

Corsi di aggiornamento

**Progettazione strutturale e  
Norme Tecniche per le Costruzioni**

San Ponziano, Spoleto  
aprile - settembre 2015

Organizzati da Aurelio Gherzi e APICE s.r.l.

Con il patrocinio di:  
Ordini degli ingegneri delle province di  
Perugia, Roma

Corso di aggiornamento  
Progettazione strutturale e  
Norme Tecniche per le Costruzioni

L'isolamento alla base nella progettazione sismica  
e nell'intervento sull'esistente

Spoletto  
5-6 giugno 2015

Aurelio Gheresi, Pier Paolo Rossi

**Corso di aggiornamento**  
**Progettazione strutturale e**  
**Norme Tecniche per le Costruzioni**

**L'isolamento alla base nella progettazione sismica  
e nell'intervento sull'esistente**

**Spoletto**  
**5-6 giugno 2015**

**01 - Introduzione**

**STRATEGIE INNOVATIVE  
DI PROGETTO  
DELLE STRUTTURE**

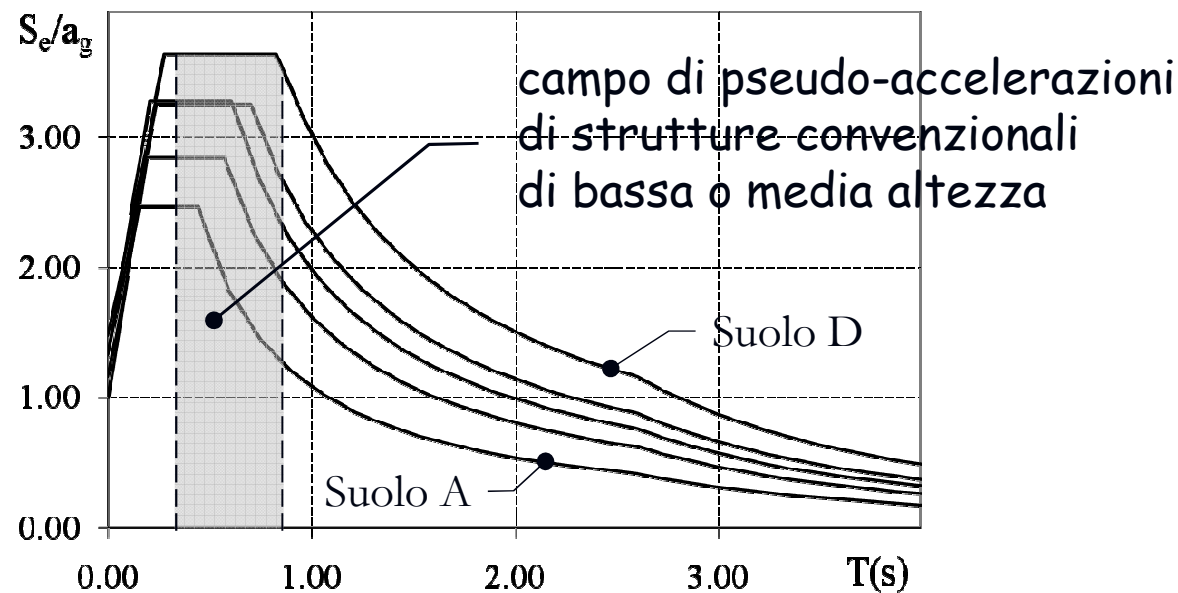
# Tecniche convenzionali di progettazione

LA PRATICA CONVENZIONALE DI COSTRUZIONE  
ASSUME CHE LE STRUTTURE SIANO FISSE ALLA BASE

- Le caratteristiche dinamiche delle strutture fisse alla base sono determinate dalle caratteristiche generali del sistema strutturale (materiali strutturali, tipologia strutturale, distribuzione degli spazi interni, ecc)

# Tecniche convenzionali di progettazione

La pratica convenzionale di costruzione fa sì che la maggior parte delle strutture per edifici abbiano caratteristiche dinamiche che danno luogo ad elevate risposte sismiche



Spettri di normativa in termini di pseudo-accelerazione normalizzata

# Tecniche convenzionali di progettazione

LA PRATICA CONVENZIONALE DI COSTRUZIONE  
ASSUME CHE LE STRUTTURE SIANO FISSE ALLA BASE

- Le strutture fisse alla base non possono essere realisticamente progettate per rimanere elastiche durante eventi sismici di notevole intensità
- La comune pratica tecnica prevede che esse siano progettate in modo tale da sviluppare danni controllati in occorrenza di eventi sismici

# Tecniche convenzionali di progettazione

Danni ad elementi strutturali





# Tecniche convenzionali di progettazione

Danni ad elementi non strutturali



# Tecniche innovative di progettazione

## Obiettivi

Migliorare la prestazione delle strutture a tutti i livelli di rischio :

- riducendo l'interruzione d'uso delle attività
- riducendo le accelerazioni al fine di minimizzare i danni agli oggetti contenuti nelle costruzioni
- riducendo il danno agli elementi strutturali e non-strutturali

# Controllo delle vibrazioni

Il miglioramento delle prestazioni sismiche delle strutture può essere ottenuto attraverso il controllo della risposta :

**1.**



**CONTROLLO  
PASSIVO**

**2.**



**CONTROLLO  
SEMI-ATTIVO**

**3.**



**CONTROLLO  
ATTIVO**

# Controllo delle vibrazioni

## CONTROLLO ATTIVO

Un sistema di controllo attivo è progettato per monitorare lo stato di una struttura ad un determinato istante, per processare questa informazione e per applicare, in breve tempo, un insieme di azioni tali da modificare questo stato nel modo desiderato.

Un sistema di controllo attivo é pertanto costituito da tre componenti:

- Un sistema di monitoraggio in grado di rilevare lo stato di risposta della struttura e di registrare le informazioni mediante un sistema di acquisizione;
- Un sistema di controllo che riceve i dati dal sistema di monitoraggio e decide sulle contromisure da applicare;
- Un sistema attuatore che fisicamente applica le contromisure alla struttura.

# Controllo delle vibrazioni

## CONTROLLO PASSIVO

Un sistema di controllo passivo è progettato per influenzare la risposta strutturale senza che le proprie caratteristiche siano modificate nel corso dell'evento sismico.

(ovvero il sistema passivo subisce la risposta sismica e non modifica le proprie caratteristiche al variare dell'risposta sismica della struttura)

## Attenzione !

Differentemente dai sistemi di controllo attivi, quelli passivi non richiedono alcuna fonte di energia esterna per il loro funzionamento.

# Controllo delle vibrazioni

## CONTROLLO SEMIATTIVO

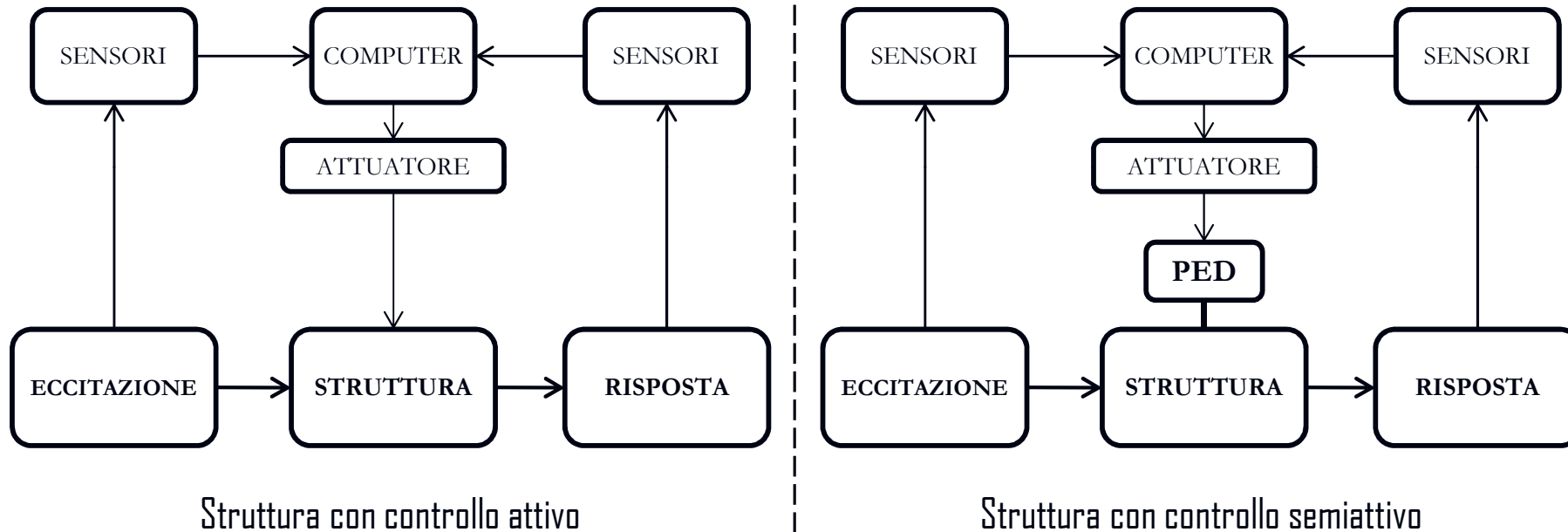
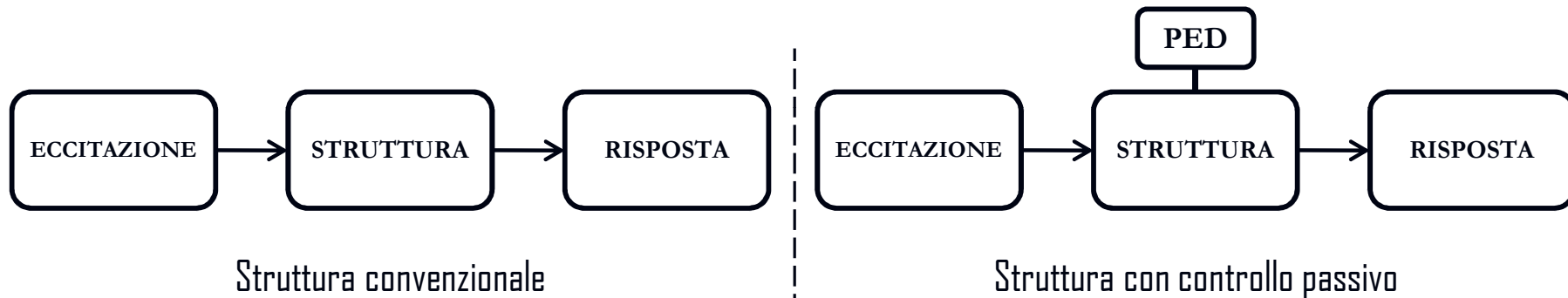
I dispositivi semiattivi possono essere visti come dispositivi passivi controllabili

(Si citano dissipatori oleodinamici con fluido magneto-reologico, in grado cioè di variare le proprie caratteristiche meccaniche, in particolare la viscosità, al variare del campo magnetico in cui si trovano immersi. Il campo magnetico può essere agevolmente modificato controllando una corrente di bassa potenza che passa in circuiti elettrici opportunamente collocati attorno al dispositivo. Altri esempi sono dispositivi controllabili ad attrito e dispositivi a rigidità variabile)

## Attenzione !

I dispositivi semiattivi richiedono quantità di energia che sono di ordini di grandezza inferiori a quelle necessarie per dispositivi pienamente attivi.

# Controllo delle vibrazioni



# Controllo delle vibrazioni

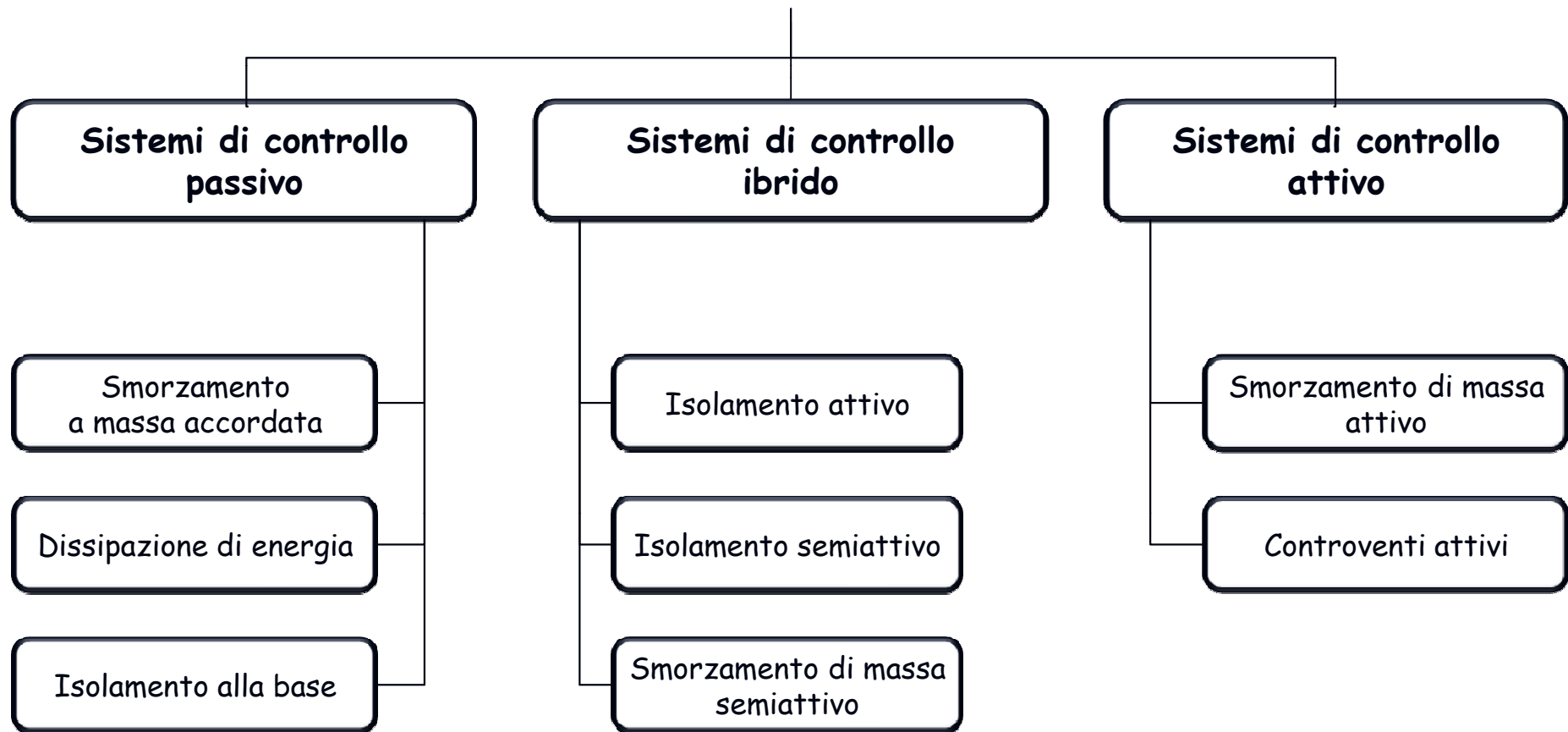
E' possibile avere anche un controllo ibrido,  
ovvero un controllo che utilizza dispositivi sia passivi che attivi.

## **CONTROLLO IBRIDO**

Questo tipo di controllo si giova dei vantaggi delle tipologie di controllo passivo ed attivo e ne limita gli svantaggi



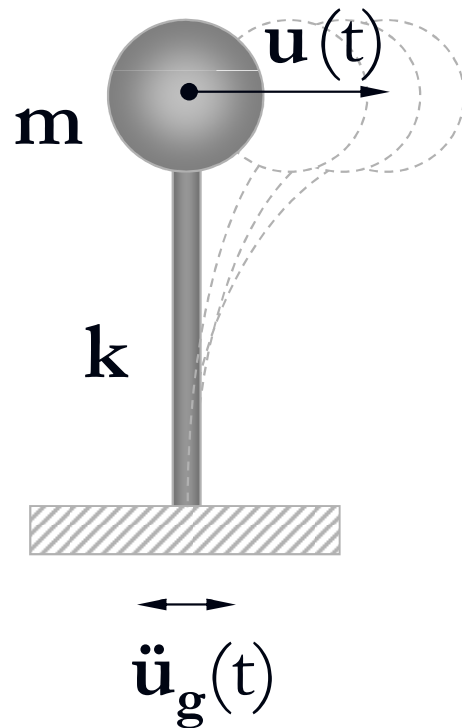
# Controllo delle vibrazioni



L'isolamento alla base è il sistema più comune

# Equazione di bilancio energetico

Formulazione assoluta



L'equazione del moto dell'oscillatore si può scrivere:

$$m\ddot{u}_t + c\dot{u} + f_s = 0$$

Integrando rispetto allo spostamento si ha:

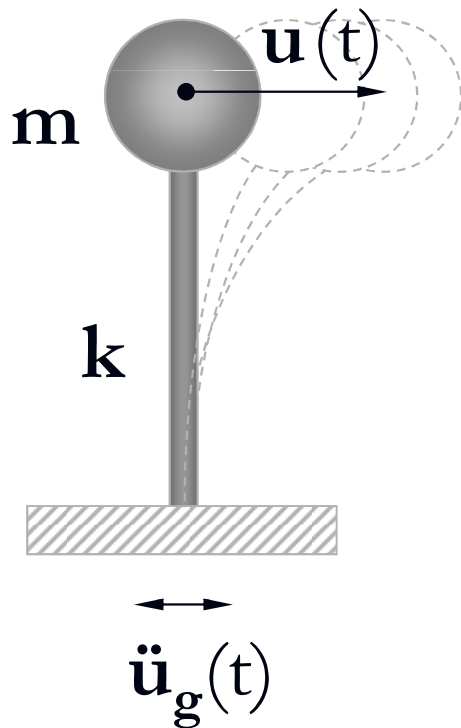
$$\int m\ddot{u}_t du + \int c\dot{u} du + \int f_s du = 0$$

dove:

$$\int m\ddot{u}_t du = \int m\ddot{u}_t (du_t - du_g) = \int m \frac{d\dot{u}_t}{dt} du_t - \int m\ddot{u}_t du_g = \frac{m\dot{u}_t^2}{2} - \int m\ddot{u}_t du_g$$

# Equazione di bilancio energetico

Formulazione assoluta



Nell'equazione così ottenuta:

$$\frac{m\dot{u}_t^2}{2} + \int c\dot{u} du + \int f_s du = -\int m\ddot{u}_t du_g$$

①



$E_k$

energia cinetica assoluta

②



$E_v$

energia viscosa

③



$E_s$

energia di richiamo

④

$E_i$

energia di ingresso  
assoluta

# Equazione di bilancio energetico

Formulazione assoluta

L'energia di ingresso assoluta  $E_i$   
può essere espressa come somma delle seguenti aliquote:

$$E_i = E_s + E_k + E_v + E_h$$

$E_s$     energia di richiamo elastico

$E_k$     energia cinetica assoluta

$E_v$     energia viscosa

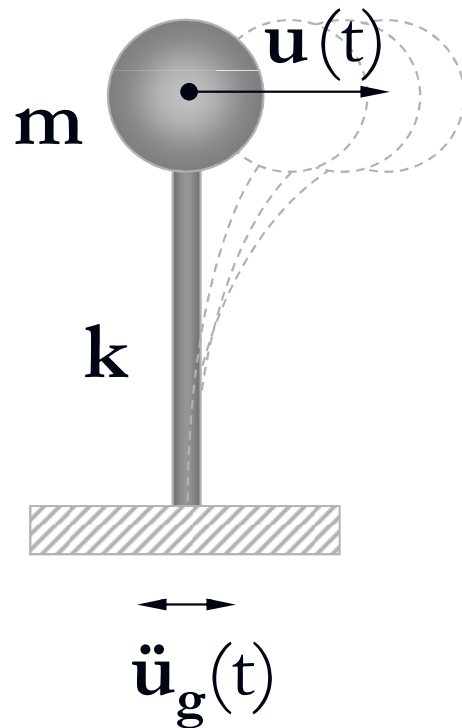
$E_h$     energia isteretica

← **reversibili**

← **irreversibili**

# Equazione di bilancio energetico

Formulazione relativa



L'equazione del moto dell'oscillatore si può scrivere:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s = -m\ddot{u}_g$$

