

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale
e Norme Tecniche per le Costruzioni

Verifica sismica di edifici esistenti in c.a.

11 - Analisi non lineare: verifica in termini di deformazioni

Imola
16-18 maggio 2013
Aurelio Gheresi

Analisi non lineare (pushover)

Ordinanza 3431 e Circolare 2/2/09

Analisi statica non lineare

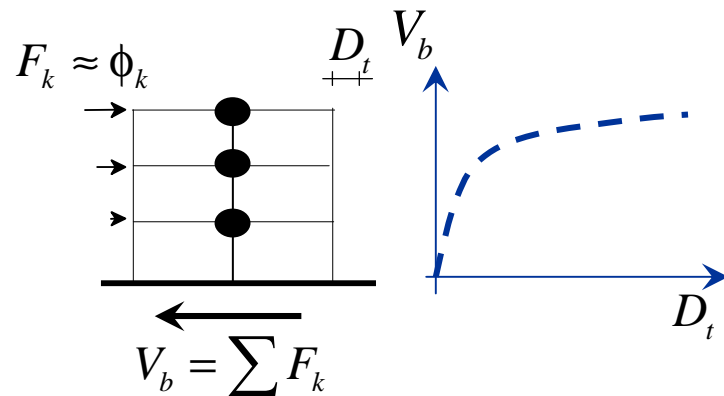
- Si valuta il comportamento non lineare della struttura per forze statiche crescenti
- Si ipotizza che gli spostamenti così ottenuti siano uguali a quelli reali (calcolabili con l'analisi dinamica non lineare)
- È necessario individuare quale sia il valore di a_g che corrisponde ad un assegnato punto della pushover
- Si giudica la struttura confrontando gli spostamenti di calcolo con quelli limite

Analisi statica non lineare

determinazione dello spostamento "richiesto"

Multi Degree of Freedom

Telaio MDOF



Spostamento richiesto (MDOF)

$$D_t = \Gamma D^*$$

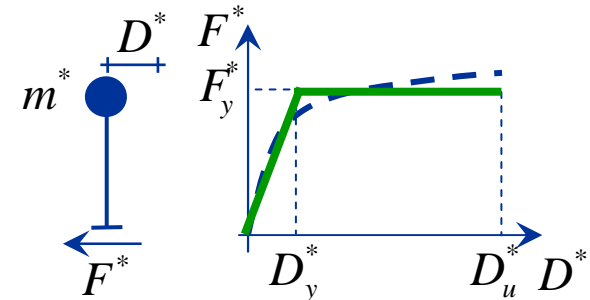
Single Degree of Freedom

Sistema SDOF equivalente

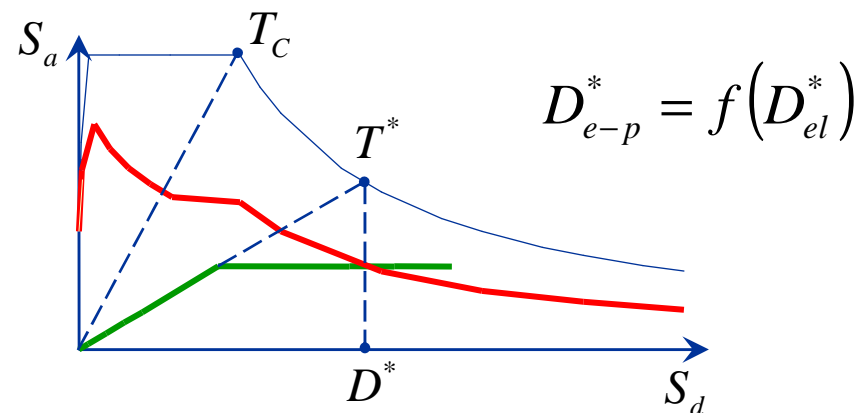
$$m^* = \sum m_k \phi_k$$

$$F^* = \frac{V}{\phi_N \Gamma}$$

$$\Gamma = \frac{\sum m_k \phi_k}{\sum m_k \phi_k^2} \quad D^* = \frac{D}{\phi_N \Gamma}$$



Spostamento richiesto (SDOF)



Proposta alternativa

È veramente necessario passare al sistema SDOF?

Proposta:

determinare lo spostamento richiesto (elasto-plastico) direttamente dallo spostamento (elastico) fornito dall'analisi modale con spettro di risposta del sistema MDOF

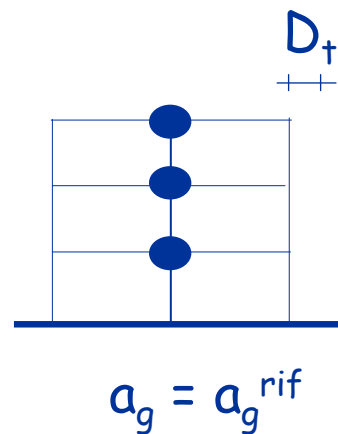
- corretto per tener conto della differenza $D_{e-p} - D_{el}$
- corretto per tener conto della pendenza iniziale della bilineare

Le stesse correzioni fatte nello SDOF

Analisi statica non lineare

1 - analisi modale

- Analisi modale con spettro di risposta (elastica)



$D_{t,el}^{rif}$ spostamento in testa
(el = elastico)

V_b^{rif} taglio al piede

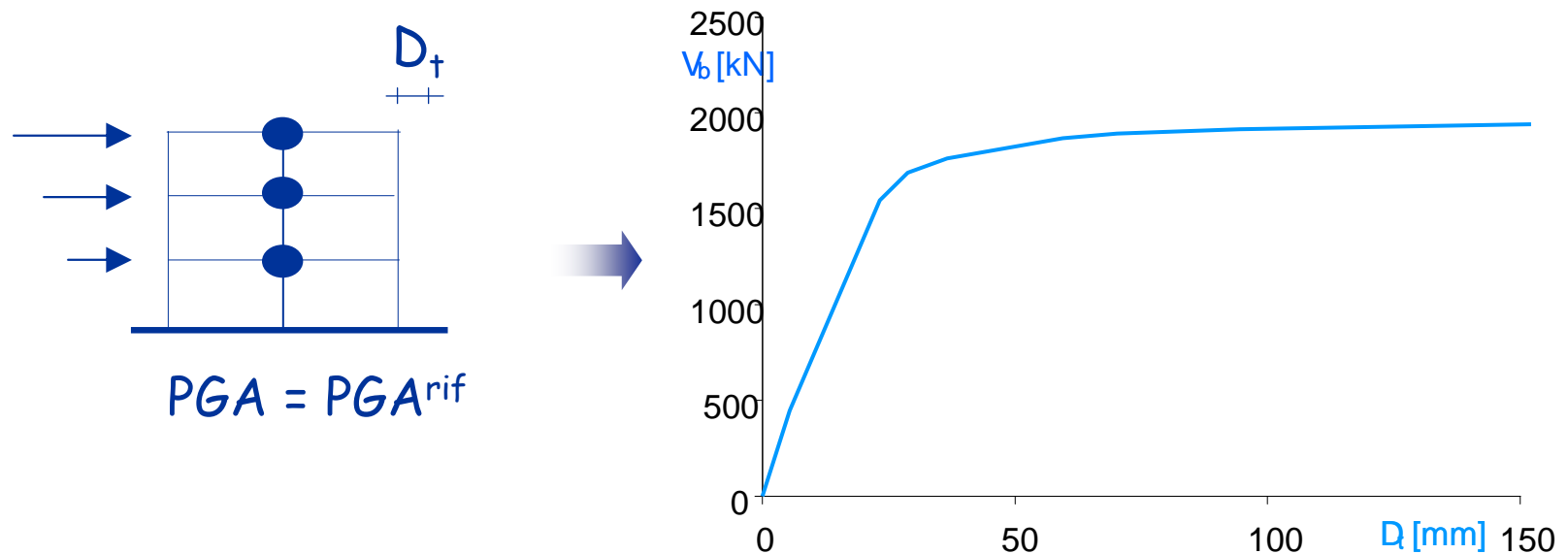
T^{rif} periodo del modo
predominante

Nota: poiché il modello è elastico lineare,
gli spostamenti variano linearmente con PGA

Analisi statica non lineare

2 - analisi incrementale (pushover)

- Applicazione di forze crescenti ad uno schema con possibilità di plasticizzazione

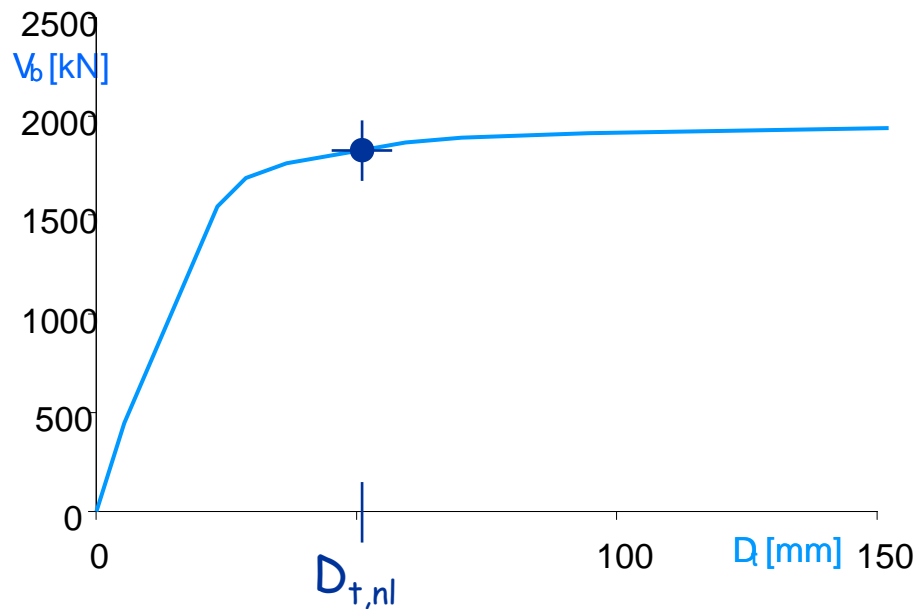


Nota: deve essere fatta due volte,
con due distribuzioni di forze

Analisi statica non lineare

relazione $D_t - a_g$

Quale accelerazione a_g corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,el}}{D_{t,el}^{rif}}$$



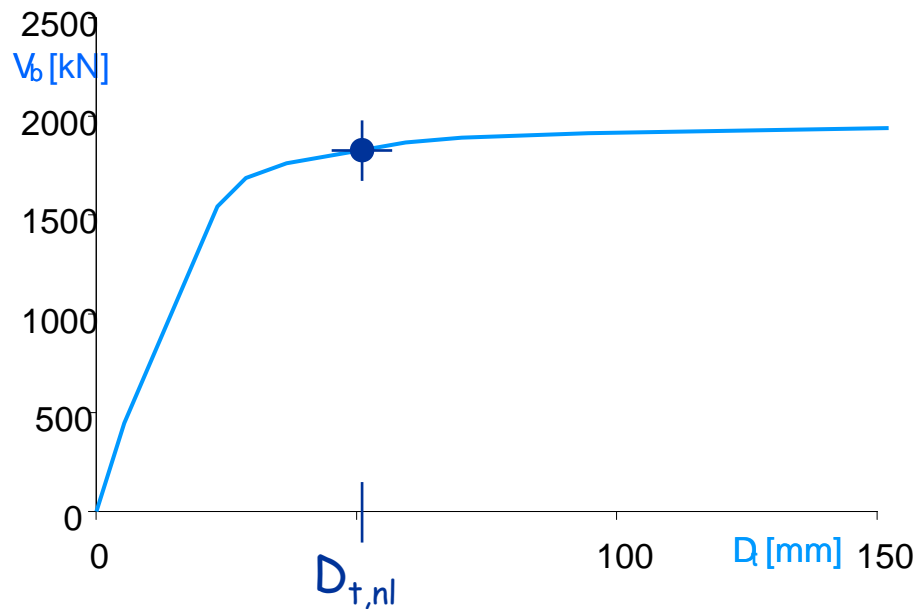
Idea base: uguaglianza di spostamenti

$$D_{t,el} = D_{t,nl}$$

Analisi statica non lineare

relazione $D_t - a_g$

Quale accelerazione a_g corrisponde ad un punto qualsiasi della curva?



