruolo essenziale, assai più importante che nei casi precedenti, i collegamenti con gli orizzontamenti e con le pareti ad esse normali; a questi collegamenti (catene, cordoli, ancoraggi, ecc.) è infatti affidata la possibilità di fornire vincoli in grado di trasferire sulle pareti parallele alla direzione del sisma le risultanze delle azioni, lasciando alle pareti normali il compito di resistere ad effetti di carattere locale.

L'azione sismica ortogonale alla parete sarà rappresentata da un carico distribuito pari al peso della parete moltiplicata per βC e da forze concentrate pari a βC per il peso degli orizzontamenti che si appoggiano su di essa se non sono efficacemente collegati a muri trasversali.

L'effetto flessionale dell'azione sismica ortogonale alla parete può essere valutato nell'ipotesi di comportamento lineare a sezione interamente reagente.

La σ massima di compressione sarà quindi valutata sovrapponendo a tale effetto quello dei carichi verticali presente con la eccentricità che ad essi compete.

La σ massima di trazione sarà confrontata con il valore $\sigma_{tr} = \tau_k$ già menzionato.

3.2. FONDAZIONI (punti 3.2. e 3.4.1. delle Norme)

Al punto 3.2. delle Norme viene precisato che il consolidamento della fondazione si rende necessario quando siano manifesti segni di dissesto prodotti da cedimenti differenziali. Per tali cedimenti devono intendersi quelli che sono ancora in atto o che potrebbero prodursi a seguito di futuri eventi sismici.

Prima di procedere ad un intervento sulle strutture in elevazione si deve tener presente la situazione geotecnica, secondo quanto indicato dalle specifiche norme tecniche approvate con decreto ministeriale 21-1-1981 e relative istruzioni.

Per giudicare della consistenza del terreno sono particolarmente utili le prove in sito e in particolare, se i terreni sono a granulometria fina, le prove penetrometriche e/o dilatometriche.

Si richiama l'attenzione a questo riguardo sulla opportunità che il penetrometro venga infisso in aderenza alla fondazione onde interessare con l'indagine il terreno già consolidato dal peso dell'edificio.

Le pressioni di contatto di esercizio delle fondazioni dirette debbono essere valutate tenendo conto dell'intervento delle forze orizzontali inerziali come precisato nel punto 3.1.1. e confrontate con le tensioni ammissibili per il terreno.

Nel caso di edifici situati su (o in prossimità di) pendii naturali od artificiali, oltre agli accertamenti prescritti al punto A.2. delle Norme approvate con decreto ministeriale 3-3-1975, deve essere assicurata anche la stabilità globale del pendio con la fondazione stessa, secondo quanto disposto alla sezione G del decreto ministeriale 21-1-1981.

Se dagli eventi accaduti o da indagini specifiche geologiche e geotecniche si accerti che possano verificarsi nel sottosuolo dell'opera fenomeni di liquefazioni oppure movimenti franosi, non si procederà ad interventi di riparazione o di rafforzamento prima di avere stabilizzato la zona mediante i provvedimenti del caso.

Al punto 3.4.1. delle Norme, a proposito degli edifici in muratura, si precisa che il consolidamento delle fondazioni su rocce lapidee compatte, può ottenersi, in generale, collegando le varie parti con cordolature.

Nel caso di fondazioni continue, sulle quali gravino carichi concentrati, si potrà ampliare la base di appoggio mediante una soletta in cemento armato, che assolverà una funzione di legatura delle murature alla loro base, e di ripartizione degli sforzi sul terreno.

Per fondazioni di tipo discontinuo a plinti isolati si dovrà provvedere a realizzare un collegamento fra questi con travi in cemento armato resistenti a trazione e compressione.

Nei terreni di scarsa consistenza, si potrà costruire una platea rigida al fine di contrastare gli spostamenti relativi, in verticale ed orizzontale, della base dei pilastri. Allo stesso risultato si potrà pervenire mediante maglie ortogonali di travi a reticolo chiuso.

Nel caso di inserimento nell'edificio di una nuova muratura, la sua fondazione deve essere ammorsata in quella delle murature esistenti mediante un opportuno innesto.

Il consolidamento delle fondazioni su terreni cedevoli può ottenersi, in generale, irrigidendo la base del fabbricato mediante placcaggi in conglomerato cementizio a getto od a spruzzo convenientemente armati, applicati da uno o da entrambi i lati della muratura.

Particolarmente idonei sono i cavi di precompressione estesi a tutta la lunghezza di parete, specie in relazione al vantaggio offerto da un tracciato continuo, senza sovrapposizioni.

Per quanto riguarda l'opportunità di applicare una effettiva pretensione occorre, invece, procedere con estrema cautela valutando gli effetti conseguenti che possono essere indotti in tutta la costruzione.

In taluni casi, quando il terreno di fondazione abbia subito cedimenti che ne abbiano alterato la continuità e le capacità portanti e non risulta più sufficiente l'ampliamento della base di appoggio ed il collegamento rigido alla base, può essere necessario riportare i carichi in profondità mediante pozzi o pali.

Si potranno usare dei pali di normale diametro opportunamente collegati alle strutture ovvero si potranno utilizzare pali di piccolo diametro eventualmente eseguiti attraverso le strutture esistenti così da collegarsi ad esse, per poi approfondirsi nel terreno sottostante.

Per i pali di regola sarà da adottare il sistema di trivellazione a rotazione, che non comporta scuotimenti pericolosi per strutture già in fase di dissesto. Il getto dei pali con malta in pressione sarà eseguito con particolari cautele.

In qualche caso particolare, un aumento della stabilità delle fondazioni può ottenersi migliorando le caratteristiche del terreno di appoggio mediante iniezioni di opportune miscele.

3.3. PARETI MURARIE (punto 3.4.2. delle Norme)

Al punto 3.4.2. delle Norme sono indicati a titolo orientativo, i provvedimenti tecnici cui si può ricorrere per aumentare la resistenza di un elemento murario.

I provvedimenti suggeriti dalle norme, sui quali esiste il conforto dell'esperienza per i positivi risultati conseguiti quando la loro applicazione è stata preceduta da una opportuna scelta progettuale, sono i seguenti:

- risarciture localizzate;
- iniezioni di miscele leganti;
- applicazione di lastre in cemento armato o di reti metalliche elettrosaldate e betoncino;
- inserimento di pilastri in cemento armato o metallici in breccia nella muratura;
- tirature orizzontali e verticali.

Di tali provvedimenti si ritiene utile riportare, qui di seguito, a titolo di esempio, una illustrazione delle usuali tecniche di intervento.

3.3.1. Risarciture localizzate (punto 3.4.2.1. delle Norme).

Quando l'estensione della zona da riparare sia di modesta entità, è opportuno procedere con la tecnica della costruzione muraria ("cuci e scuci").

Per la corretta applicazione di tale tecnica si deve porre cura affinché la nuova muratura sia efficacemente ammorsata a quella preesistente e nel contempo siano evitati stati di coazione, conseguenti ad un eccessivo contrasto; a tal fine si consiglia l'uso di materiali inerti simili a quelli della muratura da risarcire e di malte a ritiro nullo o, meglio, leggermente espansive.

Si sconsiglia l'adozione di tale tecnica nei casi di murature costituite da ciottoli o da pietrame a spigoli arrotondati e malta degradata.

3.3.2. Iniezioni di miscele leganti (punto 3.4.2.2. delle Norme).

L'adozione di iniezioni di miscele leganti mira al miglioramento delle caratteristiche meccaniche della muratura da consolidare.

A tale tecnica, pertanto, non può essere affidato il compito di realizzare efficaci ammorsature dei muri e quindi di migliorare, se applicata da sola, il primitivo schema strutturale.

a) Miscela a base di legante cementizio.

La miscela da iniettare deve possedere le seguenti proprietà:

- buona fluidità;
- buona stabilità;
- tempo presa opportuno;
- adeguata resistenza;
- minimo ritiro.

Tali proprietà sono agevolmente conseguibili con le sospensioni cementizie in acqua, semplici o con sabbie molto fini a granuli arrotondati (di fiume o di spiaggia), caratterizzate da valori del rapporto acqua - cemento in genere variabili da 0,6 a 1,2 e migliorate con l'aggiunta di additivi fluidificanti ed espansivi antiritiro. Il cemento deve essere di granulometria molto fine.

La scelta della pressione di immissione va fatta con grande attenzione, perché le dilatazioni trasversali prodotte dal fluido in pressione, a causa delle eventuali discontinuità della muratura nei piani paralleli ai paramenti, potrebbero modificare negativamente la configurazione di equilibrio raggiunta dalla costruzione.

In ogni caso le iniezioni devono essere fatte a bassa pressione, eventualmente ricorrendo a fasi successive con pressioni via via crescenti, vanno condotte iniziando dal basso e procedendo con simmetria.

E assolutamente sconsigliabile usare questa tecnica di ripristino nelle murature incoerenti e caotiche senza procedere alla preventiva loro incamiciatura.

La tecnica operativa può essere articolata nelle seguenti fasi di lavoro:

- a) scelta dei punti in cui praticare i fori, effettuata in funzione della diffusione delle fessure e della porosità del muro; in genere sono sufficienti 2-3 fori per m²;
- b) asportazione dell'intonaco lesionato e stuccatura con malta cementizia delle lesioni per evitare risorgenze di miscela;
- c) esecuzione dei fori con perforazioni di diametro fino a 40 mm, eseguite mediante trapani o sonde rotative;
- d) posizionamento nei fori degli ugelli di immissione e successiva sigillatura con malta di cemento;
- e) immissione preliminare di acqua a leggera pressione, allo scopo di effettuare il lavaggio delle sezioni filtranti e di saturare la massa muraria;
- f) iniezione della miscela, in genere iniziata in zone perimetrali più basse.

Nel caso di dissesti localizzati in zone limitate può risultare conveniente risanare dapprima a bassa pressione queste zone e poi operare a pressione più elevata, nelle zone rimanenti.

b) Miscele a base di resine organiche.

Stante la forte dipendenza, per il buon esito dell'operazione, dal dosaggio dei componenti base e dalle condizioni di esecuzione, si consiglia l'uso delle iniezioni di miscele a base di resine organiche (possibilmente epossidiche) ai soli casi in cui risulti dimostrata la convenienza economica e si possa fare ricorso ad operatori specializzati.

La tecnica operativa resta, comunque, non dissimile da quelle già illustrate per le iniezioni cementizie alle quali si rimanda.

c) Iniezioni armate.

Tale sistema di consolidamento prevede l'inserimento nella muratura di un reticolo di barre metalliche, assicurandone la collaborazione mediante sigillatura con miscele cementanti.

L'uso di questa tecnica è particolarmente consigliabile allorché si debbano realizzare efficaci ammorsature tra le murature portanti, nei casi in cui non si possa ricorrere all'uso di altre tecnologie.

