Corso di aggiornamento

Progettazione strutturale e Norme Tecniche per le Costruzioni

Progetto di aste e collegamenti in acciaio

7 – Flessione composta

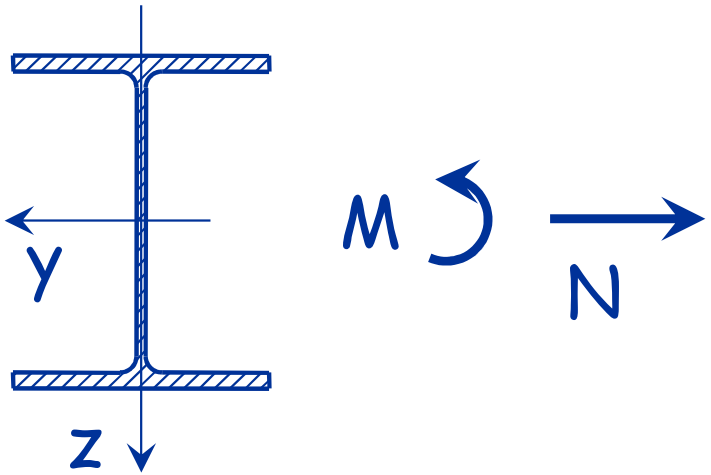
Villa Redenta, Spoleto

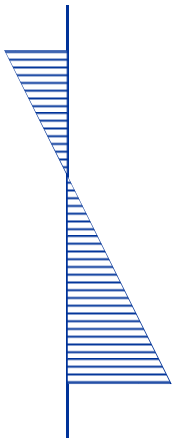
7-9 gennaio 2016

Aurelio Ghersi

Flessione composta
Tensoflessione

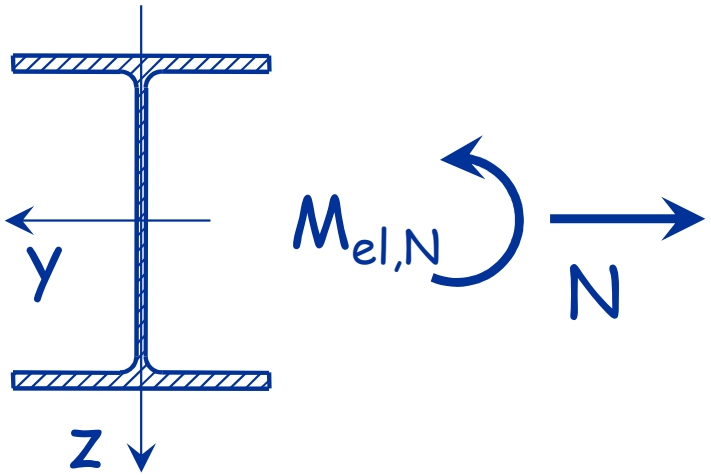
Comportamento ultimo

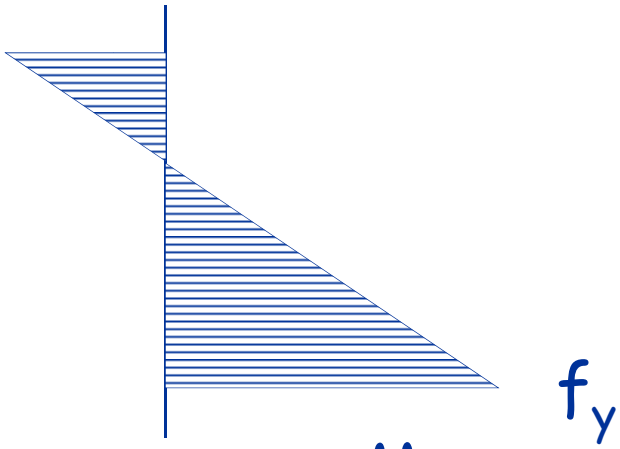




$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y$$

Comportamento ultimo



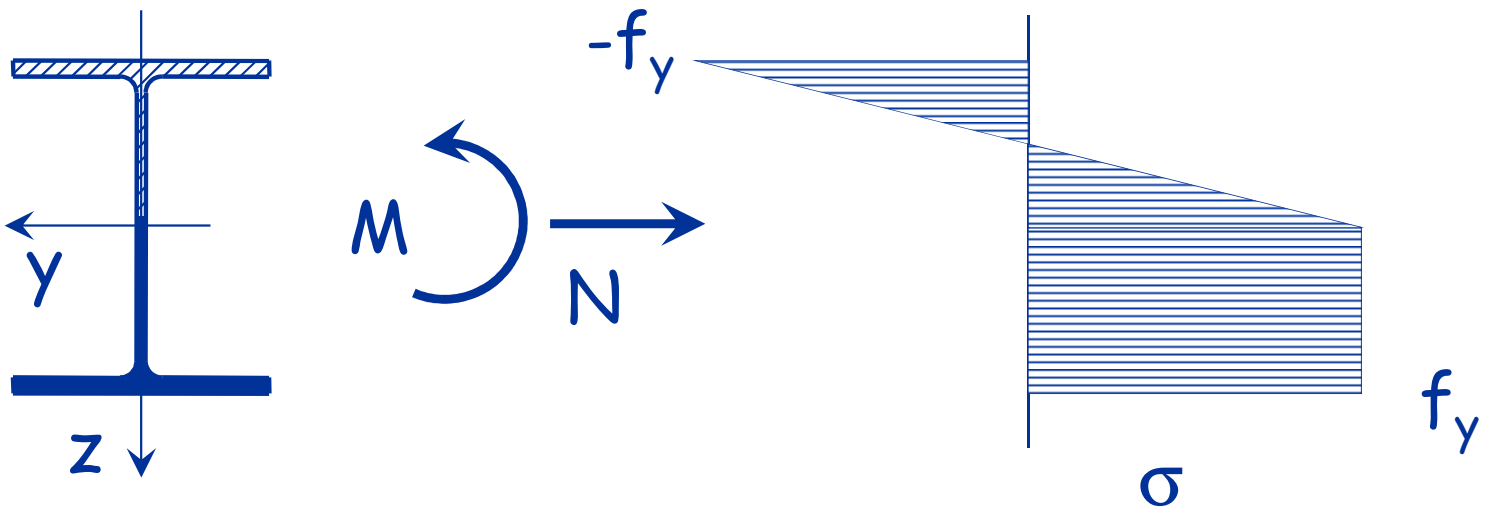


$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{el,N}}{I}\, y$$

Per calcolare $M_{el,N}$:

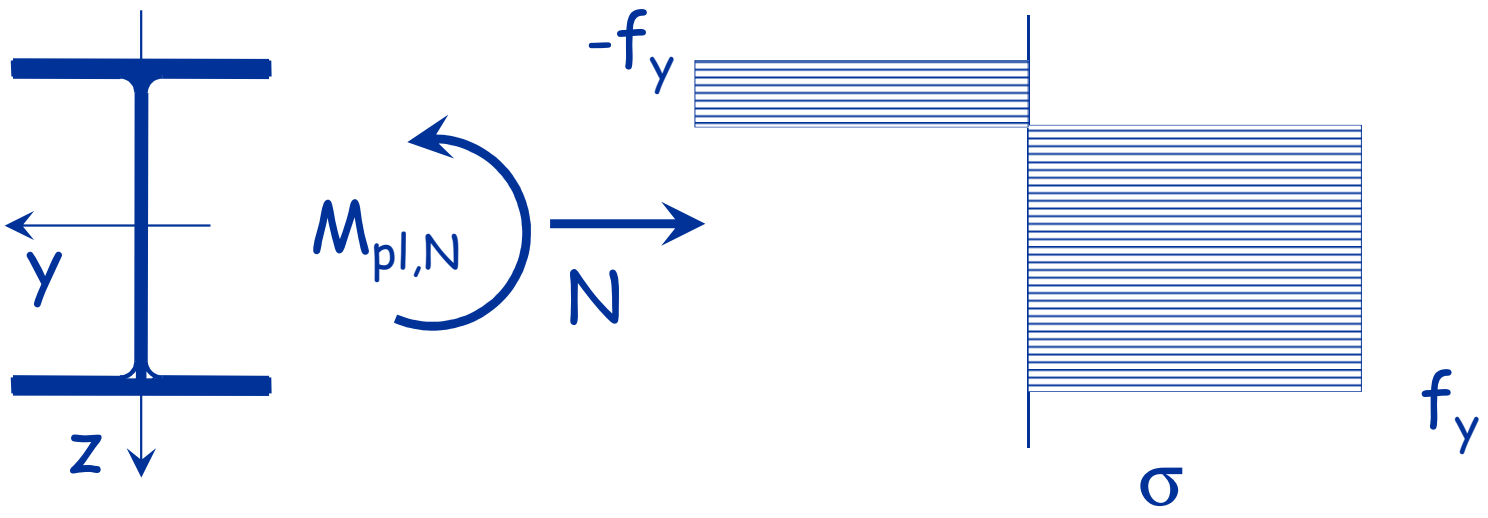
$$f_y = \frac{N}{A} + \frac{M_{el,N}}{W_{el}} \quad \Rightarrow \quad M_{el,N} = \left(f_y - \frac{N}{A} \right) W_{el}$$

Comportamento ultimo



Incrementando il momento flettente le deformazioni plastiche si propagano fino alla completa plasticizzazione della sezione

Comportamento ultimo

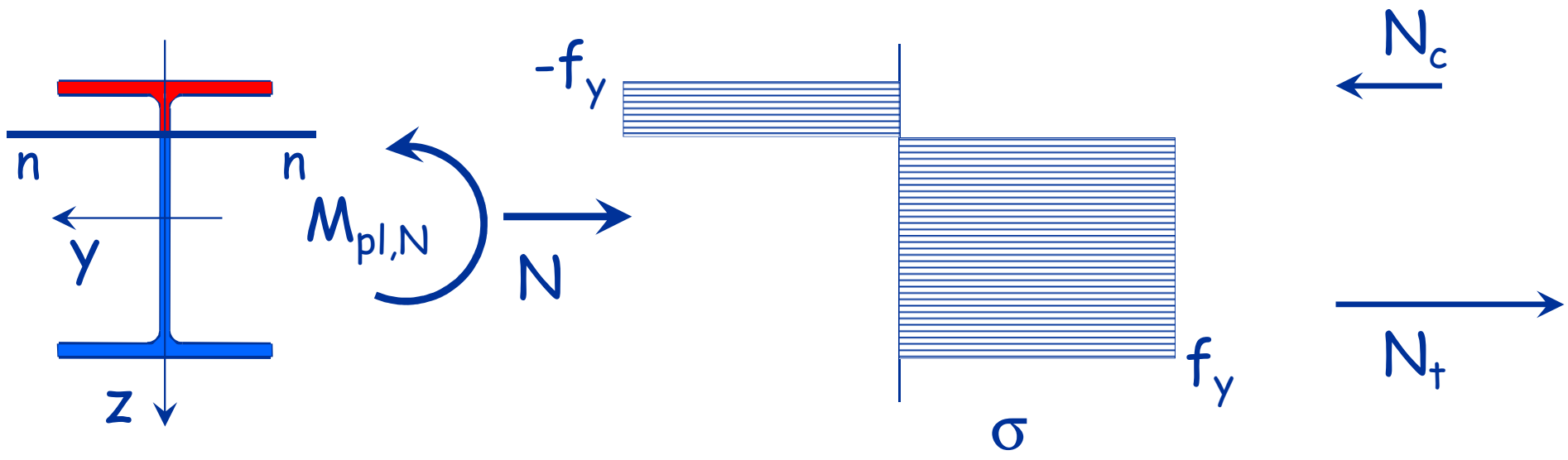


Per calcolare $M_{pl,N}$:

1 - Bisogna prima determinare la posizione dell'asse neutro, dall'equilibrio alla traslazione

2 - Imponendo l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse baricentrico si determina poi $M_{pl,N}$

Comportamento ultimo



1 - Determinazione dell'asse neutro

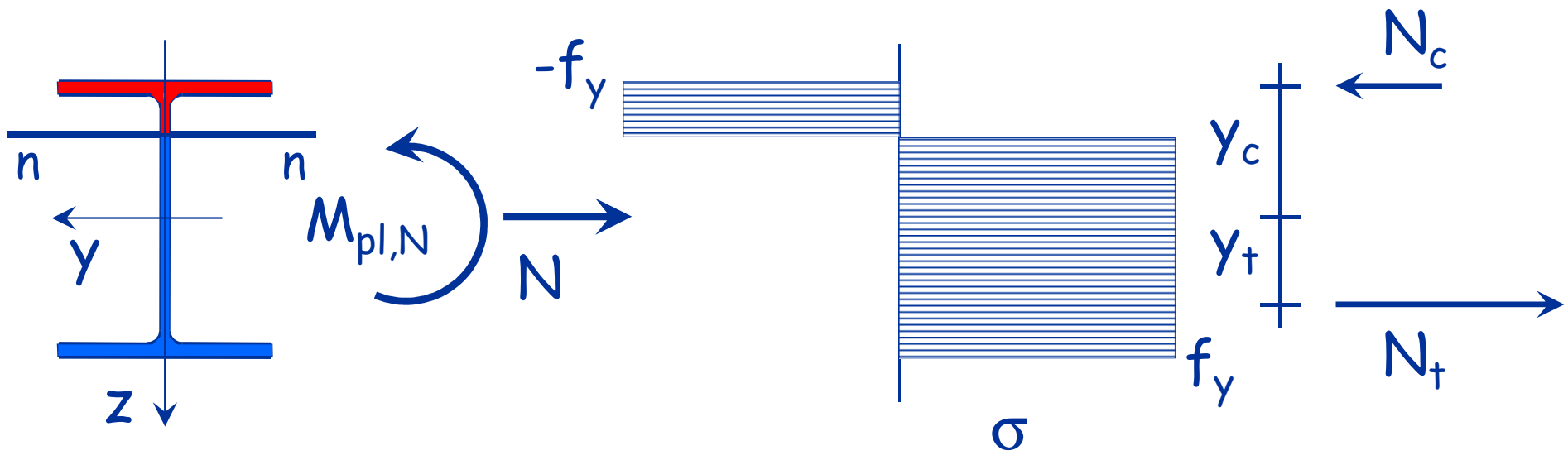
$N_c + N_t = N$
(equilibrio alla traslazione)

⇨ Asse neutro

$N_c = -f_y A_c$

$N_t = f_y A_t$

Comportamento ultimo



2 - Calcolo di $M_{pl,N}$

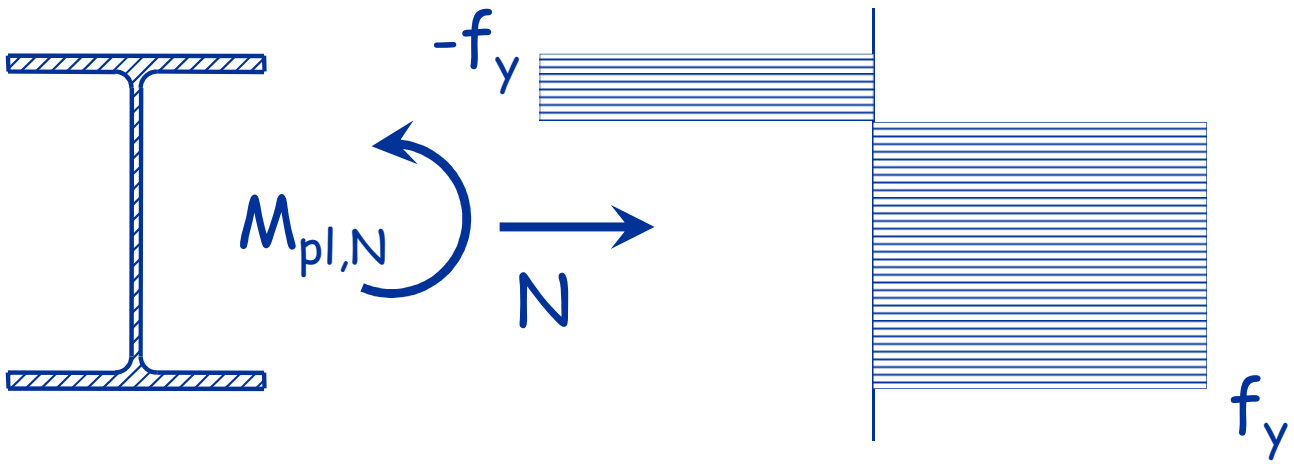
$$M_{pl,N} = N_t\, y_t - N_c\, y_c = f_y (A_t\, y_t - A_c\, y_c)$$

