

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale
e Norme Tecniche per le Costruzioni

Verifica sismica di edifici esistenti in c.a.

7 - Analisi lineare: verifica di resistenza - rottura dei nodi
e scorrimento trave-pilastro

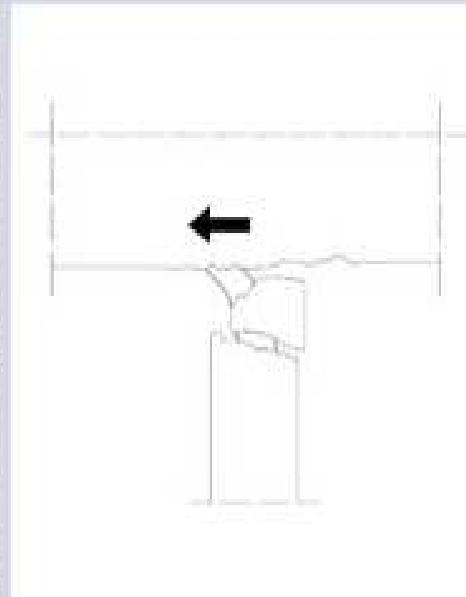
Imola
16-18 maggio 2013
Aurelio Gheresi

Rottura dei nodi

Rottura dei nodi



Collasso di un nodo trave-colonna esterno in c.a.: rottura causata dalle elevate sollecitazioni di taglio.



Terremoto: Molise, 2002
Località: San Giuliano di Puglia

Rottura dei nodi



Danneggiamento del nodo
trave-colonna a causa degli
elevati sforzi assiali e di taglio.



Terremoto: Santa Lucia, 1990
Località: Augusta

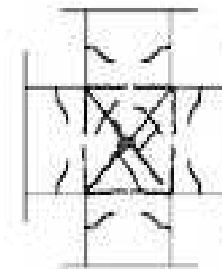
Rottura dei nodi



Rottura dei nodi



Danneggiamento di un nodo
trave-colonna interno in c.a.:
espulsione del copriferro a
causa delle sollecitazioni
flessionali.



Terremoto: Irpinia, 1980
Località: Lioni

Rottura dei nodi

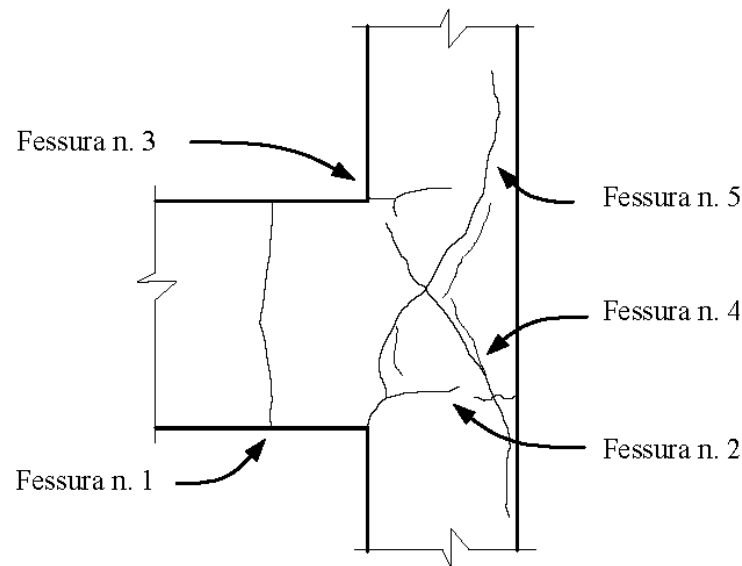


Danneggiamento del nodo
trave-colonna esterno:
espulsione del copriferro a
causa delle sollecitazioni
flettenti.



Terremoto: Molise, 2002
Località: San Giuliano di Puglia

Danneggiamento del nodo per azioni cicliche



Evoluzione del quadro
fessurativo di un nodo
trave-pilastro realizzato
in laboratorio

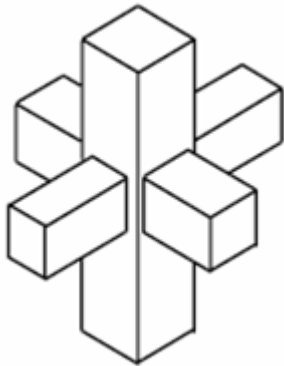
- | | | |
|-------------------|---|---|
| Fessura n.1 | → | Cerniera plastica sulla trave |
| Fessure n.2 e n.3 | → | Cerniera plastica sul pilastro |
| Fessure n.4 e n.5 | → | Collasso fragile del nodo e
conseguente chiusura delle fessure
da momento flettente |

