

Corso di aggiornamento
Progettazione strutturale e
Norme Tecniche per le Costruzioni

**Le pareti in c.a. nella progettazione sismica
e nell'intervento sull'esistente**

Spoletto
4-5 giugno 2015

12b - Calcolo delle armature di travi e pilastri
(lasciato come documentazione)

Definizione delle armature - travi

Primo passo

armatura a flessione delle travi

- Faccio riferimento ai risultati ottenuti dal modello di calcolo con pareti fessurate
- Per la verifica delle sezioni si usano le formule tradizionali

$$M = \frac{b d^2}{r'^2}$$

Trave 21-27

verifica della sezione

Momento sollecitante massimo (negativo):

$$M_{Ed} = 164.9 \text{ (a filo parete)}$$

Momento resistente:

con semplice armatura
($r = 0.0194$)

$$M = \frac{b d^2}{r^2} = 168.7 \text{ kNm}$$

La sezione è accettabile anche a semplice armatura, ma metteremo comunque una discreta armatura in compressione

Primo passo armatura a flessione delle travi

- Faccio riferimento ai risultati ottenuti dal modello di calcolo con pareti fessurate
- Per il progetto delle armature si usano le formule tradizionali

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

Campata 24-25

progetto dell'armatura longitudinale

Momento sollecitante (negativo): $M_{Ed} = 164.9 \text{ kNm}$

Area di ferro: $A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = 10.2 \text{ cm}^2$

Momento sollecitante (positivo): $M_{Ed} = 144.3 \text{ kNm}$

Area di ferro: $A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} = 8.9 \text{ cm}^2$

Armatura: 3 Ø20 + 1 Ø14 sup 3 Ø20 inf
(accettabile)

Progetto dell'armatura longitudinale limiti di normativa

Posto: $\rho = \frac{A_s}{b h}$ $\rho_{\text{comp}} = \frac{A_{s, \text{comp}}}{b h}$

Deve essere: $\frac{1.4}{f_{yk}} < \rho < \rho_{\text{comp}} + \frac{3.5}{f_{yk}}$

Nel caso in esame questo implica che

$$4.7 \text{ cm}^2 < A_s < A_{s, \text{comp}} + 11.7 \text{ cm}^2$$

La condizione è soddisfatta

Progetto dell'armatura longitudinale limiti di normativa

Ulteriori prescrizioni:

- Disporre sempre almeno 2 $\varnothing 14$ sia sup. che inf.
- Armatura compressa almeno pari al 25% della armatura tesa, sempre, e al 50% della armatura tesa, nelle "zone critiche"
- Armatura superiore, sempre almeno 1/4 dell'armatura massima disposta agli estremi

Zona critica - dal filo pilastro un tratto pari a:

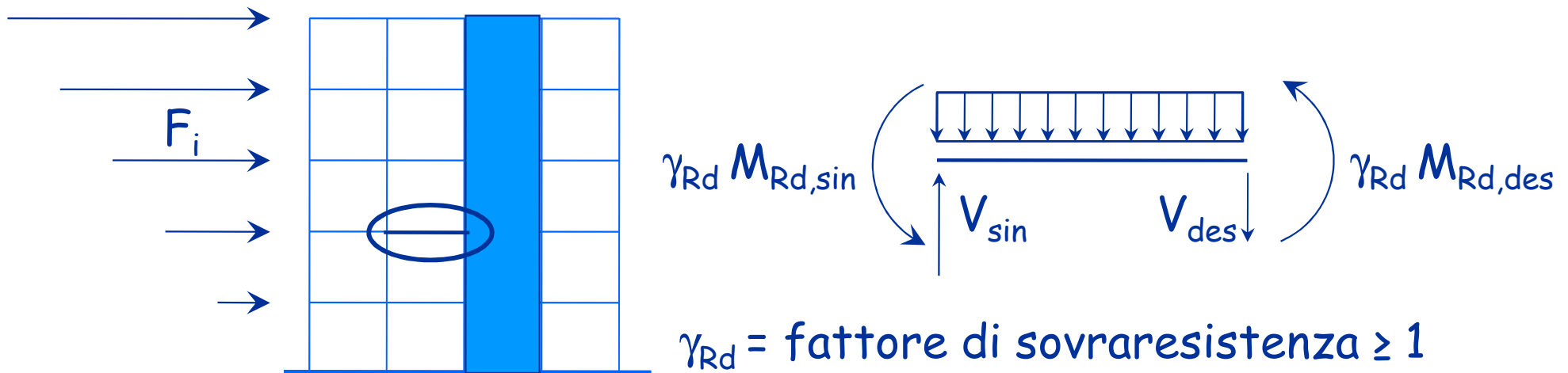
h_{trave} per DC"B"

$1.5 h_{trave}$ per DC"A"

Secondo passo armatura a taglio delle travi

Gerarchia delle resistenze

non si deve avere rottura a taglio;
quindi il taglio si ricava non dall'analisi strutturale ma da
condizioni limite di equilibrio



Secondo passo armatura a taglio delle travi

Gerarchia delle resistenze

non si deve avere rottura a taglio;
quindi il taglio si ricava non dall'analisi strutturale ma da
condizioni limite di equilibrio