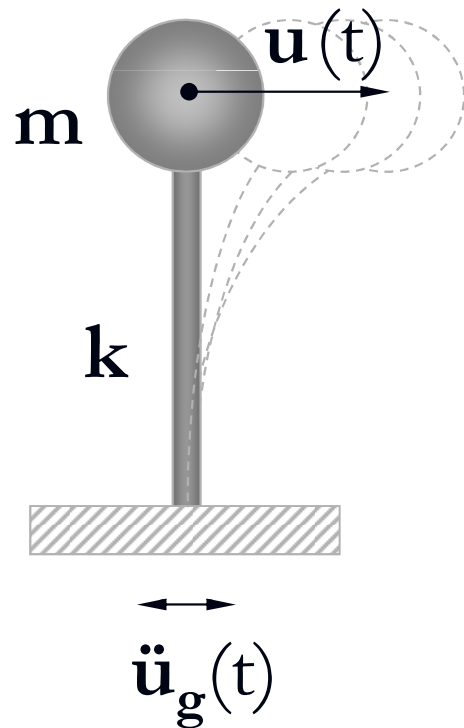
Integrando rispetto allo spostamento si ha:

$$\int m\ddot{u} du + \int c\dot{u} du + \int f_s du = -\int m\ddot{u}_g du$$

dove: 
$$\int m\ddot{u} du = \int m \frac{d\dot{u}}{dt} du = \int m\dot{u} d\dot{u} = \frac{m\dot{u}^2}{2}$$

# Equazione di bilancio energetico

Formulazione relativa



Nell'equazione così ottenuta:

$$\frac{m\dot{u}^2}{2} + \int c\dot{u} du + \int f_s du = - \int m\ddot{u}_g du$$

①



$E_k'$

energia cinetica relativa

②



$E_v$

energia viscosa

③



$E_s$

energia di richiamo

④

$E_i'$

energia di ingresso  
relativa

# Equazione di bilancio energetico

Formulazione relativa

L'energia di ingresso relativa  $E_i'$   
può essere espressa come somma delle seguenti aliquote:

$$E_i' = E_s + E_k' + E_v + E_h$$

$E_s$     energia di richiamo elastico

$E_k$     energia cinetica relativa

$E_v$     energia viscosa

$E_h$     energia isteretica

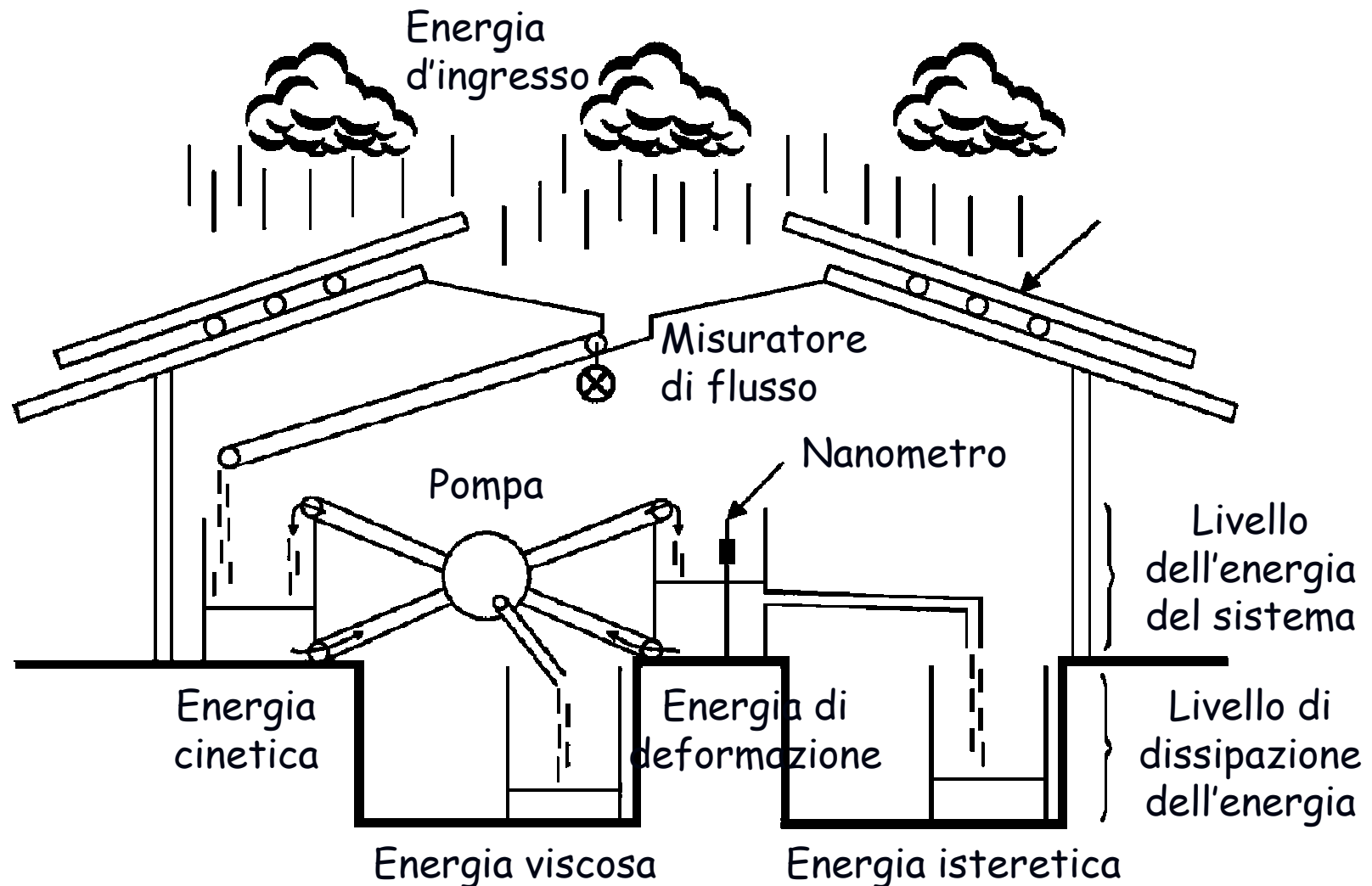
← reversibili

← irreversibili

# Equazione di bilancio energetico

Rappresentazione pratica

Durante l'evento sismico

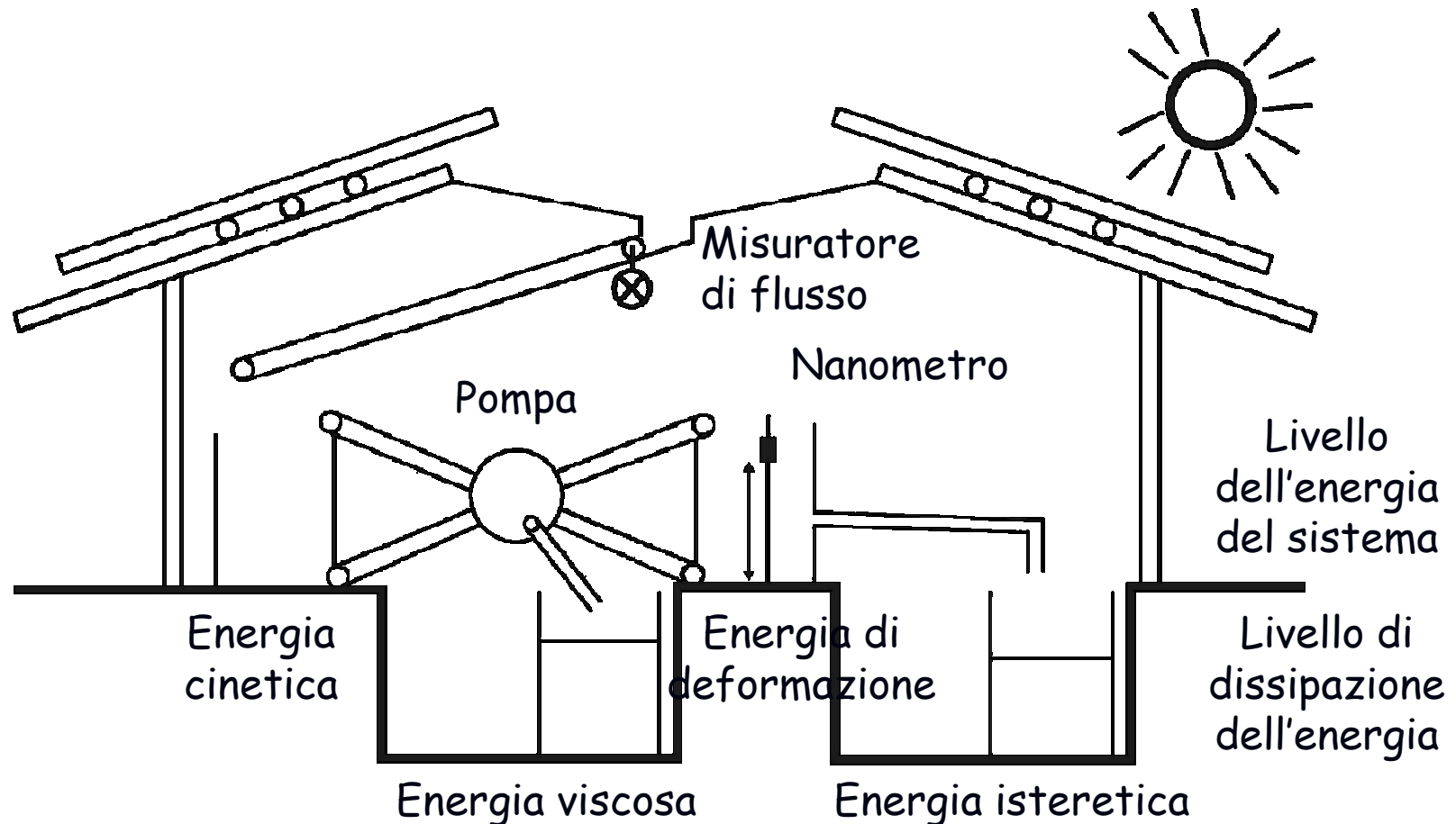




# Equazione di bilancio energetico

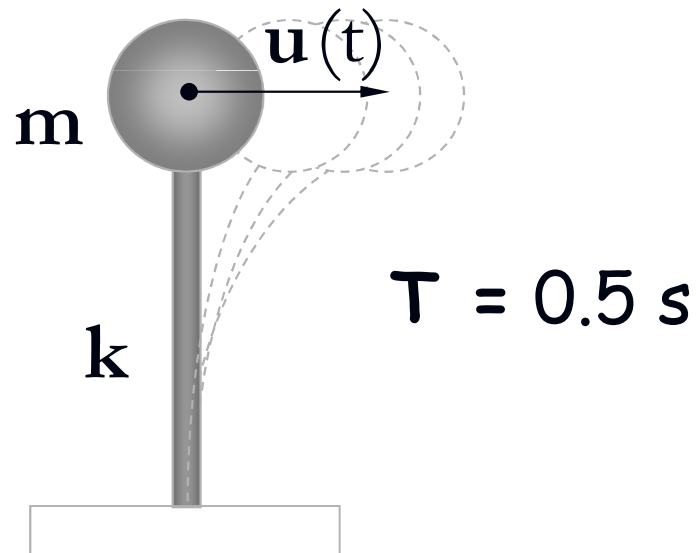
Rappresentazione pratica

Al termine  
dell'evento sismico



# Esempio - Oscillatore 1

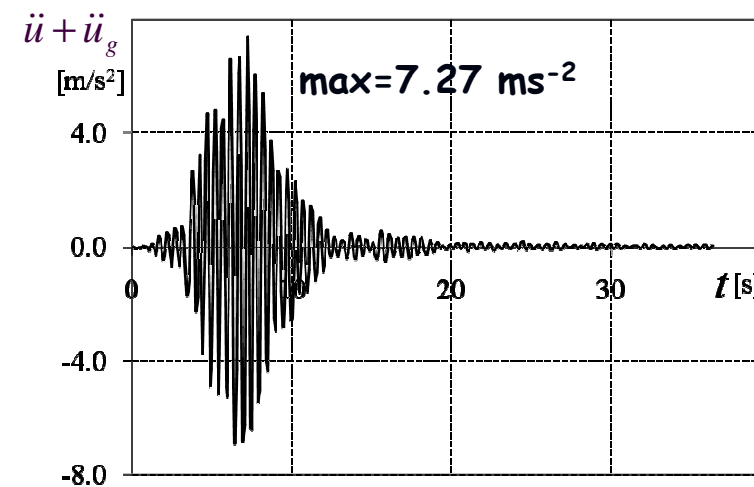
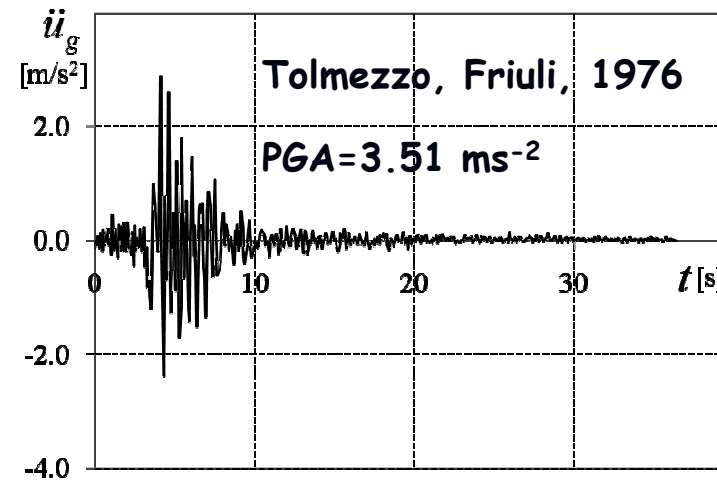
Accelerazioni



$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

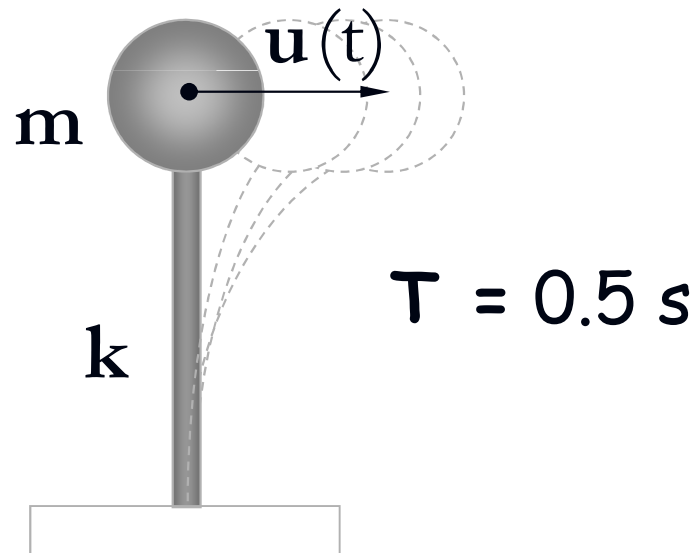
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 1

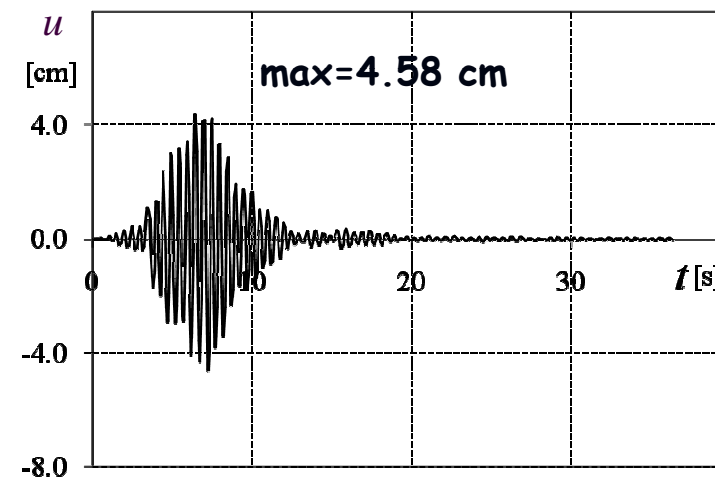
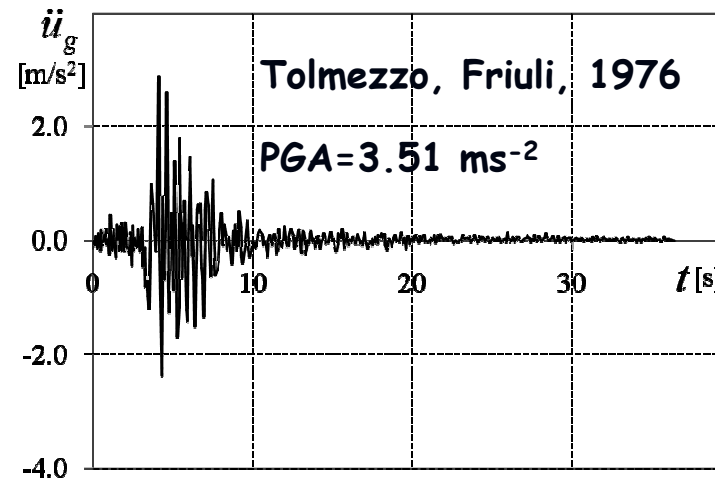
Spostamenti



$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

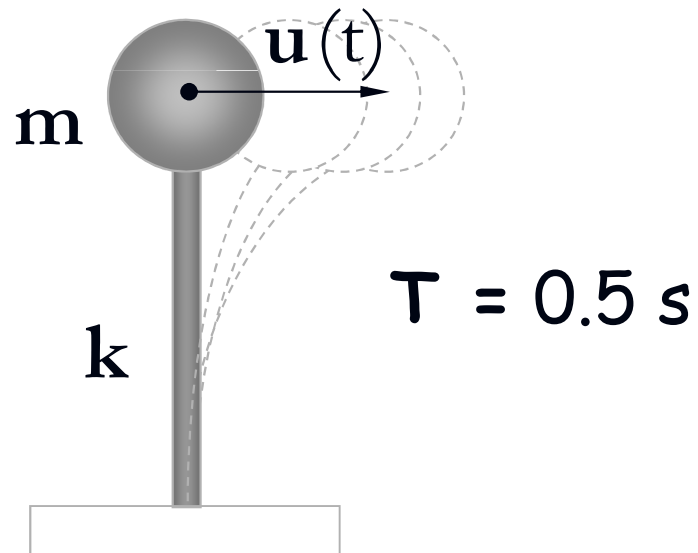
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 1

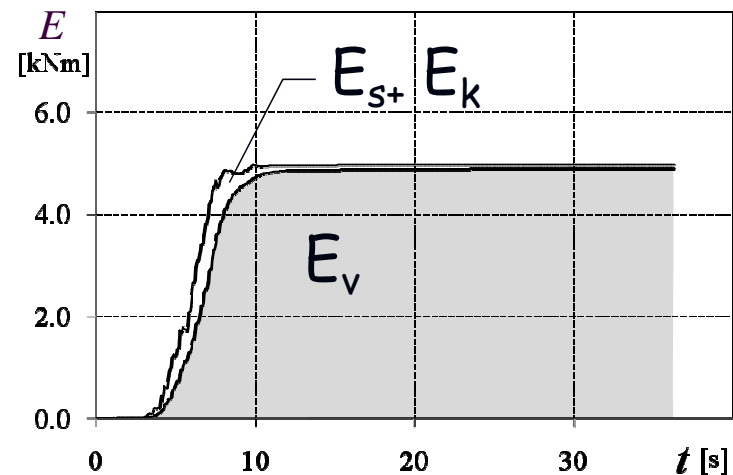
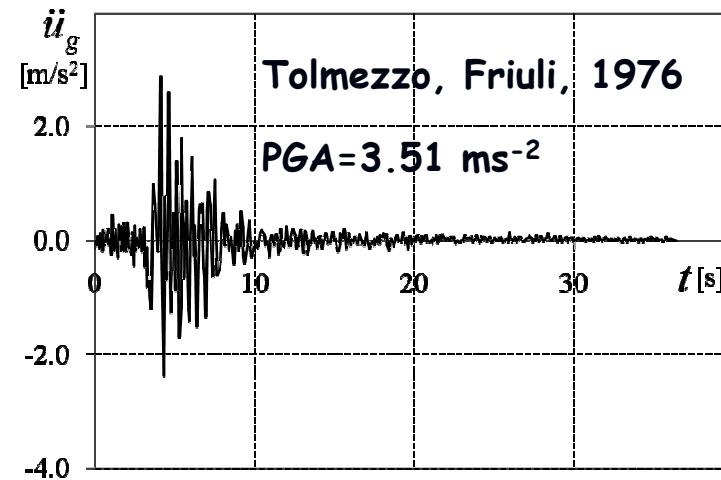
Energie



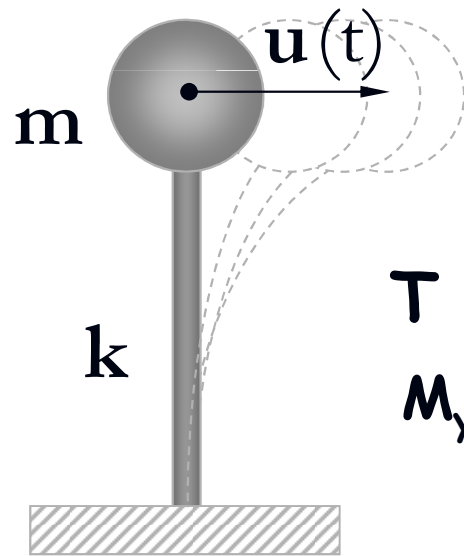
$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 2



$$T = 0.5 \text{ s}$$

$$M_y = 0.20 M_{\max,el}$$

progettiamo secondo  
l'approccio convenzionale ...