Confinamento dei nodi

Nodi interamente confinati

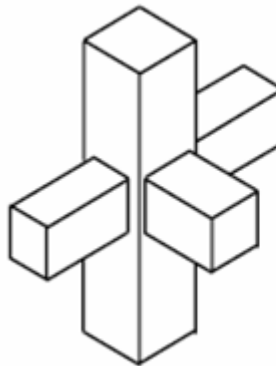
- In ognuna delle 4 facce si innestano travi
- Le travi sono sovrapposte ai pilastri per almeno i $\frac{3}{4}$ della larghezza del pilastro (e tra loro per i $\frac{3}{4}$ dell'altezza)

Per i nodi interamente confinati
non occorrono verifiche

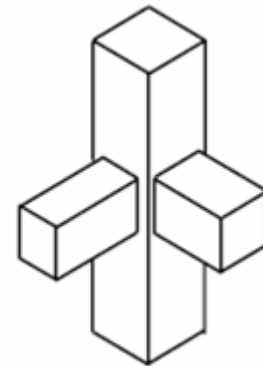


Nodo interno,
interamente
confinato

Nodi non
interamente
confinati

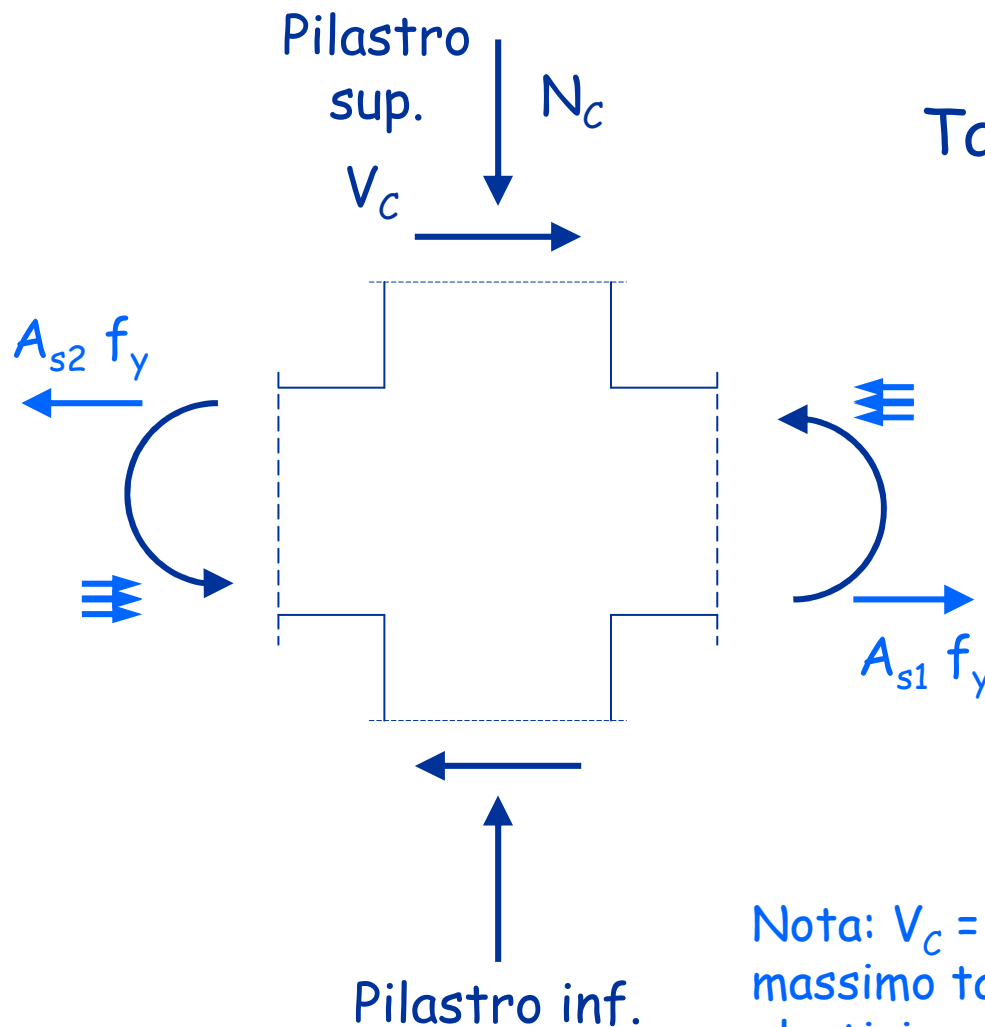


Nodo laterale



Nodo d'angolo

Azione tagliante nel nodo



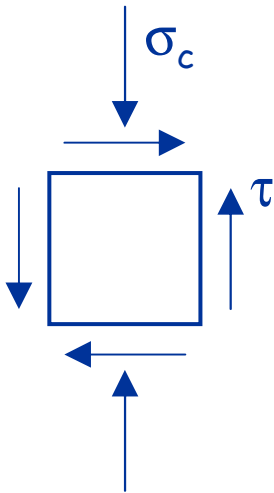
Taglio sollecitante il nodo

$$V_j = V_c - (A_{s1} + A_{s2}) f_y$$

Nota: V_c = taglio fornito dal calcolo o massimo taglio corrispondente alla plasticizzazione degli estremi del pilastro

Verifica del nodo

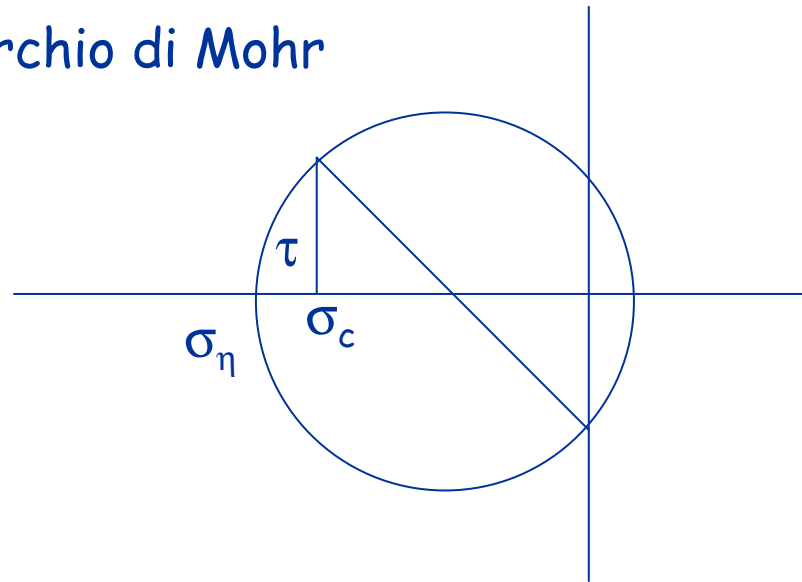