$$V = \frac{q l}{2} + \gamma_{Rd} \frac{M_{Rd,sin} + M_{Rd,des}}{l}$$

$$\gamma_{Rd} = 1 \text{ per CD "B"}$$

$$\gamma_{Rd} = 1.2 \text{ per CD "A"}$$

Campata 24-25

sollecitazioni di calcolo

Esempio

sinistra

sup. 3 Ø20 + 1 Ø14

inf. 3 Ø20

$q=33.3 \text{ kN/m}$

destra

sup. 3 Ø20 + 1 Ø14

inf. 3 Ø20

$M_{Rd} \text{ (kNm)}$

-177.6

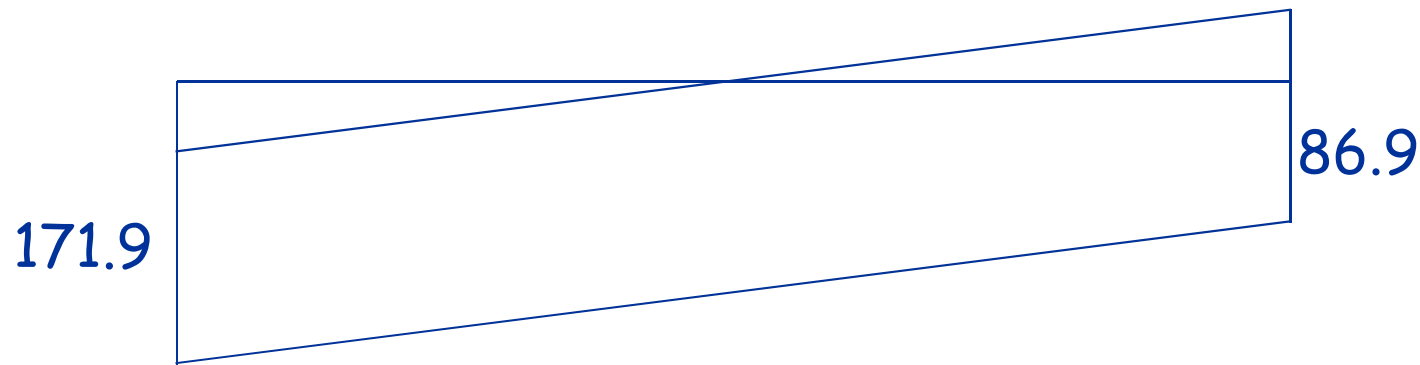
+152.6

-177.6

+152.6

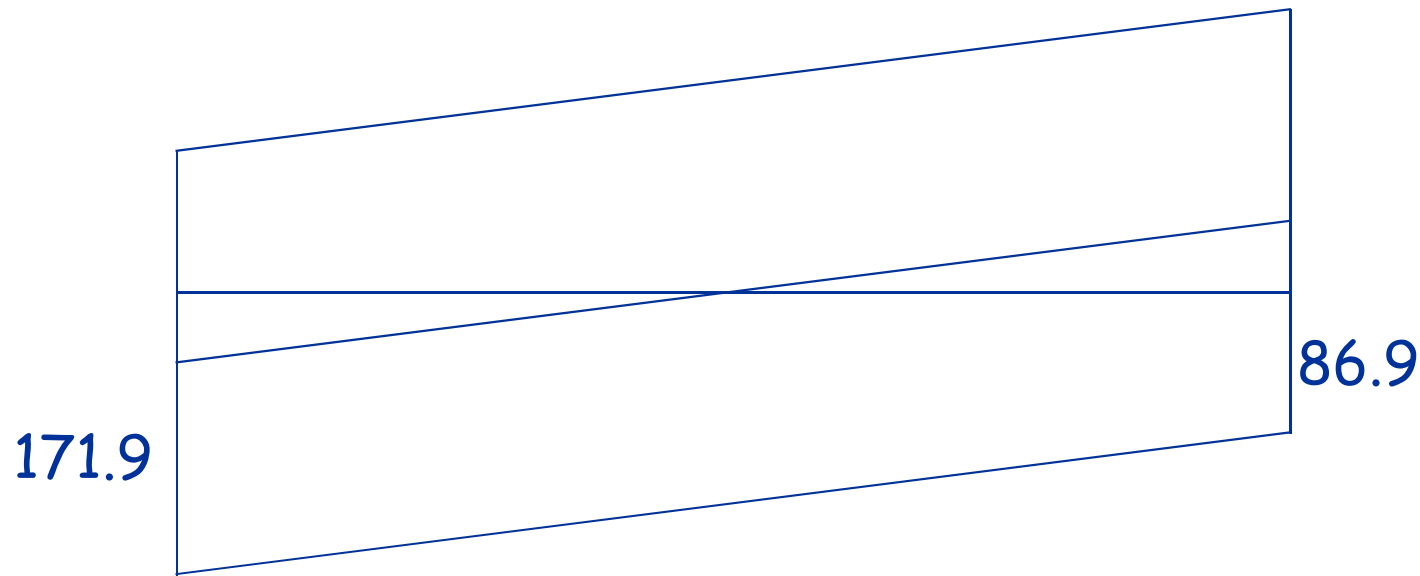
$$V = \frac{q l}{2} + \gamma_{Rd} \frac{M_{Rd, sin} + M_{Rd, des}}{l} = \frac{33.3 \times 2.55}{2} + 1.0 \frac{152.6 + 177.6}{2.55} =$$
$$= 42.5 + 129.4 = 171.9 \text{ kN}$$

Taglio sollecitazioni di calcolo



$$V = \frac{q l}{2} + \gamma_{Rd} \frac{M_{Rd,sin} + M_{Rd,des}}{l} = \frac{33.3 \times 2.55}{2} + 1.0 \frac{152.6 + 177.6}{2.55} =$$
$$= 42.5 + 129.4 = 171.9 \text{ kN}$$

Taglio sollecitazioni di calcolo



$$V = \frac{ql}{2} + \gamma_{Rd} \frac{M_{Rd,sin} + M_{Rd,des}}{l} = \frac{33.3 \times 2.55}{2} + 1.0 \frac{177.6 + 152.6}{2.55} =$$

$$= 42.5 + 129.4 = 171.9 \text{ kN}$$

Armature trasversali (staffe)

Nel caso in esame si ha:

$$V = 171.9 \text{ kN}$$

che richiede $\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} \cot \theta} = \frac{171.9 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 391.3 \times 2} = 5.3 \text{ cm}^2/\text{m}$

CD" B

Si possono disporre $\varnothing 8 / 15 \text{ cm}$ a due bracci che forniscono $6.7 \text{ cm}^2/\text{m}$

Rispetto il limite di normativa $s < 33 \text{ cm}$

Armature trasversali (staffe)

Prescrizioni di normativa:

La prima staffa di contenimento deve distare non più di 5 cm dalla sezione a filo pilastro; le successive devono essere disposte ad un passo non maggiore della più piccola delle grandezze seguenti:

- un quarto dell'altezza utile della sezione trasversale
- 24 \emptyset staffe
- 225 mm (per DC"B") 175 mm (per DC"A")
- 8 $\emptyset_{\min,tra}$ (per DC"B") 6 $\emptyset_{\min,tra}$ (per DC"A")

Nel caso in esame (CD"B") $8 \times 1.4 = 11.2$ cm

Armature trasversali (staffe)

Nel caso in esame si ha:

$$V = 171.9 \text{ kN}$$

che richiede
$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} \cot \theta} = \frac{171.9 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 391.3 \times 2} = 5.3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Si possono disporre $\varnothing 8 / 10 \text{ cm}$ a quattro bracci alle estremità

($\varnothing 8 / 15 \text{ cm}$ nella parte centrale della campata)

Verifica della sezione in cls

Nel caso in esame si ha:

$$V_{Ed} = 171.9 \text{ kN}$$

$$V_{Rcd} = 0.9 d b_w f'_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = 0.9 \times 0.46 \times 0.3 \times 0.5 \times 14.2 \\ \times \frac{2}{1 + 4} \times 10^3 = 352.7 \text{ kN} > V_{Ed}$$

$$f'_{cd} = 0.5 f_{cd}$$

Definizione delle armature - pilastri

Primo passo

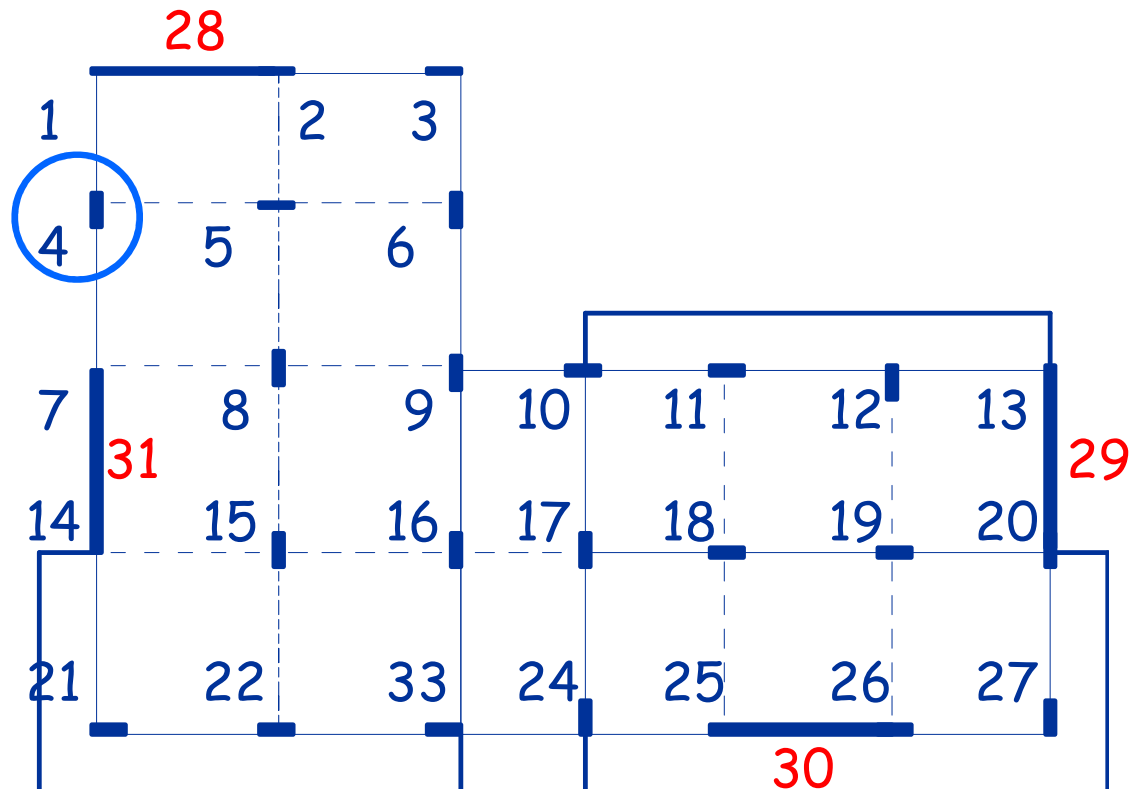
armatura a pressoflessione dei pilastri

Per la sezione alla base e in testa all'ultimo piano si usano i valori derivanti dall'analisi

