

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale e
Norme Tecniche per le Costruzioni

Progetto di aste e collegamenti in acciaio

4 - Instabilità locale e profili sottili formati a freddo

Spoletto
8-10 novembre 2012
Aurelio Ghersi

Riferimenti

Normativa

- EN 1993-1-3, Eurocodice 3, parte 1-3:
Regole generali - Regole supplementari per l'impiego dei profilati e delle lamiere sottili piegati a freddo
- EN 1993-1-5, Eurocodice 3, parte 1-5:
Elementi strutturali a lastra

Testi

- A.C. Walker, Design and Analysis of Cold-formed Sections, London, Intertext books, 1975
- A. Ghersi, R. Landolfo, F.M. Mazzolani, Design of Metallic Cold-formed Thin-walled Members, Spon Press, London and New York, 2002
- V. Dipaola, G. Prete, F. Prete, I profili formati a freddo nelle opere di carpenteria metallica, Aracne editrice, 2010

Profili sottili formati a freddo

sottili → thin gauge (o thin-walled)
formati a freddo → cold-formed

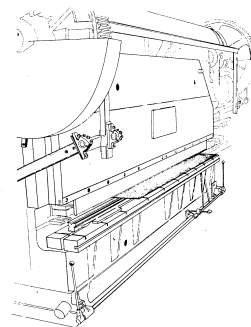
Procedimenti per ottenerli:

1. Stampaggio alla pressa
2. Laminazione a freddo

Come si realizzano

1. Stampaggio alla pressa

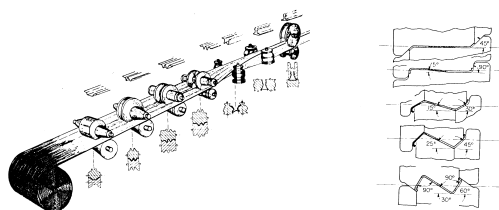
- Il nastro d'acciaio viene pressato, a singoli tratti, su uno stampo



Come si realizzano

2. Laminazione a freddo

- Il nastro d'acciaio viene deformato gradualmente facendolo passare attraverso coppie di rulli



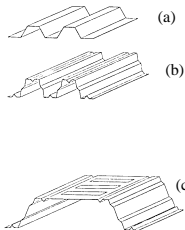
Come si realizzano

2. Laminazione a freddo

- Il nastro d'acciaio viene deformato gradualmente facendolo passare attraverso coppie di rulli
- Vantaggi della laminazione:
 - alta capacità produttiva
 - notevole precisione dimensionale
 - possibilità di sagomare lamiera verniciata o rivestita
- La convenienza economica del procedimento dipende soprattutto da:
 - complessità del profilo
 - quantità da produrre

Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- lamiera grecate spessore t $0.5 \leq t \leq 4.0$ mm

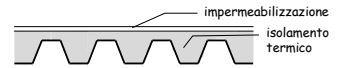


- massima luce per le tipologie usuali: da 1.50 m a 3.00 m
- richiedono quindi travi secondarie (arcarecci)
- dimensioni della greca molto maggiori consentono di evitare le travi secondarie

Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- lamiera grecate spessore t $0.5 \leq t \leq 4.0$ mm

- usate per coperture non praticabili (in genere già predisposte con isolamento termico e impermeabilizzazione)

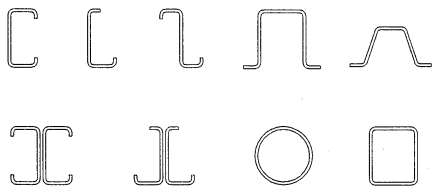


- oppure per solai praticabili (in genere con soletta in calcestruzzo, eventualmente armata con una rete)



Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- Elementi strutturali spessore t $1.0 \leq t \leq 8.0$ mm



Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- Elementi strutturali spessore t $1.0 \leq t \leq 8.0$ mm



- Usati come:
 - elementi secondari (arcarecci) che sostengono la lamiera grecata di una copertura (di solito sezioni a C o a Z)
 - aste di travature reticolari (in particolare per luci non molto elevate, fino a 15 m)

Elementi prodotti mediante formatura a freddo

- Elementi strutturali spessore t $1.0 \leq t \leq 8.0$ mm



- Usati come:
 - travi principali (di solito sezioni a C accoppiate)
 - colonne (sezioni scatolari o anche sezioni a Ω accoppiate a formare uno scatolare)

Nota: aspetto critico per l'utilizzazione come travi e colonne in zona sismica è la duttilità

Limiti negli spessori

elemento della sezione	limite
	$b/t \leq 50$
	$b/t \leq 60$ $c/t \leq 50$
	$b/t \leq 90$ $c/t \leq 60$ $d/t \leq 50$

Limiti negli spessori

elemento della sezione		limite
		$b/t \leq 500$
		$45^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ $h/t \leq 500 \sin \phi$

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.2

Effetti della piegatura

- Riduzione dello spessore nelle zone piegate

Si può considerare localmente uno spessore ridotto

- Tensioni residue di tipo flessionale (variabili nello spessore)

Possono influire sull'instabilità locale

- Incrudimento dell'acciaio nelle zone piegate (con contemporanea riduzione della duttilità)

Distinzione tra tensione del materiale base e tensione media

Riduzione dello spessore

La piegatura produce una riduzione dello spessore nelle zone di piega (racordi circolari)

- L'Eurocodice non fornisce indicazioni specifiche
- La normativa inglese suggeriva di usare uno spessore ridotto t_{rid}

$$t_{rid} = \left(\frac{r + k t}{r + 0.5 t} \right) t$$

con

r raggio interno di curvatura
 $k=0.35$ per $r \geq 1.5 t$

esempio

$t=4.0$ mm $r=6.0$ mm
 $k=0.35$

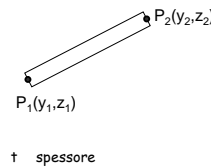
$$t_{rid} = \left(\frac{6.0 + 0.35 \times 4.0}{6.0 + 0.5 \times 4.0} \right) \times 4.0 = 3.7 \text{ mm}$$

Valutazione delle caratteristiche geometriche della sezione

Procedimento rigoroso

- Considerare l'effettivo sviluppo, con tratti rettilinei e raccordi circolari, ciascuno col suo spessore (eventualmente ridotto nei raccordi)

Elemento rettilineo



$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$A = l t$$

$$I_y = \frac{A}{12} \left[(z_2 - z_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \right]$$

$$I_z = \frac{A}{12} \left[(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right]$$

con

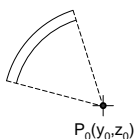
$$l = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Valutazione delle caratteristiche geometriche della sezione

Procedimento rigoroso

- Considerare l'effettivo sviluppo, con tratti rettilinei e raccordi circolari, ciascuno col suo spessore (eventualmente ridotto nei raccordi)