Ma in realtà
questo non è
esatto

Occorre
effettuare due
correzioni

Idea base: uguaglianza di spostamenti

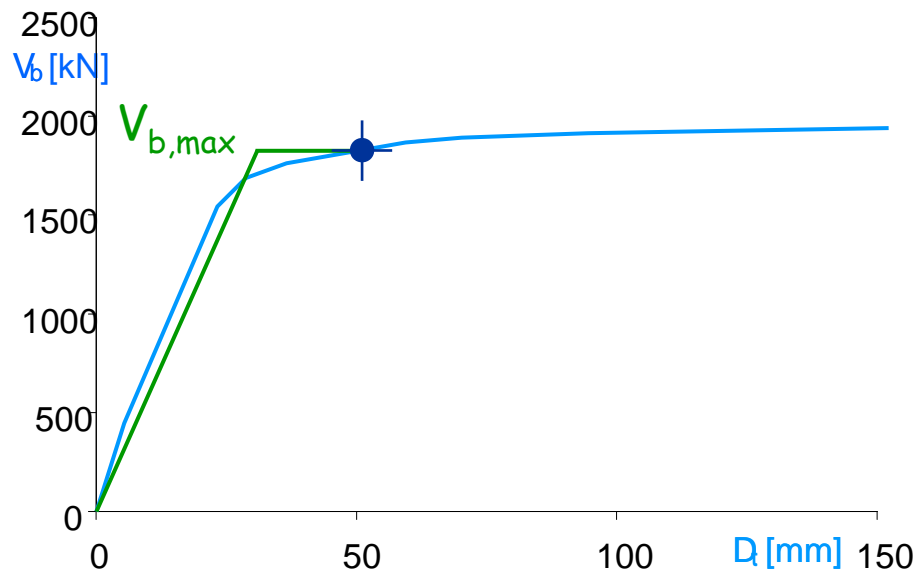
$$D_{t,el} = D_{t,nl}$$

Analisi statica non lineare

3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



Prima possibilità
(Eurocodice, NTC08)

Uguaglianza del
valore massimo

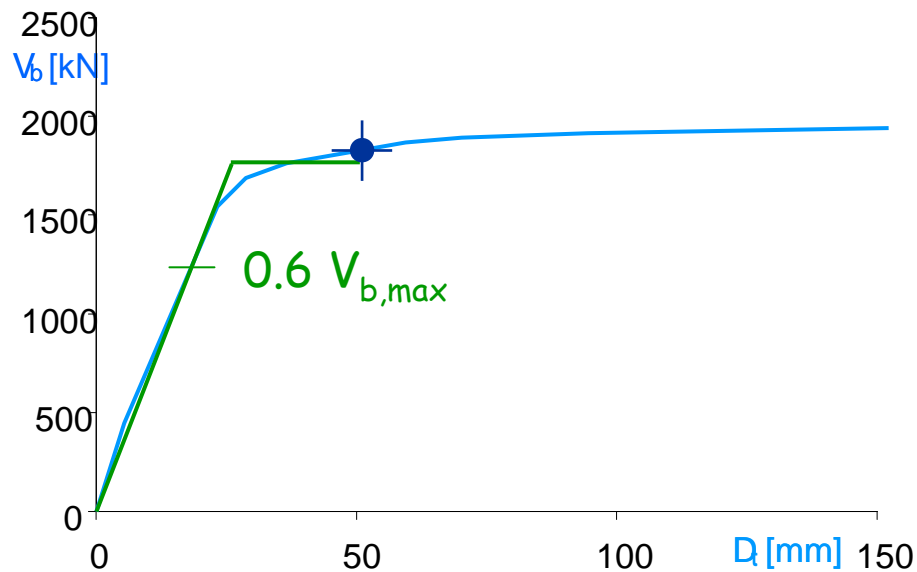
Criterio generale: area sottesa uguale

Analisi statica non lineare

3 - bilinearizzazione

Per ciascun punto della curva:

- Trasformazione della curva in una bilatera



Seconda possibilità
(Fajfar)

Il tratto lineare
interseca la curva
al 60% di $V_{b,max}$

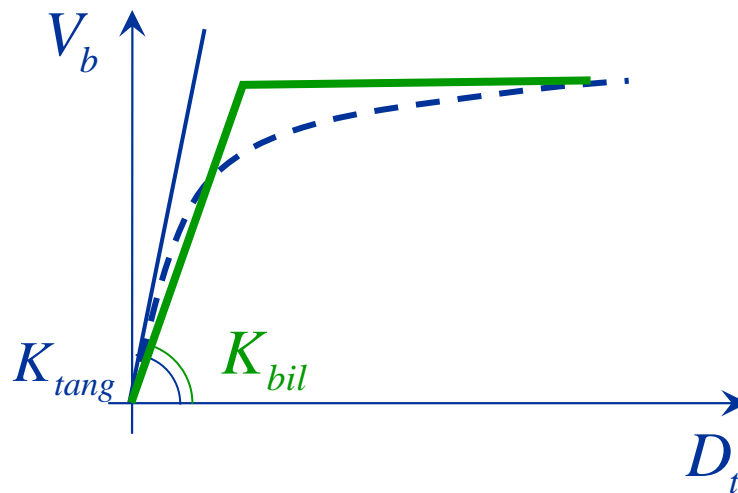
Criterio generale: area sottesa uguale

Analisi statica non lineare

4 - correzione per variazione rigidezza

- La bilinearizzazione comporta una variazione di rigidezza e quindi di periodo

$$T_{tang} = T_1 \text{ (analisi modale)}$$



$$T_{bil} = T_1 \sqrt{\frac{K_{tang}}{K_{bil}}}$$

$$D_{t,tang} = D_{t,bil} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})}$$

- Gli spostamenti si modificano in funzione della variazione di periodo

$$S_{de}(T) = \text{spostamento spettrale}$$

Spostamento richiesto

5 - correzione per spostamento elasto-plastico

- Lo spostamento di una struttura che vada in campo plastico può essere uguale oppure maggiore di quello di una struttura che rimane in campo elastico
- Si assume:

$$D_{t,el} = D_{t,e-p}$$

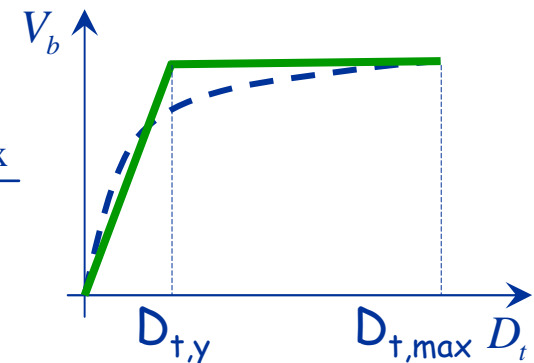
$$T \geq T_c$$

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

$$T < T_c$$

Nota: la duttilità μ è ricavata dalla bilineare

$$\mu = \frac{D_{t,max}}{D_{t,y}}$$



Passaggi matematici

(per mio ricordo)

- Dall'articolo di Bosco, Gheresi, Marino, "On the evaluation of seismic response of structures by nonlinear static methods"

$$R_{\mu} = \mu \quad \text{when } T^* \geq T_C \quad (8a)$$

$$R_{\mu} = (\mu - 1) \frac{T^*}{T_C} + 1 \quad \text{when } T^* < T_C \quad (8b)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_e)} \quad \text{if } T_e \geq T_C \text{ or } R_{\mu} \leq 1 \quad (20a)$$

$$a_g = \bar{a}_g \frac{D}{D_{el}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_e)} \frac{R_{\mu}}{1 + (R_{\mu} - 1) T_C / T_e} \quad \text{if } T_e < T_C \text{ and } R_{\mu} > 1 \quad (20b)$$

$$\frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

Spostamento richiesto

6 - determinazione di a_g

- Riunendo le indicazioni precedenti

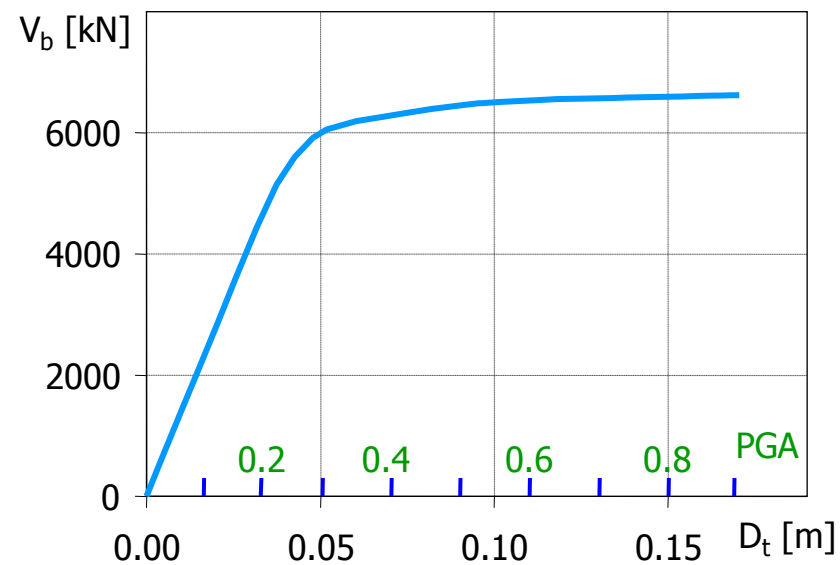
$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \quad T \geq T_c$$

$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{rif}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_{bil})} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c$$

Relazione spostamenti - PGA

- Con le relazioni precedenti, si può far corrispondere ad ogni spostamento un valore di PGA.

