

Corso di aggiornamento  
Progettazione strutturale e  
Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

**Validazione del progetto strutturale  
secondo le indicazioni del capitolo 10 delle NTC08**

2 - Previsione numerica del comportamento

Aula magna dell'ITCG G. Spagna, Spoleto  
1 febbraio 2012

Aurelio Ghersi

# Previsione numerica del comportamento

“La valutazione consisterà nel confronto con i risultati di semplici calcoli, anche di larga massima”

La previsione può essere fatta:

- **a priori**, cioè prima di mandare in esecuzione il programma di calcolo  
fatta così può essere anche molto utile per decidere quali dimensioni adottare per le sezioni
- **a posteriori**, cioè dopo il calcolo  
in questo caso serve solo per la relazione generale, di validazione della struttura

# Previsione numerica del comportamento

“La valutazione consisterà nel confronto con i risultati di semplici calcoli, anche di larga massima”

Come si effettua?

- Occorre far riferimento ad un tipo di analisi che consenta facili calcoli  
→ si usa analisi statica
- Occorre essere in grado di stimare in modo semplice i risultati ottenuti da uno schema di telaio spaziale soggetto a carichi verticali e a forze orizzontali  
→ occorre un po' di esperienza

# Analisi statica

Occorre:

- Calcolare o stimare le masse a ciascun impalcato
- Definire il fattore di struttura
- Stimare il periodo fondamentale della struttura (eventualmente in maniera separata per le due direzioni)
- Determinare l'accelerazione dallo spettro di progetto
- Calcolare le forze statiche con le formule di normativa

# Masse

In un edificio in cemento armato il peso delle masse di piano corrisponde in genere ad una incidenza media di  $8\div 11 \text{ kN/m}^2$

- Nel caso in esame, una valutazione approssimata del peso delle masse a ciascun piano può essere ottenuta moltiplicando la superficie totale dell'impalcato per  $10 \text{ kN/m}^2$  ( $9 \text{ kN/m}^2$  in copertura, per la minore incidenza delle tamponature)

Nota: se si hanno i risultati di un calcolo dettagliato (come quello fatto dal programma) è bene confrontare l'incidenza media con i valori sopra indicati

## Esempio - masse

La superficie degli impalcati nell'edificio in esame è

Torrino scala:  $S = 48.0 \text{ m}^2$

V impalcato:  $S = 331.9 \text{ m}^2$

Piano tipo:  $S = 323.5 \text{ m}^2$

Per il piano terra:  $S = 263.2 \text{ m}^2$

Nota: il torrino scala può essere accorpato al 5° impalcato, ottenendo

Torrino + V impalcato:  $S = 379.9 \text{ m}^2$

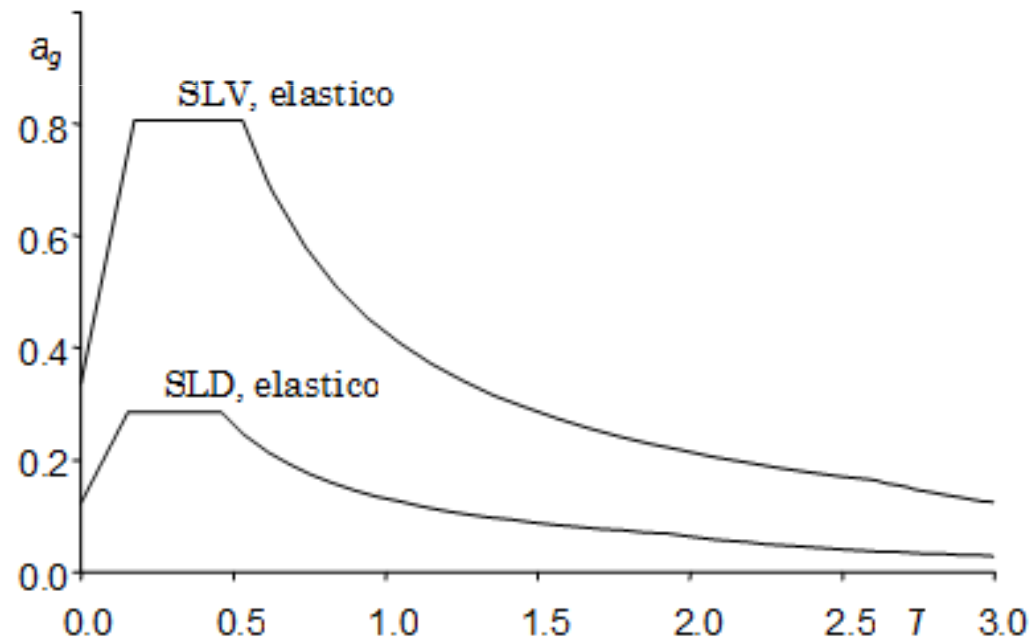
## Esempio - masse

Impalcato	Superficie m <sup>2</sup>	Incidenza kN/m <sup>2</sup>	Peso kN
Torrino + V	379.9	9.0	3419
IV, III, II	323.5	10.0	3235
I	263.2	10.0	2632

Peso totale = 15756 kN

# Spettro di risposta elastico

- Lo spettro relativo al sito ed al terreno in cui sorge l'edificio è stato già indicato all'inizio





# Spettro di progetto

È ottenuto dividendo lo spettro di risposta elastica per il fattore di struttura  $q$

$$q = q_0 K_R$$

Nell'esempio:

$q_0 = 4.5 \alpha_u / \alpha_1$       struttura intelaiata in c.a. - CD "A"