In quest'ultimo caso le cuciture consistono in armature di lunghezza pari a 2÷3 volte lo spessore delle murature, disposte in fori trivellati alla distanza di 40-50 cm l'uno dall'altro ed inclinati alternativamente verso l'alto e verso il basso di circa 45°. I fori vengono successivamente iniettati e la miscela si diffonde in corrispondenza dello spigolo dell'edificio determinato dalle pareti ortogonali così "cucite" realizzando un complesso molto resistente.

Le miscele leganti da impiegare sono dello stesso tipo di quelle esaminate al punto 3.3.2. con l'avvertenza che dovranno essere ancora più accentuate le caratteristiche di elevata aderenza ed antiritiro, per poter contare sulla collaborazione fra armature e muratura, oltre che di resistenza, poiché nel caso specifico le iniezioni sono localizzate nelle zone più sollecitate.

Qualche volta può essere necessario consolidare preventivamente la muratura mediante iniezioni semplici.

3.3.3. Applicazione di lastre e reti metalliche elettrosaldate (punto 3.4.2.3. delle Norme).

L'intervento mira a conservare, adeguandola alle nuove esigenze la funzione resistente degli elementi murari, fornendo ad essi un'adeguata resistenza a trazione e dotandoli di un grado più o meno elevato di duttilità, sia nel comportamento a piastra che in quello a parete di taglio.

Quando l'intervento è esteso, con particolari accorgimenti, in corrispondenza degli innesti murari, si realizza anche una modificazione migliorativa dello schema strutturale.

Il consolidamento si effettua con l'apposizione, su una od entrambe le facce del muro, di armature di acciaio o di lastre cementizie, di adeguato spessore.

Le armature sono costituite da barre verticali ed orizzontali o da reti; ferri trasversali passanti nel muro assicurano i collegamenti.

In relazione al tipo ed allo stato di consistenza della muratura, a questo intervento può essere associata la iniezione in pressione, nel corpo murario di miscele leganti.

L'estensione dell'intervento può comprendere l'intero edificio oppure soltanto alcuni elementi, scelti in base alla natura ed allo stato delle murature, all'entità dei dissesti, ecc. Su ciascun elemento murario, poi, l'intervento può ancora essere dosato, operando rispettivamente per "fasce" verticali ed orizzontali, limitandosi al solo rinforzo del

perimetro dei vani porta o finestra o adottando un sistema misto di rinforzo.

La tecnologia dell'intervento è articolata nelle seguenti operazioni:

1. eliminazione dei solai, quando irrecuperabili o riparazioni degli stessi, se da conservare;
2. preparazione delle murature, previa adeguata puntellatura, asportazione dell'intonaco, riempimento delle cavità esistenti con particolare riguardo a quelle in prossimità delle ammorsature tra i muri, rifacimento a cucì - scuci, spazzolatura, lavaggio con acqua ed aria in pressione;
3. intervento sulle fondazioni, per realizzare l'ancoraggio delle barre verticali di muratura e l'eventuale adeguamento della base d'appoggio ai nuovi carichi;
4. esecuzione delle perforazioni nella muratura per l'alloggiamento delle barre trasversali di collegamento;
5. applicazione delle barre o delle reti di armatura su una o entrambe le facce del muro, con adeguata sovrapposizione e con risvolto nei vani porta o finestra;
6. messa in opera di distanziatori dell'armatura dal muro, per consentire il completo avvolgimento delle barre da parte dell'intonaco, di spessore adeguato e comunque non inferiore a 2 cm;
7. alloggiamento, nei fori, dei ferri trasversali con adeguato risvolto di fissaggio alle armature;
8. esecuzione dell'intonaco di cemento per lo spessore prefissato, (dopo abbondante lavaggio della superficie);
9. rifacimento o completamento dei solai;
10. esecuzione delle eventuali iniezioni nei muri, effettuate con pressioni che, per la presenza dell'intonaco armato avente funzione di contenimento, possono essere anche elevate, fino a 2-3 kg/cm².

3.3.4. Inserimento di cordoli e pilastri (punto 3.4.2.4. delle Norme).

Tale tecnica non differisce, nelle finalità, da quella precedentemente illustrata.

Il concetto informatore è quello dell'introduzione nella muratura di elementi resistenti - atti a confinare la muratura e dotarla di duttilità strutturale - in modo discontinuo e concentrato, anziché diffuso.

Per tale motivo è consigliabile l'adozione di questa tecnica quando si debba operare con murature a blocchi squadrate (mattoni, pietre lavorate) o comunque di discreta consistenza, risultando per contro sconsigliabile per interventi su murature di costituzione caotica e con malta degradata.

Per la realizzazione di cordoli a tutto spessore, è necessario procedere al taglio a forza della muratura.

Il taglio della muratura può essere eseguito per campioni o globalmente: nel primo caso si affida la resistenza del pannello murario durante le fasi realizzative alle porzioni di murature integre o già trattate; nel secondo caso occorre disporre appositi martinetti ai quali è delegato il compito di sostenere i carichi verticali durante la costruzione del cordolo.

Per i cordoli di tipo a spessore parziale è necessario predisporre tagli passanti per realizzare poi collegamenti di ancoraggio e sostegno; se due cordoli cingono la muratura al medesimo livello, tali collegamenti hanno sagoma cilindrica, mentre se il cordolo è da un solo lato, tali collegamenti sono conformati a mo' di tronco di piramide con dimensione maggiore verso l'esterno.

L'armatura metallica è costituita da una gabbia formata da barre longitudinali e staffe.

Nei cordoli da precomprimere, come ultima fase, si esegue la tesatura dei cavi ed il riempimento delle guaine con boiacca.

Nei cordoli a tutto spessore, realizzati globalmente, i martinetti a vite restano inglobati nel getto.

L'inserimento di pilastri in c.a. in breccia è effettuato a distanze regolari (circa 2 m). Si crea uno scasso per circa 15 cm all'interno della muratura in cui si inseriscono i pilastri previa adeguata ammorsatura con la muratura per mezzo di staffe passanti o di zancature distribuite lungo l'altezza.

Il funzionamento dell'insieme strutturale si modifica profondamente in senso positivo, solo se gli elementi in cemento armato sono convenientemente organizzati fra loro ed in rapporto alla muratura, come può ottenersi eseguendo una serie di cordoli verticali ed orizzontali tutti collegati fra loro.

3.3.5. Applicazione di tiranti (punto 3.4.2.5. delle Norme).

L'uso di tiranti di acciaio (analogamente a quello dei cordoli di piano) mira in primo luogo a migliorare lo schema strutturale - tramite la realizzazione di efficaci collegamenti tra le strutture murarie portanti - assicurando un funzionamento monolitico del complesso edilizio da consolidare.

Non risultano, per altro, trascurabili i vantaggi che ne conseguono nei riguardi della duttilità e della risposta ultima alle azioni sismiche, a parità di sollecitazioni agenti sull'elemento murario presollecitato.

Tuttavia, per quanto riguarda in particolare la presollecitazione verticale, si raccomanda che la tensione normale non superi, dopo la precompressione, il valore di un terzo di quella a rottura.

I tiranti possono essere posti in opera all'interno o all'esterno delle murature. Nel primo caso (tiranti trivellati) essi sono costituiti da trefoli d'acciaio armonico disposti inguainati entro fori trivellati nello spessore delle murature.

Nel secondo caso i tiranti sono costituiti da barre di ferro disposte parallele sulle due facce della muratura ed ammorsate ad una piastra in testa del muro per mezzo di un sistema a vite che consente di imprimere uno stato di presollecitazione. Questo tipo di tiranti è prevalentemente usato nella disposizione orizzontale.

Gli elementi di contrasto sulle murature sono di regola costituiti da piastre metalliche che hanno il compito di distribuire la forza indotta dal tirante sulla muratura evitando concentrazioni di sforzi.

Nel caso di tirantature orizzontali queste adempiono inoltre al compito di legare le pareti ortogonali: a questo fine è opportuno che le teste dei tiranti siano collegate a piastre o a chiavi di grossa dimensione per migliorare le caratteristiche di connessione.

I tiranti esterni sono costituiti da barre metalliche aderenti alle murature e spesso poste in scanalature ricavate sulla loro superficie in modo da occultarne la vista. Anche qui, per i tiranti orizzontali, è opportuno disporre chiavi in testa, di dimensioni tali da garantire una buona legatura tra le murature.

Per i tiranti esterni sono estremamente utili dispositivi (come i tenditori) in grado di riprendere eventuali cadute di tiro che dovessero verificarsi nel corso degli anni.

3.4. ARCHI E VOLTE (punto 3.4.3. delle Norme)

Al punto 3.4.3. delle Norme viene testualmente stabilito che "gli archi e le volte interessati da gravi dissesti (ampie lesioni e macroscopiche alterazioni geometriche dell'intradosso) e se realizzati con muratura di non buona consistenza e fattura, devono essere eliminati".

Qualora il giudizio sulla recuperabilità della struttura sia positivo, il consolidamento deve creare anche le condizioni affinché possano essere sopportate le spinte da essa generate, prevedendo opportuni interventi sulle strutture di bordo e, più radicalmente, trasformandole in sistemi chiusi non spingenti.

Una prima possibilità di risanamento e rinforzo è fornita dalla tecnica delle iniezioni di miscele leganti e/o perforazioni armate.

Nel caso della volta di luce non molto grande, un valido sistema di rafforzamento consiste nel costruire in aderenza un guscio portante, generalmente estradossato, realizzato da una rete metallica elettrosaldata chiodata alla struttura da rinforzare e da uno strato sottile di malta antiritiro ad elevata resistenza o miscele di resine.

L'intervento deve essere preceduto, evidentemente, da una accurata pulitura della superficie, in aderenza alla quale si esegue il rinforzo, con aria compressa ed eventualmente qualora si impieghino malte cementizie, con acqua, nonché dalla sigillatura delle lesioni macroscopiche.

Con tale procedimento, in particolare, è possibile limitare al minimo la manomissione della superficie di intradosso, il che assume fondamentale importanza allorché quest'ultima sia affrescata o presenti, comunque, caratteristiche estetiche da non alterare.

Un'altra possibilità, che può risultare conveniente soprattutto in casi di maggiori luci e di più rilevanti situazioni di dissesto, è quella di sospendere la volta ad un graticcio metallico sovrastante opportunamente rigido e vincolato ai muri perimetrali; l'intercapedine tra volta e graticcio dovrà essere riempita con materiali leggeri anche se strutturali.

Qualora la volta abbia un'imposta continua su murature perimetrali, lungo queste ultime possono essere inseriti, se necessario, dei telai orizzontali di irrigidimento eseguiti con perforazioni armate e con la stessa tecnica illustrata per i cordoli dei solai.

Infine è utile sottolineare che laddove si reputi necessaria l'adozione di opere provvisorie di sostegno, è opportuno che queste vengano estese a tutto l'intradosso dell'arco o della volta ad evitare l'introduzione di pericolose azioni concentrate proprio nella fase in cui è più precario l'assetto statico.

