

Corsi di aggiornamento

Progettiamo insieme

Teoria e pratica della progettazione strutturale

1. Risposta sismica delle strutture

02 - Risposta elastica e spettri di risposta elastica

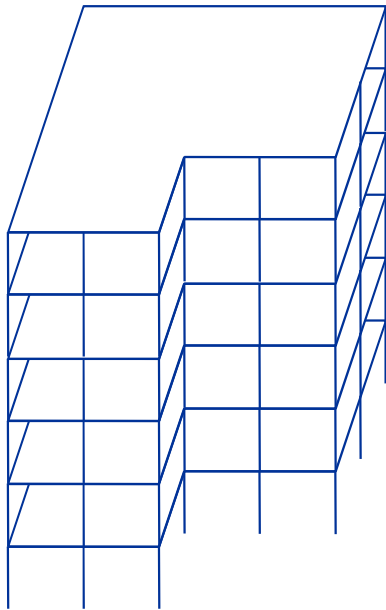
Spoletto

18-19 marzo 2016

Aurelio Ghersi

Le strutture: gradi di libertà statici

Le strutture, pur essendo in realtà continue, sono in genere viste come discretizzate, ovvero come:



- Insieme di nodi (liberi o vincolati)
- Collegati da elementi mono dimensionali (aste) o anche bi o tri-dimensionali

Gradi di libertà (statici):

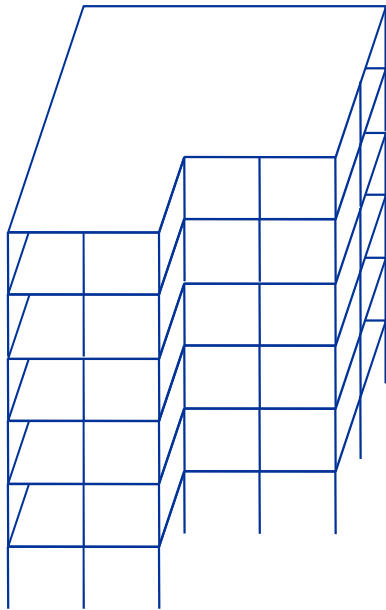
- Le componenti di movimento consentite ai nodi

Nello spazio, un nodo non vincolato ha 6 gradi di libertà

Impalcati indeformabili riducono i gradi di libertà

Le strutture: gradi di libertà dinamici

Con il movimento nascono forze d'inerzia, prodotto di massa per accelerazione:



- Le masse sono in realtà continue
- Vengono però considerate concentrate (nei nodi, negli impalcati)

Gradi di libertà dinamici:

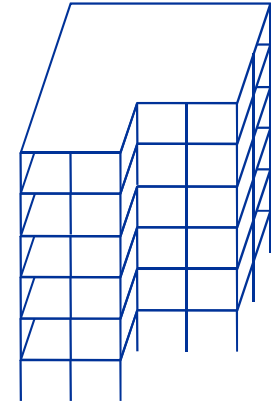
- Le componenti di movimento consentite alle masse

Usualmente si ipotizzano impalcati indeformabili e masse solo a livello dell'impalcato. Vi sono in tal caso $3n$ gradi di libertà (se gli impalcati sono n ed il movimento è orizzontale)

Le strutture: gradi di libertà statici e dinamici

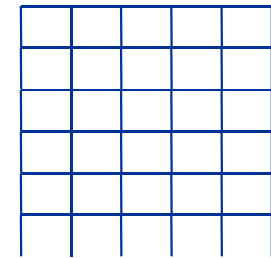
Edifici (tridimensionali) con n impalcati

- Gradi di libertà statici: centinaia o migliaia
- Gradi di libertà dinamici: $3n$



Telai piani con n traversi

- Gradi di libertà statici: centinaia
- Gradi di libertà dinamici: n



Telai monopiano

- Gradi di libertà statici: decine
- Gradi di libertà dinamici: 1



In che modo valutiamo
l'effetto del sisma su una struttura?

Risposta sismica di strutture

Occorre distinguere:

- Risposta sismica di strutture in campo elastico
- Risposta sismica di strutture con comportamento che va oltre il limite elastico

Parole chiave:

- Massa il sisma provoca accelerazioni sulle masse
- Rigidezza condiziona in maniera sostanziale la risposta in campo elastico
- Smorzamento influisce sulla risposta in campo elastico
- Resistenza condiziona in maniera sostanziale la risposta oltre il limite elastico
- Duttilità determina la capacità della struttura di sopportare il sisma oltre il limite elastico

Risposta sismica di strutture

Ordine che seguiremo:

- Risposta sismica di strutture in campo elastico
 - Strutture a un solo grado di libertà
concetti base: periodo di oscillazione libera, spettro di risposta
 - Strutture a più gradi di libertà
modalità operative: analisi modale, analisi statica

Risposta sismica di strutture

Ordine che seguiremo:

- Risposta sismica di strutture in campo elastico
 - Strutture a un solo grado di libertà
 - Strutture a più gradi di libertà
- Risposta sismica di strutture con comportamento che va oltre il limite elastico
 - Strutture a un solo grado di libertà
concetti base: influenza della duttilità, spettro di progetto
 - Strutture a un più gradi di libertà
modalità operative: progetto con uso del fattore di struttura, verifica con analisi non lineari

Risposta sismica

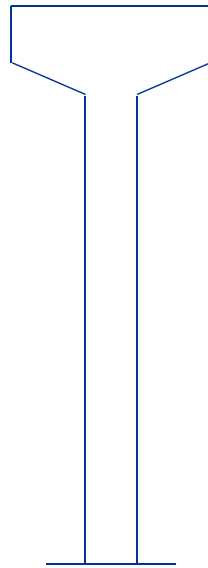
Schemi a un grado di libertà
in campo elastico

Struttura a un grado di libertà

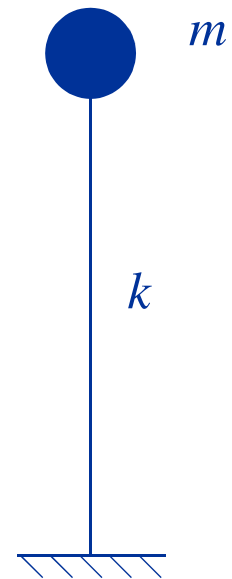
Serbatoio pensile



Foto



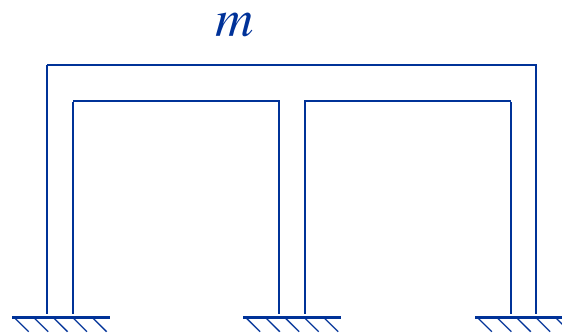
Disegno
schematico



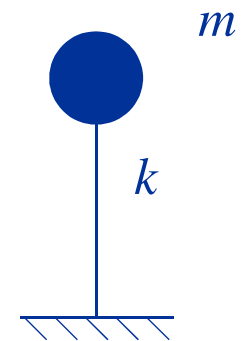
Modello
di calcolo

Struttura a un grado di libertà

Telaio monopiano



Disegno
schematico



Modello di
calcolo

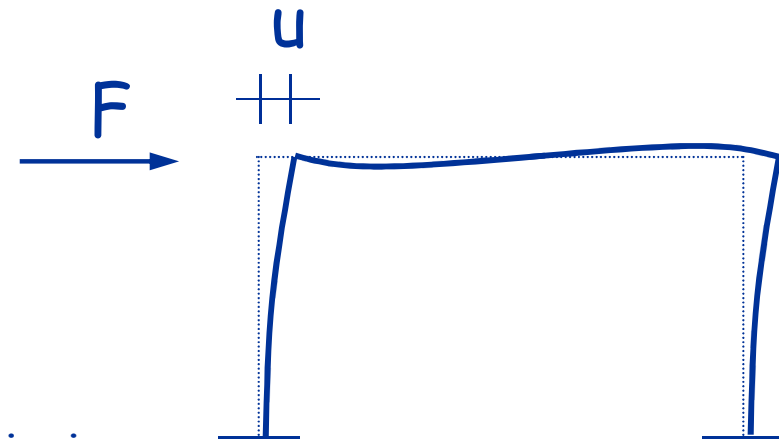
Rigidezza telaio monopiano

- Rigidezza (laterale) k = forza necessaria per ottenere uno spostamento unitario

Equilibrio statico
 $F = k u$

$$k = \frac{3 E I}{l^3} \quad \text{mensola}$$

$$k = \frac{12 E I}{l^3} \quad \text{rotazioni impedita}$$



- Nota: oggi si parla di matrice di rigidezza dell'asta e matrice di rigidezza di una struttura. La rigidezza laterale (o la matrice di rigidezza laterale, nel caso di schemi a più piani) si ottiene per condensazione statica della matrice di rigidezza della struttura

Oscillazioni libere

Esempio: altalena



Spostando il sedile dell'altalena e poi lasciandolo libero, esso oscilla con un periodo T ben preciso

Oscillazioni libere

Esempio: altalena



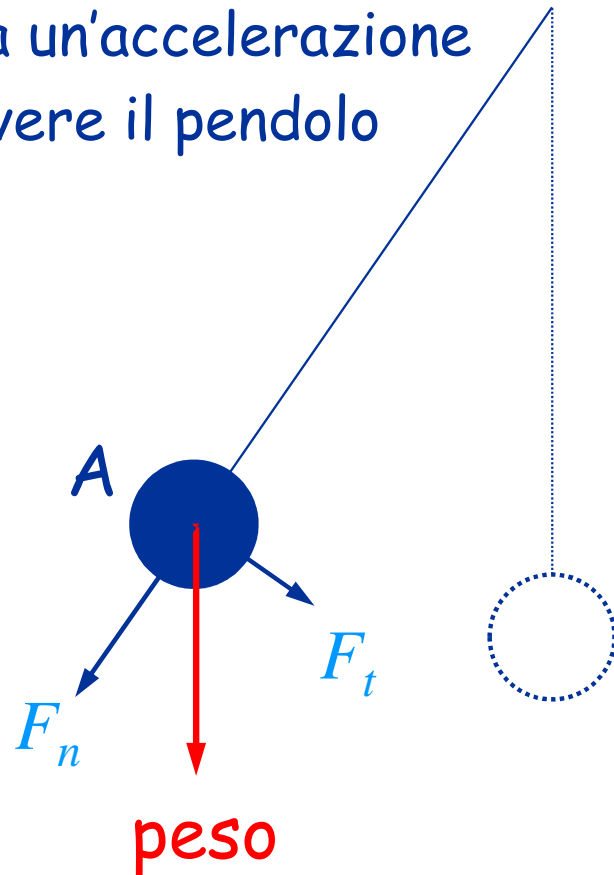
Spostando il sedile dell'altalena e poi lasciandolo libero, esso oscilla con un periodo T ben preciso

Oscillazioni libere pendolo (esempio: altalena)

A) Il peso è scomposto nelle forze

F_n assorbita dall'asta del pendolo

F_t che provoca un'accelerazione
che fa muovere il pendolo

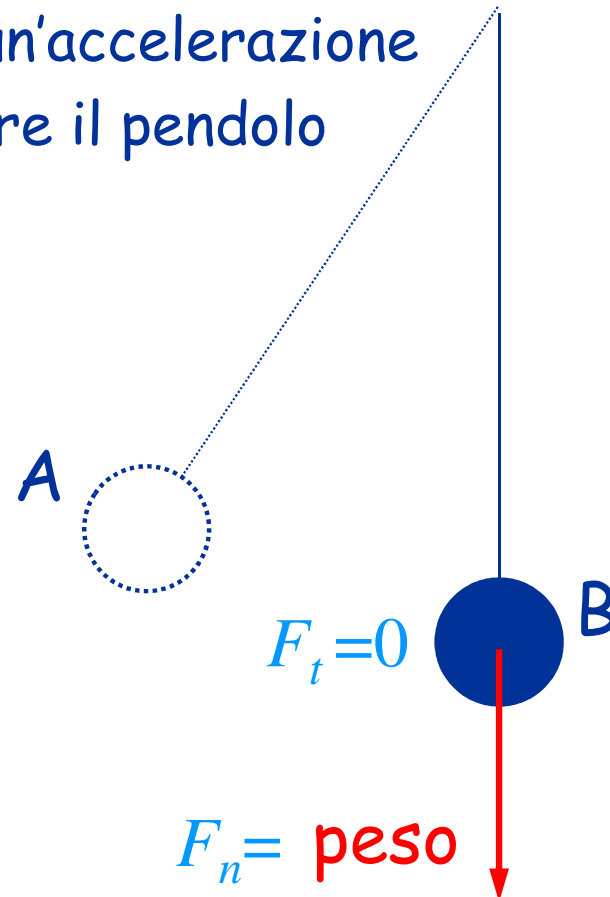


Oscillazioni libere pendolo (esempio: altalena)

A) Il peso è scomposto nelle forze

F_n assorbita dall'asta del pendolo

F_t che provoca un'accelerazione
che fa muovere il pendolo

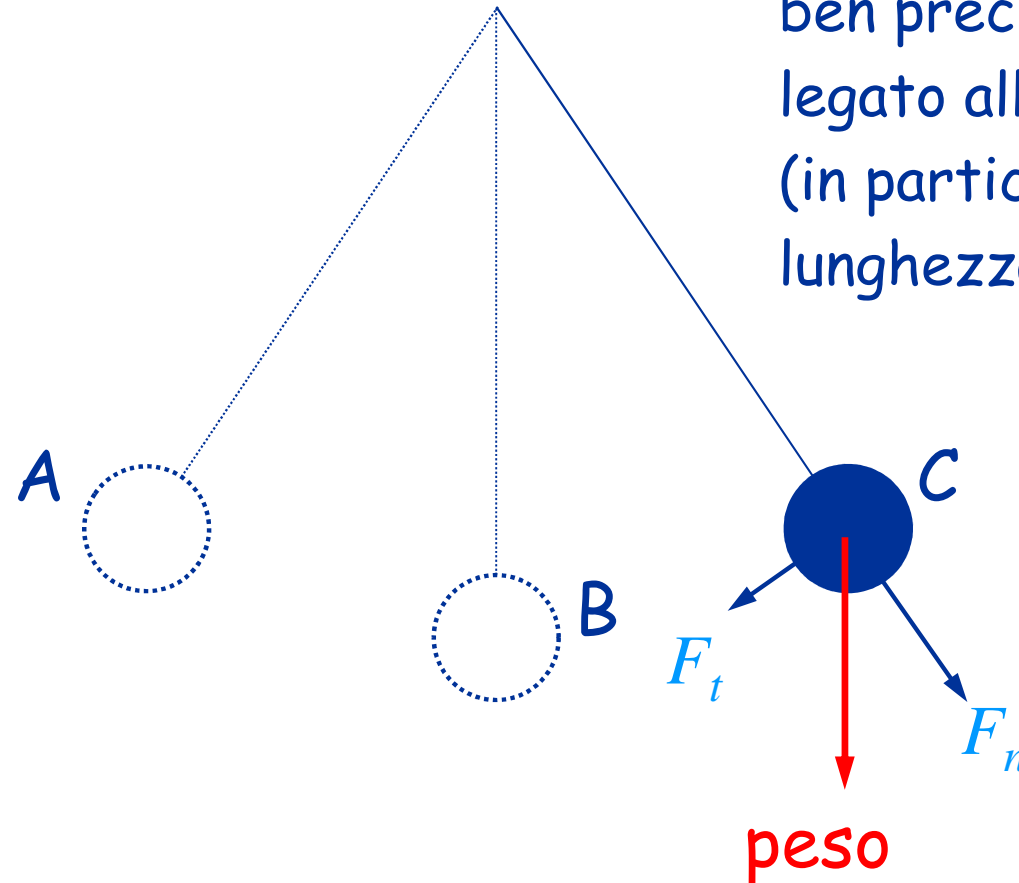


B) In questa posizione la
velocità è massima
(quando inizia a
risalire rallenta) ma
l'accelerazione è nulla
perché $F_t = 0$

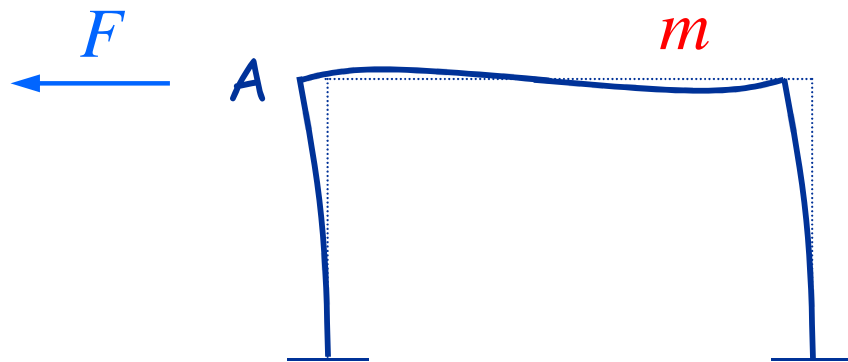
Oscillazioni libere

pendolo (esempio: altalena)

Il pendolo oscilla con
un periodo T
ben preciso,
legato alla geometria
(in particolare, alla
lunghezza dell'asta)



Oscillazioni libere telaio monopiano

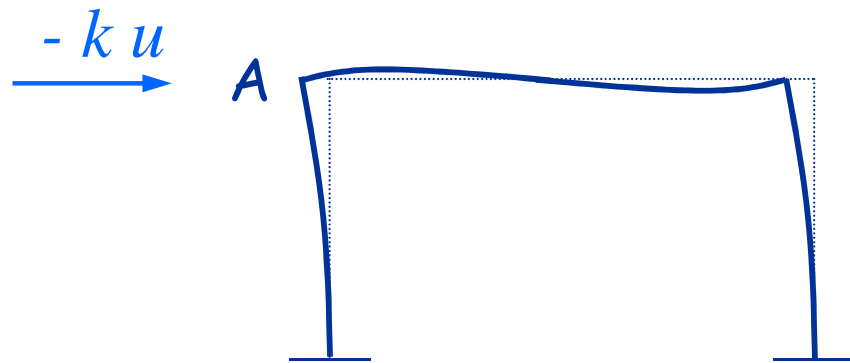


- A) Per deformare il telaio in questa posizione occorre applicare una forza F , uguale ed opposta alla forza elastica che tende a riportare il telaio alla posizione indeformata (forza di richiamo elastico).

Equilibrio statico

$$F = k u$$

Oscillazioni libere telaio monopiano



Quando si lascia libero il telaio, agisce solo la forza di richiamo elastico, che provoca un'accelerazione.

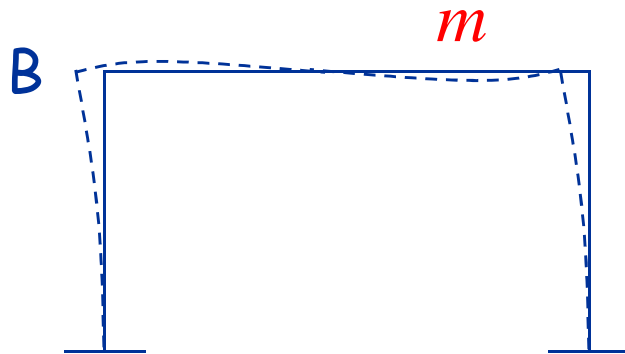
Equilibrio dinamico

$$-k u = m a$$

$$m \ddot{u} + k u = 0$$

Oscillazioni libere

telaio monopiano



Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + k u = 0$$

equilibrio dinamico

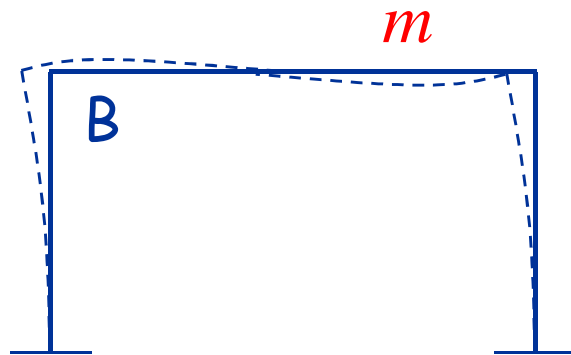
L'equazione differenziale può essere risolta analiticamente.

La soluzione è una funzione trigonometrica (seno, coseno)

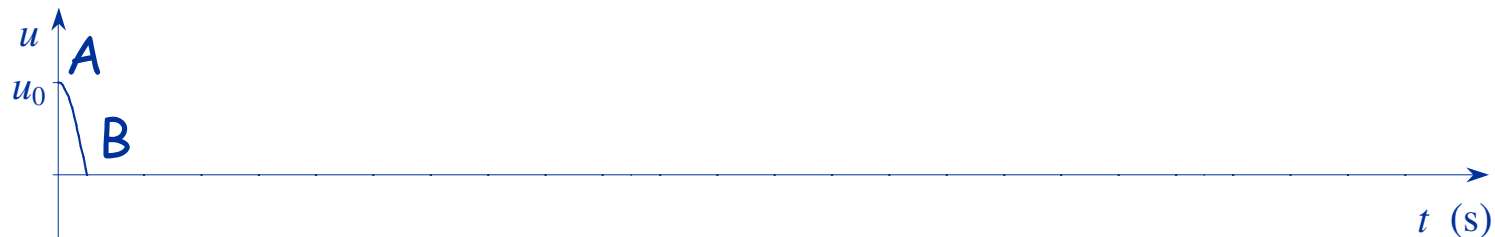
Oscillazioni libere

telaio monopiano

- B) Tornato nella posizione indeformata, la velocità è massima e l'accelerazione nulla (come la forza di richiamo elastico).



spostamento



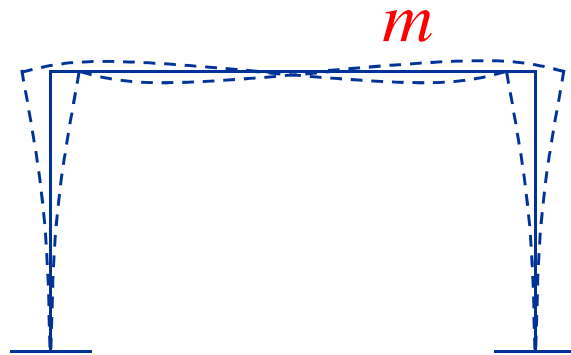
tempo



Oscillazioni libere

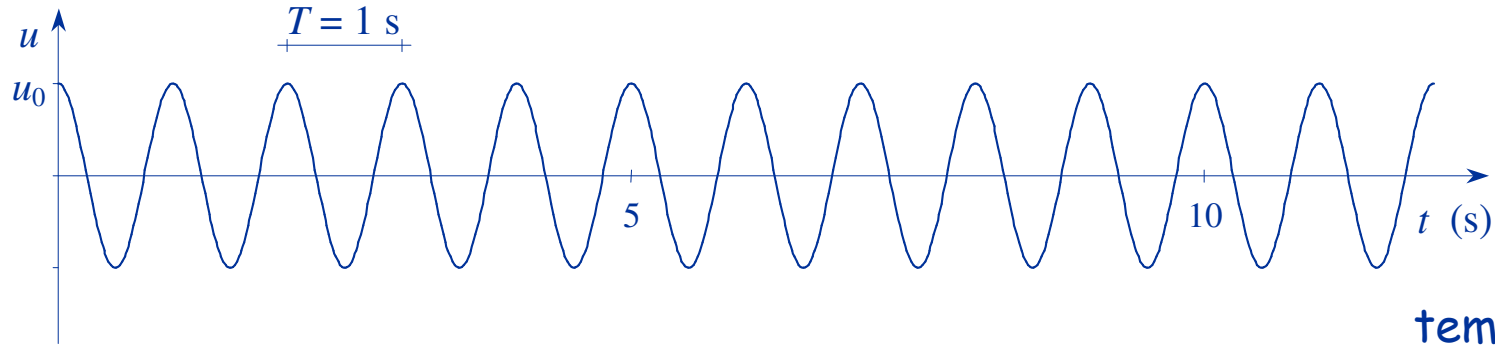
telaio monopiano

Il telaio oscilla con un periodo ben preciso, legato alla massa ed alla rigidità del telaio



$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

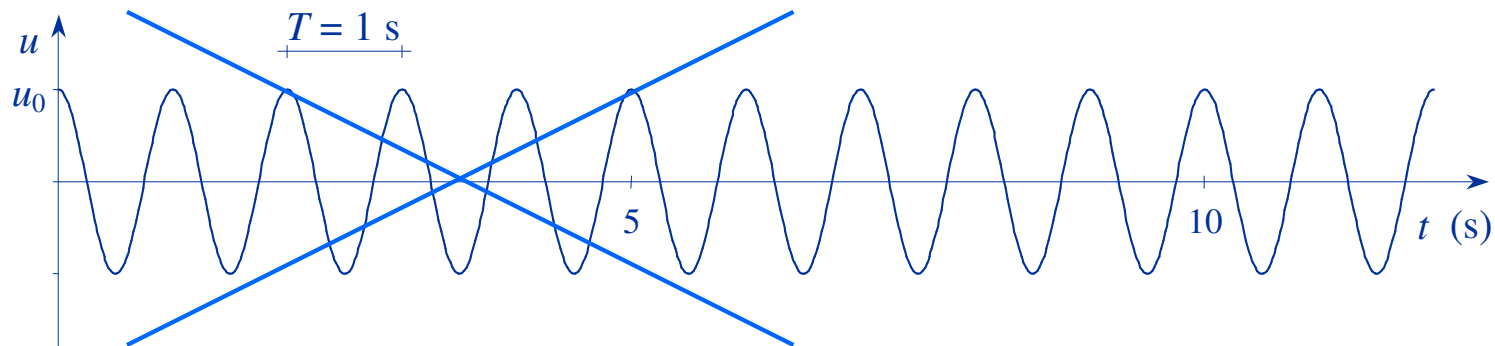
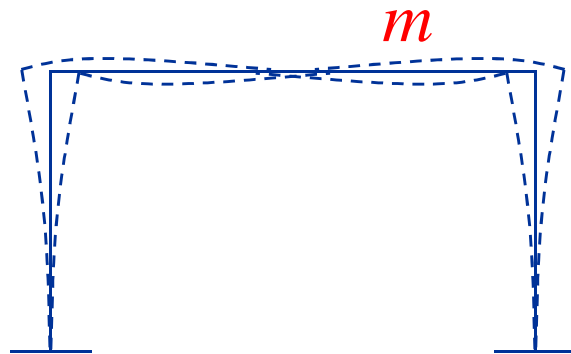
spostamento



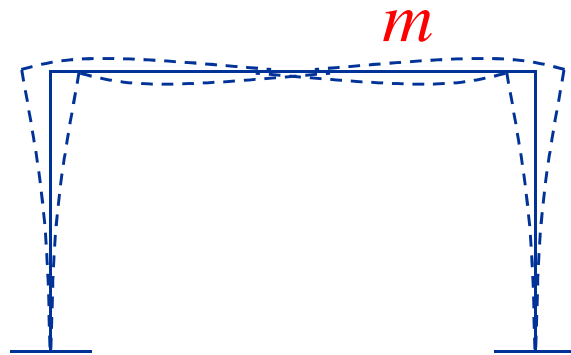
tempo

Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano

In realtà il moto non
continua così, a causa
della dissipazione di
energia (smorzamento)