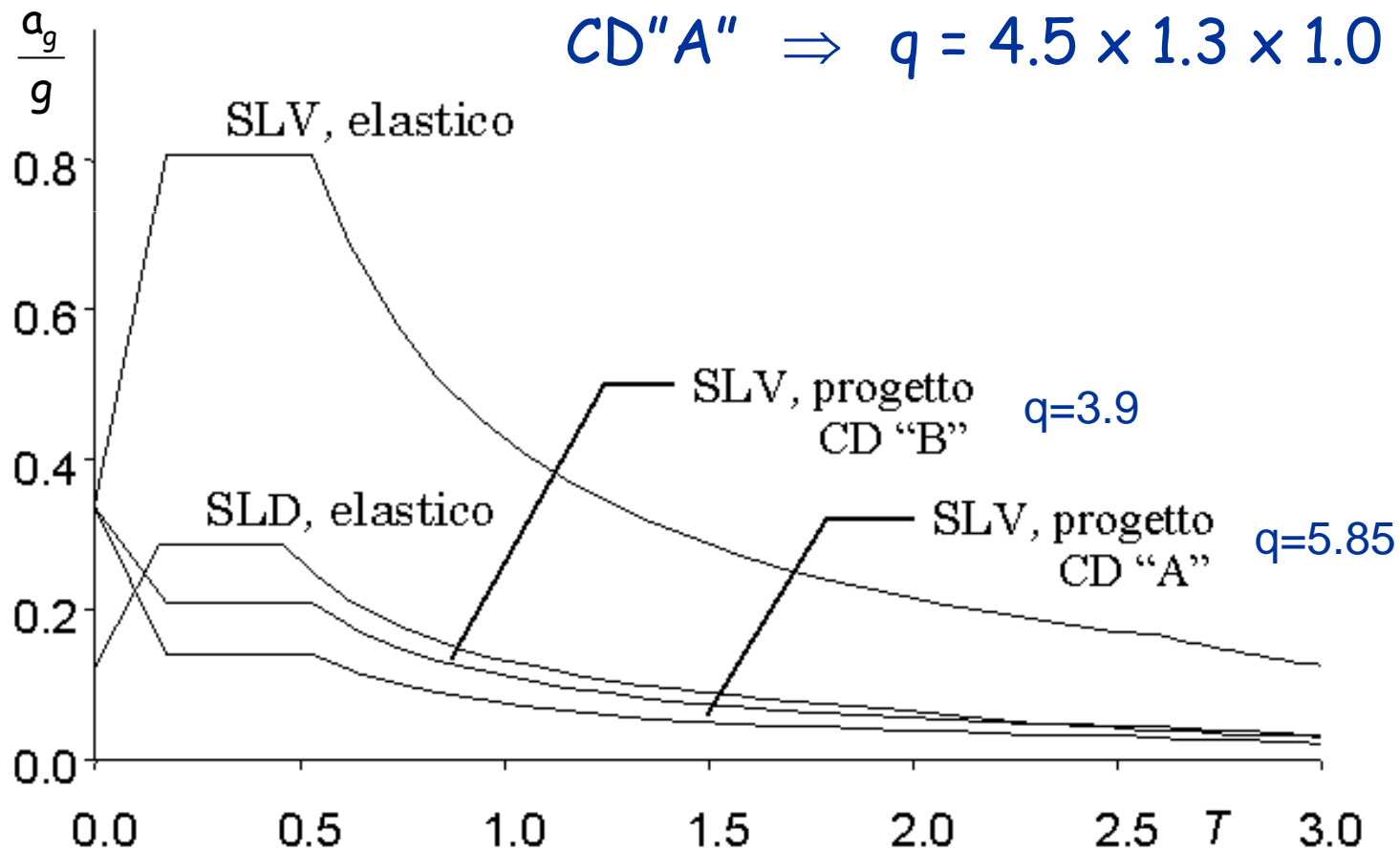
$\alpha_u / \alpha_1 = 1.3$       telaio con più piani e più campate

$K_R = 1$       la struttura è regolare in altezza

# Spettro di progetto

La struttura è progettata  
ad alta duttilità

$$CD "A" \Rightarrow q = 4.5 \times 1.3 \times 1.0 = 5.85$$



# Periodo proprio (fondamentale)

In prima approssimazione può essere valutato con le formule di normativa  $T_1 = C_1 H^{3/4}$

con

$$C_1 = 0.075$$

per strutture intelaiate in c.a.

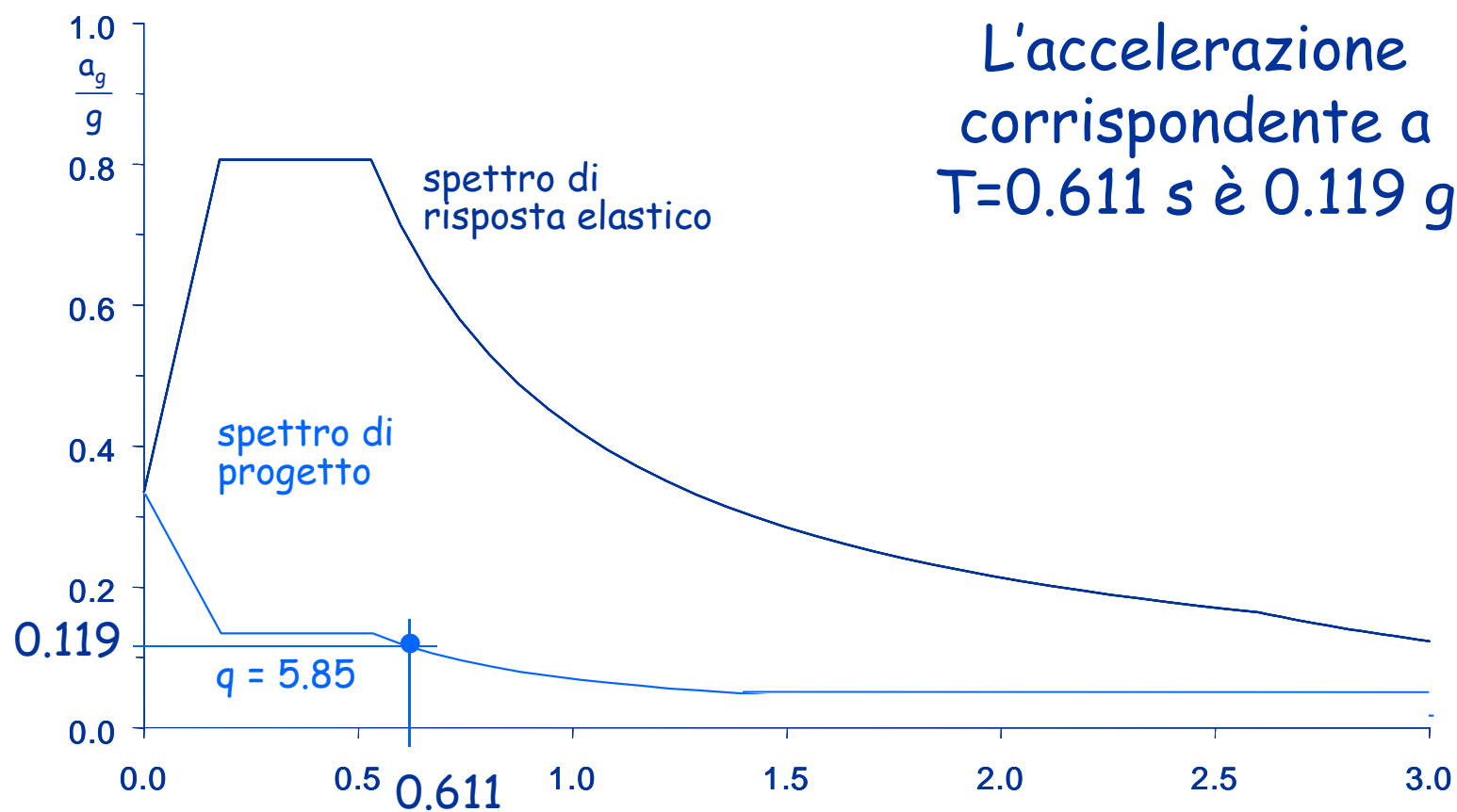
$H$  = altezza dell'edificio dal piano di fondazione (m)