Raccordo circolare



t spessore
 r_m raggio medio
 α_1, α_2 angoli

$$A = (\alpha_2 - \alpha_1) r_m t$$

$$y_0 = (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \left(r_m^2 + \frac{t^2}{12} \right) \frac{1}{A} + y_0$$

$$z_0 = (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \left(r_m^2 + \frac{t^2}{12} \right) \frac{1}{A} + z_0$$

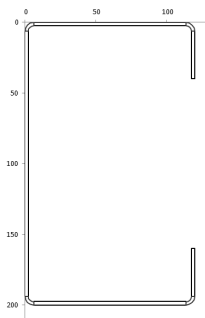
$$I_y = \left[\alpha_2 - \alpha_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1) \right] \left(4 r_m^3 + t^3 \right) \frac{r_m t}{8} - A (z_0 - z_0)^2$$

$$I_z = \left[\alpha_2 - \alpha_1 + \frac{1}{2} (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1) \right] \left(4 r_m^3 + t^3 \right) \frac{r_m t}{8} - A (y_0 - y_0)^2$$

Esempio - sezione C 200x120x2.5

Caratteristiche geometriche di una sezione costituita da rettangoli e raccordi													
		yG	zG	45.9	100.0	mm	mm	A	Sy	Sz	IyG	IzG	
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm ³	mm ³	mm ⁴	mm ⁴	
Rettangoli													
elemento		Datai		Area, momenti del primo e secondo ordine									
		y1	y2	z1	z2	t	yG	I	A	Sy	Sz	Iy	Iz
		y1	y2	z1	z2	t	yG	I	A	Sy	Sz	Iy	Iz
1	113.75	118.75	2.5	118.75	33.8	84.4	1951	10020	8009	44	506646	448159	
	6.25	40		23.13									
2	6.25	113.75	2.5	60.00	107.5	268.8	336	16125	140	258812	2620872	312444	
	1.25	1.25		1.25									
3	1.25	1.25	2.5	1.25	187.5	468.8	46875	586	1373291	244	1373291	933643	
	6.25	193.75		10.00									
4	6.25	113.75	2.5	60.00	107.5	268.8	53414	16125	140	258812	2620872	312444	
	198.75	198.75		198.75									
5	118.75	118.75	2.5	118.75	33.8	84.4	14524	10020	8009	44	506646	448159	
	193.75	340		175.88									
Raccordi circolari													
elemento		Datai		Area, momenti del primo e secondo ordine									
		y1	y2	z1	z2	r	yG	α1 [rad]	A	Sy	Sz	Iy	Iz
		y1	y2	z1	z2	r	yG	α1 [rad]	A	Sy	Sz	Iy	Iz
1	113.75	0	2.3125	116.99	0	18.2	55	2125	49	179092	91905		
	6.25	90	5	3.01	1.57								
2	6.25	90	2.3125	3.01	1.57	18.2	55	55	49	179092	33417		
	6.25	180	5	3.01	3.14								
3	6.25	180	2.3125	3.01	3.14	18.2	3578	55	49	179092	33417		
	193.75	270	5	196.99	4.71								
4	113.75	270	2.3125	116.99	4.71	18.2	3578	2125	49	179092	91905		
	193.75	345	5	196.99	9.42								

Esempio - sezione C 200x120x2.5

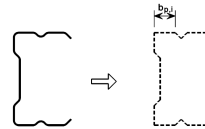


Vedi file Instabilità locale, foglio Sezione

Valutazione delle caratteristiche geometriche della sezione

Alternativa 1 (Eurocodice 8)

- Considerare la sezione idealizzata ottenuta da quella curvilinea eliminando i raccordi e sostituendoli con spigoli vivi, valutarne le proprietà ($A_{g,sh}$ $I_{g,sh}$) e poi ridurre i valori così trovati



$$\delta = 0,43 \frac{\sum_{i=1}^n r_i \frac{\phi_i}{90^\circ}}{\sum_{i=1}^m l_{p,i}} \quad A_g \approx A_{g,sh} (1 - \delta)$$

$$I_g \approx I_{g,sh} (1 - 2\delta)$$

r raggio interno
 ϕ angolo tra gli elementi

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.1

Valutazione delle caratteristiche geometriche della sezione

Alternativa 1 (Eurocodice 8)

- Considerare la sezione idealizzata ottenuta da quella curvilinea eliminando i raccordi e sostituendoli con spigoli vivi, valutarne le proprietà e poi ridurre i valori così trovati

Alternativa 2

- Considerare la sezione curvilinea costituita dalla linea media, valutarne le proprietà e poi moltiplicarle per lo spessore (assunto unico per tutti i tratti)

Acciaio tensioni di riferimento

- La normativa europea (Eurocodice 3, parte 1-3) distingue:
 - f_{yb} tensione di snervamento del materiale base
 - f_{ya} tensione media di snervamento
- La distinzione nasce dal fatto che il processo di piegatura produce un incrudimento nelle zone piegate

Acciaio tensioni di riferimento

- Tensione media di snervamento

$$f_{ya} = f_{yb} + (f_u - f_{yb}) \frac{k n t^2}{A_g} \quad \text{ma} \quad f_{ya} \leq \frac{f_u + f_{yb}}{2}$$

con

k coefficiente funzione del tipo di processo di piegatura

$k=7$ per piegatura in continuo

$k=5$ per altri tipi di piegatura

n numero degli angoli a 90° presenti nella sezione aventi un raggio di curvatura minore di $5 t$

t spessore della lamiera prima della formatura (mm)

A_g area geometrica della sezione trasversale

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 3.2.2

Acciaio tensioni di riferimento - esempio

- Tensione media di snervamento

profilo a C con irrigidimenti (200x120x2.5)

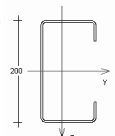
$k=5$

$n=4$

$t=2.5$ mm

$A_g=1247.6$ mm²

Acciaio S235 ($f_{yb}=235$ MPa, $f_u=360$ MPa)



$$f_{ya} = 235 + (360 - 235) \frac{5 \times 4 \times 2.5^2}{1247.6} = 247.52 \text{ MPa}$$

Acciaio tensioni di riferimento

- La tensione media di snervamento si può usare quando la sezione non risente di problemi di instabilità locale:
 - aste tese
 - aste compresse, ma con sezione tutta efficace
 - aste inflesse, ma con ali tutte efficaci
- Nota: il concetto di "sezione efficace", legato all'instabilità locale, sarà esposto più avanti
- Altrimenti si usa la tensione di snervamento del materiale base

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 3.2.2

Problemi specifici dei profili sottili

- instabilità locale
 - si manifesta con ondulazioni delle parti della sezione soggette a compressione, con lunghezza d'onda dello stesso ordine di grandezza della larghezza della parte instabilizzata
 - limita la resistenza e la duttilità e riduce la rigidezza dell'asta
 - i suoi effetti possono cumularsi a quelli dell'instabilità globale

Problemi specifici dei profili sottili

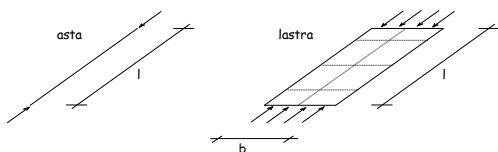
- bassa rigidezza torsionale
 - è dovuta alla piccolezza dello spessore ed alla forma quasi sempre aperta della sezione
 - in molti casi il comportamento è ulteriormente peggiorato dalla mancanza di assi di simmetria
- ridotta resistenza al rifollamento nei collegamenti bullonati
 - porta problemi alla progettazione dei giunti, che possono essere condizionanti nel progetto della membratura
- sensibilità alla corrosione
 - superabile con opportuno trattamento della superficie (zincatura, ecc.)