compressione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c$$

compressione

Verifica del nodo

compressione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} + \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq \eta f_c \quad \text{compressione}$$

con semplici passaggi
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \eta f_c \sqrt{1 - \frac{\sigma_c}{\eta f_c}}$$

ovvero
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$V_j \leq \eta f_c b h \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}}$$

$$v = \frac{N}{b h f_c}$$

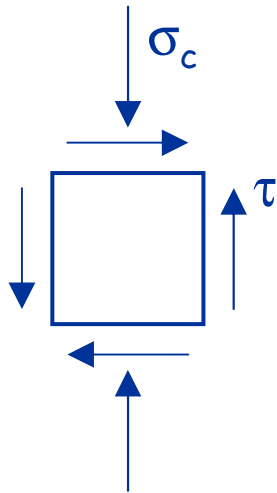
$$\eta = \alpha_j \left(1 - \frac{f_c}{250}\right)$$

$$\alpha_j = 0.60 \quad \text{nodo interno}$$

$$\alpha_j = 0.48 \quad \text{nodo esterno}$$

Verifica del nodo

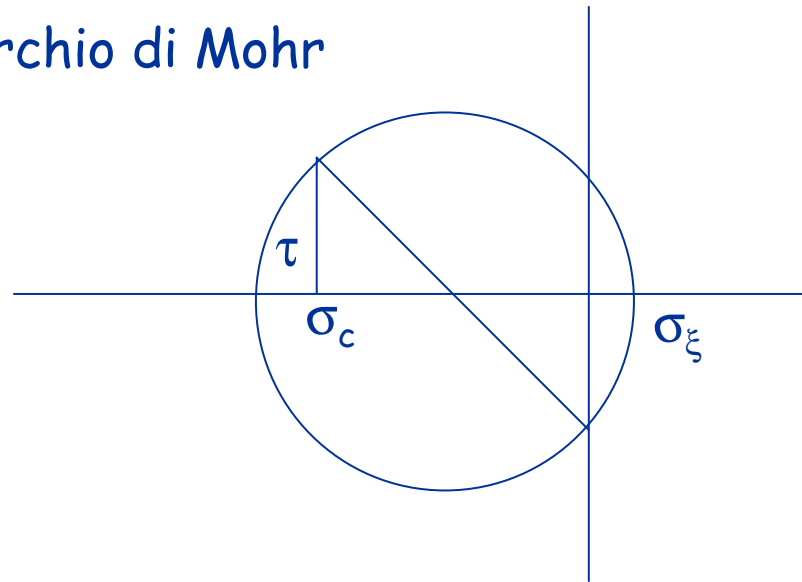
trazione - in assenza di specifiche armature