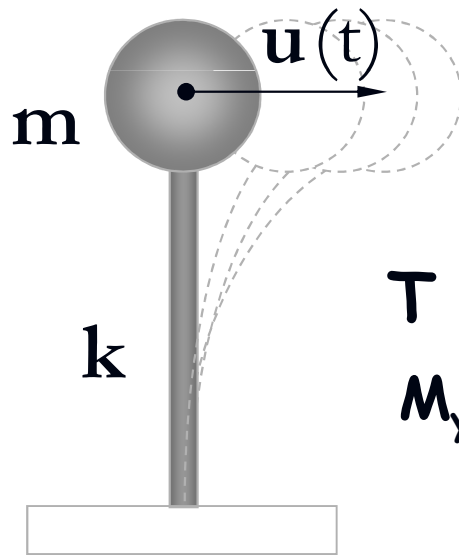
$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$

# Esempio - Oscillatore 2

Sollecitazioni



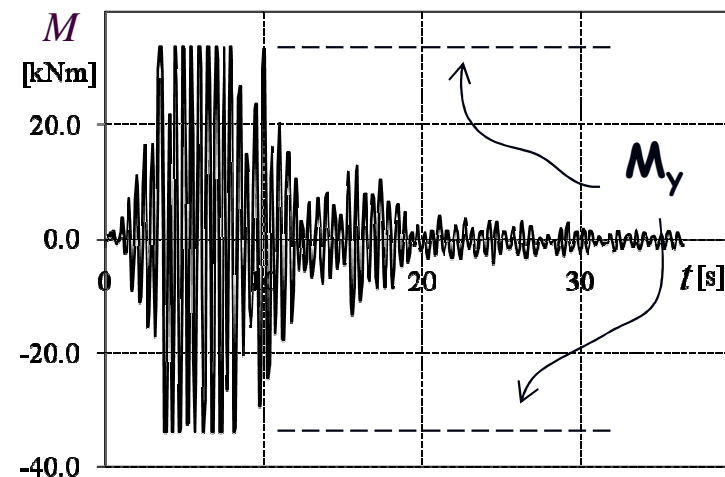
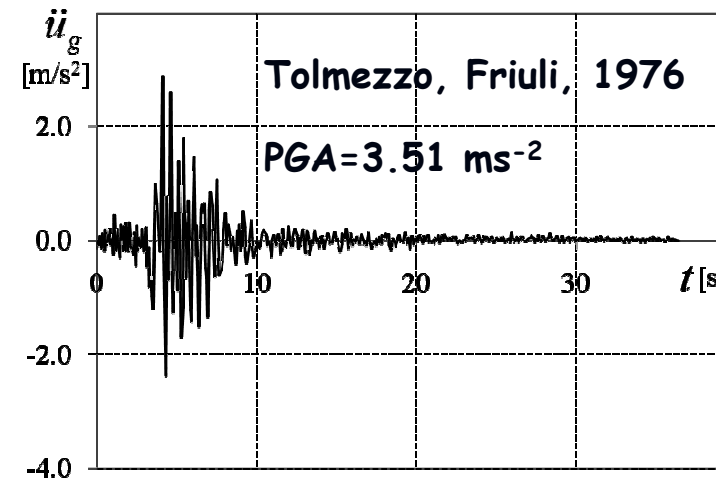
$$T = 0.5 \text{ s}$$

$$M_y = 0.20 M_{\max,el}$$

$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

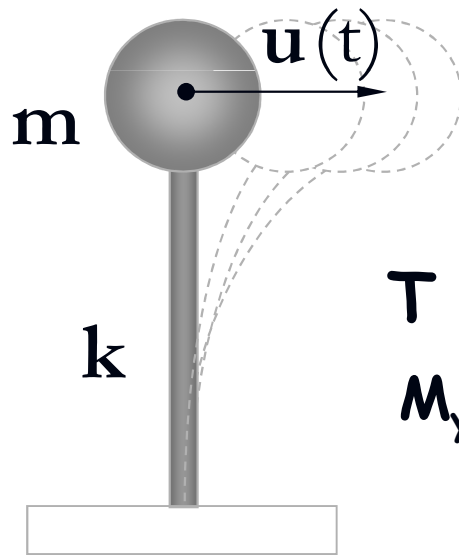
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 2

Accelerazioni



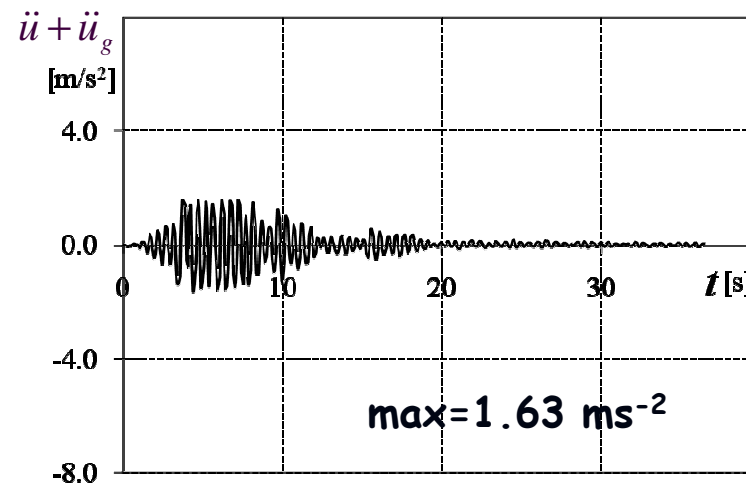
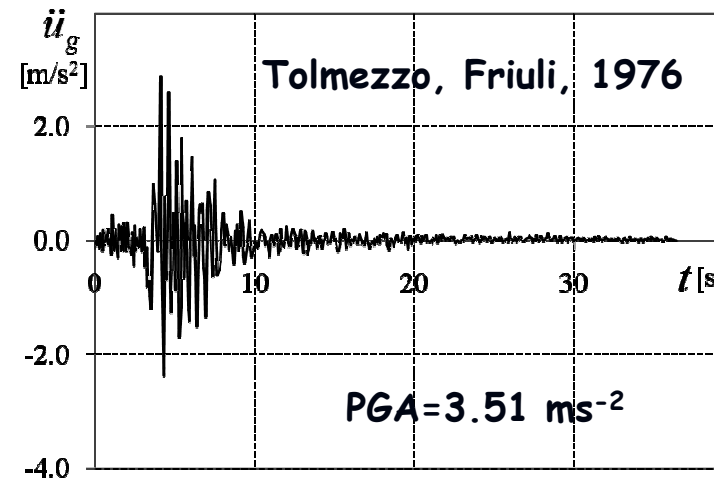
$$T = 0.5 \text{ s}$$

$$M_y = 0.20 M_{\max,el}$$

$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

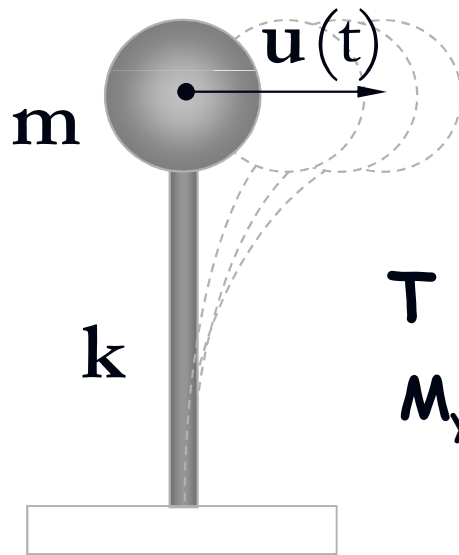
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 2

Spostamenti



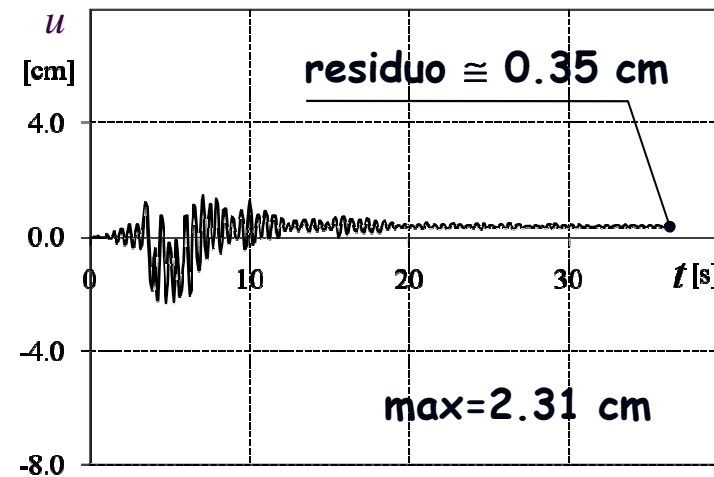
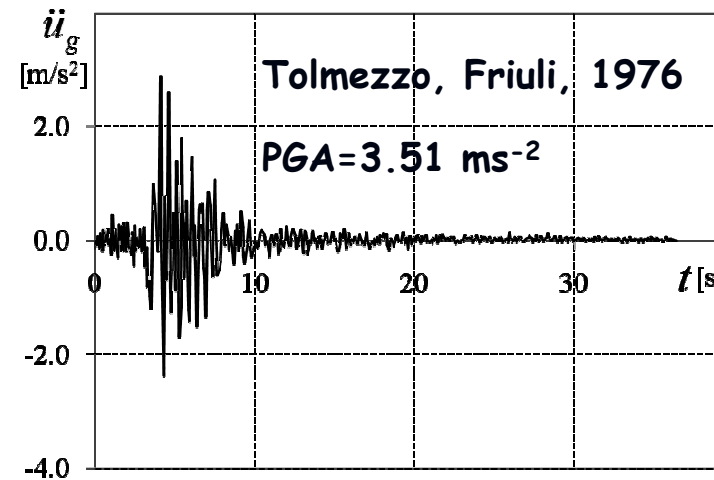
$$T = 0.5 \text{ s}$$

$$M_y = 0.20 M_{\max,el}$$

$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

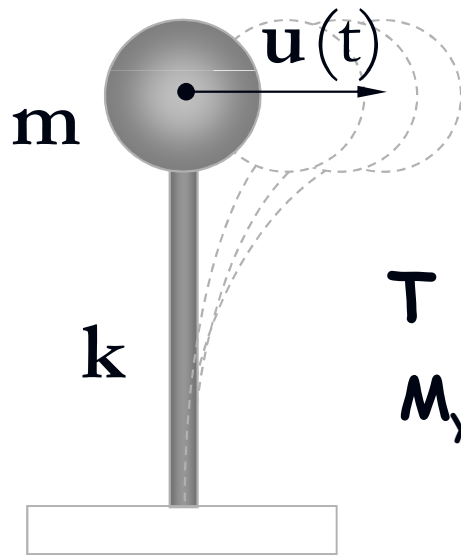
$$\xi = 0.15$$





# Esempio - Oscillatore 2

Energie



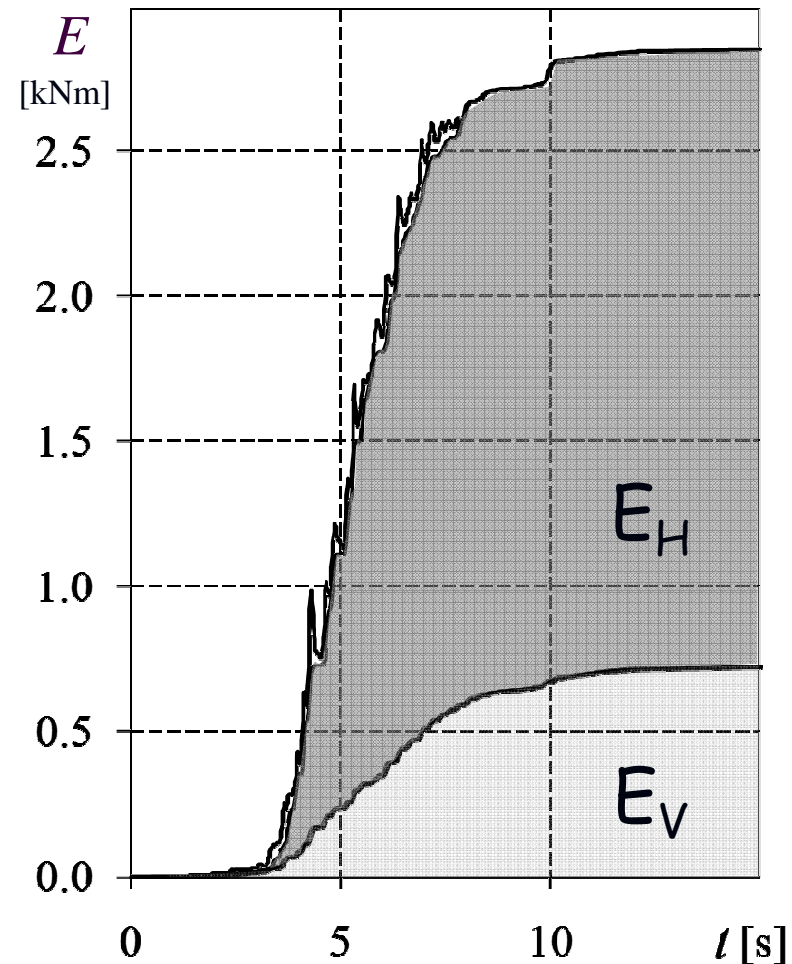
$$T = 0.5 \text{ s}$$

$$M_y = 0.20 M_{\max,el}$$

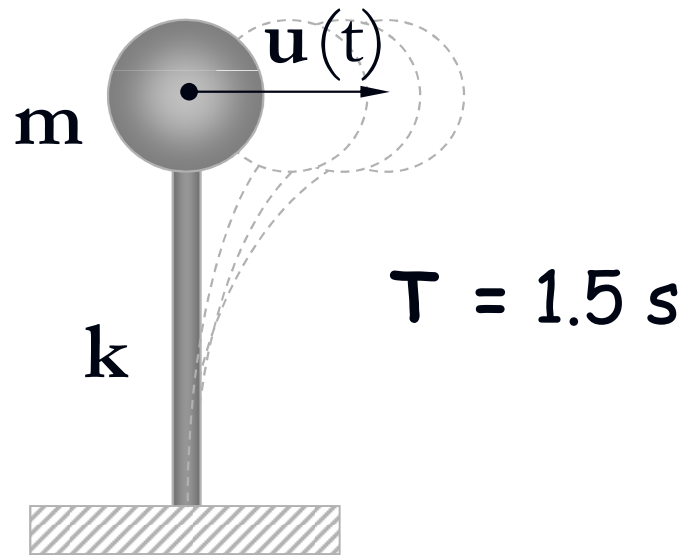
$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 3



oppure supponiamo il  
comportamento elastico  
ma aumentiamo il periodo  
dell'oscillatore ...

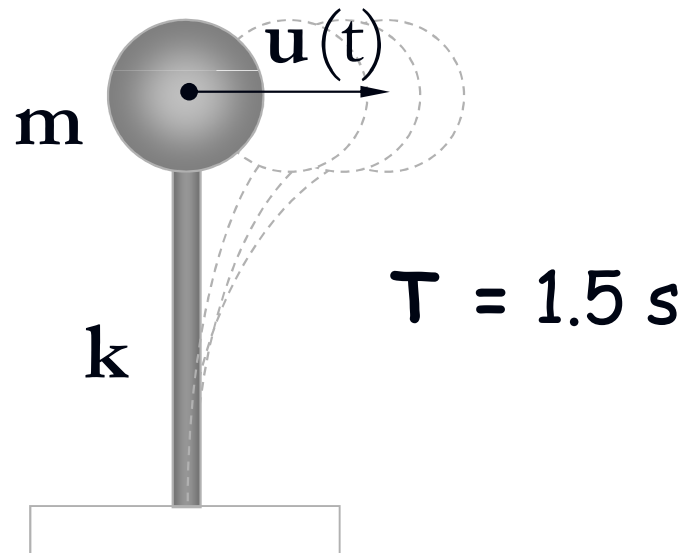
$$m = 73.320 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$

# Esempio - Oscillatore 3

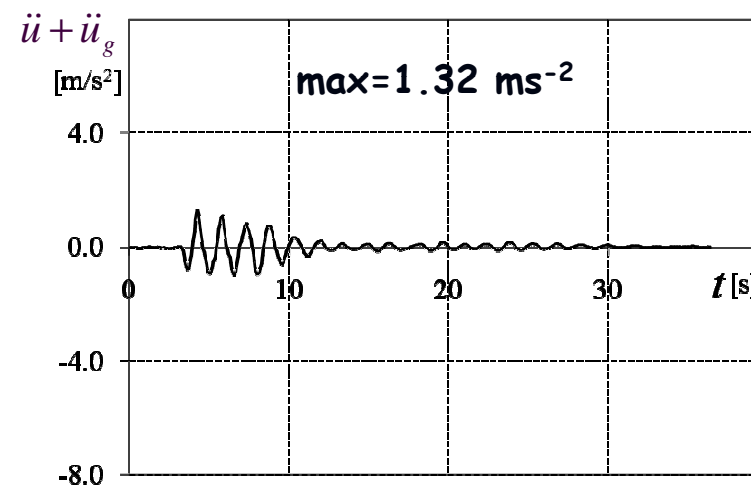
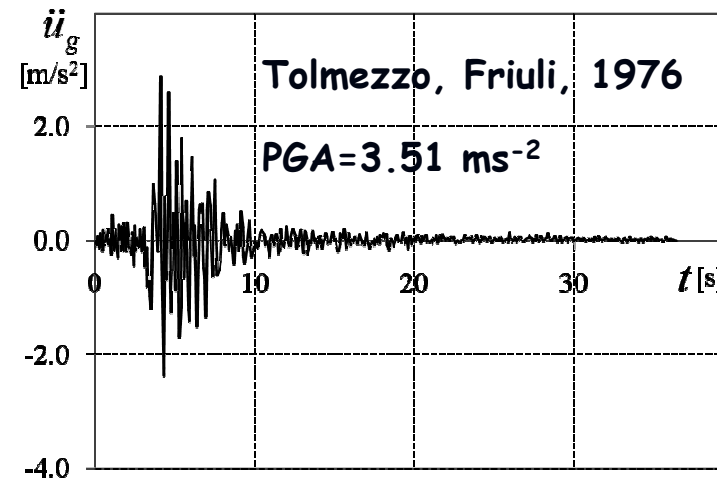
Accelerazioni



$$m = 73.320 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

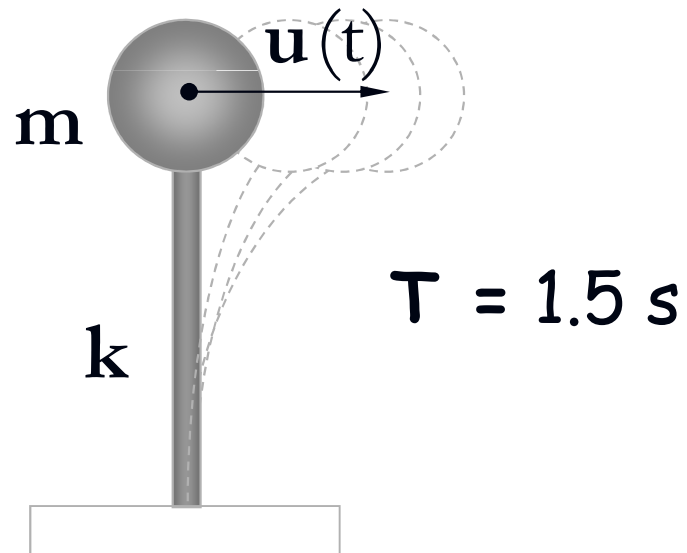
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 3