$$N_c = -f_y\, A_c$$

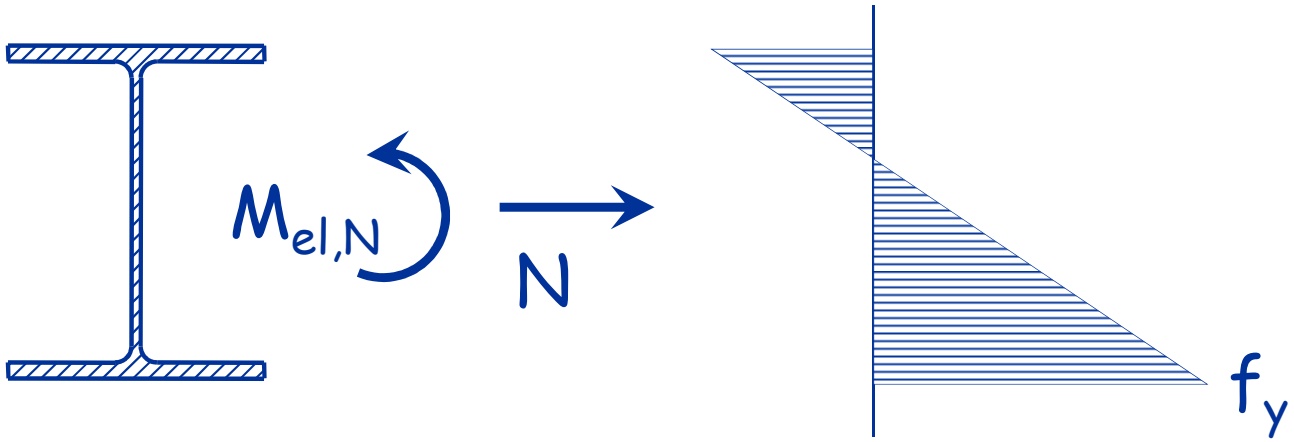
$$N_t = f_y\, A_t$$

Verifica - stato limite ultimo

Classe 1 e 2

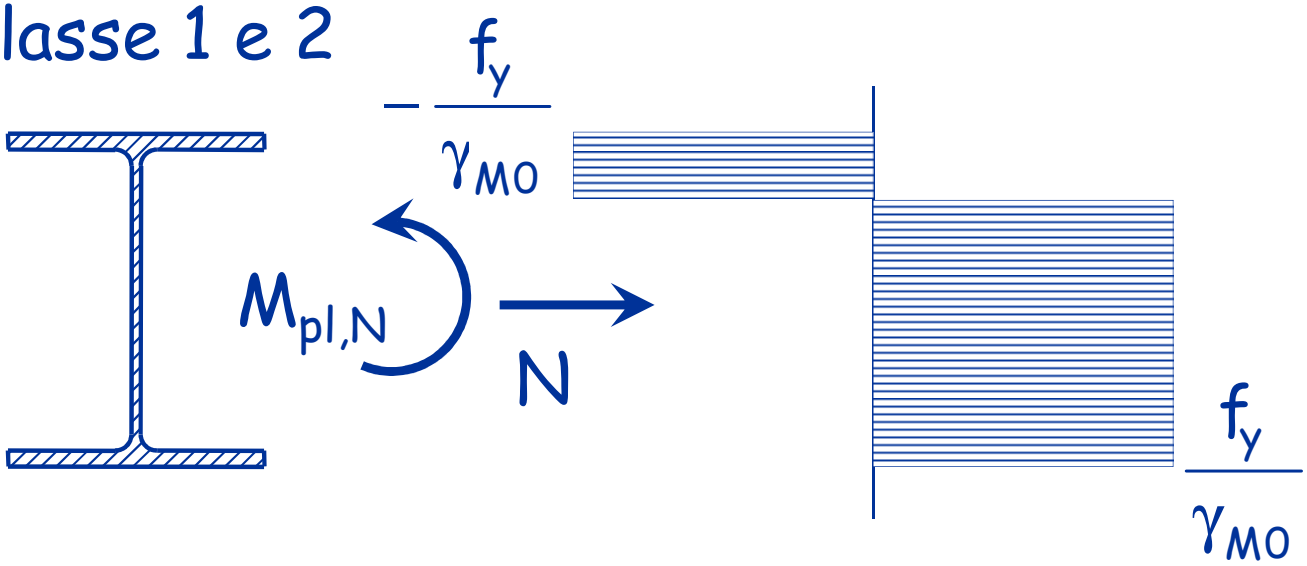


Classe 3



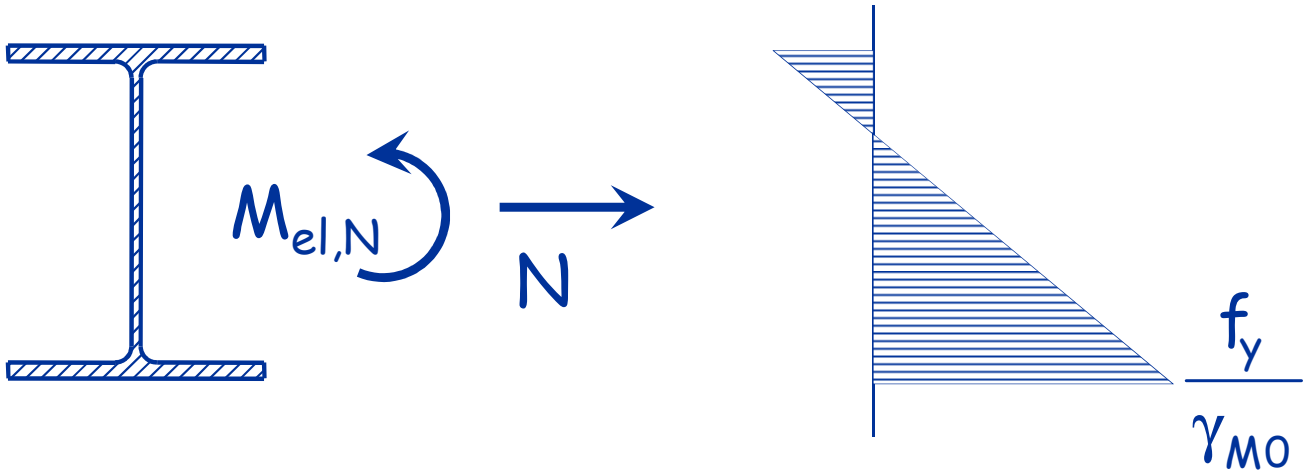
Verifica - stato limite ultimo

Classe 1 e 2



$$M_{Ed} \leq M_{pl,N,Rd}$$

Classe 3



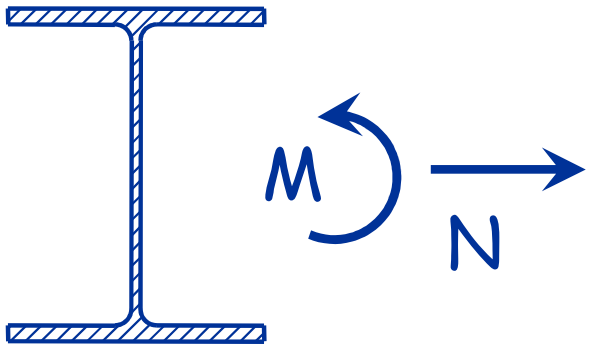
$$M_{Ed} \leq M_{el,N,Rd}$$

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui si ottiene lo stato limite ultimo della sezione

Per ricavare una coppia M-N del dominio

Sezione



Si assegna una posizione dell'asse neutro

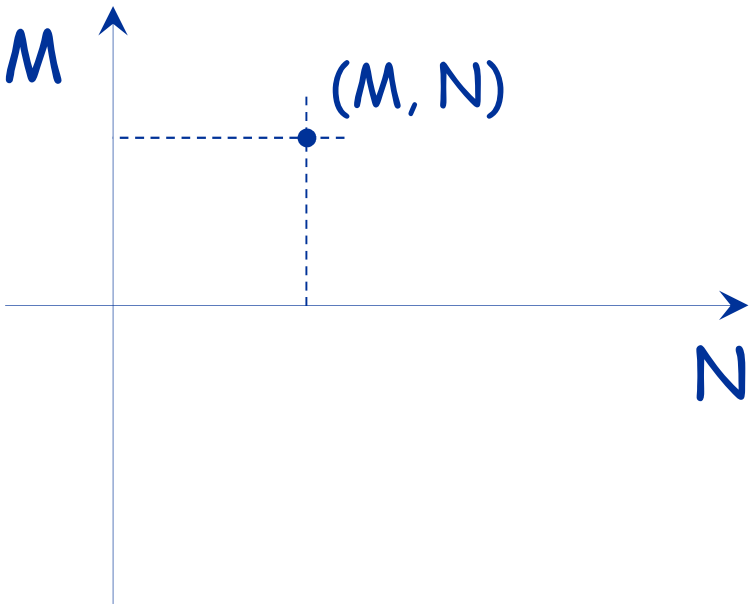
Si determina N

Si determina M ($M_{pl,N}$ o $M_{el,N}$)

Domini di resistenza - stato limite ultimo

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui si ottiene lo stato limite ultimo della sezione

Per ricavare una coppia M-N del dominio



Si assegna l'asse neutro

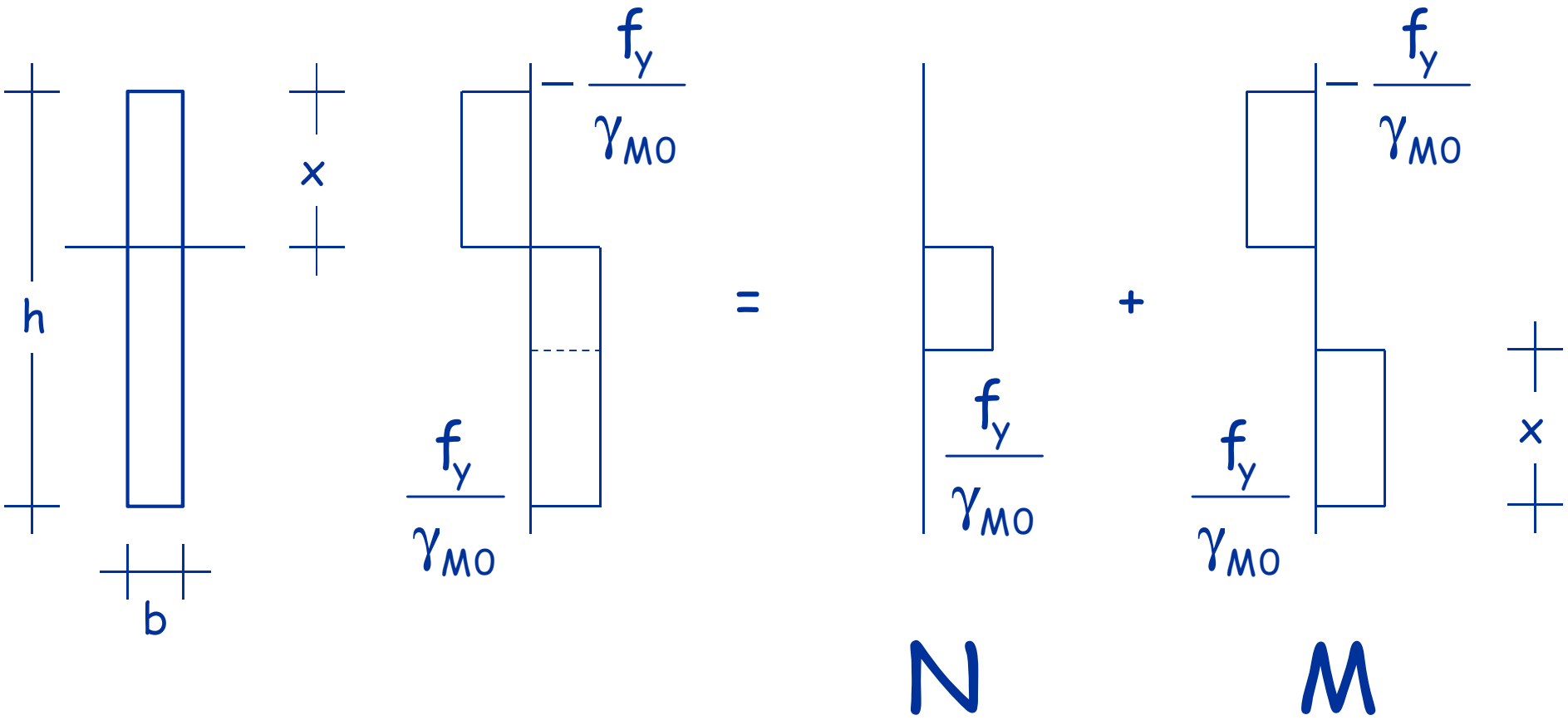
Si determina N

Si determina M ($M_{pl,N}$ o $M_{el,N}$)

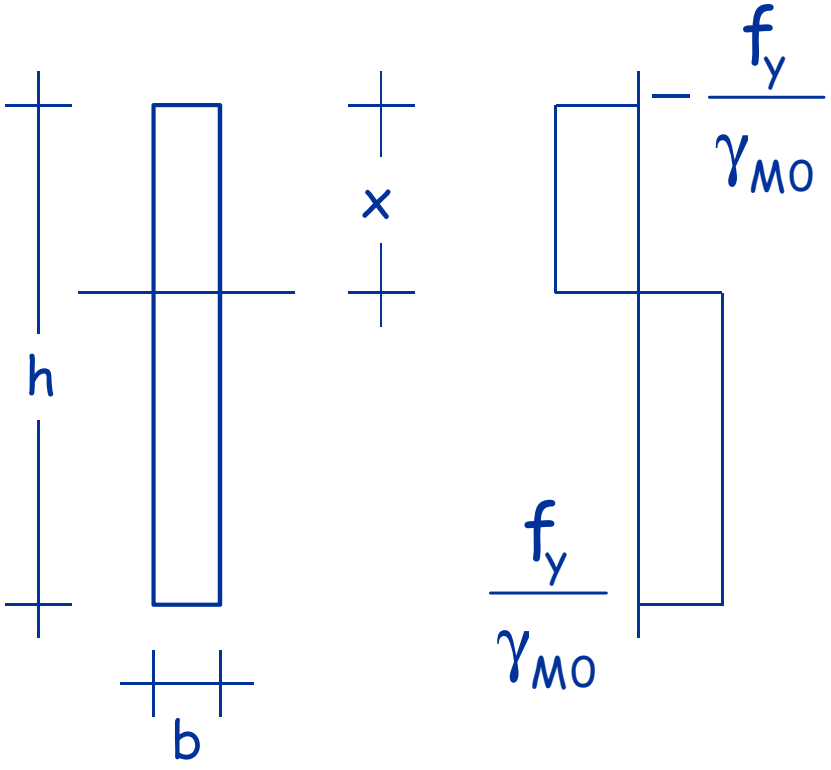
e si riporta la coppia M – N nel diagramma

Esempio

Sezione rettangolare (ad esempio un piatto)



Esempio
Sezione rettangolare



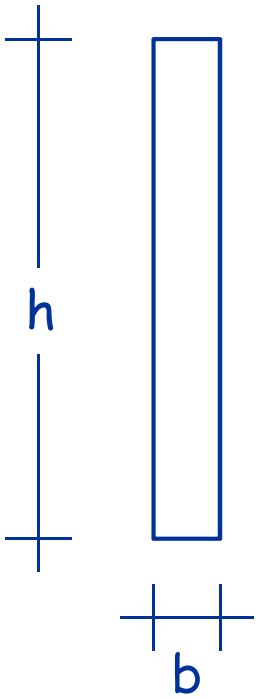
$$N = b\,(h - 2\,x)\,\frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

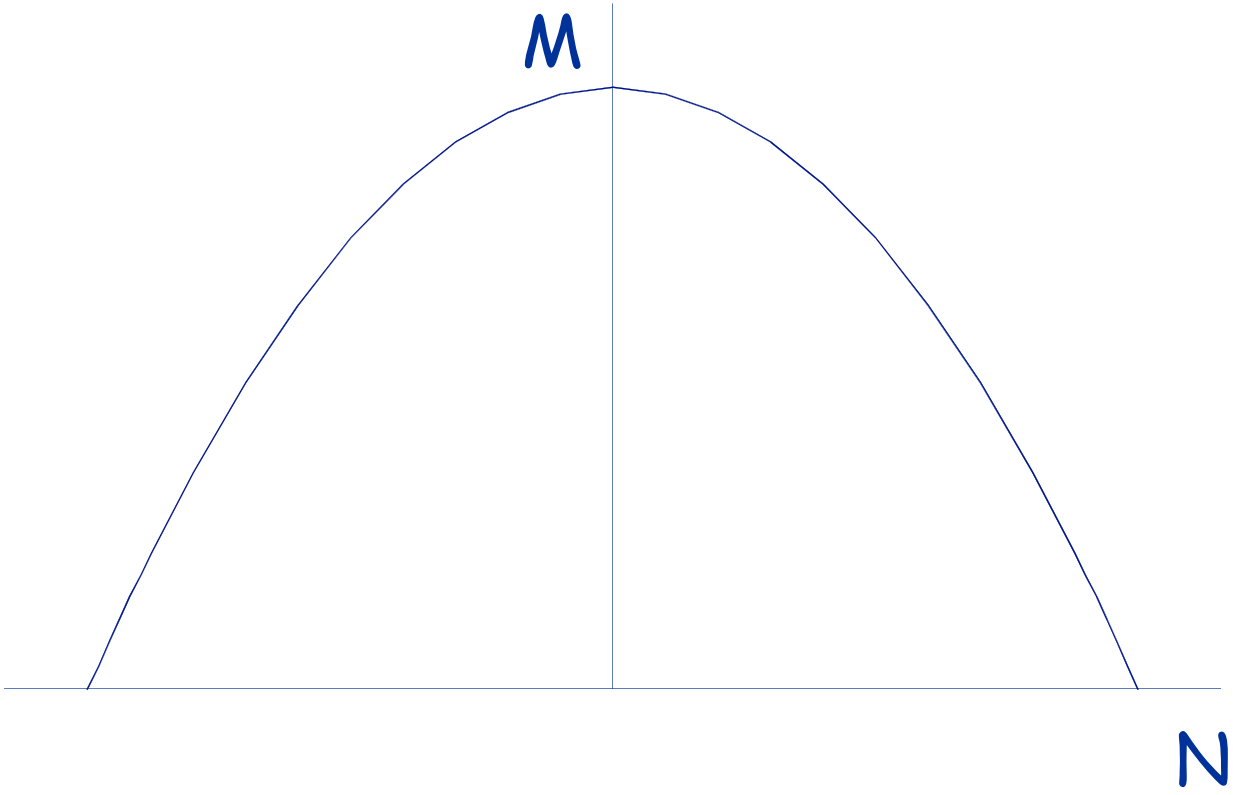
$$M = b\,x\,(h - x)\,\frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\Downarrow$$

$$M = \left[\frac{bh^2}{4}\,\frac{f_y^2}{\gamma_{M0}^2} - \frac{1}{4b}N^2\right]\frac{\gamma_{M0}}{f_y}$$

Esempio
Sezione rettangolare

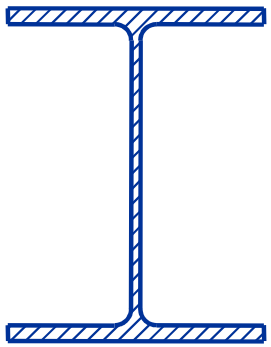




Il dominio ha un andamento parabolico

Questo vale solo per sezioni rettangolari (ad esempio un piatto)

Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse forte

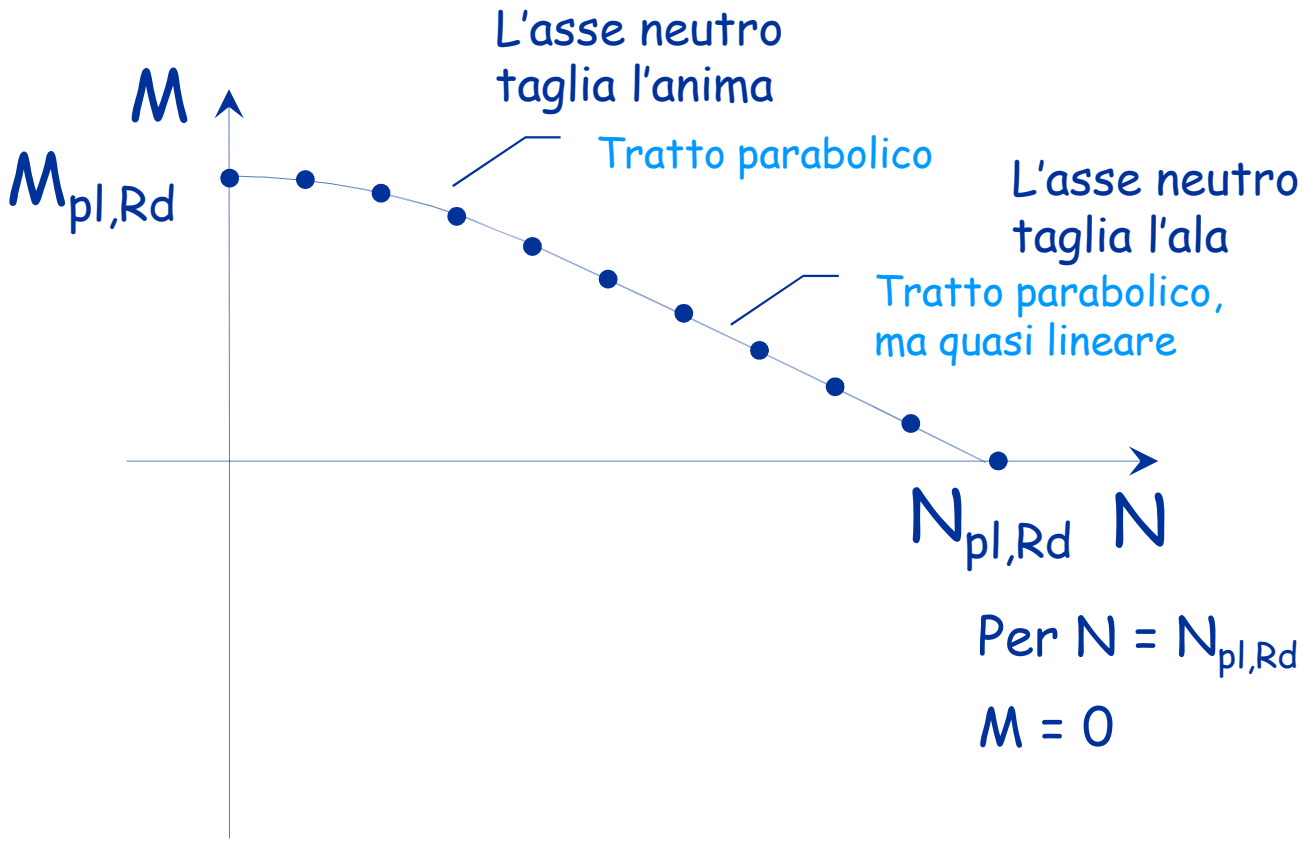


Per N = 0

$M = M_{pl,Rd}$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}\ f_y}{\gamma_{M0}}$$

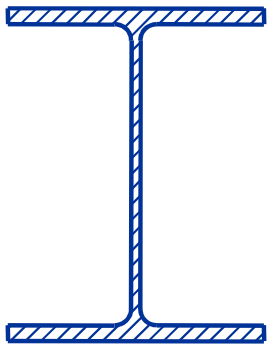
$$N_{pl,Rd} = \frac{A\ f_y}{\gamma_{M0}}$$