Si può quindi usare una doppia scala di riferimento per le ascisse



Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover

analisi modale		
ag	Dt [mm]	Vb [kN]
0.25	119.28	2291.83
T	1.064	s

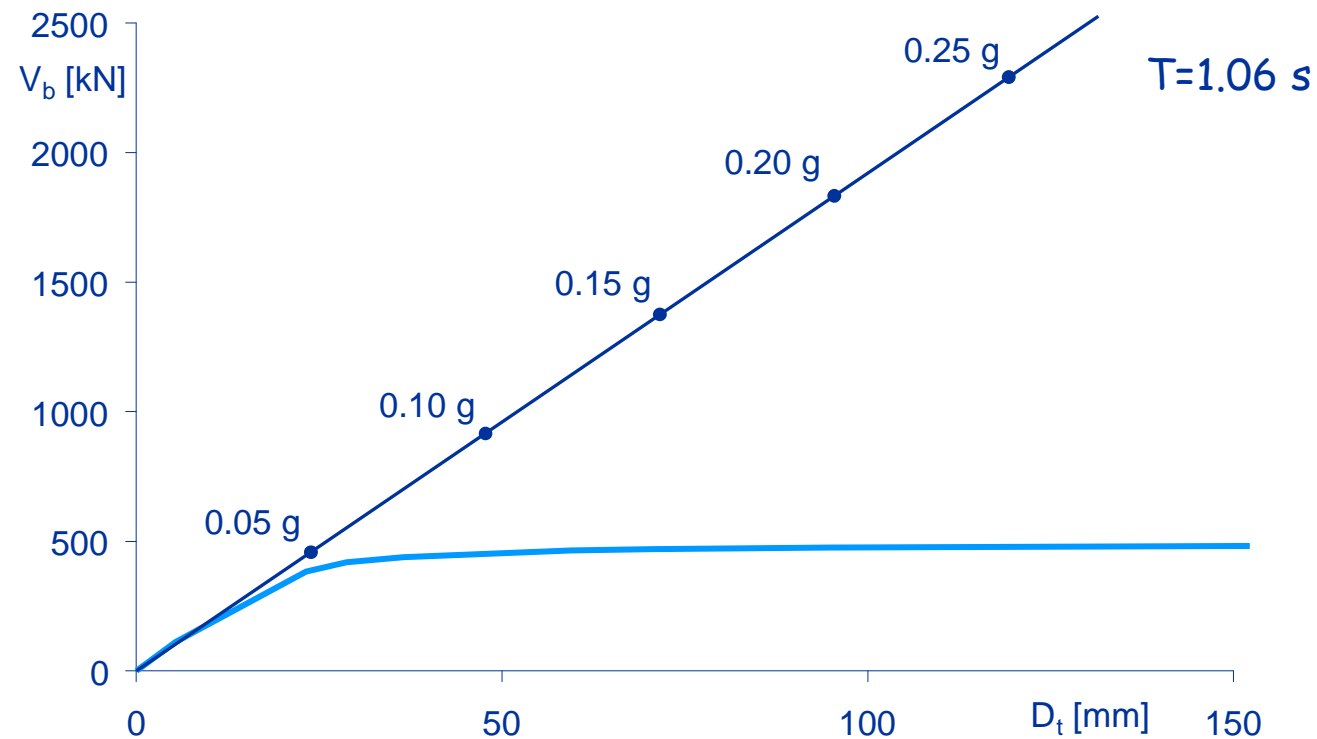
$$K_{tang} = \frac{2291.83}{119.28} = 19.21 \text{ kN/mm}$$

pushover		
passo	Dt [mm]	Vb [kN]
0	0.00	0.00
1	5.36	111.43
2	23.22	383.86
3	28.73	419.63
4	36.53	438.76
5	59.42	464.63
6	70.19	470.50
7	94.52	475.79
8	152.17	482.80
9	166.20	483.79
10	229.01	483.79
11	296.82	483.79
12	364.16	483.79
13	424.16	483.79
14	484.16	483.79
15	544.16	483.79
16	599.55	483.79