Instabilità locale

Instabilità di un'asta o una lastra compressa

asta elemento monodimensionale
vincolata agli estremi in modo da consentire spostamenti solo nella direzione del carico

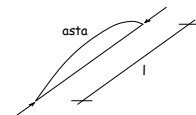
lastra elemento bidimensionale
vincolata lungo i bordi in modo da consentire spostamenti solo nella direzione del carico



Carico critico di un'asta compressa

asta ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- la deformata critica è un'unica onda, con semi-lunghezza d'onda pari alla lunghezza dell'asta l



Carico critico di un'asta compressa

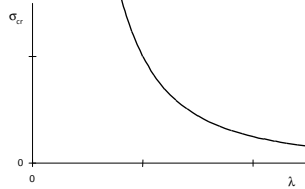
asta ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

La teoria, sviluppata da Eulero, fornisce

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 A} = \frac{\pi^2 E}{(l/i)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

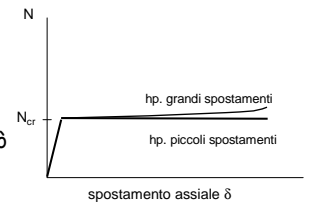
$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad \lambda = \frac{l}{i}$$



Comportamento post-critico di un'asta compressa

asta ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

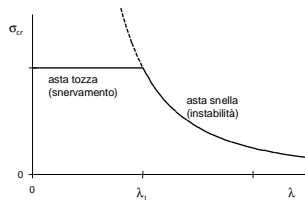
- quando si raggiunge il carico critico si hanno spostamenti trasversali molto grandi per piccolissimi incrementi di carico
- in pratica il carico non può aumentare ulteriormente e la rigidità assiale si può considerare nulla



Carico critico di un'asta compressa

asta perfetta ma di materiale elastico-perfettamente plastico

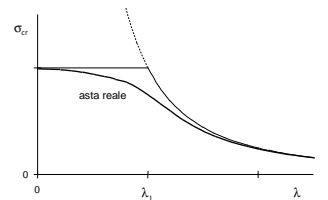
- la tensione critica non può superare la tensione di snervamento
- aste tozze: si snervano prima di instabilizzarsi
- aste snelle: si instabilizzano in campo elastico
- il limite è costituito dalla snellezza λ_1 che corrisponde alla tensione di snervamento $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$



Carico critico di un'asta compressa

asta reale con imperfezioni e costituita da materiale elastico-perfettamente plastico

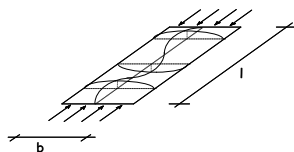
- la tensione critica è minore di quella che si avrebbe nel caso di asta perfetta
- il comportamento post-critico è comunque analogo a quello dell'asta perfetta



Carico critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- le ondulazioni che si formano hanno una lunghezza d'onda comparabile con la larghezza b



Carico critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- tenendo conto che

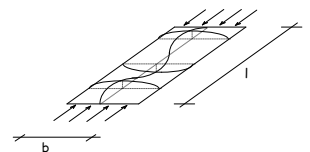
$$A = b t \quad I = \frac{b t^3}{12}$$

si ha

$$N_{cr} = \frac{k \pi^2 EI}{(1 - \nu^2) b^2} = \frac{k \pi^2 E t^3}{12 (1 - \nu^2) b}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12 (1 - \nu^2) (b/t)^2}$$

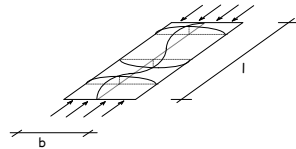
$$k = \left(\frac{l}{m b} \right)^2 + 2 + \left(\frac{m b}{l} \right)^2 \quad m = \text{numero di semi-onde} \quad \text{per } l > 4 b \quad k \rightarrow 4$$



Comportamento post-critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- quando si raggiunge il carico critico lo sbandamento fuori piano causa l'allungamento delle fibre trasversali, che tendono quindi a limitarlo grazie alla loro rigidità estensionale

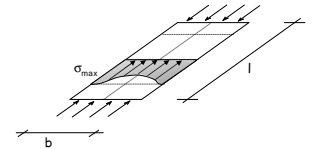


- per questo motivo:
 - è possibile aumentare ulteriormente il carico

Comportamento post-critico di una lastra compressa

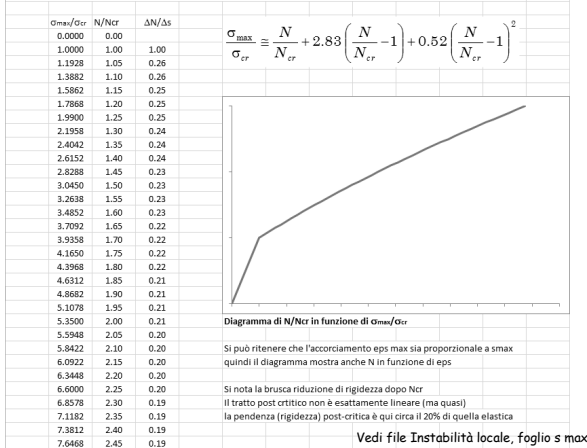
lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- per $N > N_{cr}$
 - le fibre longitudinali più vicine al bordo, più vincolate, sono più rigide di quelle centrali e portano un carico maggiore
 - il diagramma delle tensioni in mezzeria non è uniforme, ma ha un valore massimo in prossimità dei bordi e minimo al centro



$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{cr}} \equiv \frac{N}{N_{cr}} + 2.83 \left(\frac{N}{N_{cr}} - 1 \right) + 0.52 \left(\frac{N}{N_{cr}} - 1 \right)^2$$

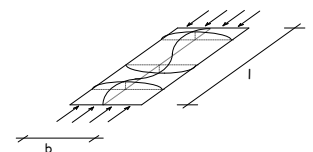
Tensione massima (σ_{max}) rispetto a quella critica (σ_{cr}) calcolata in funzione di N (diviso N_{cr})