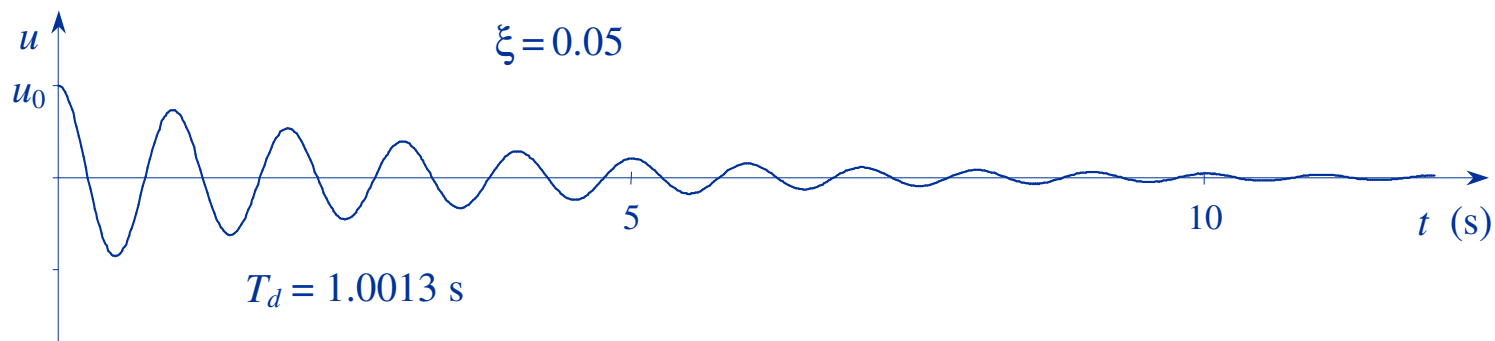
Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano



Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0$$

Lo smorzamento è
legato alla variazione di
spostamento (velocità)

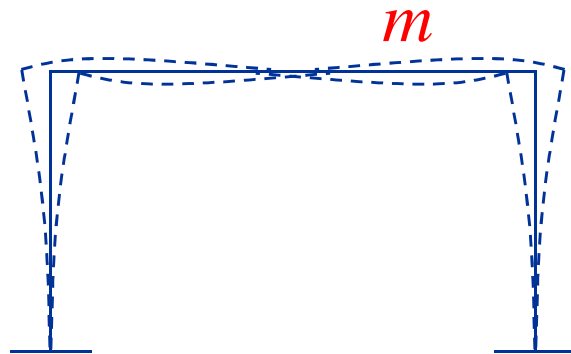


Oscillazioni libere con smorzamento

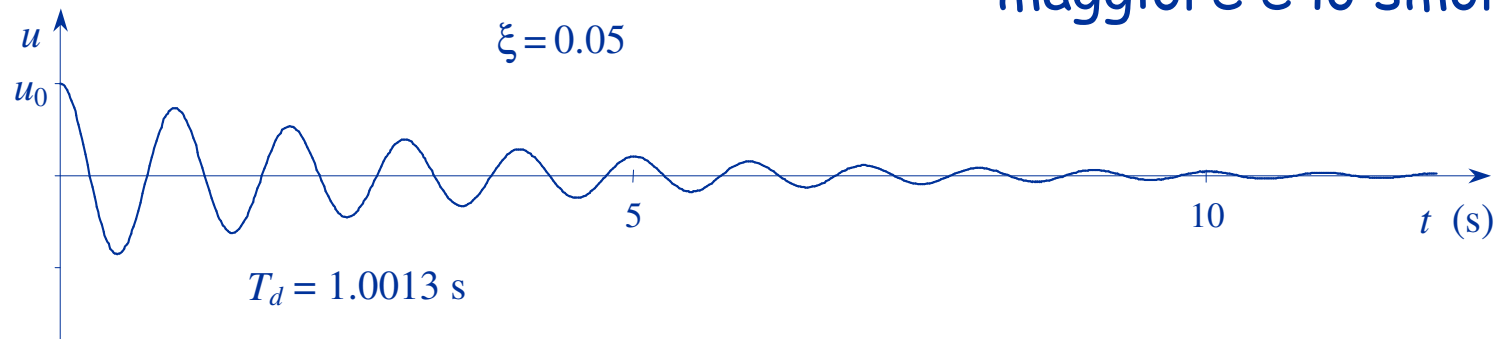
telaio monopiano

Equazione del moto:

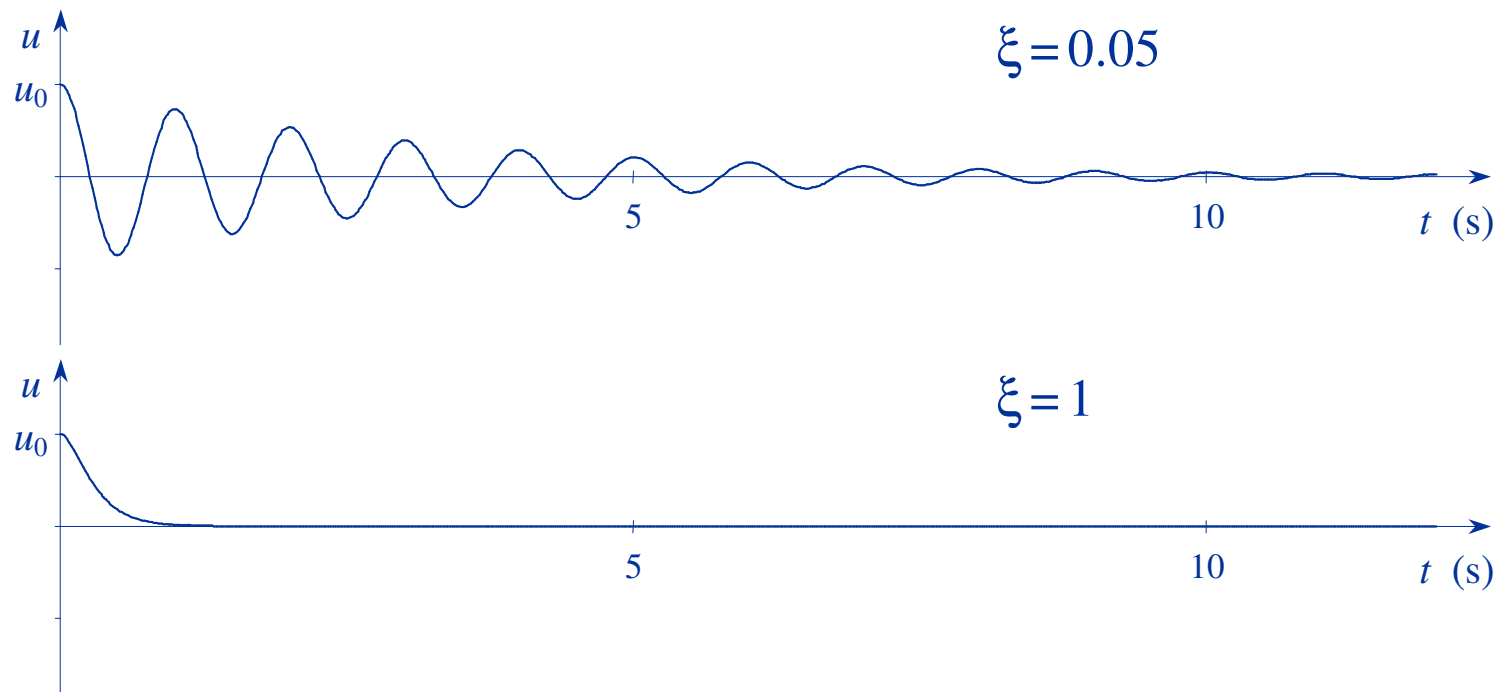
$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0$$



L'ampiezza del moto si riduce tanto più rapidamente quanto maggiore è lo smorzamento



Oscillazioni libere con smorzamento telaio monopiano



Si indica col termine "smorzamento critico" quel valore per il quale il sistema raggiunge lo stato di quiete senza oscillare

Lo smorzamento viene di solito indicato come percentuale ξ dello smorzamento critico

$$\xi = \frac{c}{2 \sqrt{k m}}$$

Smorzamento - negli edifici

Dipende da:

- Elementi non strutturali (tramezzi, tompagni) molto
- Non linearità del materiale poco

Edifici in cemento armato, con tramezzi in muratura:

- Si può assumere un valore di smorzamento percentuale $\xi = 0.05$

Edifici in acciaio, con tramezzatura leggera:

- È consigliabile usare un valore minore di $\xi = 0.05$

Edifici isolati alla base, con isolatori in gomma:

- Si può usare un valore maggiore di $\xi = 0.05$

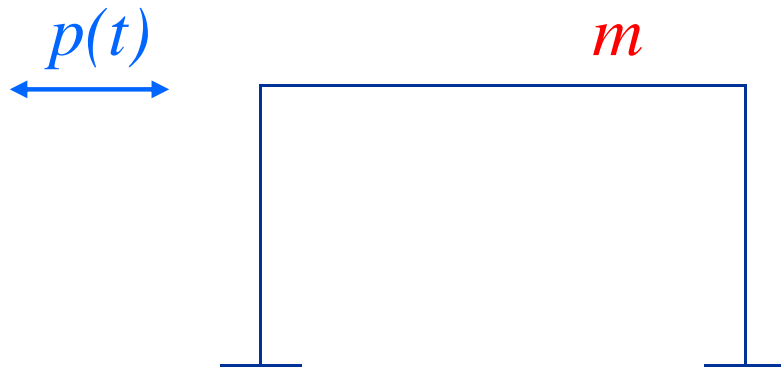
Oscillazioni forzate

Esempio: altalena



Dando (in maniera periodica) una piccola spinta al sedile dell'altalena, le oscillazioni si amplificano sempre di più

Oscillazioni forzate telaio monopiano



Equazione del moto:

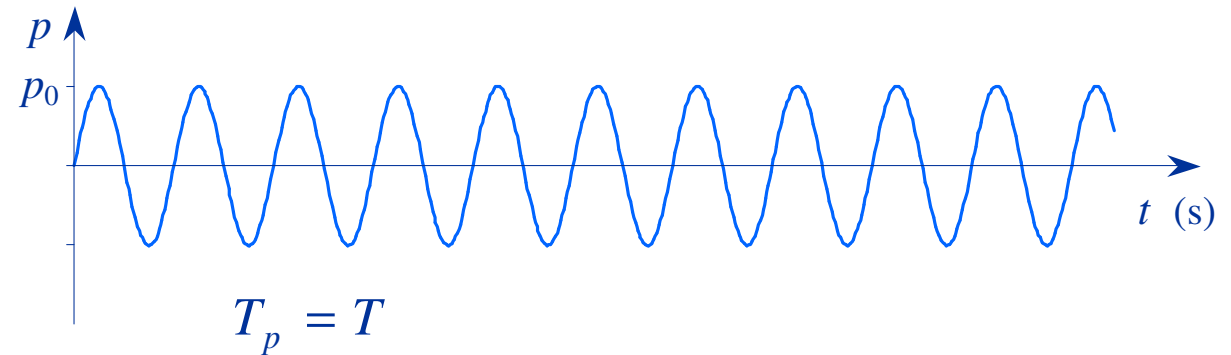
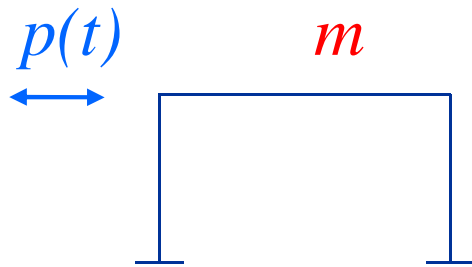
$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = p(t)$$

Nell'equazione del moto
compare un nuovo termine
(l'azione forzante)

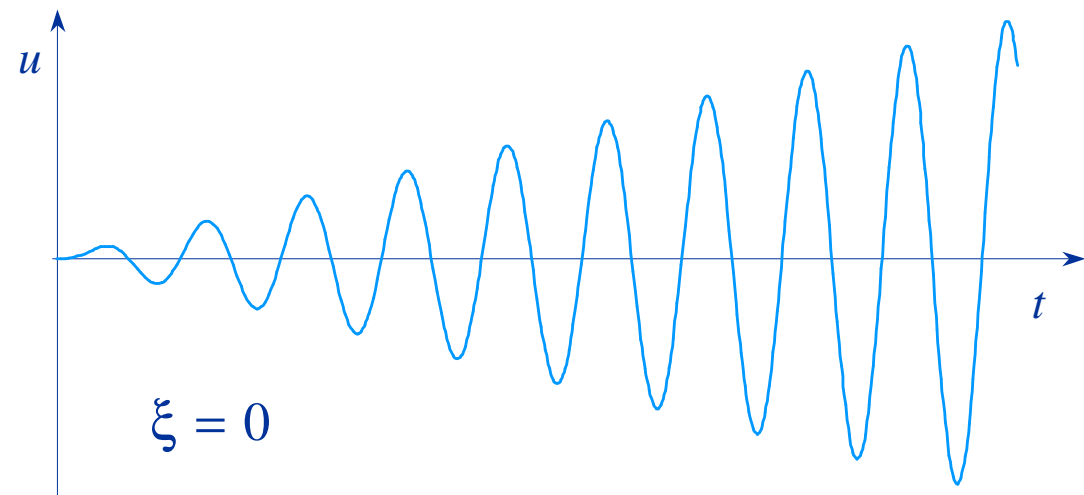
Se la forzante è armonica (seno, coseno) è possibile risolvere
analiticamente l'equazione differenziale

Oscillazioni forzate

telaio monopiano, forzante armonica (periodica)

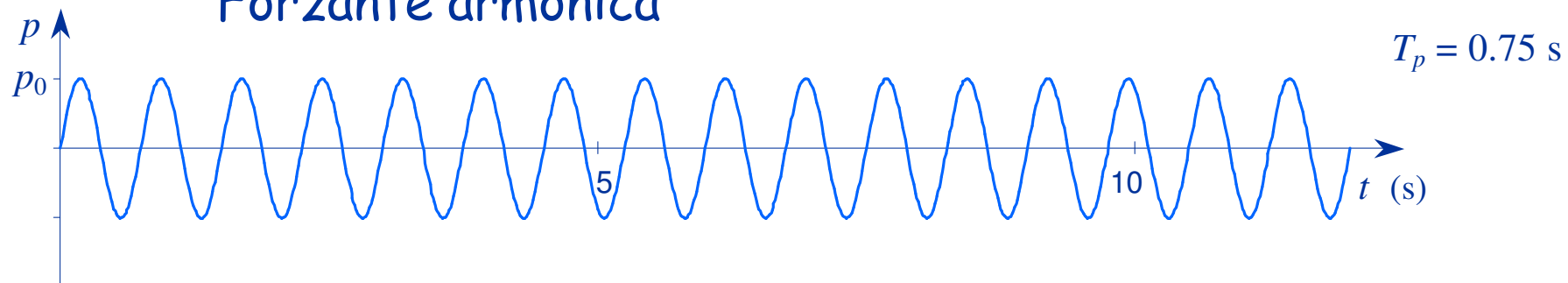


Se il periodo della forzante coincide con quello del sistema, in assenza di smorzamento il moto si amplifica sempre più

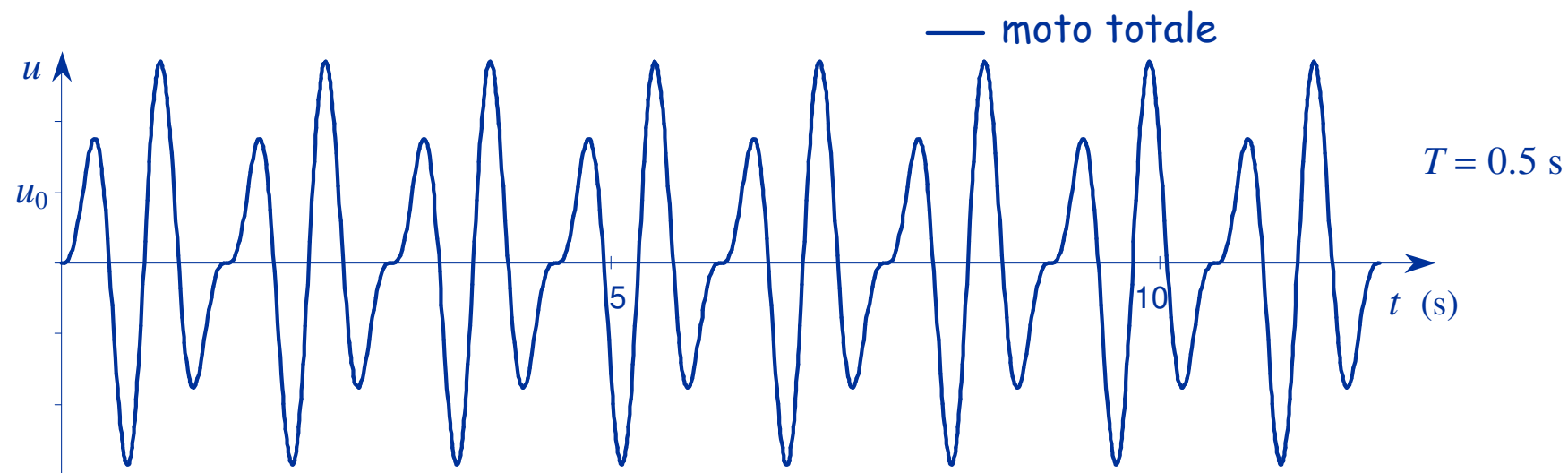


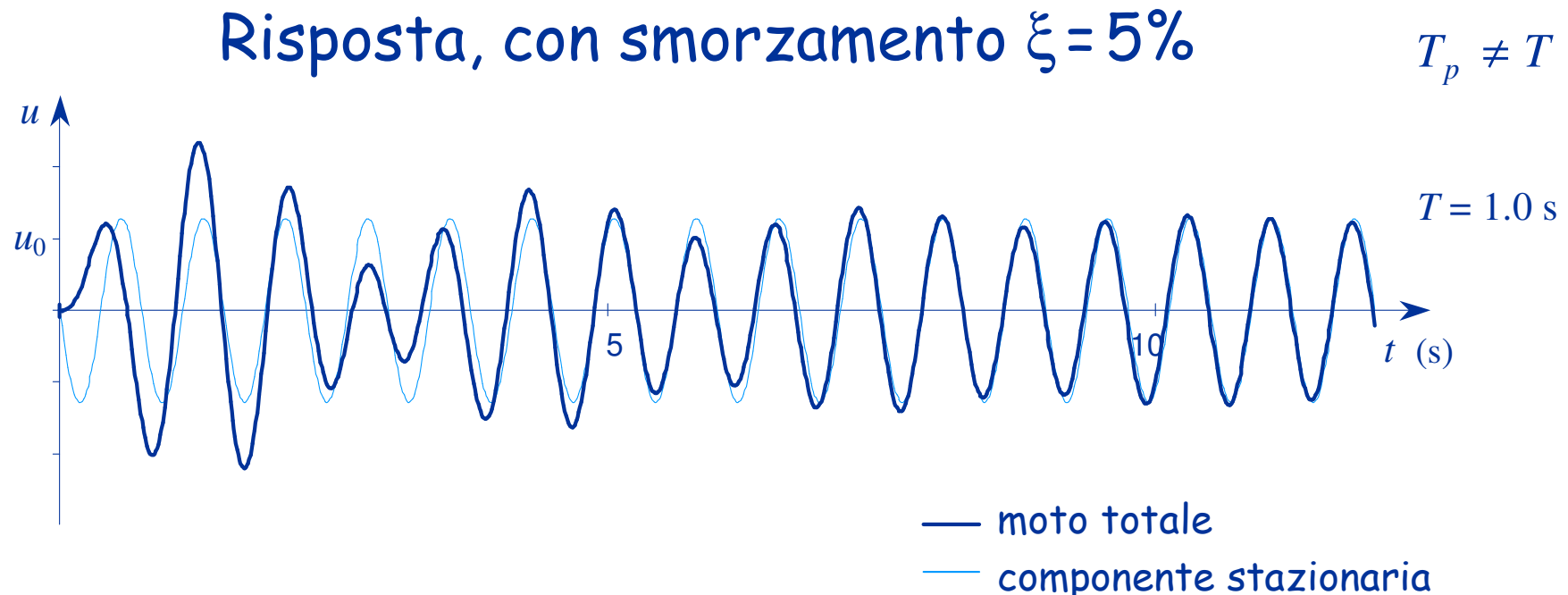
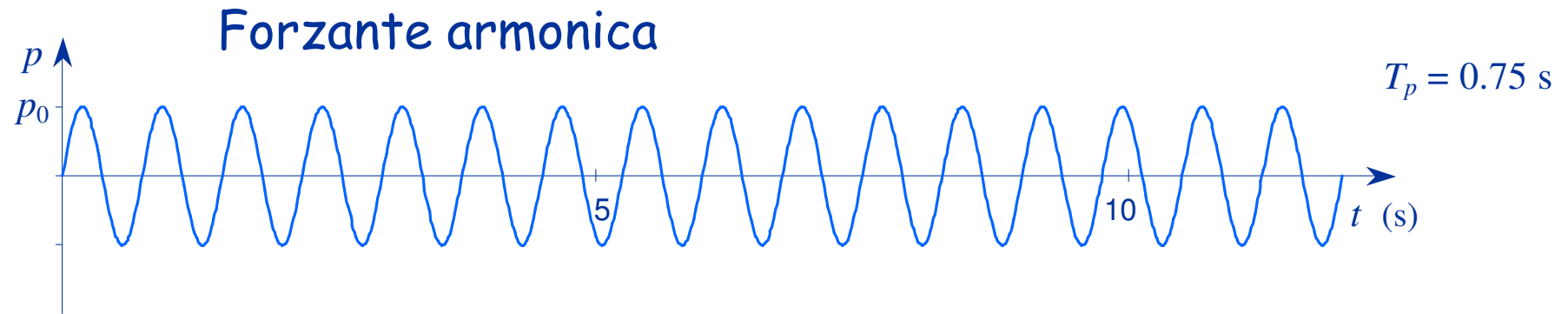
risonanza

Forzante armonica



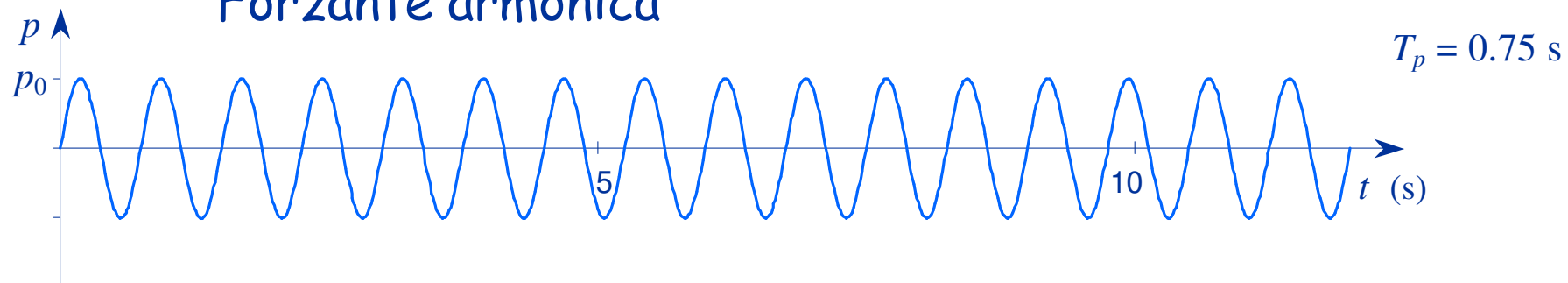
Risposta, senza smorzamento





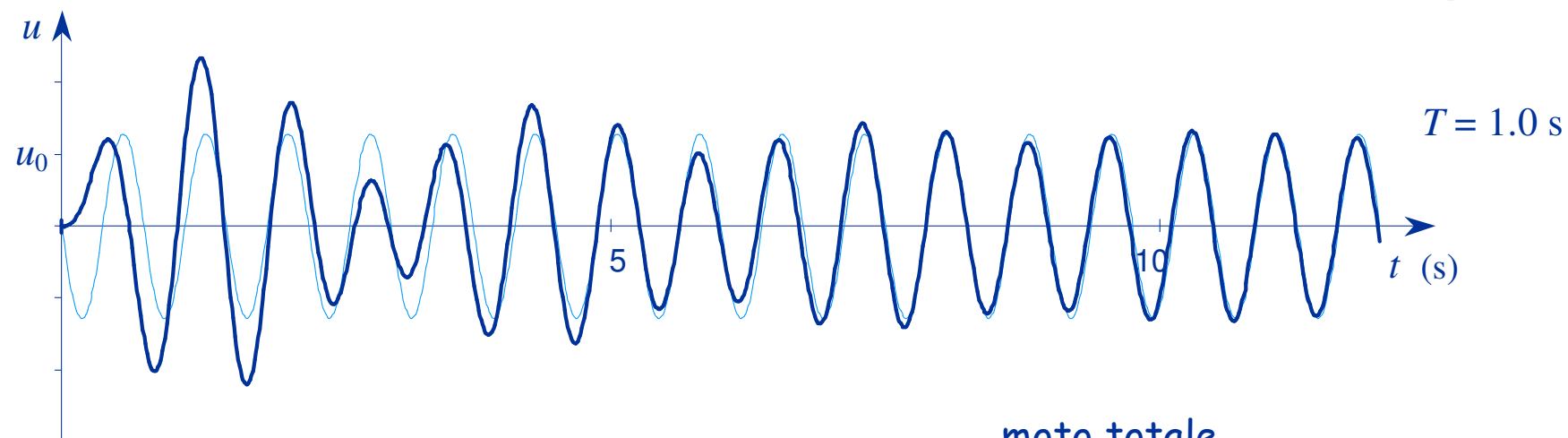
Il moto è somma di una componente armonica che ha lo stesso periodo della forzante ed ampiezza costante (componente stazionaria) e di una componente che ha lo stesso periodo del sistema ma ampiezza che si riduce man mano (componente transitoria)