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione x

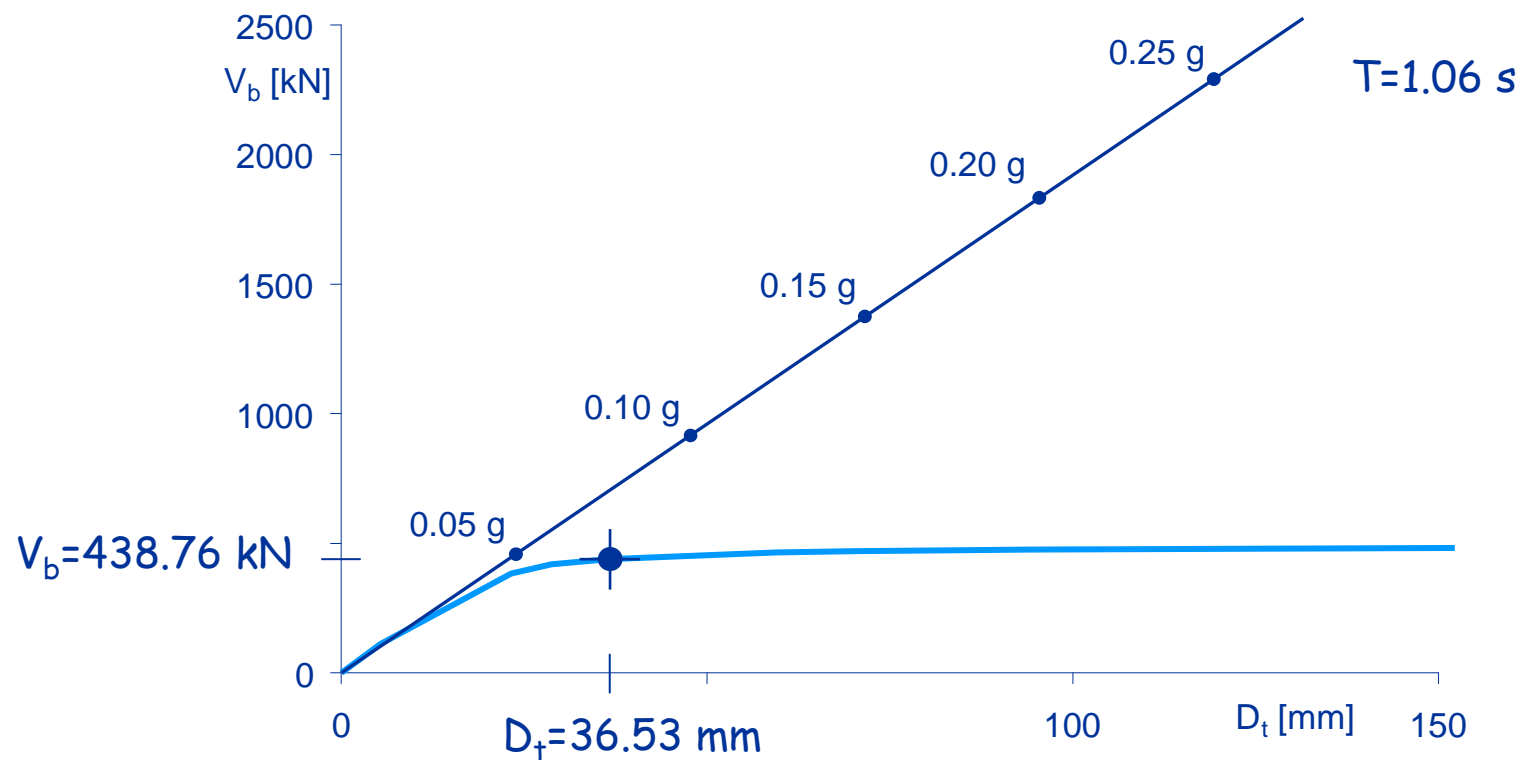
- Analisi lineare e pushover



Applicazione alla struttura in esame

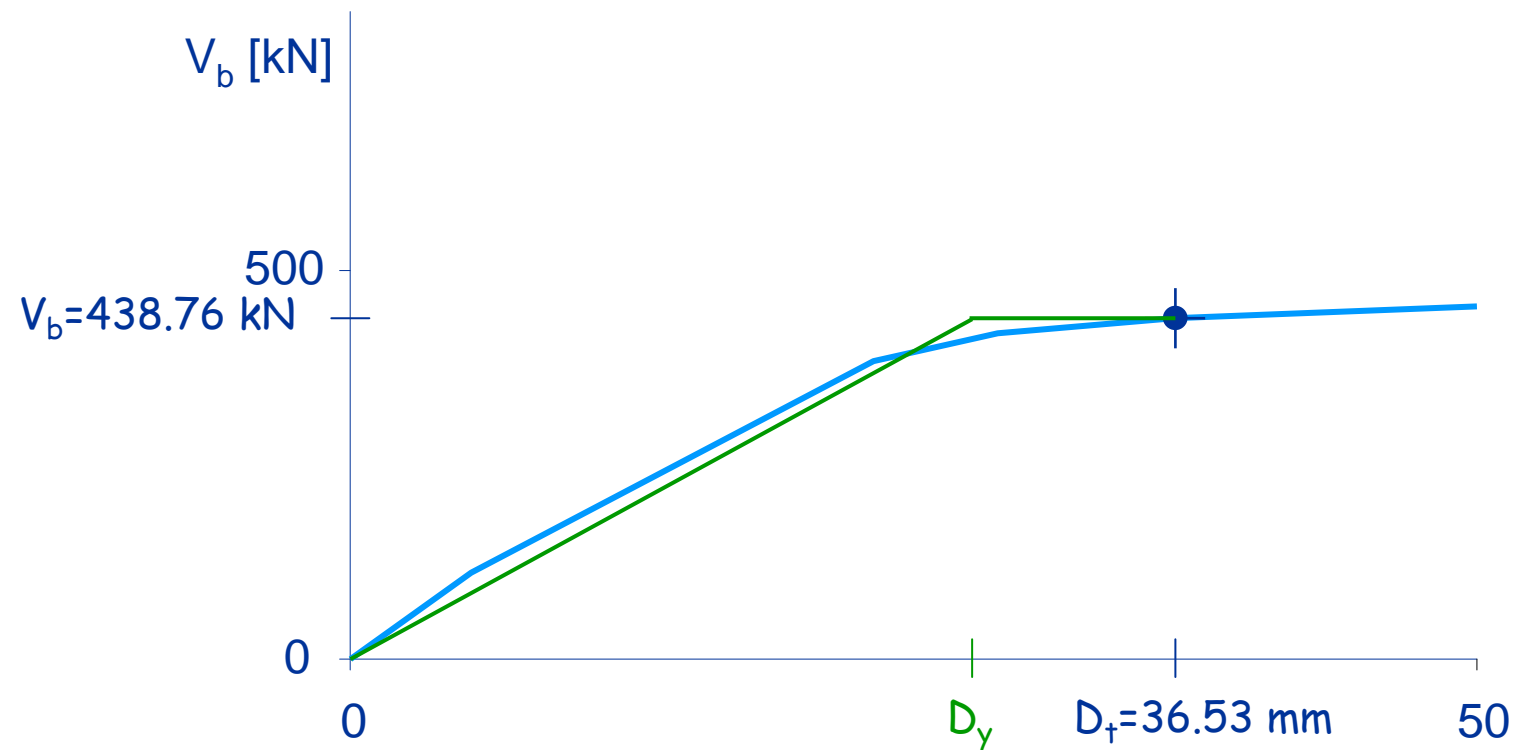
telai in direzione x

- Determinazione dell'accelerazione corrispondente ad un punto della curva



Bilinearizzazione

secondo indicazioni Eurocodice e NTC08



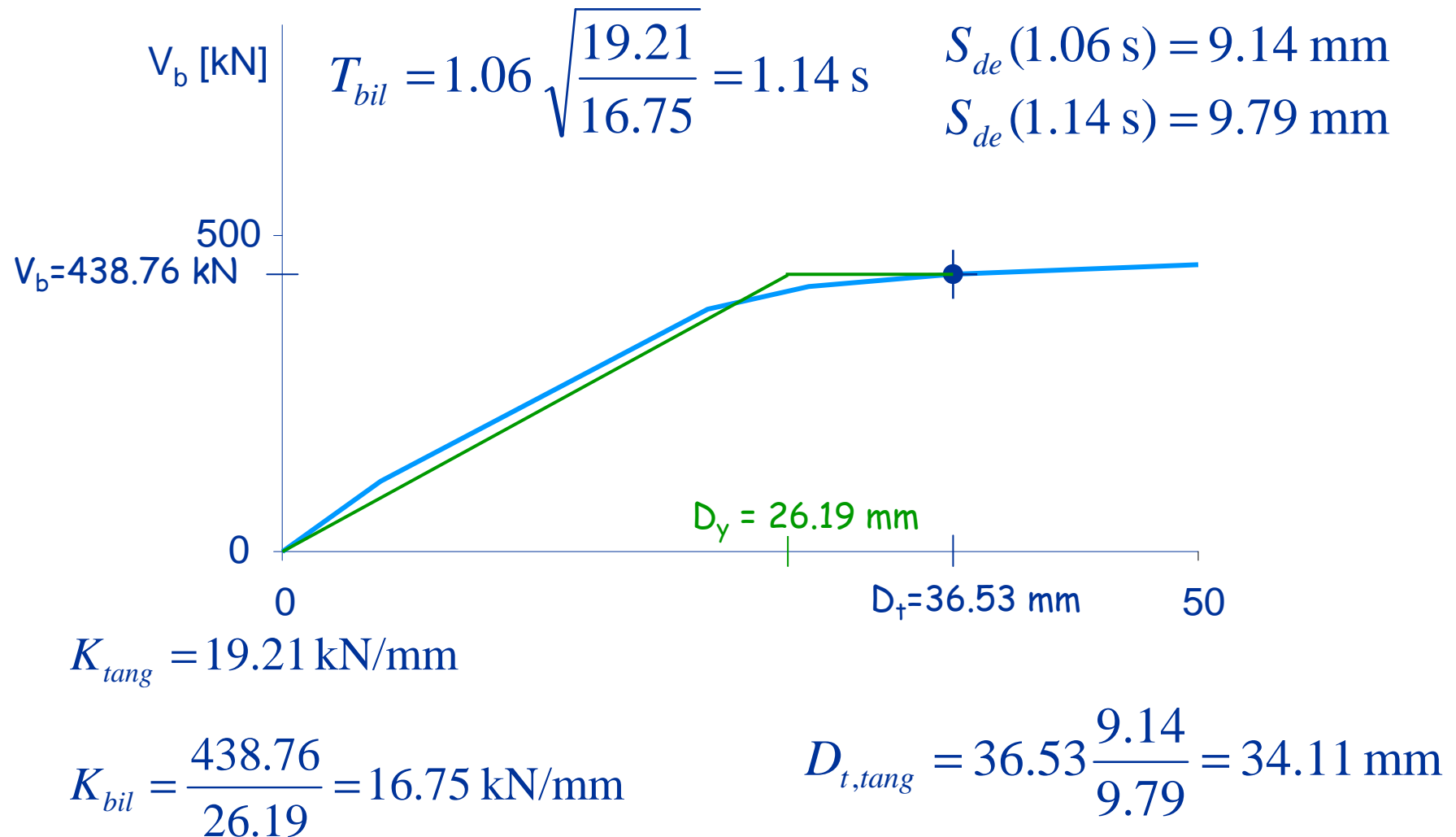
A = area sottesa dalla curva
 $= 10284 \text{ kN mm}$

$V_y = V_b$

$$D_y = \frac{2 (D_t V_b - A)}{V_y} = 26.19 \text{ mm}$$

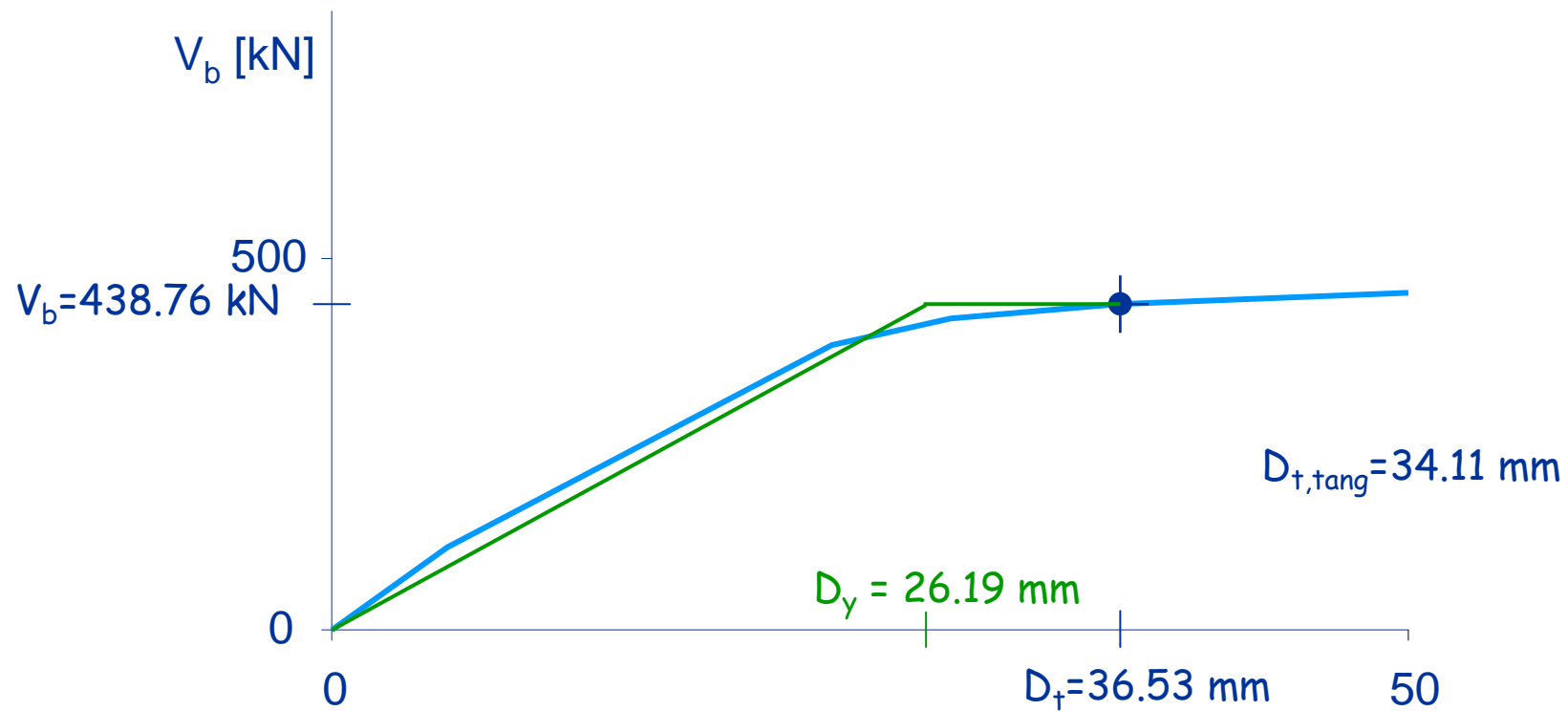
Correzione 1

rigidezza della tangente e della bilineare



Correzione 2

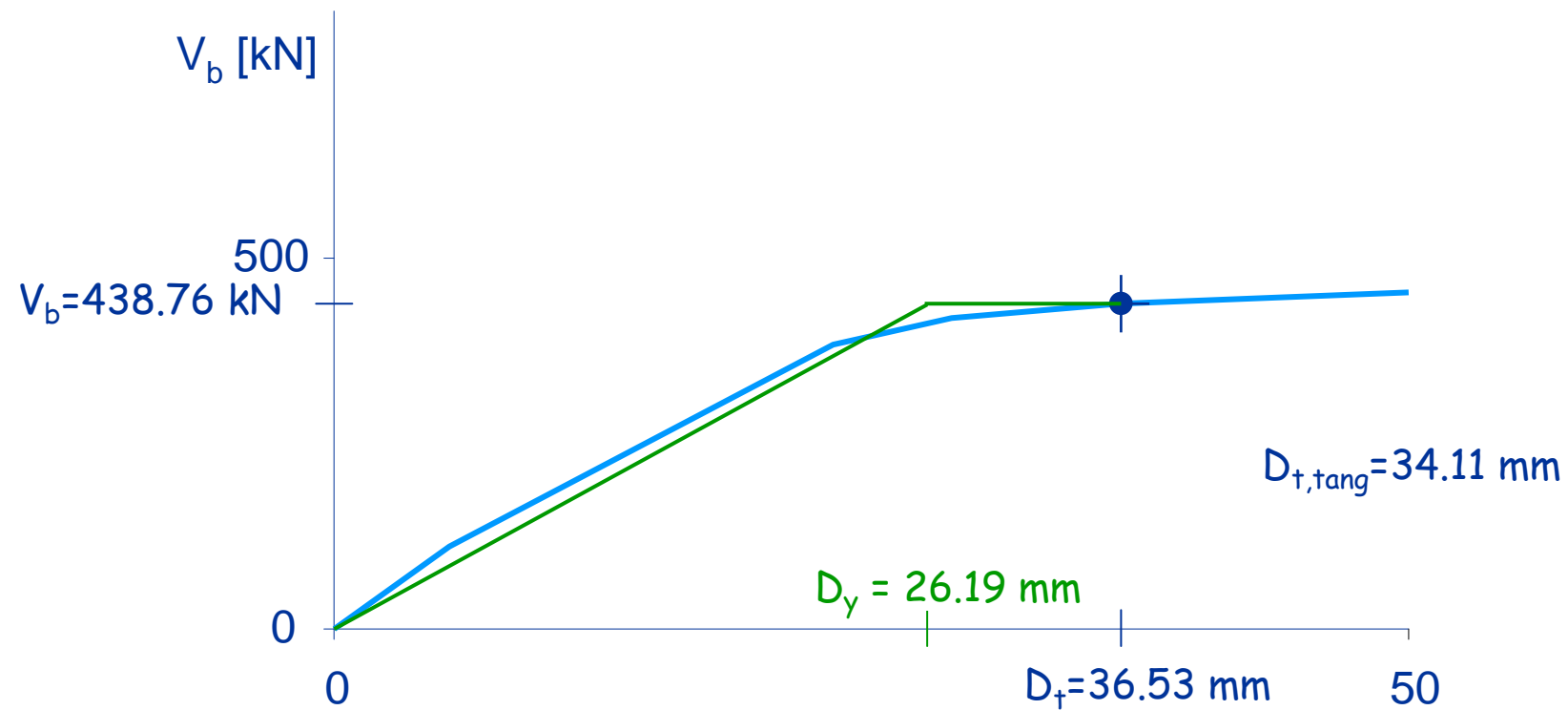
spostamento elastico ed elastoplastico



$$T > T_C$$

La correzione
non è necessaria

Accelerazione a_g corrispondente al punto assegnato



$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,tang}}{D_{t,el}^{rif}} = 0.25 \frac{34.11}{119.28} = 0.071 \text{ g}$$