Qualora gli elementi strutturali non presentino sintomi di dissesto, gli archi e le volte devono essere muniti di cinture, chiavi e tiranti, posti convenientemente in tensione, ed atti ad assorbire integralmente le spinte loro imposte, a meno che le murature di sostegno abbiano spessori sufficienti a sopportare le spinte, anche sismiche.

3.5. SOLAI (punto 3.4.4. delle Norme) requisiti

Il restauro statico del solaio deve puntare al soddisfacimento di tre requisiti:

- resistenza adeguata ai carichi previsti in fase di utilizzazione;
- in relazione a detti carichi, rigidità (trasversali e nel proprio piano) sufficienti ad assicurare sia la funzionalità in esercizio dell'elemento strutturale, sia la funzione di diaframma di collegamento e ripartizione tra le strutture verticali; quest'ultima di particolare importanza laddove agiscano rilevanti forze orizzontali.
- collegamento efficace con le murature verticali, agli effetti delle trasmissioni degli sforzi.

I primi due requisiti, nel caso di solai in legno, possono essere agevolmente realizzati, ad esempio, inchiodando al tavolato esistente uno strato di tavole ortogonali alle precedenti di conveniente spessore ($S \geq 3$ cm) oppure, gettando una soletta di calcestruzzo armato dello spessore di 3-4 cm, con rete elettrosaldata ed ancorata alle travi sottostanti con tirafondi.

Qualora l'entità delle forze previste sia rilevante e le condizioni statiche e di deformazione siano molto gravi, si procede alla ricostruzione del solaio. In tal caso potrà prevedersi una struttura di tipo a travetti in cemento armato (ordinario o precompresso) oppure in lamiera metallica e soletta in calcestruzzo ordinario o leggero.

Nel caso si impieghino travetti prefabbricati in cemento armato ordinario o precompresso, si dovrà disporre un'apposita armatura di collegamento dei travetti alle strutture perimetrali in modo da costituire un efficace ancoraggio sia agli effetti della trasmissione del momento negativo, sia della forza di taglio.

Qualora si usino i laterizi, questi dovranno essere a blocco unico tra i travetti ed essere efficacemente aderenti ad essi ed alla sovrastante soletta.

L'ancoraggio alle murature verticali richiede di norma l'esecuzione di un cordolo in cemento armato, di altezza non inferiore a quella del solaio in corrispondenza di ciascun orizzontamento. Tuttavia una notevole semplificazione costruttiva, che consente di non rinunciare alle prerogative di un cordolo di collegamento continuo può realizzarsi consolidando la muratura in corrispondenza degli orizzontamenti mediante iniezioni di miscele leganti armate. In quest'ultimo caso le perforazioni possono essere eseguite trasversalmente alle murature, con andamento incrociato e inclinazione tale da interessare un'altezza pari almeno a quella del solaio, oppure orizzontalmente e parallelamente all'asse della muratura, completandole in tal caso, eventualmente, con cuciture d'angolo, in modo da legare solidamente tutti gli elementi componenti la compagine strutturale.

In alternativa, per le strutture più modeste, può essere sufficiente anche un collegamento discontinuo che, nel caso di solai in legno, può realizzarsi mediante piatti metallici d'ancoraggio chiodati alle travi, passanti in fori predisposti nei muri e successivamente sigillati con malta cementizia.

Infine per solai in legno con cappa in calcestruzzo e solai latero - cementizi di nuova costruzione, un sufficiente collegamento può essere costituito da un cordolo continuo in cemento armato a spessore parziale o semplicemente in aderenza, provvisto di cunei di ancoraggio passanti attraverso le murature ed opportunamente armati.

3.6. SCALE (punto 3.4.5. delle Norme)

Le scale in muratura a sbalzo, cioè quelle aventi gli scalini o la sottostruttura incastrati nei muri di gabbia da un lato e liberi dall'altro, devono essere di regola sostituite con scale in cemento armato o in acciaio. Possono tuttavia essere conservate soltanto se prive di lesioni e dopo averne verificata l'efficienza a mezzo di prove di carico.

Tuttavia la Norma, al secondo capoverso dello stesso punto 3.4.5., autorizza la conservazione delle scale a sbalzo in muratura, anche "non sicure", quando sono prevalenti le necessità ambientali - architettoniche.

In quest'ultimo caso dovrà porsi massima cura affinché gli sforzi di trazione, presenti sulla struttura muraria delle scale, siano completamente assorbiti da armature opportunamente inserite, ancorate alla muratura perimetrale e suggellate con malte cementizie antiritiro o epossidiche.

3.7. COPERTURE (punto 3.4.6. delle Norme)

Le coperture a tetto, anche se non spingenti, costituiscono una struttura particolarmente vulnerabile dal punto di vista sismico, anche nel caso di scosse di media intensità.

I provvedimenti intesi da ottenere l'adeguamento sismico possono essere i seguenti:

- costruzione di cordoli di sottotetto in c.a. per la ripartizione delle forze trasmesse alla muratura dagli elementi strutturali lignei e cerchiatura dell'edificio in sommità;
- applicazione di un tavolato di sottotetto in legno o di croci di Sant'Andrea per irrigidire la struttura nel piano di falda;
- applicazione di catene in ferro e/o in legno.

Qualora, per motivi di particolare pregio architettonico o per l'ottimo stato di conservazione della copertura, non risulti conveniente la creazione di cordoli in c.a. di sommità si potrà, in via del tutto eccezionale procedere al rinforzo della muratura che spicca dall'ultimo piano (compresi gli eventuali timpani) mediante iniezioni e cuciture armate o incorniciatura con lastre di c.a.; particolare cura si dovrà porre comunque per realizzare efficaci collegamenti della orditura principale lineare con la muratura così rinforzata.

In tutti i casi, comunque, come prescrive la normativa, non sono ammesse strutture spingenti in copertura.

APPENDICE

(con esempi di verifica sismica)

EDIFICI IN MURATURA

VERIFICA DI UN EDIFICIO CARATTERIZZATO DA UN COMPORTAMENTO AL COLLASSO DEL TIPO "TAGLIO"

1. CALCOLO DELLA RESISTENZA A TAGLIO DI UN SINGOLO PANNELLO MURARIO

Nei casi di muratura non armata in cui la rottura del pannello è di tipo fragile e caratterizzata da lesione diagonale a 45° l'azione tagliente ultima è determinabile con la relazione seguente:

$$T_u = A \tau_k \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,5 \tau_k}}$$

(1)

essendo:

A = l'area della sezione normale del pannello;

τ_k = la resistenza tangenziale per il tipo di muratura considerato (V. tab. 1);

σ_0 = la tensione normale nel centro del pannello dovuto ai carichi verticali agenti.

Nel caso in cui siano presenti tirature orizzontali e/o verticali e si possa fare affidamento sullo stato di compressione addizionale da esse indotto nella muratura, l'azione tagliente ultima è determinabile con la relazione:

$$T_u = A \tau_k \sqrt{1 + \frac{\sigma_0 + \sigma_v \sigma_x}{1,5 \tau_k} + \frac{(\sigma_0 + \sigma_v) \sigma_x}{2,25 \tau_k^2}}$$

(2)

essendo:

σ_v = la tensione normale verticale nel centro del pannello dovuto ai tiranti verticali;

σ_x = la tensione normale orizzontale nel centro del pannello dovuto ai tiranti orizzontali.

Le relazioni (1) e (2) sono state ampiamente controllate in numerose campagne sperimentali condotte in diversi paesi: i valori di T_u ottenuti per loro tramite si sono rivelati in accordo con il comportamento reale dei pannelli murari.

Le norme consentono di adottare un comportamento elasto - plastico con controllo della duttilità. È possibile schematizzare la caratteristica taglio - spostamento nel modo seguente (fig. 2):

	TIPO DI MURATURA	τ_k (t/m ²)	σ_k (t/m ²)
MURATURE NON CONSOLIDATE NON LESIONATE	Mattoni pieni Malta bastarda	12	300
	Blocco modulare (con caratteristiche rispondenti alle prescrizioni DM 3-3-1975) (29 x 19 x 19 cm) Malta bastarda	8	250
	Blocco in argilla espansa o calcestruzzo Malta bastarda	18	300
	Murature in pietra (in presenza di ricorsi di mattoni estesi a tutto lo spessore del muro, il valore rappresentativo di τ_k può essere incrementato del 30%) a) Pietrame in cattive condizioni b) Pietrame grossolanamente squadrate e ben organizzato c) a sacco in buone condizioni	2 7 4	50 200 150
	Blocchi di tufo di buona qualità	10	250
MURATURE NUOVE	Mattoni "pieni" con fori circolari Malta cementizia $R_m \geq 1450$ t/m ²	20	500
	Forati doppio UNI rapp. Vuoto/pieno = 40% Malta cementizia $R_m \geq 1450$ t/m ²	24	500
MURATURE CONSOLIDATE	Mattoni pieni, pietrame squadrate, consolidate con 2 lastre in calcestruzzo armato da cm 3 (minimo)	18	500
	Pietrame iniettato	11	300
	Murature in pietra a sacco consolidate con due lastre in calcestruzzo armato da cm 3 (minimo)	11	300

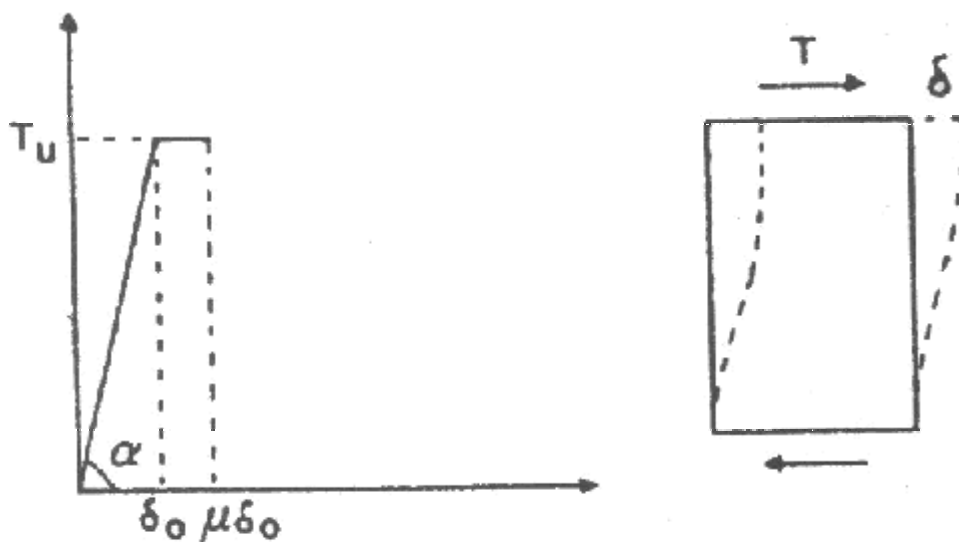


Fig. 2

Nella figura 2 o rappresenta lo spostamento relativo tra le due basi del pannello, δ_o lo spostamento al limite elastico (per il quale si raggiunge il valore ultimo dell'azione tagliante) μ δ_o lo spostamento ultimo ammissibile, μ_o fattore di duttilità.