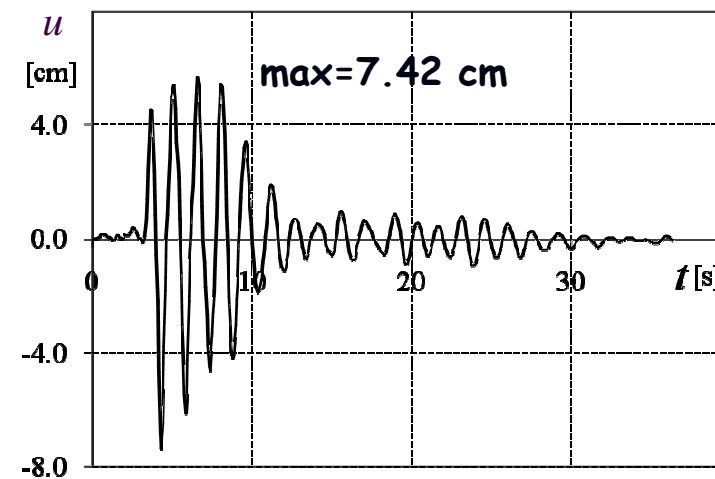
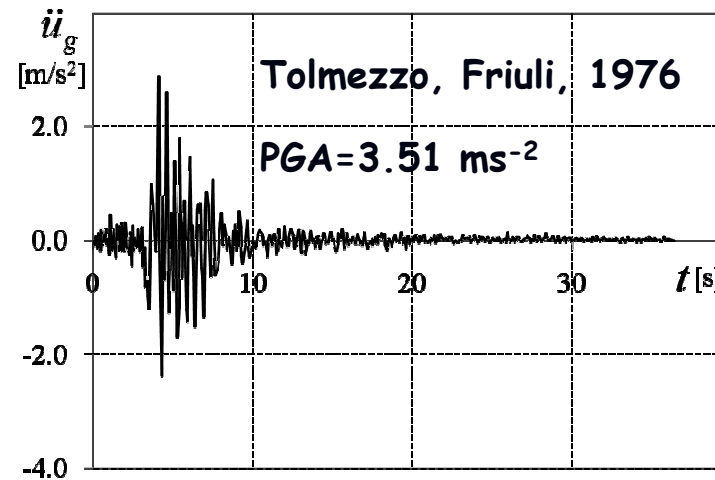
Spostamenti



$$m = 73.320 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

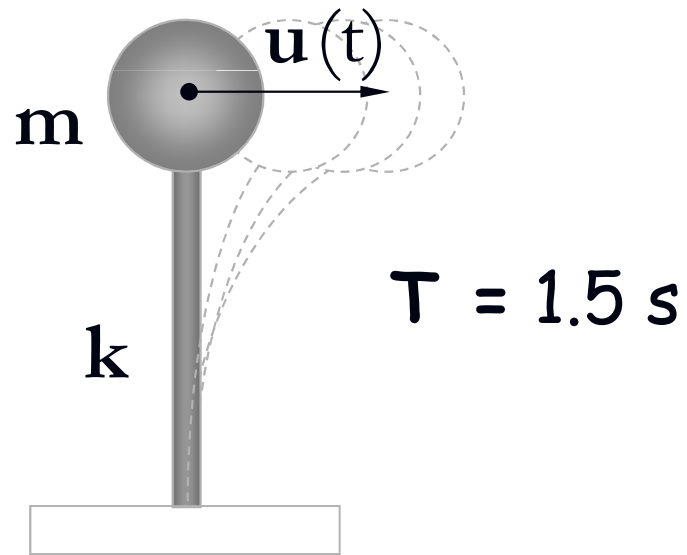
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 3

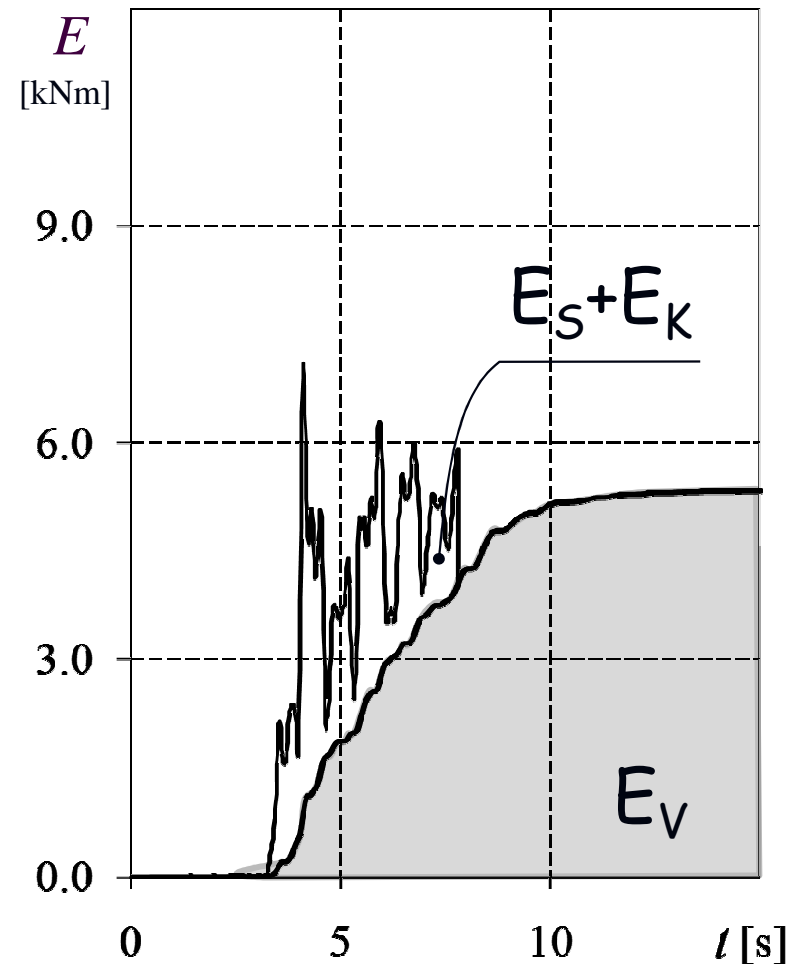
Energie



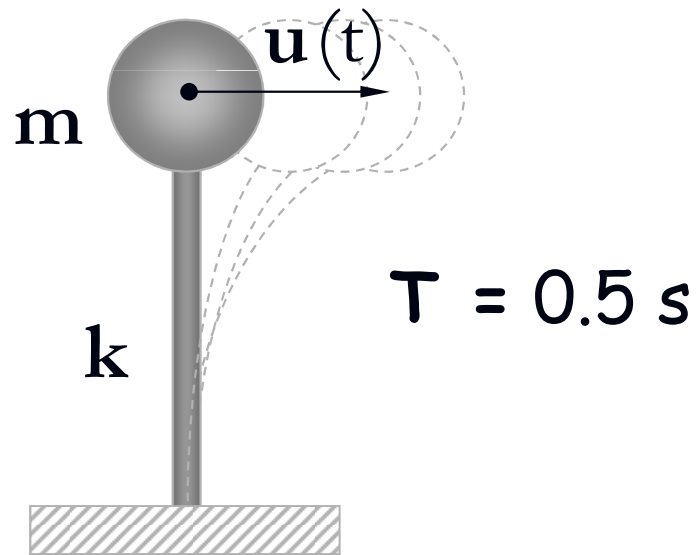
$$m = 73.320 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 4



oppure supponiamo il  
comportamento elastico  
ma aumentiamo lo  
smorzamento ...

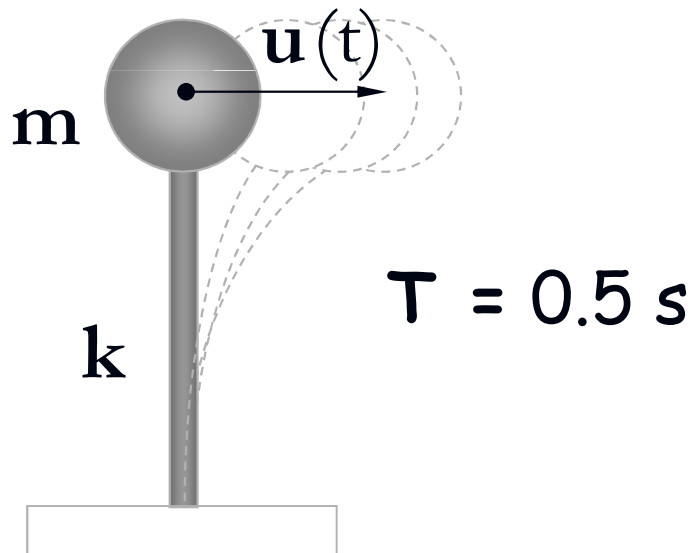
$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.15$$

# Esempio - Oscillatore 4

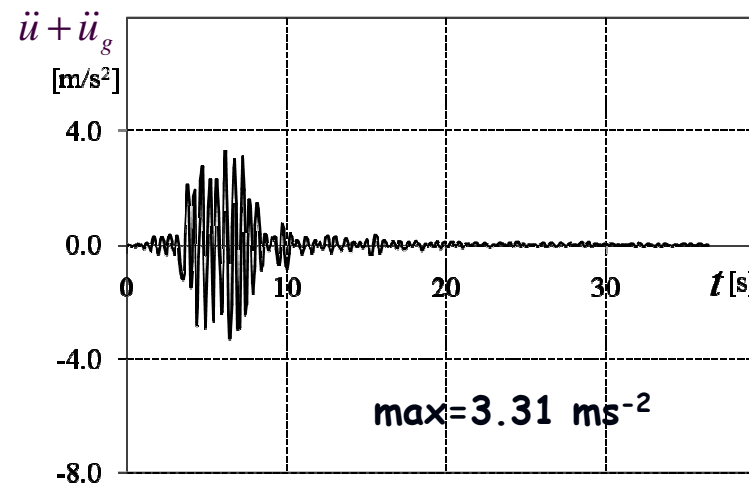
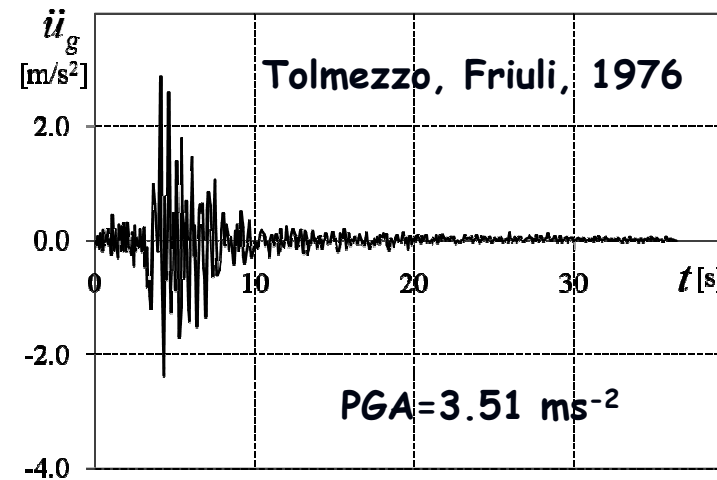
Accelerazioni



$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

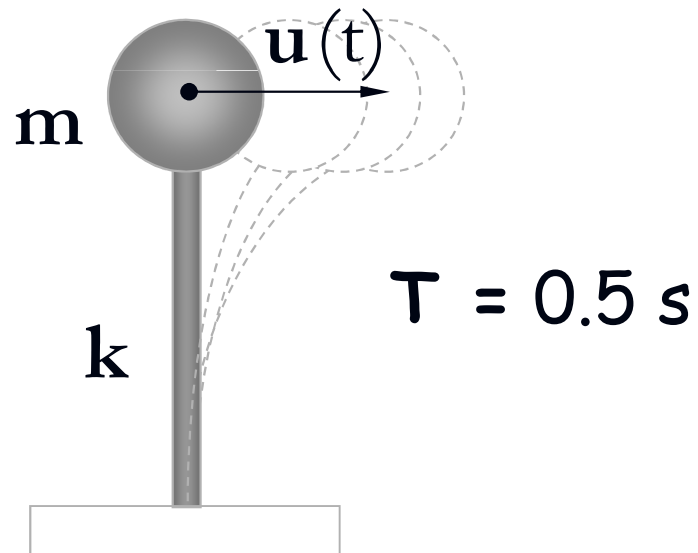
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.15$$



# Esempio - Oscillatore 4

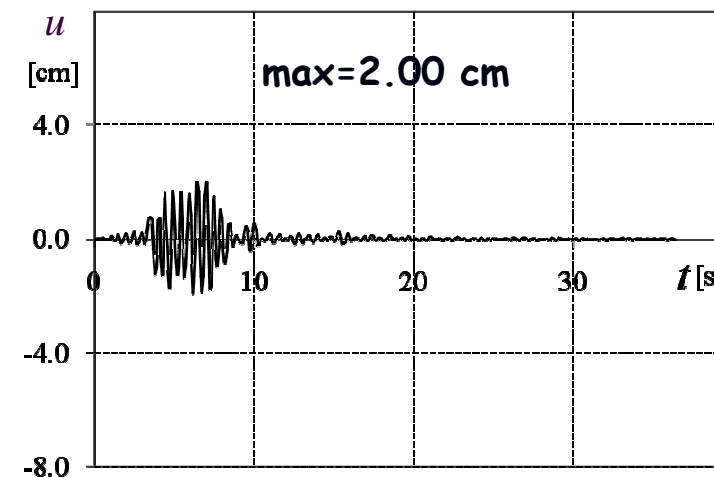
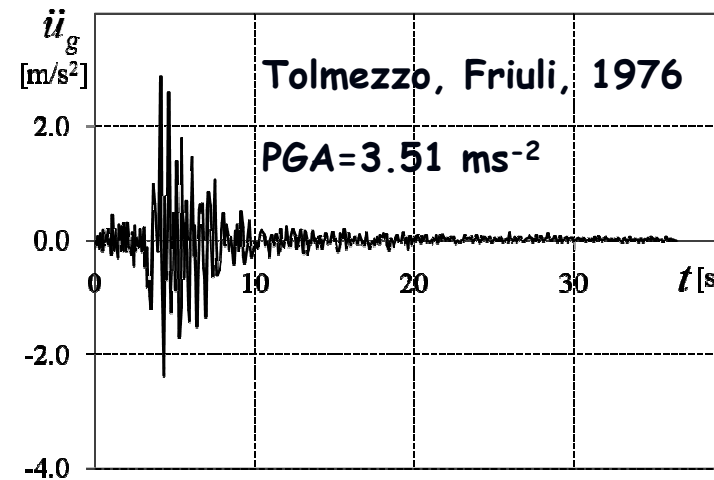
Spostamenti



$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

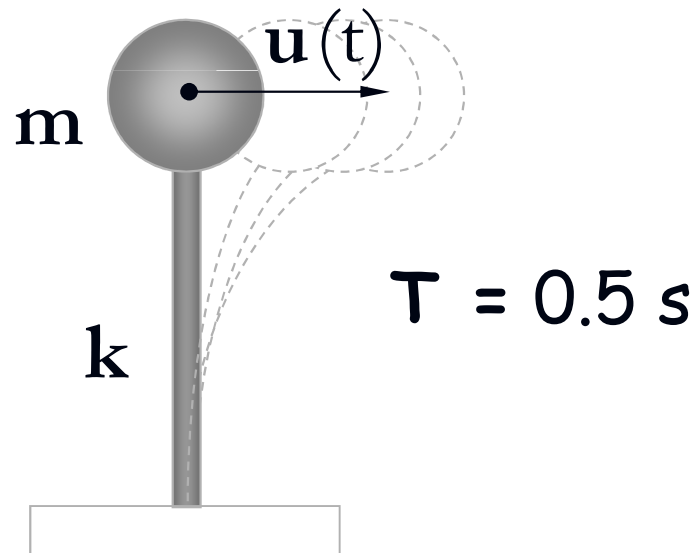
$$\xi = 0.15$$





# Esempio - Oscillatore 4

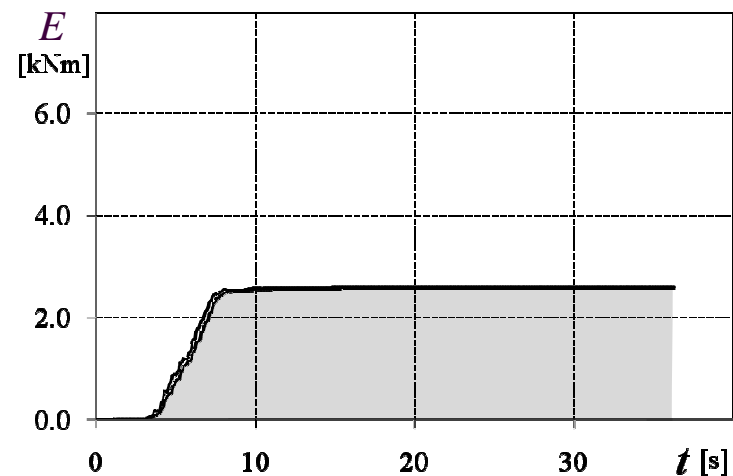
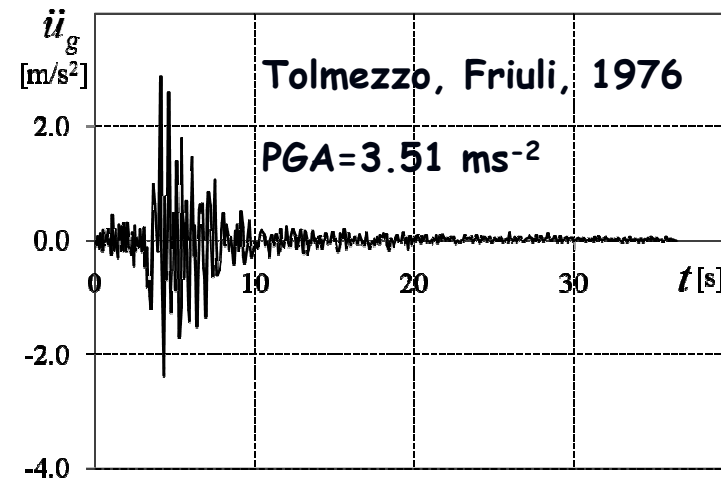
Energie



$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

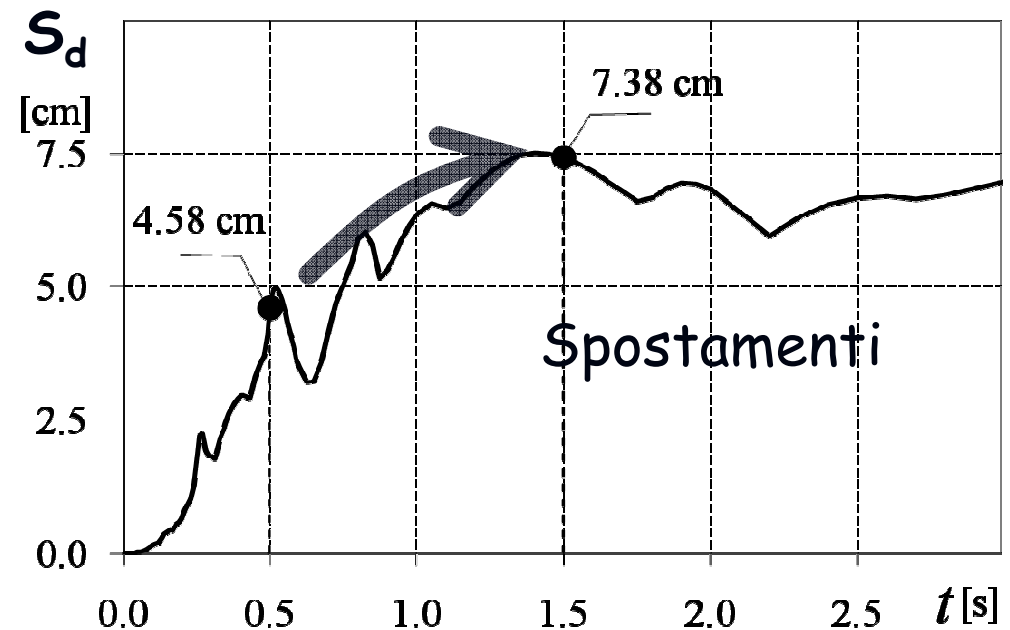
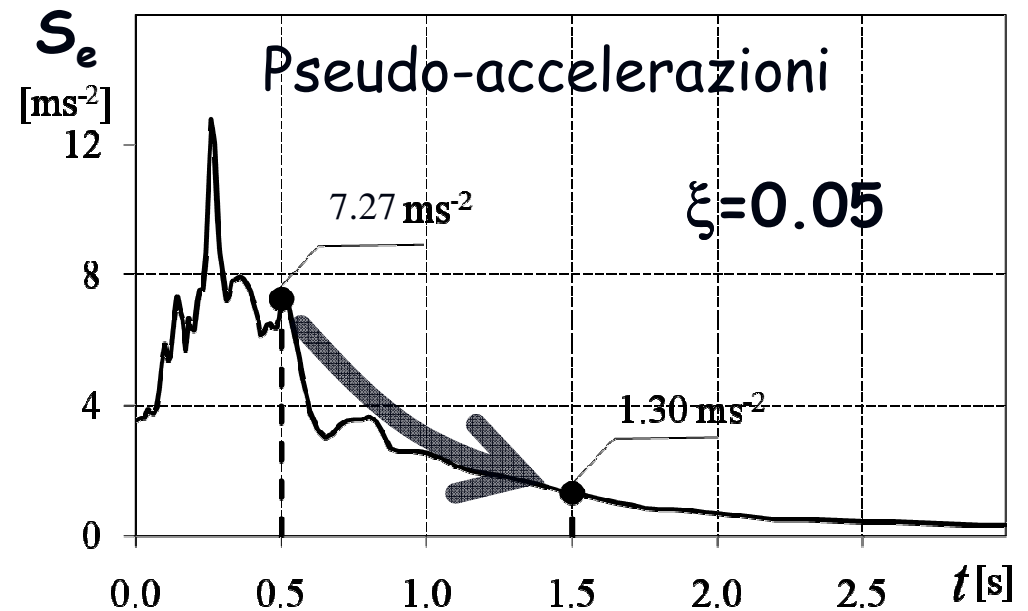
$$\xi = 0.15$$