Forzante armonica

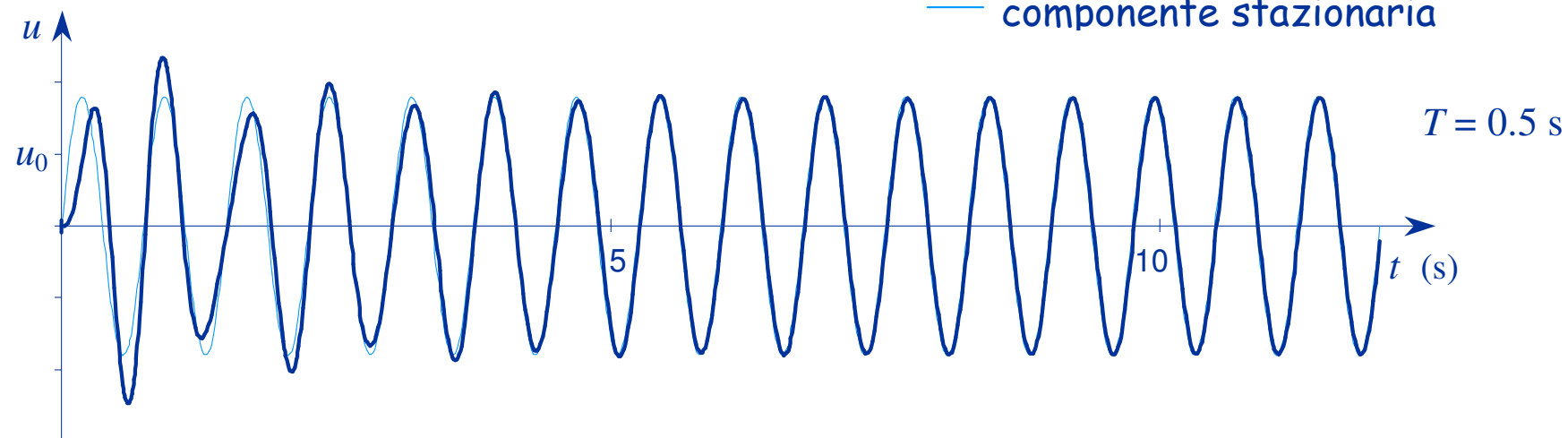


Risposta, con smorzamento $\xi = 5\%$

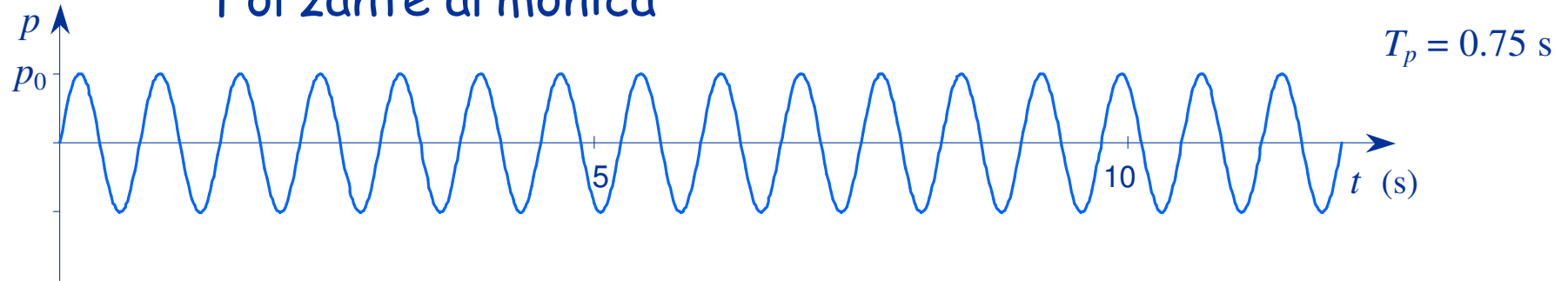
$$T_p \neq T$$



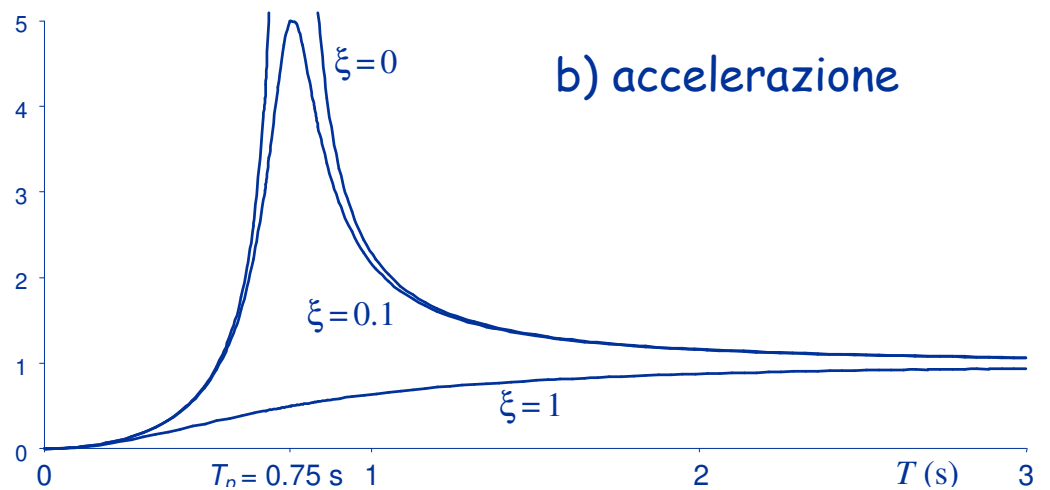
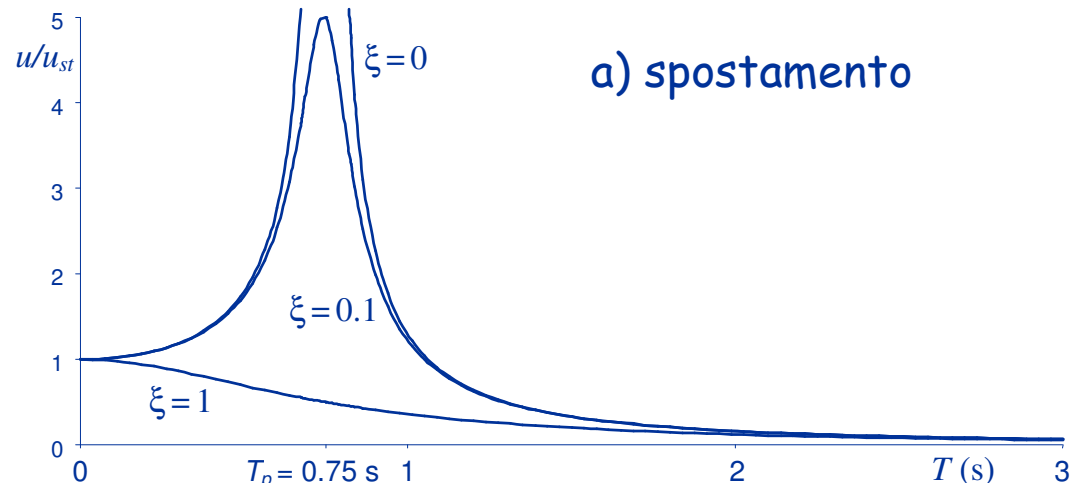
— moto totale
— componente stazionaria



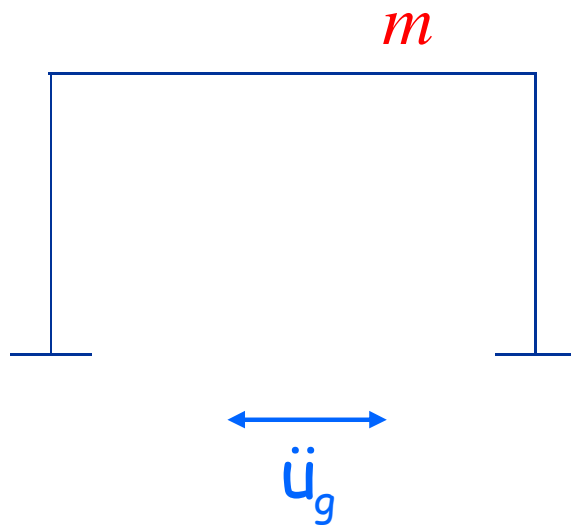
Forzante armonica



Il moto viene
amplificato o ridotto,
in funzione
del periodo proprio
e dello smorzamento
del sistema



Oscillazioni forzate (moto del terreno)



Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

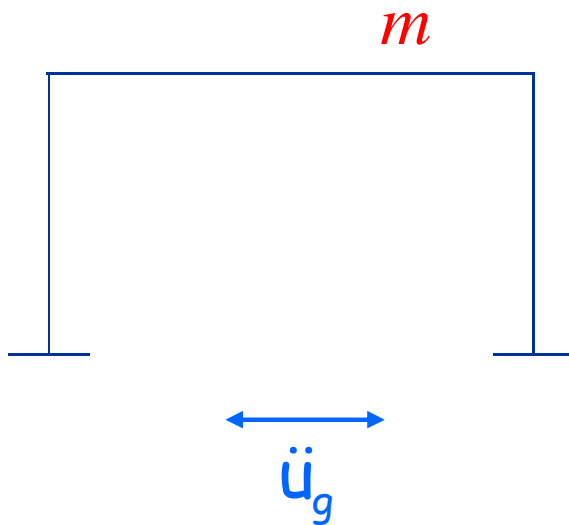
Cambia (formalmente)
il termine noto
nell'equazione del moto

Il problema è sostanzialmente
identico a quello del moto con
forzante applicata al traverso

Oscillazioni forzate (moto del terreno)

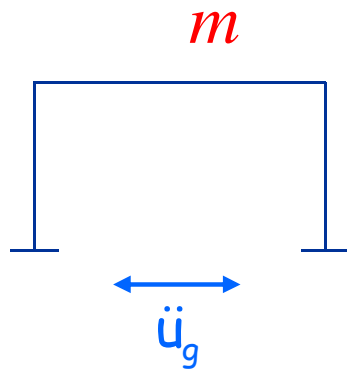
Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

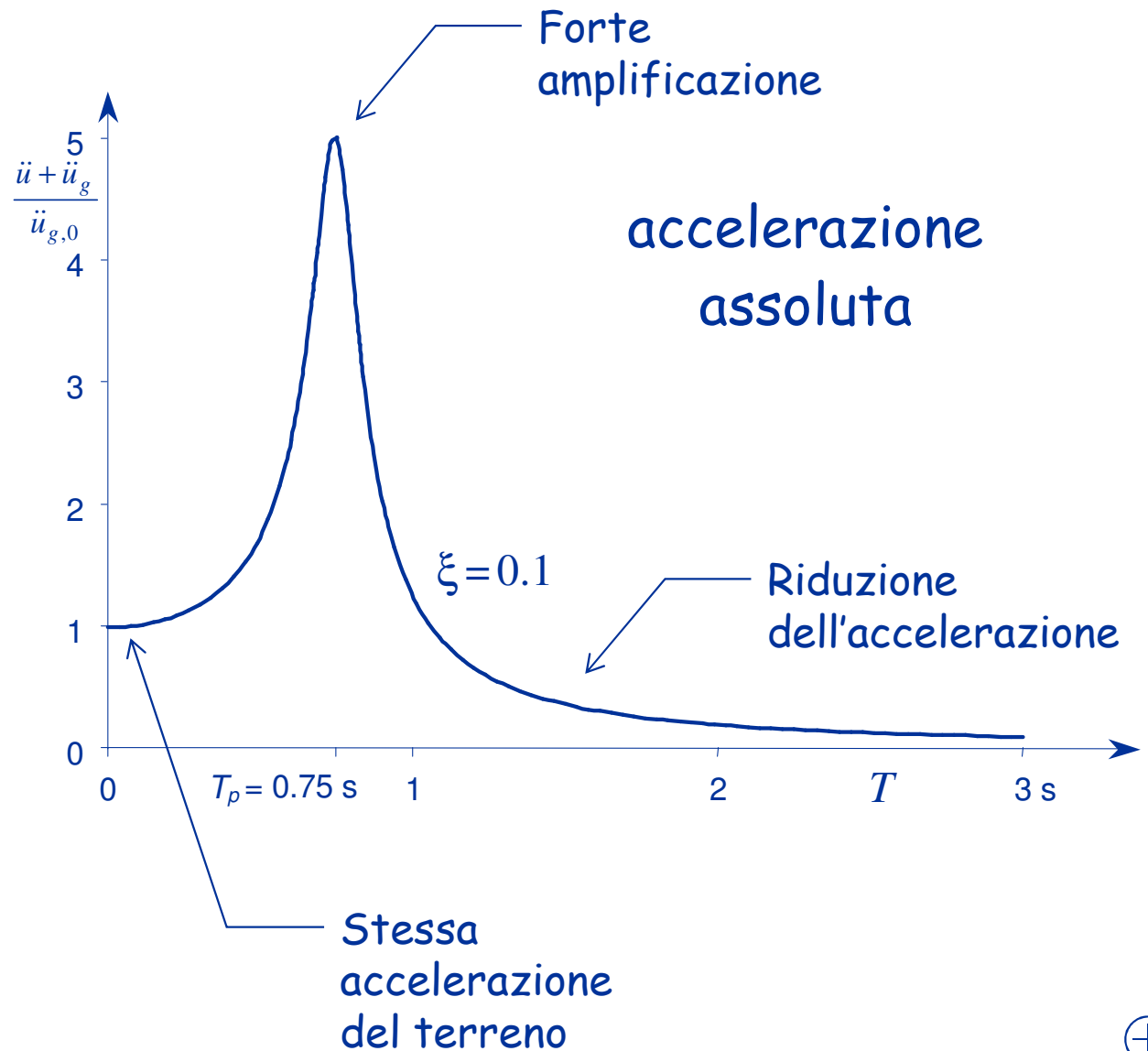


Se la forzante è armonica (seno, coseno) è possibile risolvere analiticamente l'equazione differenziale

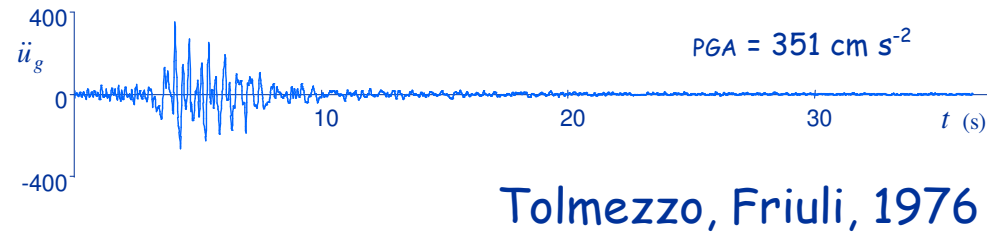
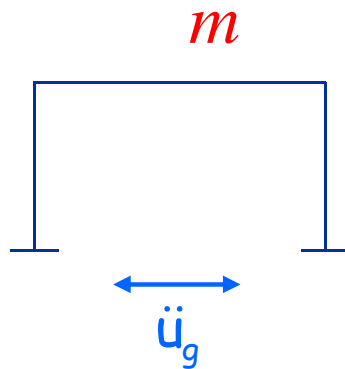
Oscillazioni forzate (moto del terreno - armonico)



Si noti, in particolare,
l'andamento
dell'accelerazione
massima in funzione
del periodo proprio



Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

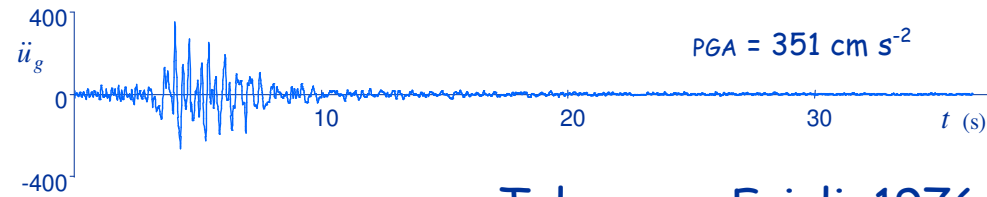
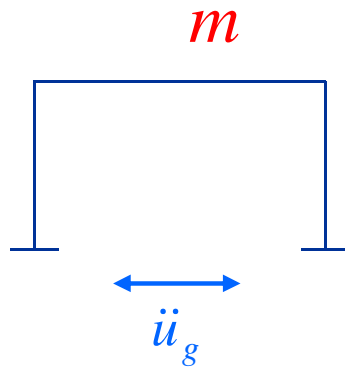


Input sismico: accelerogramma

Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)



Tolmezzo, Friuli, 1976

È possibile
determinare
numericamente
la risposta ad un
accelerogramma

Noti i valori di u, \dot{u}, \ddot{u} in un certo
istante t_1 ed il valore di \ddot{u}_g tra t_1 e
 $t_1 + \Delta t$ si possono ricavare i valori di
 u, \dot{u}, \ddot{u} nell'istante $t_1 + \Delta t$

Si ottiene la risposta nel tempo
(time history)

Determinazione della time history

Metodo di Newmark

Intervallo di tempo $\Delta t = t_1 - t_2$

- Si usa il pedice 1 per indicare l'istante iniziale, 2 per quello finale
- Sono noti u_1 \dot{u}_1 \ddot{u}_1 accelerazione del suolo $u_{g,1}$ $u_{g,2}$
- Si ipotizza che l'accelerazione sia costante nel passo $\ddot{u} = (\ddot{u}_1 + \ddot{u}_2)/2$ (linearemente)
- Si esprimono u_2 \dot{u}_2 in funzione di \ddot{u} (incognito)
- O meglio in termini variazionali

$$\Delta u = \Delta t \dot{u}_1 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_1 + \frac{\Delta t^2}{4} \Delta \ddot{u}$$

$$\Delta \dot{u} = \Delta t \ddot{u}_1 + \frac{\Delta t}{2} \Delta \ddot{u}$$

Determinazione della time history

Metodo di Newmark

- Invertendole, si esprimono $\Delta\dot{u}$ $\Delta\ddot{u}$ in funzione di Δu

$$\Delta\ddot{u} = \frac{4}{\Delta t^2} \Delta u - \frac{4}{\Delta t} \dot{u}_1 - 2\ddot{u}_1$$

$$\Delta\dot{u} = \frac{2}{\Delta t} \Delta u - 2\dot{u}_1$$

- Si utilizza l'equazione di equilibrio dinamico (in termini variazionali)

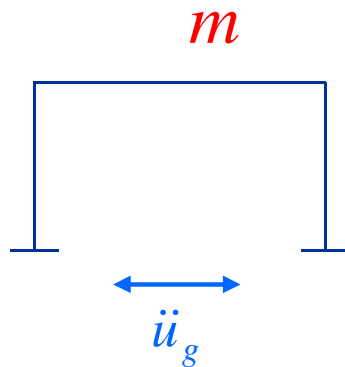
$$m \Delta\ddot{u} + c \Delta\dot{u} + k \Delta u = -m \Delta\ddot{u}_g$$

per calcolare Δu

$$\Delta u = \frac{-m \Delta\ddot{u}_g + 2m\dot{u}_1 + (2c + 4m/\Delta t)\dot{u}_1}{k + 2c/\Delta t + 4m/\Delta t^2}$$

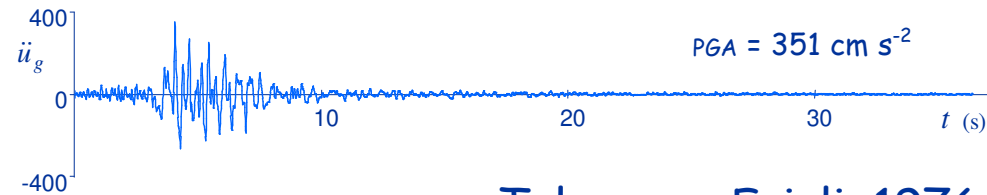
Bibliografia: Anil K. Chopra, Dynamics of structures, Prentice Hall International, cap. 5.4

Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)

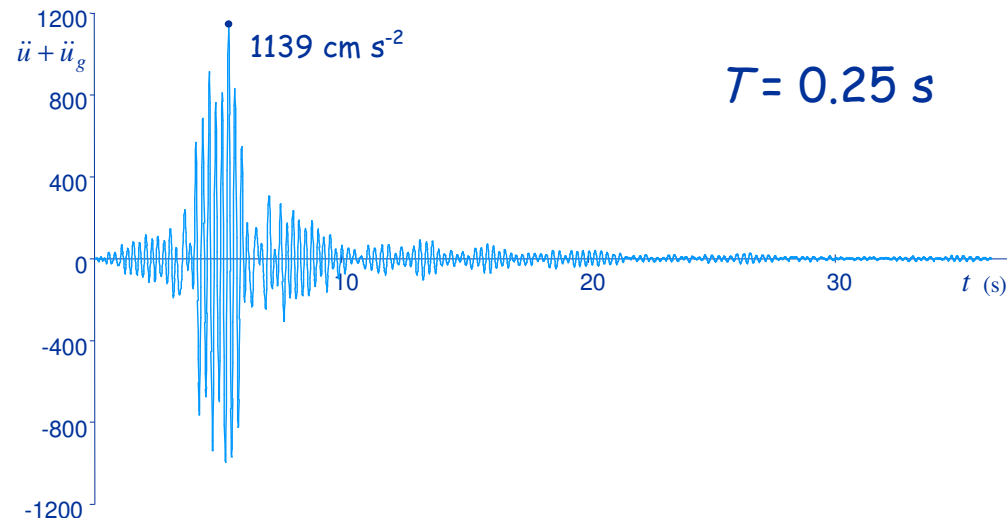


È possibile
determinare
numericamente
la risposta ad un
accelerogramma

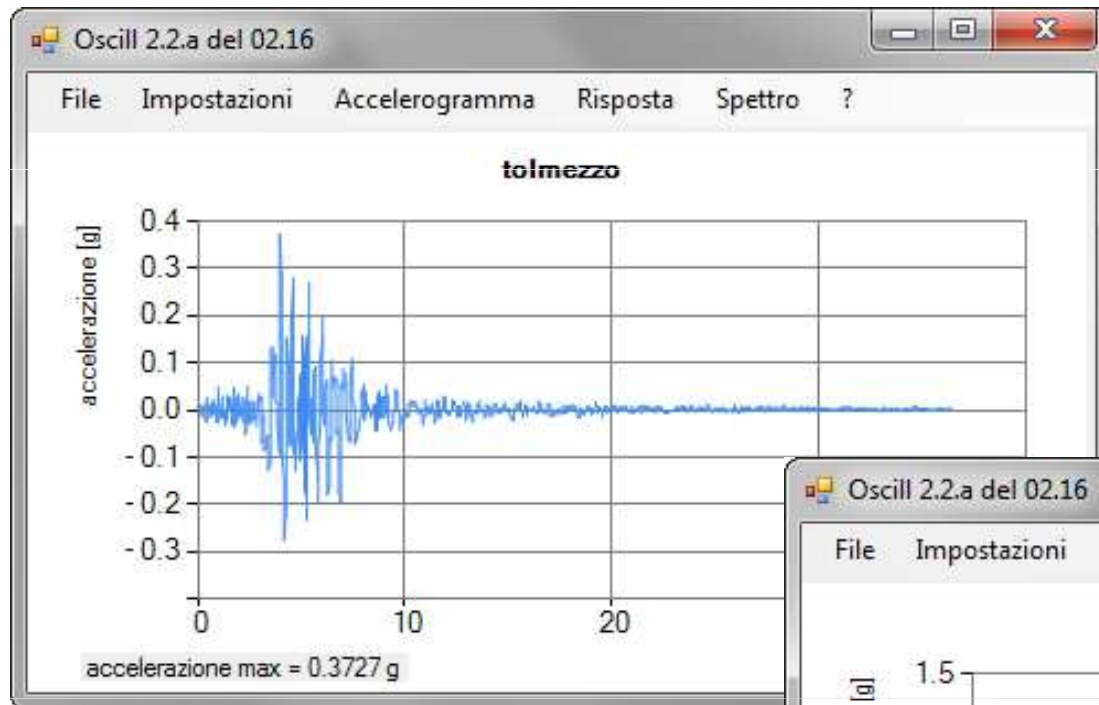
la risposta dipende
dal periodo T dell'oscillatore



Tolmezzo, Friuli, 1976

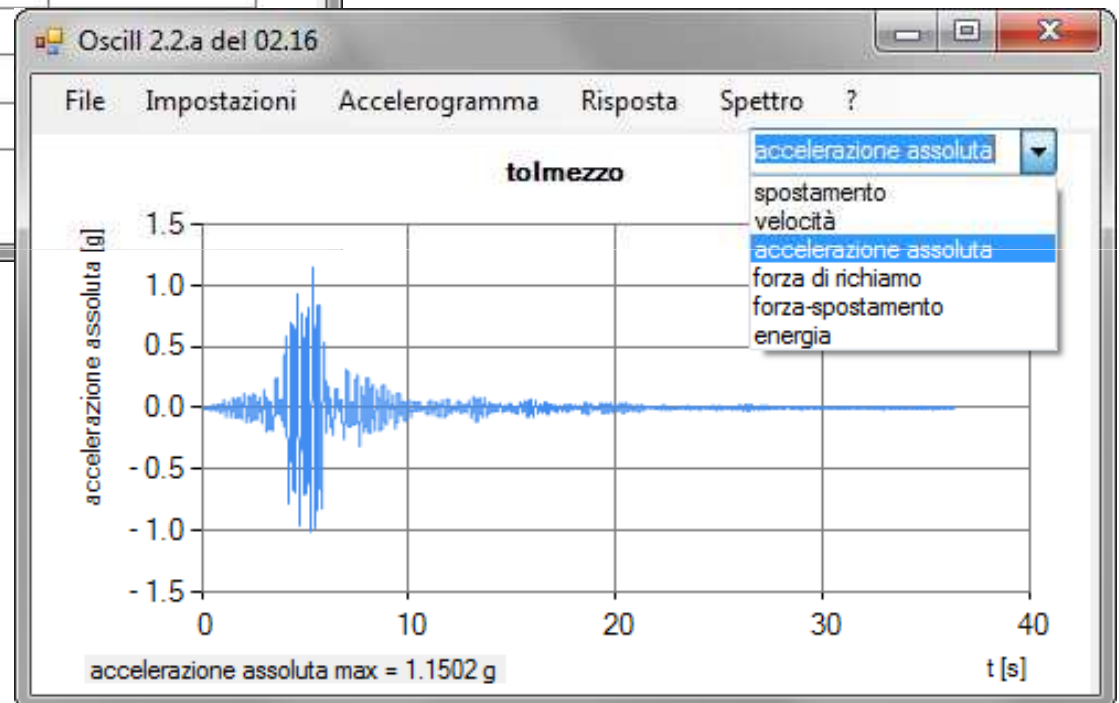


Risposta dell'oscillatore programma Oscill



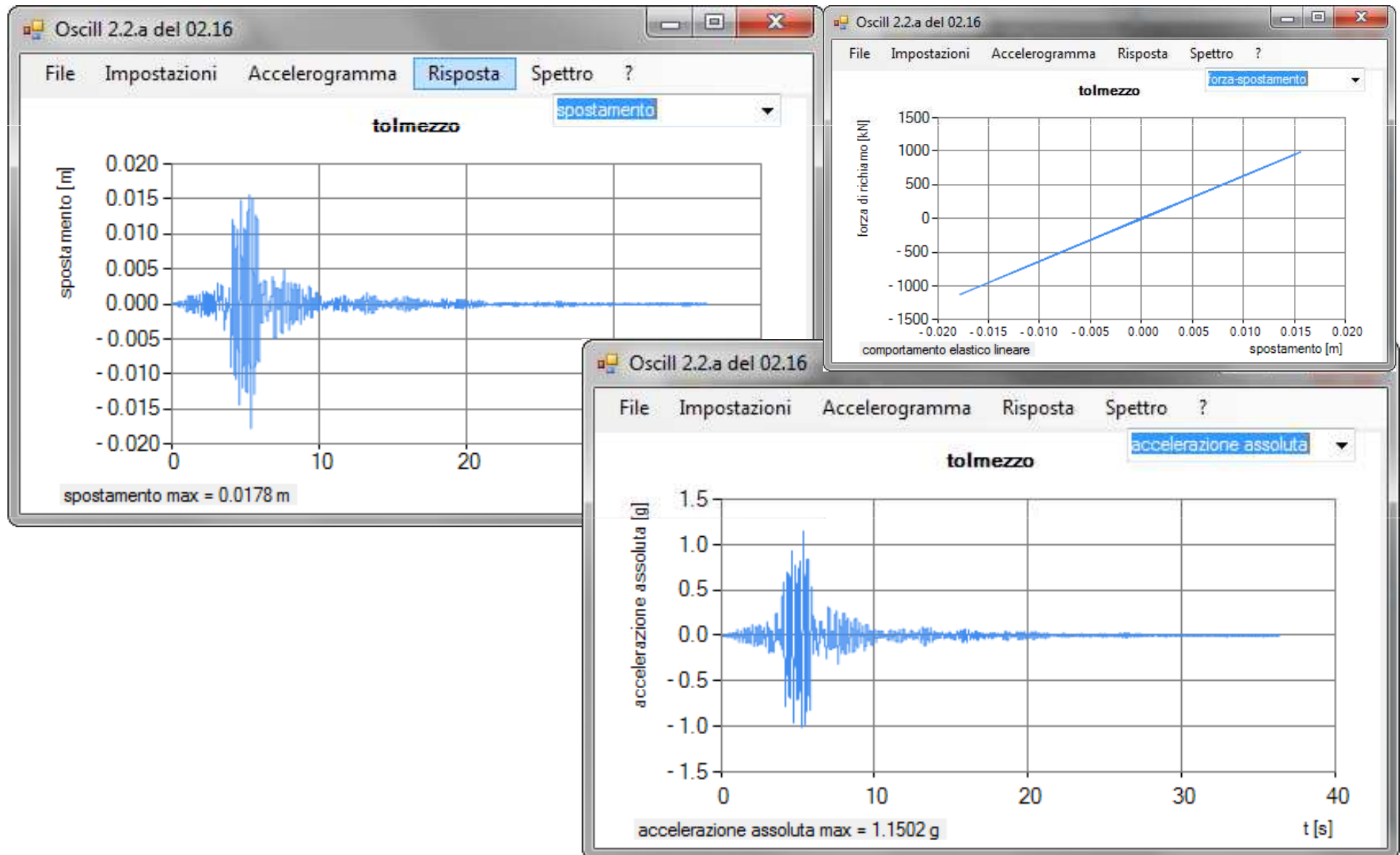
accelerogramma

È possibile
scegliere cosa
visualizzare

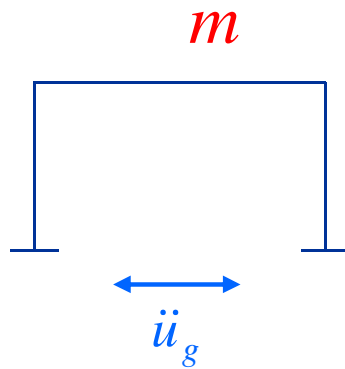


risposta

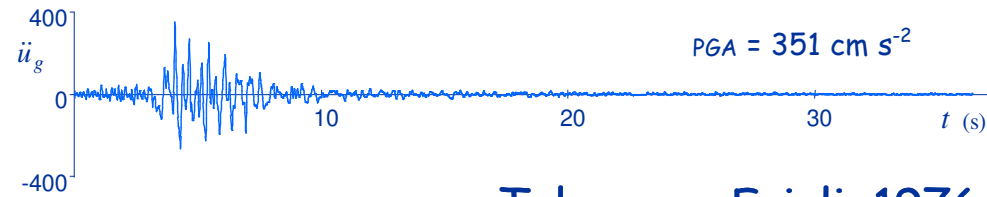
Risposta dell'oscillatore programma Oscill