Nell'esempio:

$$H = 16.40 \text{ m} \quad (\text{escluso torrino})$$

$$T_1 = 0.075 \times 16.40^{3/4} = 0.611 \text{ s}$$

# Ordinata spettrale



# Forze per analisi statica

Taglio alla base

$$V_b = 0.85 \sum_{i=1}^n m_i S_d(T_1) =$$
$$= 0.85 \times 15756 \times 0.119 = 1593.7 \text{ kN}$$

Forza al piano

$$F_k = \frac{m_k z_k}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} V_b$$

# Forze per analisi statica

Piano	Peso W (kN)	Quota z (m)	Wz (kNm)	Forza F (kN)	Taglio V (kN)
5+torrino	3419	16.40	56072	549.6	549.6
4	3235	13.20	42702	418.6	968.2
3	3235	10.00	32350	317.1	1285.3
2	3235	6.80	21998	215.6	1500.9
1	2632	3.60	9475	92.9	1593.8
somma	15756		162597		

## Ma attenzione al periodo ...

- La formula di normativa non tiene conto della effettiva rigidezza della struttura
- È opportuno controllare appena possibile se il periodo è plausibile (e quindi se le forze sono effettivamente quelle da usare)
- Possibile procedimento per valutare il periodo:

Formula di Rayleigh

$m_i$ : massa di piano

$F_i$ : Forza di piano

$u_i$ : spostamento del baricentro di piano  
(provocato dalla forze  $F_i$ )

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Gli spostamenti possono essere stimati valutando approssimativamente le rigidezze
- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato

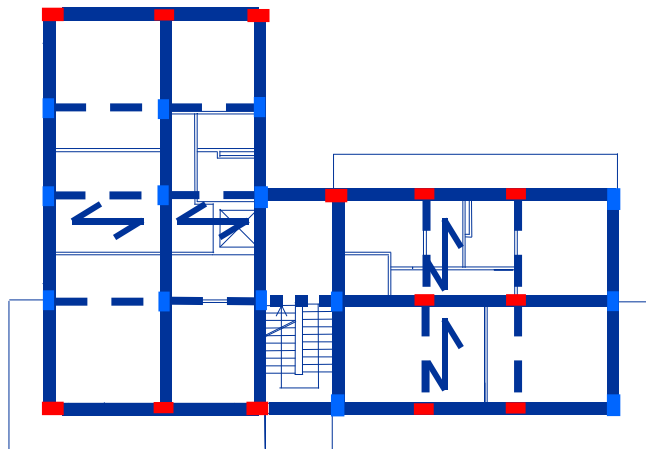
$$\text{rigidezza} = \frac{12 E \sum I_p}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{E \sum I_p / L_p}{E \sum I_{t,\text{sup}} / L_t} + \frac{E \sum I_p / L_p}{E \sum I_{t,\text{inf}} / L_t} \right)}$$

considerando solo i pilastri "che contano"



# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato



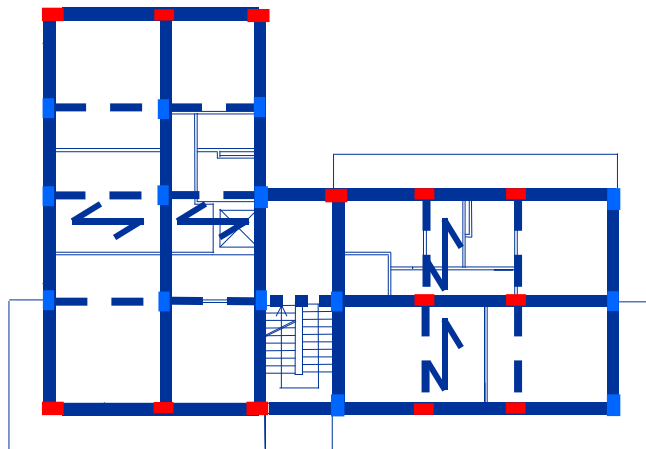
I pilastri (tutti uguali) sono:  
13 allungati in direzione x  
14 allungati in direzione y

Le travi emergenti sono:  
15 in direzione x  
16 in direzione y

Considero 13 pilastri e  
15 travi (direzione x)

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato



Al piano tipo

Pilastri 30x70 (13)

$L_p = 3.20 \text{ m}$

$I_p = 857500 \text{ cm}^4$

Travi 30x60 (15)

$L_t = 4.00 \text{ m in media}$

$I_t = 540000 \text{ cm}^4$

Ottengo

$k = 472.7 \text{ kN/mm}$

## Periodo proprio della struttura

Piano	F (kN)	V (kN)	k (kN/mm)	d <sub>r</sub> (mm)	u (mm)
Torrino+V	549.6	549.6	384.3	1.43	12.49
IV	418.6	968.2	427.7	2.05	11.06
III	317.1	1285.3	427.7	2.72	9.01
II	215.6	1500.9	427.7	3.18	6.29
I	92.9	1593.8	511.8	3.11	3.11