$$\sigma_c = \frac{N}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

Cerchio di Mohr



$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

Verifica del nodo

trazione - in assenza di specifiche armature

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

si può ottenere

$$\tau \leq f_{ct} \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{f_{ct}}}$$

ovvero

$$V_j \leq f_{ct} b h \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$

NTC 08

$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c}$$

OPCM 3431

Verifica del nodo

trazione - in assenza di specifiche armature

- Una osservazione:
quale valore prendere per f_{ctm} ?

- La formula generale per nuova
progettazione lega la resistenza a
trazione al valore caratteristico di f_c ,
elevato a 2/3

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$

- Nell'OPCM lo mette in relazione alla
radice quadrata di f_c

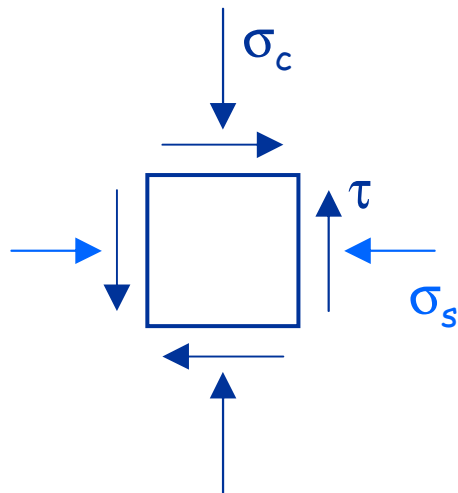
$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{f_c}$$

- Ritengo che sia questo il riferimento
corretto e quindi, più precisamente

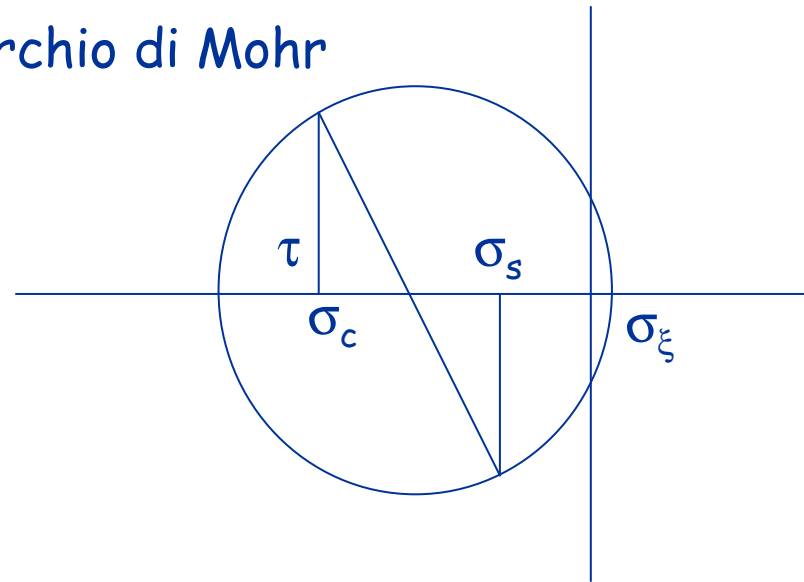
$$f_{ctm} = 0.3 \sqrt{\frac{f_{cm}}{FC \gamma_c}}$$

Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali



Cerchio di Mohr



$$\sigma_c = \frac{N}{b h} \quad \sigma_s = \frac{A_s f_y}{b h}$$

$$\tau = \frac{V_j}{b h}$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct}$$

trazione

Verifica del nodo

trazione - in presenza di armature orizzontali

$$\sigma_{\xi} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_c - \sigma_s}{2}\right)^2 + \tau^2} - \left(\frac{\sigma_c + \sigma_s}{2}\right) \leq f_{ct} \quad \text{trazione}$$

con semplici passaggi
(vedi file Nodo.pdf)

$$\tau \leq \sqrt{(f_{ct} + \sigma_c)(f_{ct} + \sigma_s)} \quad \text{per verifica}$$

$$\sigma_s \geq \frac{\tau^2}{f_{ct} + \sigma_c} - f_{ct} \quad \text{per progetto
armatura}$$

ovvero
NTC 08, punto 7.4.4.3.1

$$\frac{A_s f_y}{b h} \geq \frac{(V / b h)^2}{f_{ct} + v f_c} - f_{ct} \quad v = \frac{N}{b h f_c}$$