Comportamento post-critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- quando si raggiunge il carico critico lo sbandamento fuori piano causa l'allungamento delle fibre trasversali, che tendono quindi a limitarlo grazie alla loro rigidità estensionale

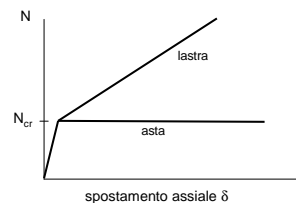


- per questo motivo:
 - è possibile aumentare ulteriormente il carico
 - la rigidità assiale della lastra si riduce (fino al 40% del valore iniziale) ma non si annulla

Comportamento post-critico di una lastra compressa

lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

- quando si raggiunge il carico critico lo sbandamento fuori piano causa l'allungamento delle fibre trasversali, che tendono quindi a limitarlo grazie alla loro rigidità estensionale

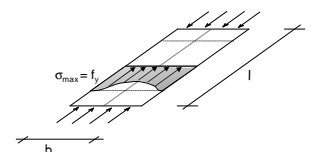


- per questo motivo:
 - è possibile aumentare ulteriormente il carico
 - la rigidità assiale della lastra si riduce (fino al 40% del valore iniziale) ma non si annulla

Carico massimo di una lastra compressa

lastra perfetta ma di materiale elastico-perfettamente plastico

- il carico massimo corrisponde al raggiungimento della tensione di snervamento nella fibra più sollecitata

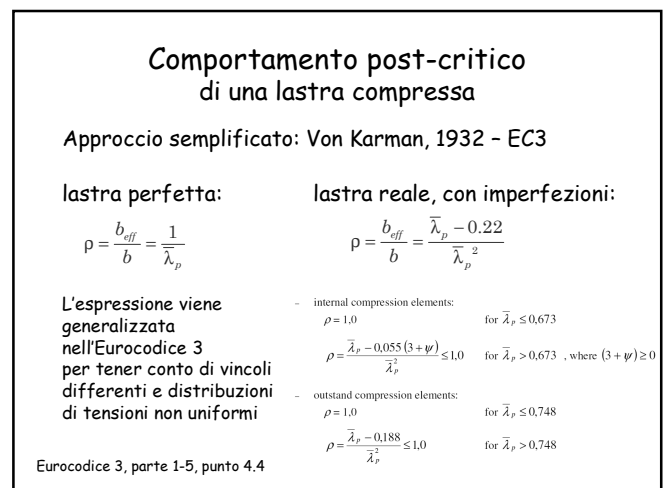
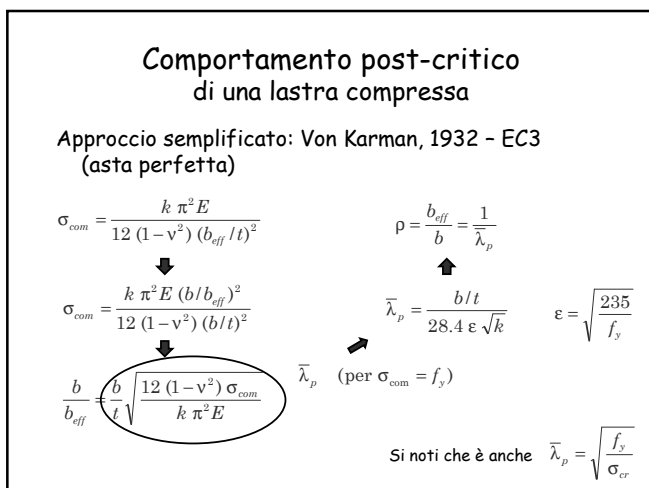
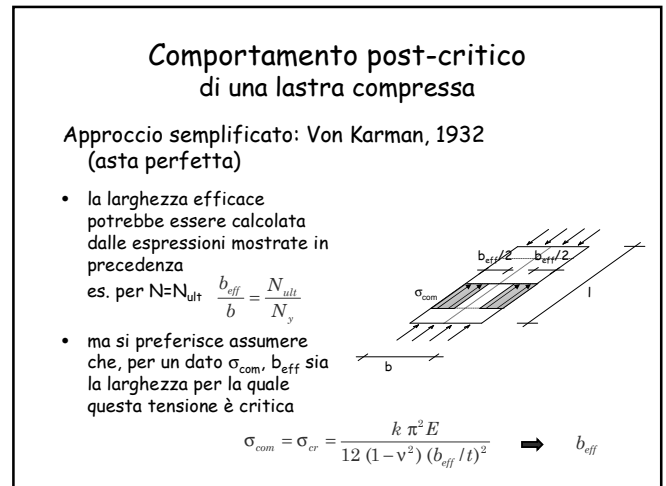
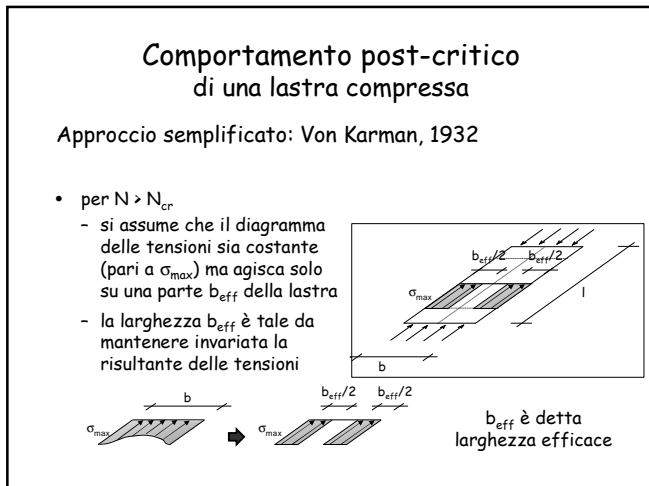
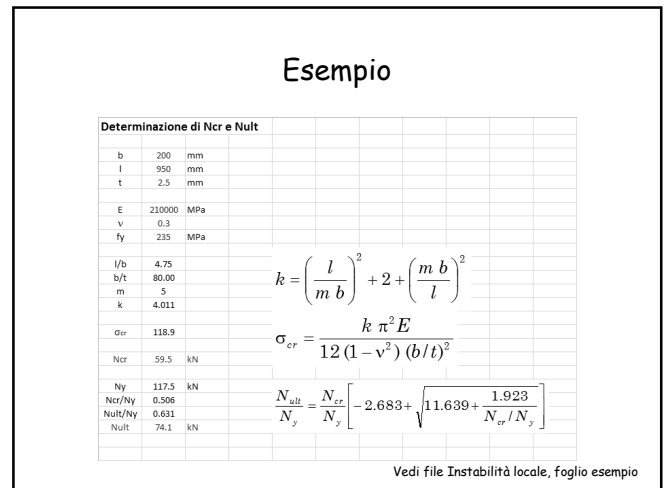
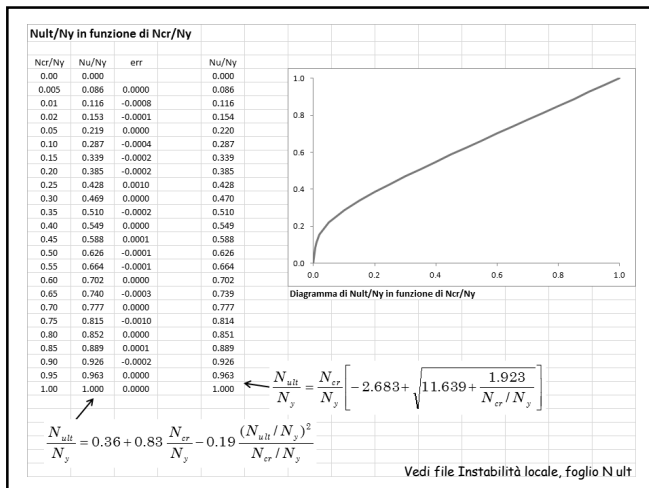