Altrove si dovrebbe usare il criterio di gerarchia delle resistenze, ma solo ai piani in cui il pilastro è realmente rilevante

Pilastri esaminati (come esempio)

Si esamina il pilastro 4



Pilastro 4, piede del piano 2

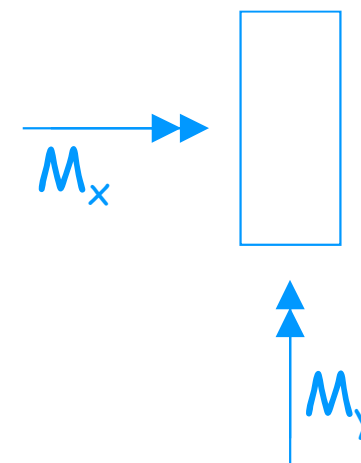
alla base non occorre gerarchia delle resistenze

Schemi di carico base

	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
M_x	0.2	12.0	-57.5	4.0	5.9
M_y	13.2	-7.8	0.8	0.4	0.6
N	938.6	-65.0	101.4	-5.4	-7.9

N positivo = compressione

Combinazioni	M_x	M_y	N
qmin + SismaX Prev.	0.7	16.8	-1041.8
qmin - SismaX Prev.	-0.3	9.7	-835.5
qmin + SismaY Prev.	-56.2	13.2	-1069.1
qmin + SismaY Prev.	56.6	13.2	-808.2



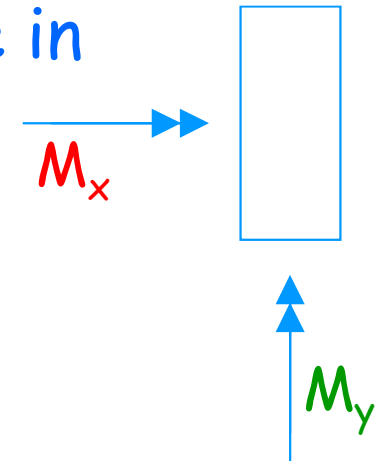
I momenti sono estremamente bassi

Pilastro 4, piano 6

in testa non occorre gerarchia delle resistenze

Combinazioni	Mx	My	N
qmin + SismaX Prev.	81.0	-28.0	187.5
qmin - SismaX Prev.	-74.7	-8.9	138.7
qmin + SismaY Prev.	132.5	-18.4	197.4
qmin + SismaY Prev.	-126.3	-18.4	128.8

Sezione in
testa

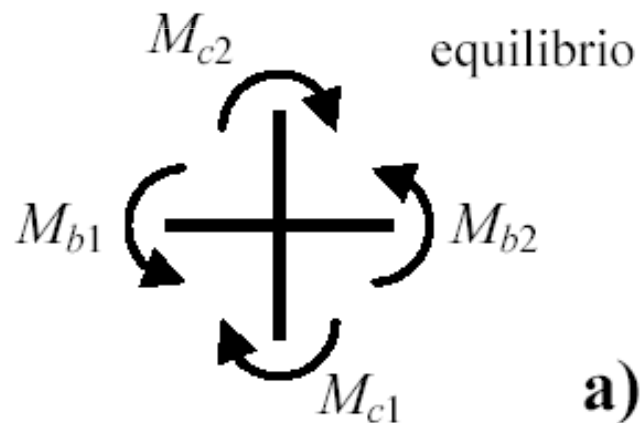
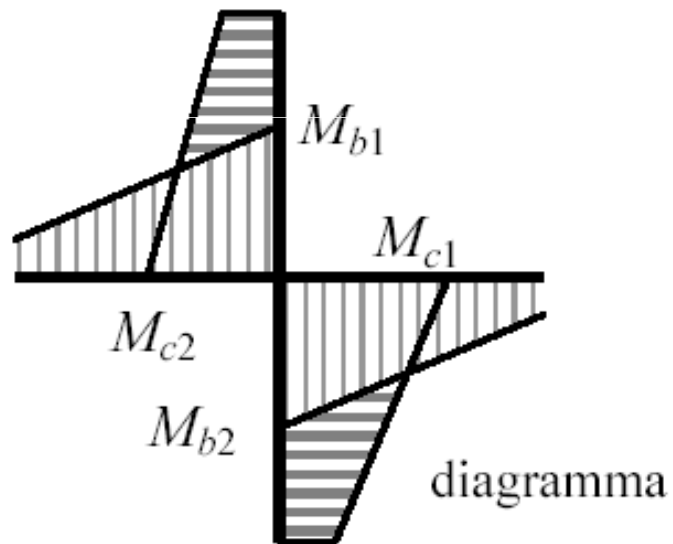


Combinazioni	Mx	My	N
qmin + SismaX Prev.	62.3	21.7	187.5
qmin - SismaX Prev.	-68.6	7.1	138.7
qmin + SismaY Prev.	105.6	14.4	197.4
qmin + SismaY Prev.	105.6	14.4	128.8

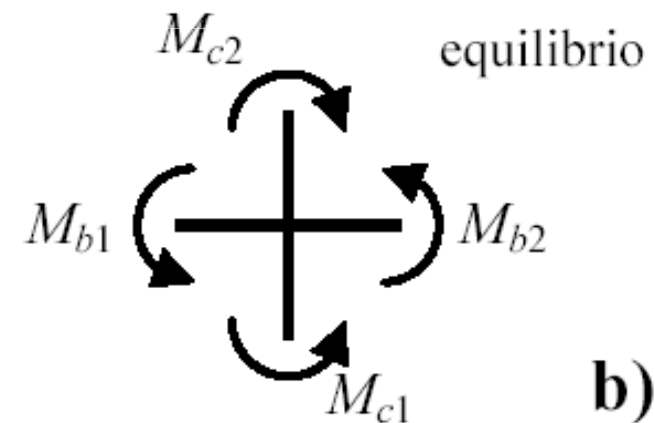
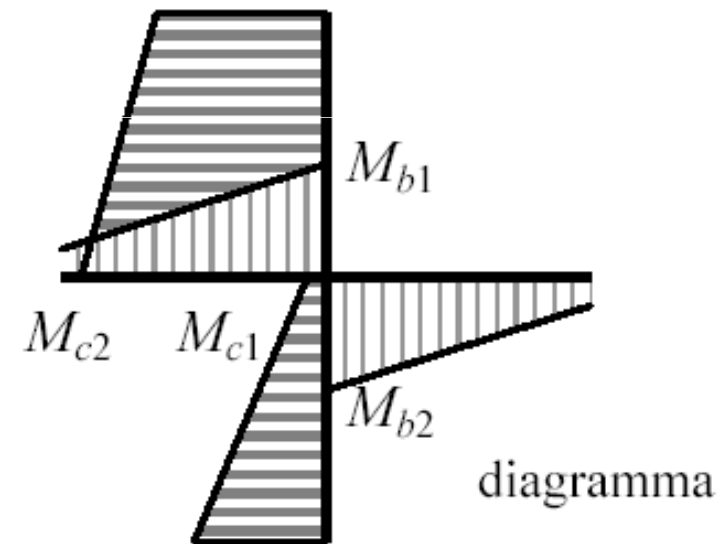
Sezione al
piede

Si applica
gerarchia delle
resistenze

Momenti per equilibrio dei nodi



a)



b)

Criterio di gerarchia delle resistenze

Quando i valori di progetto si ottengono dal criterio di gerarchia delle resistenze