## Periodo proprio della struttura

Piano	m (kN s <sup>2</sup> /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN m)	m u <sup>2</sup> (kN m s <sup>2</sup> )
Torrino+V	348.5	549.6	12.49	6862	54.3
IV	329.8	418.6	11.06	4628	40.3
III	329.8	317.1	9.01	2856	26.8
II	329.8	215.6	6.29	1356	13.0
I	268.3	92.9	3.11	289	2.6
somma				15992	137.0

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

$$T = 0.582 \text{ s}$$

La differenza è modesta; non cambio

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

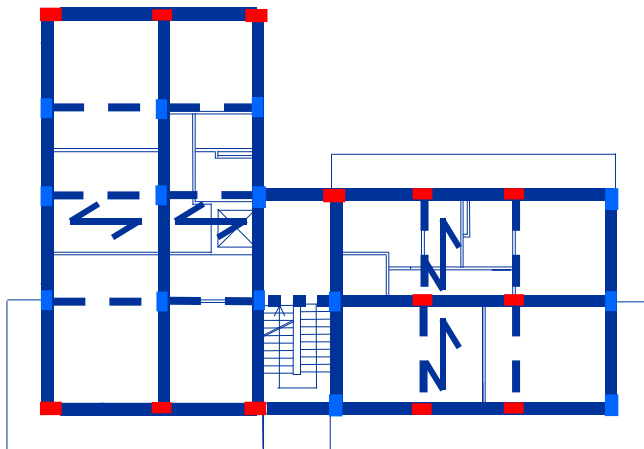
- Stima delle rigidezze  
possibilità 2: approccio per singolo pilastro

Considerare ciascun pilastro e le travi che lo vincolano

$$\text{rigidezza} = \frac{12 E I_p}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,\text{sup}} / L_t} + \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,\text{inf}} / L_t} \right)}$$

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 2: approccio per singolo pilastro



Al piano tipo

Pilastro rigido, 2 travi emergenti (10)  
 $k = 33.14 \text{ kN/mm}$

Pilastro rigido, 1 trave emergente (3)  
 $k = 19.90 \text{ kN/mm}$

Pilastro debole, 2 travi emergenti (1)  
 $k = 13.31 \text{ kN/mm}$

Pilastro debole, 1 trave emergente (5)  
 $k = 10.51 \text{ kN/mm}$

Pilastro debole, travi a spessore (4+4)  
 $k = 3.07 - 1.68 \text{ kN/mm}$

Ottengo

$k = 475.9 \text{ kN/mm}$

Più o meno come prima

# Influenza del periodo proprio

- La normativa ha fornito  $T=0.611$  s
- La formula di Rayleigh, usata con rigidezze approssimate stimate mediante le formule indicate ha fornito  
 $T=0.582$  s in direzione x  
 $T=0.527$  s in direzione y
- Nella stima delle sollecitazioni ho continuato ad usare il primo valore, ma sono consapevole del fatto che il periodo può essere minore (in particolare in direzione y) e quindi le sollecitazioni possono essere maggiori di un 15-20%

# Previsione dei risultati del calcolo

L'effetto dei carichi verticali si stima agevolmente in funzione di carico  $q$  e luce  $l$

ad esempio come  $M = \frac{q l^2}{12}$  o valori simili



# Previsione dei risultati del calcolo

Per stimare l'effetto delle forze orizzontali:

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri "che contano"; se necessario, incrementarlo per tener conto dell'eccentricità propria del sistema
2. Valutare il momento nei pilastri, in funzione del taglio e della posizione del punto di nullo di  $M$
3. Valutare il momento nelle travi, dall'equilibrio dei nodi
4. Incrementare i momenti per tenere conto di:
  - eccentricità accidentale
  - effetto combinato delle diverse componenti
  - gerarchia delle resistenze per i pilastri

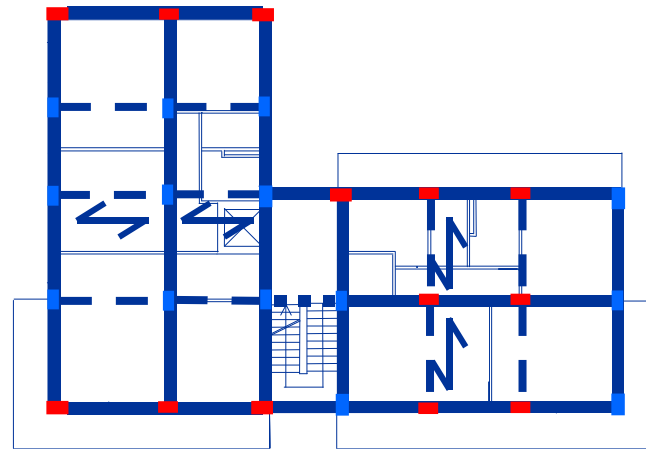
# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri  
"che contano"  
(pilastri allungati nella direzione del sisma e  
collegati con una trave emergente)

Se si sono valutate le rigidezze dei singoli pilastri tenendo conto anche delle travi, si può ripartire tenendo conto di queste rigidezze (ma il calcolo diventa più oneroso - in genere non ne vale la pena)

# Caratteristiche della sollecitazione 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)
5	549.6
4	968.2
3	1285.3
2	1500.9
1	1593.8



I pilastri (tutti uguali) sono:  
13 allungati in direzione x  
14 allungati in direzione y

Ripartisco il taglio globale  
tra 13 pilastri (direzione x)

## Caratteristiche della sollecitazione 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)
5	549.6	42.3
4	968.2	74.5
3	1285.3	98.9
2	1500.9	115.5
1	1593.8	122.6

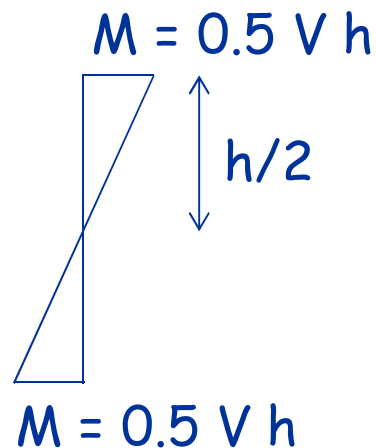
Volendo, potrei ridurre il taglio di un 20%, per tener conto del contributo dei pilastri "deboli" (in particolare al 1° ordine)