$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{cr}} \equiv \frac{N}{N_{cr}} + 2.83 \left(\frac{N}{N_{cr}} - 1 \right) + 0.52 \left(\frac{N}{N_{cr}} - 1 \right)^2$$



$$\frac{N_{ult}}{N_y} = 0.36 + 0.83 \frac{N_{cr}}{N_y} - 0.19 \frac{(N_{cr}/N_y)^2}{N_{cr}/N_y}$$

$$\frac{N_{ult}}{N_y} = \frac{N_{cr}}{N_y} \left[-2.683 + \sqrt{11.639 + \frac{1.923}{N_{cr}/N_y}} \right]$$



Indicazioni di normativa Eurocodice 3, parte 1-5, punto 4.4

Table 4.1: Internal compression elements

Stress distribution (compression positive)	Effective ^a width b_{eff}
	$\psi = 1$ $b_{eff} = \rho \cdot \bar{b}$ $b_{c1} = 0,5 \cdot b_{eff}$ $b_{c2} = 0,5 \cdot b_{eff}$ $1 \geq \psi \geq 0$
	$b_{eff} = \rho \cdot \bar{b}$ $b_{c1} = \frac{2}{5 - \psi} \cdot b_{eff}$ $b_{c2} = b_{eff} - b_{c1}$
	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot \bar{b} \cdot (1 - \psi)$ $b_{c1} = 0,4 \cdot b_{eff}$ $b_{c2} = 0,6 \cdot b_{eff}$
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1 1 > ψ > 0 0 0 > ψ > -1 -1 -1 > ψ > -3
Buckling factor k_σ	4,0 8,2 / (1,05 + ψ) 7,81 7,81 - 6,29 ψ + 9,78 ψ^2 23,9 5,98 (1 - ψ) ²

Table 4.2: Outstand compression elements

Stress distribution (compression positive)	Effective ^a width b_{eff}
	$1 \geq \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho \cdot c$
	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot c \cdot (1 - \psi)$
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1 0 -1 1 > ψ > -3
Buckling factor k_σ	0,43 0,57 0,85 0,57 - 0,21 ψ + 0,07 ψ^2
	$1 \geq \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho \cdot c$
	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot c \cdot (1 - \psi)$
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1 1 > ψ > 0 0 0 > ψ > -1 -1
Buckling factor k_σ	0,43 0,578 / (ψ + 0,34) 1,70 1,7 - 5 ψ + 17,1 ψ^2 23,8

Comportamento post-critico di una lastra compressa

Approccio semplificato: Von Karman, 1932 - EC3

Per elementi soggetti a tensioni < f_y si usa

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{com,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}}$$

con la stessa espressione di ρ $\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{\bar{\lambda}_{p,red} - 0,22}{\bar{\lambda}_{p,red}^2}$

precedenti versioni dell'EC3 consideravano troppo cautelativa l'espressione e suggerivano

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{\bar{\lambda}_{p,red} - 0,22}{\bar{\lambda}_{p,red}^2} + 0,18 \frac{\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p,red}}{\bar{\lambda}_p - 0,6}$$

Eurocodice 3, parte 1-5, punto 4.4

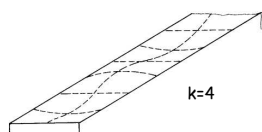
Comportamento post-critico di una lastra compressa

Differenti possibili approcci semplificati:

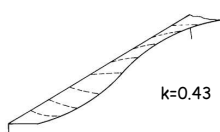
- larghezza efficace
 - è l'approccio base, il più utilizzato
- spessore efficace
 - è usato per ridurre il contributo degli irrigidimenti nella parte 1-3 dell'Eurocodice 3
 - è usato diffusamente nell'Eurocodice 9 (alluminio)
- area efficace
 - è citato come approccio generale nella parte 1-5 dell'Eurocodice 3
- tensione ridotta
 - era usato nel passato

Lastra con un bordo longitudinale libero

- il comportamento è analogo a quello della lastra in cui entrambi i bordi longitudinali sono vincolati, ma il suo carico critico è molto più basso
- la tensione critica può essere calcolata con le stesse espressioni valide per lastra vincolata a entrambi i bordi, ponendo però $k=0.43$



vincolata su due lati



vincolata su un solo lato

Esempio

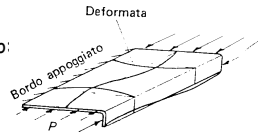
Larghezza efficace			
lastra vincolata su due bordi longitudinali		lastra con un bordo longitudinale libero	
b	200 mm	b	100 mm
t	2,5 mm	t	2,5 mm
k	4	k	0,43
E	210000 MPa	E	210000 MPa
v	0,3	v	0,3
f _y	235 MPa	f _y	235 MPa
b/t	80	b/t	40
EC3			
per $\sigma_{max}=f_y$		per $\sigma_{max}=f_y$	
in assenza di imperfezioni		in assenza di imperfezioni	
λ_p	1,408	λ_p	2,148
b_{eff}/b	0,710	b_{eff}/b	0,466
per $\sigma_{max}=0,5 f_y / \eta_{MO}$		per $\sigma_{max}=0,5 f_y / \eta_{MO}$	
$\lambda_{p,red}$	0,996	$\lambda_{p,red}$	1,519
b_{eff}/b	1,000	b_{eff}/b	0,658
	0,782		0,563

Vedi file Instabilità locale, foglio b eff

Lastre molto snelle

- per annullare o limitare la riduzione del carico critico (e quindi della capacità portante) si possono aggiungere degli irrigidimenti