Per $N = N_{pl,Rd}$

$M = 0$

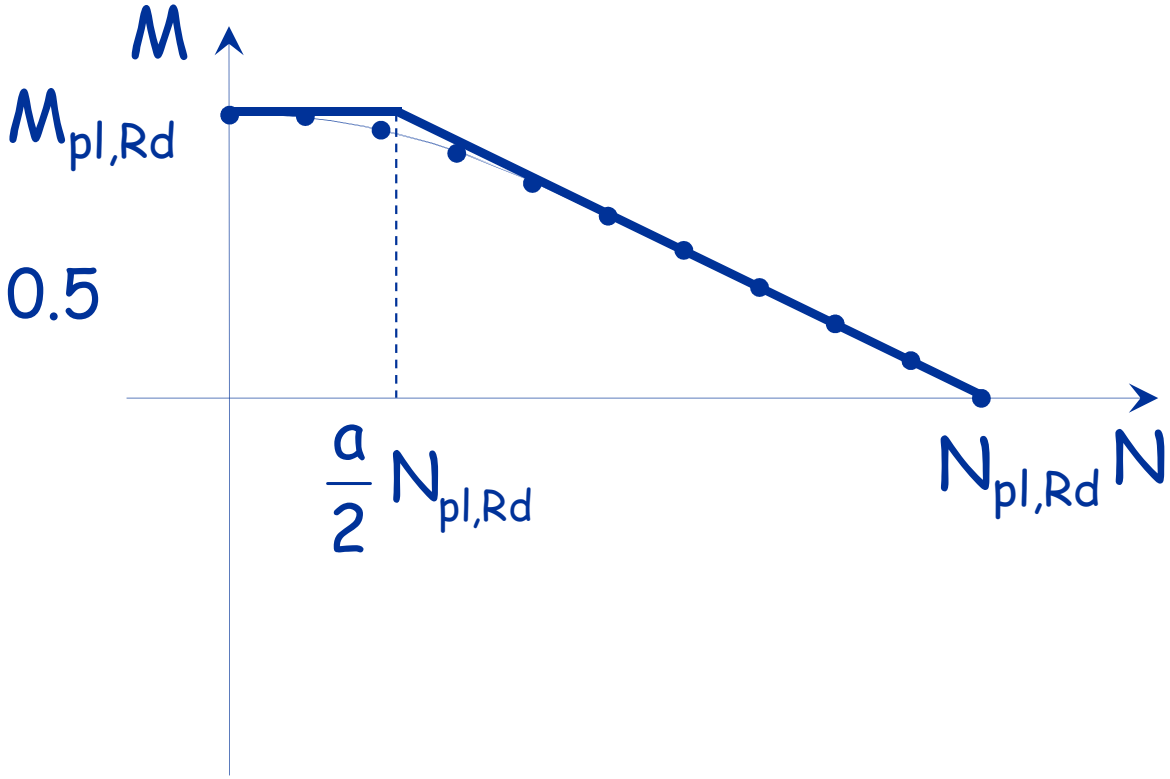
Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse forte



$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \qquad N \le \frac{a}{2} N_{pl,Rd}$$

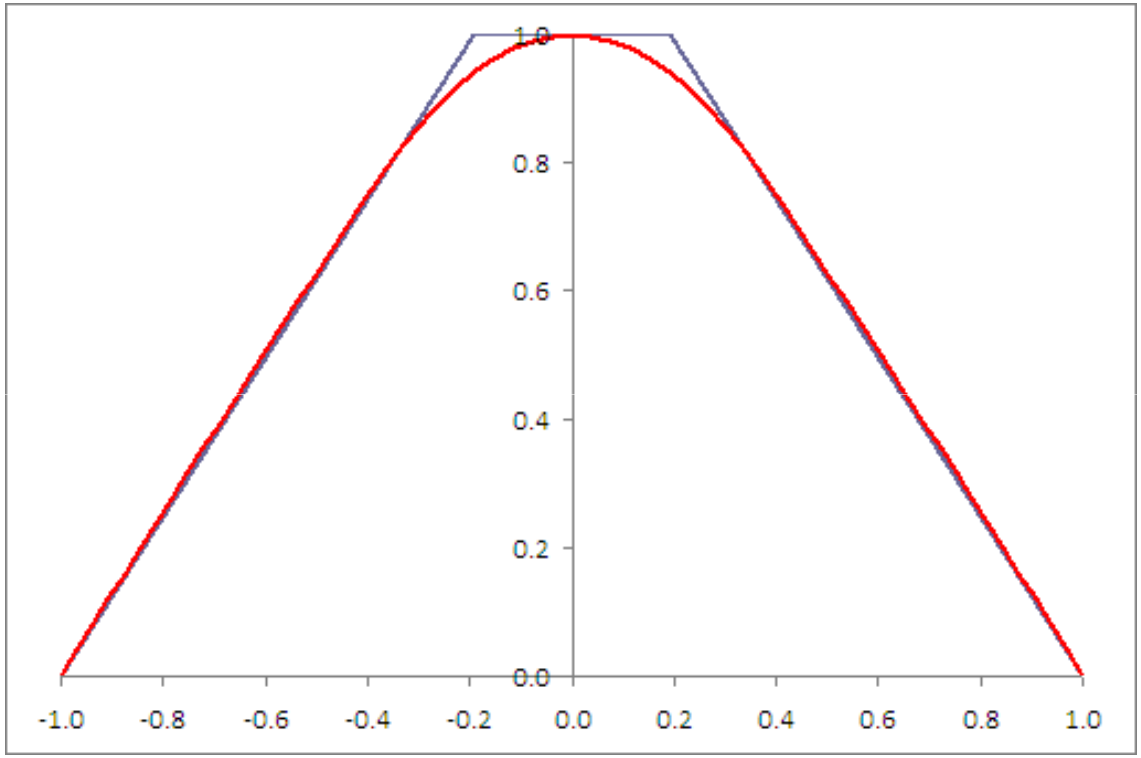
$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}} \right) \frac{1}{1 - 0.5\,a} \qquad N > \frac{a}{2} N_{pl,Rd}$$

$$a = \frac{A - 2\,b\,t_f}{A} \le 0.5$$



Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse forte

- Per sezioni IPE (ad esempio IPE 300)

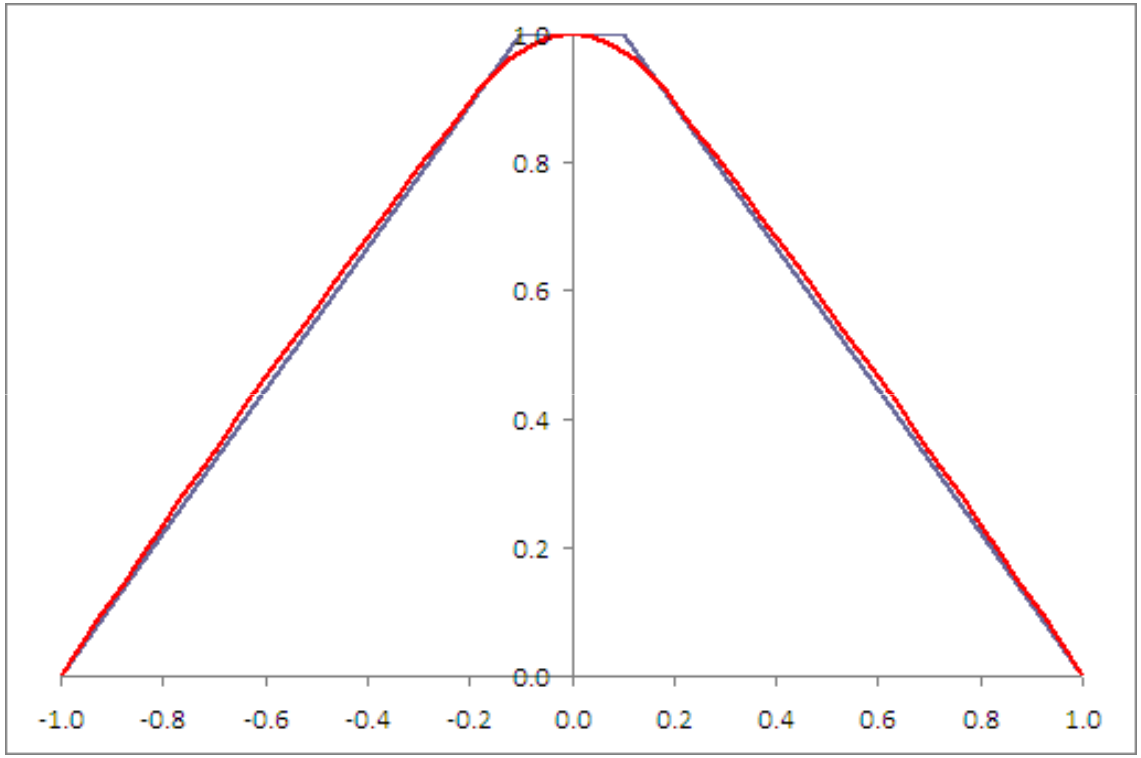


$$\frac{a}{2} \cong 0.2$$

Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse forte

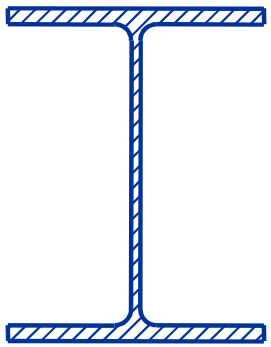
- Per sezioni HE (ad esempio HE 300 B)



$$\frac{a}{2} \cong 0.1$$

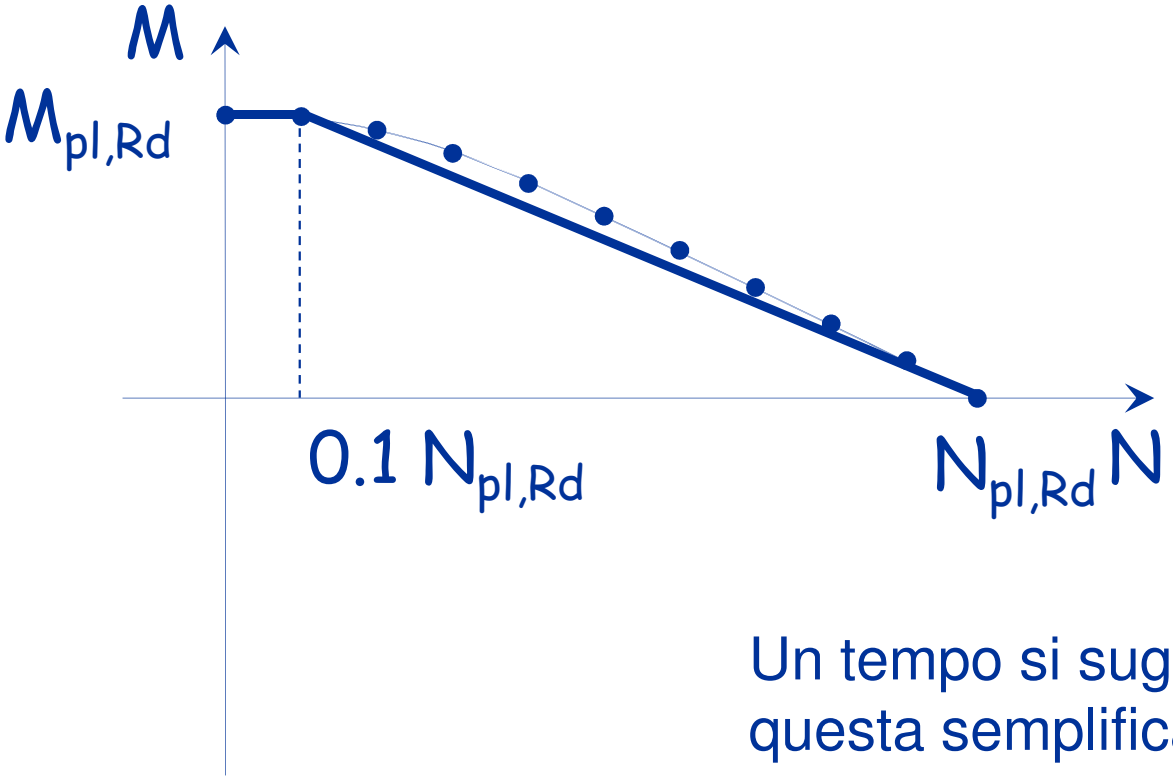
Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse forte



$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \qquad N \le 0.1\, N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = 1.11\, M_{pl,Rd}\left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}}\right) \qquad N > 0.1\, N_{pl,Rd}$$

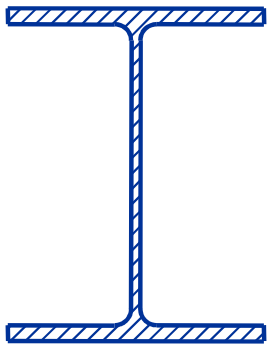


$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}\, f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A\, f_y}{\gamma_{M0}}$$

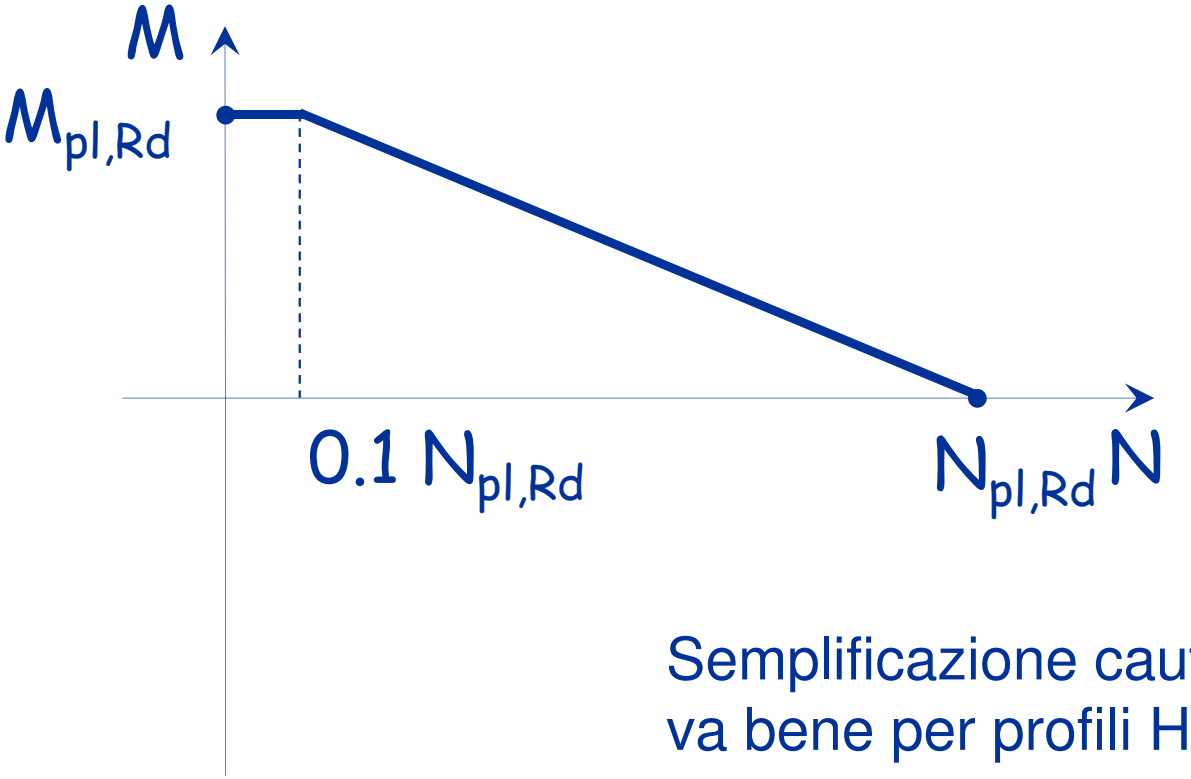
Un tempo si suggeriva questa semplificazione

Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse forte



$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \qquad N \le 0.1\, N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = 1.11\, M_{pl,Rd}\left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}}\right) \qquad N > 0.1\, N_{pl,Rd}$$

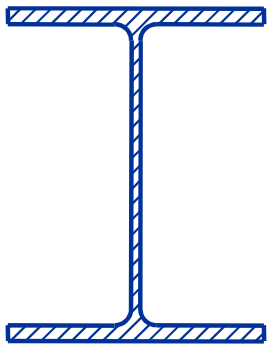


$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}\, f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A\, f_y}{\gamma_{M0}}$$

Semplificazione cautelativa,
va bene per profili HE

Dominio di resistenza
per sezioni di classe 3



$$M_{el,N,Rd} = M_{el,Rd}\left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}}\right)$$

Lo stesso vale per il metodo delle tensioni ammissibili (ma con σ_{am})

Per N = 0
$M = M_{el,Rd}$

$$M_{el,Rd} = \frac{W_{el}\ f_y}{\gamma_{M0}}$$

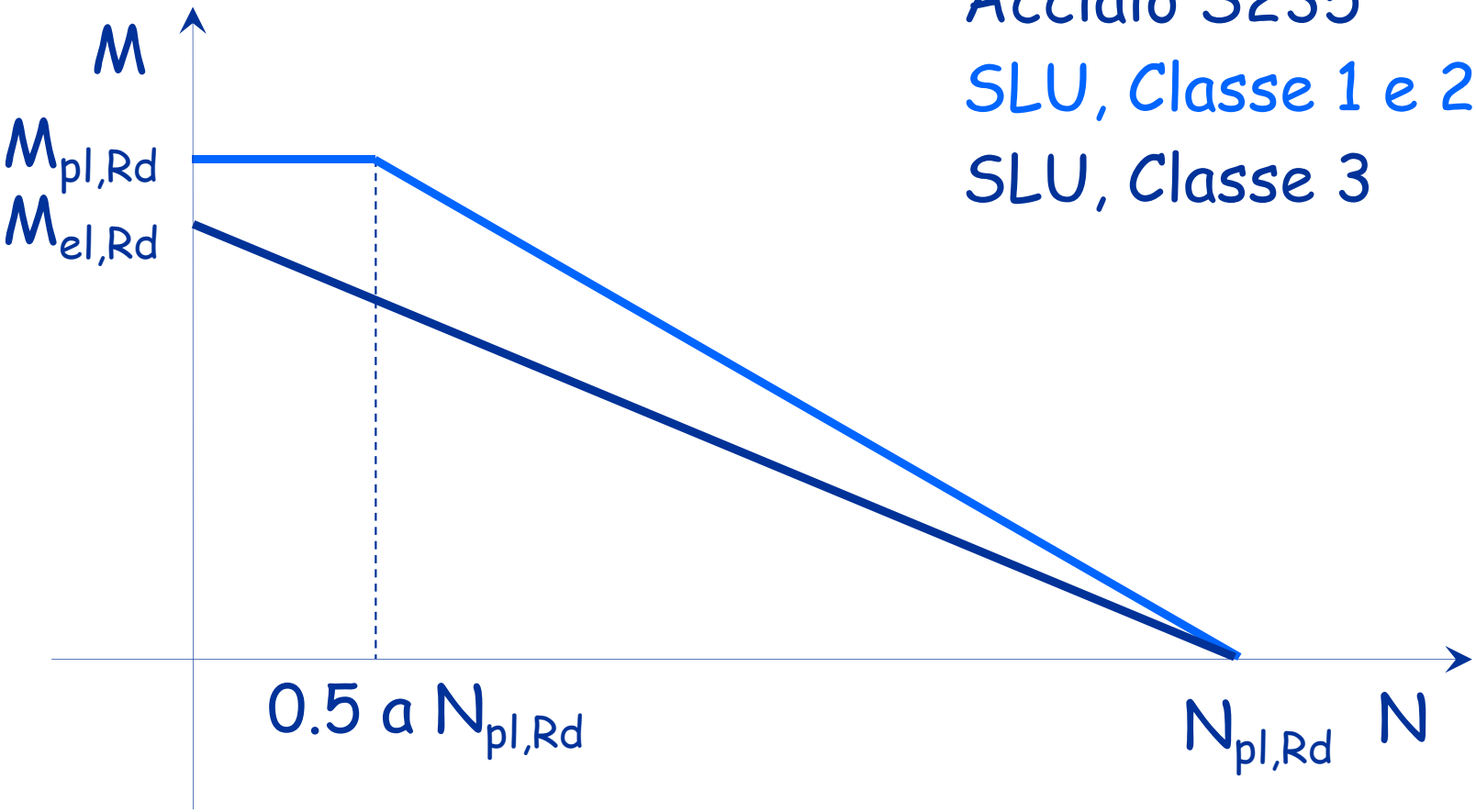
$$N_{pl,Rd} = \frac{A\ f_y}{\gamma_{M0}}$$

Poiché il comportamento della sezione è lineare ...