I valori di duttilità ammissibili sono riassunti nella tab. (2).

TABELLA 2

Tipo di muratura	$\mu = \frac{\text{spostamento ultimo ammissibile}}{\text{spostamento al limite elastico}}$
In pietra non trattata	1,5
In pietra iniettata	1,5
In laterizio preesistente	1,5
In laterizio nuovo	2,0
In pietra o laterizio con tiranti o rete e betoncino	2,0

La pendenza del tratto lineare è determinata dalla rigidezza del pannello:

$$tg\alpha = K_0 = \frac{GA}{1,2h} \frac{1}{1 + \frac{1}{1,2} \frac{G}{E} \left(\frac{h}{b}\right)^2}$$

Essendo, con riferimento alla figura 3:

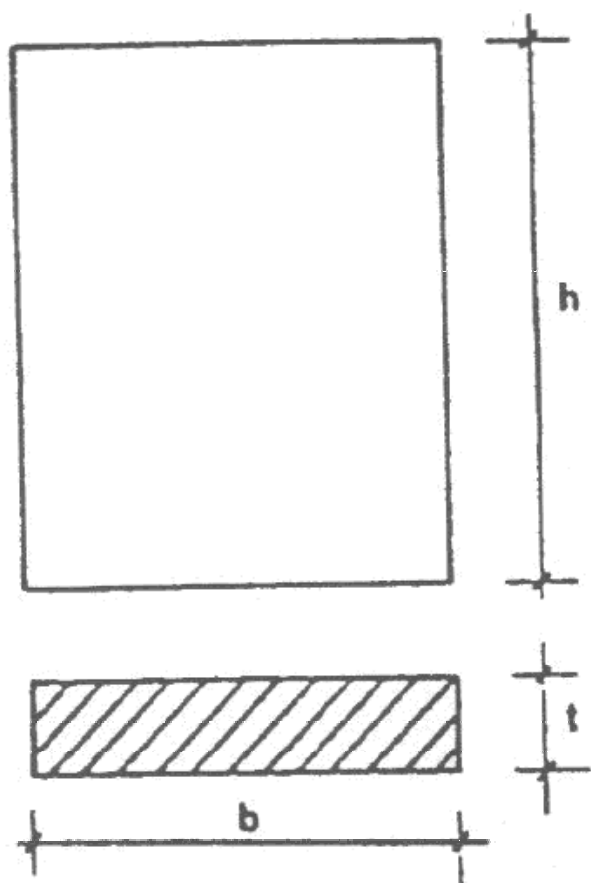


Fig. 3

A = l'area della sezione normale del pannello

t, b = le dimensioni della sezione

h = l'altezza del pannello

G, E = i moduli elastici del materiale di cui è costituito il pannello

In assenza di dati sperimentali si pone $E/G = 6$

Con $G = 1100 \tau_k \text{ (t/m}^2\text{)}$

La dipendenza di G da τ_k ed il rapporto tra E e G qui suggeriti sono ricavati dai risultati di una campagna sperimentale su pannelli in muratura condotta da Turnsek e Cacovic (1970)

In corrispondenza di un valore qualsiasi dello spostamento in fase plastica è possibile definire una rigidezza secante data da

$$K_s = T_u / \delta$$

Tali rigidezze entrano in gioco nel determinare il comportamento dei maschi in presenza di effetti torsionali di pianta.

1.1. ESEMPIO

Si determina la caratteristica taglio - spostamento di un elemento strutturale nelle seguenti condizioni:

$$\sigma_o = 5 \text{ t/m}^2$$

$$h = 2,5 \text{ m}$$

$$b = 1,3 \text{ m}$$

$$t = 0,5 \text{ m}$$

si suppone che si tratti di muratura in pietra iniettata: $\tau_k = 11 \text{ t/m}^2$

Si determinano i seguenti valori:

- Resistenza ultima:

$$T_u = 0,65 \times 11 \sqrt{1 + \frac{5}{1,5 \times 11}} = 8,16 \text{ t}$$

- Rigidezza totale elastica:

$$K_0 = \frac{12100 \times 0,65}{1,2 \times 2,5} \frac{1}{1 + \frac{1}{1,2} \times \frac{1}{6} \left(\frac{2,5}{1,3} \right)^2} = 1732 \text{ t/m}$$

Spostamento al limite elastico

$$\delta_0 = \frac{T_u}{K_0} = \frac{8,16}{1732} = 4,7 \times 10^{-3} \text{ m} = 0,47 \text{ cm}$$

Spostamento ultimo (duttilità $n = 1,5$)

$$\delta_u = \mu \delta_0 = 1,5 \times 0,47 = 0,7 \text{ cm}$$

Il comportamento del pannello murario è riassunto dalla caratteristica di

Fig. 4:

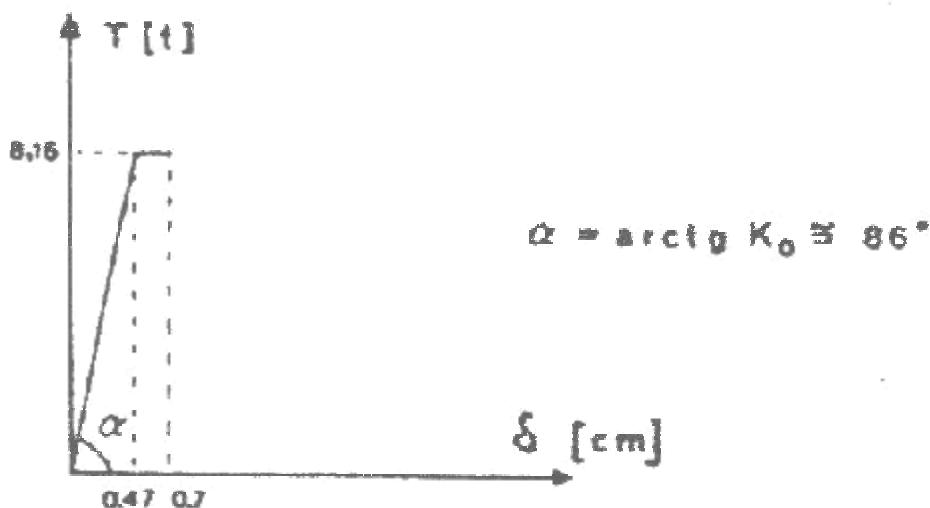


Fig. 4

2. CALCOLO DELLA RESISTENZA DI UNA PARETE

In molti casi è possibile considerare una parete come costituita, a ciascun livello, da un insieme di elementi (maschi) funzionanti in parallelo. Ogni elemento è soggetto agli stessi spostamenti relativi tra le due basi.

Il meccanismo resistente può essere individuato sulla scorta dello schema seguente (fig.5).

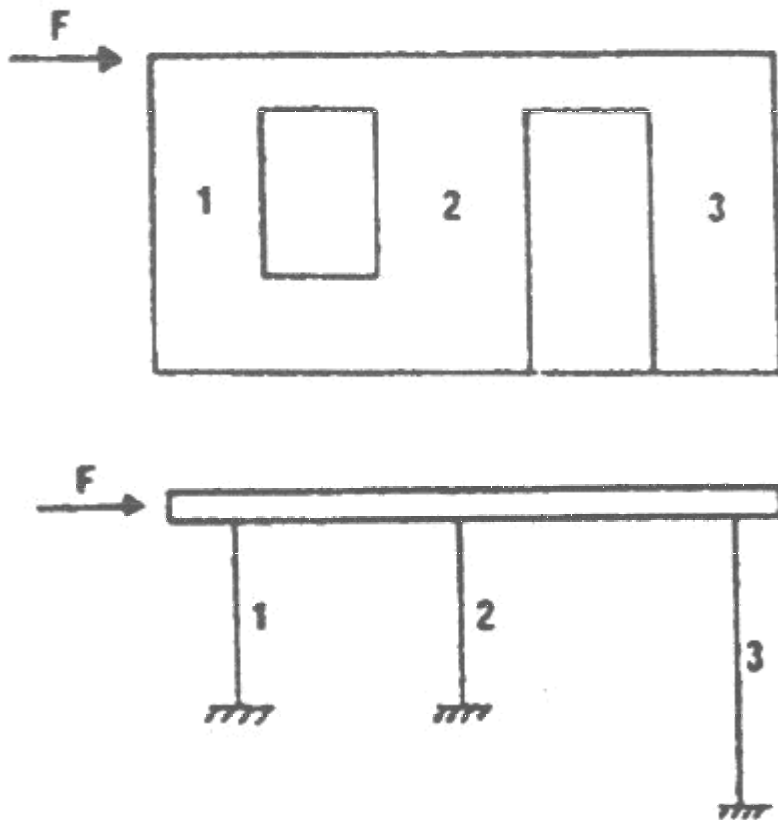


Fig. 5

Il comportamento del piano i -esimo è ottenuto sommando, a parità di spostamento, i contributi resistenti di ciascun maschio. Il processo di accumulazione di tali contributi si esaurisce allorché uno dei maschi raggiunge lo spostamento ultimo consentitogli dalla duttilità ascrivibile. La somma dei contributi resistenti per tale spostamento definisce la forza reattiva massima (resistenza) sviluppabile al livello i -esimo.

La procedura è descritta, riferendosi al caso di fig. 5 e supponendo note le caratteristiche dei 3 maschi del livello i , in fig. 6.

$$T_A = T_{A1} + T_{A2} + T_{A3}$$

Fino al punto A si sommano i contributi resistenti lineari dei tre maschi.

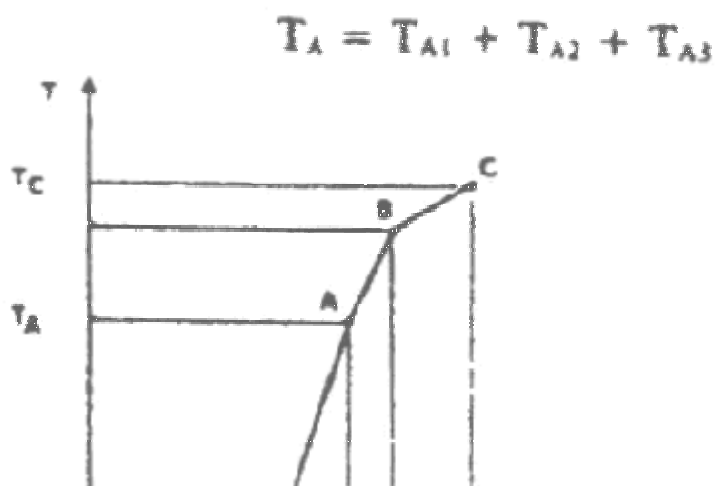
La fine della fase lineare del livello i è determinata dal raggiungimento dello spostamento al limite elastico del maschio 2.