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione x

- Accelerazione per tutti i punti della curva

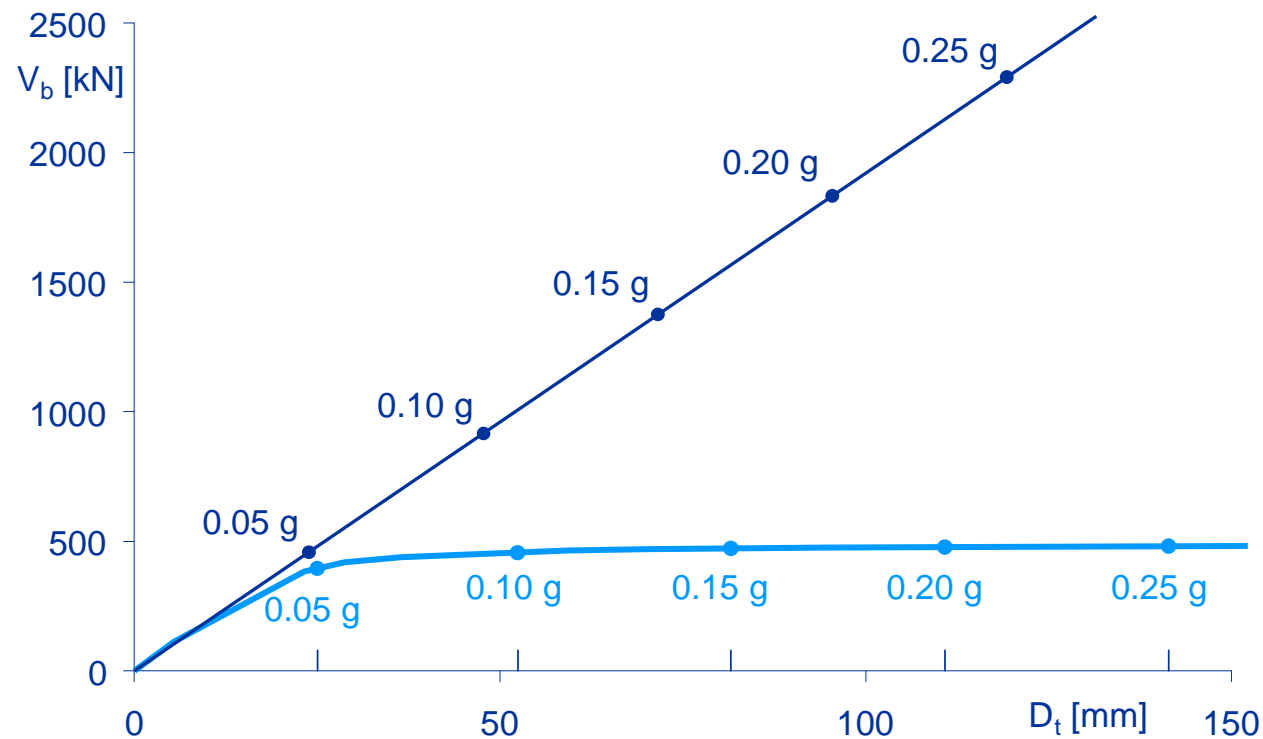
analisi modale											
ag	Dt [mm]	Vb [kN]					Kel				
0.25	119.28	2291.83					19.21				
T	1.064	s					ag(T)	0.319	g		
							D(T)	9.14	mm		
pushover											
passo	Dt [mm]	Vb [kN]	Area	Vy	Dy	Kbil	T	Dep(T)	Dep/D	Dt,el	ag
0	0.00	0.00	0	0.00	0.00		1.064	9.14	1.000	0.00	0.000
1	5.36	111.43	299	111.43	5.36	20.77	1.064	9.14	1.000	5.36	0.011
2	23.22	383.86	4721	383.86	21.84	17.57	1.113	9.56	1.046	22.21	0.047
3	28.73	419.63	6935	419.63	24.41	17.19	1.125	9.67	1.057	27.18	0.057
4	36.53	438.76	10284	438.76	26.19	16.75	1.140	9.79	1.071	34.11	0.071
5	53.42	484.63	20820	484.63	30.08	15.45	1.187	10.20	1.115	53.28	0.112
6	70.19	470.50	25659	470.50	31.32	15.02	1.203	10.34	1.131	62.07	0.130
7	94.52	475.79	37170	475.79	32.80	14.51	1.225	10.52	1.151	82.13	0.172
8	152.17	482.80	64801	482.80	35.91	13.45	1.272	10.93	1.195	127.30	0.267
9	166.20	483.79	71582	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	138.08	0.289
10	229.01	483.79	101967	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	190.26	0.399
11	296.82	483.79	134773	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	246.59	0.517
12	364.16	483.79	167348	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	302.53	0.634
13	424.16	483.79	196376	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	352.37	0.739
14	484.16	483.79	225403	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	402.21	0.843
15	544.16	483.79	254430	483.79	36.48	13.26	1.281	11.01	1.204	452.05	0.947
16	588.55	483.79	281224	483.79	35.49	13.26	1.281	11.01	1.204	498.06	1.044

File Pushover-x.xls - foglio Dt-ag

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione x

- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e a_g



File Pushover-x.xls - foglio Graf Vb-Dt

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione y

- I primi passi dell'analisi non lineare sono stati fatti in maniera parzialmente manuale, ovvero con l'utilizzo di una analisi lineare e facendo variare via via lo schema

Passo	$1/\rho$		Dt	Vb	cerniera pil/tra	pia				
0			0	0						
1	4.62%	4.62%	8.573	63.47	20-12	2	des			
2	0.82%	5.44%	10.192	74.72	9-1	3	des			
3	0.05%	5.49%	10.298	75.42	20-12	1	des			
4	0.30%	5.79%	10.947	79.55	9-1	2	des			
5	0.26%	6.05%	11.530	83.08	9-1	1	des	20-12	3	des
6	0.29%	6.34%	12.260	87.09	9-1	4	des			
7	3.17%	9.51%	20.483	130.65	17-9	2	des			

Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione y

- Curva di pushover (parte iniziale)