- per lastre con un bordo libero: irrigidimenti di bordo



- per tutte le lastre: irrigidimenti intermedi

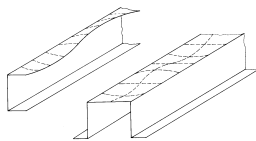


occorre verificare l'efficacia degli irrigidimenti (controllare che non vadano in carico critico)

Profili sottili

Schematizzazione

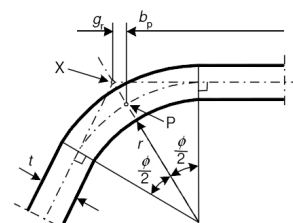
- per l'analisi dell'instabilità locale i profilati a freddo si considerano composti da un insieme di lastre piane mutuamente collegate lungo i bordi comuni



- per semplicità si assume che i bordi siano semplici appoggi, trascurando il possibile vincolo mutuo alla rotazione
- in presenza di irrigidimenti di bordo o intermedi occorre verificare l'efficacia dell'irrigidimento, cioè la sua capacità di impedire spostamenti

Larghezza

- per l'Eurocodice 3 la larghezza geometrica è indicata col simbolo b_p ed è misurata dal punto medio del raccordo d'angolo



X | intersezione delle linee medie

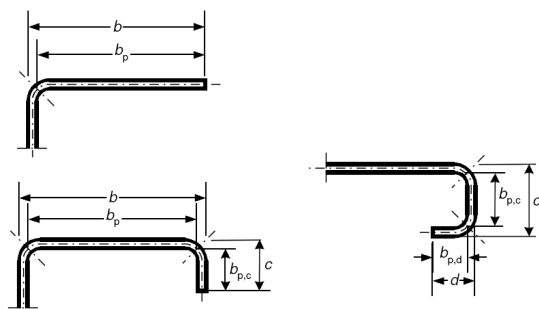
P | punto medio del raccordo

$$r_m = r + t / 2$$

$$g_r = r_m \left(\tan\left(\frac{\phi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right)$$

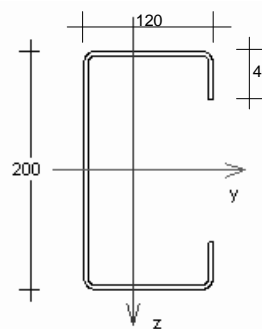
Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.1

Larghezza



Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.1

Esempio profilo a C 200 x 120 x 2.5



raggio interno di curvatura
 $r = 1.5 t = 3.75 \text{ mm}$

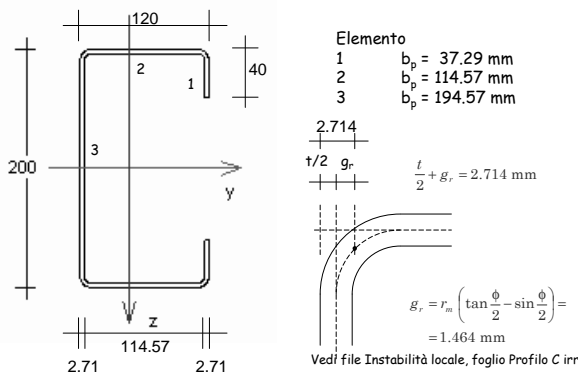
raggio medio
 $r_m = r + t / 2 = 5.0 \text{ mm}$

angolo
 $\phi = 90^\circ$

$t/2$ g_r

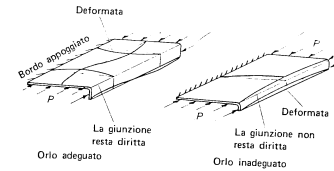
$$g_r = r_m \left(\tan\left(\frac{\phi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) = 1.464 \text{ mm}$$

Esempio profilo a C 200 x 120 x 2.5



Efficacia degli irrigidimenti di bordo

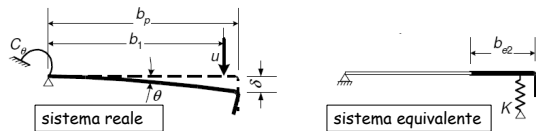
- Un elemento vincolato da un irrigidimento fornisce la stessa resistenza di un elemento con bordo fisso solo se l'irrigidimento si mantiene rettilineo



- dimensione c consigliata dell'irrigidimento di bordo affinché sia efficace:
 $c \geq b / 5$ e $c \leq 10 t$

Efficacia degli irrigidimenti di bordo

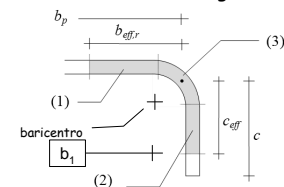
- L'irrigidimento può essere considerato come un'asta compressa, che potrebbe instabilizzarsi; essa è però vincolata elasticamente al resto del profilo (come se fosse quindi un'asta su suolo alla Winkler) e ciò riduce il rischio di instabilità



- La molla ha rigidezza (per unità di lunghezza)
 $K_1 = u / \delta$

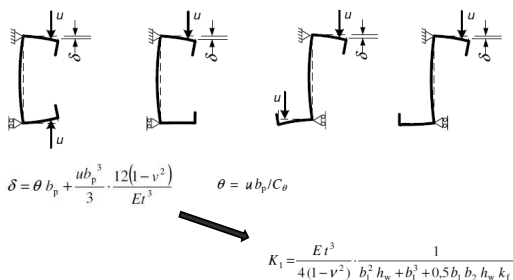
Sezione dell'irrigidimento di bordo

- Nel valutare l'efficacia (e il rischio di instabilità) dell'irrigidimento, lo si deve vedere come un'asta la cui sezione è costituita da tre parti:
 - parte efficace dell'elemento dal lato dell'irrigidimento
 - parte efficace dell'irrigidimento
 - raccordo circolare tra elemento e irrigidimento



Rigidezza della molla per unità di lunghezza

- Deve essere calcolata con lo schema:



Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.5.3.1

Rigidezza della molla per unità di lunghezza

- Dall'espressione generale si ricava
- per sezioni a C o Z

$$K_1 = \frac{E t^3}{4 b_1^2 (1-\nu^2) (b_1 + 1.5 h)} \quad \text{in caso di compressione}$$

$$K_1 = \frac{E t^3}{4 b_1^2 (1-\nu^2) (b_1 + h)} \quad \text{in caso di flessione}$$

- per sezioni a L irrigidite

$$C_1 = \frac{0.25 E t^3}{b^2 (1-\nu^2) (\delta + h)}$$

in caso di flessione nel piano $x-y$, con fibre superiori tese

$$C_2 = \frac{0.25 E t^3}{b^2 (1-\nu^2) (\delta + h)}$$

in caso di flessione nel piano $x-z$, con fibre di destra tese

- per sezioni a omega e per lamiera grecata

$$C_1 = \frac{0.25 E t^3}{b^2 (1-\nu^2) (\delta + 15h)}$$

in caso di compressione

$$C_2 = \frac{0.25 E t^3}{b^2 (1-\nu^2) (\delta + h)}$$

in caso di flessione

Carico critico dell'irrigidimento

- Il carico critico di una trave elastica su suolo elastico alla Winkler vale:

$$N_{cr} = 2 \sqrt{K E I_s} \quad \sigma_{cr} = \frac{2 \sqrt{K E I_s}}{A_s}$$

con A_s I_s area e momento d'inertia della sezione della trave (ovvero in questo caso dell'irrigidimento)