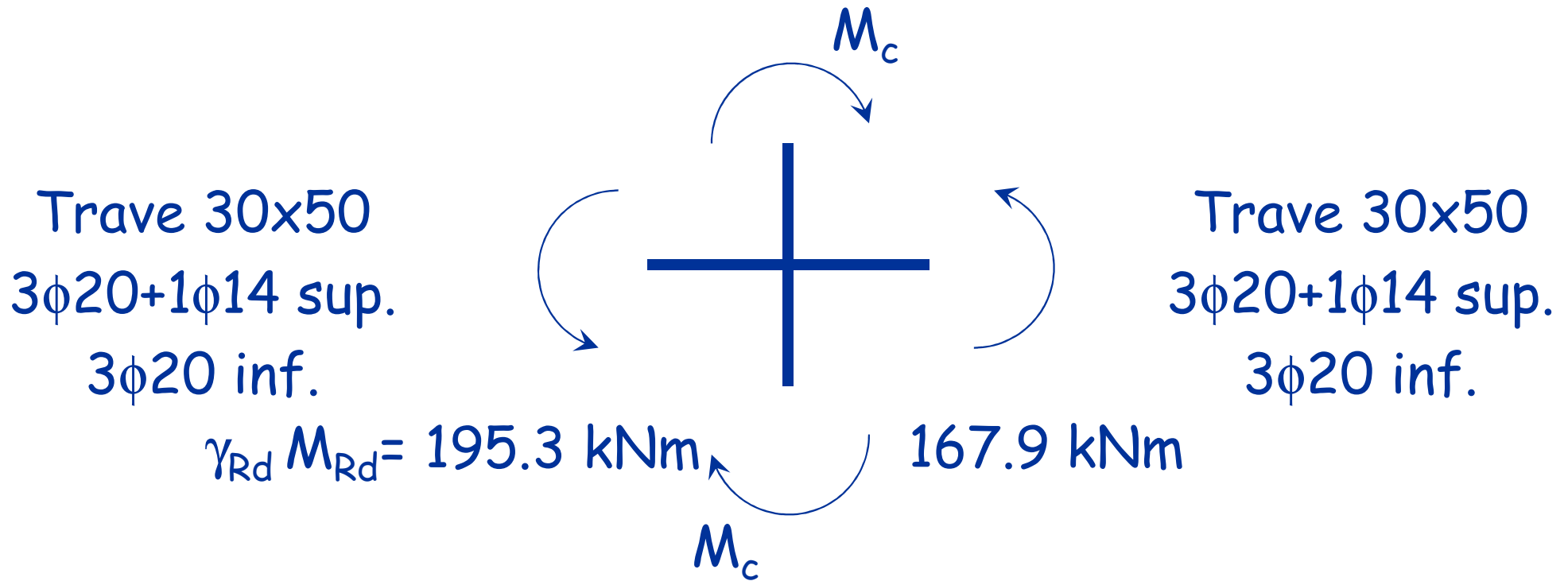
“per ogni nodo trave-pilastro ed ogni direzione e verso dell'azione sismica, la resistenza complessiva dei pilastri deve essere maggiore della resistenza complessiva delle travi amplificata del coefficiente γ_{Rd} in accordo con la formula $\sum M_{c,Rd} \geq \gamma_{Rd} \sum M_{b,Rd}$ ”

$$\gamma_{Rd} = 1.1 \text{ per CD "B"}$$

$$\gamma_{Rd} = 1.3 \text{ per CD "A"}$$

Nota: non è precisato come ripartire il momento tra pilastro superiore e inferiore

Nodo pilastro 4, piano 5



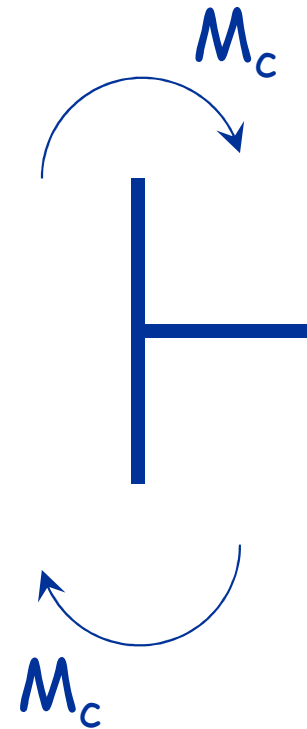
$\gamma_{Rd} = 1.1$ per CD "B"

Ripartisco in parti uguali perché il taglio è quasi uguale ai piani 5 e 6

$$M_c = \frac{\gamma_{Rd} \sum M_{b,Rd}}{2} = 181.6 \text{ kNm}$$

Nodo pilastro 4, piano 5

Nell'altro
piano



Trave 60x26
5 ϕ 14 sup.
4 ϕ 14 inf.

$\gamma_{Rd} M_{Rd} = 65.7 \text{ kNm}$

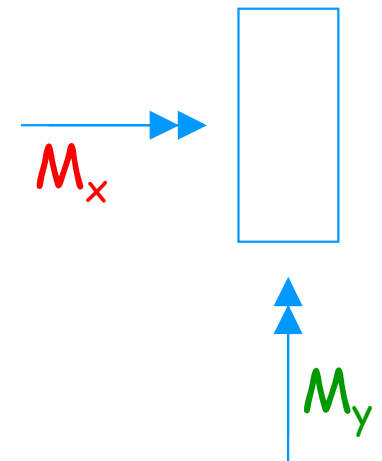
$\gamma_{Rd} = 1.1$ per CD"B"

Ripartisco in parti uguali perché il taglio è quasi uguale ai piani 5 e 6

$$M_c = \frac{\gamma_{Rd} M_{b,Rd}}{2} = 32.9 \text{ kNm}$$

Pilastro 4, piano 6

Sezione	M_x	M_y	N
Testa	132.5	28.0	128.8
Piede	181.6	32.9	128.8
Testa	132.5	28.0	197.4
Piede	181.6	32.9	197.4



Progetto separatamente a pressoflessione retta le armature dei due lati considerando il momento maggiore tra testa e piede

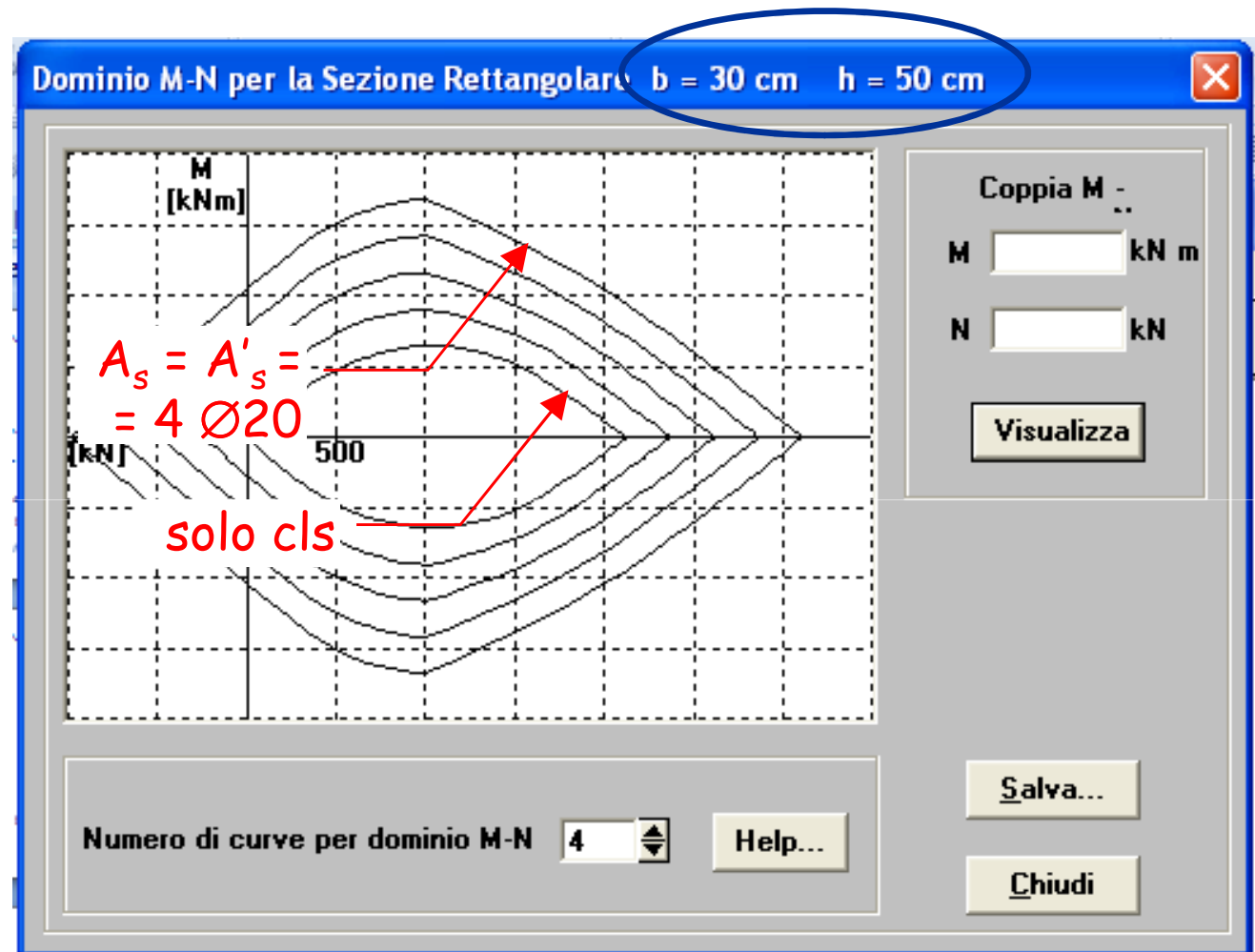
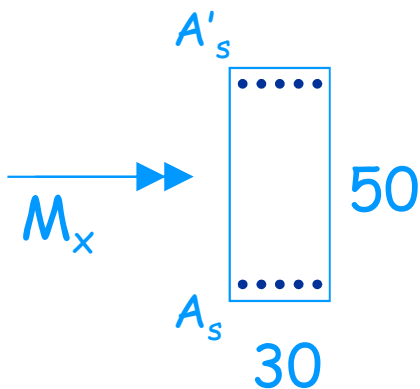
Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni