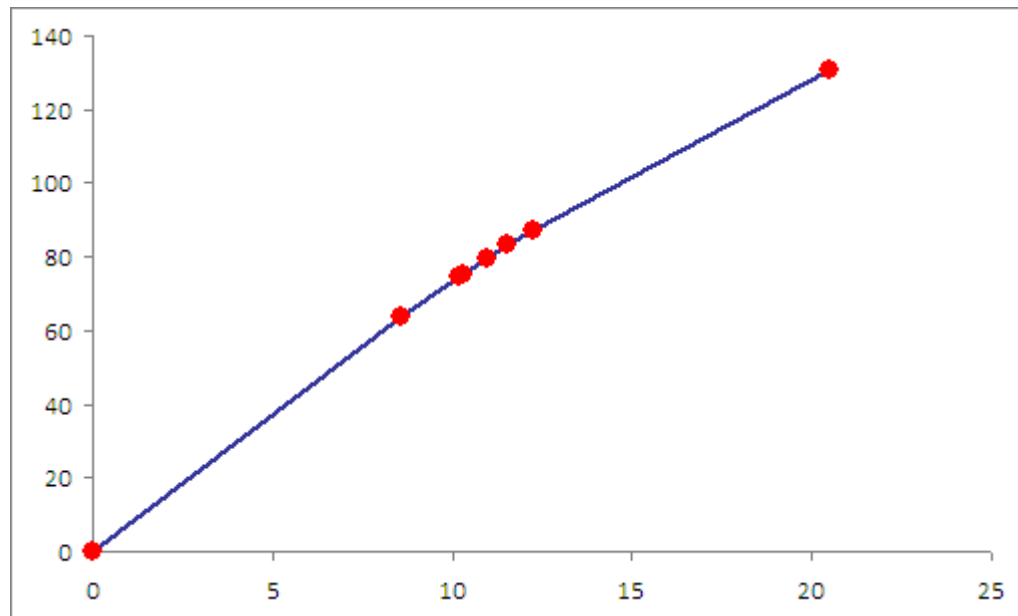


Diagramma del momento

Inviluppo analisi modale

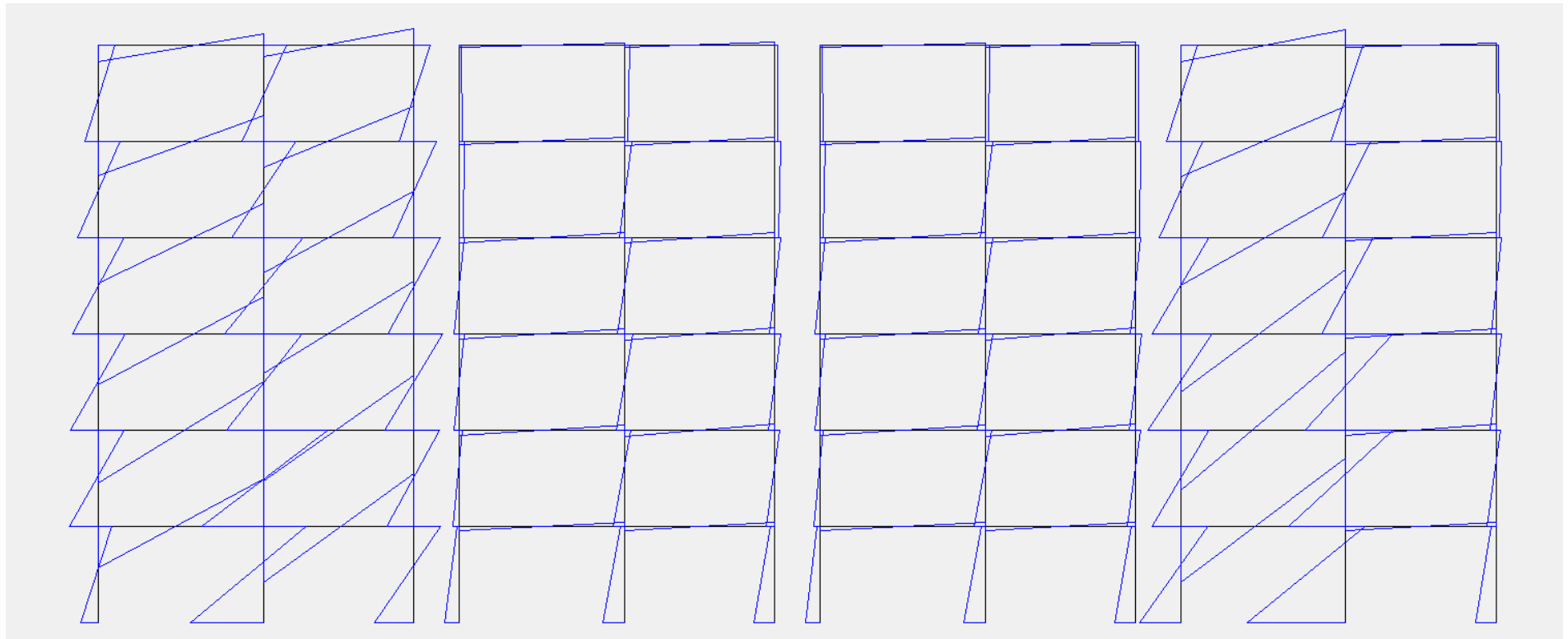


Diagramma del momento

Forze modo 1 - passo 1

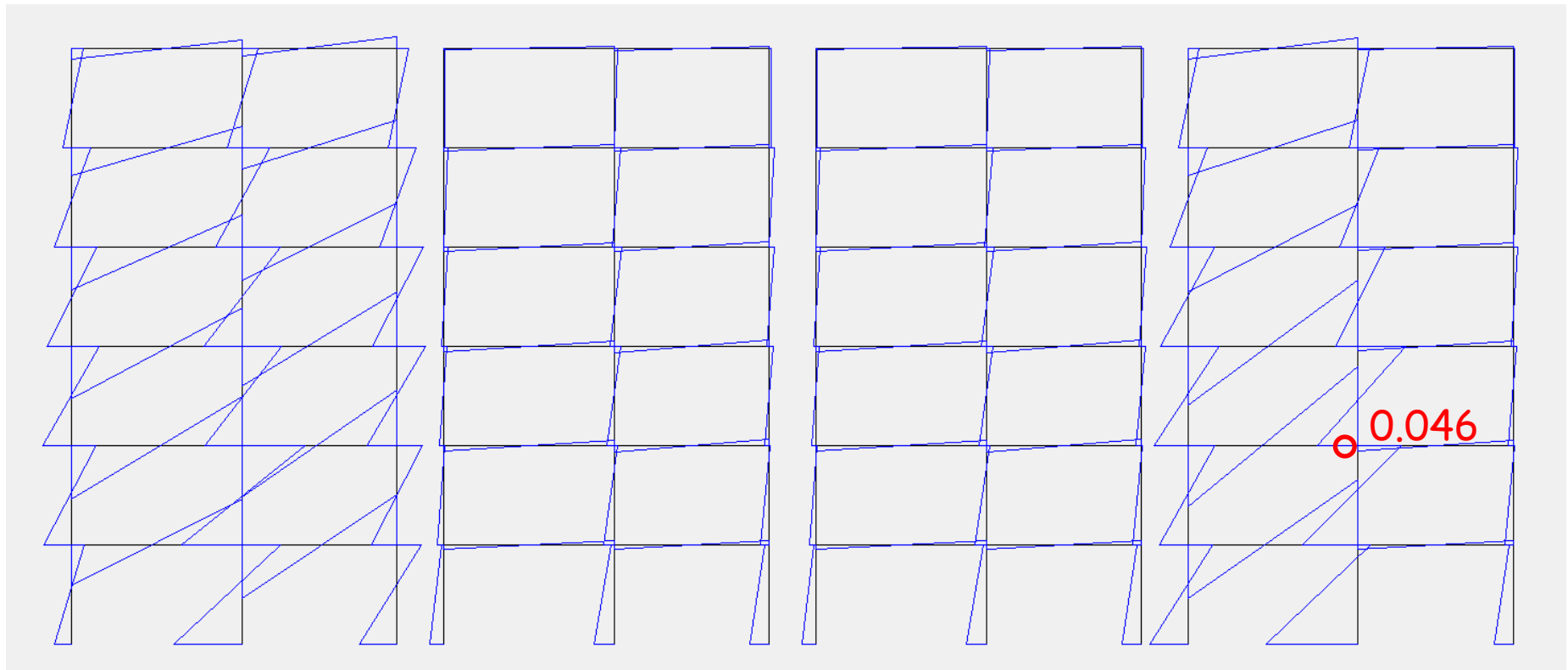
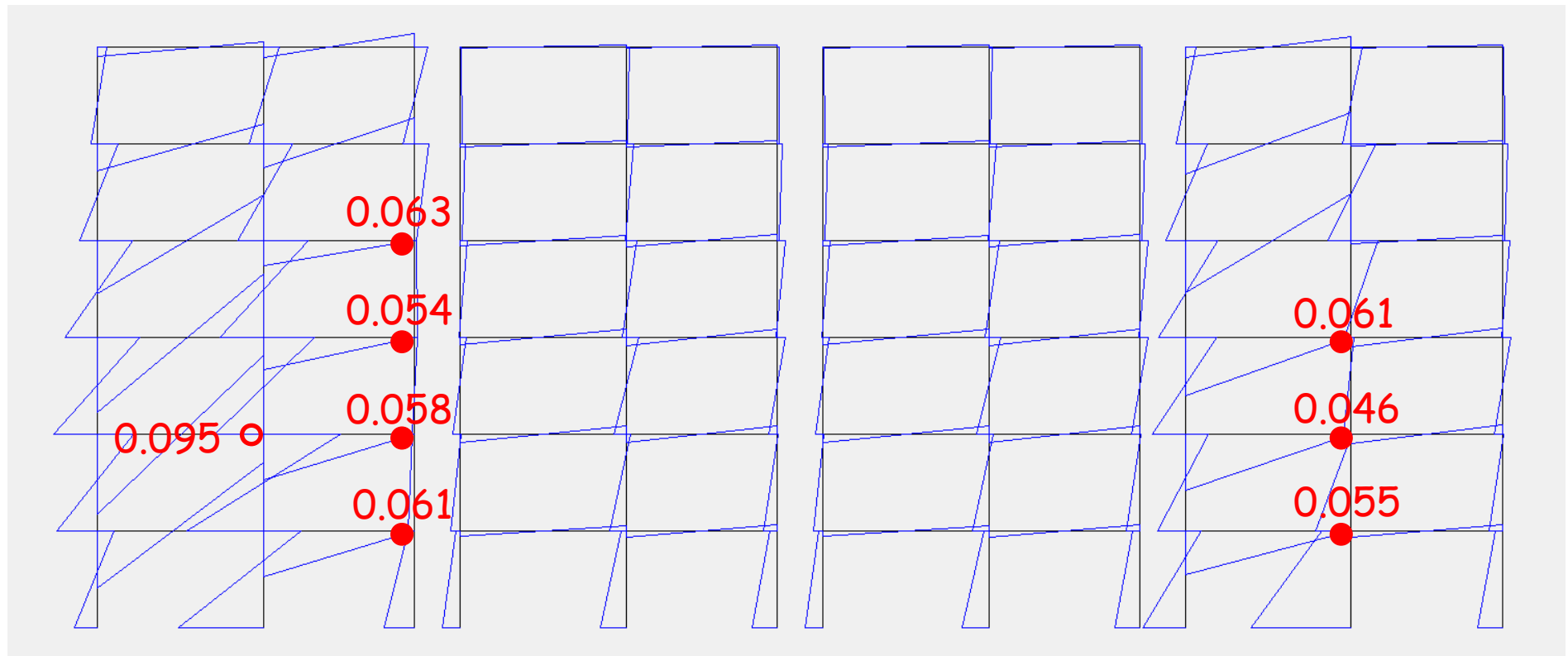


Diagramma del momento

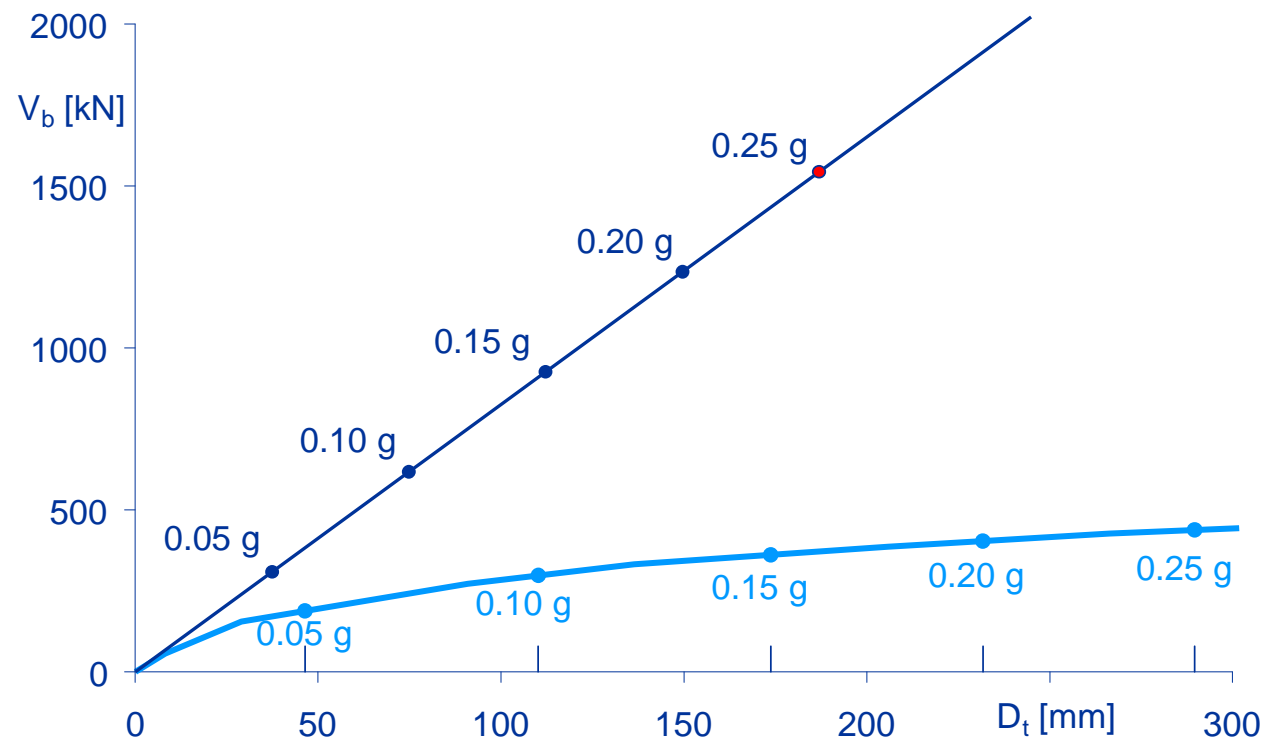
Forze modo 1 - passo 7



Applicazione alla struttura in esame

telai in direzione y

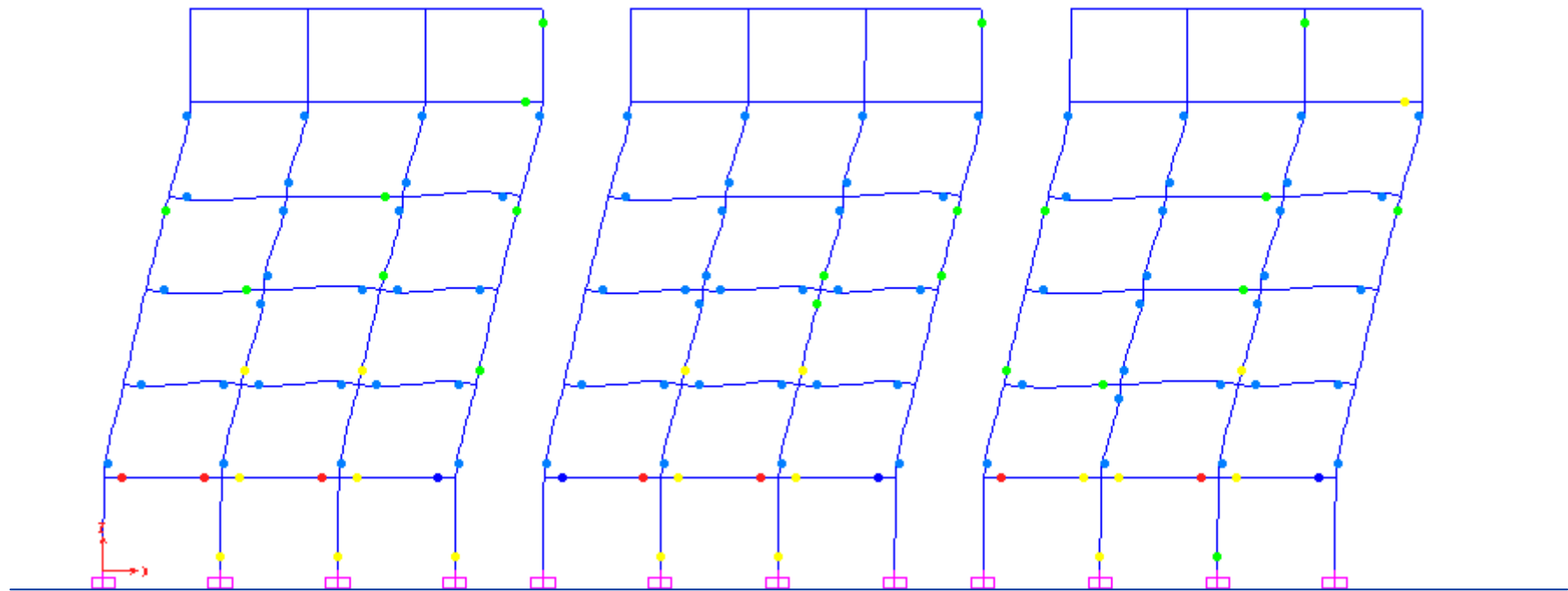
- Analisi lineare e pushover con corrispondenza tra punti e a_g