Ritengo che non vi siano rilevanti rotazioni per effetto dell'eccentricità propria del sistema, quindi non modifico questi valori

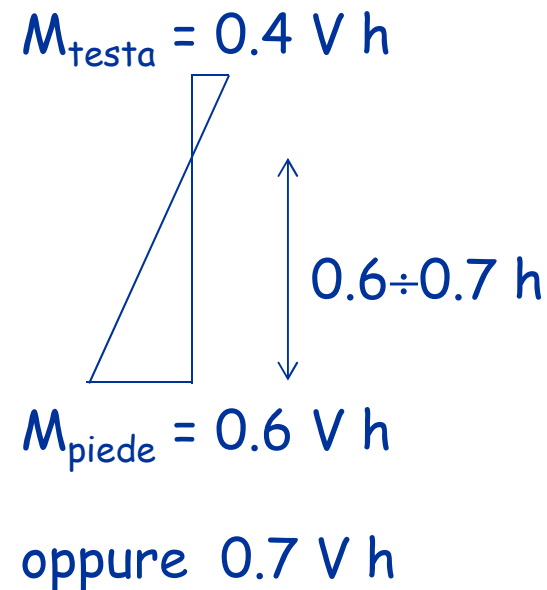
# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

2. Valutare il momento nei pilastri, in funzione del taglio e della posizione del punto di nullo di  $M$

ai piani superiori



al primo ordine



## Caratteristiche della sollecitazione 2 - momento nei pilastri

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)
5	549.6	42.3	67.6
4	968.2	74.5	119.2
3	1285.3	98.9	158.2
2	1500.9	115.5	184.7
1 testa	1593.8	122.6	176.5
piede			264.8

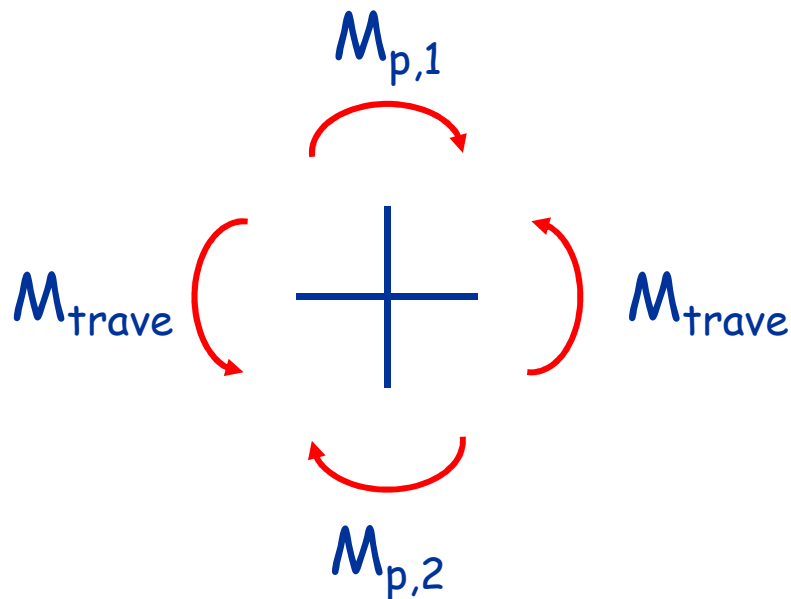
$$M = V h / 2$$

$$M = V 0.4 h$$

$$M = V 0.6 h$$

## Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

3. Valutare il momento nelle travi, dall'equilibrio dei nodi



Per l'equilibrio:

$$M_{trave} = \frac{M_{p,1} + M_{p,2}}{2}$$

## Caratteristiche della sollecitazione 3 - momento nelle travi

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	42.3	67.6	33.8
4	968.2	74.5	119.2	93.4
3	1285.3	98.9	158.2	138.7
2	1500.9	115.5	184.7	171.5
1 testa	1593.8	122.6	176.5	180.6
piede			264.8	

$$M_+ = M_{p5}/2$$

$$M_+ = (M_{p5} + M_{p4})/2$$



## Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

4. Incrementare i momenti per tenere conto di:
- eccentricità accidentale
  - effetto combinato delle diverse componenti
  - gerarchia delle resistenze per i pilastri

Se la struttura è sufficientemente rigida torsionalmente, per tener conto dei primi due può essere sufficiente incrementare del 20%

Questo incremento si riferisce solo ai telai perimetrali

## Caratteristiche della sollecitazione 4a - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	42.3	67.6	33.8
4	968.2	74.5	119.2	93.4
3	1285.3	98.9	158.2	138.7
2	1500.9	115.5	184.7	171.5
1 testa	1593.8	122.6	176.5	180.6
piede			264.8	

## Caratteristiche della sollecitazione 4a - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	81.1	40.6
4	968.2	89.4	143.0	112.1
3	1285.3	118.6	189.8	166.4
2	1500.9	138.5	221.6	205.7
1 testa	1593.8	147.1	211.8	216.7
piede			317.7	

+20%

## Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

4. Incrementare i momenti per tenere conto di:
- eccentricità accidentale
  - effetto combinato delle diverse componenti
  - gerarchia delle resistenze per i pilastri

La gerarchia delle resistenze dovrebbe essere presa in considerazione solo dopo aver armato le travi

In via approssimata si possono aumentare le sollecitazioni nei pilastri (a parte la sezione al piede del 1° ordine), moltiplicandole per 1.5 a tutti i piani nel caso di CD "A" (1.3 per CD "B")

## Caratteristiche della sollecitazione 4b - gerarchia delle resistenze

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	81.1	40.6
4	968.2	89.4	143.0	112.1
3	1285.3	118.6	189.8	166.4
2	1500.9	138.5	221.6	205.7
1 testa	1593.8	147.1	211.8	216.7
piede			317.7	

Questi valori vanno incrementati per garantire un meccanismo di collasso globale

Le NTC 08 (punto 7.2.1) impongono gerarchia delle resistenze anche per CD"B", con sovraresistenza 1.1 (mentre è 1.3 per CD"A")

## Caratteristiche della sollecitazione 4b - gerarchia delle resistenze

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	121.6	40.6
4	968.2	89.4	214.5	112.1
3	1285.3	118.6	284.7	166.4
2	1500.9	138.5	332.4	205.7
1 testa	1593.8	147.1	317.7	216.7
piede			317.7	