Per $N = N_{pl,Rd}$
$M = 0$

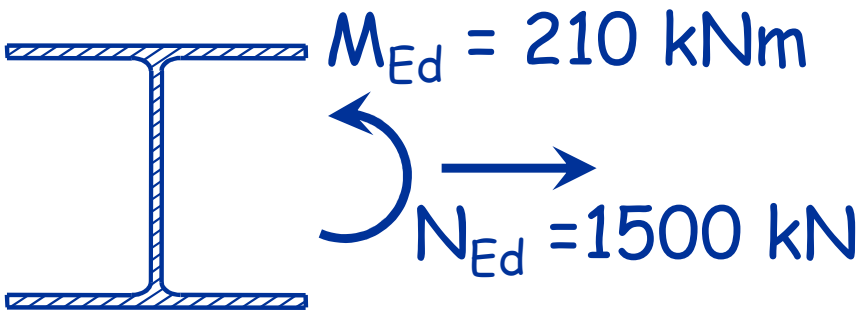
Dominio di resistenza
confronto tra classe 1-2 e classe 3

Sezioni a doppio T
Acciaio S235
SLU, Classe 1 e 2
SLU, Classe 3



Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235

1 - Classe della sezione

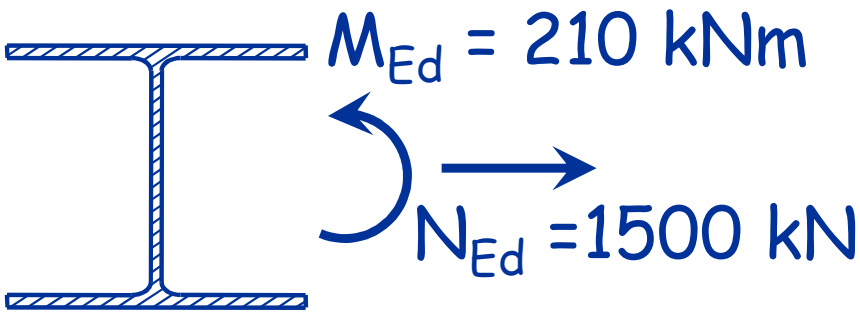
Anima: $\frac{c_w}{t_w} = \frac{208}{11} = 19 \leq 72\,\varepsilon = 72$

Flangia: $\frac{c}{t_f} = \frac{117.5}{19} = 6.2 \leq 9\,\varepsilon = 9$

La sezione appartiene alla classe 1.

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235

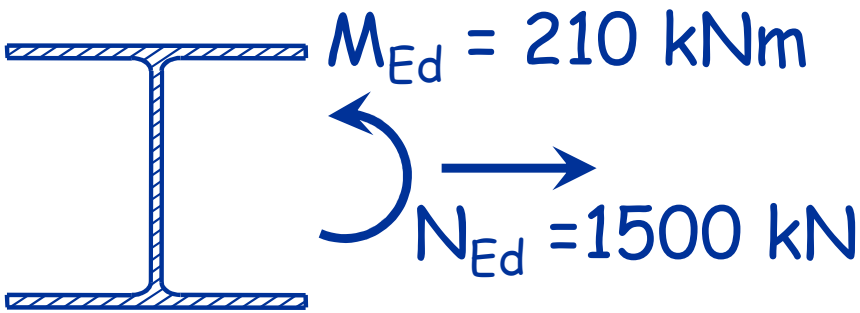
2 - Determinazione di $N_{pl,Rd}$ ed $M_{pl,Rd}$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A\ f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \times 149}{1.05 \times 10} = 3334.8\ \text{kN}$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}\ f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \times 1868}{1.05 \times 10^3} = 418.1\ \text{kNm}$$

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235
b=300 mm	t=19 mm

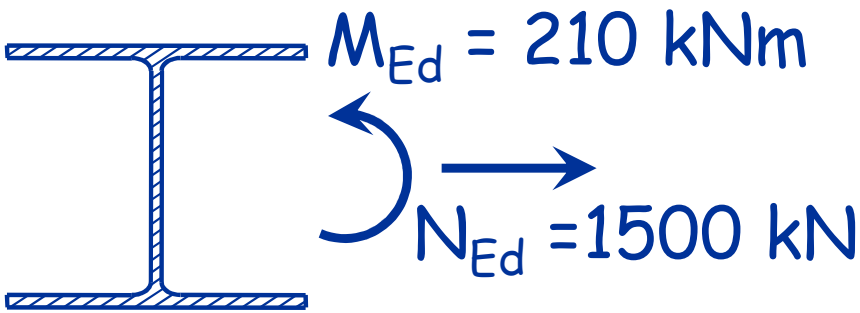
3 - Determinazione di a

$$a = \frac{A - 2\,b\,t_f}{A} = \frac{14900 - 2 \times 300 \times 19}{14900} = 0.235$$

$$\frac{a}{2} N_{pl,Rd} = \frac{0.235}{2} 3334.8 = 391.8 \text{ kN}$$

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
Acciaio	S235
$N_{pl,Rd}$	3334.8 kN
$M_{pl,Rd}$	418.1 kNm

4 - Determinazione di $M_{pl,N,Rd}$ e verifica

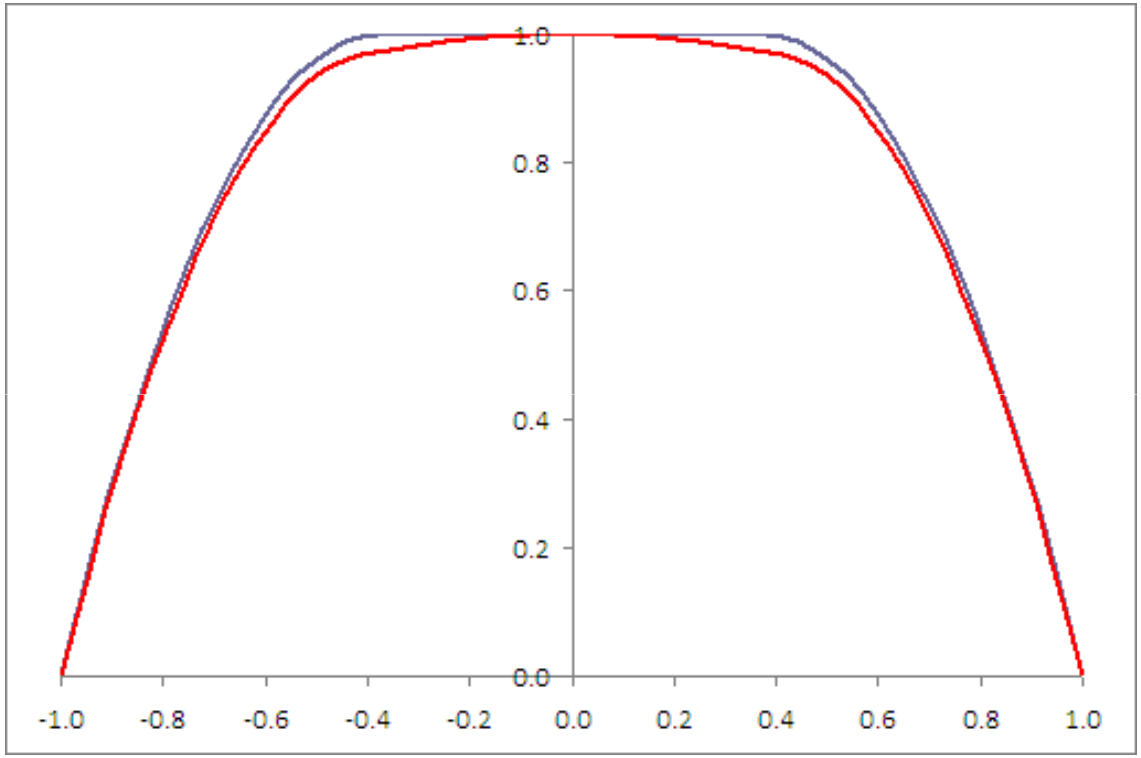
$$N_{Ed} = 1500\ \text{kN} \geq \frac{a}{2} N_{pl,Rd} = 391.8\ \text{kN}$$

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd}\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}\right)\frac{1}{1 - 0.5 \times 0.235} = 260.7\ \text{kNm} > M_{Ed} = 210.0\ \text{kNm}$$

La sezione è verificata

Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse debole

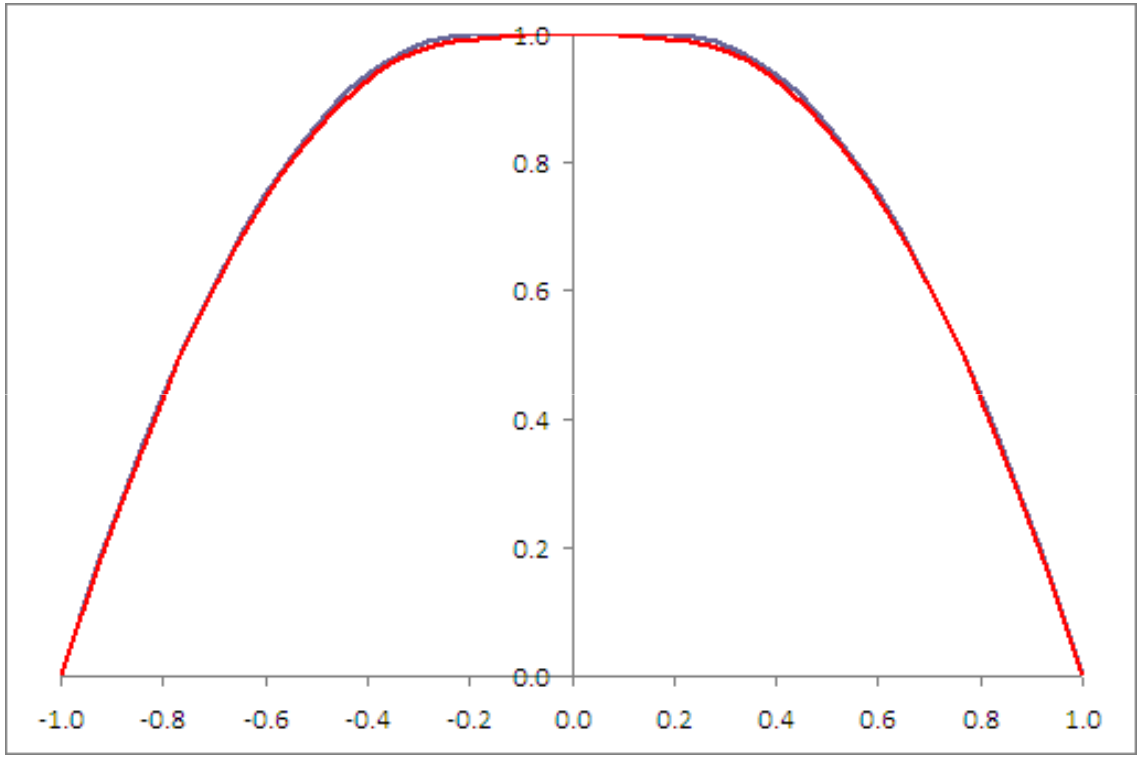
- Per sezioni IPE (ad esempio IPE 300)



Vedi foglio Excel Flessione composta

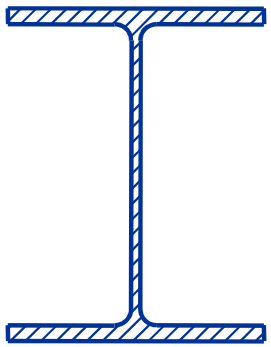
Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse debole

- Per sezioni HE (ad esempio HE 300 B)



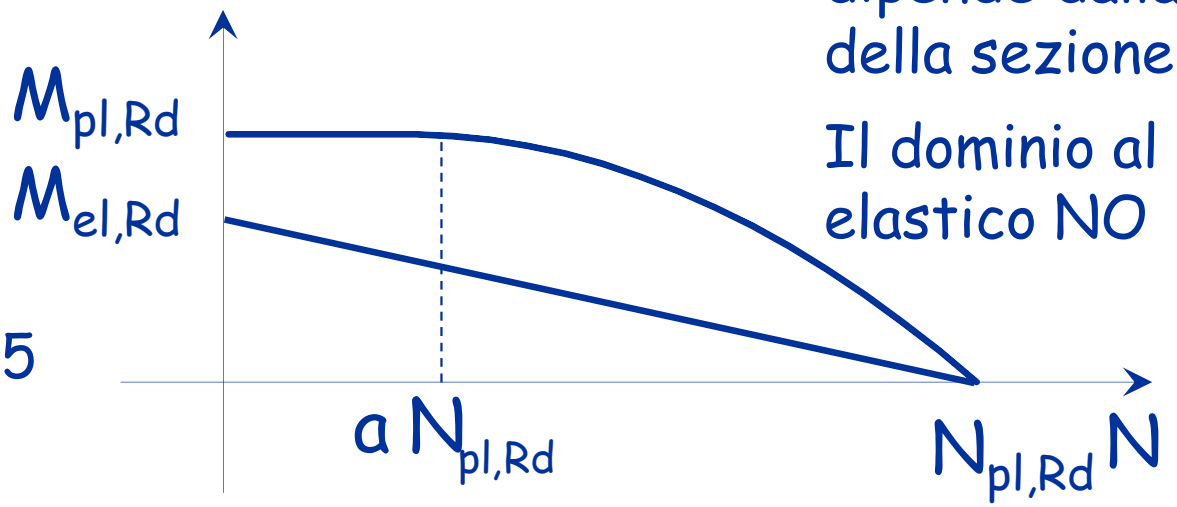
Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza
sezione a doppio T con M nell'asse debole



$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \qquad N \le a\,N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd}\left[1-\left(\frac{N/N_{pl,Rd}-a}{1-a}\right)^2\right] \qquad N > a\,N_{pl,Rd}$$



Il dominio plastico dipende dalla forma della sezione

Il dominio al limite elastico NO

$$a = \frac{A - 2\,b\,t_f}{A} \le 0.5$$

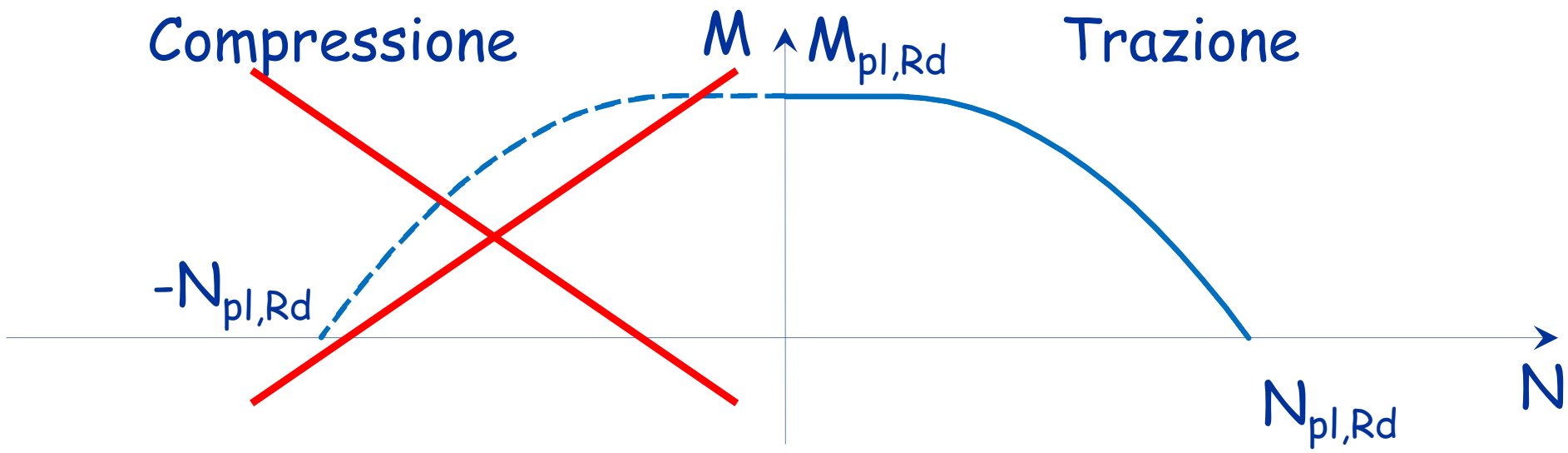
Flessione composta
Pressoflessione

Domini di resistenza

stato limite ultimo

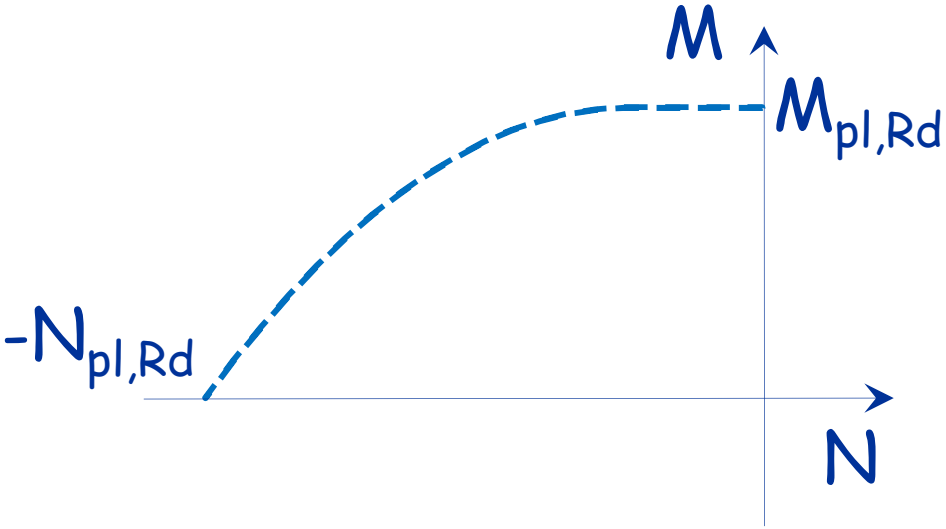
Si possono ottenere semplicemente ribaltando il dominio M-N costruito nel caso di tenso-flessione?