E quindi

$$V_j \leq b h \sqrt{\left(\frac{A_s f_y}{b h} + f_{ct}\right) (f_{ct} + v f_c)}$$

Esempio

verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	σ_c	v/η
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.398
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939

Nodo interno

sezione pilastro 30×30

$$f_c = \frac{f_{cm}}{FC \gamma_c} = 8.97 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{288.0}{30 \times 30} \times 10^1 = 3.20 \text{ MPa}$$

$$\eta = \alpha_j \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) = 0.6 \left(1 - \frac{8.97}{250} \right) = 0.578 \quad \alpha_j = 0.60$$

$$v = \frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{3.20}{8.97} = 0.357$$

$$\frac{v}{\eta} = \frac{0.357}{0.578} = 0.617$$

Esempio

verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	σc	v/η	As-sin sup (cm2) inf		As-des sup (cm2) inf		MEd/z sx+dx(kN)	As fy (kN)		Vj (kN)
		dir x												
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308	7.70	3.08	7.70	3.08	278.5	278.47	278.47	242.92
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617	7.70	3.08	7.70	3.08	726.5	377.15	543.09	496.65
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925	7.70	3.08	7.70	3.08	1026.6	377.15	543.09	480.97
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928	7.70	3.08	7.70	3.08	1482.5	377.15	543.09	441.01
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933	7.70	3.08	7.70	3.08	2013.7	377.15	543.09	392.45
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939	7.70	3.08	7.70	3.08	1983.1	377.15	543.09	317.87

Nodo interno

sezione pilastro 30×30

Azione orizzontale dovuta all'armatura delle travi

$$F = A_s f_y$$

$$\text{MIN } F = (7.70 + 3.08) \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 377.15 \text{ kN}$$

$$\text{MAX } F = (7.70 + 3.08) \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 543.09 \text{ kN}$$

Nota: in questo caso le armature sono snervate perché il momento sollecitante (sin+des) darebbe una trazione M/z maggiore

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |46.44 - 543.09| = 496.65 \text{ kN}$$

Esempio

verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	σ_c	v/η	As-sin		As-des		MEd/z sx+dx(kN)	As fy		Vj (kN)
							sup (cm2)	inf	sup (cm2)	inf		(kN)		
		dir x												
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308	7.70	3.08	7.70	3.08	278.5	278.47	278.47	242.92
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617	7.70	3.08	7.70	3.08	726.5	377.15	543.09	496.65
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925	7.70	3.08	7.70	3.08	1026.6	377.15	543.09	480.97
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928	7.70	3.08	7.70	3.08	1482.5	377.15	543.09	441.01
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933	7.70	3.08	7.70	3.08	2013.7	377.15	543.09	392.45
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939	7.70	3.08	7.70	3.08	1983.1	377.15	543.09	317.87

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

Azione orizzontale dovuta all'armatura

$$F = A_s f_y$$

$$\text{MIN } F = (7.70 + 3.08) \times 420 / 1.2 \times 10^{-1} = 377.15 \text{ kN}$$

$$\text{MAX } F = (7.70 + 3.08) \times 420 \times 1.2 \times 10^{-1} = 543.09 \text{ kN}$$

$$V_j = |V_c - A_s f_y| = |225.22 - 543.09| = 317.87 \text{ kN}$$

Esempio

verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	σ_c	v/η
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939

Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
242.92	284.90	98.90	no
496.65	212.12	126.66	no
480.97	93.92	149.35	no
441.01	133.36	217.59	no
392.45	168.72	286.24	no
317.87	199.68	355.31	no

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

$$\sigma_c = 4.874 \text{ MPa}$$

$$v = 0.543$$

$$\eta = 0.578$$

$$V_{jR,com} = \eta f_c b h_{jcx} \sqrt{1 - \frac{v}{\eta}} =$$

$$= 0.578 \times 8.97 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 - \frac{0.543}{0.578}} \times 10^{-1} = 199.68 \text{ kN}$$

Esempio

verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	σ_c	v/η
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939

Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)	
242.92	284.90	98.90	no
496.65	212.12	126.66	no
480.97	93.92	149.35	no
441.01	133.36	217.59	no
392.45	168.72	286.24	no
317.87	199.68	355.31	no