Moltiplicati  
per 1.5

## Caratteristiche di sollecitazione nella direzione y

- Avendo un numero diverso di pilastri, alcuni dei quali (tre) con dimensioni maggiori, ed anche un periodo diverso occorrerebbe ripetere il calcolo
- Si può anche ragionare in termini di proporzione

Esempio:

- Ci sono 14 pilastri, ma 3 sono rigidi circa il doppio e quindi è come se fossero 17
- Ai pilastri 30x70 v'è  $1/17$  del taglio (anziché  $1/13$ ; quindi il 75% rispetto alla direzione x)  
a quelli 30x90 v'è  $2/17$  (quindi il 150% rispetto a x)
- La variazione di periodo può aumentare il taglio del 15%

## Caratteristiche della sollecitazione

- Le sollecitazioni trovate devono essere confrontate con i valori forniti dal calcolo
- Possono servire anche, in una fase iniziale, per giudicare la correttezza del dimensionamento

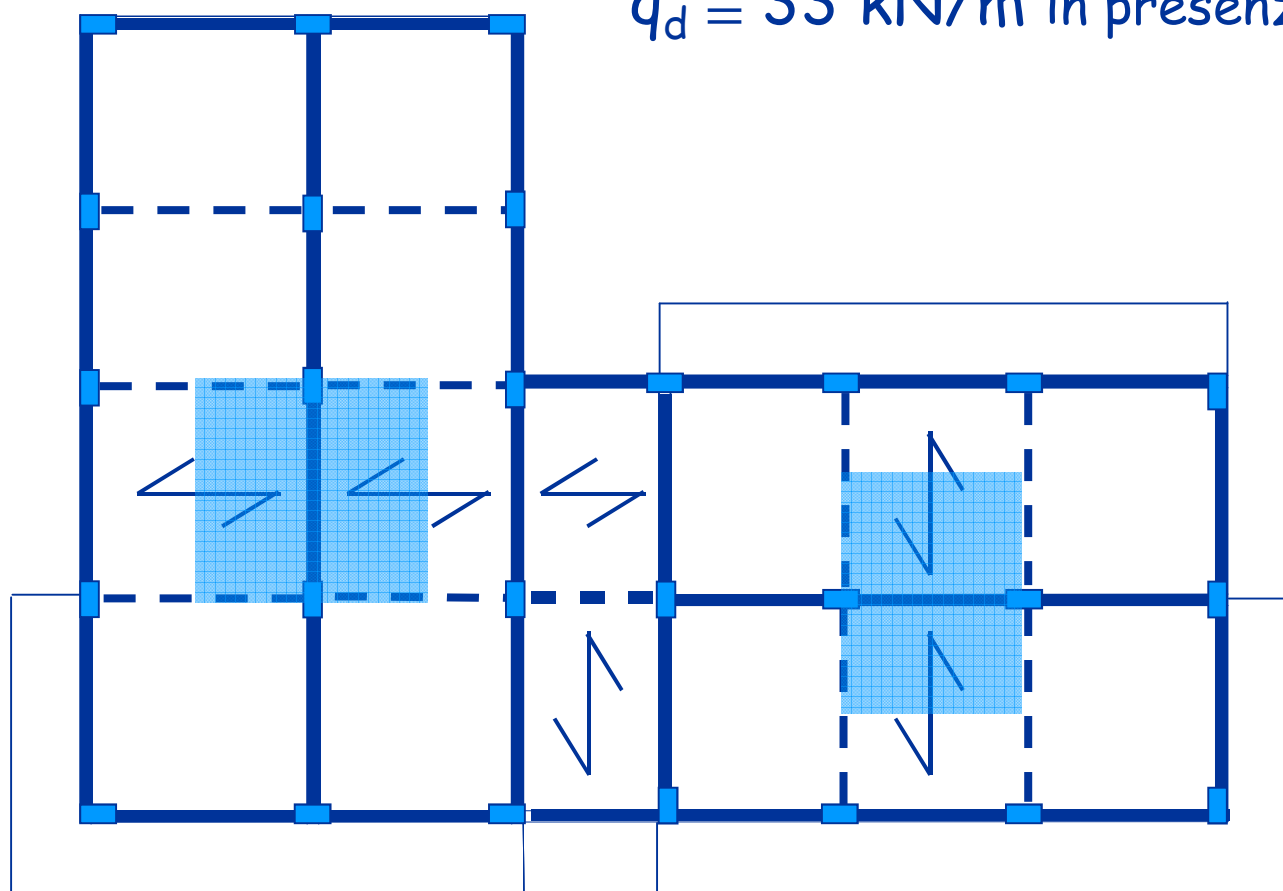


## Esempio

Le travi di spina portano  
circa 5 m di solaio

$q_d \cong 55 \text{ kN/m}$  in assenza di sisma

$q_d \cong 33 \text{ kN/m}$  in presenza di sisma



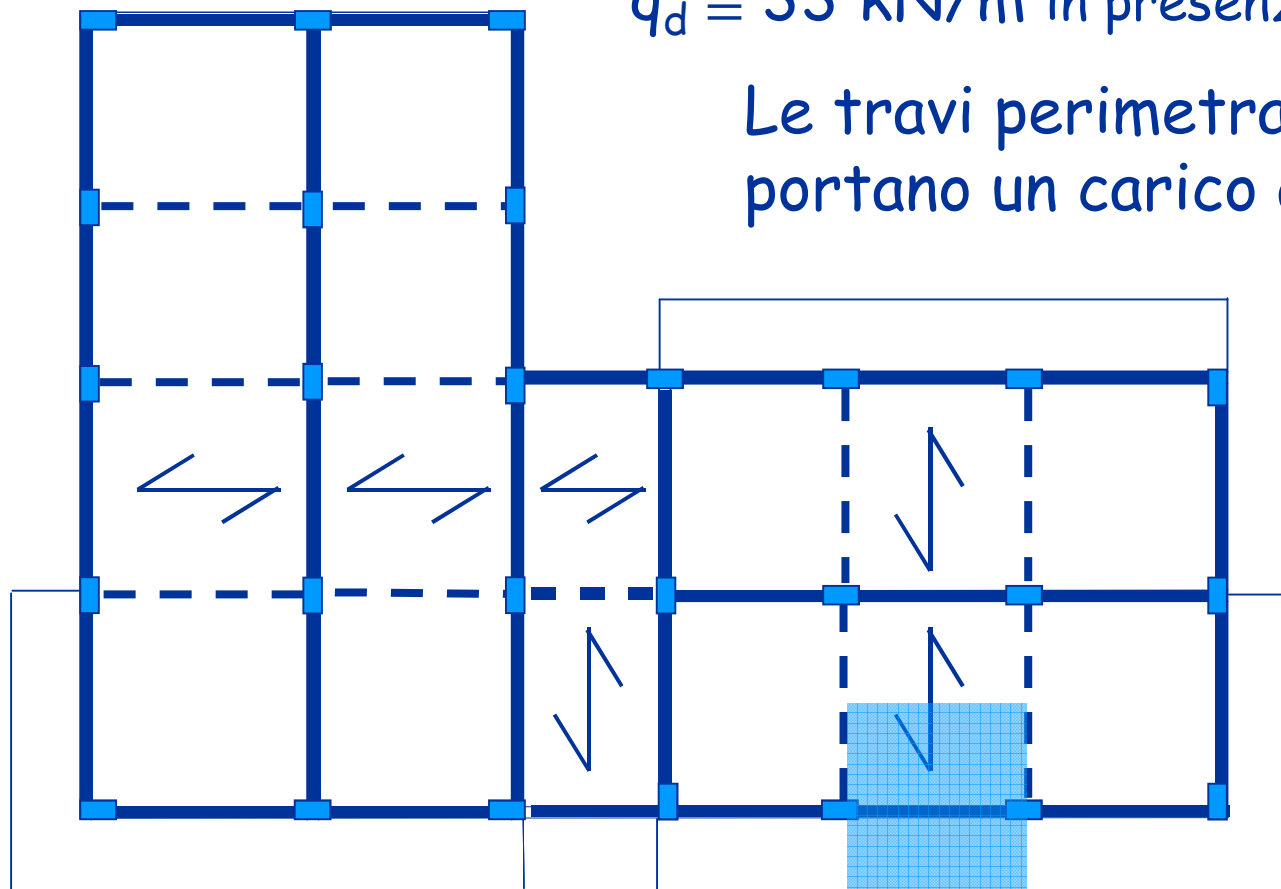
## Esempio

Le travi di spina portano  