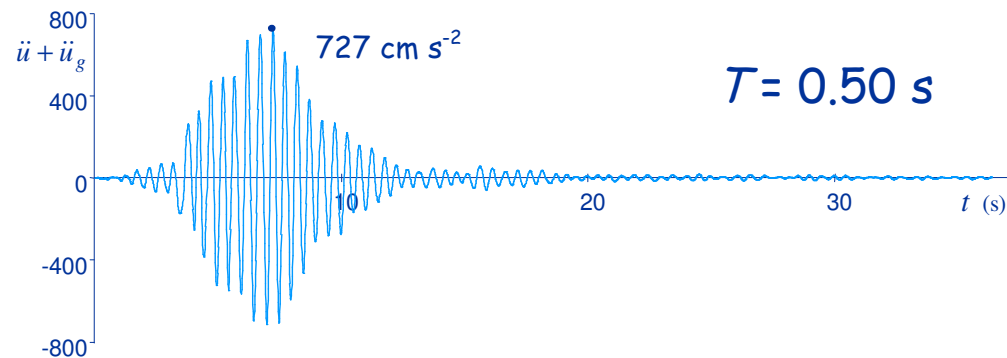
Oscillazioni forzate (moto del terreno - accelerogramma)



Cambiando il periodo
dell'oscillatore,
cambia la risposta

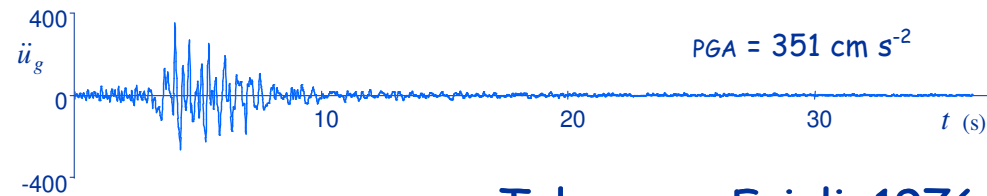
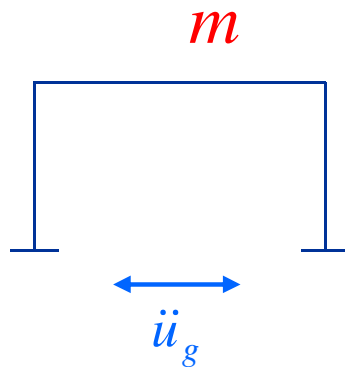


Tolmezzo, Friuli, 1976



Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)



Tolmezzo, Friuli, 1976

Cambiando il periodo
dell'oscillatore,
cambia la risposta



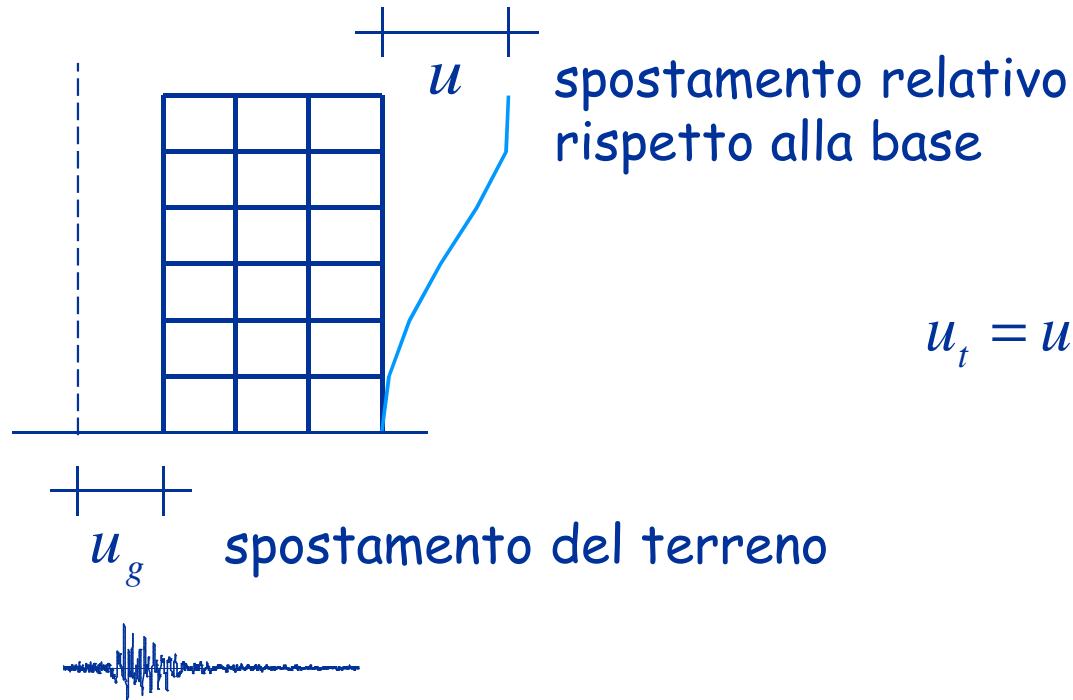
Oscillazioni forzate

(in termini di energia)

Si può esaminare l'effetto di un sisma anche in termini energetici

- Il terremoto è trasmissione di energia
- Quanta energia "entra" nella struttura?
(dipende dalle sue caratteristiche dinamiche)
- In che modo viene dissipata questa energia?

Equazione del moto (equilibrio dinamico)



$$u_t = u_g + u \quad \text{spostamento totale ovvero "assoluto"}$$

\dot{u} velocità relativa

\ddot{u}_t accelerazione assoluta

Equilibrio dinamico:

$$m \ddot{u}_t + c \dot{u} + f_s = 0$$

forza d'inerzia — $m \ddot{u}_t$ — forza di richiamo — f_s
smorzamento viscoso — $c \dot{u}$

Equazione di bilancio energetico (in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$m \ddot{u}_t + c \dot{u} + f_s = 0$$



$$\int_0^{t_0} m \ddot{u}_t du + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du = 0$$

$$\ddot{u}_t = \ddot{u} + \ddot{u}_g$$

$$\int_0^{t_0} m \ddot{u}_t du = \int_0^{t_0} m (\ddot{u} + \ddot{u}_g) du = \int_0^{t_0} m \ddot{u} du + \int_0^{t_0} m \ddot{u}_g du$$

$$\int_0^{t_0} m \ddot{u} du = \int_0^{t_0} m \frac{d\dot{u}}{dt} du = \int_0^{t_0} m \dot{u} d\dot{u} = \frac{1}{2} m \dot{u}^2_{(t_0)}$$

Equazione di bilancio energetico (in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$m \ddot{u}_t + c \dot{u} + f_s = 0$$



$$\int_0^{t_0} m \ddot{u}_t du + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du = 0$$



$$\frac{1}{2} m \dot{u}^2_{(t_0)} + \int_0^{t_0} m \ddot{u}_g du + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du = 0$$

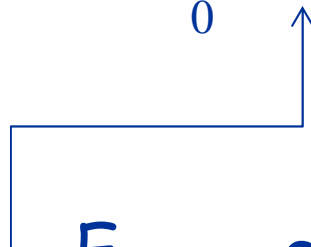


$$-\int_0^{t_0} m \ddot{u}_g du = \frac{1}{2} m \dot{u}^2_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du$$

Equazione di bilancio energetico (in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$-\int_0^{t_0} m \ddot{u}_g du = \frac{1}{2} m \dot{u}^2_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du$$



$E_{i,r}$

energia di ingresso relativa

lavoro della forza d'inerzia (massa per accelerazione del terreno) per lo spostamento relativo

Equazione di bilancio energetico (in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$-\int_0^{t_0} m \ddot{u}_g du = \frac{1}{2} m \dot{u}^2_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du$$

$E_{k,r}$

energia cinetica relativa

al termine dell'evento sismico la struttura si ferma
e la sua energia cinetica si annulla

Equazione di bilancio energetico (in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$-\int_0^{t_0} m \ddot{u}_g du = \frac{1}{2} m \dot{u}^2_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du$$

E_v energia viscosa

Equazione di bilancio energetico (in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$-\int_0^{t_0} m \ddot{u}_g du = \frac{1}{2} m \dot{u}^2_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du$$

E_s energia di richiamo

se il comportamento della struttura è elastico lineare ($f_s = k u$) al termine dell'evento sismico lo spostamento è nullo è l'energia di richiamo si annulla
se il comportamento non è lineare questa energia è dissipata per comportamento isteretico (si indica con E_h)

Equazione di bilancio energetico (in termini assoluti)

- È possibile scrivere le equazioni anche in termini assoluti, anziché relativi

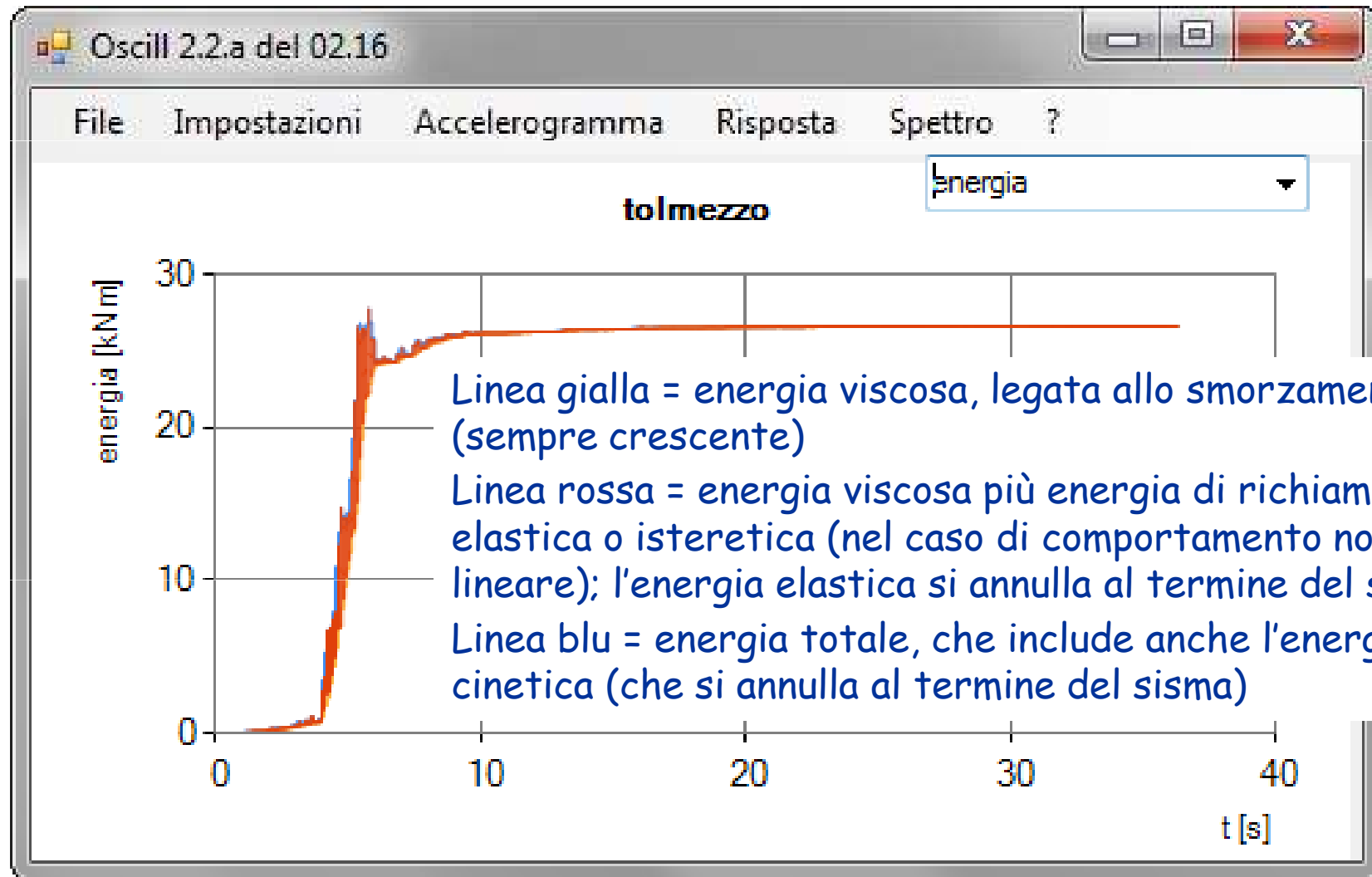
$$\int_0^{t_0} m \ddot{u}_t du_g = \frac{1}{2} m \dot{u}_{t(t_0)}^2 + \int_0^{t_0} c \dot{u} du + \int_0^{t_0} f_s du$$

$E_{i,a}$ energia di ingresso assoluta

$E_{k,a}$ energia cinetica assoluta

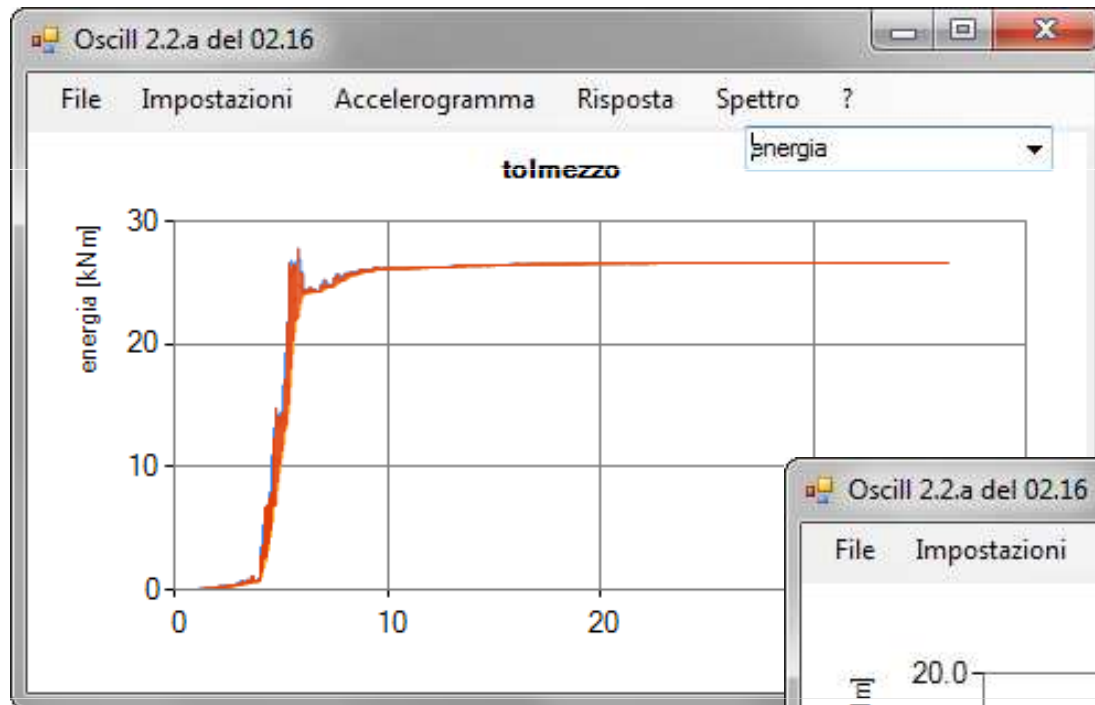
ma si preferisce lavorare numericamente in termini relativi anziché assoluti per evitare problemi connessi alla valutazione di spostamento e velocità del terreno

Risposta dell'oscillatore programma Oscill



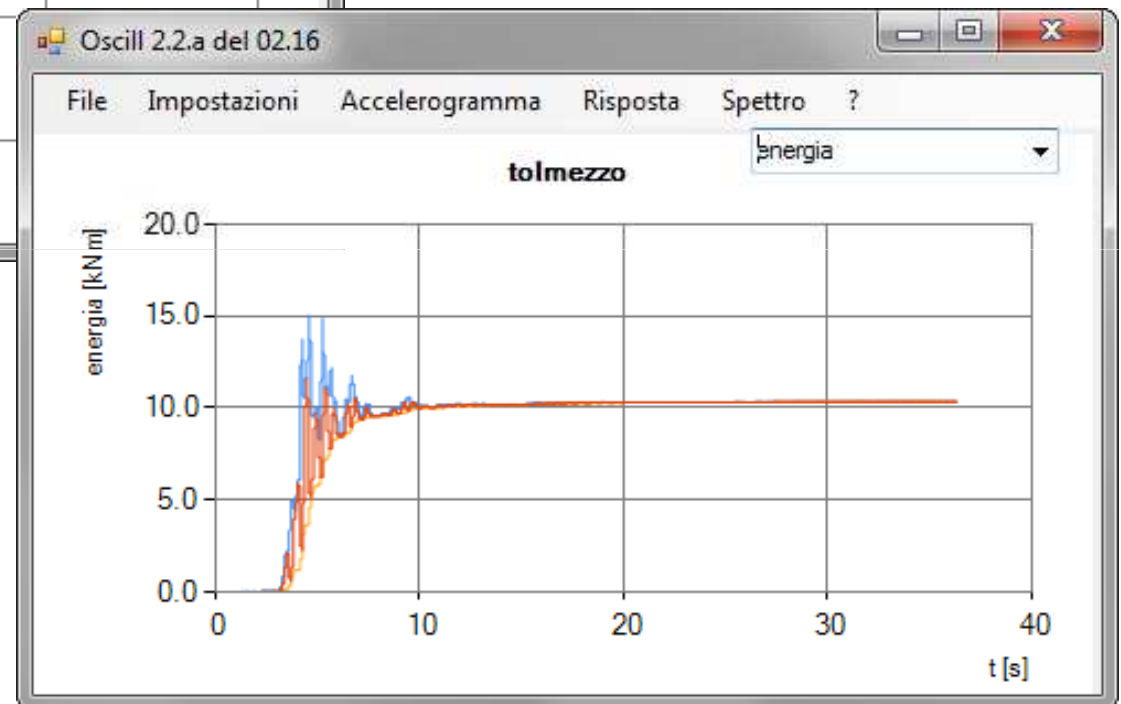
Risposta dell'oscillatore programma Oscill

L'energia
dipende dalle
caratteristiche
dell'oscillatore



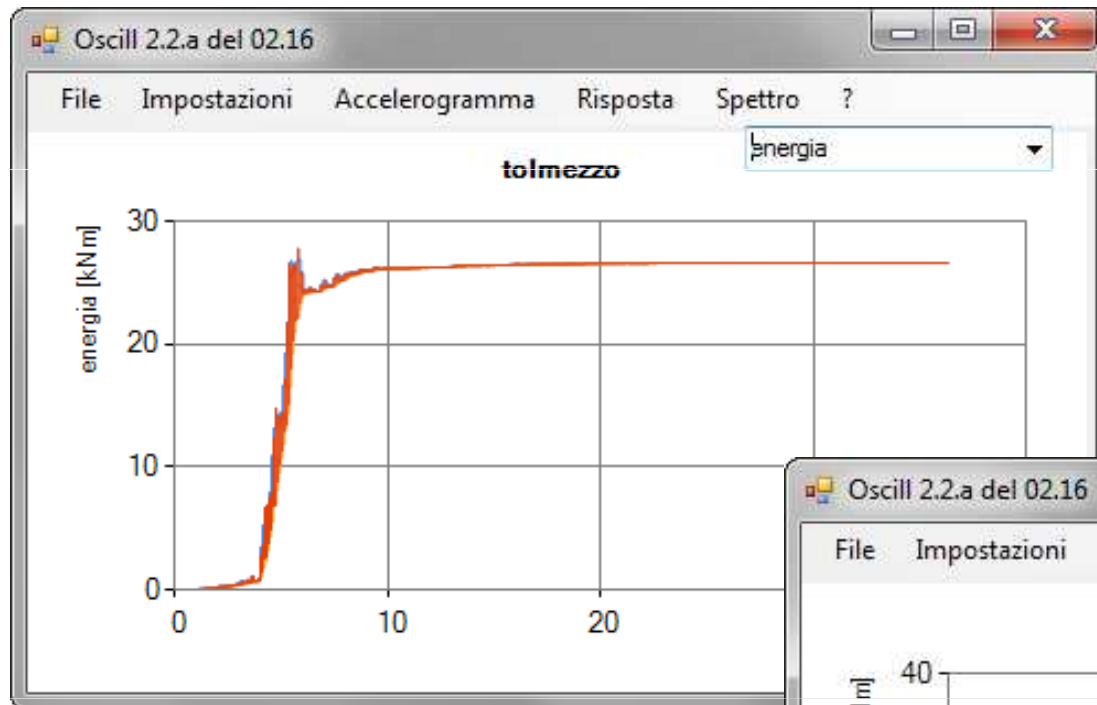
Oscillatore con
 $T=0.25 \text{ s} - \xi=0.05$

Oscillatore con
 $T=1.00 \text{ s} - \xi=0.05$



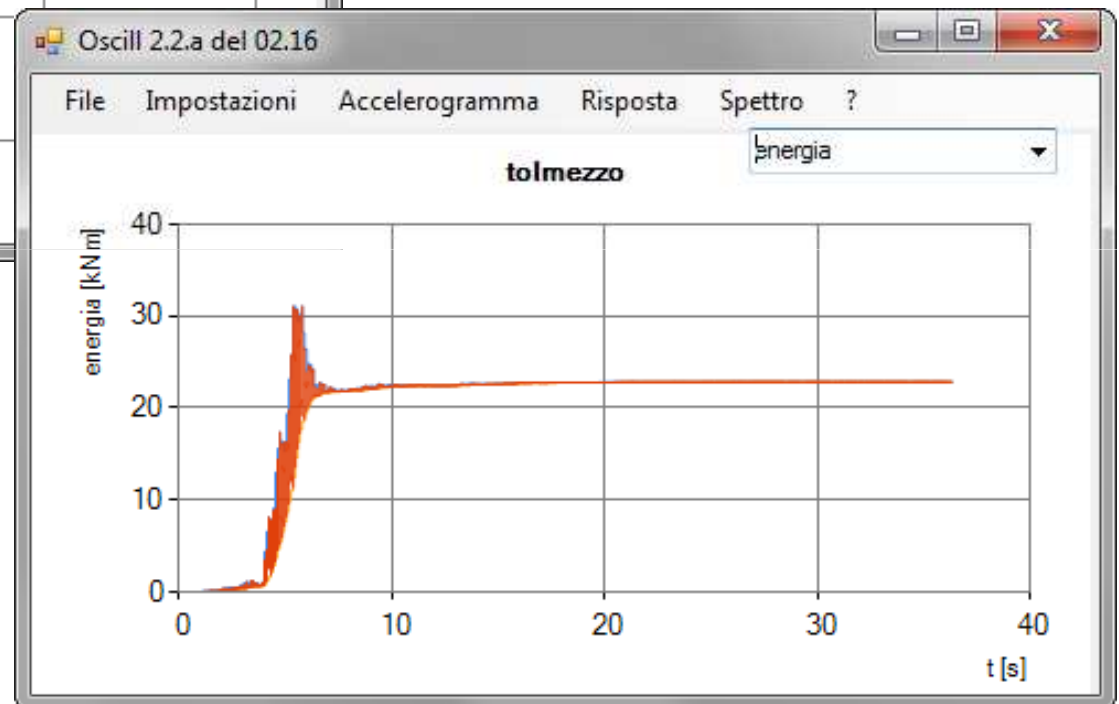
Risposta dell'oscillatore programma Oscill

L'energia
dipende dalle
caratteristiche
dell'oscillatore



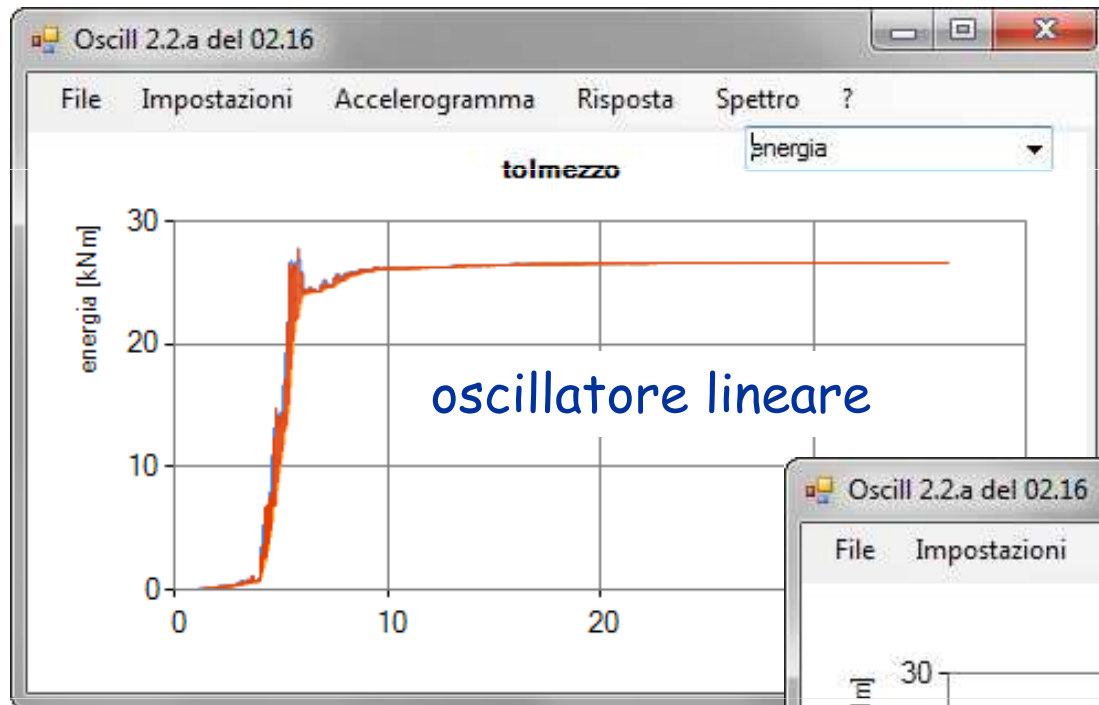
Oscillatore con
 $T=0.25 \text{ s} - \xi=0.05$