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.5.3.2

Procedimento fase 1

- Assegnare la distribuzione di tensioni (inizialmente $\sigma_{com,Ed} = f_y / \gamma_{M0}$)
- Determinare i valori di b_{e1} e b_{e2} per l'ala con le formule usuali

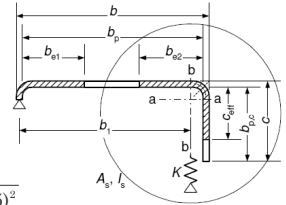
- Determinare il valore di c_{eff} con le formule usuali, ma prendendo

- se $b_{p,c}/b_p \leq 0.35$

$$k_e = 0.5$$

- se $0.35 < b_{p,c}/b_p \leq 0.6$

$$k_e = 0.5 + 0.83 \sqrt{(b_{p,c}/b_p - 0.35)^2}$$



Procedimento fase 2

- Determinare le proprietà geometriche della sezione dell'irrigidimento (A_s I_s)
- Determinare la tensione critica in campo elastico dell'irrigidimento ($\sigma_{cr,s}$)
- Determinare la snellezza relativa

$$\bar{\lambda}_{d1} = \sqrt{f_{yb} / \sigma_{cr,s}}$$

- Determinare il coefficiente di riduzione

$$\chi_{d1} = 1.0 \quad \text{se } \bar{\lambda}_{d1} \leq 0.65$$

$$\chi_{d1} = 1.47 - 0.723 \bar{\lambda}_{d1} \quad \text{se } 0.65 \leq \bar{\lambda}_{d1} \leq 1.38$$

$$\chi_{d1} = 0.66 / \bar{\lambda}_{d1} \quad \text{se } \bar{\lambda}_{d1} \geq 1.38$$

Procedimento fase 3

- Se si è trovato $\chi_d < 1$ occorre considerare per l'irrigidimento un'area ridotta

$$A_{s,red} = \chi_d A_s \frac{f_y / \gamma_{M0}}{\sigma_{com,Ed}}$$

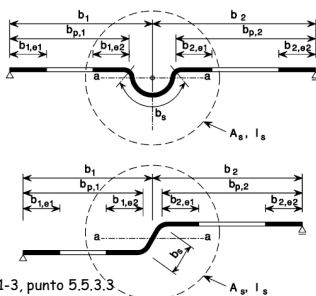
si può assumere che il momento d'inertia I_s vari nella stessa proporzione e che il baricentro della sezione rimanga inalterato; in pratica si assume che si abbia una riduzione di spessore dell'irrigidimento, cioè $t_{red} = t A_{s,red} / A_s$

- È opportuno iterare il procedimento considerando una nuova tensione massima

$$\sigma_{com,Ed} = \chi_d f_y / \gamma_{M0}$$

Efficacia degli irrigidimenti intermedi

- Si procede in maniera analoga anche per gli irrigidimenti intermedi



$$K = \frac{E t^3 (b_1 + b_2)}{4 (1 - \nu^2) b_1^2 b_2^2}$$

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 5.5.3.3

Caratteristiche di sollecitazioni resistenti per i profili sottili

Trazione

- Non si hanno problemi di instabilità locale
- Si può usare la tensione di snervamento media nella sezione f_{ya}
- La resistenza a trazione vale

$$N_{t,Rd} = A_g \frac{f_{ya}}{\gamma_{M0}}$$

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 6.1.2

Trazione esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Sezione geometrica				
A	1247.6	mm ²	γ_{M0}	1.05
I _y	8311935	mm ⁴	s	1.000
I _z	2705494	mm ⁴	f _{yb} /γ _{M0}	223.8
f _{yb}	235	MPa	Resistenza a trazione N _{t,Rd}	
f _u	360	MPa		
f _{ya}	247.52	MPa		

$$A_g = 1247.6 \text{ mm}^2$$

$$f_{ya} = 247.5 \text{ MPa}$$

$$N_{t,Rd} = 1247.6 \times \frac{247.5}{1.05} \times 10^{-3} = 249.1 \text{ kN}$$

Vedi file Instabilità locale, foglio Profilo C irr

Compressione in assenza di instabilità dell'asta

- Si deve valutare l'area efficace, tenendo conto dell'instabilità locale
- Si deve usare la tensione di snervamento del materiale base f_{yb}
- La resistenza a compressione vale

$$N_{c,Rd} = A_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_{M0}}$$

Nota:
se il baricentro della sezione efficace non coincide con quello della sezione geometrica si deve tener conto del momento corrispondente a questa eccentricità

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 6.1.3

Compressione in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

elemento 1 irrigidimento superiore				
yP1	118.75	mm	σ1	223.81 MPa
zP1	6.25	mm	σ2	223.81 MPa
yP2	118.75	mm		
zP2	40	mm	k	0.430
bp	37.29	mm	p	0.906
λ _p	0.801		beff	33.77 mm
λ _{p,red}	0.801			
elemento 2 ala superiore				
yP1	6.25	mm	σ1	223.81 MPa
zP1	1.25	mm	σ2	223.81 MPa
yP2	113.75	mm		
zP2	1.25	mm	k	4.000
bp	114.57	mm	p	0.901
λ _p	0.807		be1	51.64 mm
λ _{p,red}	0.807		be2	51.64 mm
elemento 3 anima				
yP1	1.25	mm	σ1	223.81 MPa
zP1	6.25	mm	σ2	223.81 MPa
yP2	1.25	mm	bc	194.57 mm
zP2	193.75	mm	k	4.000
bp	194.57	mm	p	0.613
λ _p	1.370		be1	59.60 mm
λ _{p,red}	1.370		be2	59.60 mm

Caratteristica di sollecitazione

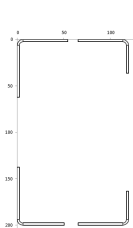
(1=compressione, 2=flessione M/V)

Si determina per ogni elemento la larghezza efficace

Vedi file Instabilità locale, foglio Profilo C irr

Compressione in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo



$$N_{c,Rd} = 976.3 \times \frac{235}{1.05} \times 10^{-3} = 218.5 \text{ kN}$$

Nota:
Nel foglio Excel non si è valutata la riduzione di efficacia degli irrigidimenti; tenendone conto la resistenza si riduce a 207.8 kN