Si visualizza bene con domini M-N

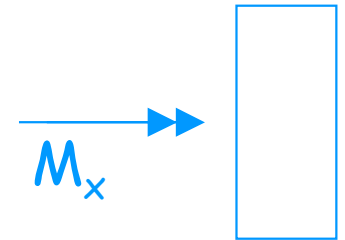
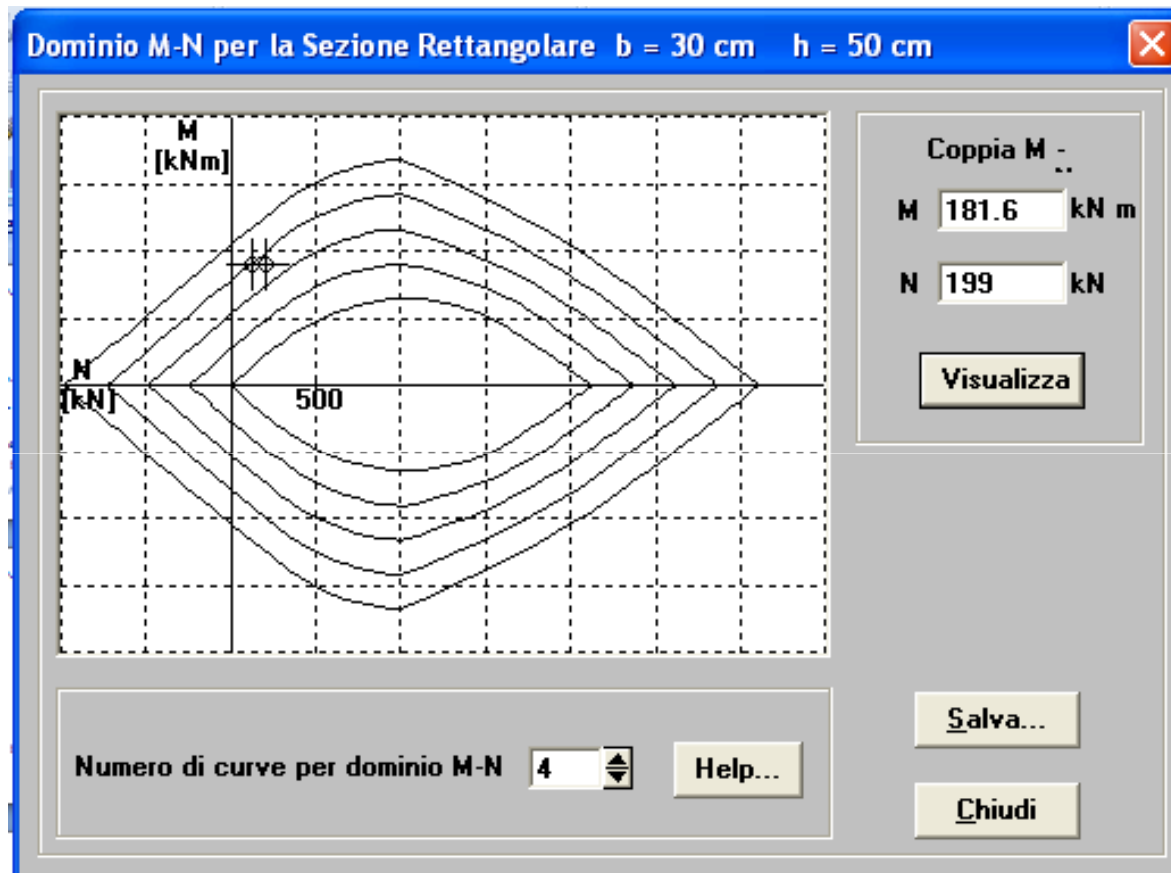
Ad esempio col programma EC2



Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



direzione y

$$M_{x,\max} = 181.6 \text{ kNm}$$

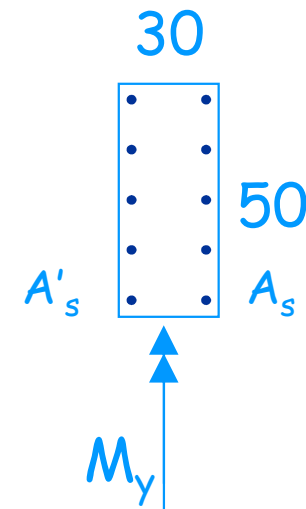
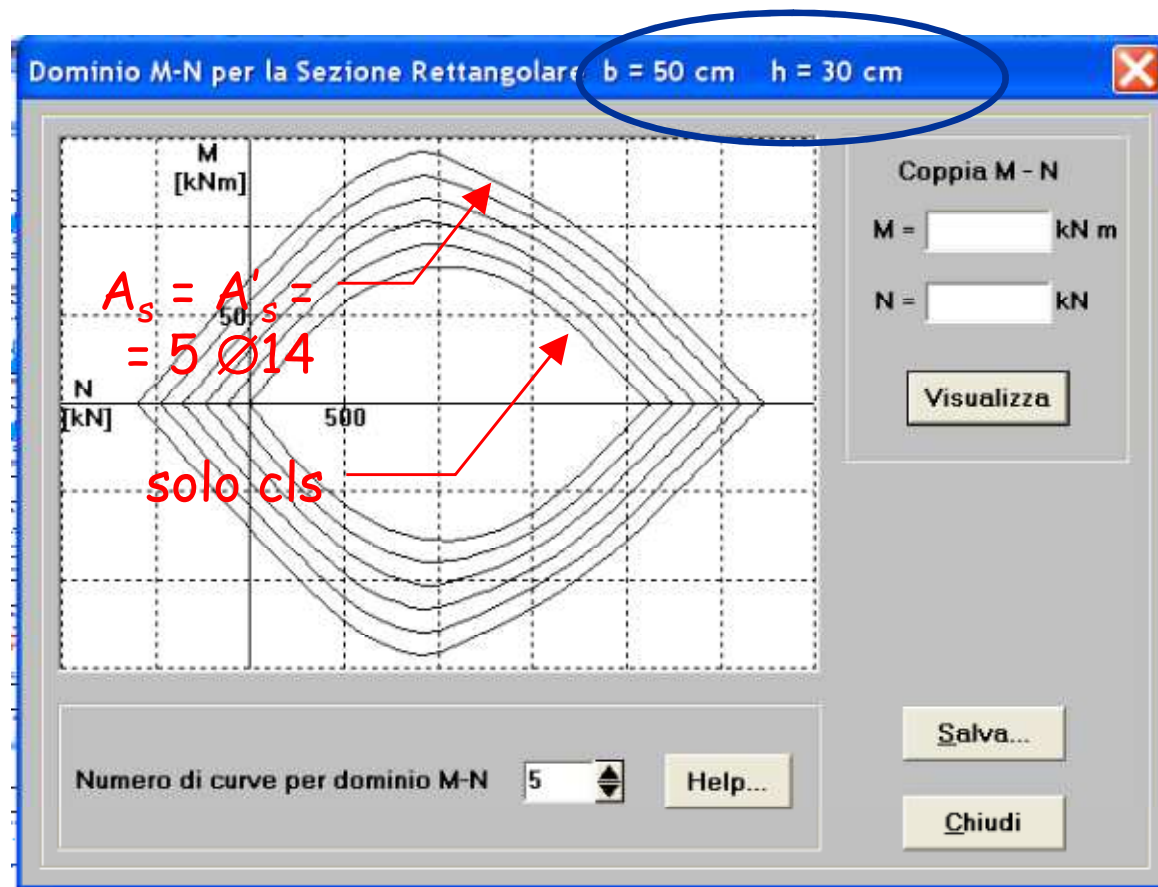
$$\text{con } N = 129 \div 197 \text{ kN}$$