No: va bene per la singola sezione, ma per l'asta bisogna tener conto dell'instabilità



Costruzione del dominio di resistenza

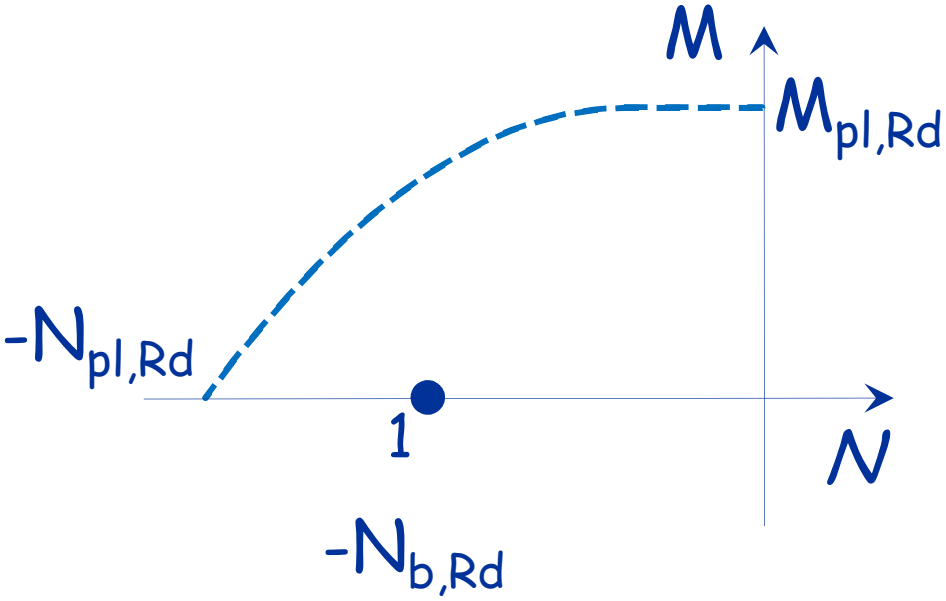
1 -



Costruzione del dominio di resistenza

1 -

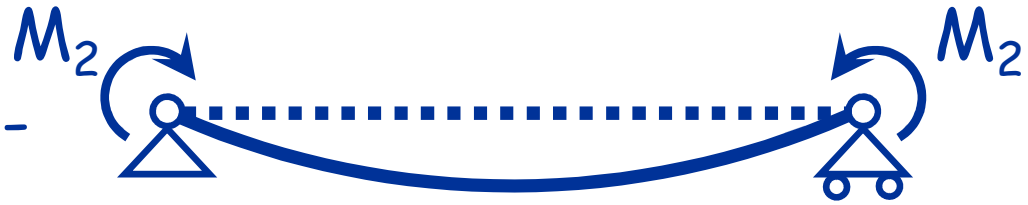
$N_1 = N_{b,Rd} < N_{pl,Rd}$

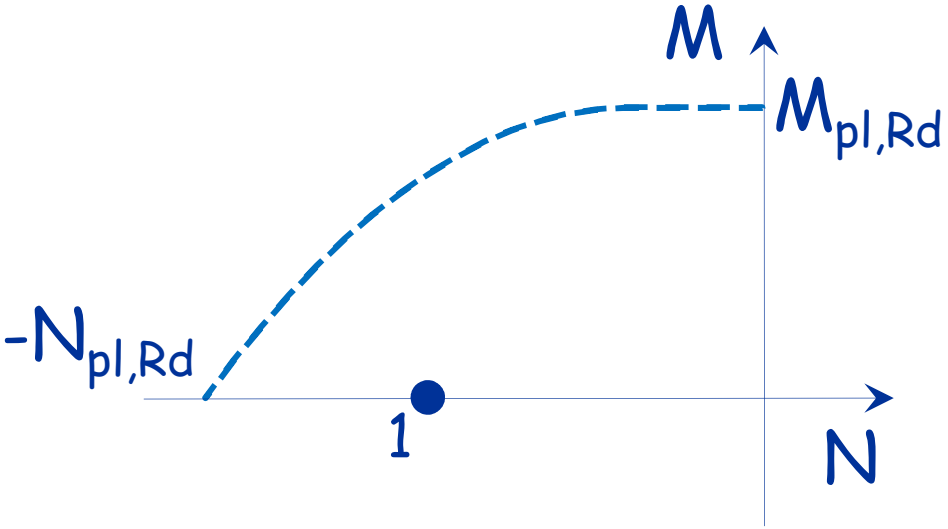


1 - $N_1 = N_{b,Rd}$, $M_1 = 0$

Costruzione del dominio di resistenza

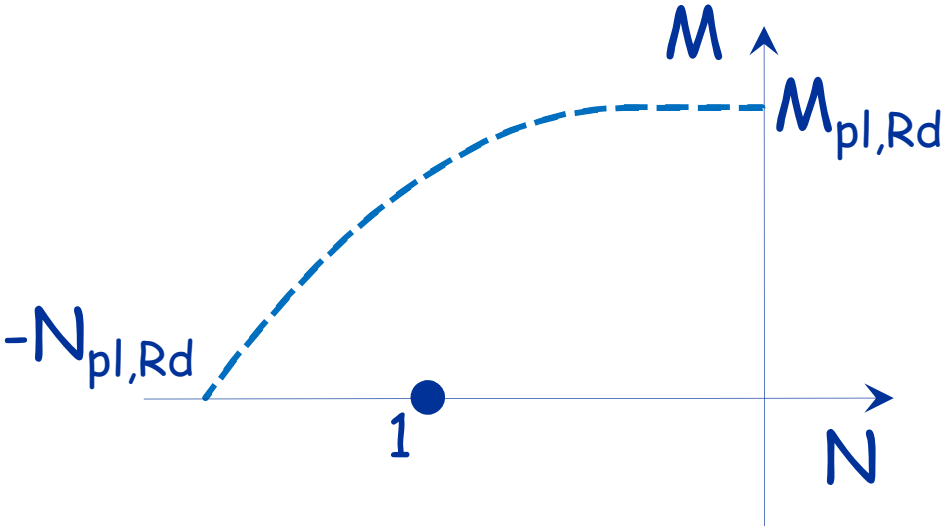
2 -





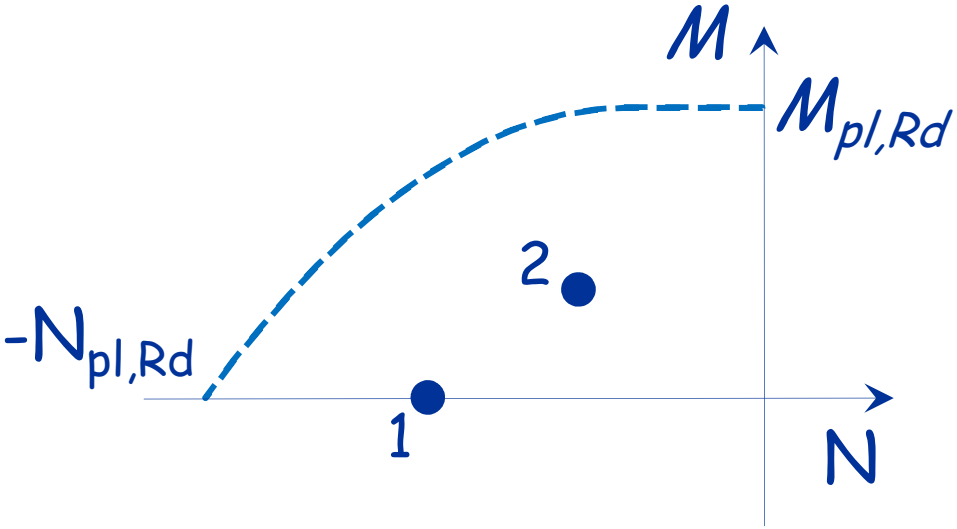
1 - $N_1 = N_{b,Rd}$, $M_1 = 0$

Costruzione del dominio di resistenza



1 - $N_1 = N_{b,Rd}$, $M_1 = 0$

Costruzione del dominio di resistenza



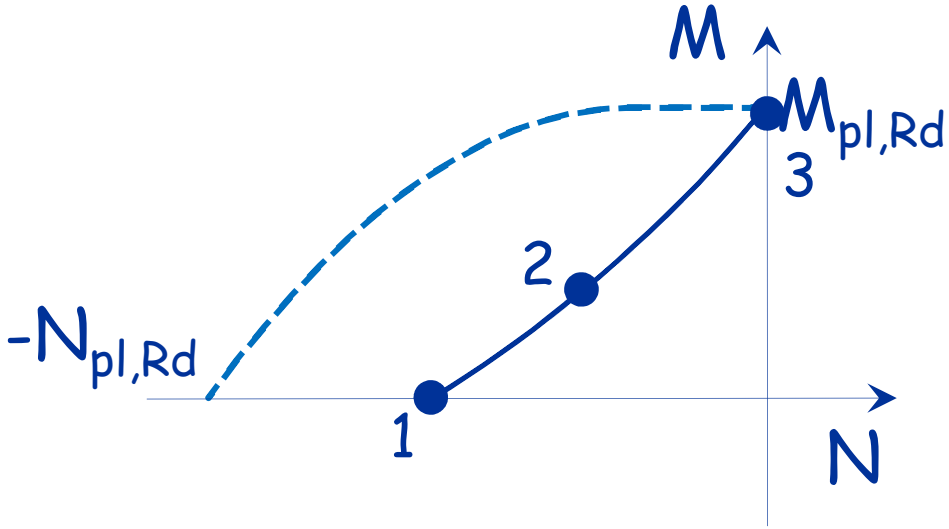
1 - $N_1 = N_{b,Rd}$, $M_1 = 0$

2 - $N_2 < N_{b,Rd}$, $M_2 < M_{pl,Rd}$

Costruzione del dominio di resistenza

$M_3 = M_{pl,Rd}$

L'asta si plasticizza e collassa in assenza di sforzo normale



1 - $N_1 = N_{b,Rd}$, $M_1 = 0$

2 - $N_2 < N_{b,Rd}$, $M_2 < M_{pl,Rd}$

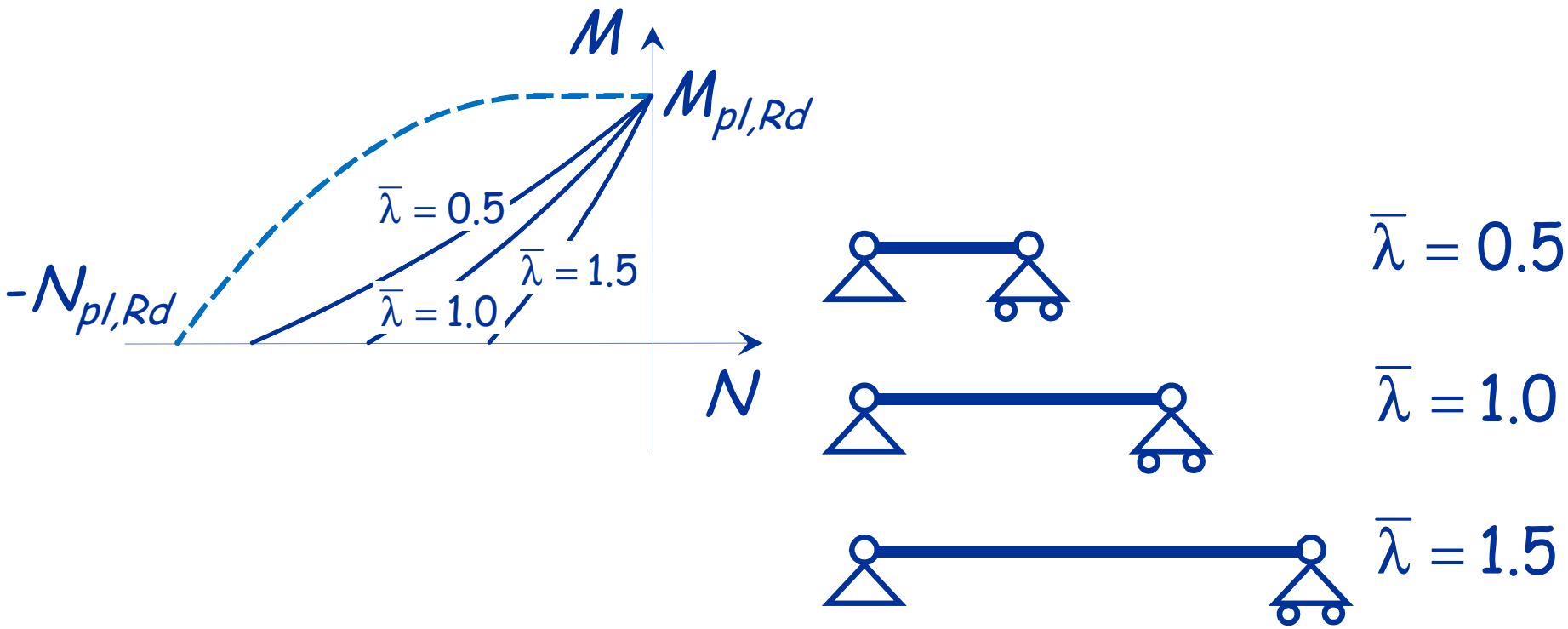
3 - $N_3 = 0$, $M_3 = M_{pl,Rd}$

Collegando i punti si ottiene il dominio

Influenza della snellezza

Il dominio dipende dalla snellezza dell'asta:

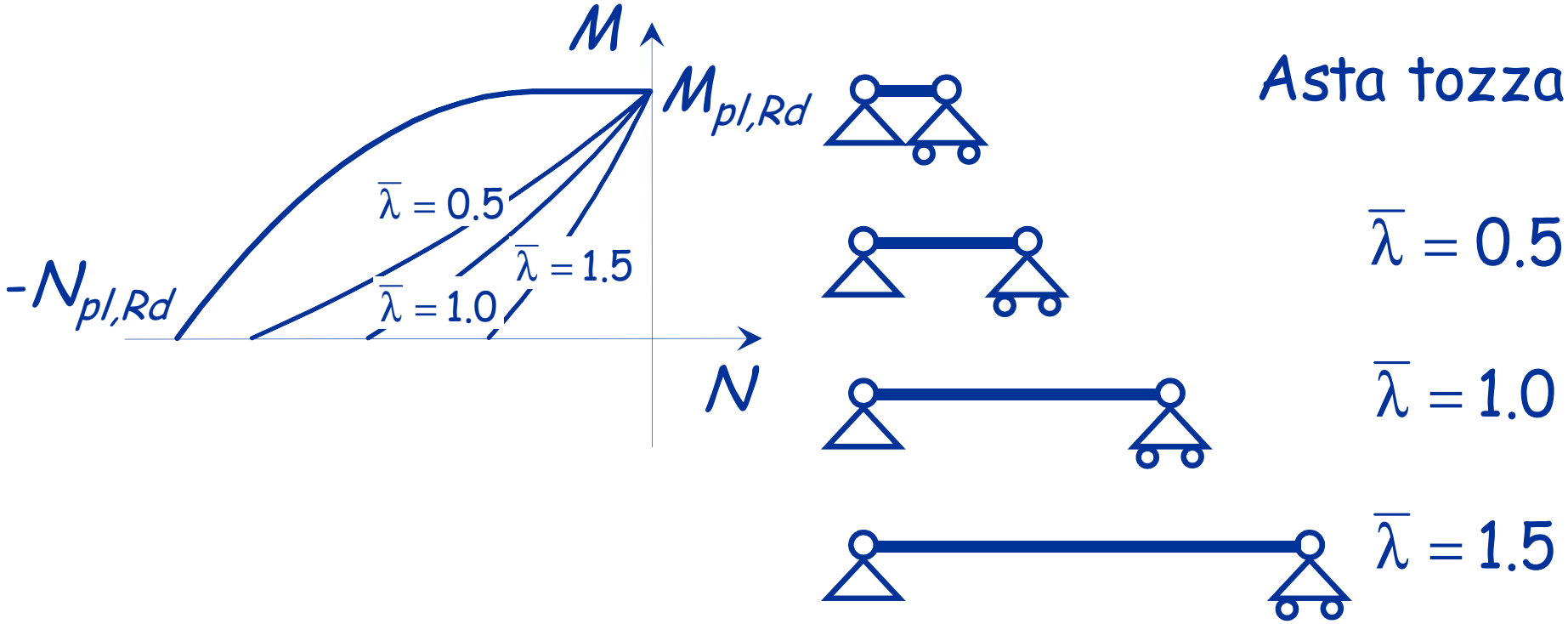
- L'ampiezza del dominio si riduce all'aumentare della snellezza;



Influenza della snellezza

Il dominio dipende dalla snellezza dell'asta:

- Nel caso di aste tozze coincide con quello per presso-flessione della sezione



Dominio di resistenza
pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone due formule:

- Metodo A

$$\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_{min}\cdot f_{yk}\cdot A}+\frac{M_{yeq,Ed}\cdot\gamma_{M1}}{f_{yk}\cdot W_y\cdot\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)}+\frac{M_{zeq,Ed}\cdot\gamma_{M1}}{f_{yk}\cdot W_z\cdot\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)}\leq 1$$

o, in sostanza:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}}+\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)}+\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}\left(1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)}\leq 1$$

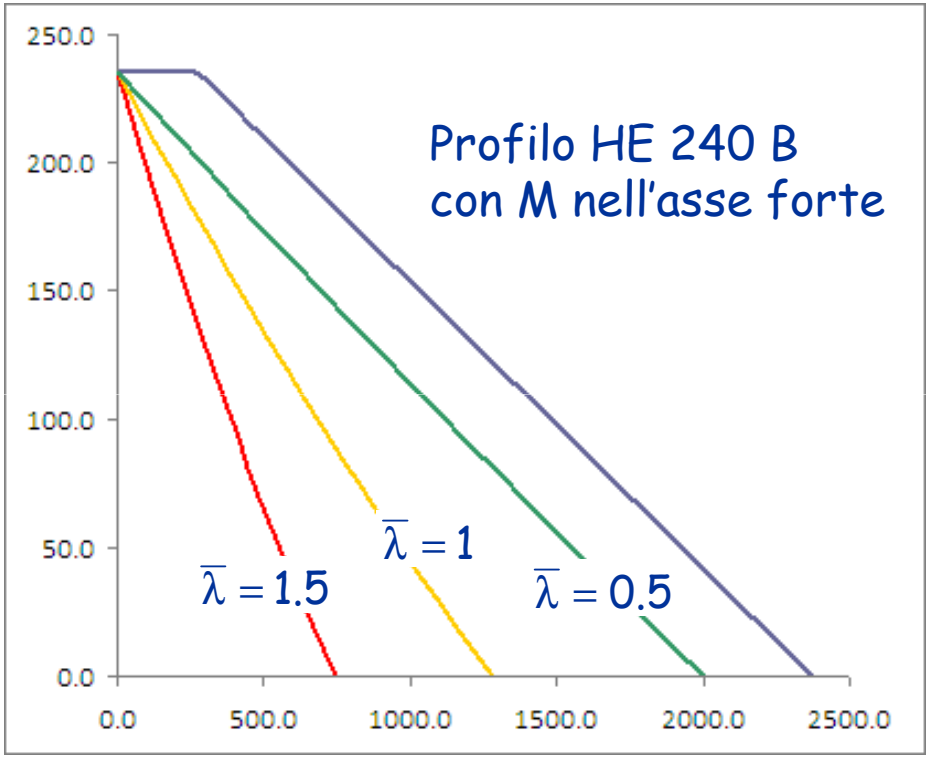
N_{cr} è il carico critico Euleriano

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.1

non previsto da Eurocodice 3

Dominio di resistenza
metodo A

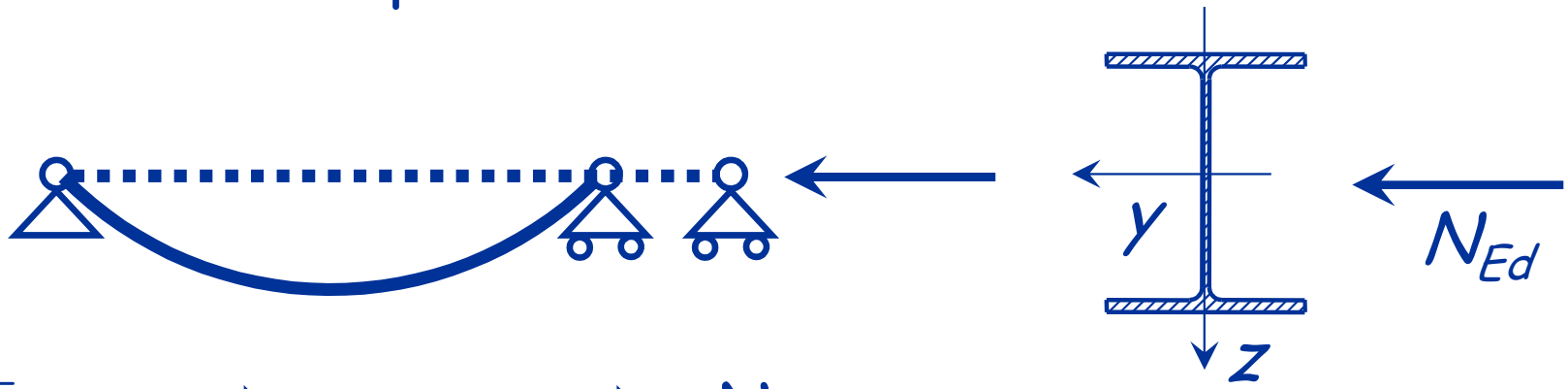
- Si ottengono le curve mostrate sotto



Vedi foglio Excel Flessione composta

Considerazioni su domini di resistenza

Un'asta in acciaio soggetta a compressione si instabilizza nel piano con minor resistenza



$$\bar{\lambda}_y \Rightarrow \chi_y \Rightarrow N_{b,Rd,y}$$

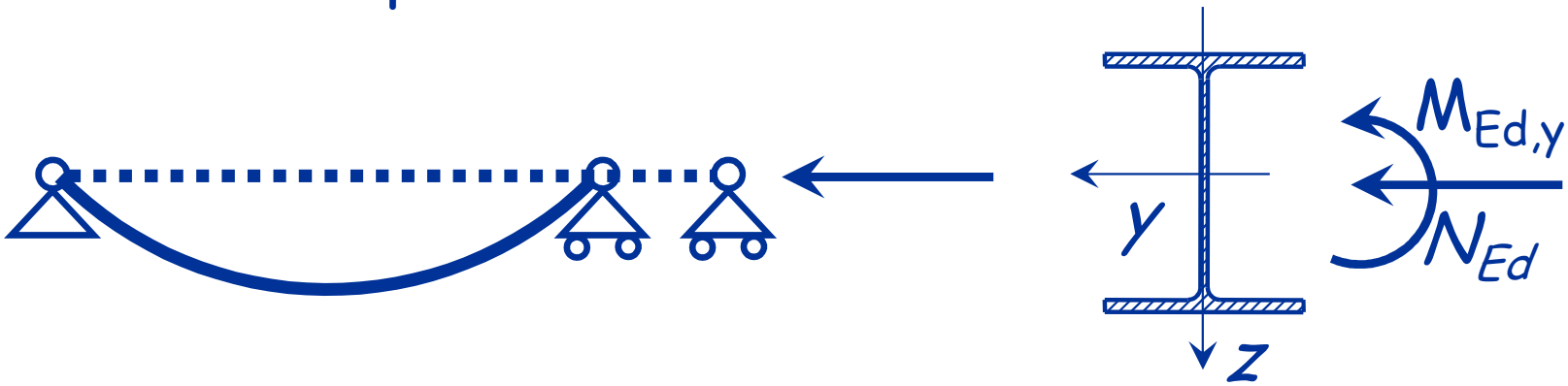
$$\bar{\lambda}_z \Rightarrow \chi_z \Rightarrow N_{b,Rd,z}$$

$$\text{Se } \bar{\lambda}_z > \bar{\lambda}_y \Rightarrow N_{b,Rd,z} < N_{b,Rd,y} \Rightarrow N_{b,Rd} = N_{b,Rd,z}$$