File Pushover-y.xls - foglio Graf Vb-Dt

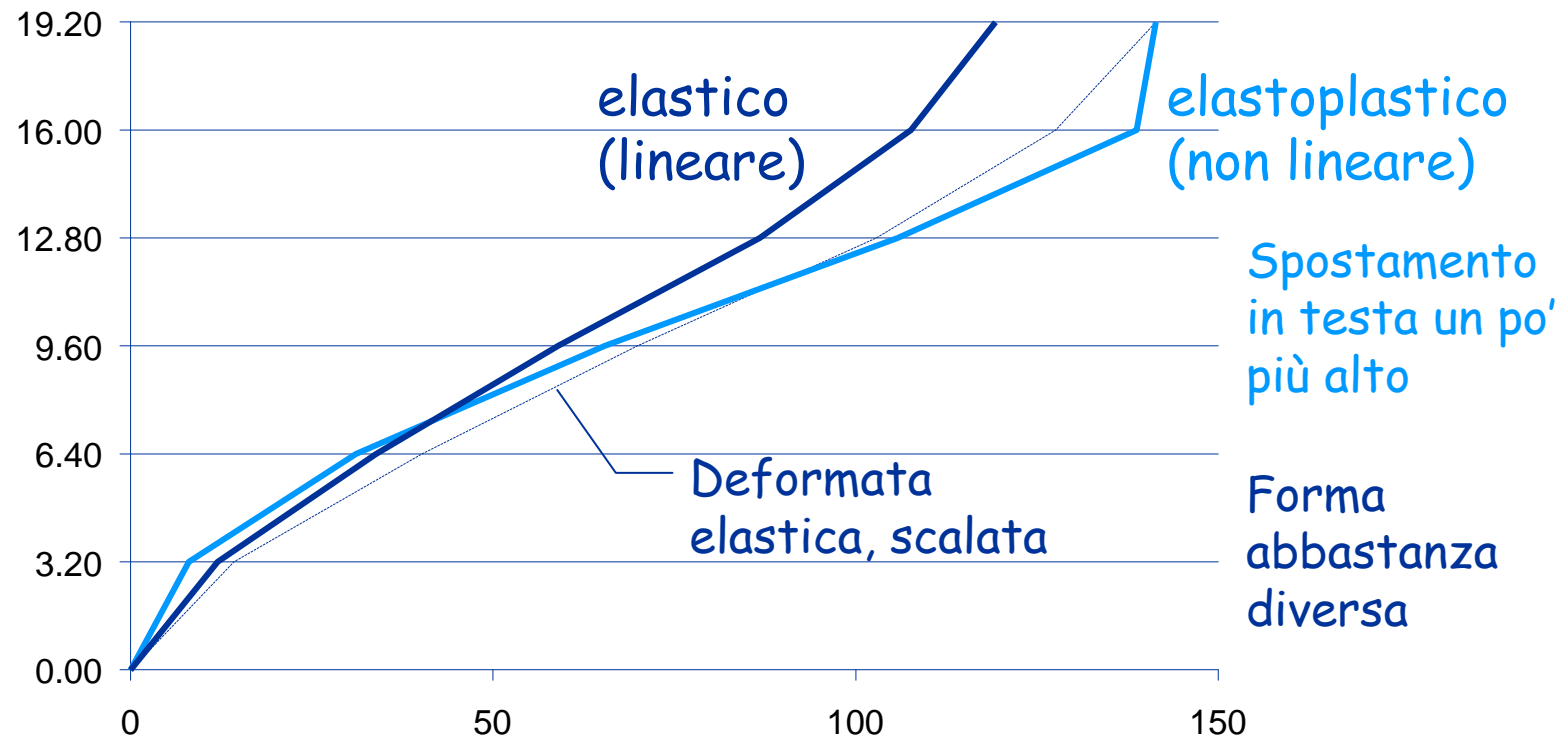
Direzione X

travi plasticizzate



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x con comportamento elastico e plastico



Verifica per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.x

Per ciascun interpiano:

- Calcolare la rotazione alla corda θ_u e gli spostamenti limite corrispondenti
 - θ_u dipende anche dallo sforzo normale, che varia in maniera non lineare ed è diverso da quello fornito dall'analisi lineare (ma in genere il ΔN da sisma è minore con analisi non lineare)
- Determinare lo spostamento limite minimo
- Confrontarlo con il valore fornito dal calcolo

Verifica per $a_g=0.25$ g - dir.x

spostamenti relativi		spostamenti disponibili			
ag =	0.25	ag =	0.25		
piano	Dr	piano	Dr	rapporto	
6	2.67	6	50.37	18.884	
5	32.95	5	42.09	1.277	
4	40.35	4	33.38	0.827	
3	34.35	3	26.28	0.765	
2	23.06	2	23.67	1.026	
1	7.99	1	21.68	2.713	
					verifica
				min	0.765
					no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

Verifica per $a_g=0.205 \text{ g}$ - dir.x

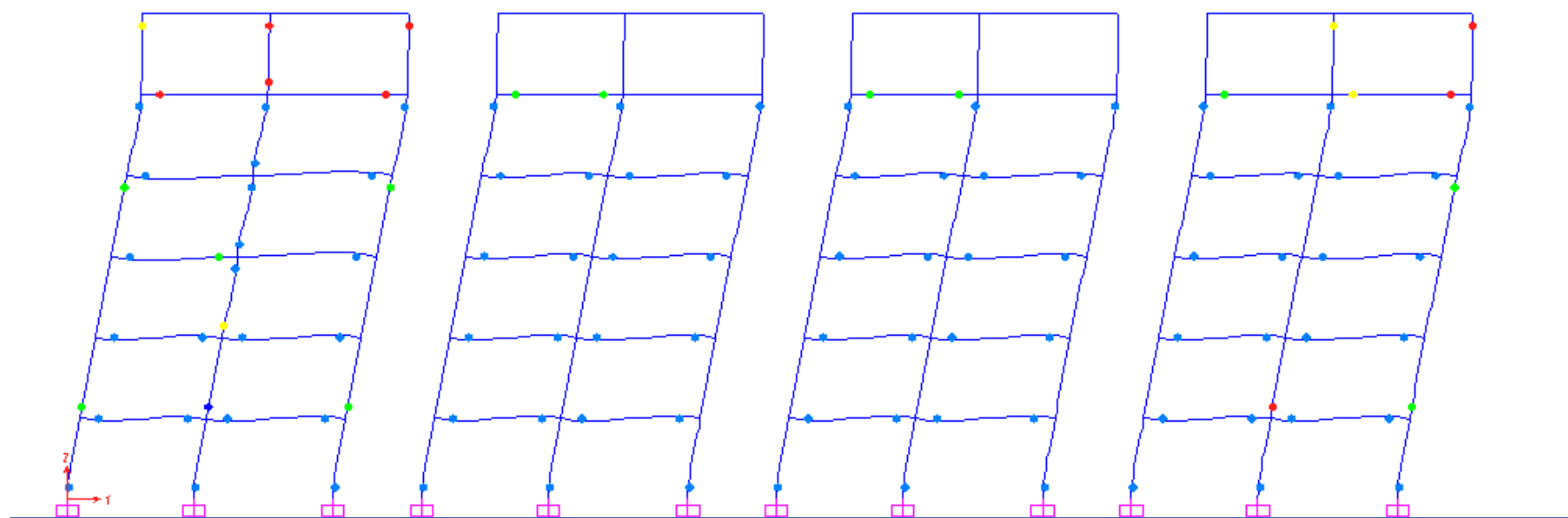
spostamenti relativi		spostamenti disponibili					
ag =	0.205		ag =	0.205			
piano	Dr		piano	Dr		rapporto	
6	2.65		6	50.52		19.066	
5	25.03		5	42.94		1.716	
4	32.97		4	34.78		1.055	
3	28.07		3	28.10		1.001	
2	18.52		2	25.84		1.395	
1	6.51		1	23.30		3.581	
							verifica
					min	1.001	ok

La verifica è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

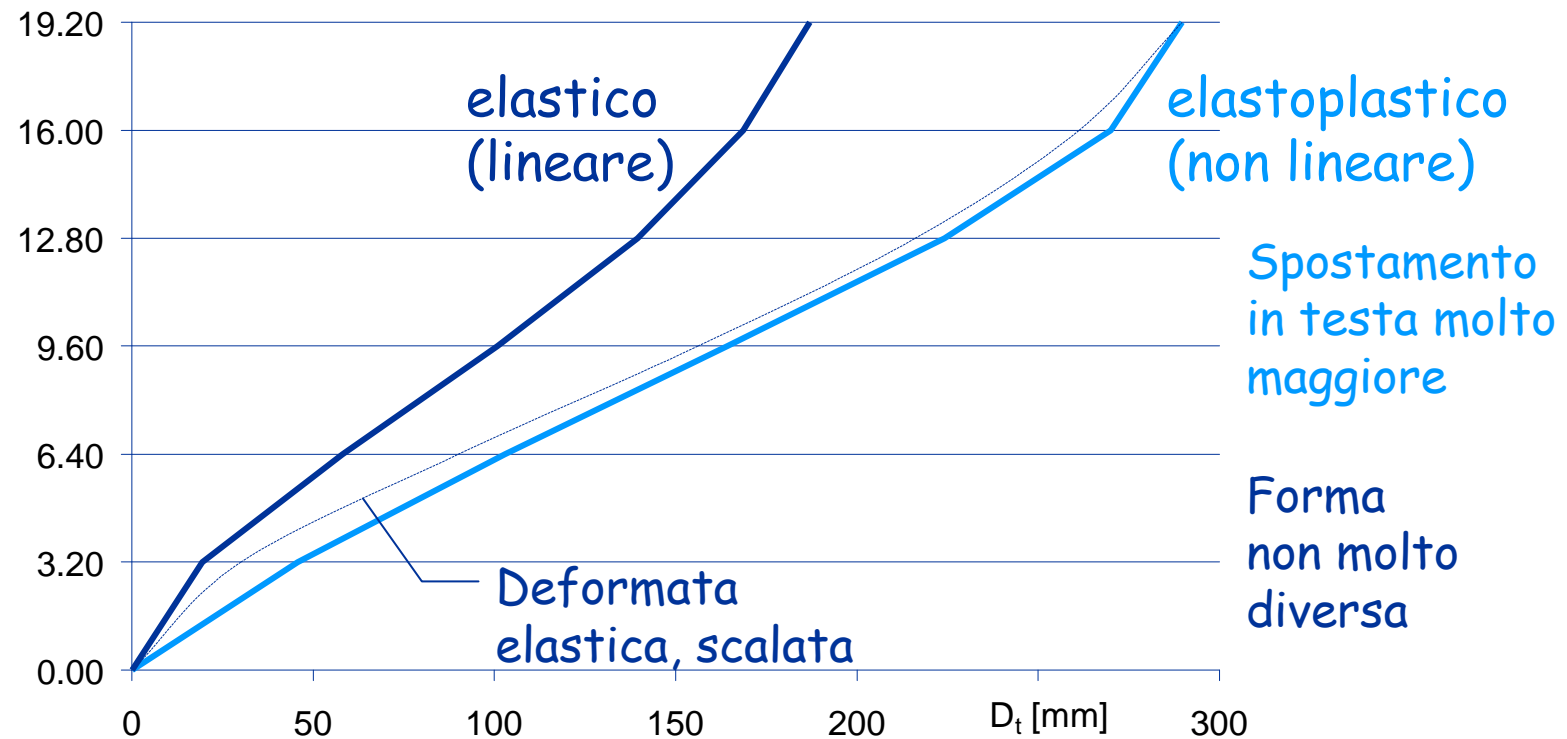
Direzione Y

travi e travetti plasticizzati



Il meccanismo di collasso è sostanzialmente globale

Deformata per $a_g=0.25\text{ g}$ - dir.y con comportamento elastico e plastico



Verifica per $a_g=0.25 \text{ g}$ - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili			
ag =	0.25	ag =	0.25		
piano	Dr	piano	Dr	rapporto	
6	19.65	6	49.20	2.504	
5	45.85	5	39.66	0.865	
4	59.97	4	31.20	0.520	
3	61.30	3	26.61	0.434	
2	57.17	2	20.32	0.355	
1	45.68	1	19.77	0.433	
				min	0.355
					verifica
					no