Oscillatore con
 $T=0.25 \text{ s} - \xi=0.02$



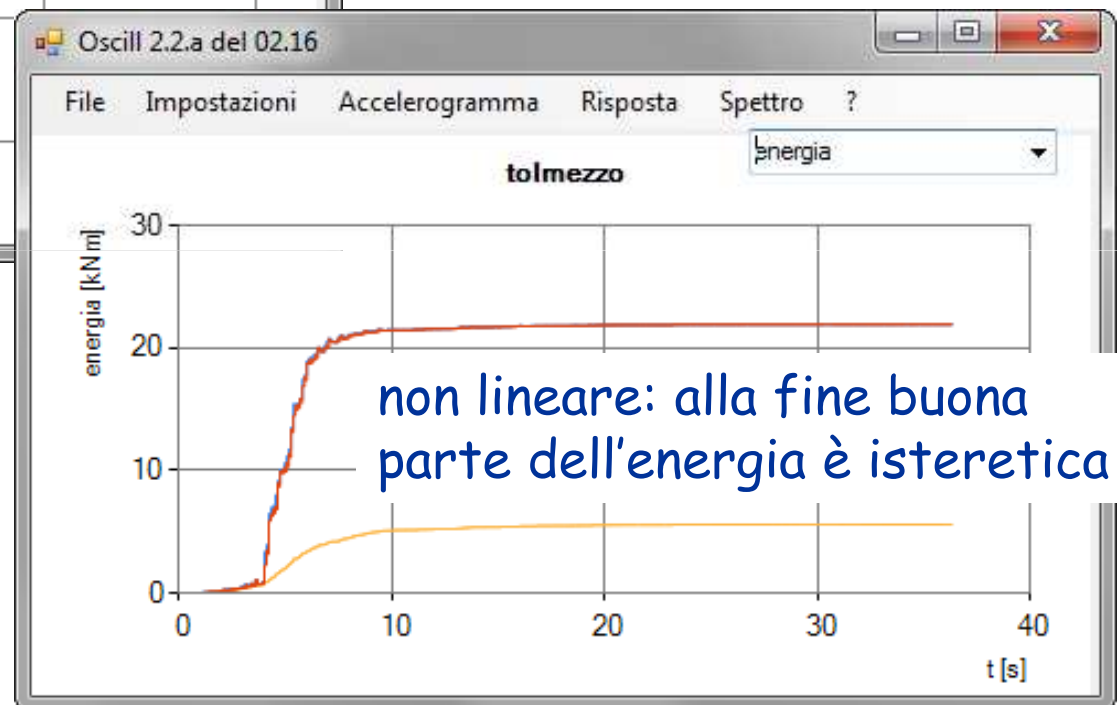
Risposta dell'oscillatore programma Oscill

L'energia
dipende dalle
caratteristiche
dell'oscillatore



Oscillatore con
 $T=0.25\text{ s} - \xi=0.05$

Oscillatore con
 $T=0.25\text{ s} - \xi=0.05$



Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima per schemi con periodo diverso

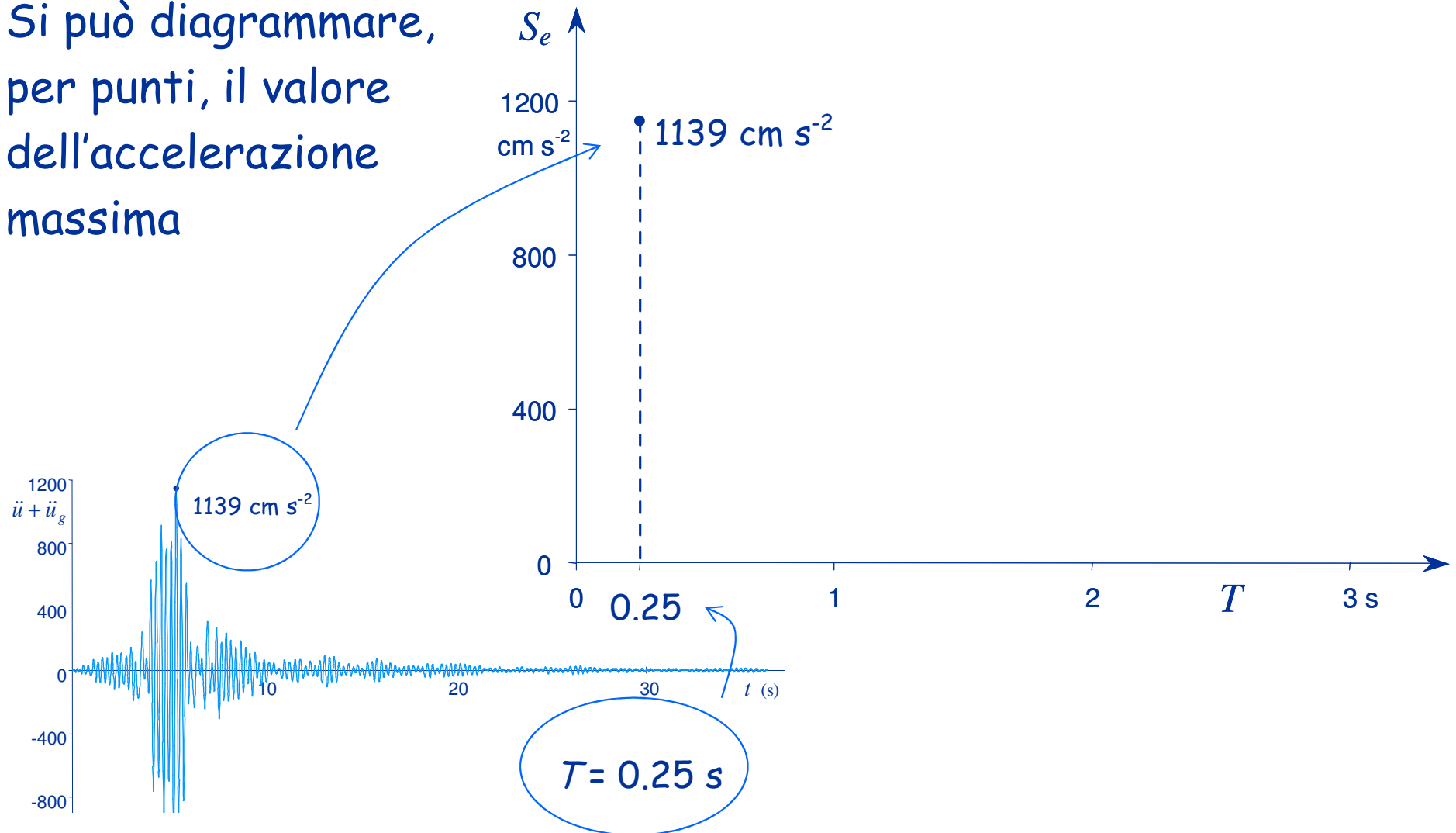


In genere ci interessa la risposta massima, non quello che succede istante per istante

Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)

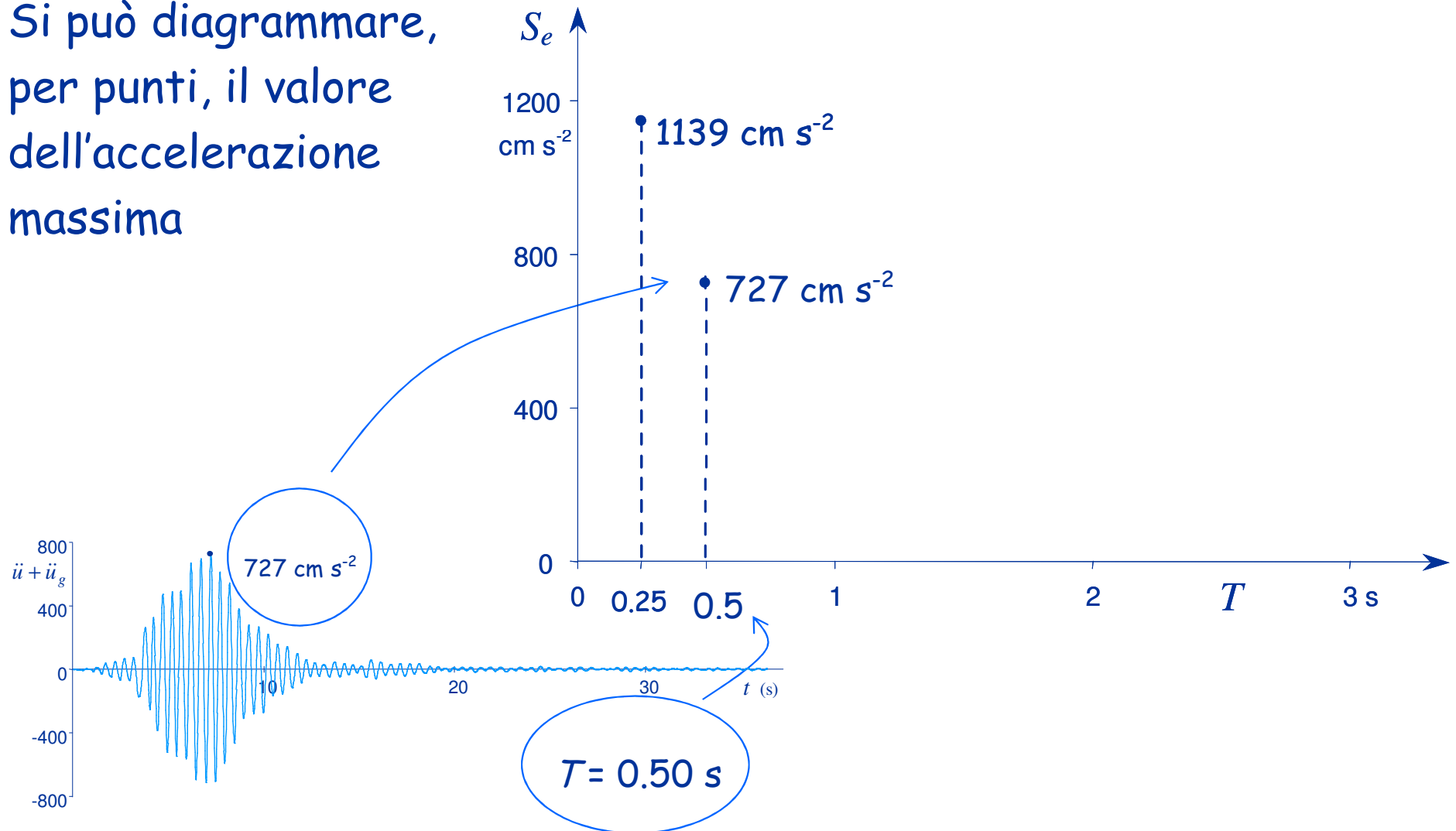
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)

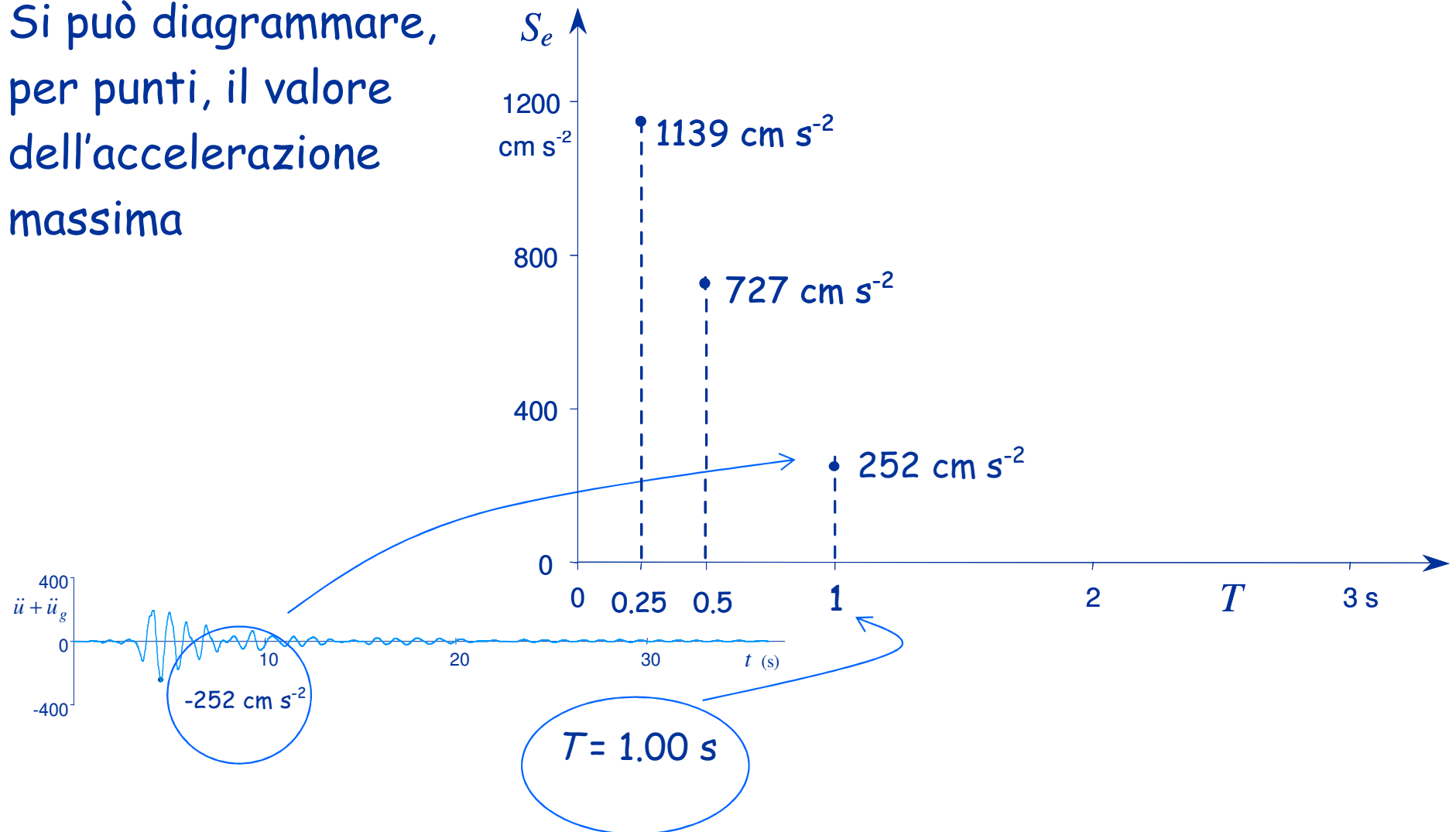
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Oscillazioni forzate

(moto del terreno - accelerogramma)

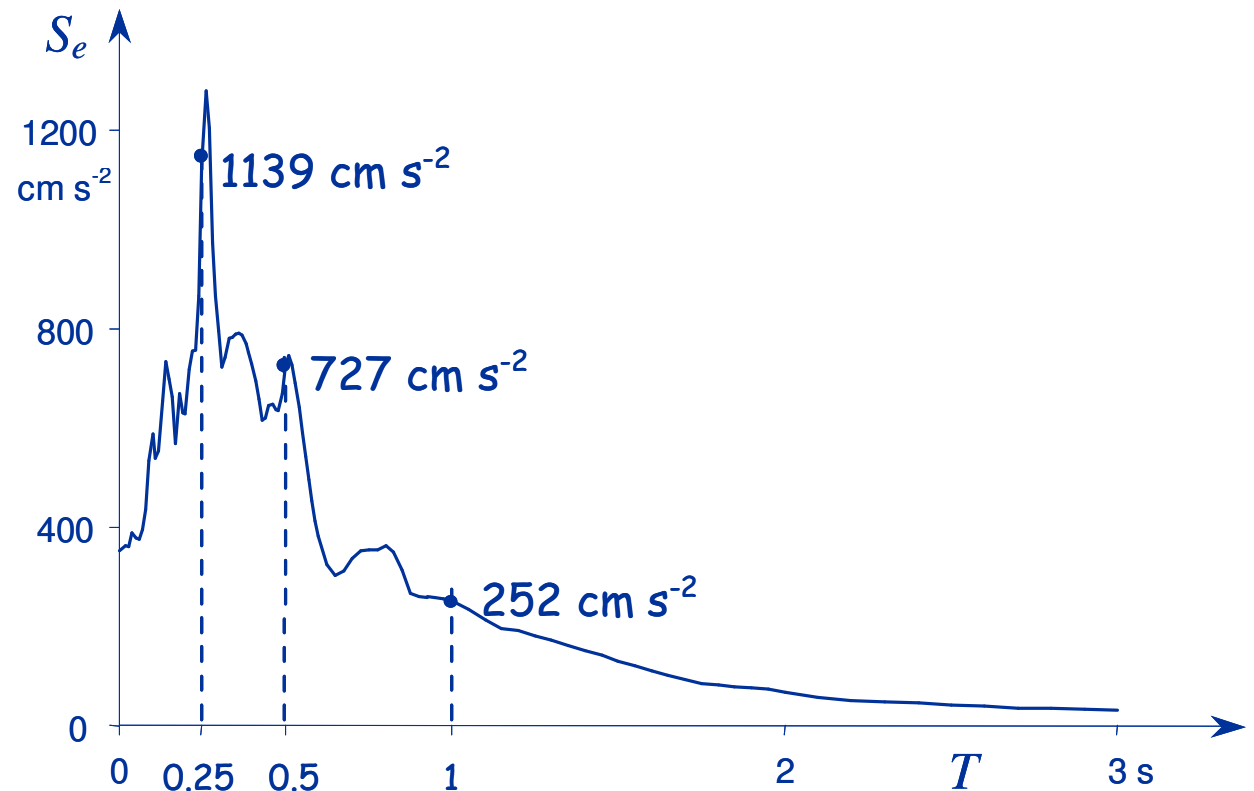
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Oscillazioni forzate

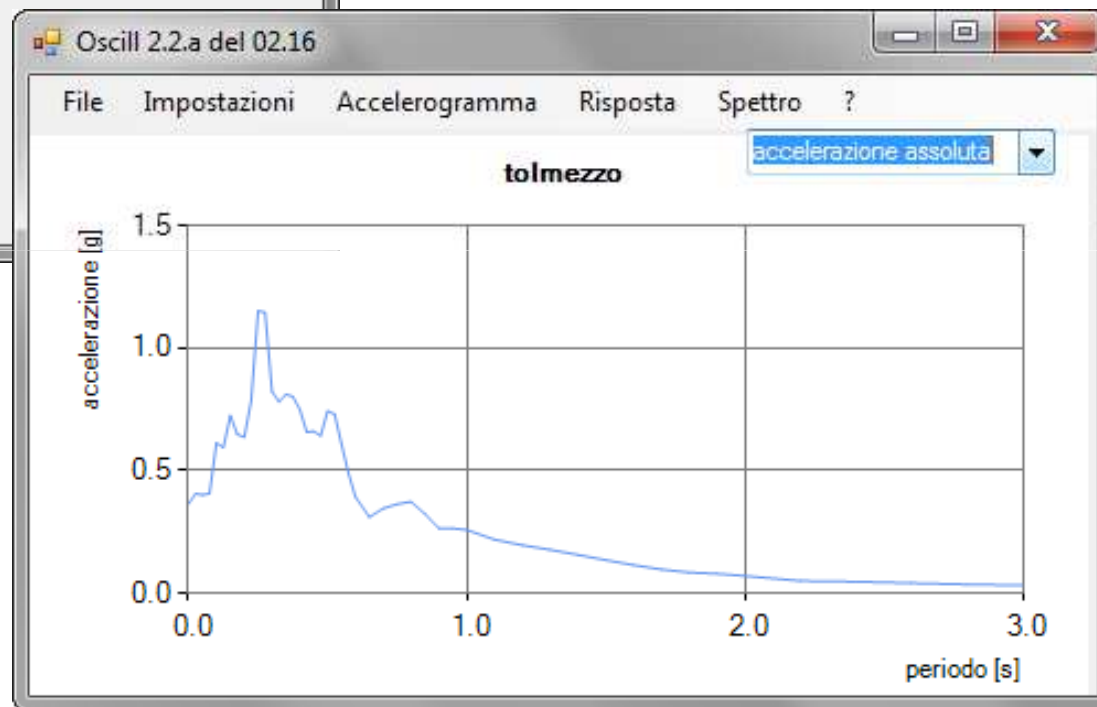
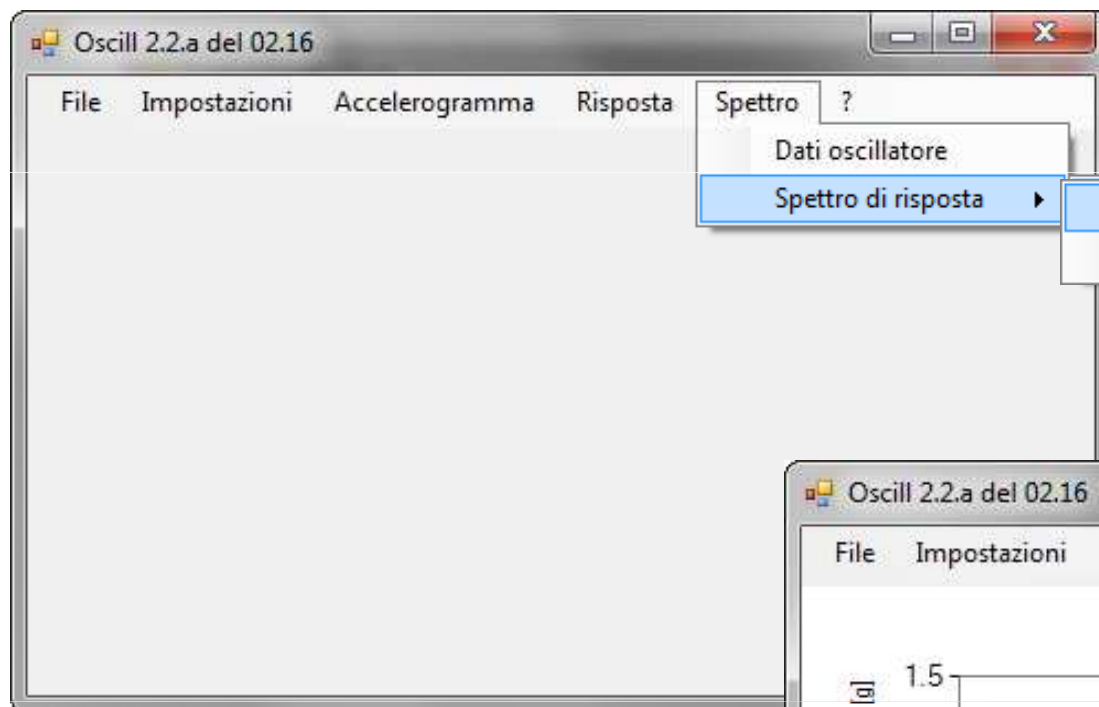
Spettro di risposta

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Il diagramma ottenuto unendo i vari punti viene detto "spettro di risposta" (in termini di accelerazione)

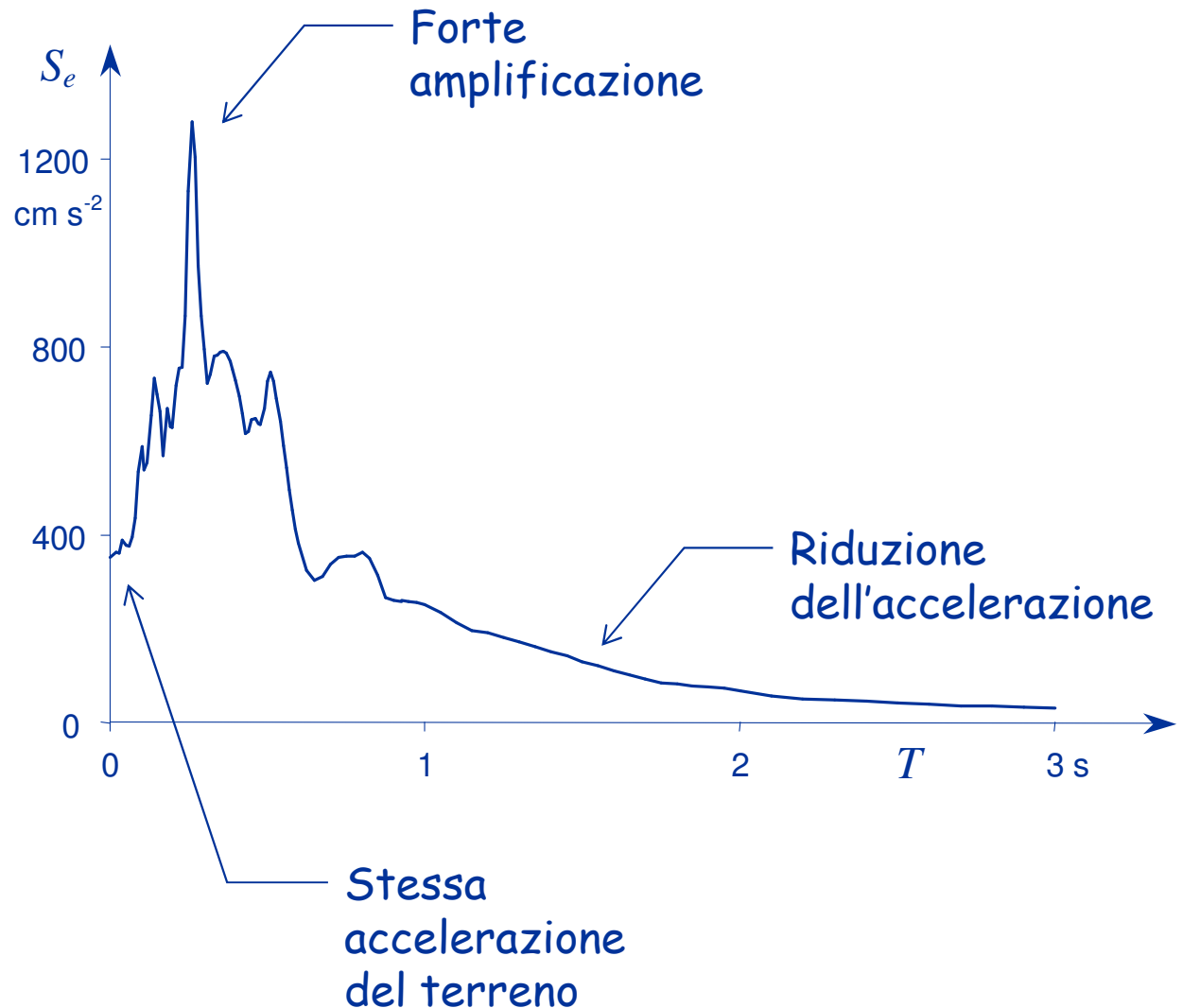
Spettro di risposta programma Oscill



Oscillazioni forzate

Spettro di risposta (accelerazione)

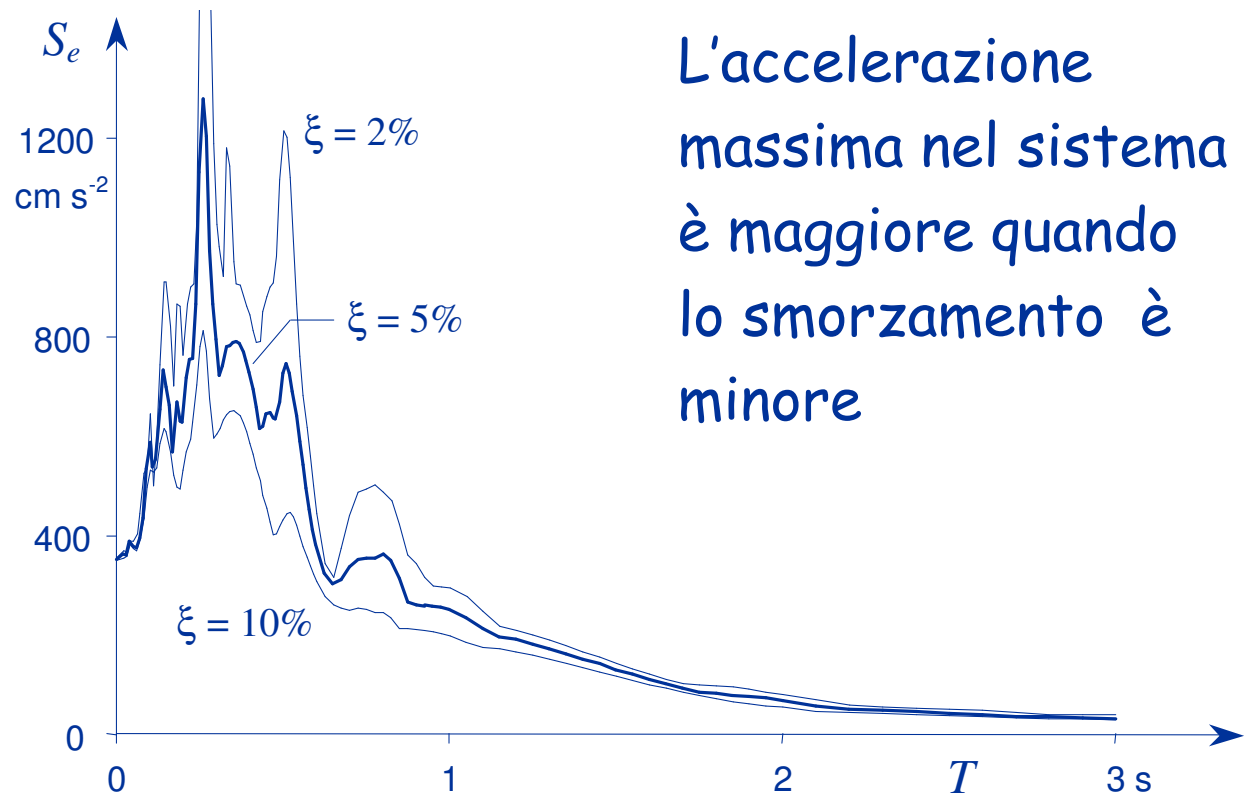
L'andamento dell'accelerazione massima in funzione del periodo proprio ha un andamento ben preciso