# Esempio

Spettri elastici

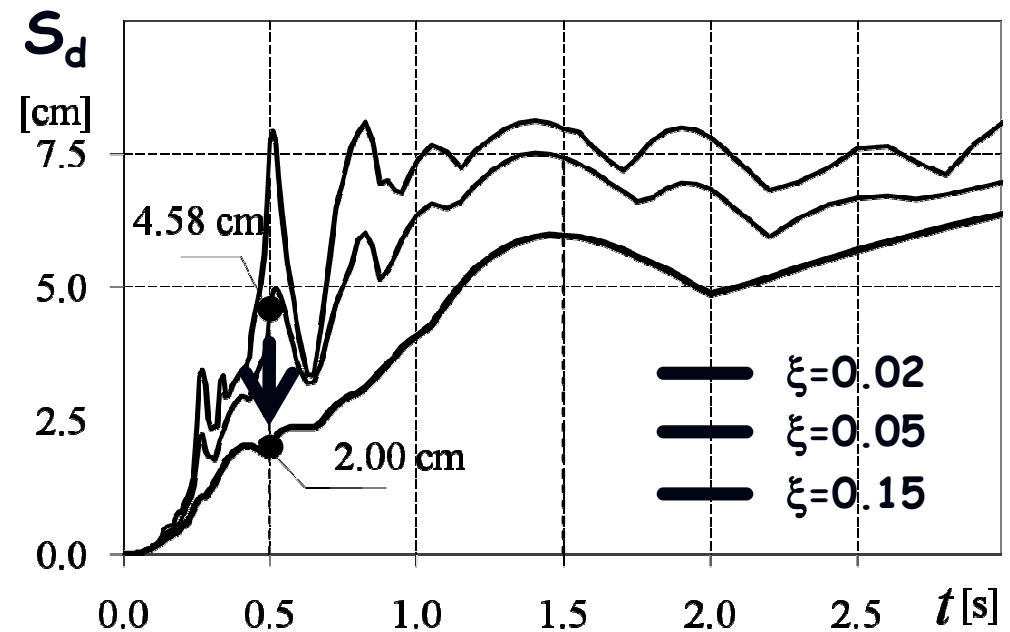
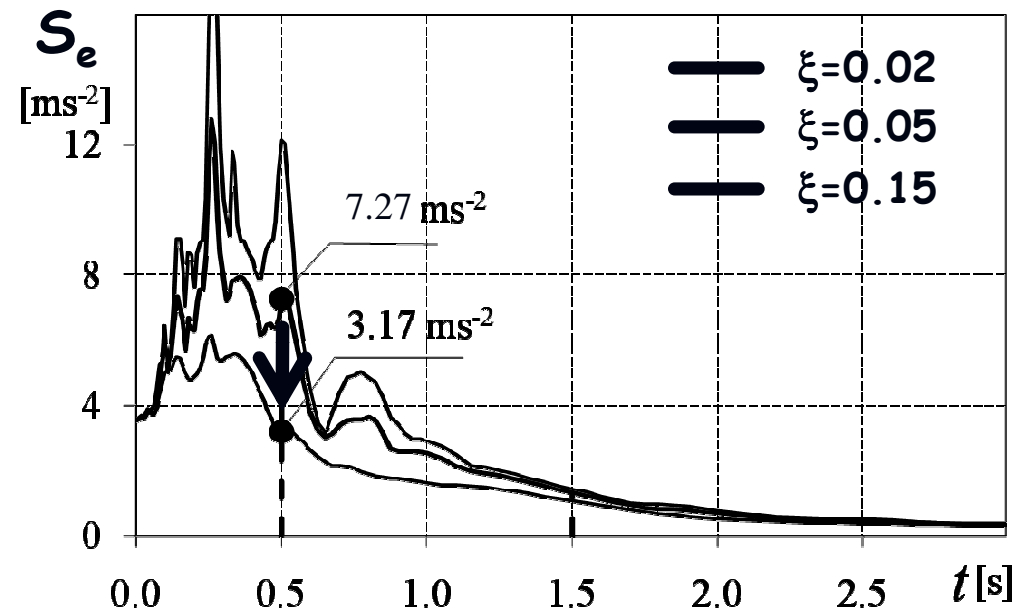
aumento  
del periodo  
di vibrazione



# Esempio

Spettri elastici

aumento  
dello  
smorzamento



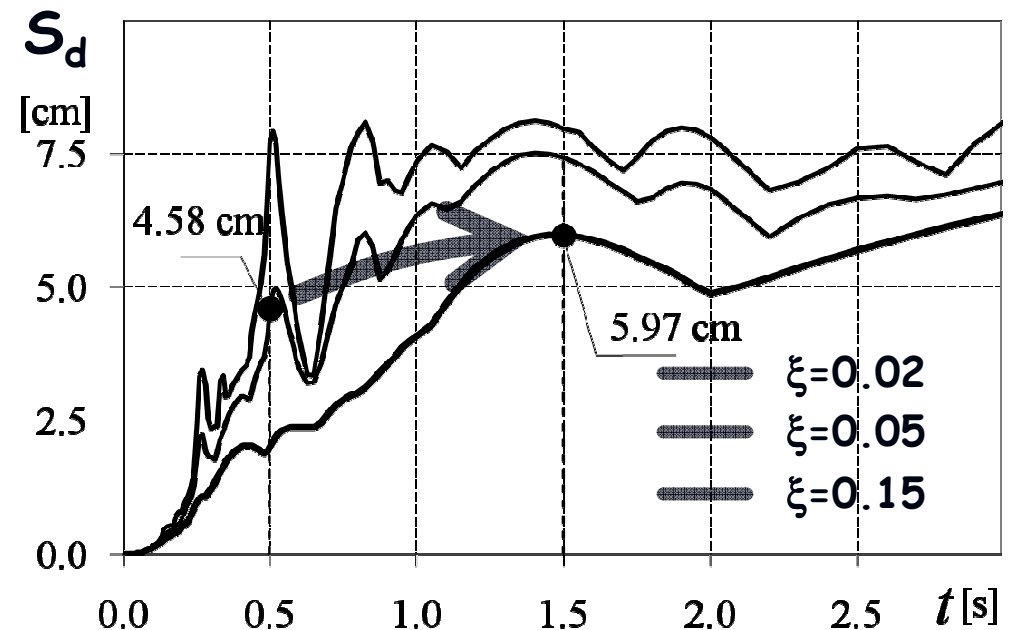
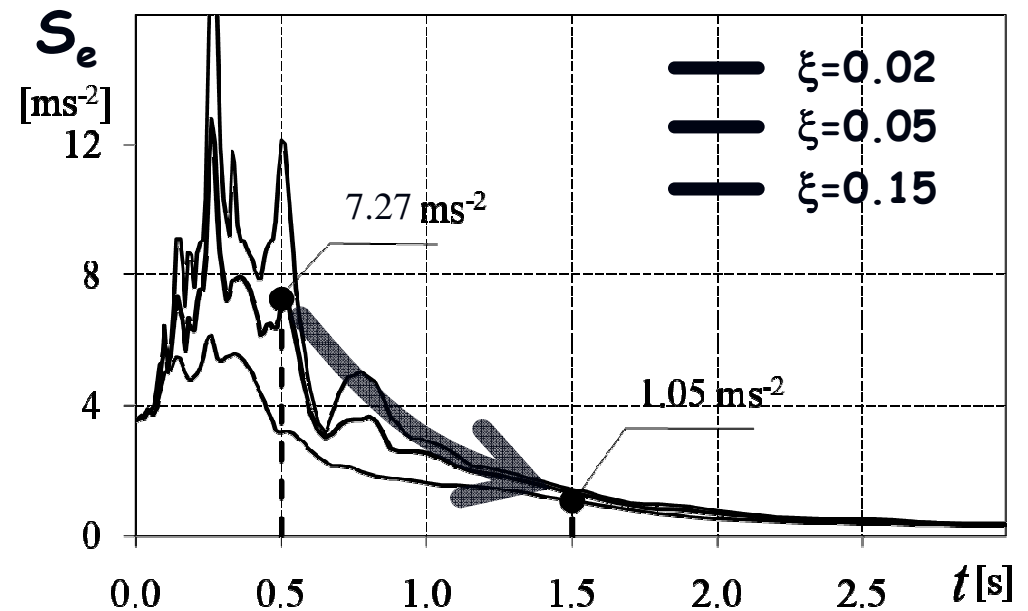
# Esempio

Spettri elastici

aumento  
del periodo  
di vibrazione

+

aumento  
dello  
smorzamento



# Sistemi isolati alla base

## Prime considerazioni

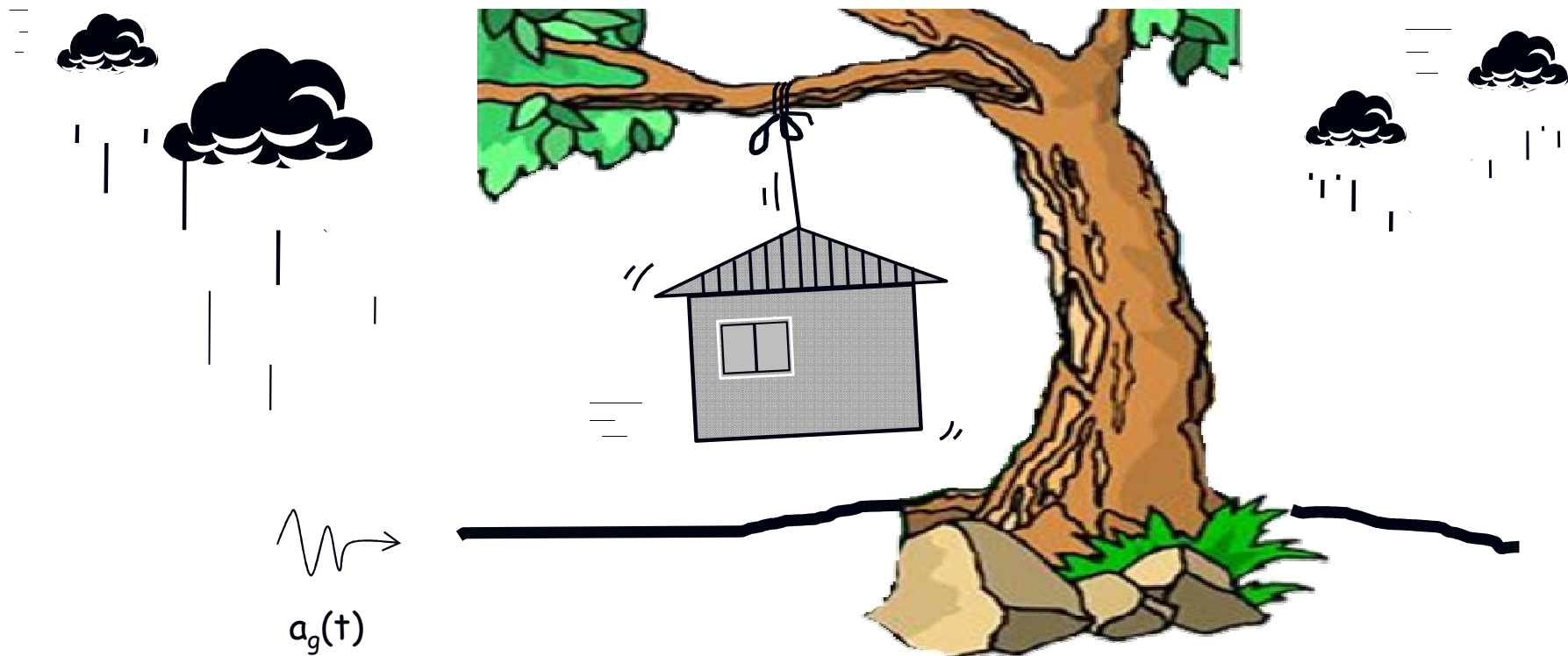
Al fine di abbattere le sollecitazioni nella struttura (isolata),

- un progetto secondo la strategia dell'isolamento alla base prevede l'allungamento del periodo fondamentale di vibrazione della struttura isolata mediante l'inserimento alla base di sistemi con bassa rigidezza laterale.

Ma come  
allungare il periodo fondamentale  
isolando alla base ??

# Isolamento alla base

Concorso di idee



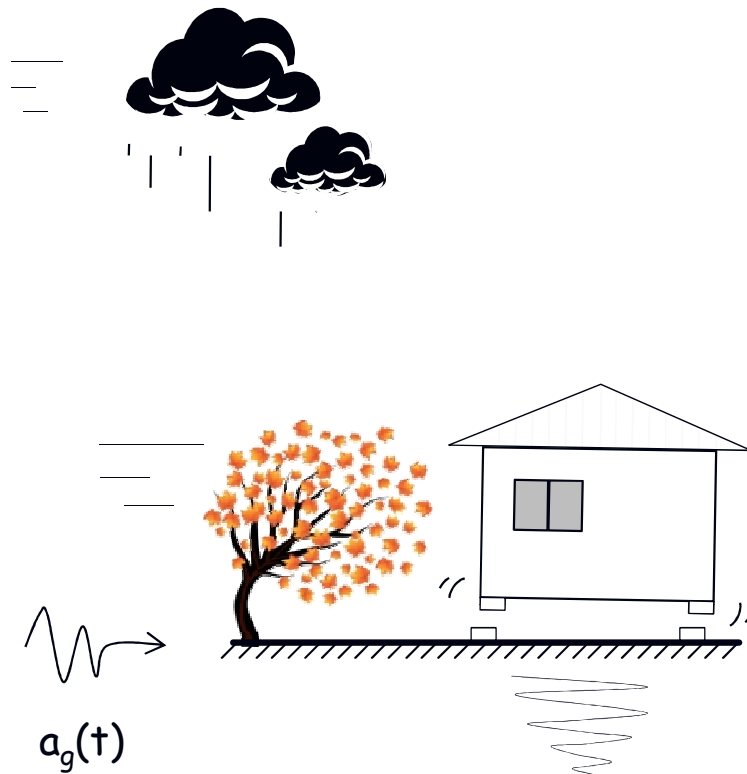
Corda ??

# Isolamento alla base

Concorso di idee



Palloncini ??



Forze magnetiche ??



# Isolamento alla base

Concorso di idee



Dispositivi di rotolamento ??

richiederebbe un blocco !



Dispositivi di scivolamento ??

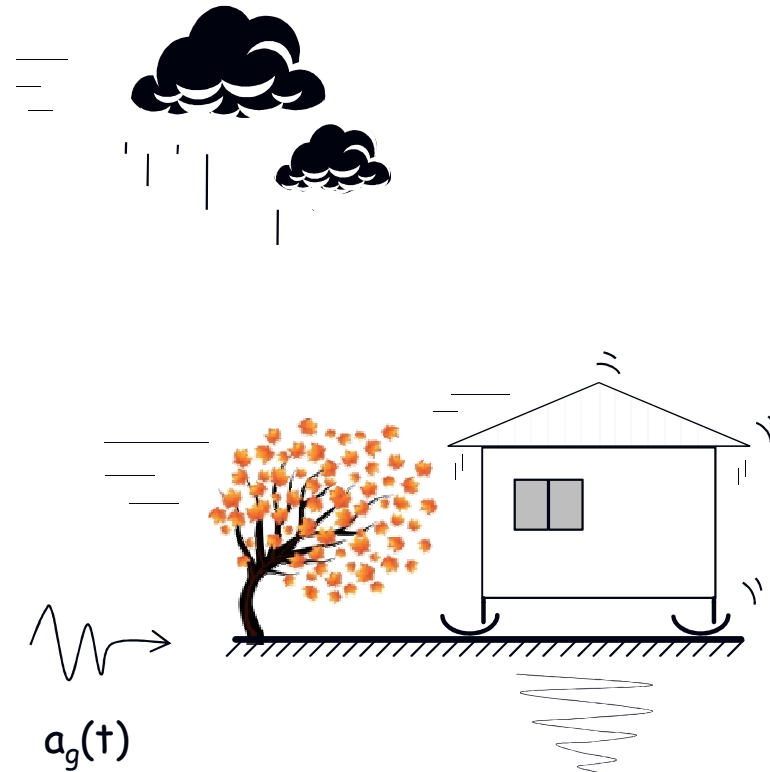
richiederebbe attrito !

# Isolamento alla base

Concorso di idee



Dispositivi elastici ??

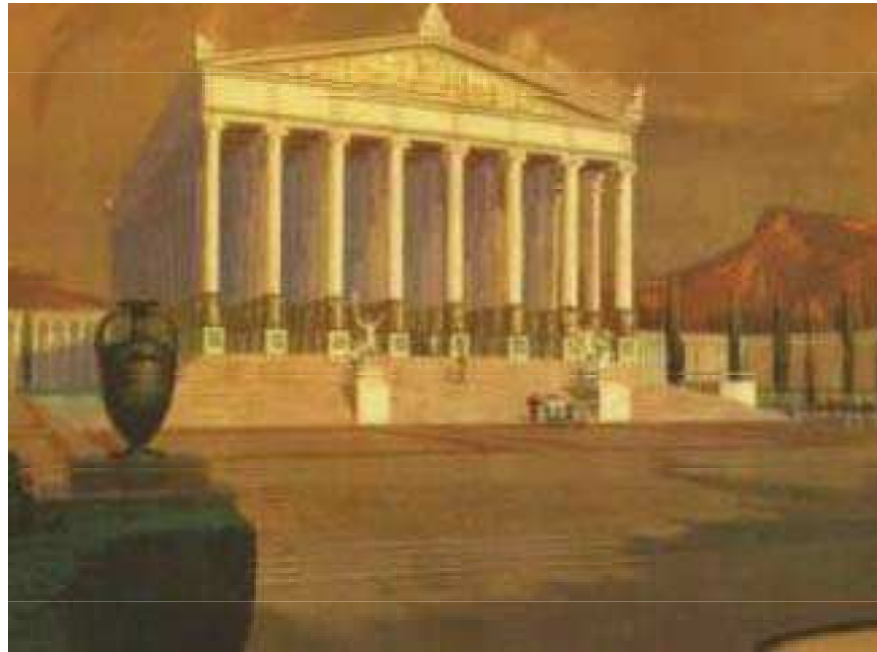


Dispositivi di scivolamento  
su superficie curva ??

Applicazioni storiche  
riconducibili a tale filosofia di progetto ?