L'instabilità si verifica nel piano ortogonale all'asse z

Considerazioni su domini di resistenza

Un'asta in acciaio soggetta a compressione si instabilizza nel piano con minor resistenza



$$\bar{\lambda}_z > \bar{\lambda}_y \quad \Rightarrow \quad N_{b,Rd,z} < N_{b,Rd,y} \quad \Rightarrow \quad N_{b,Rd} = N_{b,Rd,z}$$

L'instabilità si verifica nel piano ortogonale all'asse z

La presenza di un momento M_{Edy} favorisce l'instabilità dell'asta quanto un momento M_{Edz}? Probabilmente NO

Dominio di resistenza
pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone quindi una seconda formula:

- Metodo B

$$\frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{yk}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{W_z \cdot f_{yk}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_z \cdot A \cdot f_{yk}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{yk}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{W_z \cdot f_{yk}} \leq 1$$

o, in sostanza:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.2

Eurocodice 3, punto 6.3.3(4) e appendice B

Dominio di resistenza
pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone due formule:

- Metodo B

  si noti che in questo caso le verifiche sono due e il denominatore di N è diverso a seconda del piano in cui agisce M

  è meno gravoso quando c'è solo momento rispetto all'asse forte, mentre l'asta sbanda intorno all'asse debole

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy}\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_{yz}\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \le 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} + k_{zy}\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_{zz}\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \le 1$$

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.2

Eurocodice 3, punto 6.3.3(4) e appendice B

Dominio di resistenza
pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone due formule:

- Metodo B

  I coefficienti k si calcolano con apposite formule

k	Tipi di sezione	Sezioni di classe 3 e 4 (proprietà delle sezioni calcolate in campo elastico)	Sezioni di classe 1 e 2 (proprietà delle sezioni calcolate in campo plastico)
k_{yy}	I, H, Sezioni cave	$\alpha_{my}\cdot\left(1+0,6\cdot\bar{\lambda}_y\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)\le\alpha_{my}\cdot\left(1+0,6\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$	$\alpha_{my}\cdot\left(1+\left(\bar{\lambda}_y-0,2\right)\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)\le\alpha_{my}\cdot\left(1+0,8\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$
k_{yz}	I, H, Sezioni cave	k_{zz}	$0,6\cdot k_{zz}$
k_{zy}	I, H, Sezioni cave	$0,8\cdot k_{yy}$	$0,6\cdot k_{yy}$
k_{zz}	I, H	$\alpha_{mz}\cdot\left(1+0,6\cdot\bar{\lambda}_y\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)\le\alpha_{mz}\cdot\left(1+0,6\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$	$\alpha_{mz}\cdot\left(1+\left(2\bar{\lambda}_y-0,6\right)\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)\le\alpha_{mz}\cdot\left(1+1,4\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$
	Sezioni cave		$\alpha_{mz}\cdot\left(1+\left(\bar{\lambda}_y-0,2\right)\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)\le\alpha_{mz}\cdot\left(1+0,8\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$
Per pressoflessione retta, $M_{y,Ed}\neq 0$, , $k_{zy}=0$ ($M_{z,Ed}=0$).			

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.2

Eurocodice 3, punto 6.3.3(4) e appendice B

Dominio di resistenza
pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone due formule:

- Metodo B

  In particolare, per momento solo nell'asse forte ($M_{y,Ed} \neq 0$, $M_{z,Ed} = 0$) si ha

$$k_{yy} = 1 + (\bar{\lambda} - 0{,}2)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} \leq 1 + 0.8\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}}$$

$$k_{yz} = 0$$

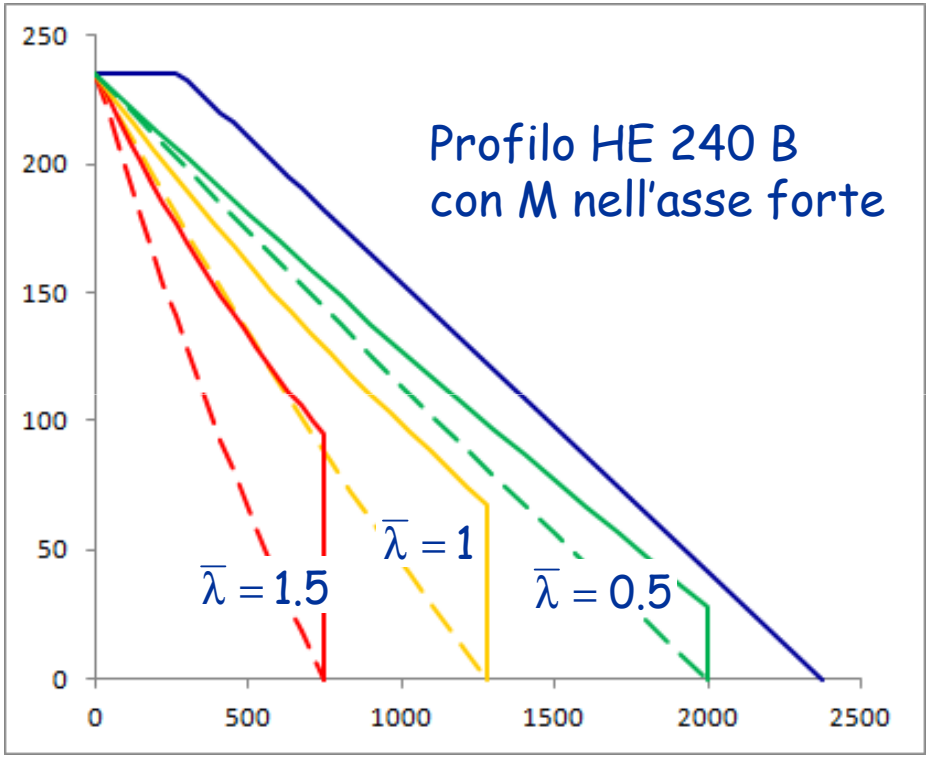
  e la seconda equazione pone solo il limite $N \leq N_{b,Rd,z}$

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.2

Eurocodice 3, punto 6.3.3(4) e appendice B

Dominio di resistenza
metodo B

- Si ottengono le curve mostrate sotto
  (con tratteggio sono indicate le curve precedenti)



In questo caso il metodo A è molto cautelativo

Vedi foglio Excel Flessione composta

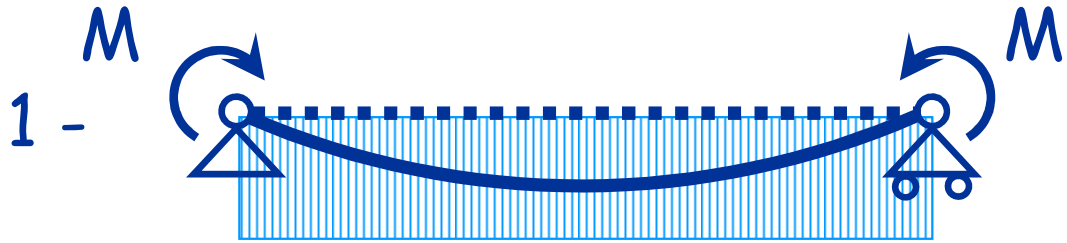
Dominio di resistenza
pressoflessione (con instabilità)

- Le curve mostrate in precedenza si riferiscono al caso di momento flettente costante lungo l'asta
- Se il momento flettente varia, si considera un momento equivalente

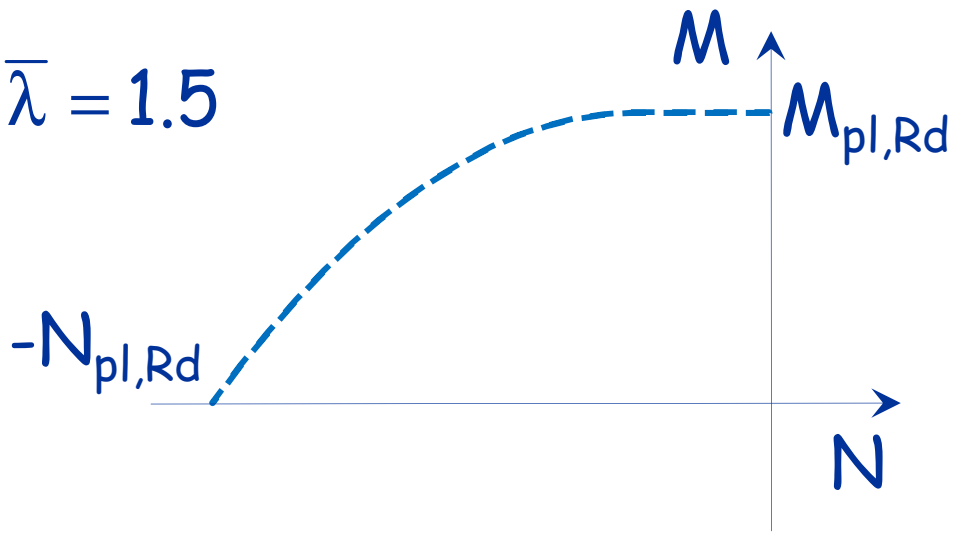
$$M_{eq,Ed} = \alpha_m \, M_{Ed,max}$$

con $\alpha_m \leq 1$ che dipende dalla distribuzione di M

Dominio di resistenza
influenza del diagramma del momento



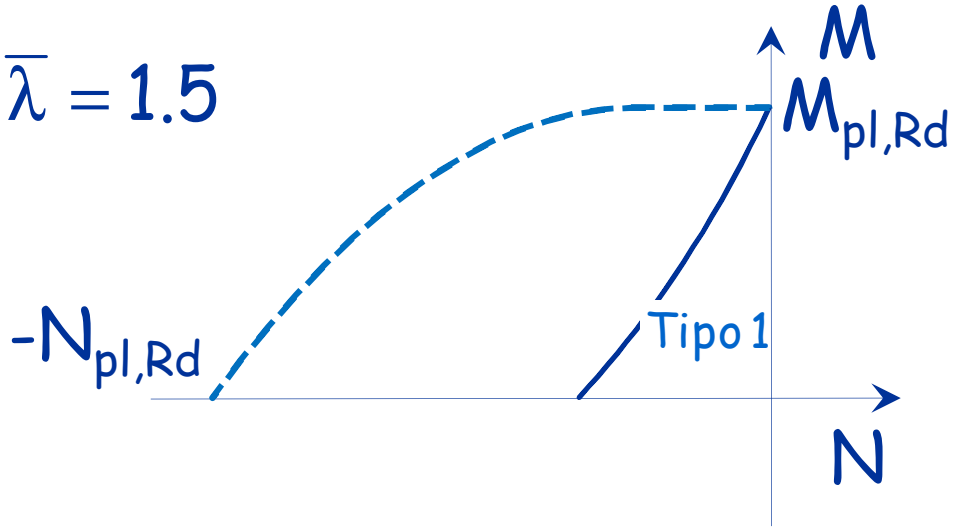
Distribuzione di momenti tipo 1 (costante)



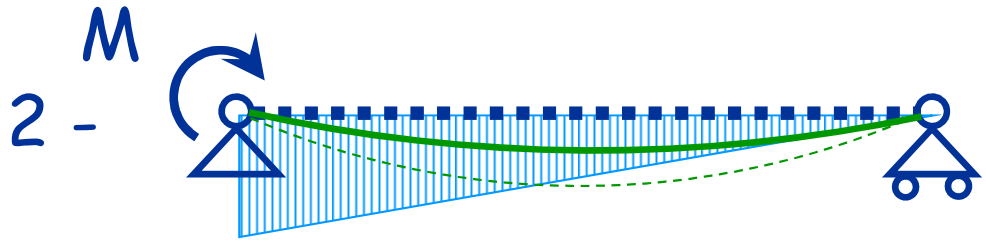
Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

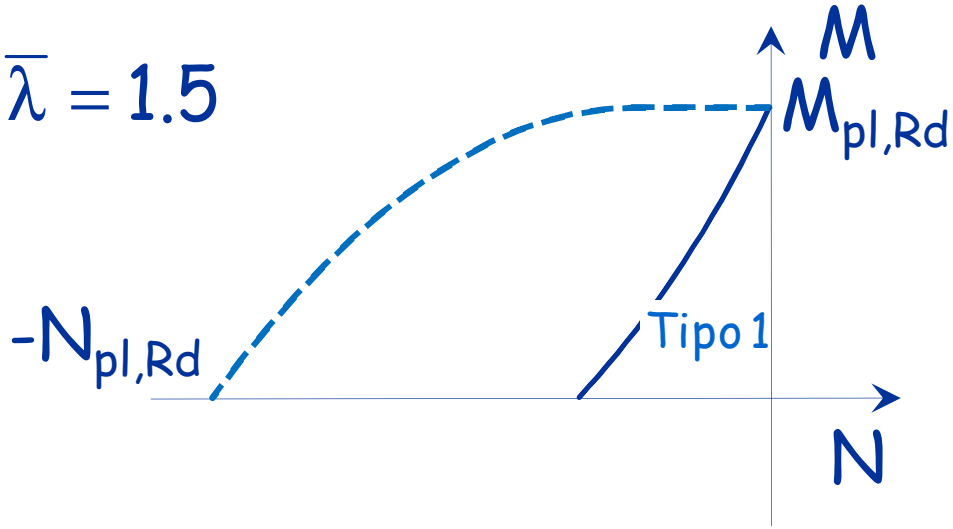
Distribuzione di momenti tipo 1 (costante)



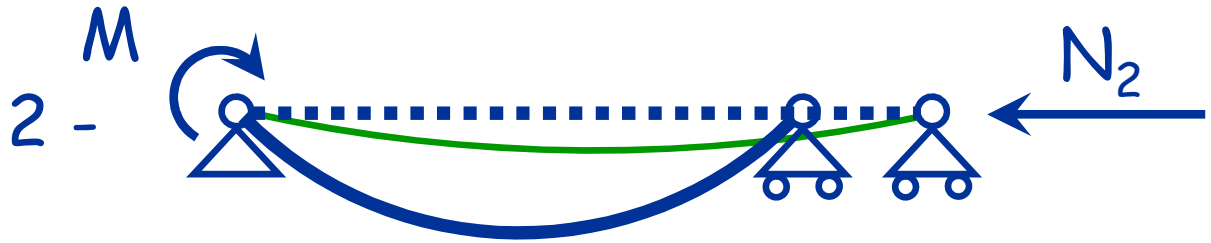
Dominio di resistenza
influenza del diagramma del momento



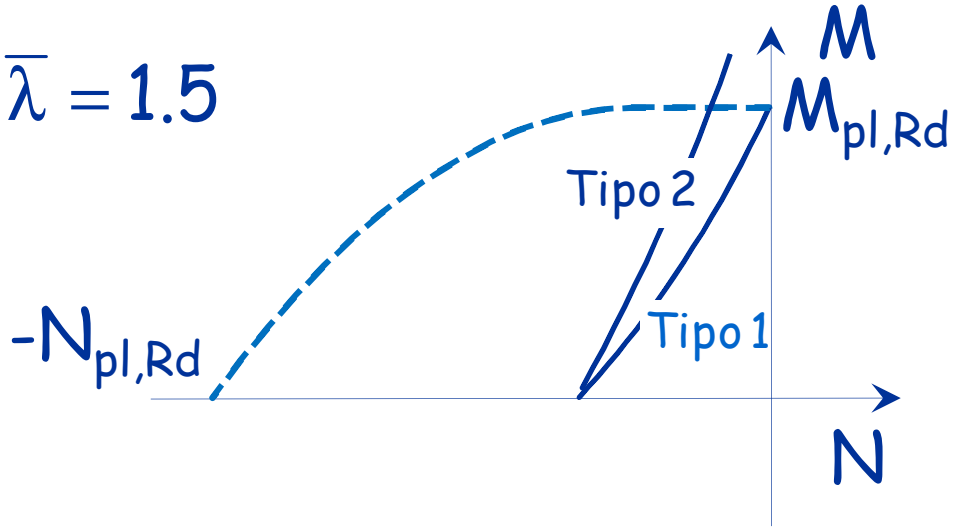
Distribuzione di momenti tipo 2 (lineare)