Oscillazioni forzate

Spettro di risposta (accelerazione)

Al variare dello smorzamento si ottengono diverse curve

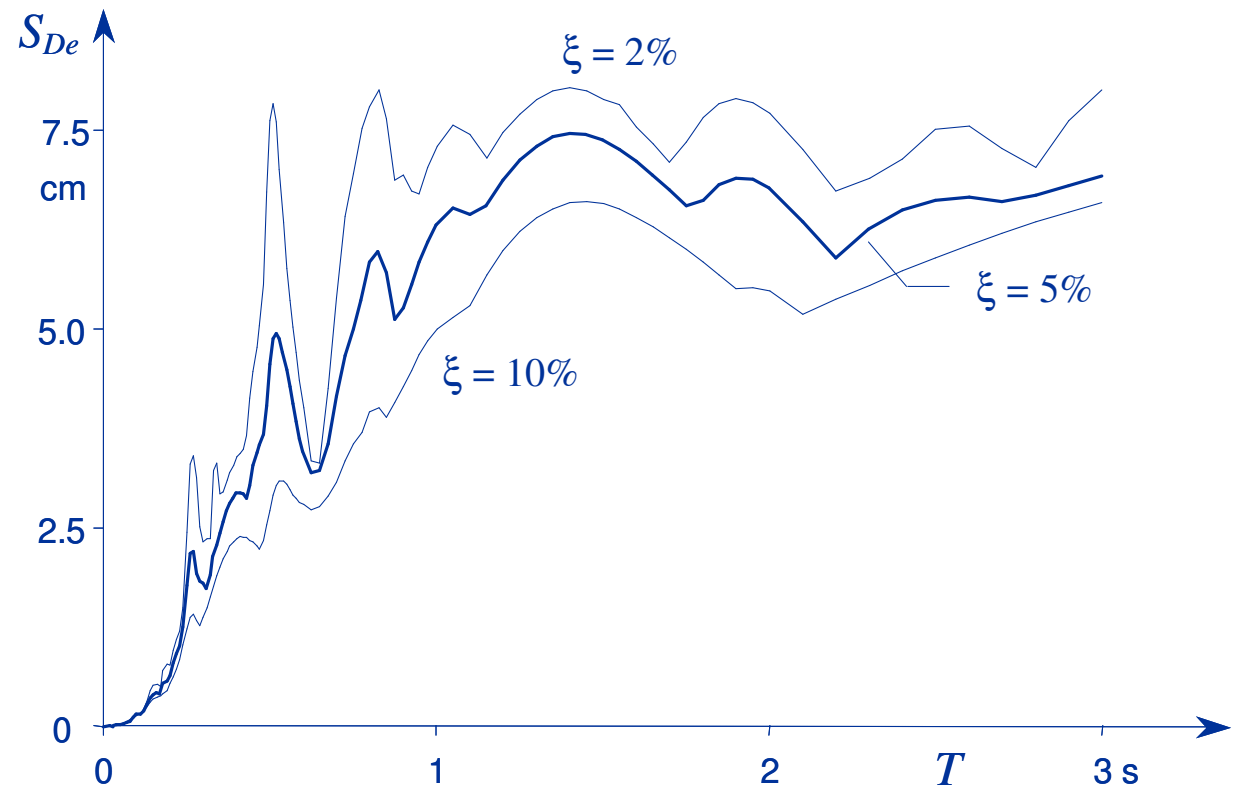


L'accelerazione massima nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore

Oscillazioni forzate

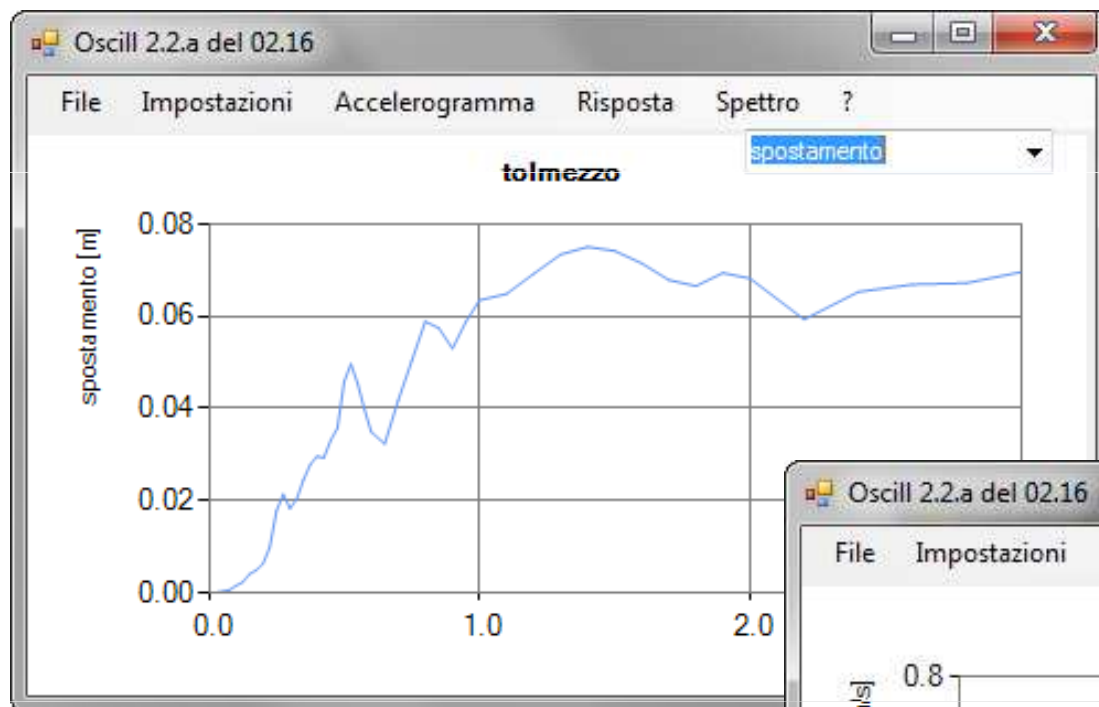
Spettro di risposta (spostamento)

Allo stesso modo si può diagrammare lo spostamento relativo massimo in funzione del periodo

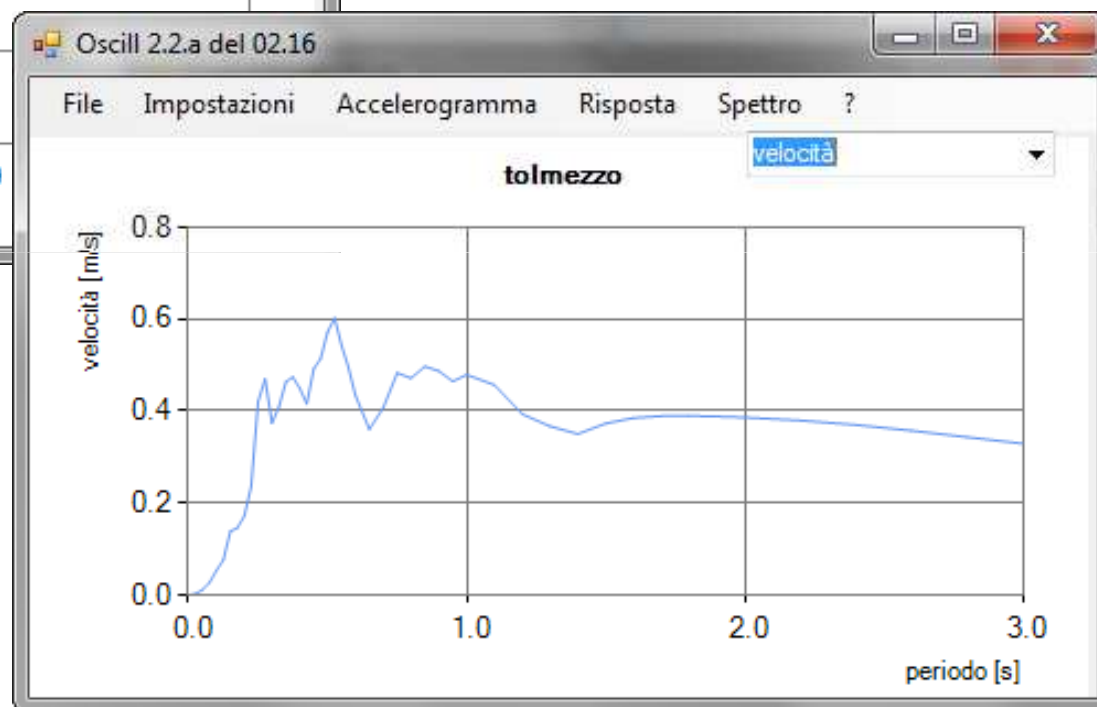


Il diagramma così ottenuto viene detto "spettro di risposta" (in termini di spostamento)

Spettro di risposta programma Oscill



spostamento



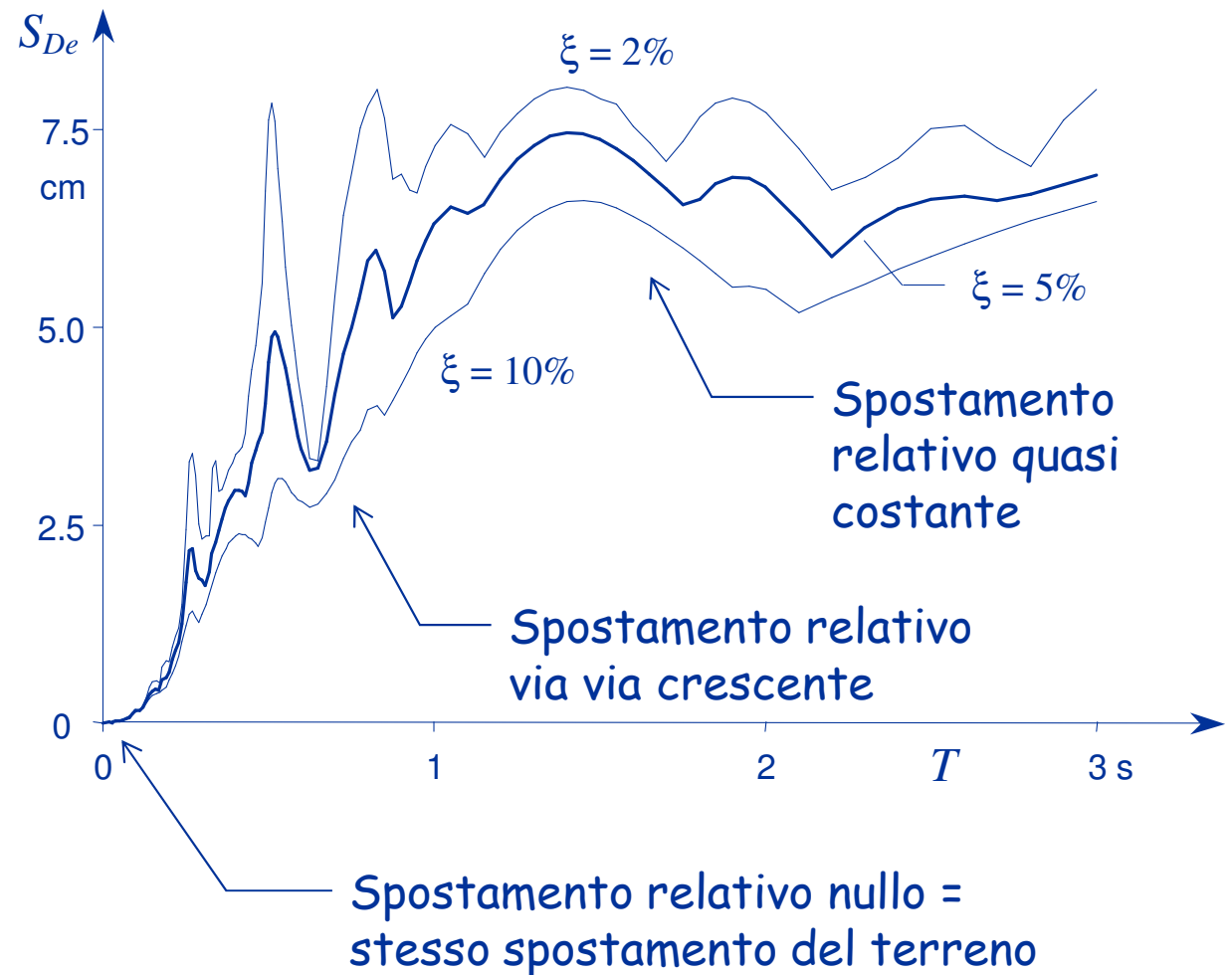
velocità

Oscillazioni forzate

Spettro di risposta (spostamento)

Si noti l'andamento dello spostamento relativo massima in funzione del periodo proprio

Lo spostamento massimo nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore



Oscillazioni forzate

Spettri di risposta (accelerazione-spostamento)

Nota:

- Se lo smorzamento fosse nullo, accelerazione massima e spostamento massimo si raggiungerebbero nello stesso istante
- Con i reali smorzamenti il valore massimo dell'accelerazione assoluta è vicino ma non identico al valore che si ha nell'istante in cui si ha lo spostamento massimo (questo è detto pseudo-accelerazione massima)

La differenza è comunque trascurabile

- I valori dello spettro in termini di spostamento e pseudo-accelerazione sono legati analiticamente dalla relazione

$$|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 u$$

Relazione tra i valori massimi di spostamento relativo e accelerazione assoluta

Equazione del moto:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

Quando lo spostamento relativo u
è massimo la sua derivata è nulla

$$u = u_{\max} \Rightarrow \dot{u} = 0$$

Si ha allora:

$$m \ddot{u} + k u_{\max} = -m \ddot{u}_g$$

$$k u_{\max} = -m (\ddot{u} + \ddot{u}_g)$$

$$|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \frac{k}{m} u_{\max} = \left(\frac{2 \pi}{T} \right)^2 u_{\max}$$

$$\text{perché } T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Relazione tra i valori massimi di spostamento relativo e accelerazione assoluta

La quantità $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$
viene detta pseudoaccelerazione

Essa coincide con l'accelerazione
assoluta quando lo smorzamento
è nullo

L'accelerazione assoluta massima e la pseudoaccelerazione massima
a rigore sono diverse, ma in sostanza sono praticamente coincidenti

La relazione $|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$

consente di passare dai valori massimi dello spostamento a quelli
massimi dell'accelerazione assoluta, e viceversa

A cosa servono gli spettri?

Per una valutazione "a posteriori" dell'effetto provocato da un evento sismico ben definito:

- Se si vuole determinare la time history occorre usare il procedimento numerico descritto
- Se basta conoscere la risposta massima si può utilizzare lo spettro di risposta dell'accelerogramma

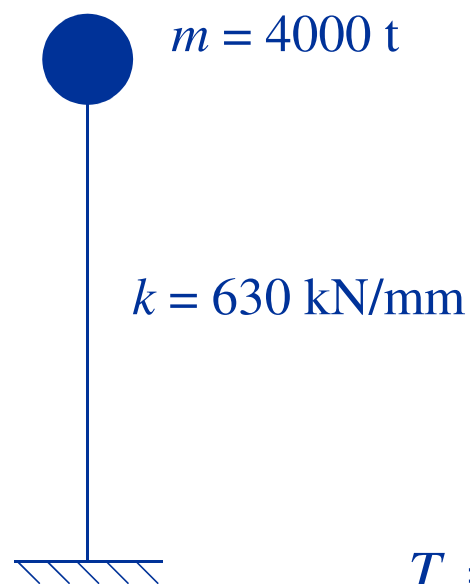
In tal modo è possibile determinare:

- Sollecitazioni massime
- Spostamenti massimi

A cosa servono gli spettri?



Foto



Modello
di calcolo

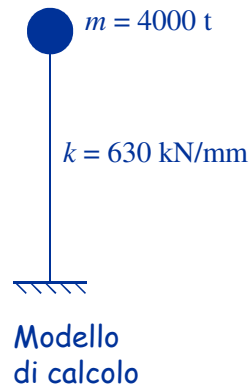
Conoscendo
massa e rigidezza
possiamo
determinare il
periodo proprio

$$\begin{aligned} T &= 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \\ &= 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{4000 \times 10^3}{630 \times 10^6}} = \\ &= 0.5 \text{ s} \end{aligned}$$

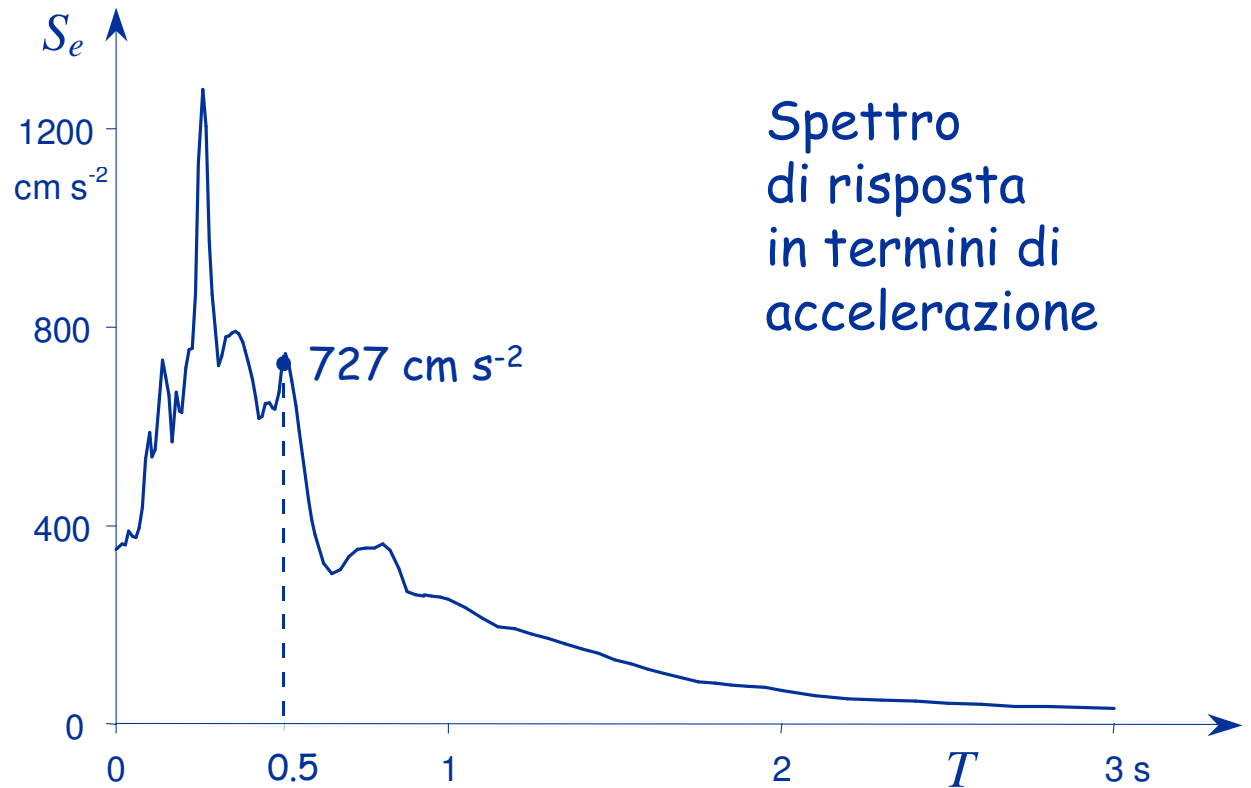
A cosa servono gli spettri?



Foto



$$T = 0.5 \text{ s}$$



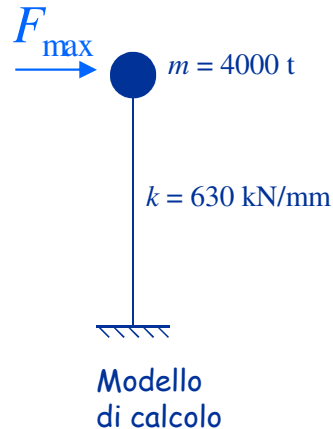
Spettro
di risposta
in termini di
accelerazione

Noto il periodo proprio, possiamo leggere
dallo spettro l'accelerazione assoluta massima $a_{\max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$

A cosa servono gli spettri?



Foto



Ma dall'accelerazione
possiamo ricavare anche la
massima forza d'inerzia

$$F_{\max} = m a_{\max} = 4000 \times 7.27 = 29000 \text{ kN}$$

$$T = 0.5 \text{ s}$$

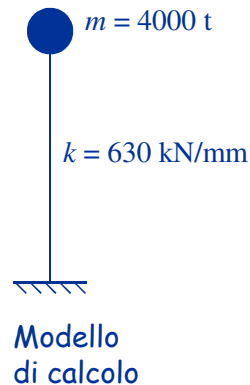
e quindi le massime
sollecitazioni nella struttura,
i massimi spostamenti, ecc.

Idea base del calcolo sismico:
valutare il comportamento dinamico applicando forze statiche

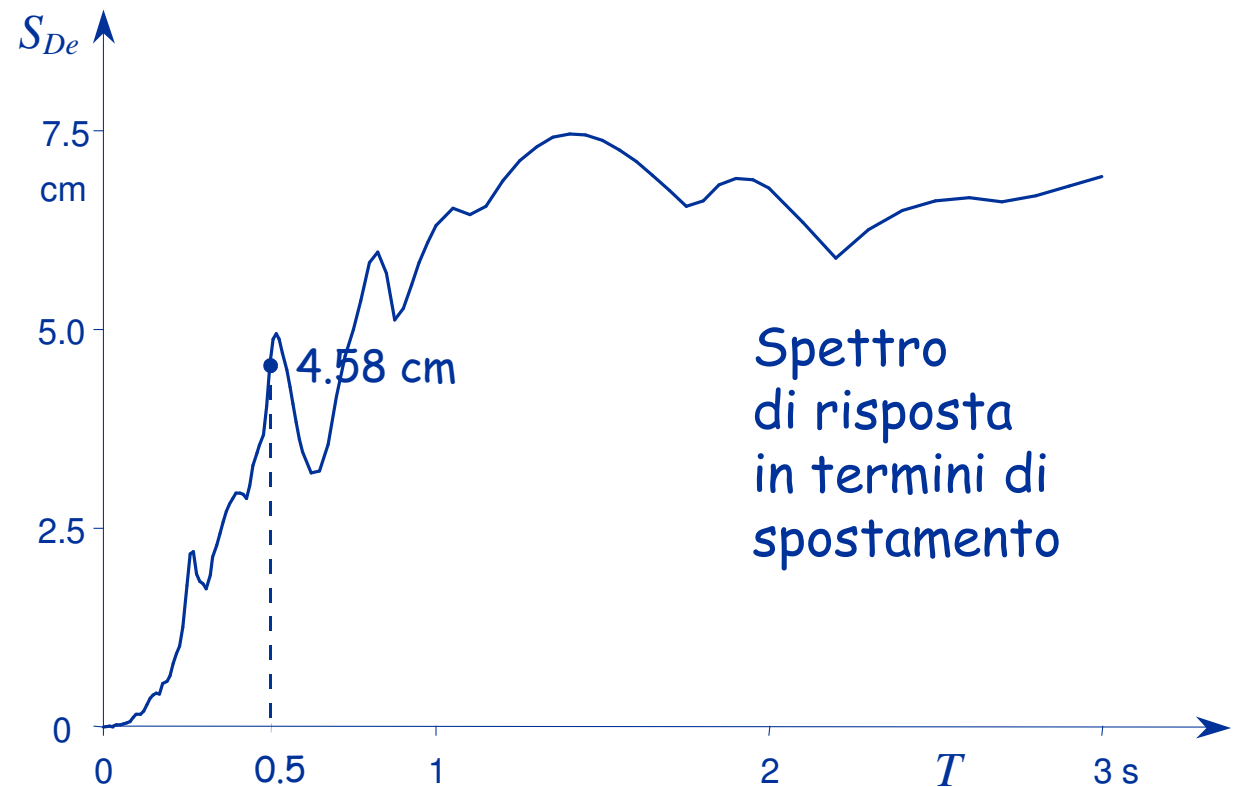
A cosa servono gli spettri?



Foto



$$T = 0.5 \text{ s}$$



Lo spostamento relativo massimo può essere calcolato risolvendo lo schema strutturale con le forze orizzontali applicate

oppure dallo spettro di risposta in termini di spostamento

$$u_{\max} = 4.58 \text{ cm}$$

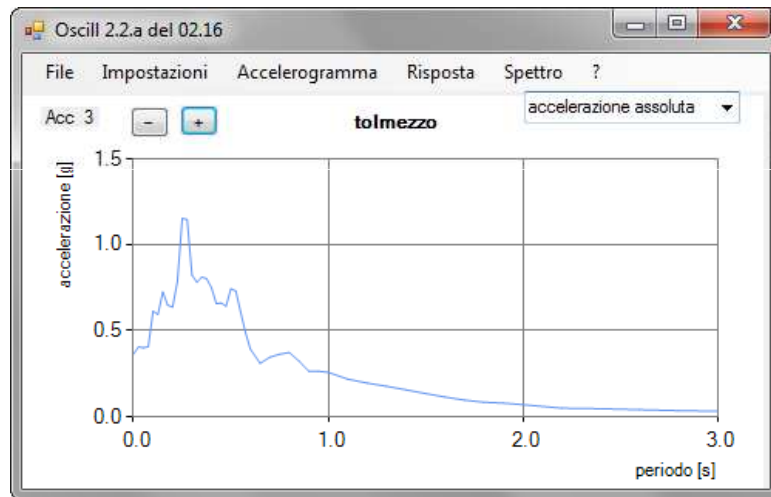
A cosa servono gli spettri?

Conoscere l'accelerogramma corrispondente ad un evento sismico ben definito ed il relativo spettro di risposta consente di valutare "a posteriori" l'effetto provocato da quel sisma

Ma come prevedere cosa succederà per terremoti non ancora avvenuti?