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

$$f_{ct} = 0.3 \times \sqrt{8.97} = 0.90 \text{ MPa}$$

$$V_j > \text{MIN}(V_{jR,com}; V_{jR,tra})$$

Non verificato per $a_g = 0.25 g$

$$V_{jR,tra} = f_{ct} b h_{jc} \sqrt{1 + \frac{N}{b h f_{ct}}} =$$

$$= 0.90 \times 30 \times 52 \times \sqrt{1 + \frac{4.87}{0.90}} \times 10^{-1} = 355.31 \text{ kN}$$

Esempio

verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	σ_c	v/η
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939

Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)		ρ	1/ ρ
242.92	284.90	98.90	no	2.456	40.7%
496.65	212.12	126.66	no	3.921	25.5%
480.97	93.92	149.35	no	5.121	19.5%
441.01	133.36	217.59	no	3.307	30.2%
392.45	168.72	286.24	no	2.326	43.0%
317.87	199.68	355.31	no	1.592	62.8%

Nodo interno

sezione pilastro 30×60

- In qualche piano il nodo si rompe per valori piuttosto piccoli dell'accelerazione sismica (ma maggiori di quelli che portano a rottura i pilastri per taglio)

Esempio

verifica di alcuni nodi

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	σ_c	v/η
		dir x				
10	6	78.06	35.55	144.0	1.600	0.308
10	5	134.30	46.44	288.0	3.200	0.617
10	4	163.17	62.13	432.0	4.800	0.925
10	3	261.96	102.09	578.2	4.818	0.928
10	2	333.23	150.64	726.7	4.845	0.933
10	1	347.64	225.22	877.4	4.874	0.939
		dir y				
17	6	90.14	27.61	50.5	0.561	0.135
17	5	127.02	34.61	132.5	1.472	0.355
17	4	155.92	41.09	214.5	2.383	0.574
17	3	166.72	47.03	296.5	3.294	0.793
17	2	164.68	52.42	378.5	4.206	1.013
17	1	94.53	63.72	460.5	5.117	1.232
		dir y				
1	6	91.30	28.98	66.1	0.734	0.177
1	5	130.40	37.14	163.7	1.819	0.438
1	4	160.66	44.55	261.3	2.903	0.699
1	3	174.05	51.19	358.9	3.988	0.960
1	2	158.93	63.50	456.5	5.072	1.222
1	1	198.72	100.35	556.4	4.637	1.117

Vj (kN)	VjR com (kN)	VjR tra (kN)		ρ	1/ ρ
242.92	284.90	98.90	no	2.456	40.7%
496.65	212.12	126.66	no	3.921	25.5%
480.97	93.92	149.35	no	5.121	19.5%
441.01	133.36	217.59	no	3.307	30.2%
392.45	168.72	286.24	no	2.326	43.0%
317.87	199.68	355.31	no	1.592	62.8%
127.56	254.85	75.59	no	1.688	59.3%
120.56	220.16	96.33	no	1.251	79.9%
114.08	178.86	113.34	no	1.006	99.4%
108.14	124.55	128.11	ok	ok	ok
102.74	sigma c >	141.35	no	sigma c >	sigma c >
91.45	sigma c >	153.45	no	sigma c >	sigma c >
126.19	248.62	79.95	no	1.578	63.4%
118.03	205.43	103.14	no	1.144	87.4%
110.62	150.29	121.99	ok	ok	ok
103.98	54.52	138.30	no	1.907	52.4%
91.67	sigma c >	152.88	no	sigma c >	sigma c >
54.82	sigma c >	214.10	no	sigma c >	sigma c >

$\eta f_{cd} = 5.19 \text{ MPa}$ per nodo interno $\eta f_{cd} = 4.15 \text{ MPa}$ per nodo esterno

alcuni nodi esterni hanno $\sigma_c > \eta f_c$ (ma per bassi valori di V forse non ha senso usare come limite ηf_c)

Verifica dei nodi

conclusione

I nodi interni stanno spesso male per $a_g=0.25 g$, ma se li si considera come confinati la verifica non sarebbe necessaria

I nodi esterni spesso non sono verificati per $a_g=0.25 g$, anche ai piani bassi perché lì σ_c è eccessiva (o ηf_{cd} troppo bassa - ma probabilmente per bassi valori di V occorrerebbe ridiscutere ηf_{cd})