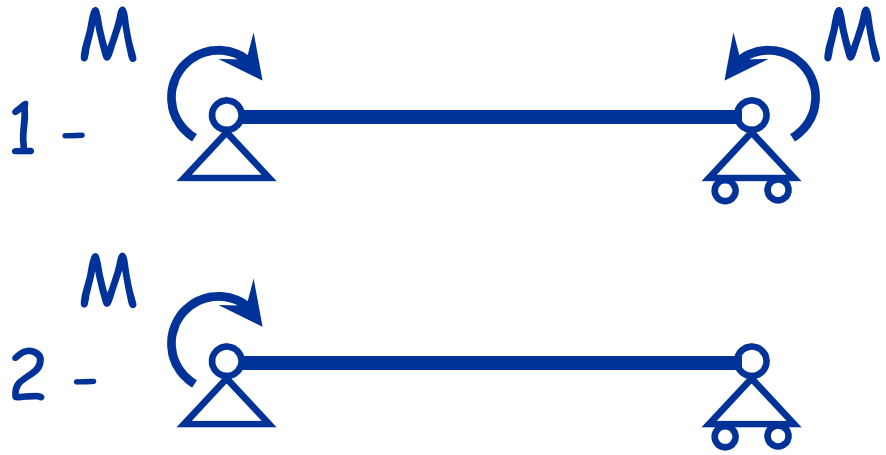


Dominio di resistenza
influenza del diagramma del momento

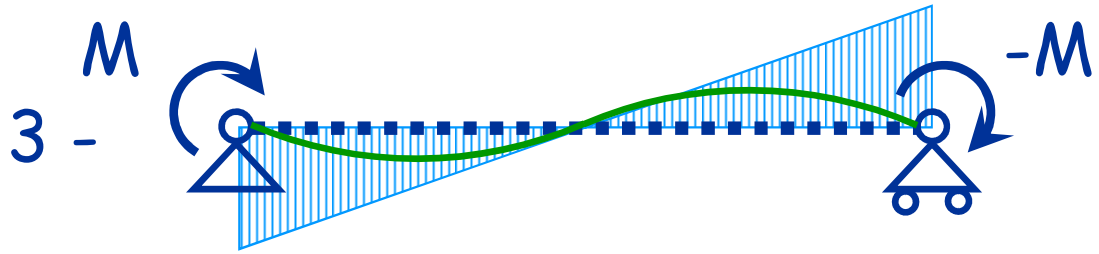


Distribuzione di momenti tipo 2 (lineare)

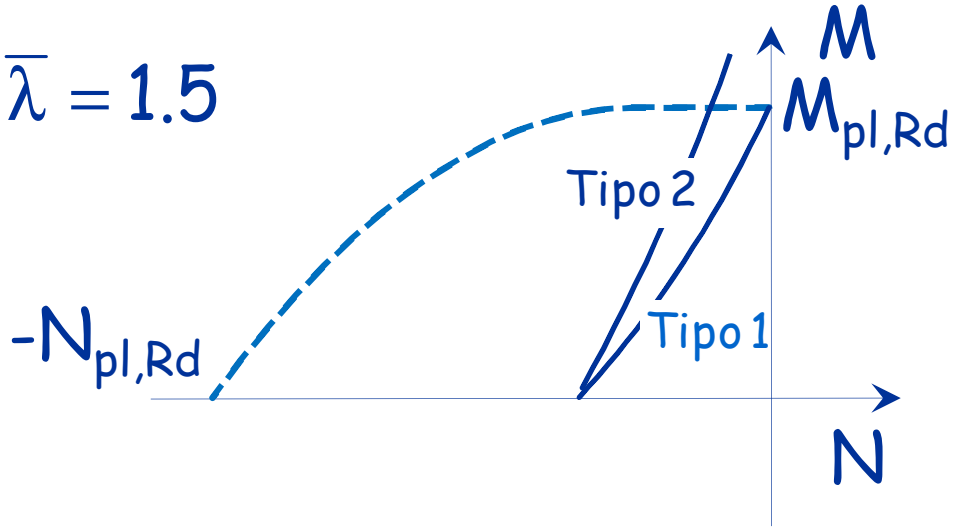


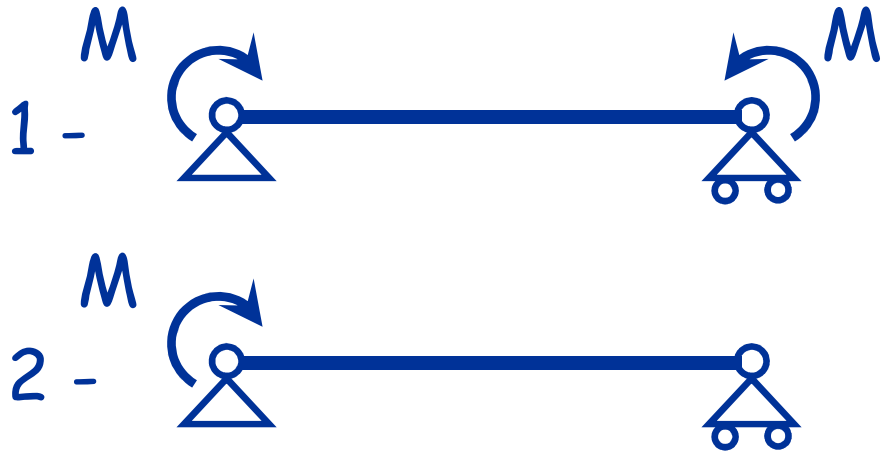


Dominio di resistenza
influenza del diagramma del momento

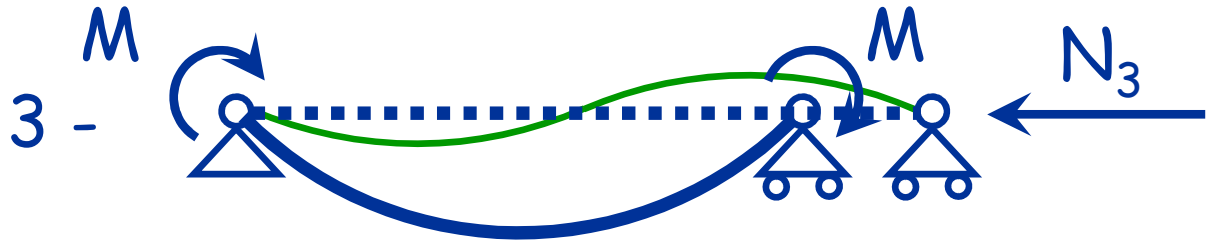


Distribuzione di momenti tipo 3 (a farfalla)

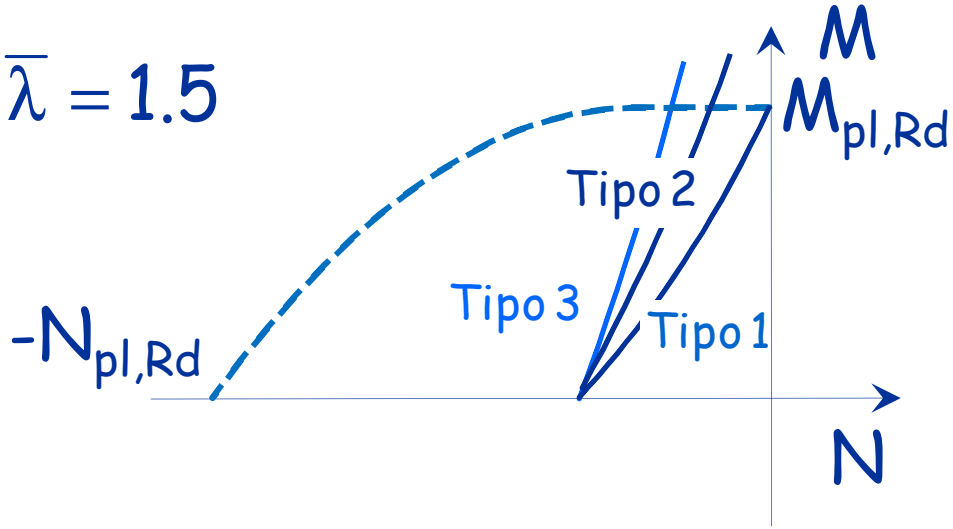


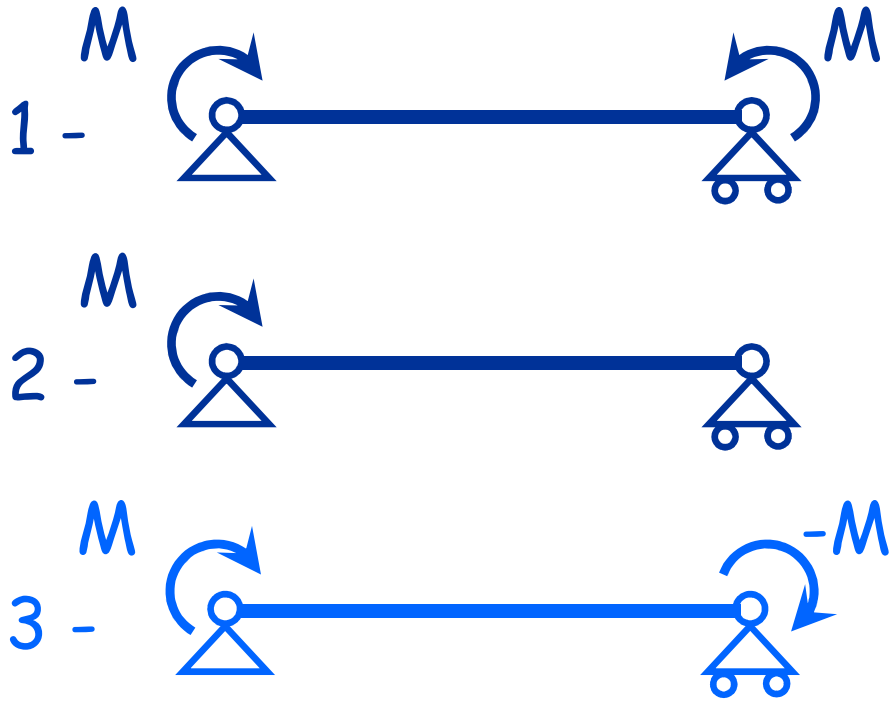


Dominio di resistenza
influenza del diagramma del momento



Distribuzione di momenti tipo 3 (a farfalla)

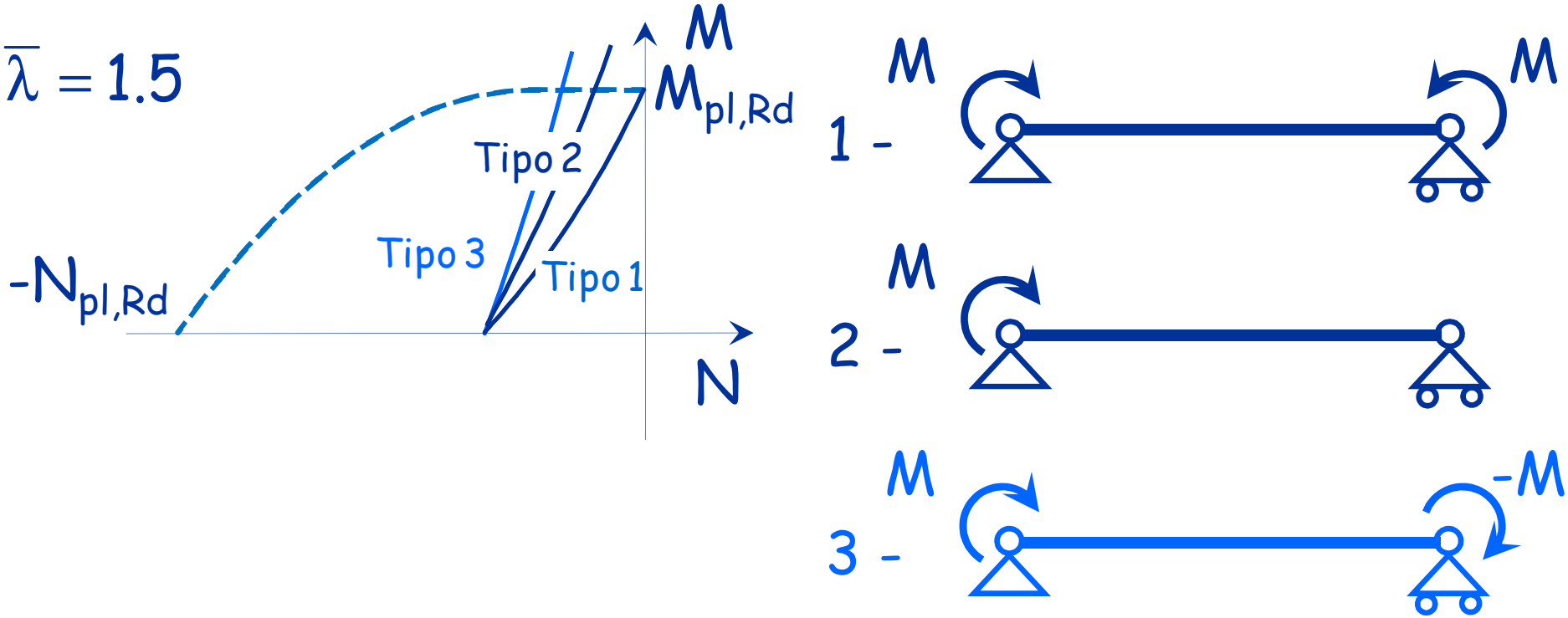




Dominio di resistenza
influenza del diagramma del momento

Il dominio dipende dall'andamento del diagramma del momento flettente:

- L'ampiezza del dominio aumenta passando dal diagramma di tipo 1 a quello di tipo 3.



Dominio di resistenza
influenza del diagramma di M (modello A)

- Il momento equivalente $M_{eq,Ed}$ tiene conto della variazione del momento nell'asta e può essere preso pari a

$$M_{eq,Ed} = 1.3\ M_{m,Ed}$$

assumendo comunque $0.75\ M_{max,Ed} \leq M_{eq,Ed} \leq M_{max,Ed}$

$M_{m,Ed}$ è il valore medio del momento nell'asta

- Per asta vincolata agli estremi con momento variabile linearmente si può assumere

$$M_{eq,Ed} = 0.6\ M_a - 0.4\ M_b$$

assumendo comunque $M_{eq,Ed} \geq 0.4\ M_a$

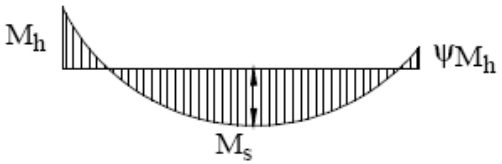
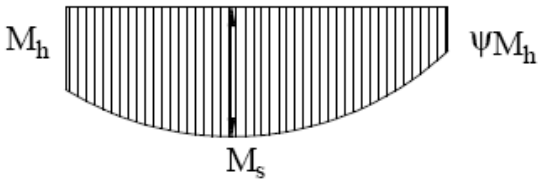
M_a è il massimo tra i due ed il segno si riferisce al verso della coppia M (se M_a=-M_b il diagramma di M è costante e $M_{eq,Ed}$=M_a)

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.1

non previsto da Eurocodice 3

Dominio di resistenza
influenza del diagramma di M (modello B)

- Se si usa il metodo B sono fornite espressioni più complesse

Diagramma del momento	Intervallo		Coefficienti α_{my}, α_{mz}, α_{mLT}	
			Carico uniforme	Carico concentrato
	$-1 \le \psi \le 1$		$0,6+0,4\psi \ge 0,4$	
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \le \alpha_s \le 1$	$-1 \le \psi \le 1$	$0,2+0,8\alpha_s \ge 0,4$	$0,2+0,8\alpha_s \ge 0,4$
	$-1 \le \alpha_s < 0$	$0 \le \psi \le 1$	$0,1-0,8\alpha_s \ge 0,4$	$-0,8\alpha_s \ge 0,4$
		$-1 \le \psi \le 0$	$0,1(1-\psi)-0,8\alpha_s \ge 0,4$	$0,2(-\psi)-0,8\alpha_s \ge 0,4$
 $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \le \alpha_h \le 1$	$-1 \le \psi \le 1$	$0,95+0,05\alpha_h$	$0,90+0,10\alpha_h$
	$-1 \le \alpha_h < 0$	$0 \le \psi \le 1$	$0,95+0,05\alpha_h$	$0,90+0,10\alpha_h$
		$-1 \le \psi \le 0$	$0,95+0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90+0,10\alpha_h(1+2\psi)$

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.2

Eurocodice 3, punto 6.3.3(4) e appendice B

Dominio di resistenza
influenza del diagramma di M (modello B)

- Se si usa il metodo B sono fornite espressioni più complesse

Diagramma del momento	Intervallo		Coefficienti α_{my}, α_{mz}, α_{mLT}	
			Carico uniforme	Carico concentrato
M_h ψM			$5+0,4\psi \geq 0,4$	
M_h ψ M_s $\alpha_s = M_s/M_h$			4	$0,2+0,8\alpha_s \geq 0,4$
			4	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
			$0,4$	$0,2(-\psi)-0,8\alpha_s \geq 0,4$
M_h M_s $\alpha_h = M_h/M_s$				$0,90+0,10\alpha_h$
				$0,90+0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$-1 \leq \psi \leq 0$	$0,95+0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90+0,10\alpha_h(1+2\psi)$

Nota: M_s è il momento in mezzeria, non il massimo momento in campata

(queste figure possono trarre in inganno, l'EC3 è più chiaro)

Circolare, punto 4.2.4.1.3.3.2

Eurocodice 3, punto 6.3.3(4) e appendice B

Nell'Eurocodice 3

Interaction factors	Type of sections	Design assumptions	
		elastic cross-sectional properties class 3, class 4	plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{xx}	I-sections RHS-sections	$C_{mx}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_x \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{mx}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{mx}\left(1+\left(\bar{\lambda}_x-0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{mx}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
k_{xy}	I-sections RHS-sections	k_{yy}	$0{,}6\ k_{yy}$
k_{yx}	I-sections RHS-sections	$0{,}8\ k_{xx}$	$0{,}6\ k_{xx}$
k_{yy}	I-sections	$C_{my}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{my}\left(1+\left(2\bar{\lambda}_y-0{,}6\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+1{,}4\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
	RHS-sections		$C_{my}\left(1+\left(\bar{\lambda}_y-0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right) \le C_{my}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
For I- and H-sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{x,Ed}$ the coefficient k_{yx} may be $k_{yx} = 0$.			

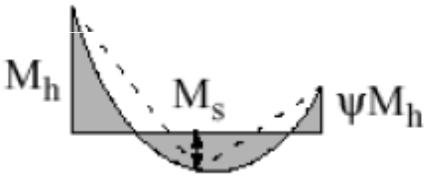
Nell'Eurocodice 3

Interaction factors	Type of sections	Design assumptions	
		elastic cross-sectional properties class 3, class 4	plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{xx}	I-sections RHS-sections	$C_{mx}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_x \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$ $\leq C_{mx}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{mx}\left(1+\left(\bar{\lambda}_x-0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$ $\leq C_{mx}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
k_{xy}	I-sections RHS-sections	k_{yy}	$0{,}6\ k_{yy}$
k_{yx}	I-sections RHS-sections		$0{,}6\ k_{xx}$
k_{yy}	I-sections	$C_{my}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$\bar{\lambda}_y-0{,}6)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\Big)$ $_{my}\left(1{,}4\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
	RHS-sections	$\leq C_{my}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{my}\left(1+\left(\bar{\lambda}_y-0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$ $\leq C_{my}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$

For I- and H-sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{x,Ed}$ the coefficient k_{yx} may be $k_{yx} = 0$.

Nota: nella Circolare è indicato con α_m quello che qui (sull'EC3) è indicato con C_m

Nell'Eurocodice 3

Moment diagram	range		C_{mx} and C_{my} and C_{mLT}	
			uniform loading	concentrated load
	$-1 \le \psi \le 1$		$0{,}6 + 0{,}4\psi \ge 0{,}4$	
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \le \alpha_s \le 1$	$-1 \le \psi \le 1$	$0{,}2 + 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$0{,}2 + 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
	$-1 \le \alpha_s < 0$	$0 \le \psi \le 1$	$0{,}1 - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$-0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
		$-1 \le \psi < 0$	$0{,}1(1-\psi) - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$0{,}2(-\psi) - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
$\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \le \alpha_h \le 1$	$-1 \le \psi \le 1$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h$	$0{,}90 + 0{,}10\alpha_h$
	$-1 \le \alpha_h < 0$	$0 \le \psi \le 1$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h$	$0{,}90 + 0{,}10\alpha_h$
		$-1 \le \psi < 0$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h(1+2\psi)$	$0{,}90 - 0{,}10\alpha_h(1+2\psi)$

For members with sway buckling mode the equivalent uniform moment factor should be taken $C_{mx} = 0{,}9$ or $C_{my} = 0{,}9$ respectively.