La verifica non è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

Verifica per $a_g=0.116$ g - dir.y

spostamenti relativi		spostamenti disponibili					
ag =	0.116		ag =	0.116			
piano	Dr		piano	Dr		rapporto	
6	12.97		6	50.28		3.876	
5	21.74		5	42.62		1.961	
4	29.65		4	35.73		1.205	
3	31.54		3	31.55		1.000	
2	25.59		2	28.44		1.111	
1	11.18		1	26.55		2.374	
							verifica
					min	1.000	ok

La verifica è soddisfatta

Nota: per semplicità ho usato gli spostamenti limite calcolati con N da analisi lineare, ma questo non è corretto

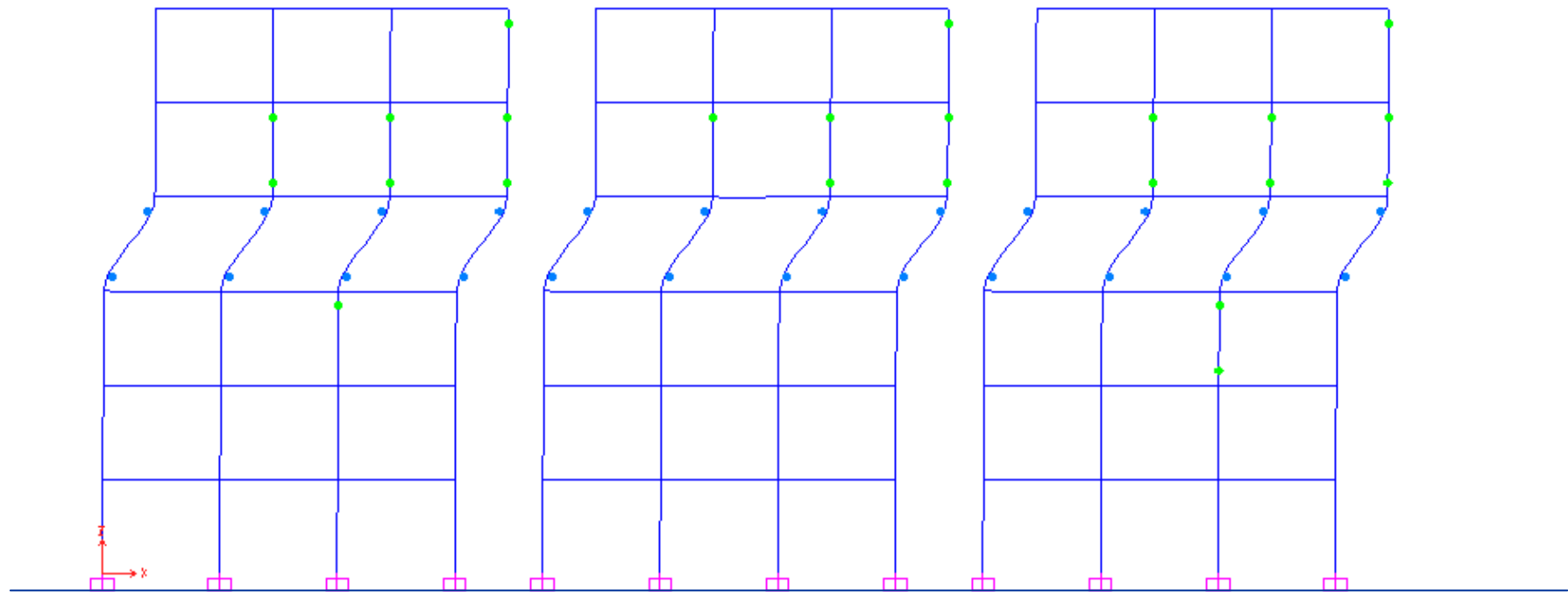
Conclusioni

- L'analisi statica non lineare mostra che lo spostamento limite è raggiunto
 - In direzione x: per $a_g = 0.205 g$
 - In direzione y: per $a_g = 0.116 g$
- Questi valori sono minori di quelli stimati con l'analisi lineare, pari rispettivamente a $0.256 g$ e $0.163 g$
- In effetti gli spostamenti relativi valutati con analisi non lineare sono abbastanza maggiori di quelli stimati con analisi lineare, specie in direzione y

Direzione X

travi infinitamente resistenti

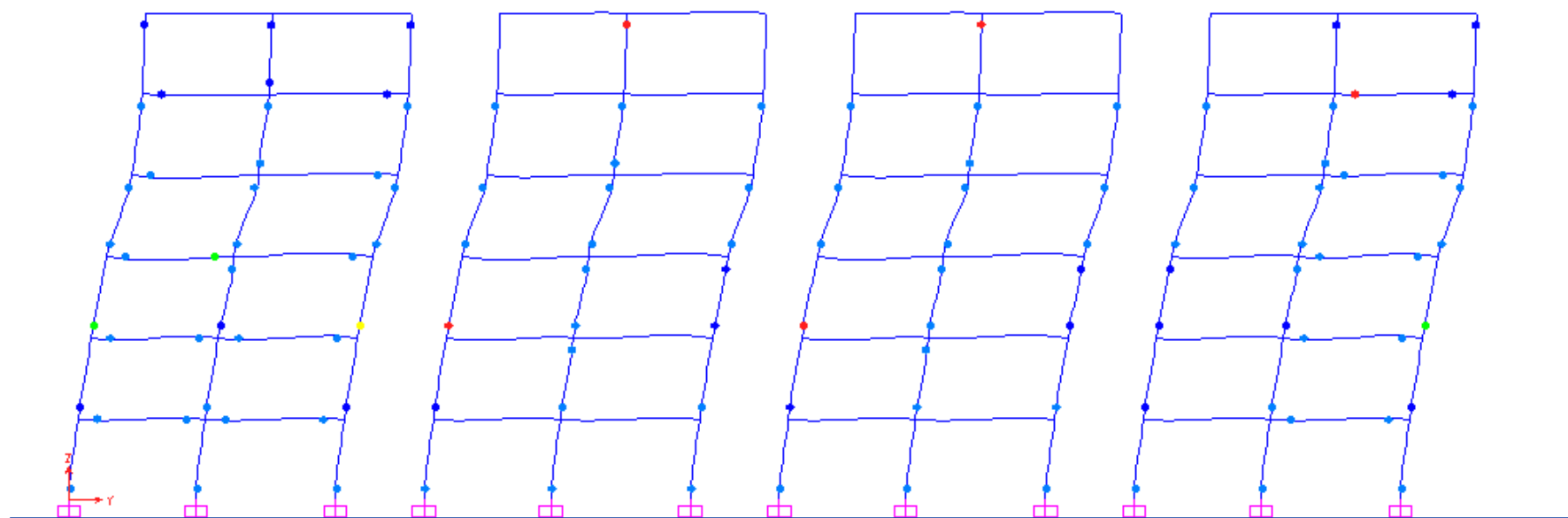
E se il modello cambia ?



Meccanismo di piano

Direzione Y

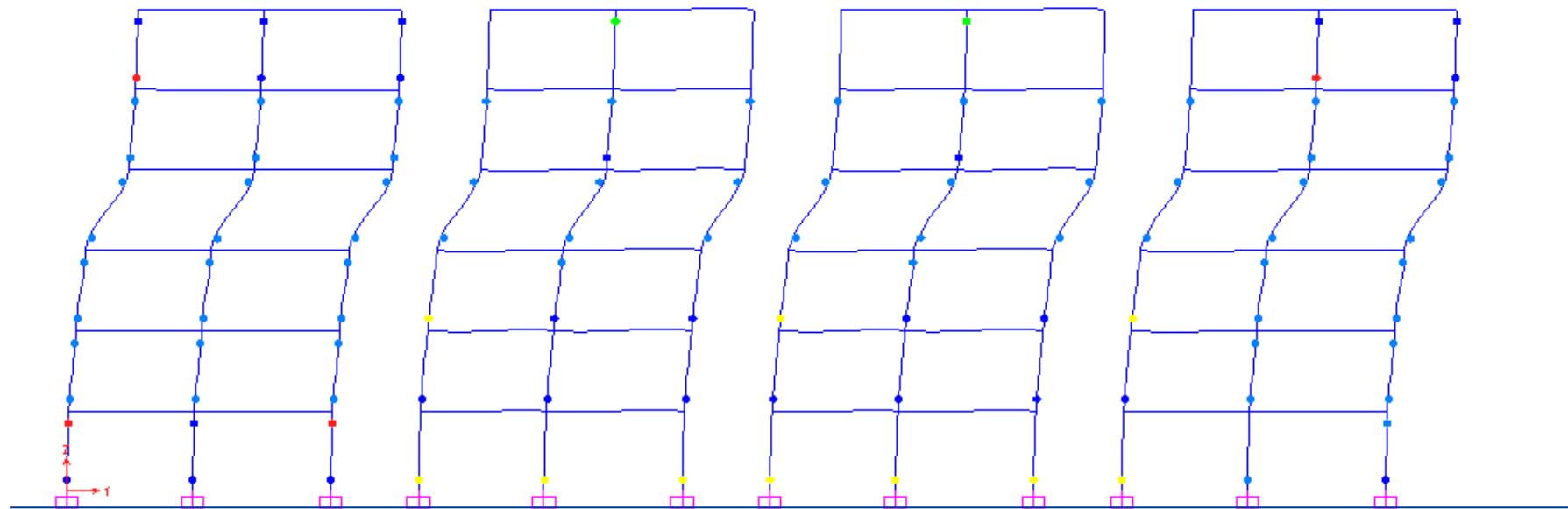
travi plasticizzate, travetti no



Minime variazioni

Direzione Y

travi e travetti infinitamente resistenti



Meccanismo di piano

Validazione (considerazioni)

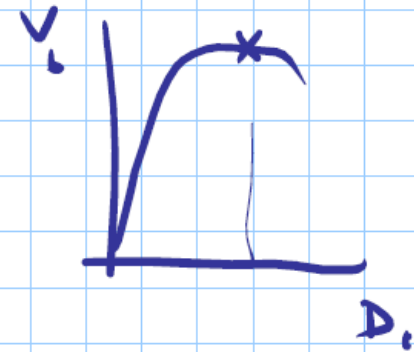
ANALISI NON LINEARE

massimo $q_s = \infty$
CHIARIMENTI SU A.N.L.

1) confronto

spost. con. ad q_s - capacità di spost.

2) come si calcolano le capacità di spost.



rotazioni
plastiche?

VALIDAZ. CON A.L.

3) spostamenti per q_s con A.L.

4) distribuz. cerniere A.N.L. cfr. con dista. cerniere A.L.
per q_s ($P > \dots$)