In A la resistenza sviluppata è data da:

$$T_A = T_{A1} + T_{A2} + T_{A3}$$

Il punto B è caratterizzato dal raggiungimento del limite elastico per il maschio I ed il punto C dal raggiungimento dello spostamento ultimo del maschio 2. La forza reattiva è determinata da:

$$T_C = T_{C1} + T_{A2} + T_{C3}$$



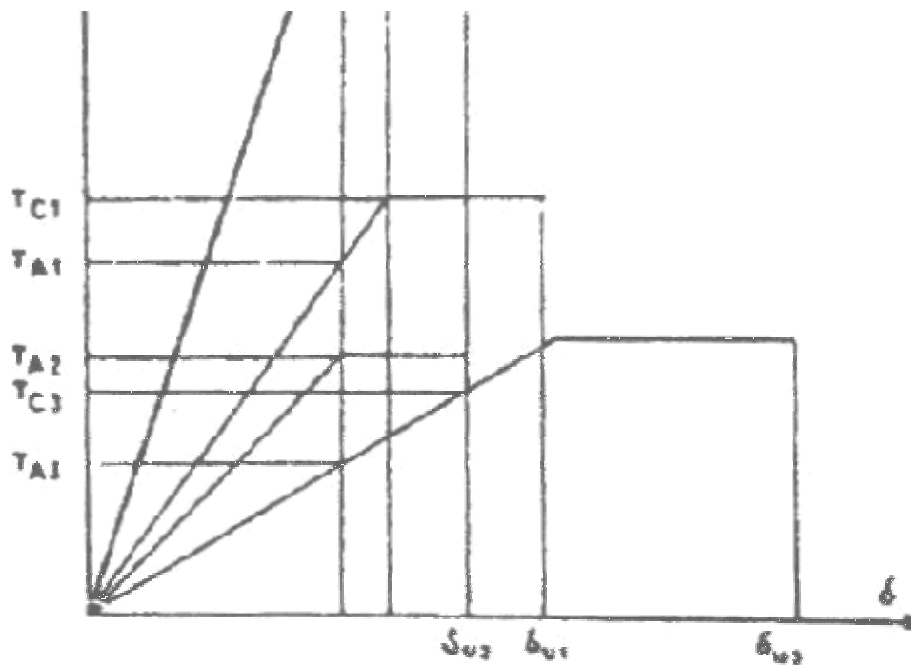


Fig. 6

Perché la resistenza sviluppata al livello i sia soddisfacente è necessario che la T_C sia maggiore o uguale alla somma delle forze orizzontali di calcolo determinate come prescritto dalla normativa, di competenza del livello i e di quelli soprastanti.

La verifica va compiuta a tutti i livelli. In particolare per il piano terra la forza reattiva deve essere maggiore o uguale di

$$F_t = B C W_t$$

La resistenza determinata nel modo visto mette in conto esclusivamente il comportamento a taglio delle murature; si dovrà quindi essere garantiti sia nei confronti del collasso di altri elementi strutturali (ad esempio le fasce di piano) sia nei confronti di modalità di collasso dei maschi diverse da quella ipotizzata (rottura per flessione e taglio).

Le rigidità dei singoli maschi (e quindi la forma delle loro caratteristiche) dipendono dall'altezza h (fig. 3)

Normalmente si assume h pari all'altezza di interpiano, benché a rigore sarebbe più corretto assumere le altezze definite dalle aperture (altezze delle zone tratteggiate di fig. 7 che si riferisce al caso di fig. 5).

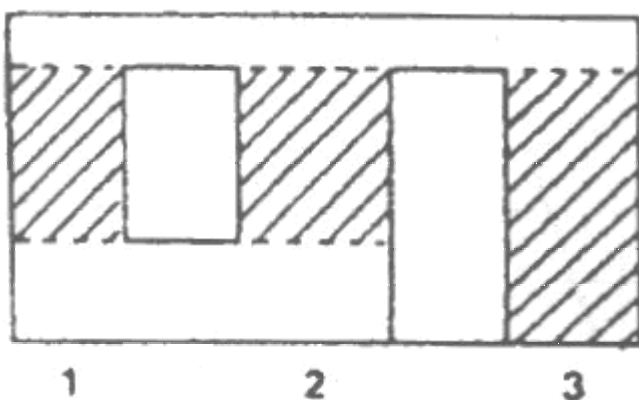


Fig. 7

2.1. ESEMPIO

Si consideri la parete di fig. 8 costituita da pietrame iniettato ($\tau_k = 11 \text{ t/m}^2$). A seguito delle opere di consolidamento si suppone che alla quota di ciascun piano afferiscono solette rigide ben collegate, tali da giustificare l'ipotesi di meccanismo di piano sopra descritta.

Si suppone che la parete sia inscritta in un organismo strutturale simmetrico, talché a livello di ciascuna soletta questa trasferisca alla parete carichi verticali che competono ad una luce di 3 m (v. fig. 8).

La muratura abbia uno spessore di 0,5 m ed un peso specifico di $1,4 \text{ t/m}^3$.

La parete deve essere in grado di resistere alle forze orizzontali specificate dalle norme (fig. 9).

Spessore della parete	= 50 cm
τ_k muratura in pietra iniettata	= 11 t/m ²
G) = 1100 Tk	= 12.100 t/m ²
E= 6 G	
p.s. muratura in pietra	= 1,4 t/m ³
carico sul tetto	= 400 kg/m ²
carico sui solai	= 500 kg/m ²
carico verticale totale	= 49,5 t

(fig. 8)

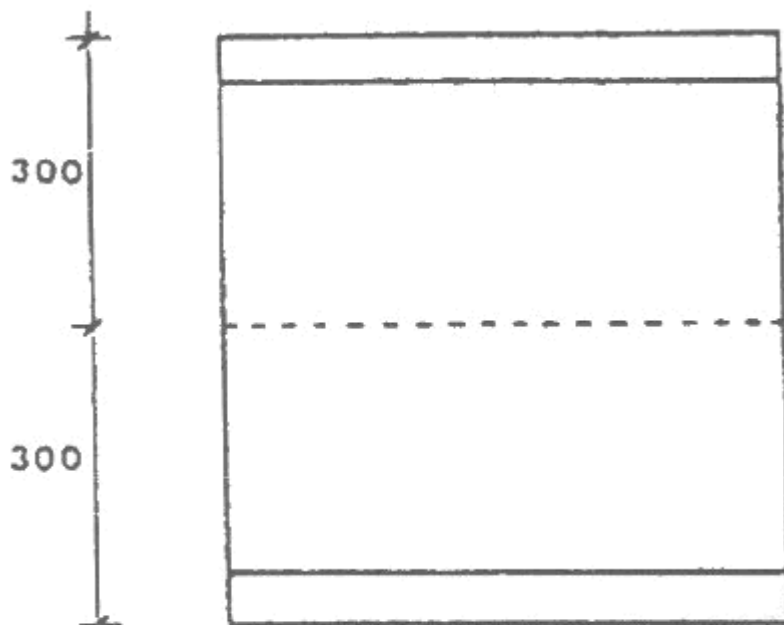
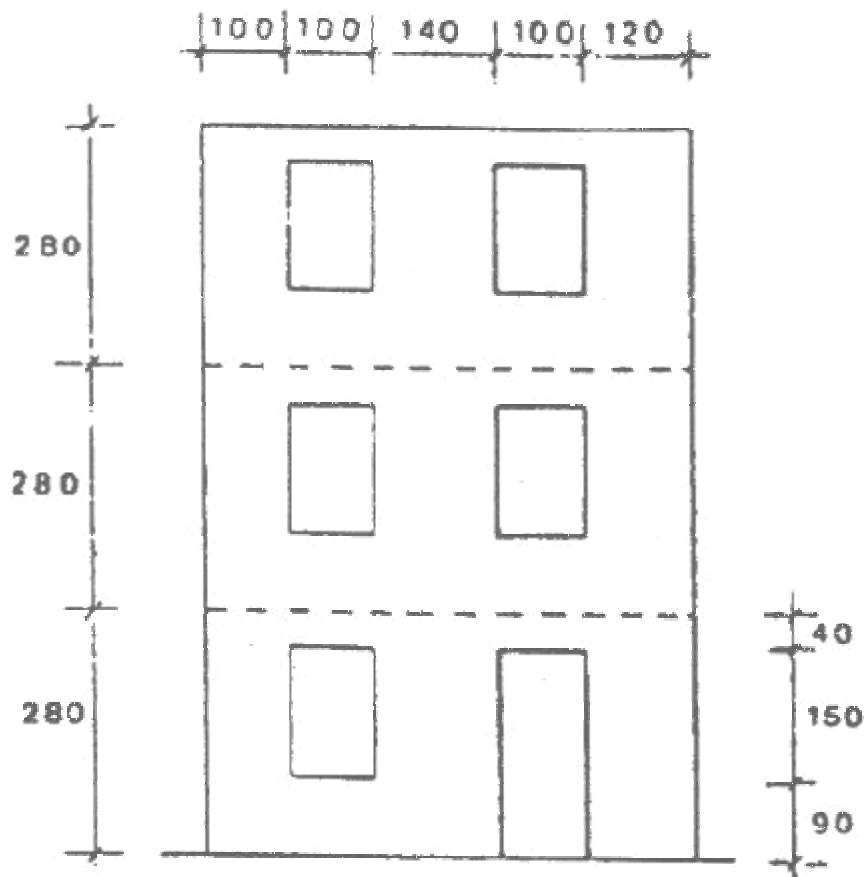