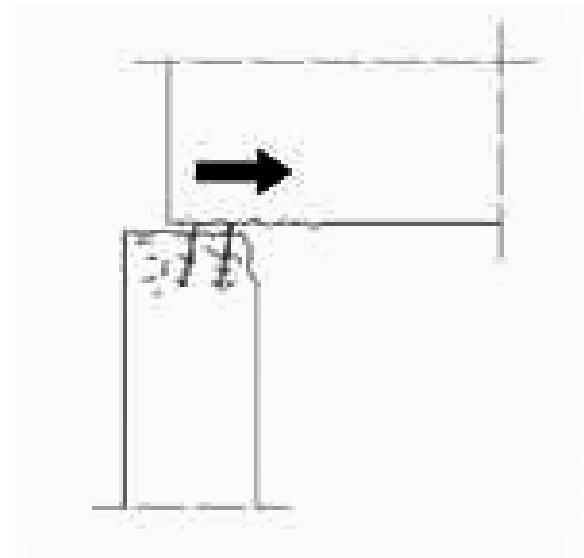
Il fatto che molti nodi non stiano troppo male probabilmente dipende dal fatto che:

- La resistenza a flessione dei pilastri non è molto alta (e questo limita il taglio nei pilastri)
- Anche la resistenza a flessione delle travi non è molto alta (e questo riduce la loro azione sui nodi)

Nota: si sarebbe dovuto tener conto anche della variazione di sforzo normale nei nodi