# Isolamento alla base

Prime applicazioni



Tempio di Diana a Efeso

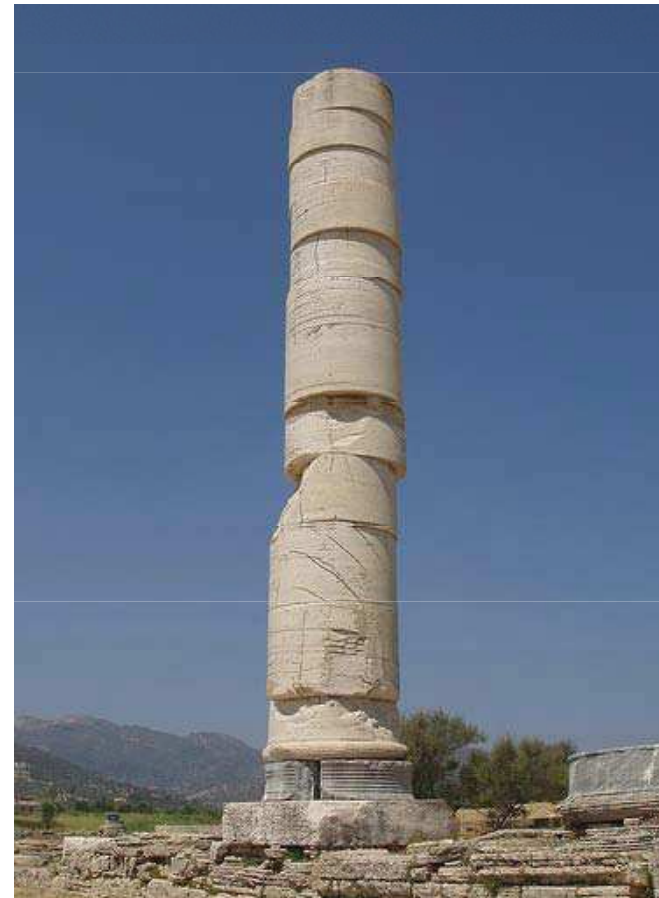
"Graecae magnificentiae vera admiratio extat templum Ephesiae Dianae CXX annis factum a tota Asia. In solo id palustri fecere, ne terrae motus sentiret aut hiatus timeret, rursus ne in lubrico atque instabili fundamenta tantae molis locarentur, calcatis ea substravere carbonibus, dein velleribus lanae"

Gaio Plinio Secondo, Naturalis Historia, Libro XXXVI, §95

# Isolamento alla base

## Prime applicazioni

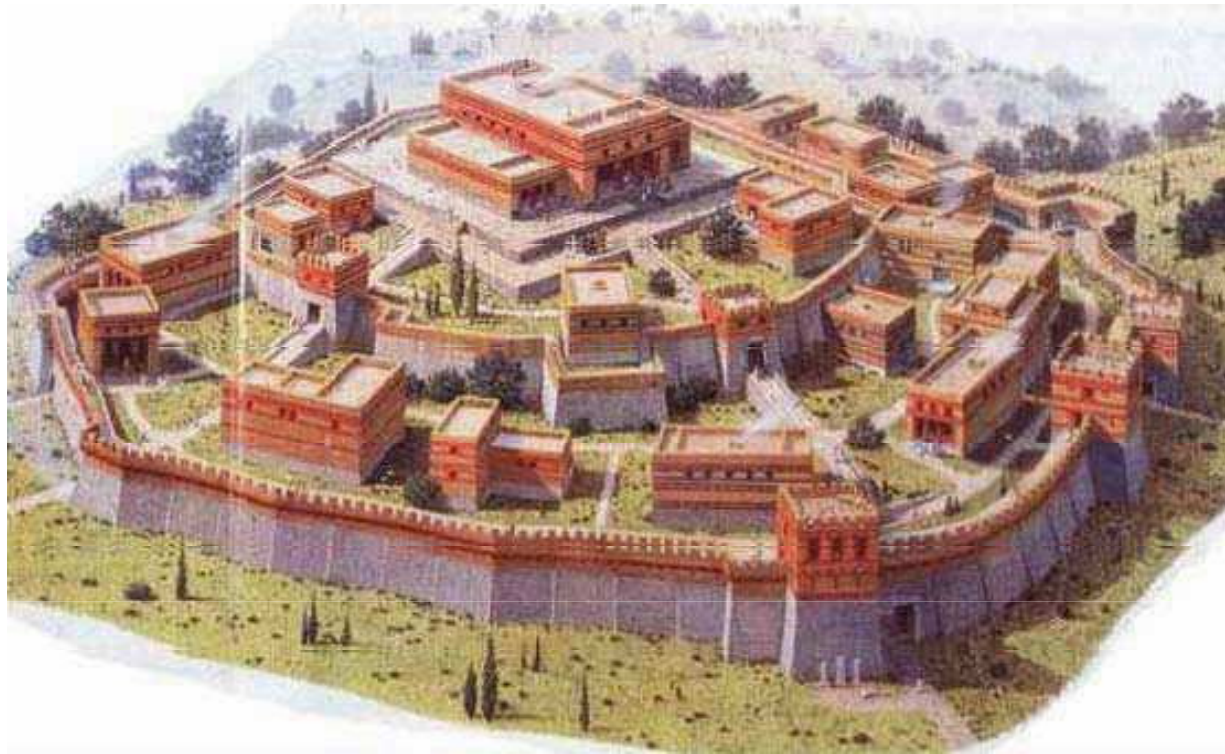
Secondo Diogene Laerzio (III secolo d.C.), l'idea di poggiare le fondazioni del tempio di Artemide su strati alterni di carbone e velli di lana fu suggerita da Theodoros di Samo, un grande architetto dell'epoca, che applicò la stessa tecnica per l'edificazione del tempio di Heraion a Samo (VI secolo a.C.), crollato dopo 10 anni dalla costruzione probabilmente per un terremoto.



Tempio di Heraion - Samo

# Isolamento alla base

Prime applicazioni



## Mura di Troia (1500 a.c.)

fondate su uno strato di terra compatta lasciato volutamente  
tra la roccia e il piano di posa

# Isolamento alla base

Prime applicazioni



Poseidonia (Paestum - 273 a.c)

dominata dalla presenza di tre templi dorici le cui fondazioni sono separate dalla roccia di base da uno strato di sabbia



# Isolamento alla base

Prime applicazioni



Monastero di Santa Catalina ad Arequipa (XVI secolo) circa 1000 km a sud di Lima.

Fondazioni realizzate con uno strato isolante di sabbia e sassi profondo all'incirca 1 m,  
che permetteva alla struttura di assestarsi senza subire danni



# Isolamento alla base

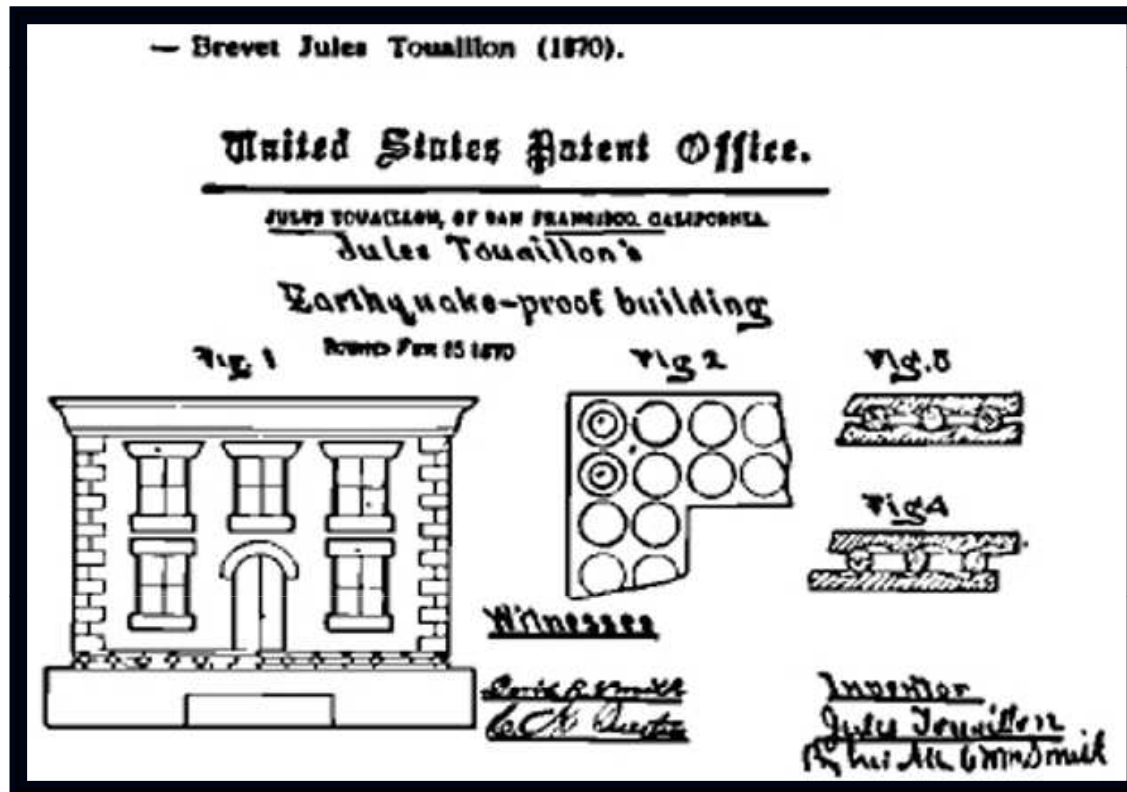
Prime applicazioni



Cittadella della Casbah, Algeri

# Isolamento alla base

## Prime applicazioni



Rulli in apposite nicchie sferiche tra sovrastruttura e fondazione

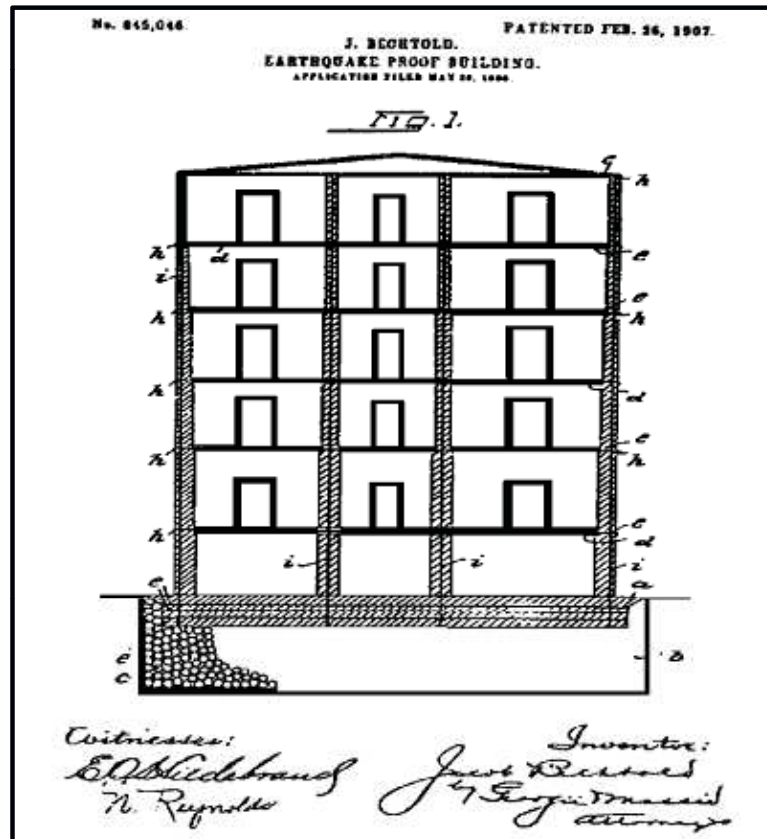
Ritorno alla posizione iniziale garantito dalla geometria del sistema di alloggiamento

Touaillon (1870)

Primo brevetto per un sistema d'isolamento

# Isolamento alla base

## Prime applicazioni



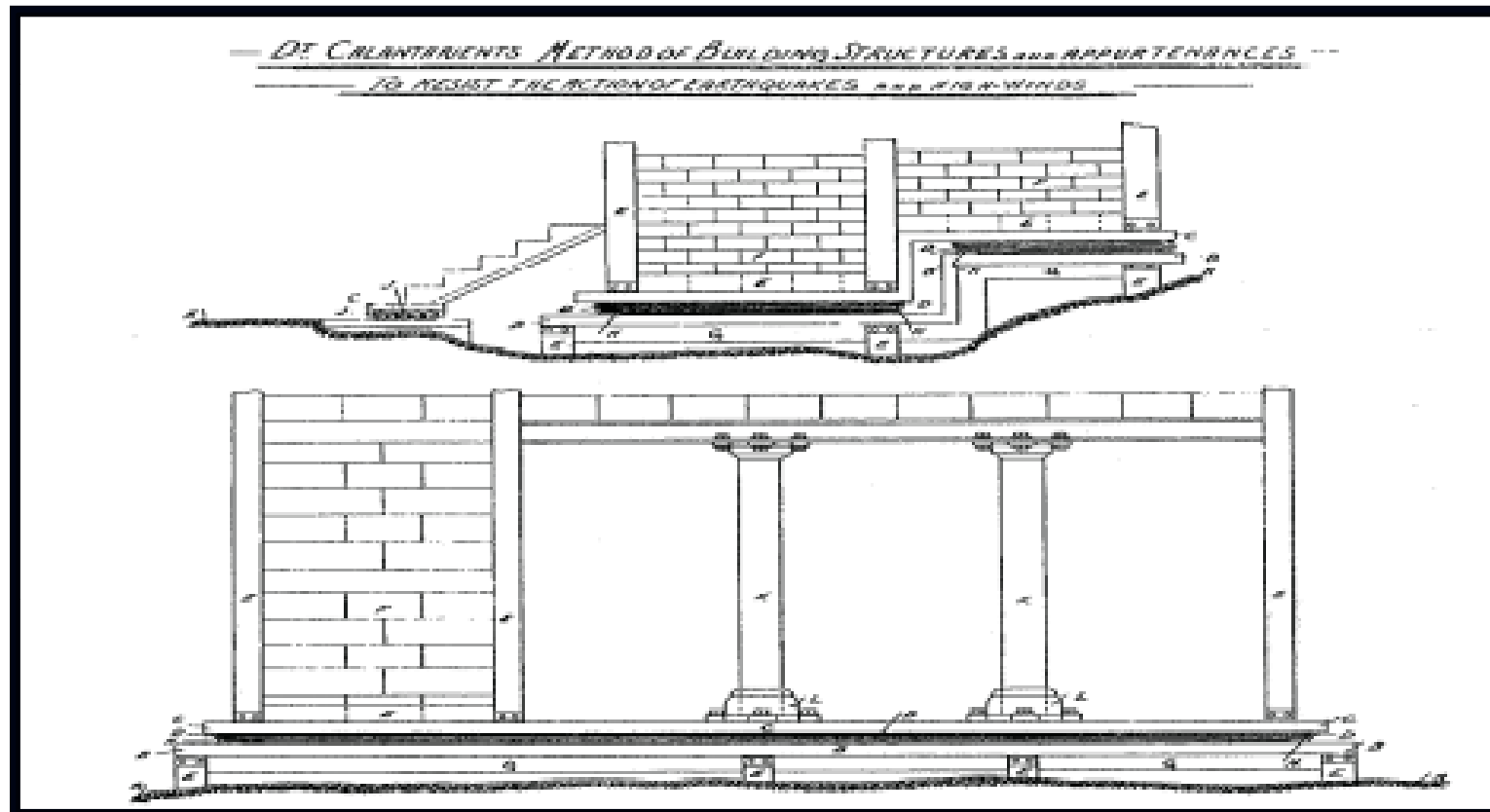
Brevetto per struttura sismoresistente  
con piastra poggiata su corpi sferici di  
materiale rigido

Bechtold (1906)

Brevetto per un sistema d'isolamento

# Isolamento alla base

Prime applicazioni

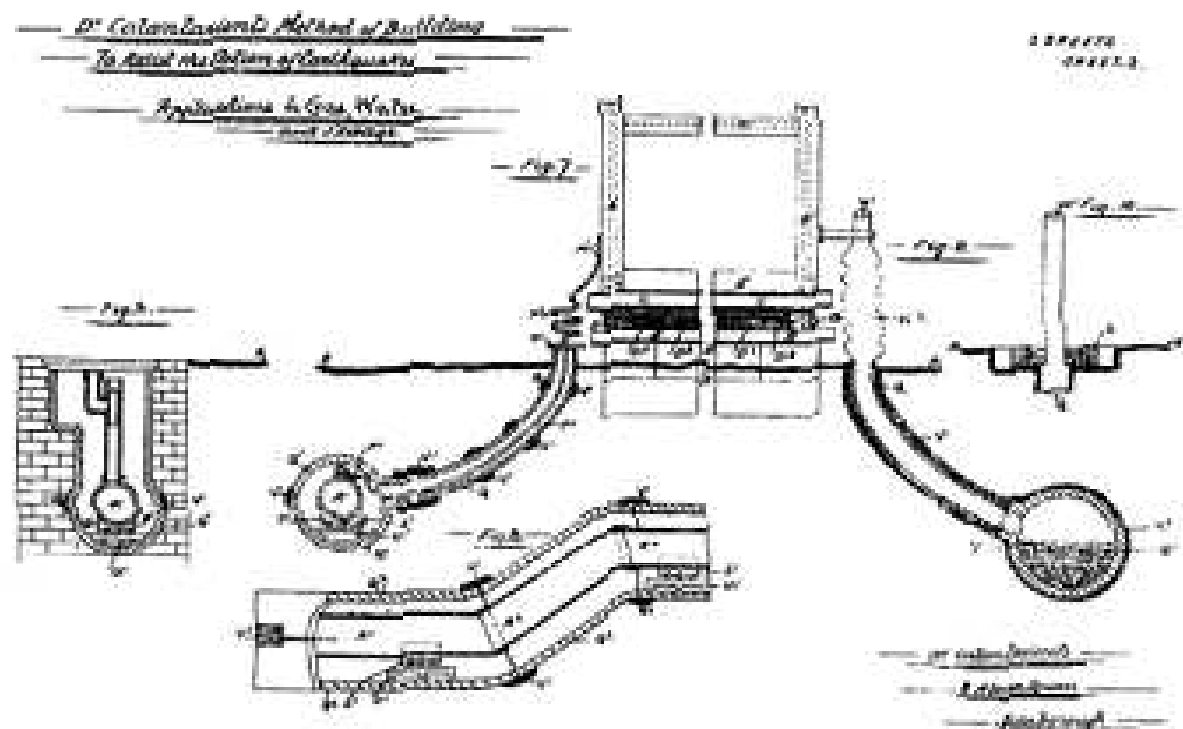


Calantariantes (1909)

Brevetto per un sistema d'isolamento

# Isolamento alla base

Prime applicazioni



Calantarientes (1909)

Brevetto per un sistema d'isolamento

Applicazioni attuali  
di tale filosofia di progetto ?

# Isolamento alla base

Applicazioni attuali

Principalmente ...



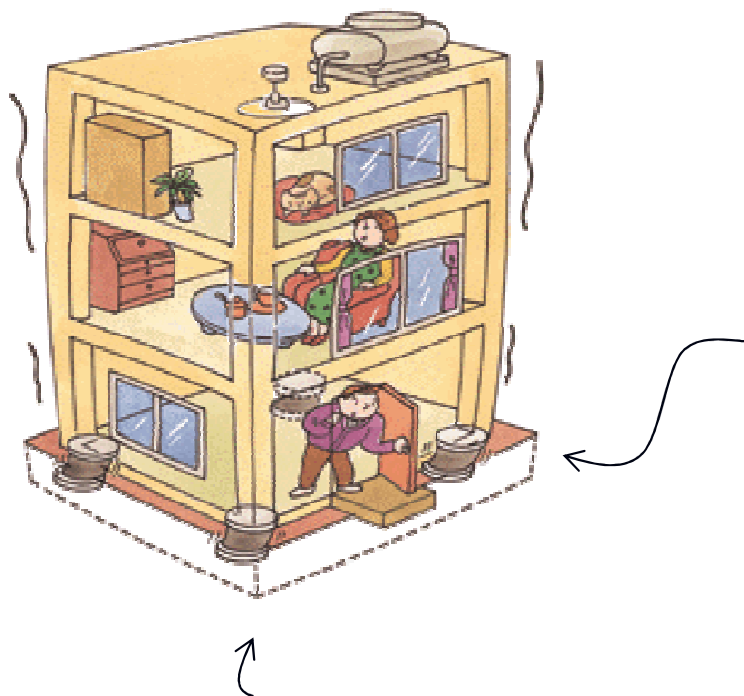
Dispositivi elastici



Dispositivi di scivolamento  
su superficie curva

# Sistemi isolati alla base

## Definizioni generali



**Interfaccia d'isolamento** é la superficie di separazione sulla quale è attivo il sistema d'isolamento.

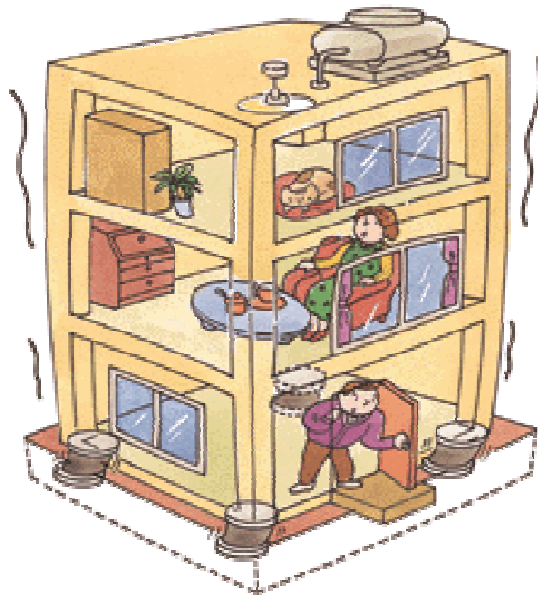
**Sottostruttura** é la parte della struttura che è posta al di sotto dell'interfaccia d'isolamento e che include le fondazioni

ha in genere deformabilità orizzontale trascurabile ed é soggetta direttamente agli spostamenti imposti dal movimento sismico del terreno