Fig. 8

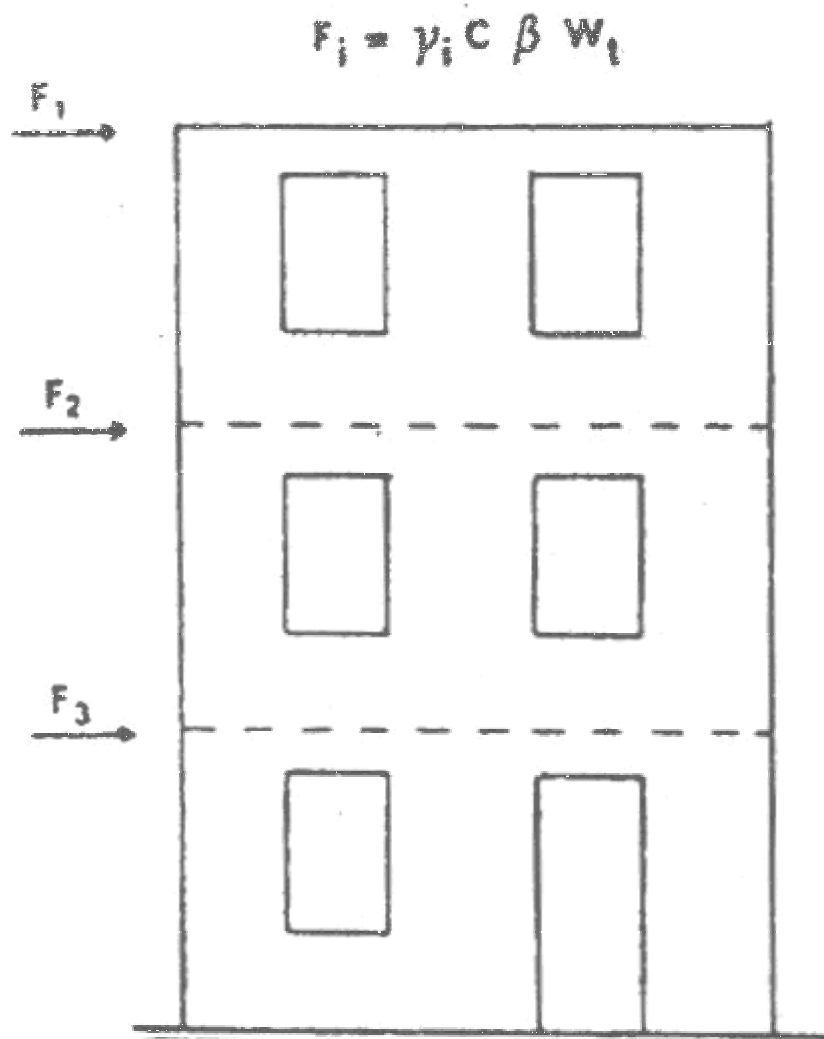


Fig. 9

Ciascun piano deve quindi sviluppare una forza reattiva maggiore o uguale alla somma delle forze orizzontali che competono al proprio livello ed a quelli superiori. Avendo supposto uniforme lo spessore lungo l'altezza ed iniettata tutta la parete, la verifica significativa è al piano terreno.

Nell'ipotesi di trovarsi in I categoria ($\beta C = 0,4$) la forza reattiva deve essere superiore a:

$$(F_1 + F_2 + F_3) = 0,4 W_t$$

Calcolo di W_t

$$\text{p.p. parete} = 1,4 \times 0,5 \times 8,4 \times 5,6 - (1,5 \times 5 + 2,4 \times 1) = 26 \text{ t}$$

$$\text{carico copertura} = 0,4 \times 3 \times 5,6 = 6,72 \text{ t}$$

$$\text{carico sui solai} = 0,5 \times 3 \times 5,6 = 8,4 \text{ t}$$

$$W_t = 26 + 2 \times 8,4 + 6,72 = 49,52 \text{ t}$$

Con riferimento alla denominazione dei maschi di fig. 9 si ha:

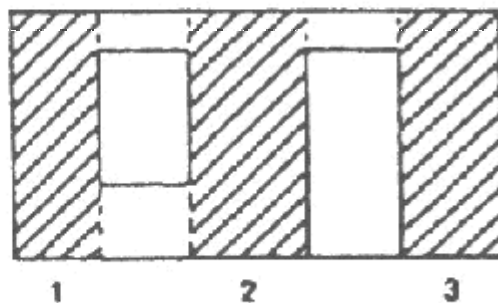
$$\text{Carico verticale sul maschio 1} = 14 \text{ t}$$

$$\text{Carico verticale sul maschio 2} = 19 \text{ t}$$

$$\text{Carico verticale sul maschio 3} = 16,5 \text{ t}$$

Il valore di σ_0 per i tre maschi è pari a $27,5 \text{ t/m}^2$.

Assumendo come altezza del maschio quella di interpiano ed applicando relazioni (1) e (3) si ottengono i valori riassunti in fig. 10.



maschio	1	2	3
K t/m	862	1620	1230
Tu t	8.98	12.57	10.78
δ_e cm	1.04	0.78	0.88
δ_e cm	1.56	1.16	1.31

Fig. 10

La caratteristica risultante è riportata in fig. 11.

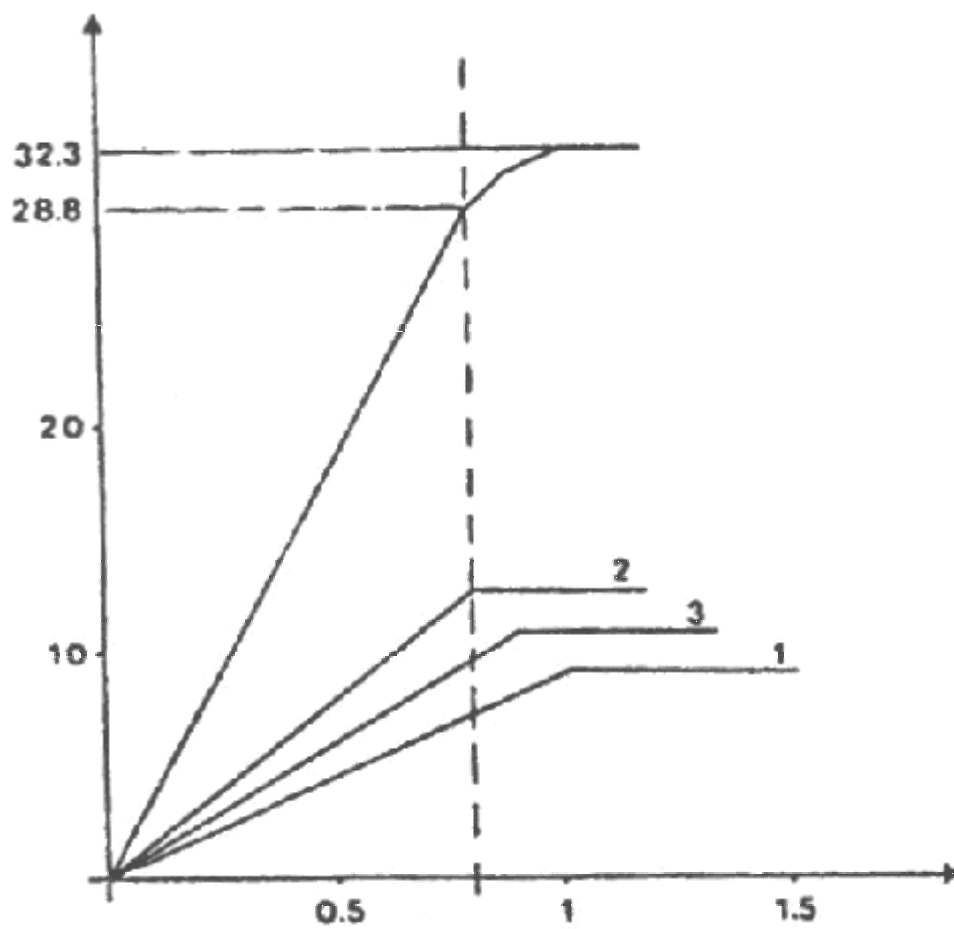


Fig. 11

La forza reattiva al piano terra vale:

$$H_u = T_{u1} + T_{u2} + T_{u3} = 8,98 + 12,57 + 10,78 = 32,33t$$

Si noti che in questo caso le caratteristiche dei tre maschi sono tali per cui ciascuno contribuisce alla resistenza totale con la propria resistenza ultima. Il rapporto tra forza reattiva e carico verticale e totale vale:

$$\frac{H_u}{W_i} = \frac{32,33}{49,52} = 0,65 > 0,4 = \beta C$$

Verifica elastica

Il sistema esce dal funzionamento elastico allorché il maschio 2 raggiunge il proprio limite elastico il che avviene per uno spostamento pari a $s_{02} = 0,78 \text{ cm}$ (v. fig. 10). La forza reattiva totale al limite elastico può essere calcolata come segue:

$$H_c = T_{e1} + T_{e2} + T_{e3}$$

essendo:

$$T_{e1} = K_1 \times \delta_{02} = 0,78 \times 10^{-2} \times 862 = 6,69t$$

$$T_{e2} = T_{u2} = 12,57t$$

$$T_{e3} = K_3 \times \delta_{02} = 0,78 \times 10^{-2} \times 1230 = 9,55t$$

Ne segue:

$$H_e = 28,81t$$

Si noti come H_e sia minore di H_u avendo rinunciato a consentire lo sviluppo delle forze reattive dei maschi 1 e 3. In questo caso tuttavia il rapporto fra forza reattiva elastica e carico verticale è maggiore di 0,4.

$$\frac{H_e}{W_i} = \frac{28,81}{49,52} = 0,52 > 0,4$$

Limitarsi al calcolo elastico significa trascurare le parti delle caratteristiche a destra della linea tratteggiata di fig. 11.

In questo caso (di singola parete) il consentire o meno spostamenti oltre il limite elastico non si traduce in variazioni importanti della forza reattiva.

Nell'analisi di casi reali in cui siano presenti dissimmetrie di pianta per cui il centro delle rigidezze risulti distinto dal centro delle masse il consentire ai setti murari lo sviluppo di spostamenti in campo plastico significa permettere l'accumulo dei contributi resistenti anche di quei setti che, in seguito agli effetti torcenti di pianta, devono sviluppare spostamenti addizionali. Ciò si traduce in un valore di H_u che può essere superiore alla resistenza in fase elastica anche in misura non trascurabile.

3. CALCOLO DELLA RESISTENZA DI UN EDIFICIO

Verrà considerato il caso in cui dissimmetrie nella distribuzione delle rigidezze diano luogo ad effetti torsionali di pianta. Le considerazioni e le esemplificazioni che seguono si riferiscono a situazioni per le quali l'edificio si trovi, in seguito alle operazioni di consolidamento effettuate, in condizioni tali per cui per ciascuna parete sia adottabile lo schema di funzionamento prima descritto e sia possibile adottare l'ipotesi di collegamento rigido tra tutti i setti murari che afferiscono ad un dato livello.

Con riferimento allo schema di fig. 12 la struttura muraria si considera costituita da pareti di sezione rettangolare disposte secondo direzioni ortogonali x e y. Si indica con $i (i = 1, 2, \dots, n)$ il setto generico disposto secondo y e con $k (k = 1, 2, \dots, m)$ il setto generico disposto secondo x.