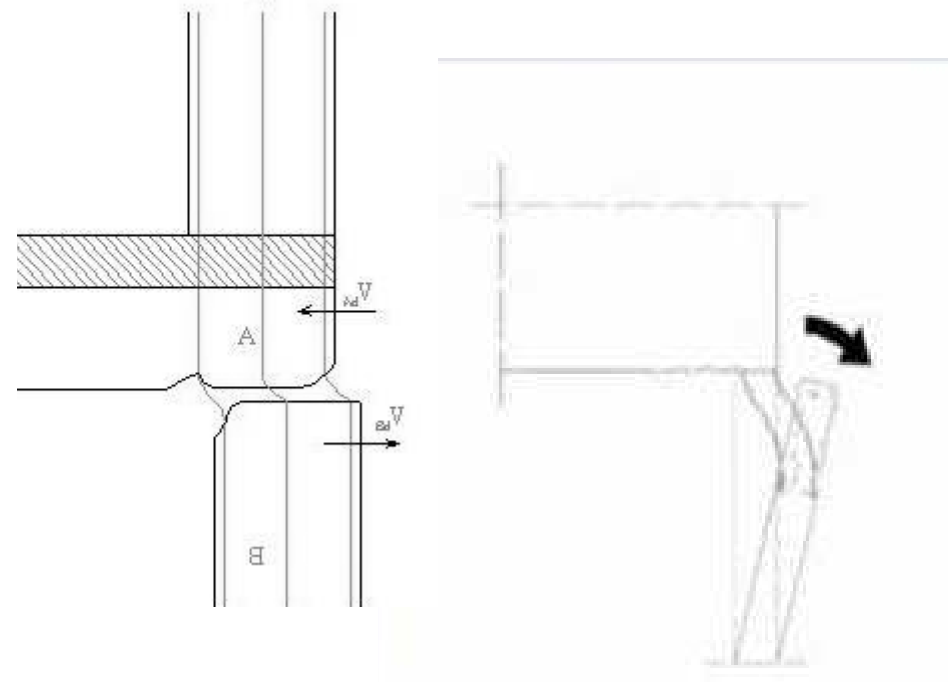
Scorrimento
tra testa pilastro e nodo

Scorrimento pilastro-nodo



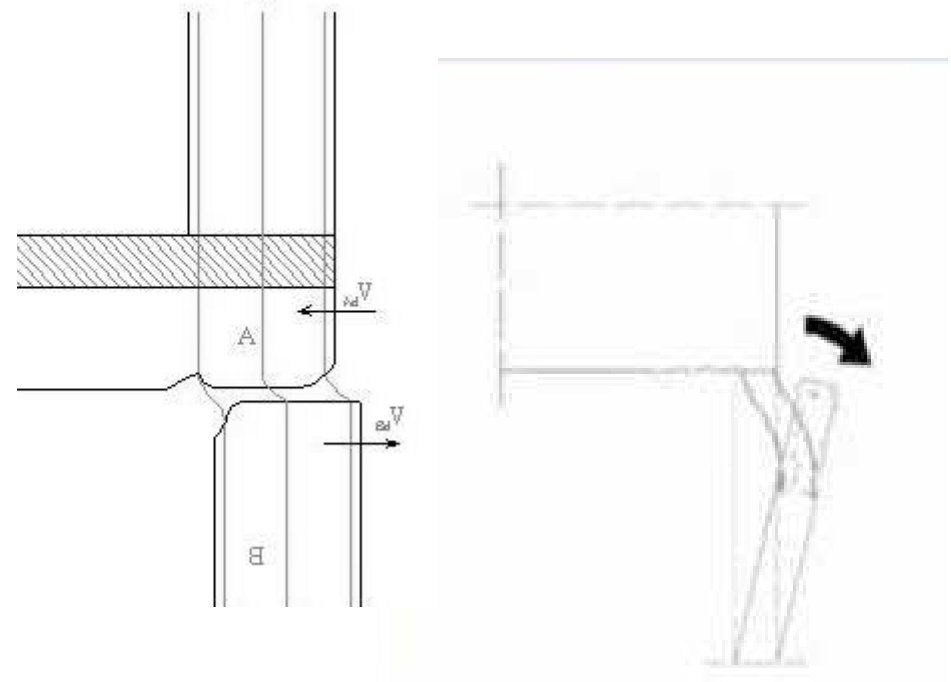
Scorrimento tra la sommità del pilastro
e la trave in corrispondenza
della ripresa di getto

Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro
e la trave in corrispondenza
della ripresa di getto

Scorrimento pilastro-nodo



Scorrimento tra la sommità del pilastro
e la trave in corrispondenza
della ripresa di getto

Verifica di scorrimento pilastro-nodo

- Non esistono molte indicazioni a riguardo
- Solo l'Eurocodice 8, parte 1 (punto 5.5.3.4.4) parla di verifica di scorrimento tra parete e impalcato; le formule proposte possono estendersi, con opportune modifiche, anche al caso in esame

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle barre verticali

Resistenza di eventuali barre inclinate

Resistenza per attrito

Verifica di scorrimento pilastro-nodo

$$V_{dd} = \min \begin{cases} 1,3 \times \sum A_{sj} \times \sqrt{f_{cd} \times f_{yd}} \\ 0,25 \times f_{yd} \times \sum A_{sj} \end{cases}$$

$$V_{fd} = \min \begin{cases} \mu_f \times [(\sum A_{sj} \times f_{yd} + N_{Ed}) \times \xi + M_{Ed}/z] \\ 0,5 \eta \times f_{cd} \times \xi \times l_w \times b_{wo} \end{cases}$$

$$V_{Rd,S} = V_{dd} + V_{id} + V_{fd}$$

Resistenza delle
barre verticali

Resistenza di eventuali
barre inclinate

Resistenza
per attrito

Esempio

verifica scorrimento

pilastro	piano	taglio (kN)	VEd max (kN)	Nq	Vdd 1	Vdd 2	ξ	Vfd 1	Vfd 2	VRdS	
		dir x									
11	6	65.97	35.55	144.0							
11	5	110.60	46.44	288.0							
11	4	133.99	62.13	432.0							
11	3	199.09	102.09	578.2							
11	2	242.24	150.64	726.7							
11	1	284.03	225.22	877.4							
		dir y									
17	6	90.14	27.61	50.5	30.73	34.42	4.00	97.88	29.85	60.58	ok
17	5	127.02	34.61	132.5	30.73	34.42	6.08	136.68	45.34	76.08	ok
17	4	155.92	41.09	214.5	30.73	34.42	9.84	192.57	73.41	104.14	ok
17	3	166.72	47.03	296.5	30.73	34.42	13.60	259.19	101.47	132.20	ok
17	2	164.68	52.42	378.5	30.73	34.42	17.36	336.50	129.53	160.26	ok
17	1	94.53	63.72	460.5	41.83	46.85	21.12	464.85	157.59	199.42	ok
		dir y									
1	6	91.30	28.98	66.1							
1	5	130.40	37.14	163.7							
1	4	160.66	44.55	261.3							
1	3	174.05	51.19	358.9							
1	2	158.93	63.50	456.5							
1	1	198.72	100.35	556.4							

Nota: N (e quindi V_{fd}) si può ridurre anche di molto per effetto del sisma

Verifica scorrimento

commento

- Nell'esempio la verifica a scorrimento non risulta condizionante
 - La variazione di sforzo normale indotta dal sisma potrebbe essere penalizzante ma in questo caso non cambia la sostanza
- Il problema diventa invece rilevante in presenza di tamponature (specie se robuste) perché in tal caso il taglio aumenta notevolmente e la decompressione del pilastro è più rilevante