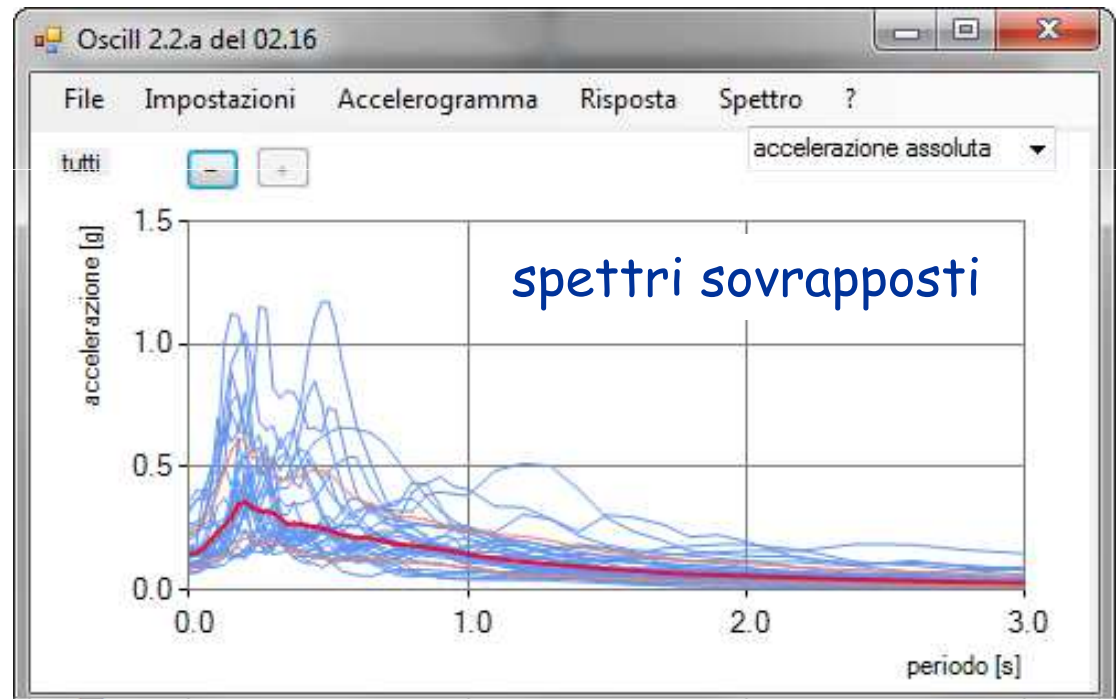
- Si può analizzare dal punto di vista probabilistico l'effetto di un insieme di terremoti già avvenuti in quel sito nel passato

Risposta a più terremoti programma Oscill

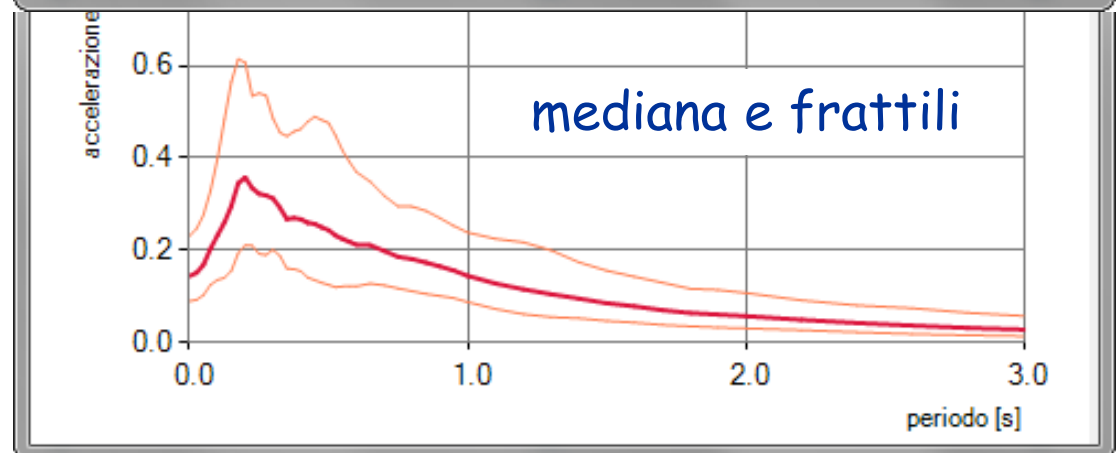


singolo evento

selezionando una
cartella, si
calcolano gli
spettri di tutti i
terremoti

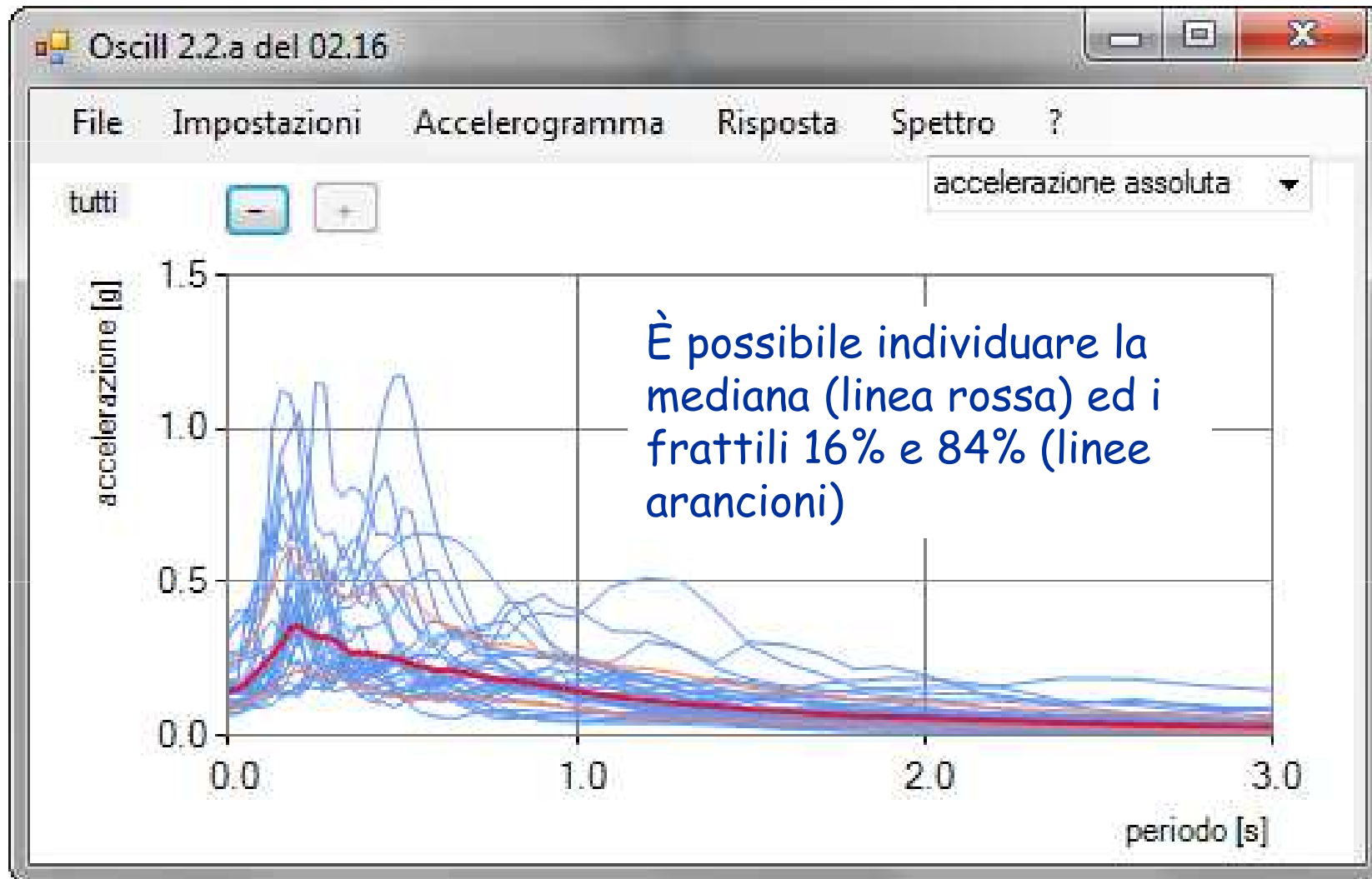


spettri sovrapposti

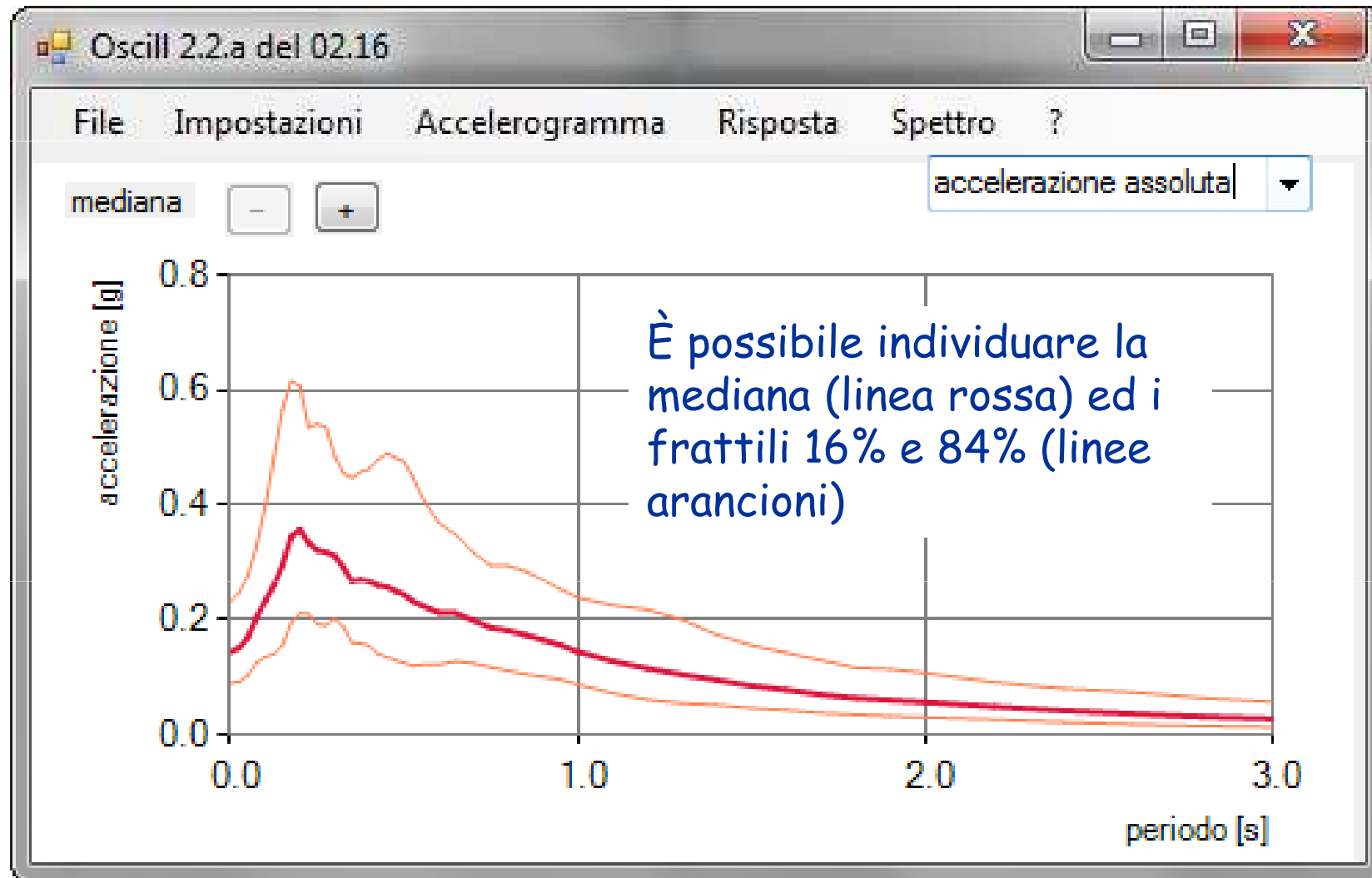


mediana e frattili

Risposta a più terremoti programma Oscill



Risposta a più terremoti programma Oscill



Risposta a più terremoti

- Le analisi svolte nell'ambito del Progetto Finalizzato Geodinamica hanno consentito di individuare, per ogni sito, gli spettri mediano e frattili 16%, 84% corrispondenti a vari periodi di ritorno

ID	Lon	Lat	SA_0.10	SA_0.15	SA_0.20	SA_0.30	SA_0.40	SA_0.50	SA_0.75	SA_1.00	SA_1.50	SA_2.00
24735	12.2649	42.7284	0.3422	0.3928	0.3780	0.3553	0.2848	0.2238	0.1374	0.0960	0.0553	0.0382
24736	12.3330	42.7291	0.3467	0.3978	0.3841	0.3624	0.2918	0.2321	0.1434	0.1003	0.0573	0.0399
24737	12.4010	42.7298	0.3505	0.4045	0.3917	0.3725	0.2997	0.2410	0.1504	0.1052	0.0597	0.0421
24738	12.4691	42.7304	0.3539	0.4136	0.4031	0.3861	0.3125	0.2518				
24739	12.5372	42.7310	0.3601	0.4305	0.4197	0.4045	0.3290	0.2656				
24740	12.6052	42.7315	0.3748	0.4540	0.4467	0.4322	0.3512	0.2842				
24741	12.6733	42.7320	0.4127	0.4907	0.4866	0.4695	0.3822	0.3038				
24742	12.7414	42.7325	0.4641	0.5330	0.5311	0.5123	0.4177	0.3437				
24743	12.8094	42.7329	0.5017	0.5752	0.5721	0.5490	0.4541	0.3698				
24744	12.		36	0.6106	0.6123	0.5792	0.4868	0.3939				
24745	12.		31	0.6219	0.6311	0.5924	0.5054	0.4077				
24746	13.		30	0.6238	0.6369	0.5961	0.5138	0.4161				
24747	13.		11	0.6246	0.6392	0.5980	0.5182	0.4213	0.2708	0.1991	0.1219	0.0783
24748	13.		14	0.6242	0.6389	0.5985	0.5189	0.4227	0.2723	0.2001	0.1230	0.0792
24749	13.2178	42.7346	0.5296	0.6221	0.6355	0.5971	0.5164	0.4215	0.2716	0.1999	0.1229	0.0794
24750	13.2859	42.7348	0.5226	0.6156	0.6262	0.5912	0.5079	0.4158	0.2681	0.1983	0.1209	0.0783
24751	13.3540	42.7349	0.5027	0.5998	0.6061	0.5764	0.4911	0.4038	0.2606	0.1951	0.1171	0.0761

Esempio:

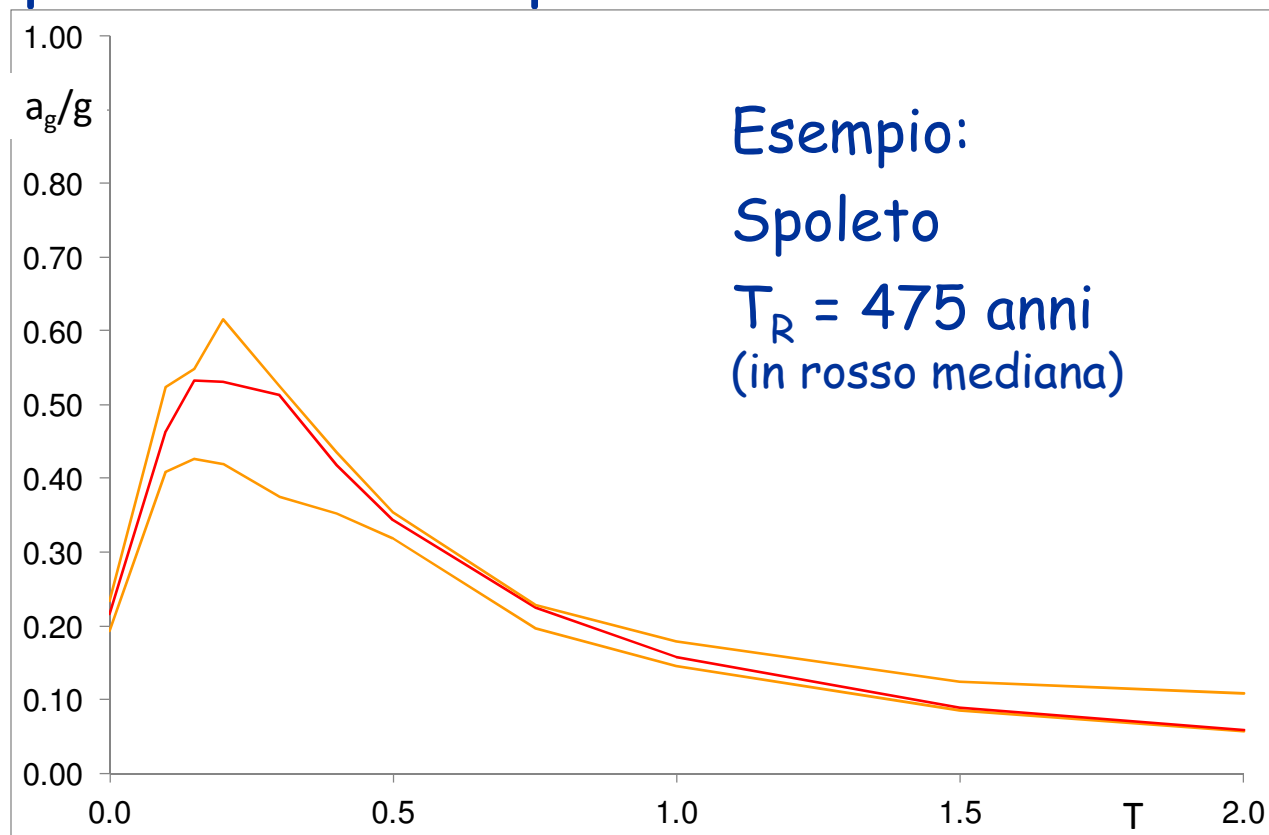
Spoletto

$T_R = 475$ anni
(valore mediana)

punto di
riferimento
(Spoletto)

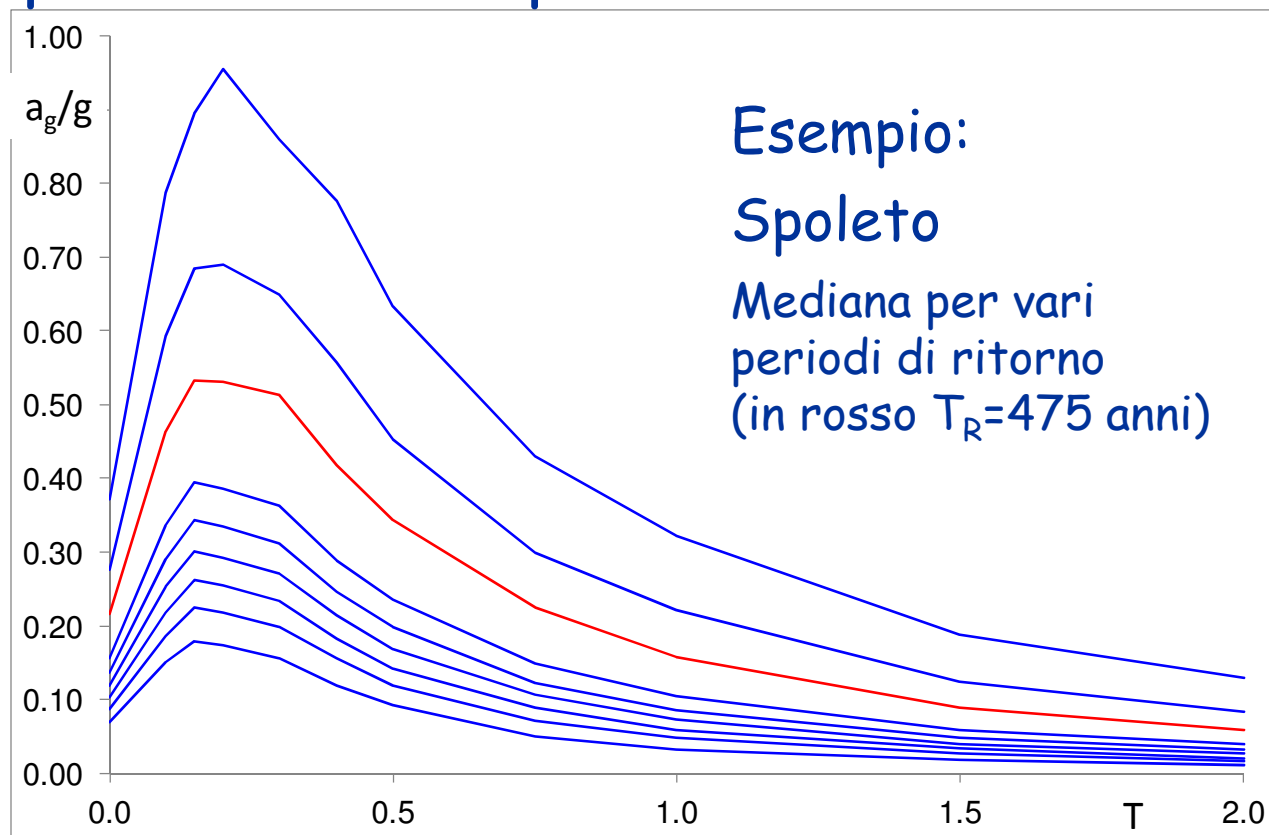
Risposta a più terremoti

- Le analisi svolte nell'ambito del Progetto Finalizzato Geodinamica hanno consentito di individuare, per ogni sito, gli spettri mediano e frattili 16%, 84% corrispondenti a vari periodi di ritorno



Risposta a più terremoti

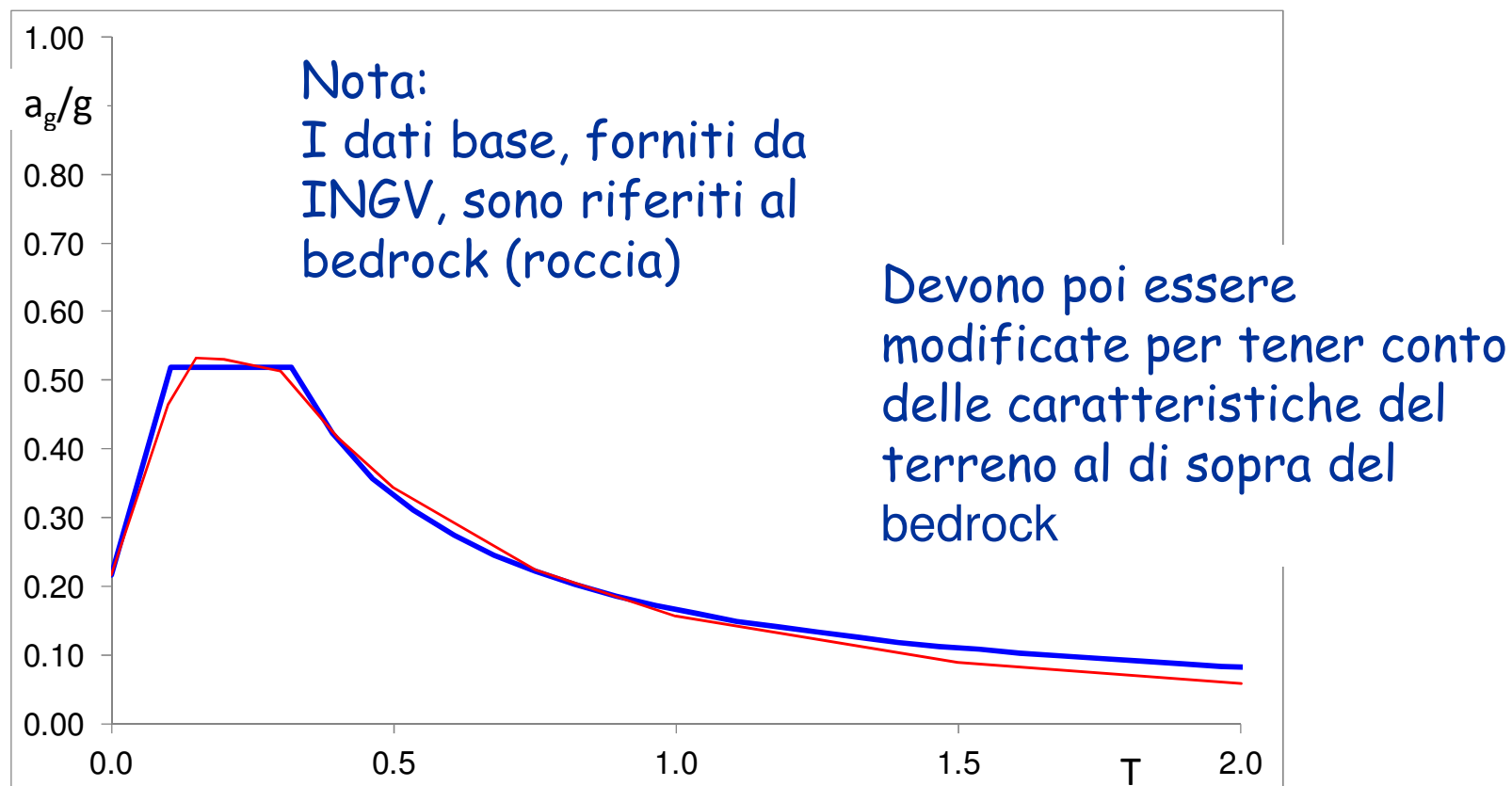
- Le analisi svolte nell'ambito del Progetto Finalizzato Geodinamica hanno consentito di individuare, per ogni sito, gli spettri mediano e frattili 16%, 84% corrispondenti a vari periodi di ritorno



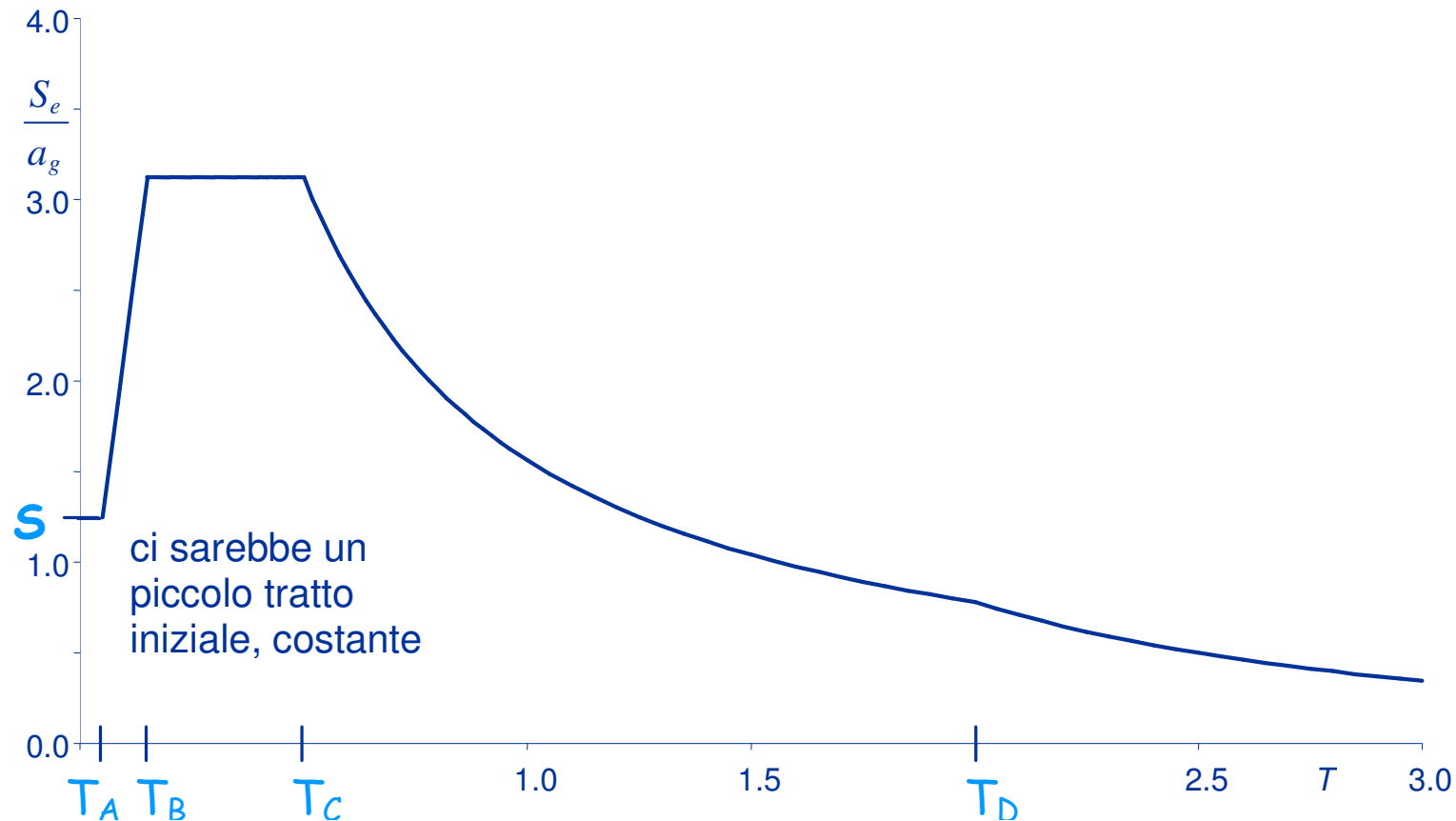
Spettri di risposta elastica NTC 08 (D.M. 14/1/2008)