Il centro elastico- centro delle rigidezze - ha coordinate:

$$\bar{X}_R = \frac{\sum_{i=1}^n K_{yi} x_i}{K_y} \quad \bar{Y}_R = \frac{\sum_{k=1}^m K_{xk} \bar{y}_k}{K_x}$$

essendo

$$K_x = \sum_{k=1}^m K_{xk} \quad \text{e} \quad K_y = \sum_{i=1}^n K_{yi}$$

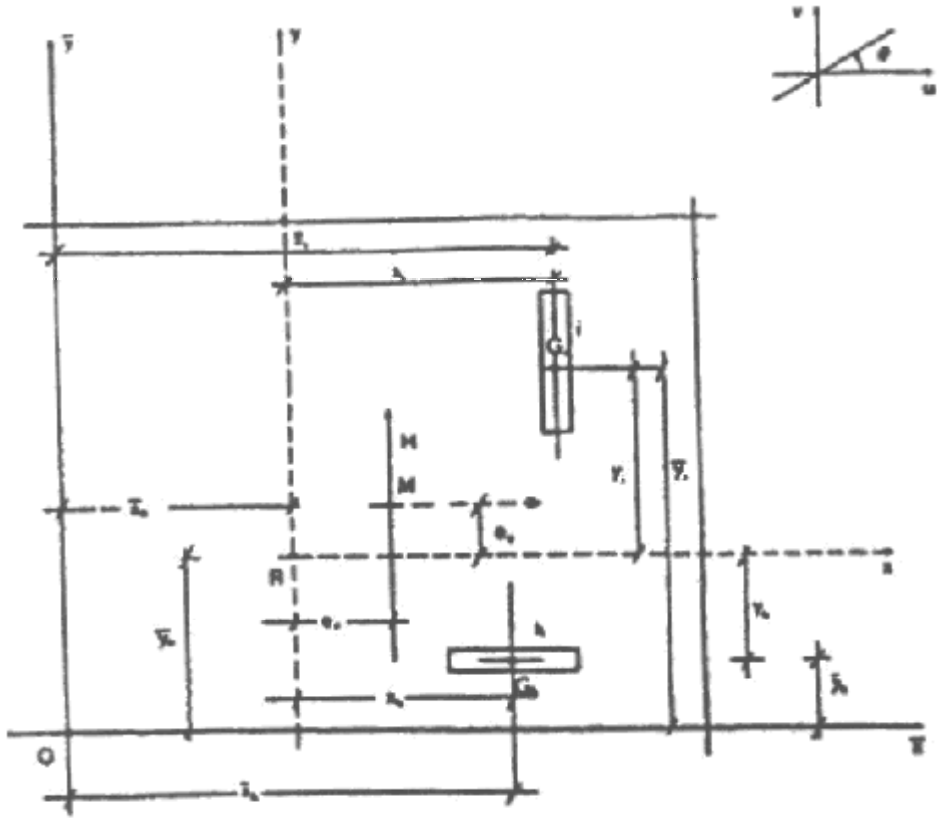


Fig. 12

le rigidezze totali di piano alla traslazione in direzione x e y.

Una forza H per R . agente in direzione x, produce una traslazione relativa secondo x pari a:

$$U_R = \frac{H}{K_x}$$

ed impegna i setti k con forze

$$H_{xk} = \frac{K_{xk}}{K_x} H$$

La stessa forza agente in direzione y produce una traslazione relativa

$$V_R = \frac{H}{K_y}$$

ed impegna i setti i con forze

$$H_{yi} = \frac{K_{yi}}{K_y} H$$

Un momento torcente di piano M produce rotazione relativa attorno ad R pari a:

$$\theta = \frac{M}{J_R}$$

in cui

$$J_R = \sum_{i=1}^n K_{yi} x_i^2 + \sum_{k=1}^m K_{xk} y_k^2 = \sum_{i=1}^n K_{yi} \bar{x}_i^2 + \sum_{k=1}^m K_{xk} \bar{y}_k^2 \bar{x}_R^2 K_y - \bar{y}_R^2 K_x$$

è il momento d'inertia polare delle rigidezze rispetto al centro R .

I setti i e k risultano impegnati rispettivamente dalle forze

$$H_{yi} = K_{yi} x_i \frac{M}{J_R}; \quad H_{xk} = -K_{xk} y_k \frac{M}{J_R}$$

Supposto che la forza H , abbia direzione y ed agisca con eccentricità e_x dal centro di rigidezza, le forze di taglio che impegnano i setti sono espresse da:

$$H_{yi^{(y)}} = \frac{K_{yi}}{K_y} H + K_{yi} x_i \frac{H e_x}{J_R}; \quad H_{yk^{(y)}} = -K_{xk} y_k \frac{H e_x}{J_R};$$

Posto:

$$\rho_{yi}^{(y)} = 1 + \frac{K_y}{J_R} e_x x_i$$

$$\rho_{xk}^{(y)} = -\frac{K_y}{J_R} e_x y_k$$

si può scrivere:

$$H_{yi}^y = \rho_{yi}^y \frac{K_{yi}}{K_y} H$$

$$H_{xk}^{(y)} = \rho_{xk}^{(y)} \frac{K_{xk}}{K_y} H$$

Le componenti di spostamento in direzione y e x del baricentro dei pannelli i e k sono pari rispettivamente a:

$$v_{yi}^y = \rho_{yi}^x \frac{H}{K_y} = \rho_{yi}^y v_R;$$

$$U_k^{(y)} = \rho_{xk}^{(y)} \frac{H}{K_y} = \rho_{xk}^{(y)} v_R;$$

Le coordinate del centro di massa M , per il quale agisce la forza H . si possono valutare mediante le relazioni

$$\bar{x}_M = \frac{\sum \sigma_0 F \times \bar{x}}{\sum \sigma_0 F}$$

$$\bar{y}_M = \frac{\sum \sigma_0 F \times \bar{y}}{\sum \sigma_0 F}$$

in cui si è indicata con σ_0 la tensione normale dovuta ai carichi verticali sul generico elemento e con F la sezione trasversale dello stesso (la somma è da estendere a tutte le pareti del complesso murario).

Risulta anche:

$$e_x = \bar{x}_M - \bar{x}_R \quad e_y = \bar{y}_M - \bar{y}_R \quad x_t = \bar{x}_t - \bar{x}_R \quad y_i = \bar{y}_i - \bar{y}_x$$

Note le caratteristiche taglio - spostamento dei singoli setti è possibile determinare il valore dello spostamento v_R , del centro delle rigidezze R che porta ciascun pannello al proprio limite elastico:

$$v_{Ri} = \frac{\delta_{oiy}}{\rho_{y1}^{(y)}}$$

per i pannelli disposti secondo la direzione y e per la verifica nella stessa direzione e

$$v_{Ri} = \frac{\delta_{oxi}}{\rho_{xi}^{(y)}}$$

per i pannelli disposti secondo la direzione x e per la verifica in direzione y.

Il valore di v_R che determina la fine del comportamento elastico è dato dal minimo tra tutti i v_{Ri} così calcolati. Si osservi che in questa fase entrano in gioco le rigidezze elastiche iniziali di ogni setto murario. Si ha:

$$v_R = \min \left[\left| \frac{\delta_{oiy}}{\rho_{yi}^{(y)}} \right|, \left| \frac{\delta_{oix}}{\rho_{xi}^{(y)}} \right| \right]$$

La forza reattiva al limite elastico in direzione y è quindi data da:

$$H_e = v_R \times K_y$$

essendo K_y la rigidezza totale elastica del sistema in direzione y.

Per determinare il valore ultimo della forza reattiva è necessario mettere in conto il comportamento plastico di quei pannelli che superano, per effetto dello spostamento di R e della rotazione attorno a R il proprio spostamento al limite elastico. La procedura non differisce sostanzialmente da quella descritta: va solo tenuto presente che per i setti che operano oltre la fase elastica è necessario considerare le rigidezze secanti. Il calcolo, benché concettualmente semplice, può diventare laborioso ed è conveniente ricorrere a programmi di calcolo disponibili sul mercato e di facile uso.

3.1. ESEMPIO

Viene illustrato un esempio di calcolo di edificio dissimmetrico limitato alla sola determinazione di H_e . La forza reattiva è determinata facendo riferimento al piano terra della situazione rappresentata in fig. 13.

Con riferimento allo schema di fig. 13, si ipotizza che le murature perimetrali siano in pietra, consolidate con iniezioni di malta cementizia e il setto n. 2 sia di nuova costruzione in mattone tipo doppio U.N.I.

I solai sono tutti in latero - cemento con nervature disposte secondo l'asse y.

La copertura è appoggiata su una trave centrale di colmo disposta secondo l'asse x.

Le lunghezze e le forze si intendono espresse in metri e tonnellate.

Elementi caratteristi pareti: L_x = lunghezza in direzione x L_y = lunghezza in direzione y

X = ascissa baricentro

Y = ordinata baricentro

 σ_o = tensione normale

h = altezza del piano

G = modulo elasticità a taglio

 τ_k = tensione tangenziale caratteristica

N	L_x	L_y	\bar{x}	\bar{y}	σ_o	h	G
1	0,50	6,00	0,25	3,00	19,35	3	12.100
2	0,40	3,60	5,00	3,70	15,73	3	26.400
3	0,50	3,00	11,75	4,50	20,55	3	12.100
4	0,50	1,80	11,75	0,90	18,15	3	12.100
5	2,00	0,50	1,50	0,25	25,48	3	12.100
6	5,10	0,50	6,25	0,25	24,65	3	12.100
7	1,50	0,50	10,75	0,25	25,87	3	12.100
8	1,00	0,50	1,00	5,75	27,86	3	12.100
9	6,20	0,50	5,80	5,75	24,38	3	12.100
10	1,40	0,50	10,80	5,75	27,06	3	12.100

Determinazione coordinate centro masse:

$$\bar{X}_M = \frac{\sum_i \cdot \sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \bar{X}_i}{\sum_i \cdot \sigma_{oi} \cdot A_i} \quad \bar{Y}_M = \frac{\sum_i \cdot \sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \bar{Y}_i}{\sum_i \cdot \sigma_{oi} \cdot A_i}$$

N (1)	σ_{oi} (2)	A (3)	$\sigma_{oi} A_i$ (4)	\bar{X}_i (5)	$\sigma_{oi} A_i \bar{X}_i$ (6)	\bar{Y}_i (7)	$\sigma_{oi} A_i \bar{Y}_i$ (8)
1	19,35	3,00	58,05	0,25	14,51	3,00	174,15
2	15,73	1,44	22,65	5,00	113,26	3,70	83,81
3	20,55	1,50	30,83	11,75	362,19	4,50	138,71
4	18,15	0,90	16,34	11,75	191,94	0,90	14,70
5	25,48	1,00	25,48	1,50	38,22	0,25	6,37
6	24,65	2,55	62,86	6,25	392,86	0,25	15,71
7	25,87	0,75	19,40	10,75	298,58	0,25	4,85
8	27,86	0,50	13,93	1,00	13,93	5,75	80,10
9	24,38	3,10	75,58	5,80	438,35	5,75	434,57
10	27,06	0,70	18,94	10,80	204,57	5,75	108,92
			344,06		1978,41		1061,89

$$\bar{X}_M = \frac{1978.41}{344.06} = 5.75m$$

$$\bar{Y}_M = \frac{1061.89}{344.06} = 3.08m$$

Determinazione T_u a pareti:

$$T_{ui} = 0.9 \cdot A_i \cdot \tau_{ui}$$

$$\tau_u = \tau_k \sqrt{1 + \frac{\sigma_o}{1.5\tau_k}}$$

essendo

N	0,9	I_i	τ_{ui}	H_{ui}
1	0,90	3,00	16,21	43,78
2	0,90	1,44	28,77	37,29
3	0,90	1,50	16,48	22,25
4	0,90	0,90	15,94	12,91
5	0,90	1,00	17,55	15,79
6	0,90	2,55	17,37	39,87
7	0,90	0,75	17,63	11,90
8	0,90	0,50	18,04	8,12
9	0,90	3,10	17,31	48,31
10	0,90	0,70	17,87	11,26