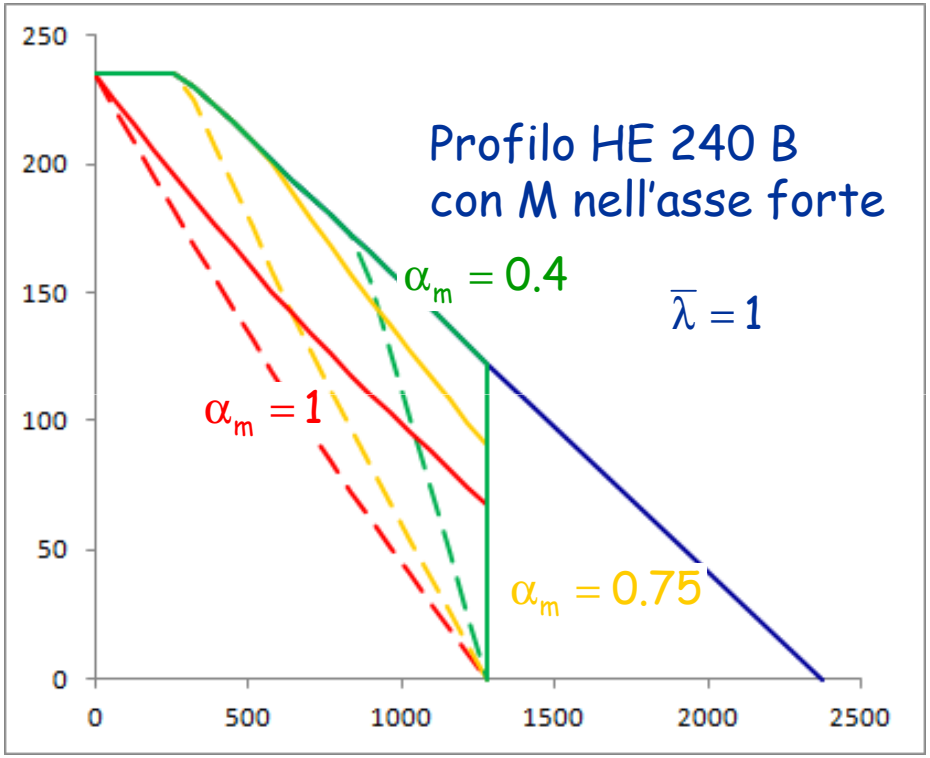
C_{mx}, C_{my} and C_{mLT} should be obtained according to the bending moment diagram between the relevant braced points as follows:

moment factor	bending axis	points braced in direction
C_{mx}	x-x	y-y
C_{my}	y-y	x-x
C_{mLT}	x-x	x-x

Eurocodice 3, annesso B

Dominio di resistenza
influenza del diagramma del momento

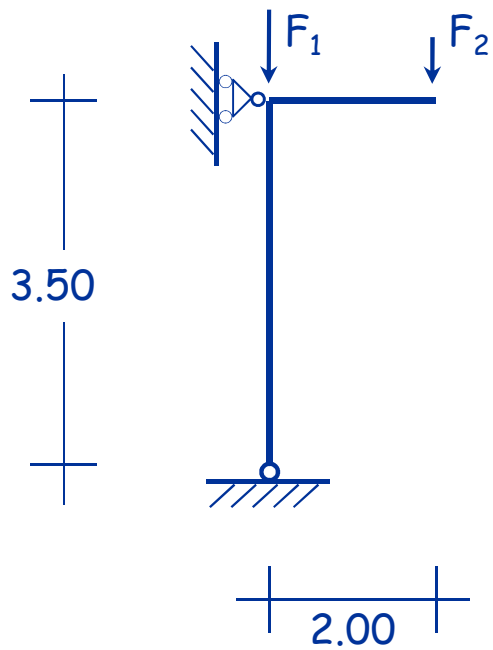
- Si ottengono le curve mostrate sotto
  (con tratteggio sono indicate le curve del metodo A)

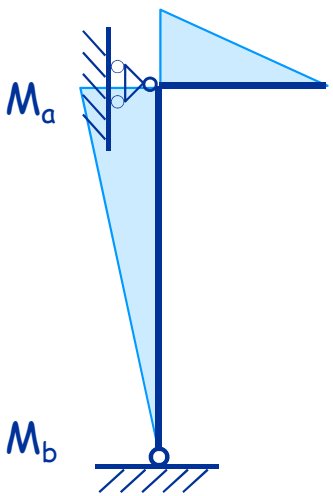


Anche in questo caso il metodo A è molto cautelativo

Vedi foglio Excel Flessione composta

Esempio





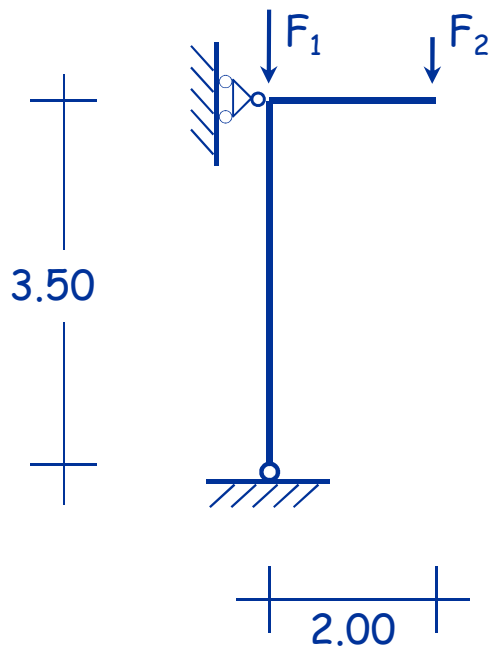
F_1 = 800 kN
F_2 = 60 kN

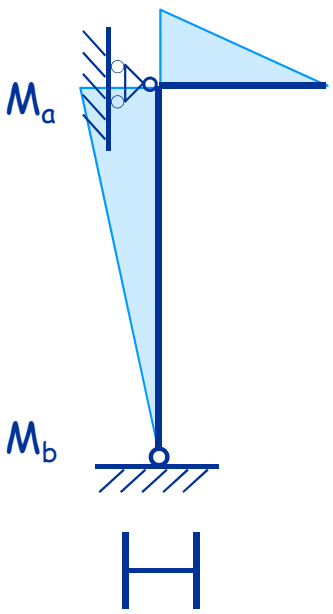
M_a = 120 kNm
M_b = 0 kNm

N_{Ed}= 860 kN

$$M_{eq,Ed} = 0.6 \times 120 - 0.4 \times 0 = 72 \text{ kNm}$$

Esempio





Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235

$M_{pl,Rd}$ = 418.1 kNm

N_{bRd} = 2826.8 kN

⇩

instabilità intorno a z

l_0 = 3.50 m

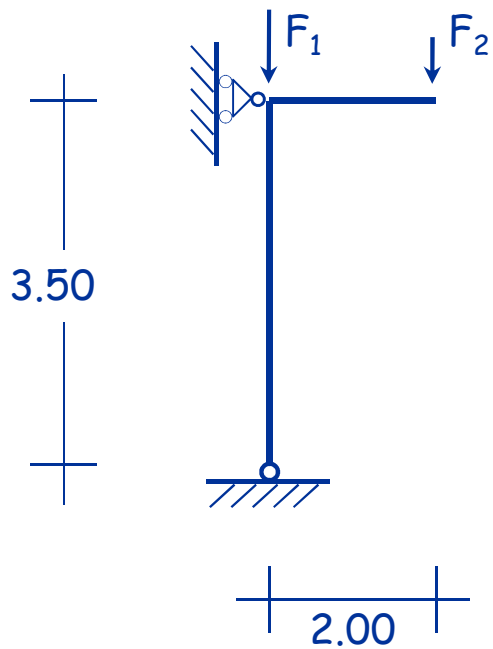
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I_y}{l_0^2}$$

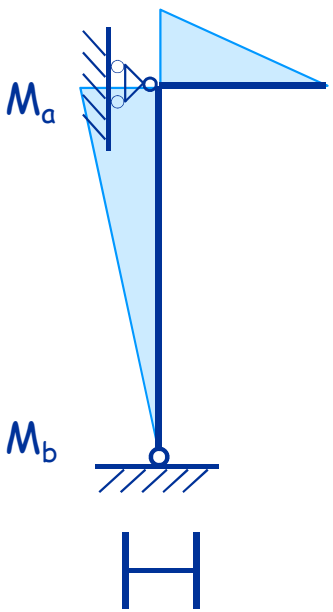
⇩

instabilità intorno a y

N_{cr} = 42579 kN

Esempio (metodo A)





Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235

$M_{pl,Rd}$ = 418.1 kNm

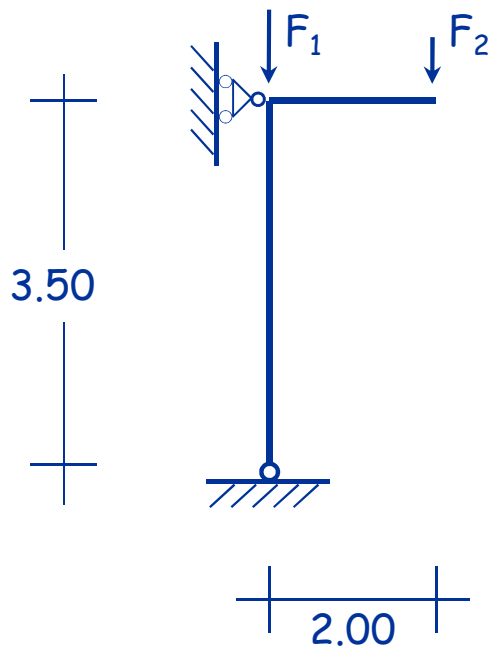
N_{bRd} = 2826.8 kN

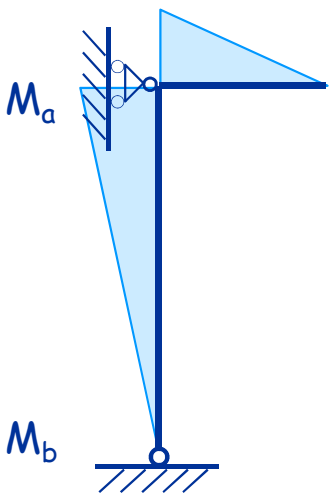
$N_{bRd,x}$ = 3231.2 kN

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} + \frac{M_{x,eq,Ed}}{M_{x,Rd}\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,x}}\right)} = \frac{860}{2826.8} + \frac{72}{418.1\left(1 - \frac{860}{42579}\right)} =$$

$$= 0.304 + 0.176 = 0.480 \leq 1$$

Esempio (metodo B)





$\psi = 0$

F_1 = 800 kN
F_2 = 60 kN

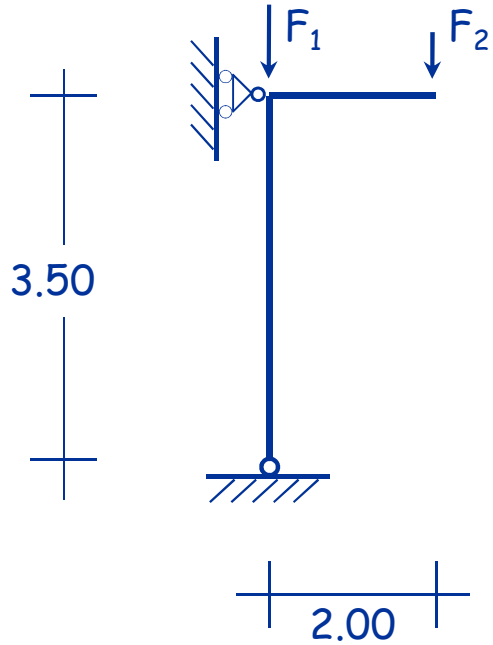
M_a = 120 kNm
M_b = 0 kNm

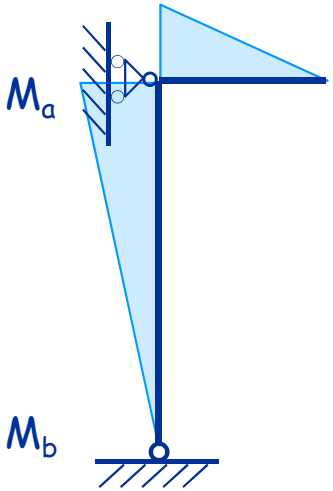
N_{Ed}= 860 kN

$$C_{mx} = 0.6 + 0.4\,\psi = 0.6$$

Esempio (metodo B)

prima condizione





$$\bar{\lambda}_x = 0.287$$

$$\chi_x = 0.9689$$

$$\bar{\lambda}_y = 0.492$$

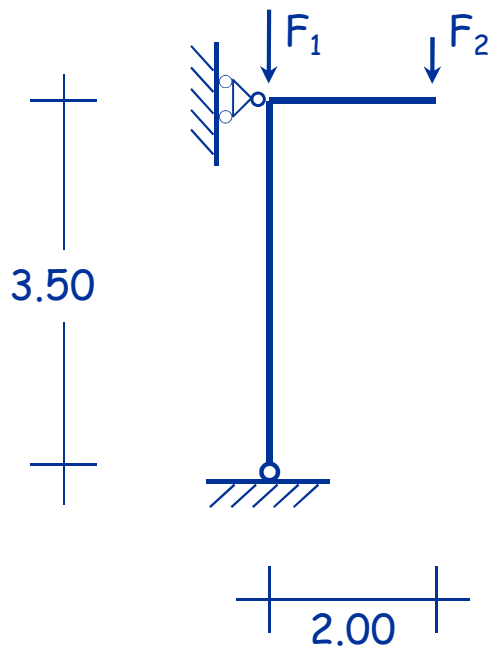
$$\chi_y = 0.8477$$

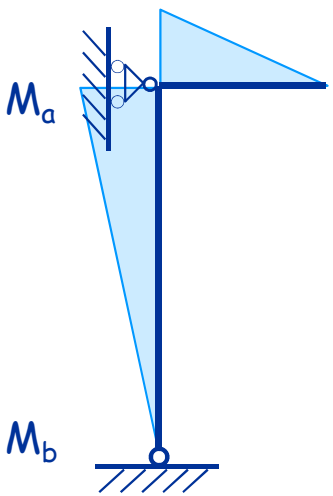
$$k_{xx} = C_{mx}\left[1 + (\bar{\lambda}_x - 0.2)\frac{N_{Ed}\,\gamma_{M1}}{\chi_x\,A\,f_x}\right] = 0.6\left[1 + (0.287 - 0.2)\frac{860}{3231.2}\right] = 0.614$$

$N_{bRd,x}$

Esempio (metodo B)

prima condizione





$$\bar{\lambda}_x = 0.287$$

$$\chi_x = 0.9689$$

$$\bar{\lambda}_y = 0.492$$

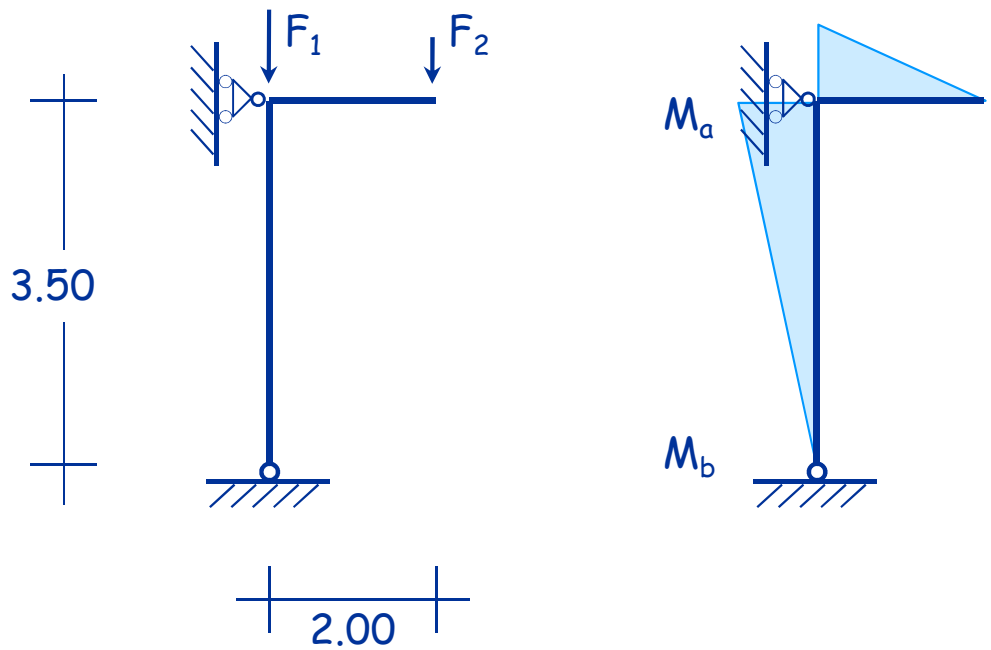
$$\chi_y = 0.8477$$

$$k_{xx} \le C_{mx}\left[1 + 0.8\frac{N_{Ed}\,\gamma_{M1}}{\chi_x\,A\,f_y}\right] = 0.6\left[1 + 0.8\frac{860}{3231.2}\right] = 0.728$$

Ok, quindi $k_{xx} = 0.614$

Esempio (metodo B)

prima condizione



$$\frac{N_{Ed}\,\gamma_{M1}}{\chi_x\,A\,f_y} + \frac{k_{xx}\,M_{x,Ed}\,\gamma_{M1}}{W_{pl,x}\,f_y} = \frac{860}{3233.2} + \frac{0.614 \times 120}{418.1} =$$

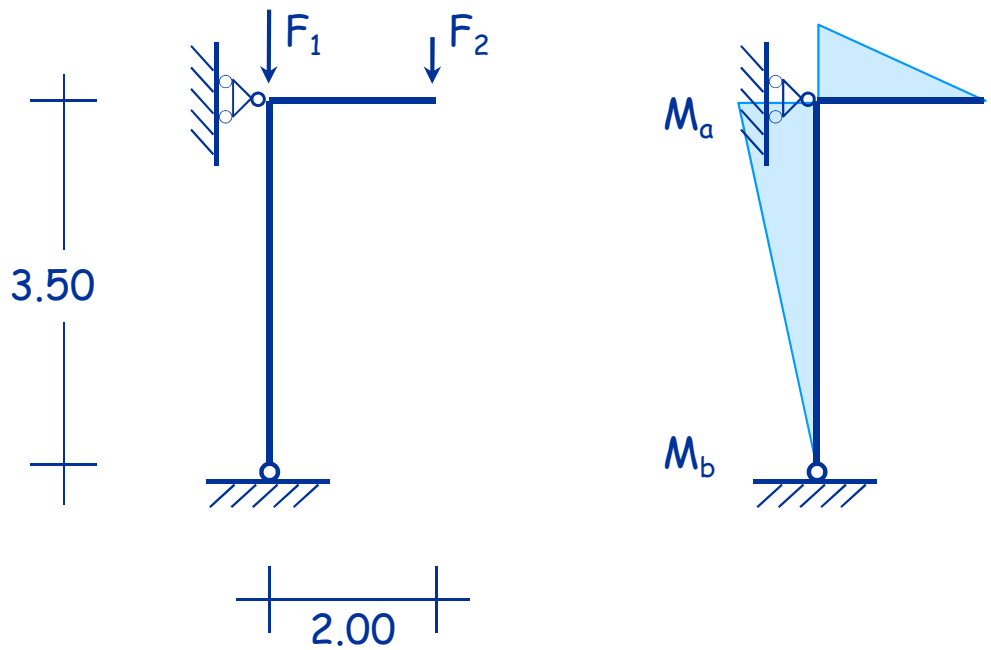
$N_{bRd,x}$ $\qquad$ $M_{pl,Rd,x}$

$$= 0.266 + 0.176 = 0.442 < 1$$

Con il Metodo A era 0.480,
un po' più gravoso

Esempio (metodo B)

seconda condizione



Perché $k_{yx} = 0$

$$\underbrace{\frac{N_{Ed}\,\gamma_{M1}}{\chi_y\,A\,f_y}}_{N_{bRd,y}} + \cancel{\frac{k_{yx}\,M_{x,Ed}\,\gamma_{M1}}{W_{pl,x}\,f_y}} = \frac{860}{2828.6} = 0.304$$

meno gravosa

Verifica di stabilità con sforzo normale centrato