circa 5 m di solaio

$q_d \cong 55 \text{ kN/m}$  in assenza di sisma

$q_d \cong 33 \text{ kN/m}$  in presenza di sisma

Le travi perimetrali  
portano un carico analogo



## Esempio - controllo travi emergenti

Momento per carichi verticali (con sisma)

$$M = \frac{qL^2}{10} = \frac{33 \times 4.30^2}{10} \cong 60 \text{ kNm}$$

Momento per azione sismica

$$M = 217 \text{ kNm}$$

Momento massimo, totale

$$M = 60 + 217 = 277 \text{ kNm}$$

## Esempio - controllo travi emergenti

Dati:

Sezione rettangolare

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$M_{Ed} = 277 \text{ kNm}$$

$$\text{Calcestruzzo } f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

Massimo momento portato dalla trave

$$M = \frac{b d^2}{r^2} = \frac{0.30 \times 0.56^2}{0.018^2} = 290 \text{ kNm}$$

va bene

## Esempio - controllo pilastri

(Nota: i pilastri sono tutti uguali)

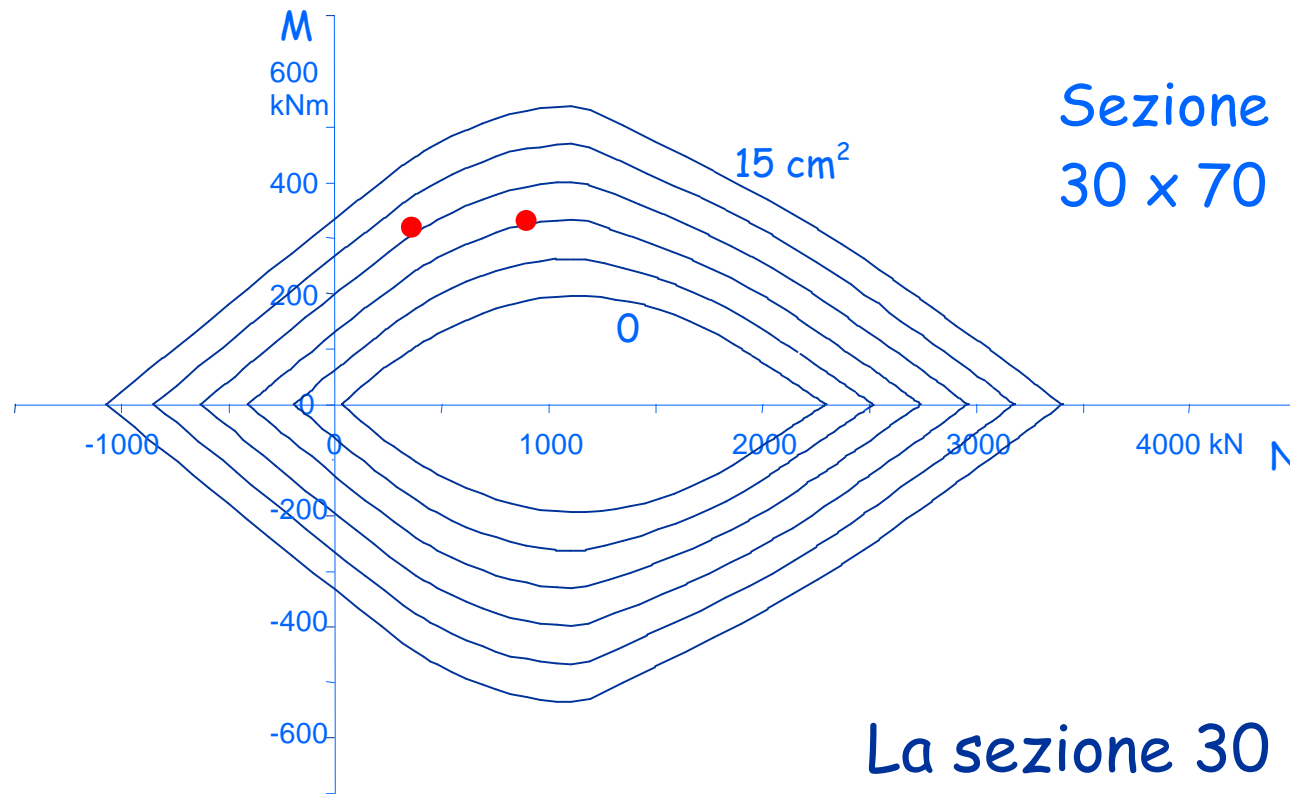
Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	121.6	40.6
4	968.2	89.4	214.5	112.1
3	1285.3	118.6	284.7	166.4
2	1500.9	138.5	332.4	205.7
1 testa	1593.8	147.1	317.7	216.7
piede			317.7	