# Sistemi isolati alla base

## Definizioni generali



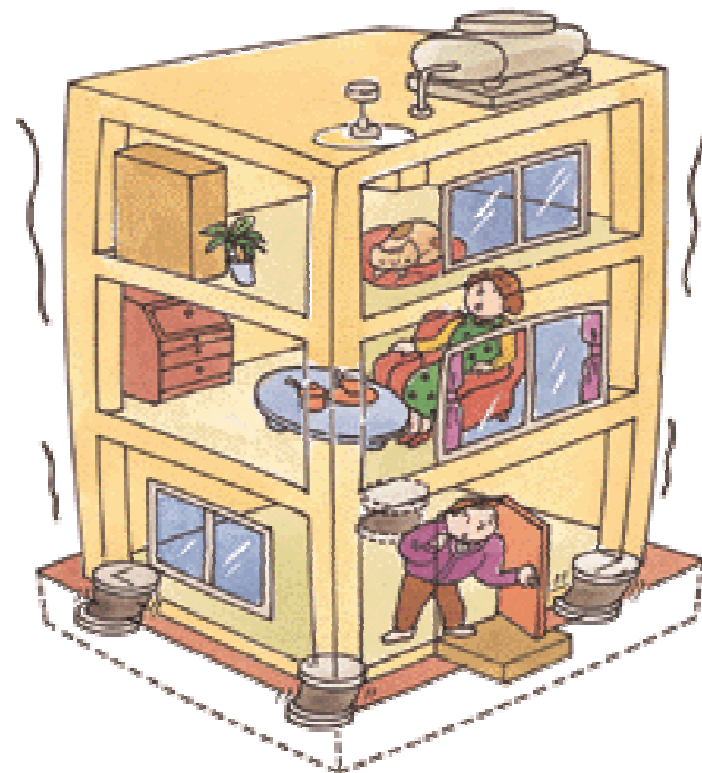
**Sovrastruttura**  
è la parte della struttura posta  
al di sopra dell'interfaccia  
d'isolamento  
  
e, perciò, isolata

# Sistemi isolati alla base

Aspetto principale del comportamento sismico

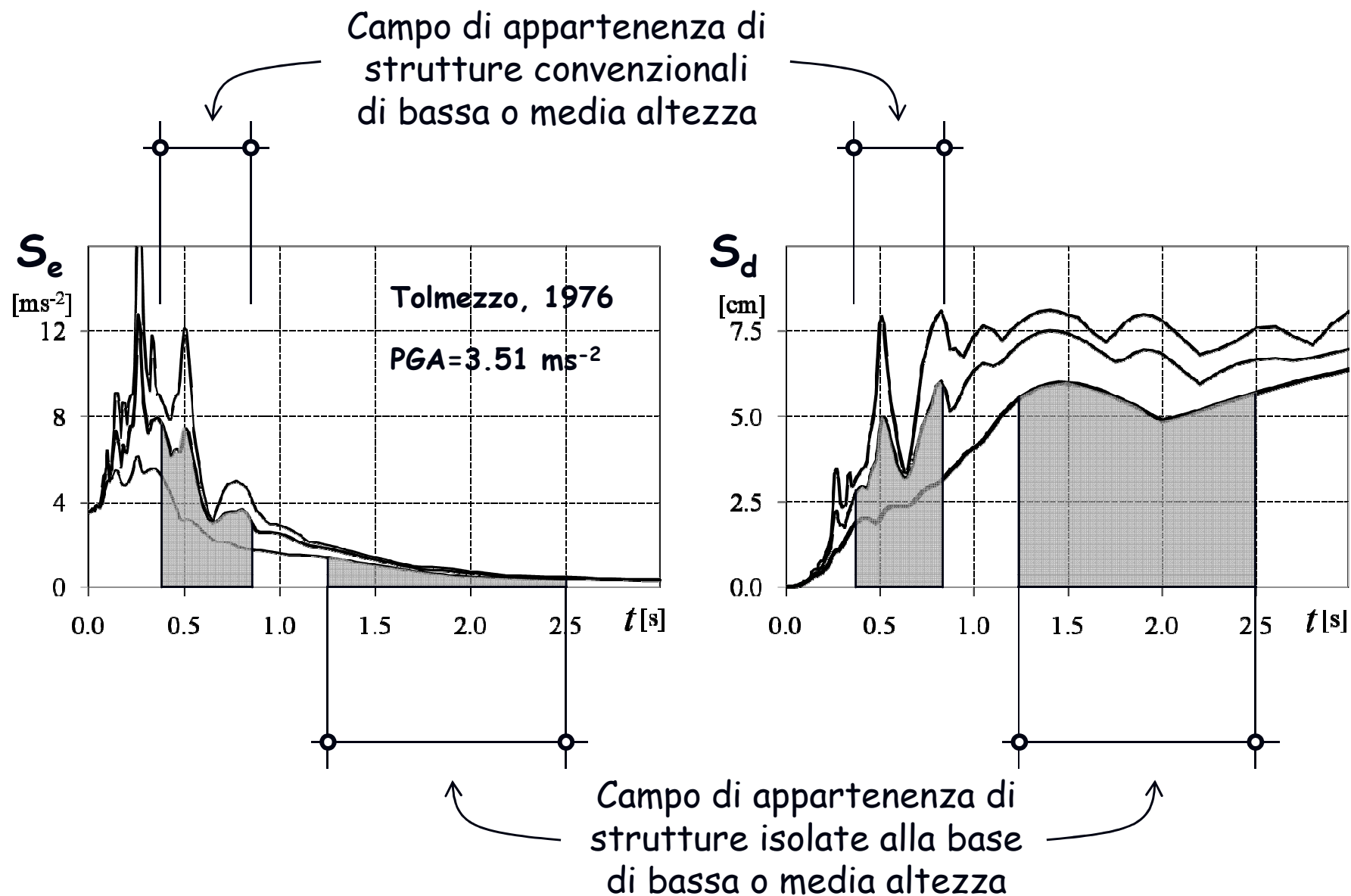


Senza isolamento alla base



Con isolamento alla base

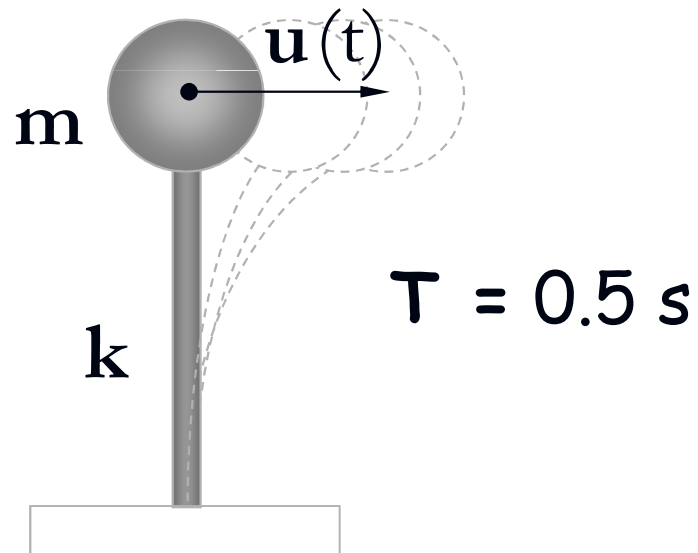
# Sistemi isolati e non isolati



Ma è sempre conveniente isolare alla base  
oppure  
esistono situazioni in cui l'isolamento alla base  
è sconsigliato ??

# Esempio - Oscillatore 5

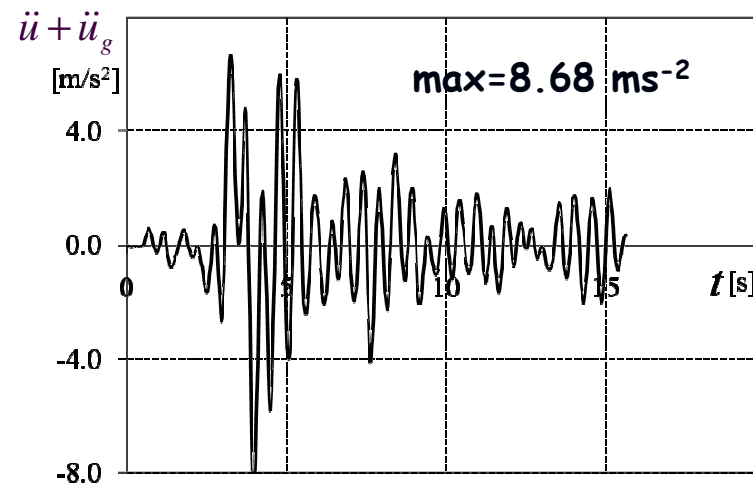
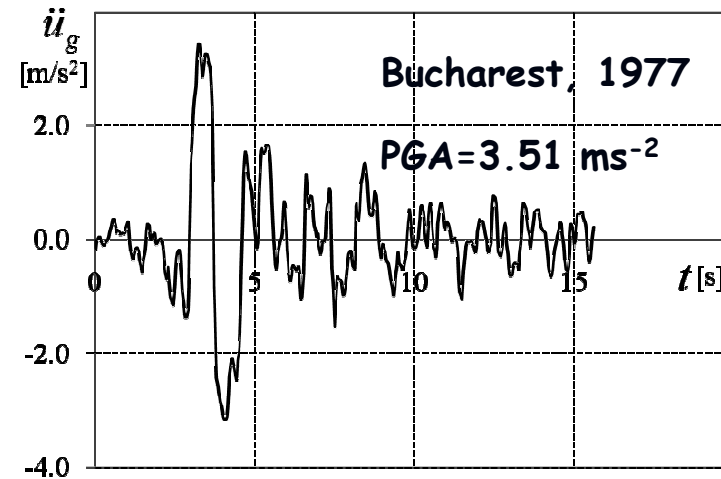
Accelerazioni



$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

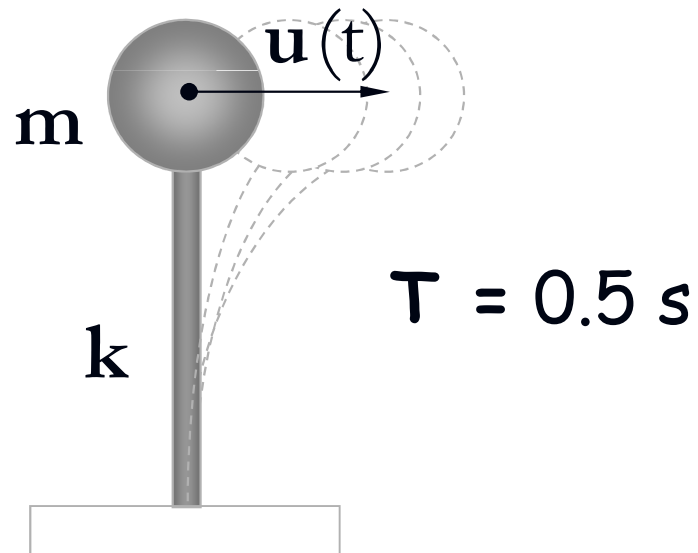
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 5

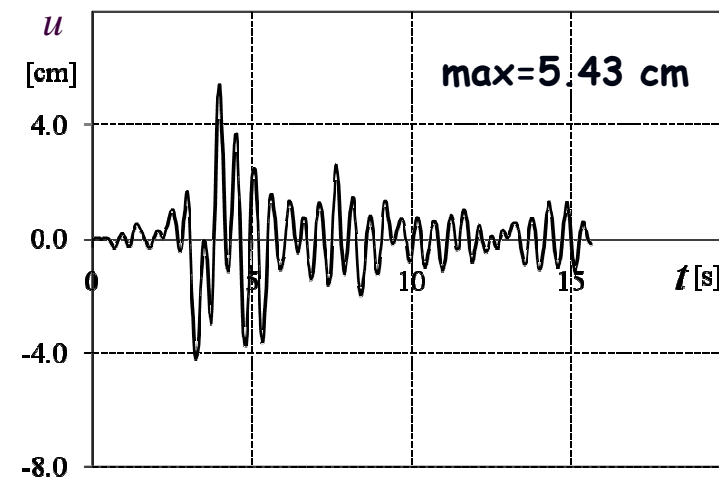
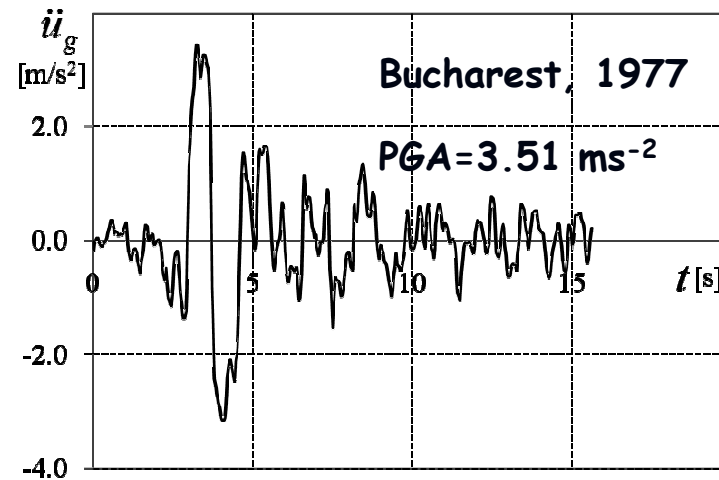
Spostamenti



$$m = 8.147 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

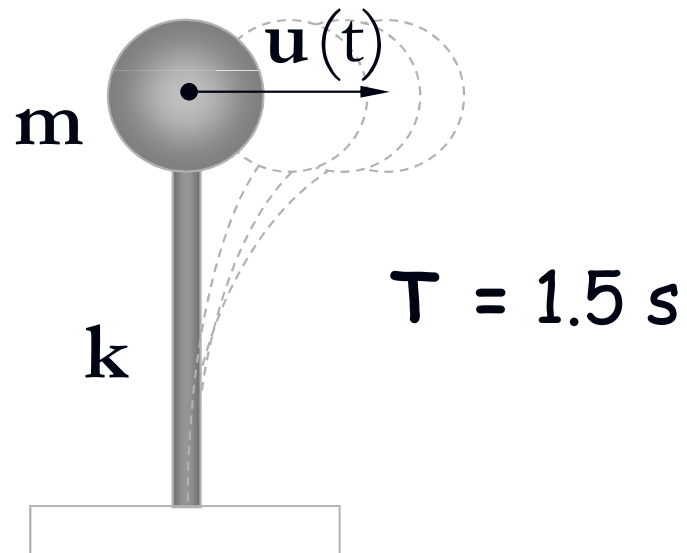
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.05$$



# Esempio - Oscillatore 5

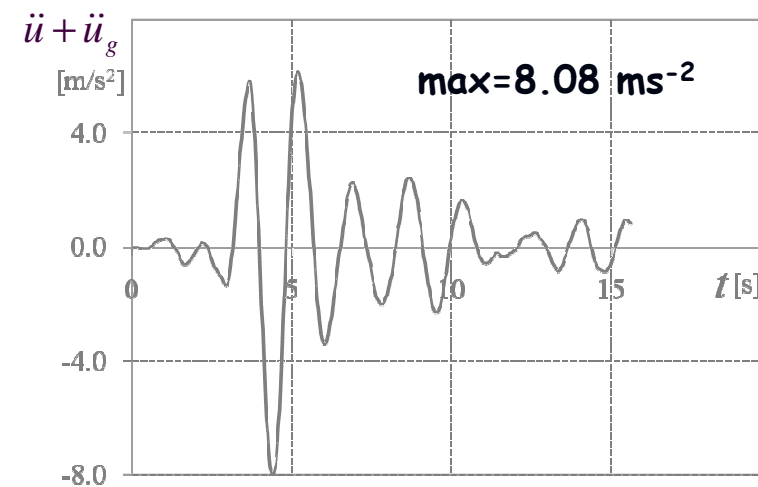
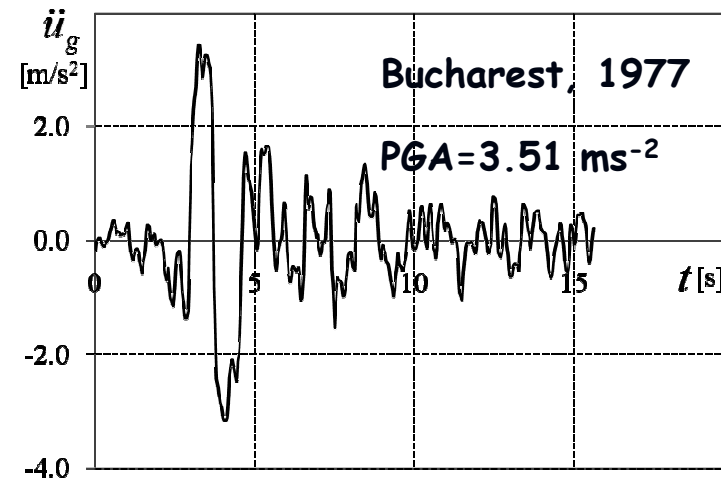
Accelerazioni



$$m = 73.320 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

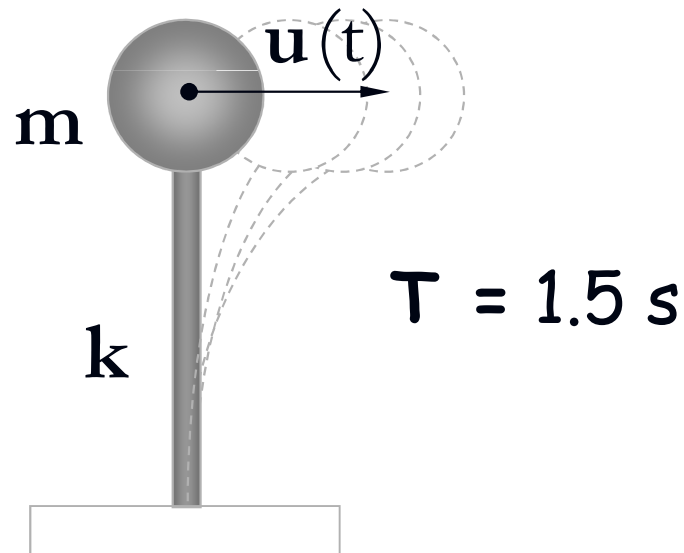
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.15$$



# Esempio - Oscillatore 5

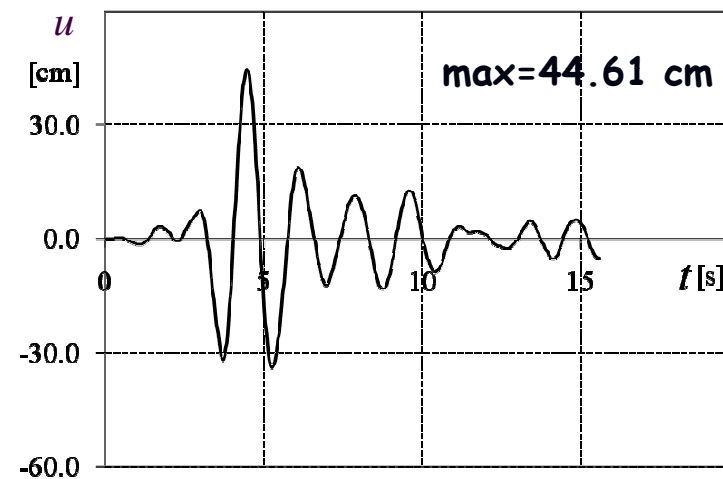
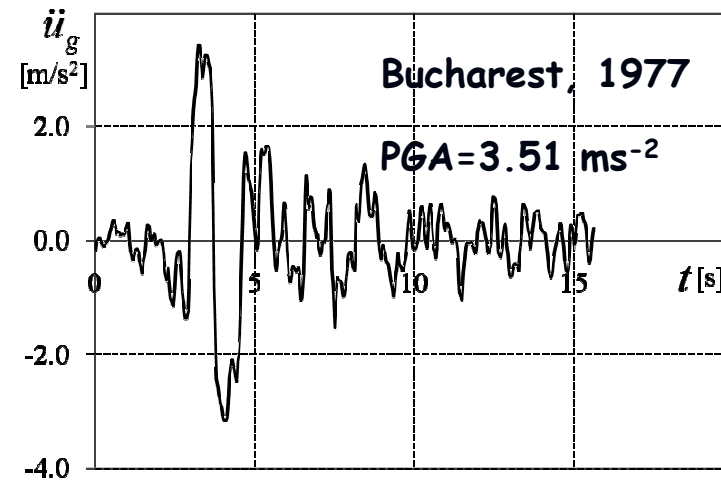
Spostamenti



$$m = 73.320 \quad \text{kN s}^2/\text{m}$$

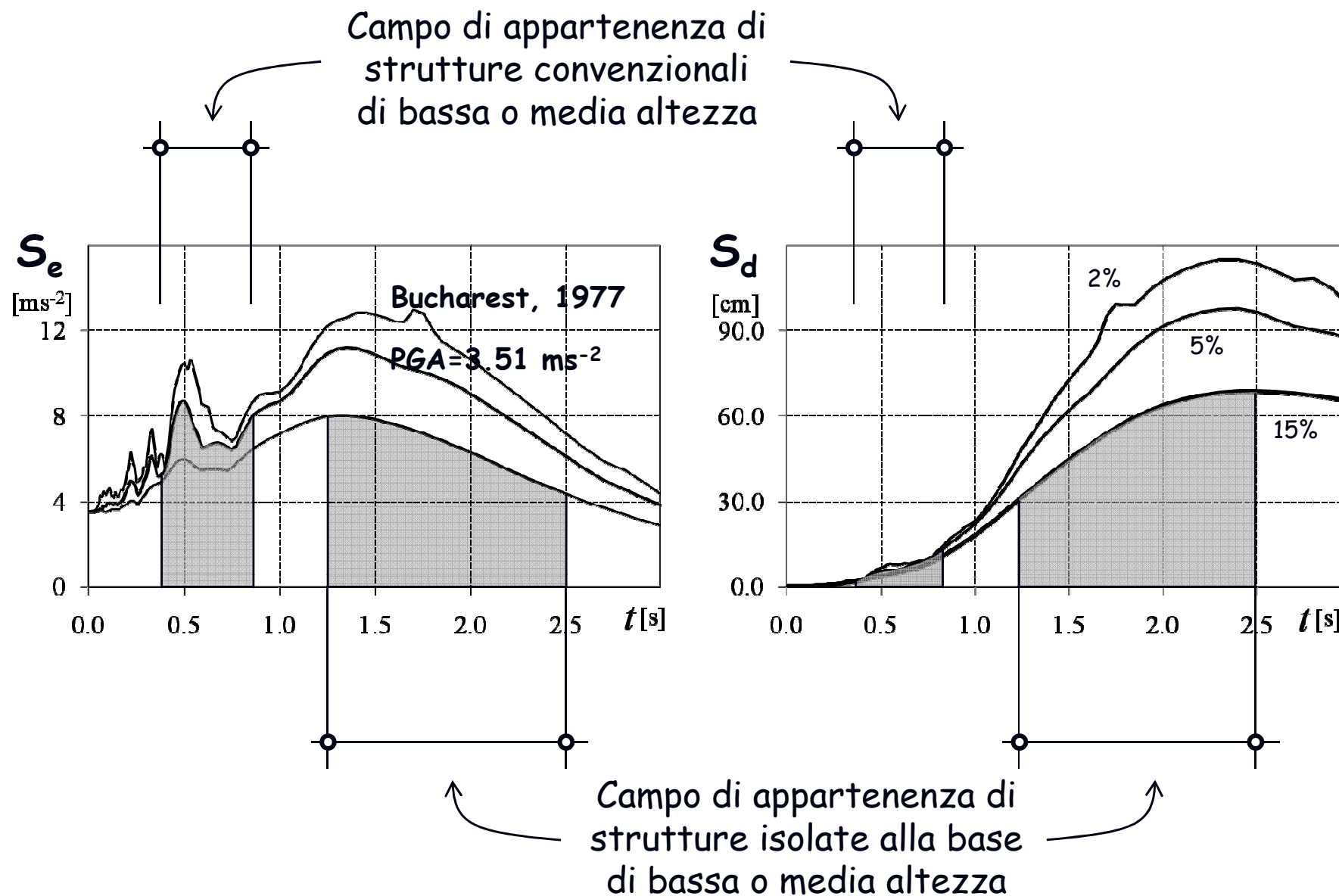
$$k = 1286.478 \quad \text{kN/m}$$

$$\xi = 0.15$$





# Sistemi isolati e non isolati



# Applicabilità dei sistemi isolati alla base

## **Maggiormente efficace**

- Strutture su suolo rigido
- Strutture con basso periodo fondamentale di vibrazione (edifici di bassa altezza)