Determinazione rigidezze iniziali pareti (k_{oi}) e spostamenti al limite di elasticità (δ_{oi})

$$k_{oi} = \frac{G_I}{1.2h_I} \cdot \frac{Ai}{1 + \frac{1}{1.2} \cdot \frac{G}{D} \cdot \left(\frac{h}{b}\right)^2} \quad (*)$$

N	T_{ui}	K_{oxi}	K_{oyi}	δ_{oxi}	δ_{oyi}
1	43,78	1.440	9.680		$4,52 \times 10^{-3}$
2	37,29	1.020	9.460		$3,94 \times 10^{-3}$
3	22,25	720	4.320		$5,15 \times 10^{-3}$
4	12,91	432	2.070		$6,23 \times 10^{-3}$
5	15,79	2.440	480	$6,47 \times 10^{-3}$	
6	39,87	8.100	1.220	$4,92 \times 10^{-3}$	
7	11,90	1.510	360	$7,88 \times 10^{-3}$	
8	8,12	672	240	$1,21 \times 10^{-3}$	
9	48,31	10.000	1.490	$4,83 \times 10^{-3}$	
10	11,26	1.330	336	$8,46 \times 10^{-3}$	

$$(*) \text{ Si è assunto: } \frac{1}{1.2} \cdot \frac{G}{D} = \frac{1}{6}$$

Determinazione coordinate baricentro rigidezze:

$$\bar{X}_R = \frac{\sum K_{oyi} \cdot \bar{X}_i}{\sum K_{oyi}}$$

$$\bar{Y}_R = \frac{\sum K_{oxi} \cdot \bar{Y}_i}{\sum K_{oxi}}$$

N	K_{oxi}	\bar{Y}_i	$K_{oxi} \cdot \bar{Y}_i$	K_{oyi}	\bar{X}_i	$K_{oyi} \cdot \bar{X}_i$
1	1.440	3,00	4.320	9.680	0,25	2.420
2	1.020	3,70	3.774	9.460	5,00	47.300
3	720	4,50	3.240	4.320	11,75	50.760
4	432	0,90	389	2.070	11,75	24.323
5	2.440	0,25	610	480	1,50	720
6	8.100	0,25	2.025	1.220	6,25	7.625
7	1.510	0,25	378	360	10,75	3.870
8	672	5,75	3.864	240	1,00	240
9	10.000	5,75	57.500	1.490	5,80	8.642
10	1.330	5,75	7.647	336	10,80	3.629
	27.664		83.747	29.656		149.529

$$\bar{Y}_R = \frac{83.747}{27.664} = 3.03m$$

$$\bar{X}_R = \frac{149.529}{29.656} = 5.04m$$

Verifica elastica in direzione y
 Determinazione valori iniziali ρ_{yi}

$$\rho_y^{(yi)} = 1 + \frac{e_x \sum_i K_y^i}{J_x + J_y} (\bar{X}_i - \bar{X}_R)$$

dove:

$$J_x = \sum_i K_{xi} \cdot \bar{Y}_i^2 - \bar{Y}_R^2 \cdot \sum_i K_{Ri}$$

$$J_y = \sum_i K_{yi} \cdot \bar{X}_i^2 - \bar{X}_R^2 \cdot \sum_i K_{yi}$$

N	K_{xi}	\bar{Y}_i^2	$K_{xi} \cdot \bar{Y}_i^2$	K_{yi}	\bar{X}_i^2	$K_{yi} \cdot \bar{X}_i^2$
1	1.440	9,00	12.960	9.680	0,06	581
2	1.020	13,69	13.964	9.460	25,00	236.500
3	720	20,25	14.580	4.320	138,06	596.419
4	432	0,81	350	2.070	138,06	285.784
5	2.440	0,06	146	480	2,25	1.080
6	8.100	0,06	486	1.220	39,06	47.653
7	1.510	0,06	91	360	115,56	41.600
8	672	33,06	22.216	240	1,00	240
9	10.000	33,06	330.600	1.490	33,64	50.124
10	1.330	33,06	43.970	336	116,64	39.191
	27.664		439.363	29.656		1.229.172

$$J_x = 439.363 - 3.03^2 \times 27.664 = 185.383$$

$$J_y = 1.299.172 - 5.04^2 \times 29.656 = 545.586$$

$$J_R = 731.245$$

$$\frac{\left(\bar{X}_M - \bar{X}_R \right) \cdot \sum K_{yi}}{J_r} = \frac{(5.75 \cdot 5.04) \cdot 29.656}{731.245} = 0.0288$$

N	$\frac{\left(\bar{X}_M - \bar{X}_R \right) \sum K_{yi}}{J_r}$	\bar{X}_i	\bar{X}_R	$\bar{X}_i - \bar{X}_R$	$\delta_{yi}^{(y)} = (1) \cdot (4) + 1$
	(1)	2)	3)	4)	5)
1	0,0288	0,25	5,04	-4,79	0,862
2	0,0288	5,00	5,04	-0,04	0,999
3	0,0288	11,75	5,04	+6,71	1,193
4	0,0288	11,75	5,04	+6,71	1,193
5	0,0288	1,50	5,04	-3,54	0,898
6	0,0288	6,25	5,04	+1,21	1,035
7	0,0288	10,75	5,04	+5,71	1,164
8	0,0288	1,00	5,04	-4,04	0,884
9	0,0288	5,80	5,04	+0,76	1,022
10	0,0288	10,80	5,04	+5,76	1,166

Determinazione di v_R

N	δ_{oyi}	$\rho_y^{(y_1)}$	$\frac{\delta_{oyi}}{\rho_y^{(y_1)}}$
1	$4,52 \times 10^{-3}$	0,862	$5,24 \times 10^{-3}$
2	$3,94 \times 10^{-3}$	0,999	$3,94 \times 10^{-3}$
3	$5,15 \times 10^{-3}$	1,193	$4,32 \times 10^{-3}$
4	$6,23 \times 10^{-3}$	1,193	$5,22 \times 10^{-3}$

$$v_R = 3,94 \times 10^{-3}$$

N	v_R	$\rho_y^{(y_1)}$	δ_y^i	K_{oyi}	$H_y^{(yi)}$
1	$3,94 \times 10^{-3}$	0,862	$3,40 \times 10^{-3}$	9.680	32,91
2	$3,94 \times 10^{-3}$	0,999	$3,94 \times 10^{-3}$	9.460	37,27
3	$3,94 \times 10^{-3}$	1,193	$4,70 \times 10^{-3}$	4.320	20,30
4	$3,94 \times 10^{-3}$	1,193	$4,70 \times 10^{-3}$	2.070	9,73
5	$3,94 \times 10^{-3}$	0,898	$3,54 \times 10^{-3}$	480	1,70
6	$3,94 \times 10^{-3}$	1,035	$4,08 \times 10^{-3}$	1.220	4,98
7	$3,94 \times 10^{-3}$	1,164	$4,59 \times 10^{-3}$	360	1,65
8	$3,94 \times 10^{-3}$	0,884	$3,48 \times 10^{-3}$	240	0,84
9	$3,94 \times 10^{-3}$	1,022	$4,59 \times 10^{-3}$	336	1,54
10	$3,94 \times 10^{-3}$	1,166	$4,03 \times 10^{-3}$	1.490	6,00

$$H_e = \sum H_y^{(yi)} = 116,92$$

La forza reattiva in fase elastica risulta il 34% del totale carico verticale.

In figura 14 sono riportate le caratteristiche di ciascun pannello e sono individuati i contributi portati da ognuno ad H_e . Si noti che a causa dell'effetto torcente di pianta tali contributi si attingono per valori di δ che sono diversi da pannello a pannello.

Le tabelle seguenti mostrano il calcolo delle azioni taglianti che nascono nei setti disposti secondo la direzione x a causa dell'effetto torcente determinato in sede di verifica nella direzione y.

$$\rho_{xi}^y = \frac{-e_x \sum \bar{K}_{yi}}{J_x + J_y} (\bar{Y}_i - \bar{Y}_R)$$

TABELLA

N	$\frac{-e_x \sum \bar{K}_{yi}}{J_R}$	Y _i	Y _R	($\bar{Y}_i - \bar{Y}_R$)	$\rho_{xi}^y = -(1) \cdot (4)$
1	0,0288	3,00	3,03	-0,03	8,6 x 10 ⁻⁴
2	0,0288	3,70	3,03	+0,67	-1,9 x 10 ⁻²
3	0,0288	4,50	3,03	+1,47	-4,2 x 10 ⁻²
4	0,0288	0,90	3,03	-2,13	6,1 x 10 ⁻²
5	0,0288	0,25	3,03	-2,78	8,0 x 10 ⁻²
6	0,0288	0,25	3,03	-2,78	8,0 x 10 ⁻²
7	0,0288	0,25	3,03	-2,78	8,0 x 10 ⁻²
8	0,0288	5,75	3,03	+2,72	-7,8 x 10 ⁻²
9	0,0288	5,75	3,03	+2,72	-7,8 x 10 ⁻²
10	0,0288	5,75	3,03	+2,72	-7,8 x 10 ⁻²

N	v _R	$\rho_{xi}^{(y)}$	δ_{xi}	K _{Oxi}	H _{xi} ^(y)
1	3,94 x 10 ⁻³	8,6 x 10 ⁻⁴	+33,88 x 10 ⁻⁷	1.440	+0,00
2	3,94 x 10 ⁻³	-1,9 x 10 ⁻²	-7,49 x 10 ⁻⁵	1.020	-0,08
3	3,94 x 10 ⁻³	-4,2 x 10 ⁻²	-16,55 x 10 ⁻⁵	720	-0,12
4	3,94 x 10 ⁻³	6,1 x 10 ⁻²	+24,03 x 10 ⁻⁵	432	+0,10
5	3,94 x 10 ⁻³	8,0 x 10 ⁻²	+31,52 x 10 ⁻⁵	2.440	+0,77
6	3,94 x 10 ⁻³	8,0 x 10 ⁻²	+31,52 x 10 ⁻⁵	8.100	+2,55
7	3,94 x 10 ⁻³	8,0 x 10 ⁻²	+31,52 x 10 ⁻⁵	1.510	+0,48
8	3,94 x 10 ⁻³	-7,8 x 10 ⁻²	-30,73 x 10 ⁻⁵	672	+0,21
9	3,94 x 10 ⁻³	-7,8 x 10 ⁻²	-30,73 x 10 ⁻⁵	10.000	+3,08
10	3,94 x 10 ⁻³	-7,8 x 10 ⁻²	-30,73 x 10 ⁻⁵	1.330	+0,41

$$\Sigma H^{(y)} = 3,90 - 3,90 = 0$$