Sezione più sollecitata

# Esempio - controllo pilastri

(Nota: i pilastri sono quasi tutti uguali)

Utilizzando il dominio M-N



$$M = 3171 \text{ kNm}$$

$$N = 380 \text{ kN}$$

$$N = 900 \text{ kN}$$

Sezione  
30 x 70

occorrono  
3 Ø20 per lato

La sezione 30 x 70 va bene

## Esempio - controllo travi e pilastri di dimensioni maggiori

- Vi sono 2 travi 30x70 e 3 pilastri 30x90 (a ciascun piano)
- Le sollecitazioni da sisma saranno circa il 70% maggiori
- Un controllo analogo a quello prima riportato mostra che queste sezioni vanno bene

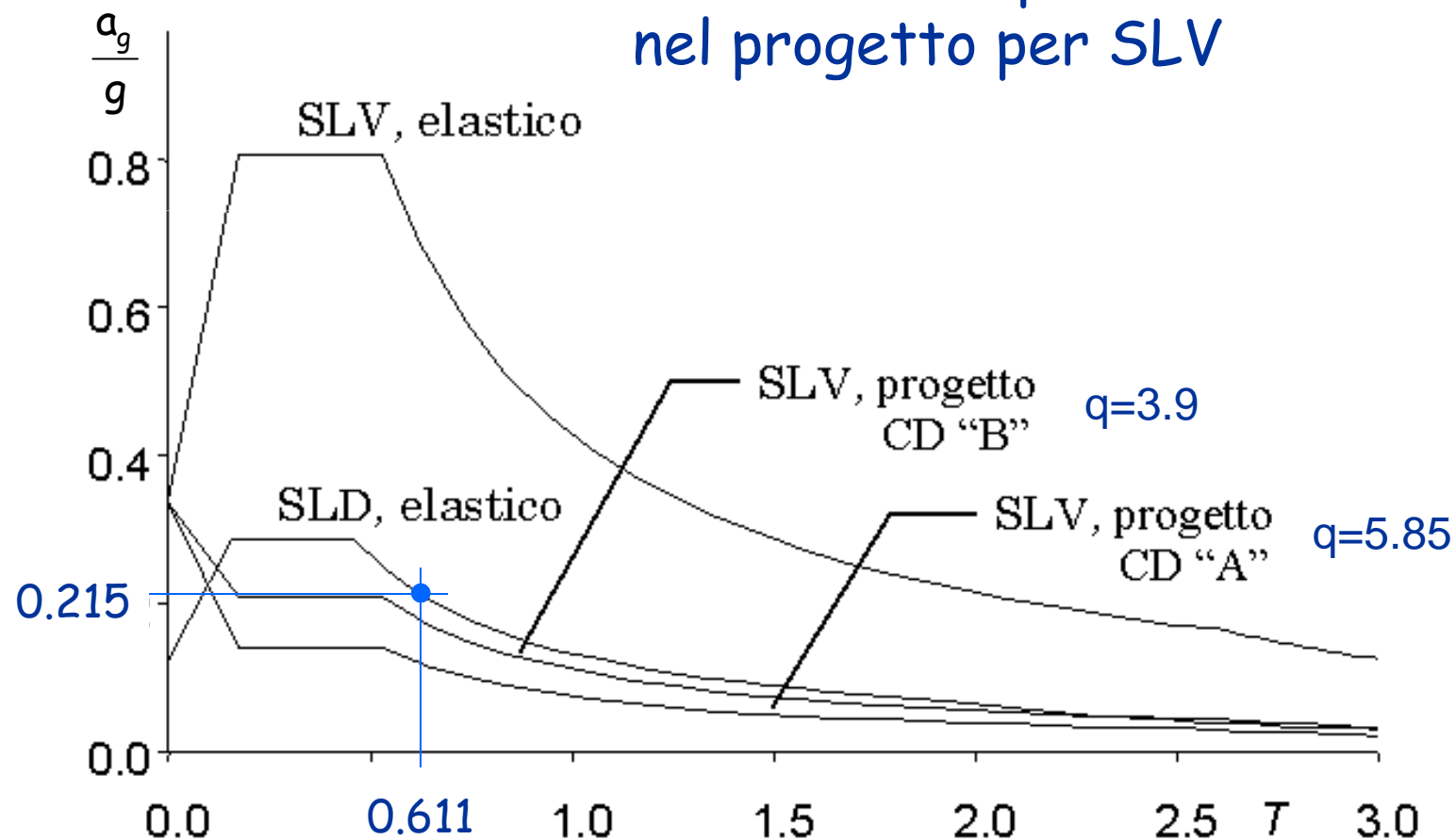
# Verifica per SLD

- Occorre stimare gli spostamenti per SLD e controllare se sono accettabili
- Si può semplicemente fare una proporzione, dopo aver valutato l'accelerazione per SLD



# Spettro e accelerazioni per stato limite di danno

L'accelerazione per SLD è 0.215 g  
cioè circa 1.8 per il valore usato  
nel progetto per SLV



## Valori previsto per SLV e SLD

- Si moltiplicano per 1.8 i valori già trovati per SLV

SLV

Piano	$d_r$ (mm)	$u$ (mm)
Torrino+V	1.43	12.49
IV	2.05	11.06
III	2.72	9.01
II	3.18	6.29
I	3.11	3.11

X 1.8

SLD

$d_r$ (mm)	$u$ (mm)
2.57	22.42
3.68	19.85
4.88	16.17
5.70	11.29
5.59	5.59