## **Meno efficace**

- Strutture su suolo soffice (o in prossimità di faglie attive)
- Strutture con alto periodo fondamentale di vibrazione (edifici di elevata altezza)

# **Applicabilità dei sistemi isolati alla base**

**Come vengono ridotti/eliminati i danni nelle strutture sismicamente isolate?**

- **Comportamento essenzialmente elastico delle sovrastrutture**
- **Riduzione delle accelerazioni sismiche nelle sovrastrutture**
- **Riduzione delle forze sismiche nelle sovrastrutture**
- **Riduzione degli spostamenti di interpiano nelle sovrastrutture**

## **Benefici a breve termine**

- **Possibile riduzione sezioni resistenti**
- **Risparmio in strutture con geometria irregolare**

## **Benefici a lungo termine**

- **Sicurezza globale maggiore**
- **Riduzione costi riparazione**
- **Operatività continua**

Quali sono  
le fonti di smorzamento da utilizzare  
nell'isolamento all base ??

# Isolamento alla base

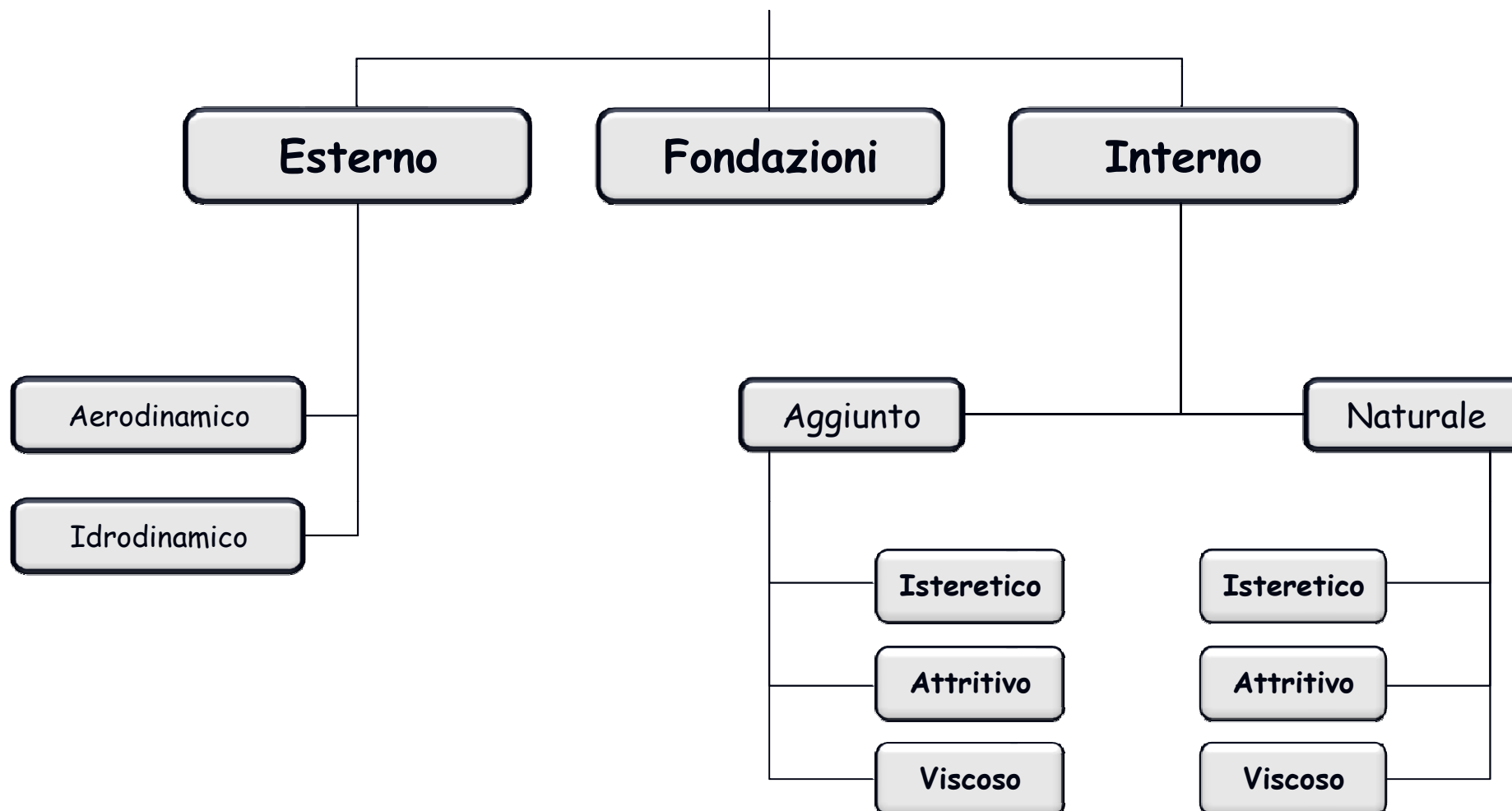
Importanza dello smorzamento

Al fine di ridurre gli spostamenti  
in corrispondenza dell'interfaccia d'isolamento  
é opportuno disporre di una o più fonti importanti di

## SMORZAMENTO

**Nota !** Tale principio é indipendente dalla modalità di realizzazione  
dell'isolamento alla base

# Fonti di smorzamento della risposta sismica

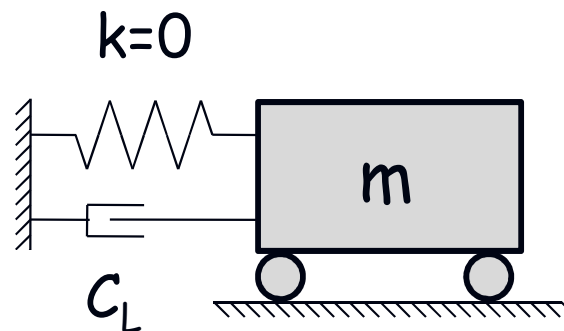


# Dispositivi di dissipazione viscosa lineare

Nei dispositivi di dissipazione viscosa lineare la forza sviluppata dal dispositivo è legata alla velocità relativa tra gli estremi del dispositivo dalla seguente relazione:

$$F(t) = C_L \dot{x}(t)$$

La costante  $C_L$  è detta costante di smorzamento viscoso lineare.



Schema di sistema viscoso

# Dispositivi di dissipazione viscosa lineare

Se si imprime un moto relativo di tipo sinusoidale agli estremi del dispositivo:

$$x(t) = X_0 \sin \omega t$$

la forza sviluppata dal dispositivo è:

$$F(t) = C_L \omega X_0 \cos \omega t$$

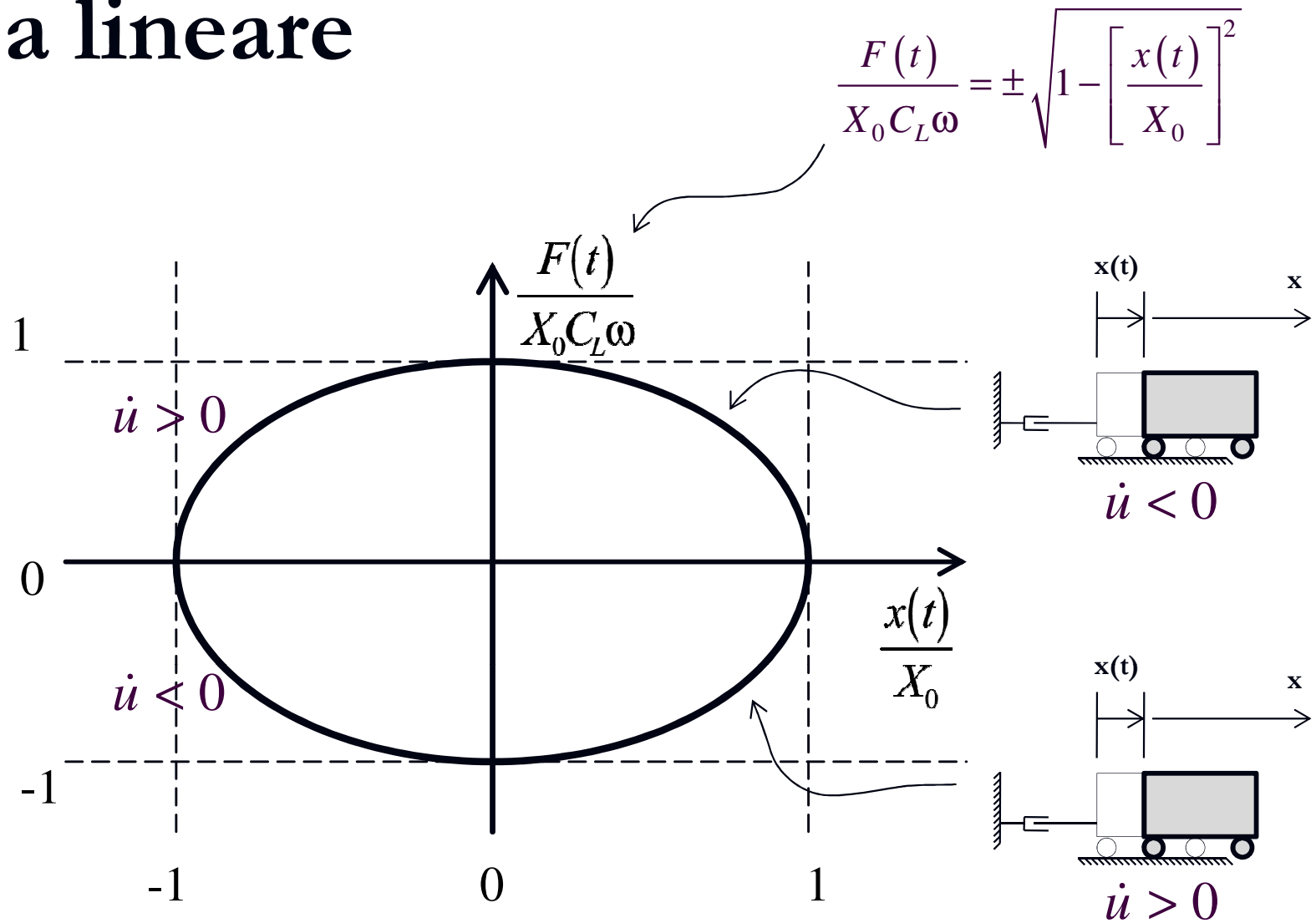
ovvero,

ricordando che  $\cos \omega t = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$

$$F(t) = \pm C_L \omega \sqrt{X_0^2 - x^2(t)}$$



# Dispositivi di dissipazione viscosa lineare



# Dispositivi di dissipazione viscosa lineare

La forza sviluppata dal dissipatore viscoso

- ✧ è massima quando lo spostamento relativo tra le estremità del dispositivo è nullo
- ✧ è nulla quando lo spostamento relativo tra le estremità del dispositivo è massimo

Inoltre, la forza sviluppata dal dissipatore viscoso è direttamente proporzionale:

- ✧ allo spostamento massimo impresso
- ✧ alla pulsazione dell'onda di spostamento
- ✧ alla costante di smorzamento viscoso

# Dispositivi di dissipazione viscosa lineare

L'energia dissipata dal dissipatore viscoso lineare in un ciclo di spostamento è pari a :

$$E_{vd} = \int_0^{2\pi/\omega} F(t) \dot{x}(t) dt = C_L \omega^2 X_0^2 \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2 \omega t dt$$



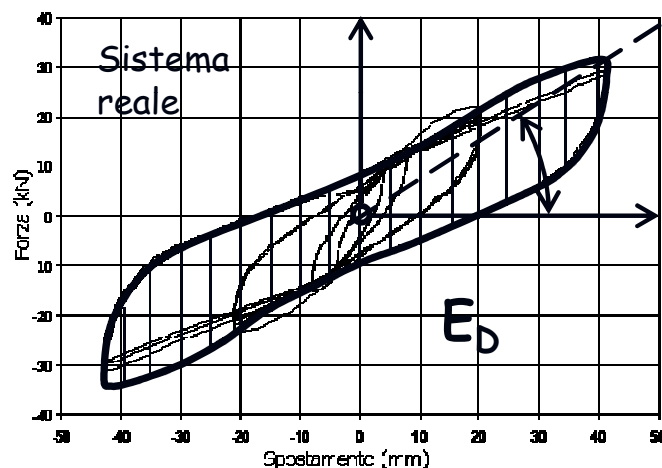
ovvero :

$$E_{vd} = C_L \omega^2 X_0^2 \left[ \frac{t}{2} + \frac{1}{4\omega} \operatorname{sen} 2\omega t \right] \Bigg|_0^{2\pi/\omega} = C_L \pi \omega X_0^2$$

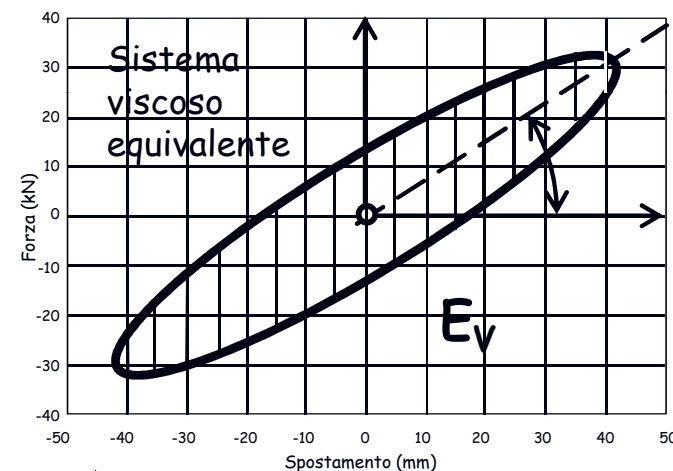
# Smorzamento viscoso equivalente

## Definizione

Si definisce smorzamento viscoso equivalente il valore dello smorzamento che un sistema con smorzamento di tipo viscoso lineare dovrebbe avere per dissipare in un ciclo e muovendosi con pulsazione pari alla pulsazione del sistema reale la quantità di energia dissipata dal sistema reale nello stesso ciclo:



$$E_D = E_V$$



# Smorzamento viscoso equivalente

## Definizione

A tal fine, si può riscrivere la formula dell'energia dissipata dal sistema con smorzamento viscoso lineare:

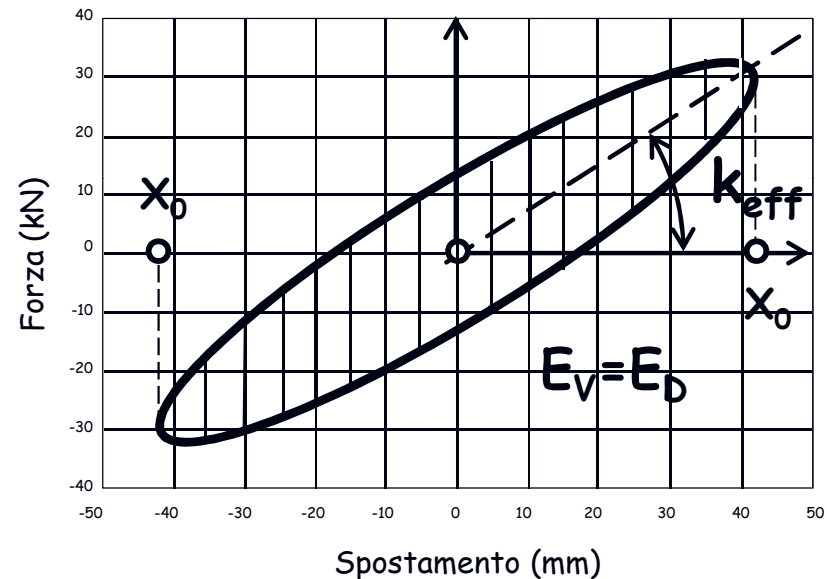
$$E_D = C_L \pi \omega X_0^2$$

In particolare,  
ricordando che

$$C_L = 2\xi_{eq} \omega m$$

si ha:

$$\begin{aligned} E_D &= 2\pi\xi_{eq} \omega^2 m X_0^2 \\ &= 2\pi\xi_{eq} k_{eff} X_0^2 \end{aligned}$$



# Smorzamento viscoso equivalente

## Definizione

Pertanto, possiamo calcolare lo smorzamento viscoso equivalente mediante le relazioni:

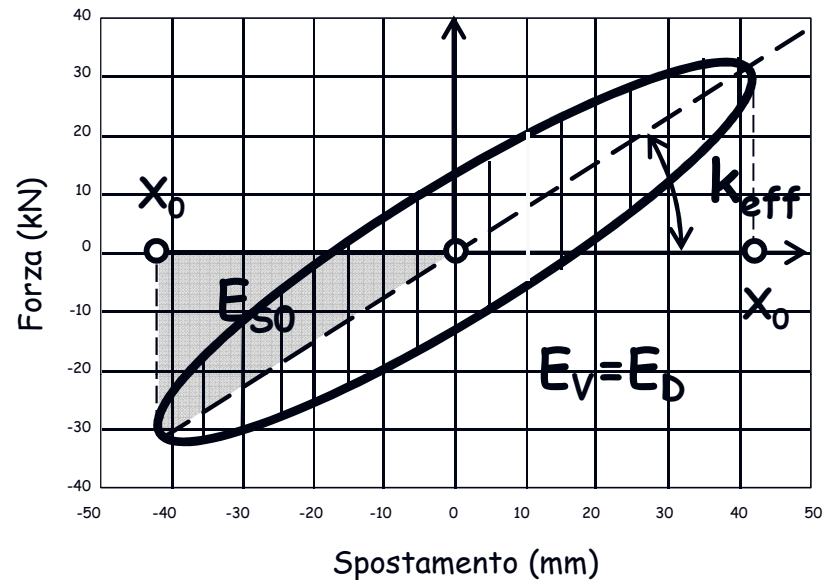
$$\xi_{eq} = \frac{E_D}{2\pi k_{eff} X_0^2}$$

ovvero:

$$\xi_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{S0}}$$

dove

$E_{S0}$  (  $\frac{1}{2}k_{eff} X_0^2$  ) è l'energia elastica corrispondente allo spostamento massimo considerato



# Smorzamento viscoso equivalente

Valori convenzionali

Materiali	Smorzamento (%)
Cemento Armato	
Piccola ampiezza (non fessurato)	0.7-1.0
Media ampiezza (fessurato)	1.0-4.0
Grande ampiezza (fessurato no snervamento acciaio)	4.0-8.0
Acciaio	1.0-2.0
Isolatori elastomerici	10-30