occorrono 3 Ø20
su ciascun lato corto

Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armature

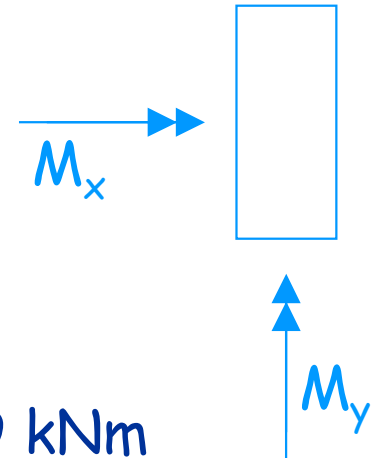
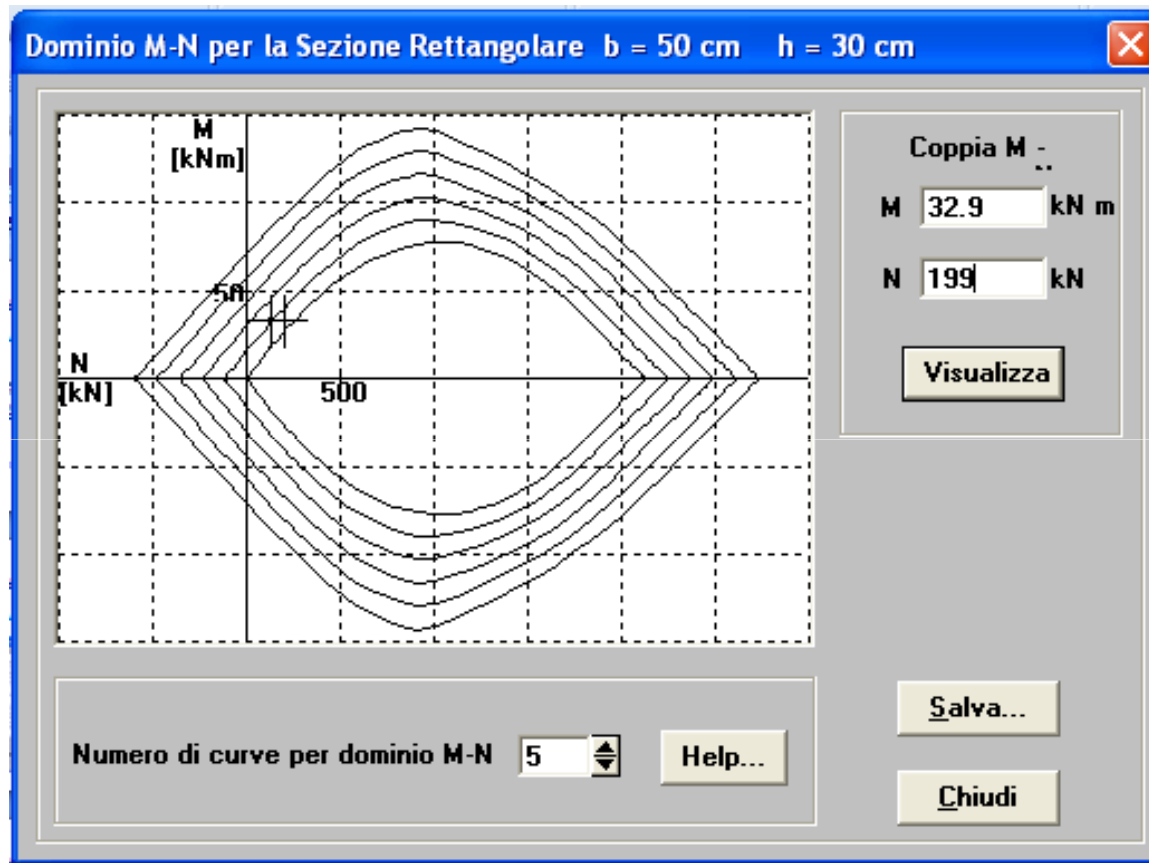
Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



direzione x

$$M_{y,max} = 32.9 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = 129 \div 197 \text{ kN}$$

occorre 1 $\varnothing 14$
su ciascun lato lungo

Armatura longitudinale nei pilastri

limiti di normativa

Nella sezione corrente del pilastro la percentuale di armatura longitudinale deve essere compresa tra i seguenti limiti:

$$1\% \leq \frac{A_s}{A_c} \leq 4\%$$

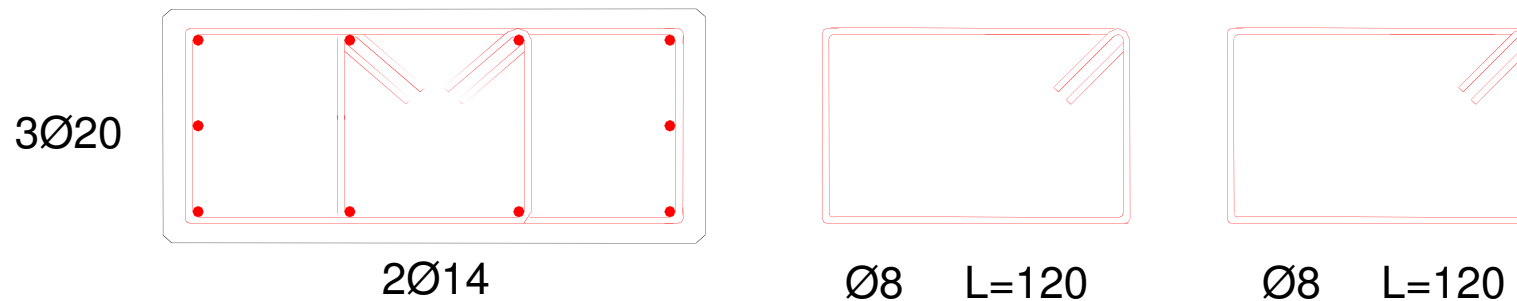
con A_s area totale dell'armatura longitudinale e A_c area della sezione lorda del pilastro

Per tutta la lunghezza del pilastro l'interasse tra le barre non deve essere superiore a 25 cm