EFFECTIVENESS OF EDGE STIFFENERS

Edge stiffener for element 2
spring stiffness: k = 0.1690 MPa
geometrical data: A_{st} = 219.0 mm² I_x = 28453 mm⁴
y_{bc} = 102.66 mm z_{bc} = 190.98 mm
buckling stress: σ₁ = 231.52 MPa
reduction: λ_{st} = 0.8978 χ₁ = 0.7974 χ_{1R} = 0.8373

yG	52.3	mm	A	S _y	S _z	hyG	lzG
zG	99.1	mm	976.3	96762	51058	7518147	2184239
			mm ²	mm ³	mm ³	mm ⁴	mm ⁴

Vedi file Instabilità locale, foglio GeomSezE

Compressione in presenza di instabilità dell'asta

- Si utilizza l'approccio usuale per i profili non sottili, usando però i dati della sezione efficace

$$N_{b,Rd} = \chi A_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_{M0}}$$

EVALUATION OF DESIGN BUCKLING RESISTANCE		[6.2]
area of the gross section:	A _g	1248 mm ²
area of the effective section:	A _{eff}	928 mm ²
reduction factor:	β _{eff}	0.7441
x-z plane:		
buckling length:	l	4.00 m
radius of gyration of gross cross-section:	i	61.62 mm
slenderness:	λ	65.01
relative slenderness:	λ _{rel}	0.4501
imperfection factor:	α	0.34
reduction factor:	χ	0.9057
x-y plane:		
buckling length:	l	4.00 m
radius of gyration of gross cross-section:	i	46.57 mm
slenderness:	λ	85.90
relative slenderness:	λ _{rel}	0.7890
imperfection factor:	α	0.34
reduction factor:	χ	0.7312
lowest value of χ:	χ _{min}	0.7312
Design buckling resistance:	N _{b,Rd}	151.93 kN

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 6.2.2

Flessione in assenza di instabilità dell'asta

- Si deve valutare l'area efficace, tenendo conto dell'instabilità locale (in genere in maniera iterativa)
- Si deve usare la tensione di snervamento del materiale base f_{yb}
- La resistenza a flessione vale

$$M_{c,Rd} = W_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_{M0}}$$

Nota:

La necessità di iterare nasce dal fatto che il baricentro della sezione efficace non coincide con quello della sezione geometrica

Eurocodice 3, parte 1-3, punto 6.1.3

Flessione in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Primo tentativo

- si considera la posizione dell'asse neutro a metà altezza ($x = 100$ mm)

elemento 1		irrigidimento superiore	
yP1	118.75 mm	o1	220.49 MPa
yP2	6.25 mm	o2	155.98 MPa
yP3	118.75 mm		
h	40 mm	k	0.802
h ₀	37.29 mm	p	1.000
i _y	0.877 mm	ba1	37.29 mm
i _{y,red}	0.877 mm		

elemento 2		ala superiore	
yP1	6.25 mm	o1	223.81 MPa
yP2	1.25 mm	o2	223.81 MPa
yP3	113.75 mm		
h	12.5 mm	k	4.000
h ₀	124.57 mm	p	0.901
i _y	0.807 mm	ba1	51.64 mm
i _{y,red}	0.807 mm	ba2	51.64 mm

elemento 3		anima	
yP1	1.25 mm	o1	220.49 MPa
yP2	6.25 mm	o2	220.49 MPa
yP3	1.25 mm	ba	37.29 mm
h	193.75 mm	k	23.880
h ₀	194.57 mm	p	1.000
i _y	0.901 mm	ba1	18.91 mm
i _{y,red}	0.901 mm	ba2+ba1	155.66 mm

Caratteristica di sollecitazione		2	
(1=compressione, 2= flessione M+)			
posizione asse neutro	z	100 mm	
ds/dz	2.266 MPa		

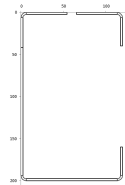
Vedi file Instabilità locale, foglio Profilo C irr

Flessione in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Primo tentativo

- si considera la posizione dell'asse neutro a metà altezza ($x = 100$ mm)



Il baricentro della sezione efficace è a $x=102.3$ mm

yG	45.5 mm	A	Sy	Sz		lyG	lzG
zG	102.3 mm	1219.4	124730	55540		8030110	2699411
		mm ²	mm ³	mm ³		mm ⁴	mm ⁴

Vedi file Instabilità locale, foglio GeomSezE

Flessione in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Secondo tentativo

- si considera la posizione dell'asse neutro a $x = 102.3$ mm

elemento 1		irrigidimento superiore	
yP1	118.75 mm	o1	220.57 MPa
yP2	6.25 mm	o2	137.38 MPa
yP3	118.75 mm		
h	40 mm	k	0.597
h ₀	37.29 mm	p	0.999
i _y	0.880 mm	ba1	27.24 mm
i _{y,red}	0.875 mm		

elemento 2		ala superiore	
yP1	6.25 mm	o1	223.81 MPa
yP2	1.25 mm	o2	223.81 MPa
yP3	113.75 mm		
h	12.5 mm	k	4.000
h ₀	124.57 mm	p	0.901
i _y	0.807 mm	ba1	51.64 mm
i _{y,red}	0.807 mm	ba2	51.64 mm

elemento 3		anima	
yP1	1.25 mm	o1	220.57 MPa
yP2	6.25 mm	o2	220.57 MPa
yP3	1.25 mm	ba	39.38 mm
h	193.75 mm	k	22.907
h ₀	194.57 mm	p	1.000
i _y	0.937 mm	ba1	19.81 mm
i _{y,red}	0.937 mm	ba2+ba1	124.74 mm

Caratteristica di sollecitazione		2	
(1=compressione, 2= flessione M+)			
posizione asse neutro	z	102.3 mm	
ds/dz	2.215 MPa		

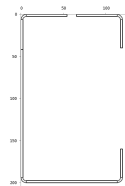
Vedi file Instabilità locale, foglio Profilo C irr

Flessione in assenza di instabilità dell'asta - esempio

- Sezione C 200x120x2.5 con irrigidimento di bordo

Secondo tentativo

- si considera la posizione dell'asse neutro a $x = 102.3$ mm



$$W_{eff} = \frac{8029848}{102.3} = 78493 \text{ mm}^3$$

$$M_{c,Rd} = 78943 \times \frac{235}{1.05} \times 10^{-6} = 17.57 \text{ kNm}$$

Nota:

Nel foglio Excel non si è valutata la riduzione di efficacia degli irrigidimenti; tenendone conto la resistenza si riduce a 17.38 kNm

yG	45.5 mm	A	Sy	Sz		lyG	lzG
zG	102.3 mm	1219.3	124725	55526		8029848	2698794
		mm ²	mm ³	mm ³		mm ⁴	mm ⁴

Vedi file Instabilità locale, foglio GeomSezE