Per una sezione 30x50: $15 \text{ cm}^2 \leq A_s \leq 60 \text{ cm}^2$

Pilastro 4, piano 6

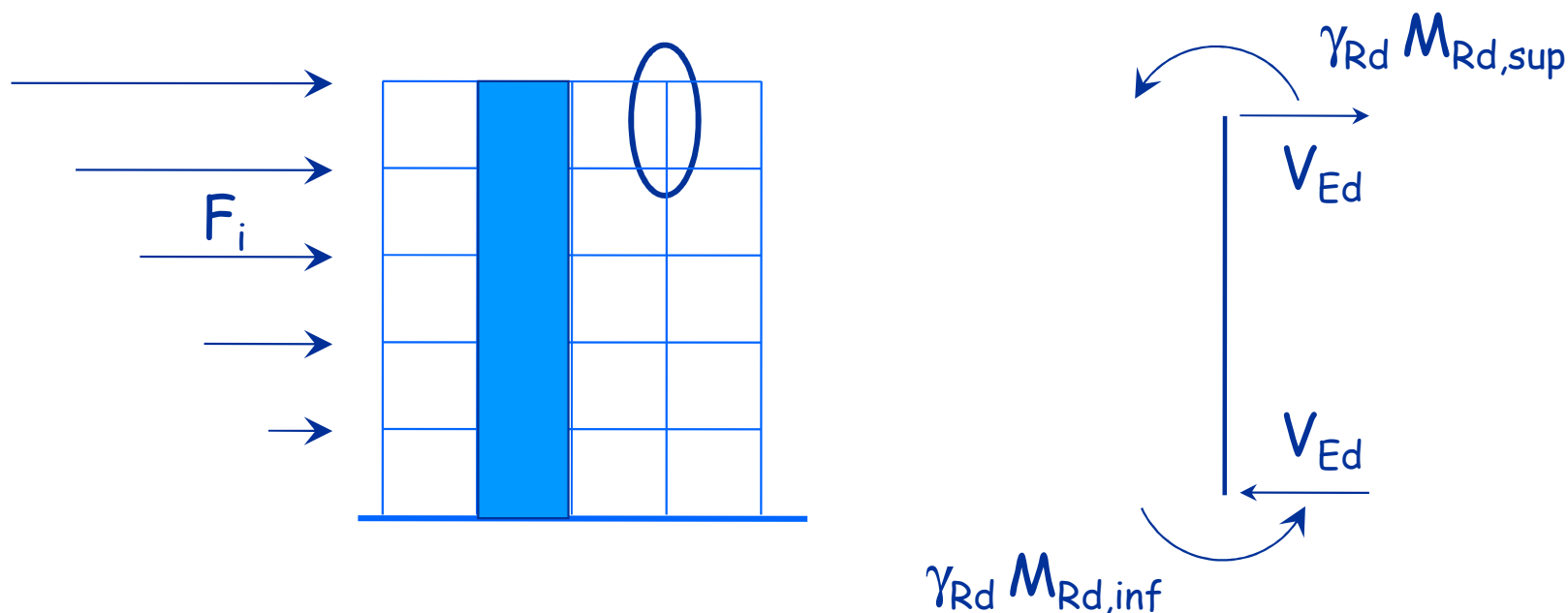
Il pilastro può essere armato con 10 $\varnothing 14$ (15.4 cm^2),
con doppia staffa



Visto che l'armatura è stata sovradimensionata è
superfluo fare una verifica a pressoflessione deviata

Quarto passo armatura a taglio dei pilastri

Calcolare con gerarchia delle resistenze
(analogamente alle travi)



γ_{Rd} = fattore di sovraresistenza ≥ 1

Quarto passo armatura a taglio dei pilastri

Calcolare con gerarchia delle resistenze
(analogamente alle travi)

$$V = \cancel{M_{Rd}} \frac{M_{Rd,inf} + M_{Rd,sup}}{h_c}$$

Altrimenti cumulo due volte la sovrarresistenza

I momenti resistenti vanno valutati tenendo conto della presenza dello sforzo normale.

Armatura trasversale nei pilastri

limiti di normativa

Zona critica:

dall'estremità del pilastro un tratto pari alla maggiore delle seguenti quantità:

- il lato maggiore della sezione trasversale
- un sesto dell'altezza netta del pilastro
- 45 cm
- tutto il pilastro, se la sua altezza è inferiore a 3 volte il lato maggiore della sezione

Per il pilastro 30x50:

50 cm

Armatura trasversale nei pilastri

limiti di normativa

Nelle zone critiche devono essere rispettate le condizioni seguenti:

- le barre disposte sugli angoli della sezione devono essere contenute dalle staffe;
- almeno una barra ogni due, di quelle disposte sui lati, dovrà essere trattenuta da staffe interne o da legature;
- le barre non fissate devono trovarsi a meno di 20 cm (CD "B") o 15 cm (CD "A") da una barra fissata

Le staffe disegnate vanno bene

Armatura trasversale nei pilastri

limiti di normativa

Il diametro delle staffe di contenimento e legature non deve essere inferiore a 6 mm.

suggerisco 8 mm
per le staffe

(Nelle zone critiche?) esse saranno disposte ad un passo pari alla più piccola delle quantità seguenti:

- $1/2$ (CD"B") o $1/3$ (CD"A") del lato minore della sezione trasversale
- 175 mm (CD"B") o 125 mm (CD"A")
- $8 \varnothing_{\min, \text{lon}}$ (per DC"B") o $6 \varnothing_{\min, \text{lon}}$ (per CD"A")

Nell'esempio, dove i pilastri sono sismicamente rilevanti (piani 4, 5 e 6), il passo non deve essere superiore a:

11.2 cm (CD"B")

Armatura trasversale nei pilastri

limiti di normativa

Il diametro delle staffe di contenimento e legature non deve essere inferiore a 6 mm. suggerisco 8 mm
per le staffe

(Nelle zone critiche?) esse saranno disposte ad un passo pari alla più piccola delle quantità seguenti:

- $1/2$ (CD"B") o $1/3$ (CD"A") del lato minore della sezione trasversale
- 175 mm (CD"B") o 125 mm (CD"A")
- $8 \varnothing_{\min, \text{lon}}$ (per DC"B") o $6 \varnothing_{\min, \text{lon}}$ (per DC"A")

Nei tratti di estremità si devono quindi disporre $\varnothing 8 / 10$
e nella parte centrale?

Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armatura a taglio

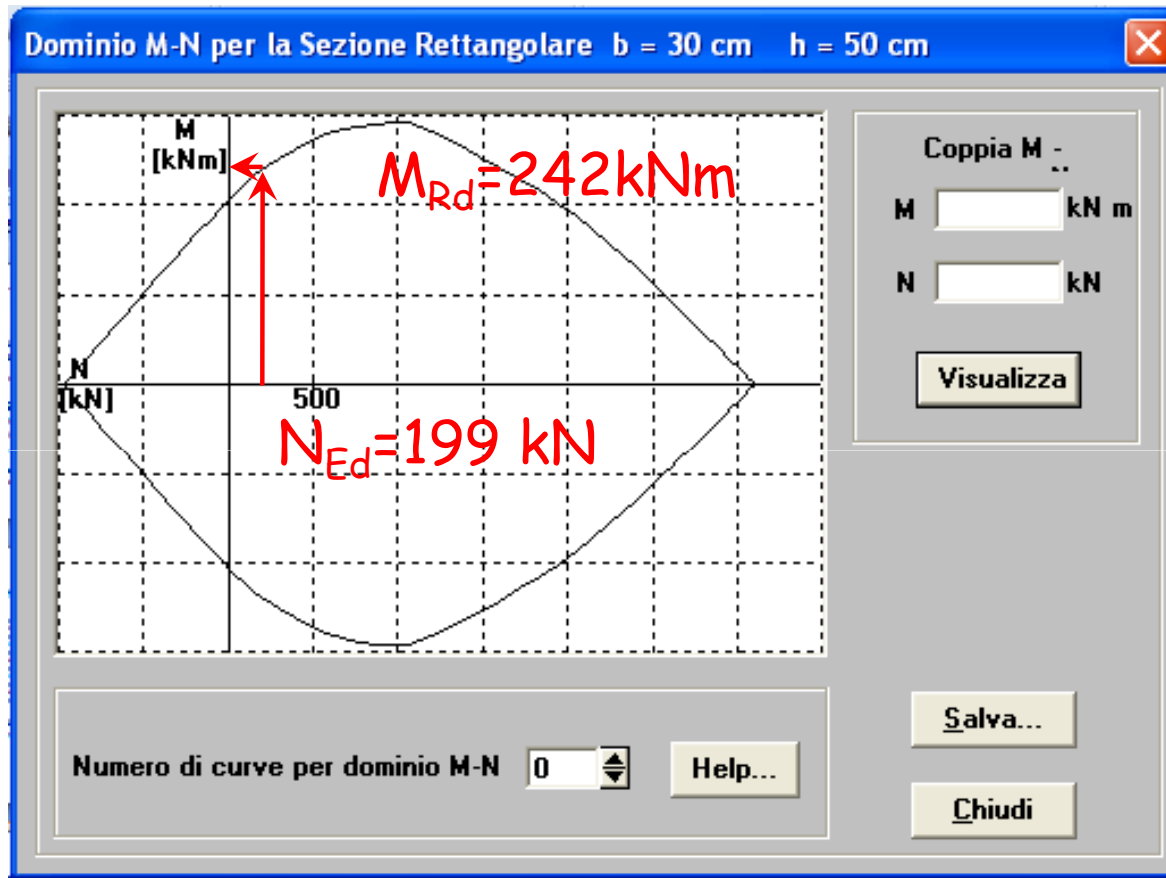
Sezione	Mx	My	N
Testa	132.5	28.0	128.8
Piede	181.6	32.9	128.8
Testa	85.6	24.5	197.4
Piede	78.8	32.9	197.4

Per il calcolo del momento resistente considero lo sforzo normale maggiore

Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armatura a taglio

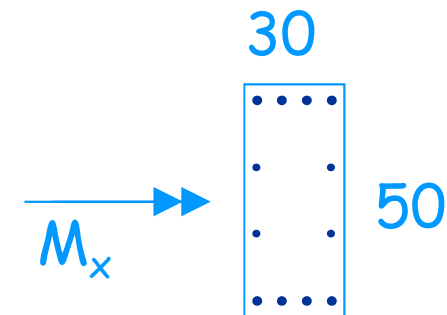
Calcolo dei momenti resistenti dei pilastri
Considero anche le armature sui lati lunghi



Sisma prev. y

$$M_{Rd} = 242 \text{ kNm}$$

con $N = 197 \text{ kN}$



Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armatura a taglio

Armature
inferiore
3 Ø20
di parete
4 Ø14

superiore
3 Ø20

M_{Rd} (kNm)

-242

+242

-242

+242

$$V_{Ed} = \frac{M_{Rd,inf} + M_{Rd,sup}}{h_c} = \frac{242 + 242}{3.00} = 161.3 \text{ kN}$$

Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armatura a taglio

Nel caso in esame si ha:

$$V_{Ed} = 161.3 \text{ kN}$$

$$\text{che richiede } \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z f_{yd} \cot \theta} = \frac{161.3 \times 10}{0.9 \times 0.46 \times 391.3 \times 2} = 5.0 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Dispongo staffe $\varnothing 8 / 15 \text{ cm}$ ($6.67 \text{ cm}^2/\text{m}$), che è molto più di quel che serve ma anche in zona non sismica deve essere $s < 12\phi_{min} = 16.8 \text{ cm}$

Nei tratti di estremità si devono disporre $\varnothing 8 / 10$ per soddisfare i limiti massimi sul passo delle staffe

Pilastro 4, piano 6

verifica a taglio della sezione in cls

Nel caso in esame si ha:

$$V_{Ed} = 161.3 \text{ kN}$$

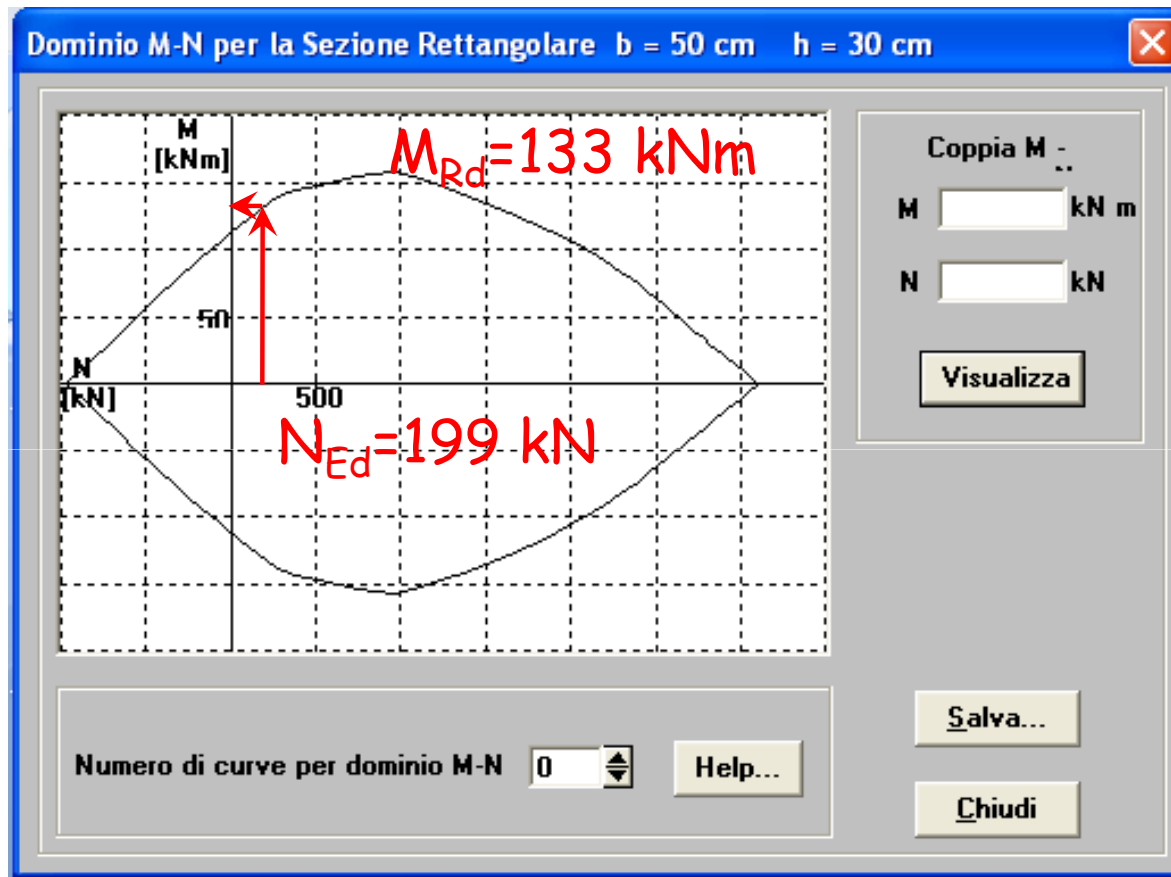
$$V_{Rcd} = z b_w \alpha_c f'_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = 0.9 \times 0.46 \times 0.3 \times 7.1 \\ \times \frac{2}{1 + 2^2} \times 10^3 = 352.7 \text{ kN}$$

avrei potuto considerare $\alpha_c > 1$ perché ho sforzo normale di compressione

Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armatura a taglio

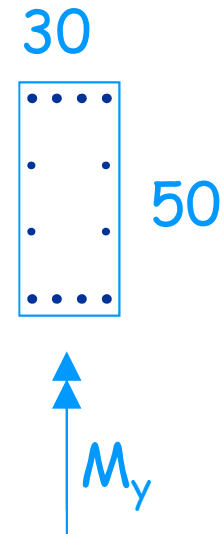
Calcolo dei momenti resistenti dei pilastri
Considero anche le armature sui lati corti



Sisma prev. x

$$M_{y,Rd} = 133 \text{ kNm}$$

con $N = 197 \text{ kN}$



Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armatura a taglio

Armature

inferiore

2 Ø20 + 2 Ø14

superiore

2 Ø20 + 2 Ø14

M_{Rd} (kNm)

-133

+133

-133

+133

$$V_{Ed} = \frac{M_{Rd,inf} + M_{Rd,sup}}{h_c} = \frac{133 + 133}{3.00} = 88.7 \text{ kN}$$

Pilastro 4, piano 6

dimensionamento armatura a taglio

Nel caso in esame si ha, ad esempio:

$$V_{Ed} = 88.7 \text{ kN}$$

che richiede
$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z f_{yd} \cot \theta} = \frac{88.7 \times 10}{0.9 \times 0.26 \times 391.3 \times 2} = 4.8 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Dispongo staffe $\varnothing 8 / 15 \text{ cm}$ ($6.67 \text{ cm}^2 / \text{m}$), che è molto più di quel che serve ma anche in zona non sismica deve essere $s < 12\phi_{min} = 16.8 \text{ cm}$

Nei tratti di estremità si devono disporre $\varnothing 8 / 10$ per soddisfare i limiti massimi sul passo delle staffe

Pilastro 4, piano 6

verifica a taglio della sezione in cls

Nel caso in esame si ha, ad esempio:

$$V_{Ed} = 88.7 \text{ kN}$$

$$V_{Rcd} = z b_w \alpha_c f'_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = 0.9 \times 0.26 \times 0.5 \times 7.1 \\ \times \frac{2}{1 + 2^2} \times 10^3 = 332.3 \text{ kN}$$

avrei potuto considerare $\alpha_c > 1$ perché ho sforzo normale di compressione