Spettri di risposta elastica di normativa

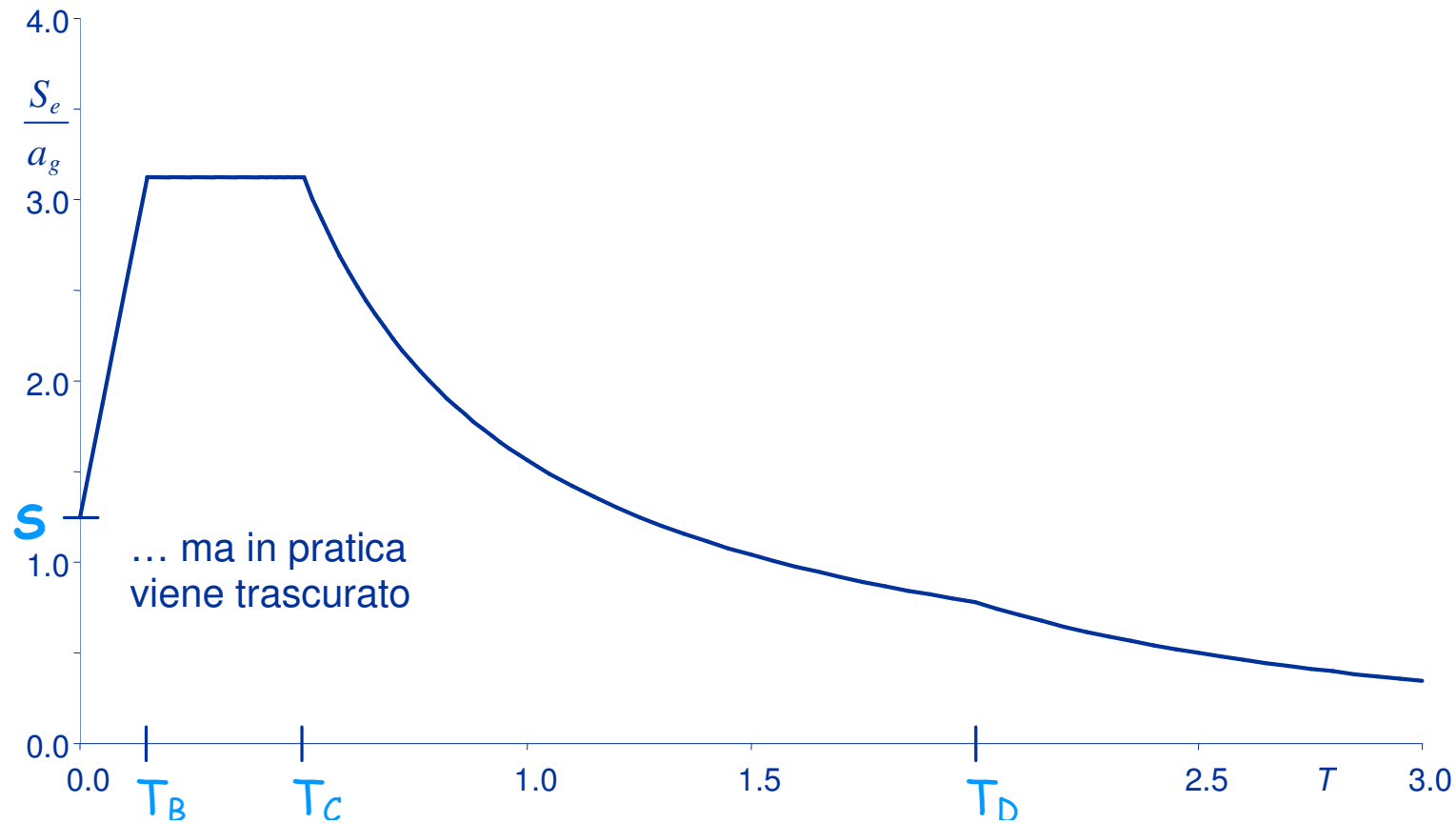
- La forma degli spettri mediani (linea rossa) è stata semplificata (linea blu) in modo da usare le stesse formule (con parametri diversi) per tutti i siti



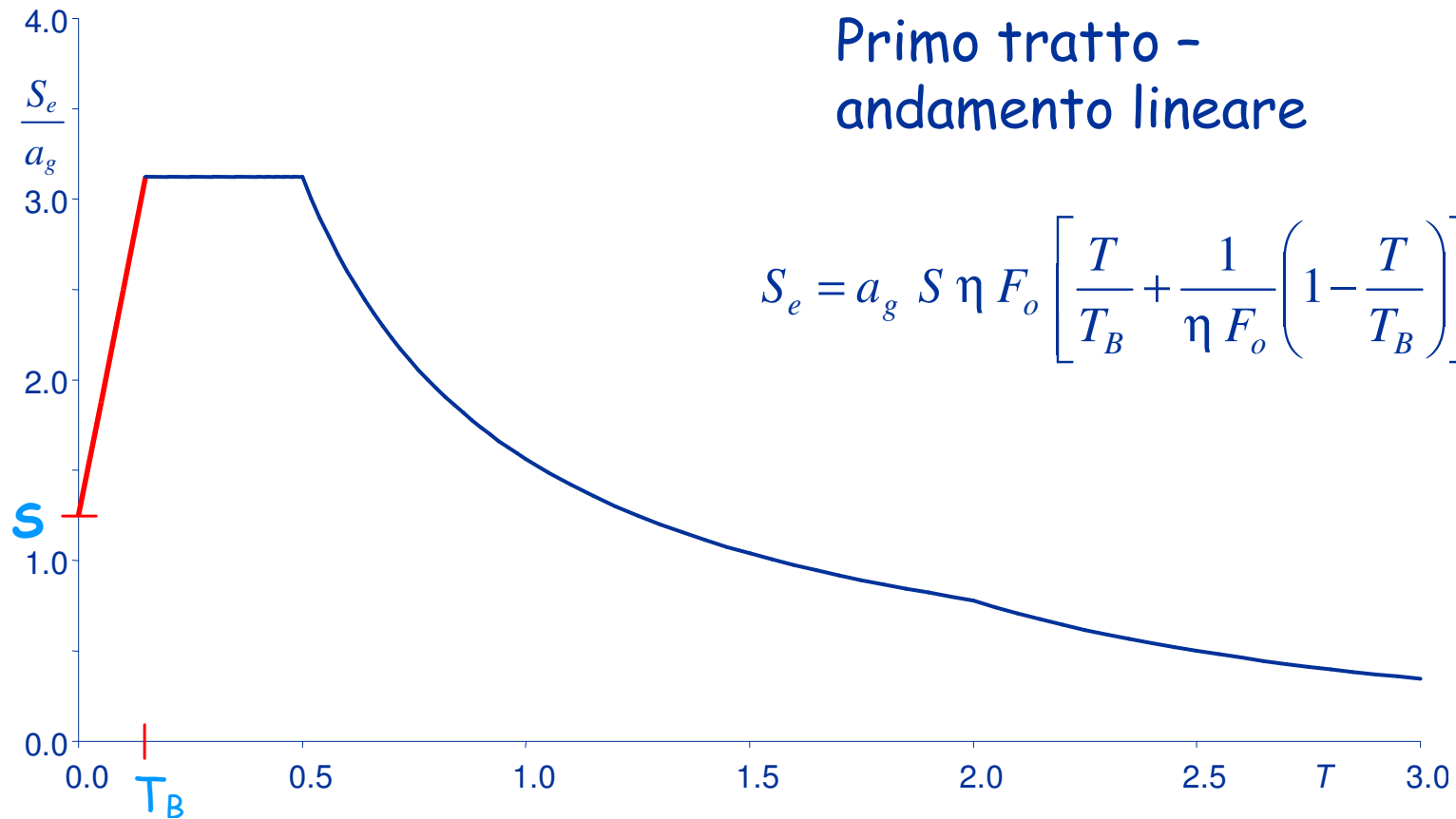
Forma generale degli spettri di risposta elastica



Forma generale degli spettri di risposta elastica



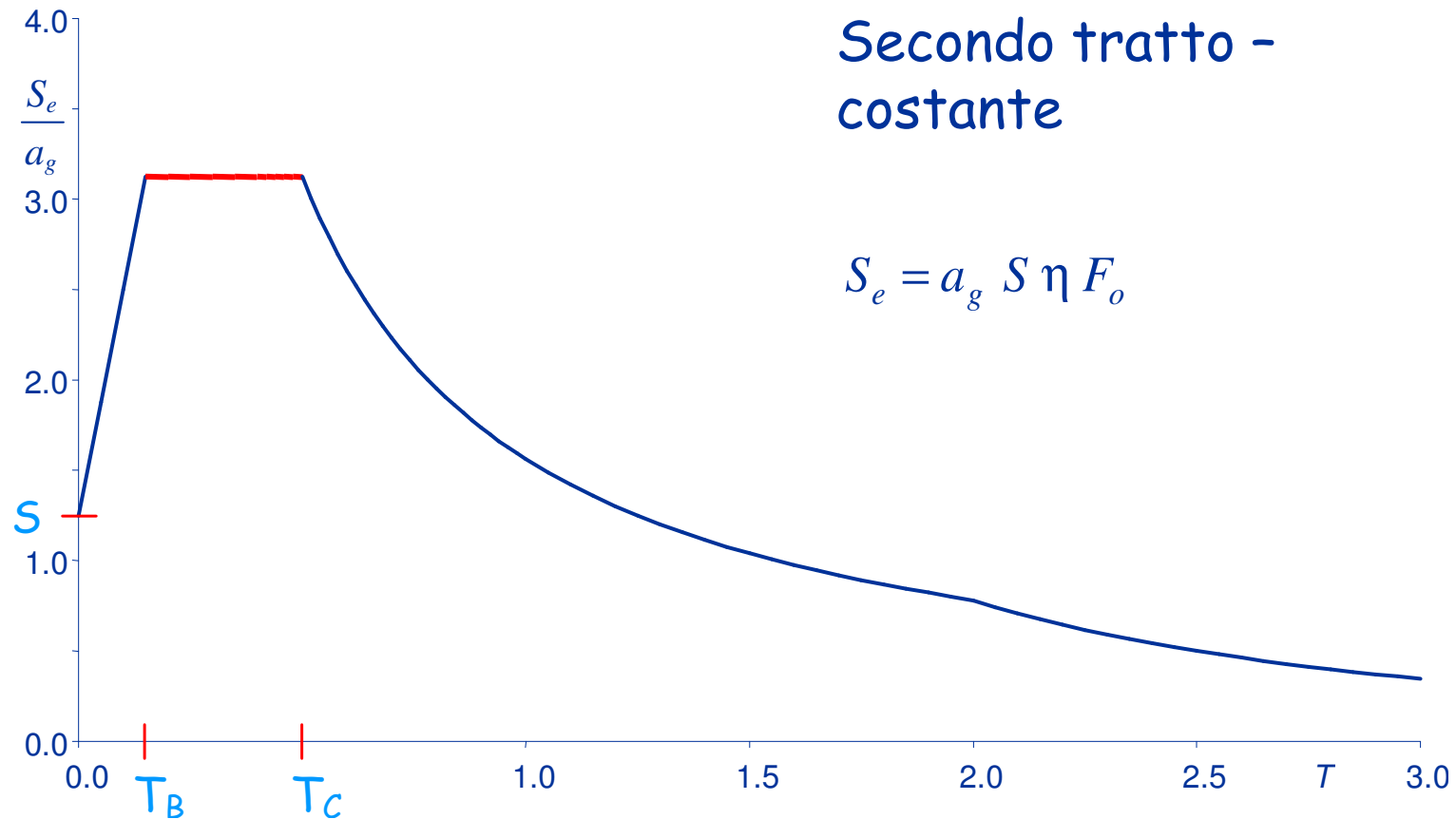
Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



Amplificazione, legata
al tipo di terreno

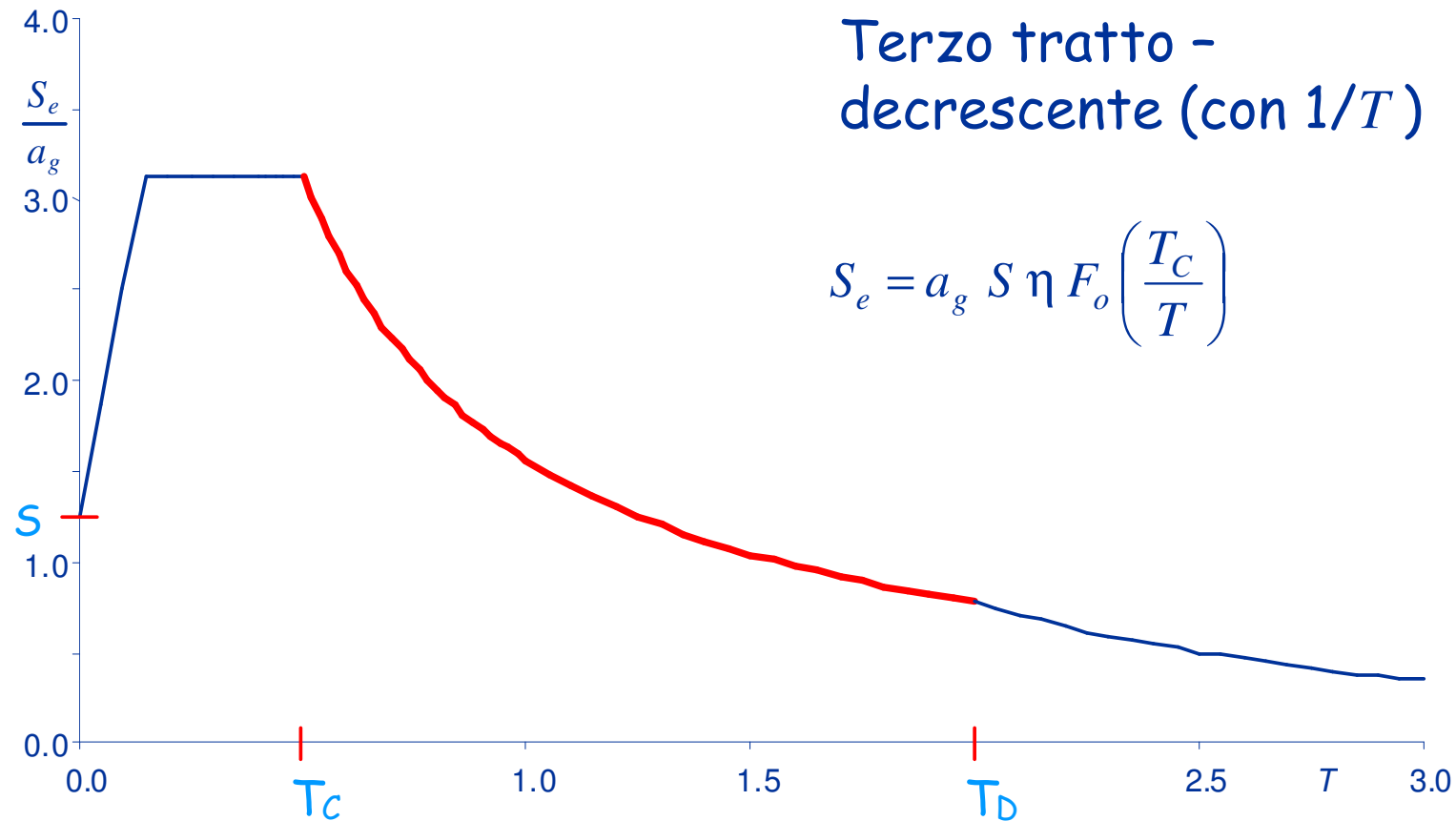
$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



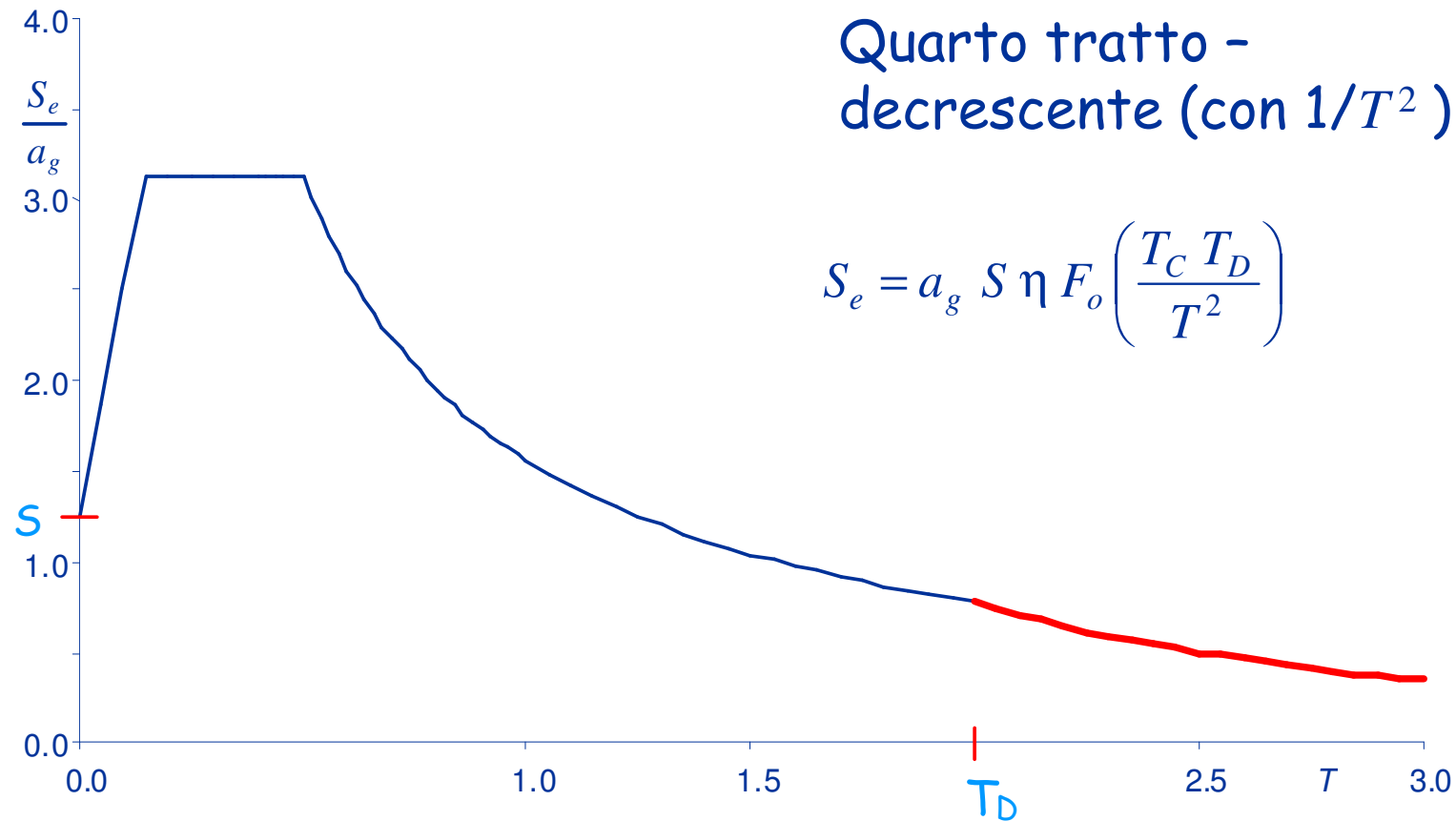
$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali



$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$$

Spettri di risposta elastica di normativa accelerazioni orizzontali

Per definire uno spettro di risposta elastico occorre indicare i parametri

- a_g accelerazione del terreno (su roccia)
- S amplificazione dovuta al tipo di terreno
- T_B T_C T_D periodi che separano i diversi tratti
- ξ smorzamento della struttura

S T_B T_C T_D si ricavano a partire dai tre parametri

$$a_g \quad F_o \quad T_c^*$$

(che sono legati al sito e al periodo di ritorno T_r)
e dipendono anche dalle caratteristiche del terreno

Classificazione dei suoli e spettri di risposta

NTC08

Ai fini della definizione dell'azione sismica di progetto, si rende necessario valutare l'effetto della risposta sismica locale mediante specifiche analisi, come indicato nel § 7.11.3. In assenza di tali analisi, per la definizione dell'azione sismica si può fare riferimento a un approccio semplificato, che si basa sull'individuazione di categorie di sottosuolo di riferimento (Tab. 3.2.II e 3.2.III)

Fatta salva la necessità della caratterizzazione geotecnica dei terreni nel volume significativo, ai fini della identificazione della categoria di sottosuolo, la classificazione si effettua in base ai valori della velocità equivalente $V_{s,30}$ di propagazione delle onde di taglio (definita successivamente) entro i primi 30 m di profondità.

Nei casi in cui tale determinazione non sia disponibile, la classificazione può essere effettuata in base ai valori di $N_{SPT,30}$ nei terreni prevalentemente a grana grossa e di $c_{u,30}$ nei terreni prevalentemente a grana fina.

Classificazione dei suoli e spettri di risposta

NTC08

Ai fini della definizione dell'azione sismica di progetto, si rende necessario valutare l'effetto della risposta sismica locale mediante specifiche analisi, come indicato nel § 7.11.3. In assenza di tali analisi, per la definizione dell'azione sismica si può fare riferimento a un approccio semplificato, che si basa sull'individuazione di categorie di sottosuolo di riferimento (Tab. 3.2.II e 3.2.III)

NTC15

Unico parametro da usare è la velocità delle onde di taglio V_s ma tali valori "sono ottenuti mediante specifiche prove ovvero, con giustificata motivazione ..., sono valutati tramite relazioni empiriche di comprovata affidabilità con i risultati di altre prove in sito, quali ad esempio le prove penetrometriche dinamiche per i terreni a grana grossa e le prove penetrometriche statiche"

Classificazione dei suoli e spettri di risposta

Confronto NTC08 - NTC15

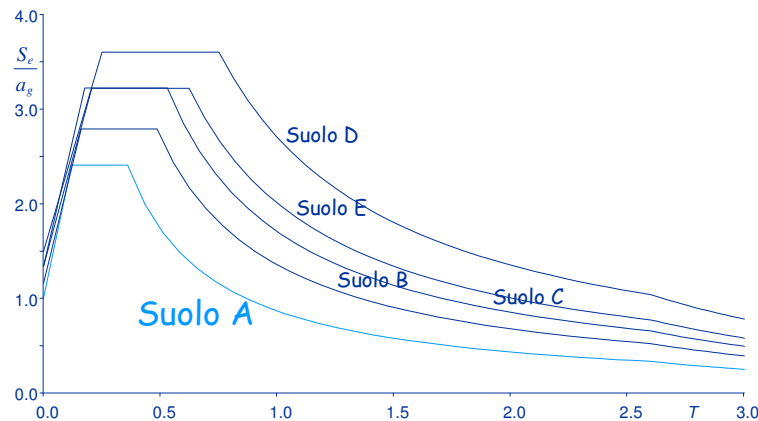
- In NTC15 scompare il riferimento a N_{SPT} e c_u
- In NTC15 scompare la tabella 3.2.III che descriveva le categorie aggiuntive S1 e S2
- In NTC15 si parla di $V_{s,eq}$ valutata nella profondità H del substrato roccioso, ovvero con $V_s \geq 800$ m/s (ma se $H > 30$ m si fa riferimento a 30 m)

$V_{s,eq}$

Velocità media di propagazione delle onde di taglio negli H m superiori del suolo

$$V_{s,eq} = \frac{H}{\sum \frac{h_i}{V_{si}}}$$

Classificazione dei suoli e spettri di risposta



Suolo A

Ammassi rocciosi affioranti o
terreni molto rigidi

$$V_{S30} > 800 \text{ m/s}$$

eventualmente comprendenti in
superficie terreni di caratteristiche
meccaniche più scadenti con
spessore massimo pari a 3 m

Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

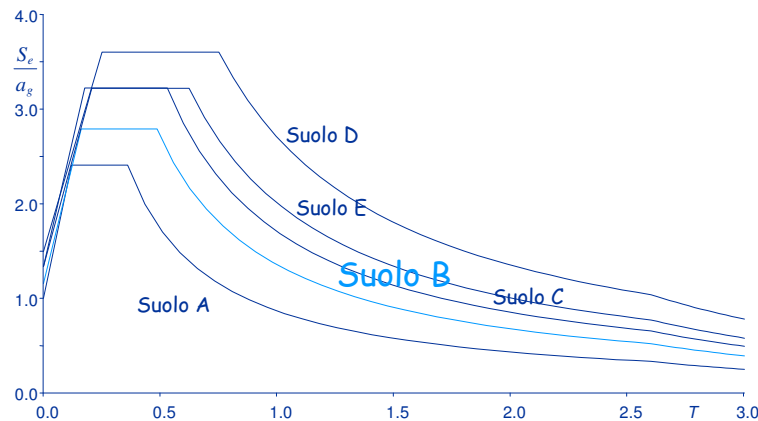
$$S = 1$$

$$T_B = 0.15 \text{ s}$$

$$T_C = 0.4 \text{ s}$$

$$T_D = 2.5 \text{ s}$$

Classificazione dei suoli e spettri di risposta



Suolo B

Rocce tenere, depositi di terreni a grana grossa molto addensati o terreni a grana fine molto consistenti, con miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità

$$360 \text{ m/s} < V_{S30} < 800 \text{ m/s}$$

Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

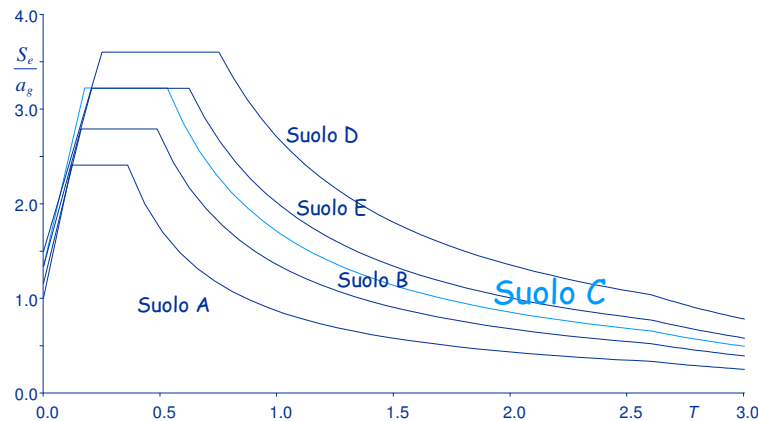
$$S = 1.20 \quad T_B = 0.15 \text{ s} \quad T_C = 0.5 \text{ s}$$

Per NTC08 anche:

Resistenza penetrometrica
 $N_{SPT} > 50$

Coesione non drenata
 $c_u > 250 \text{ kPa}$

Classificazione dei suoli e spettri di risposta



Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

$$S = 1.30 \quad T_B = 0.15 \text{ s} \quad T_C = 0.5 \text{ s}$$

Suolo C

Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fine mediamente consistenti, con miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità

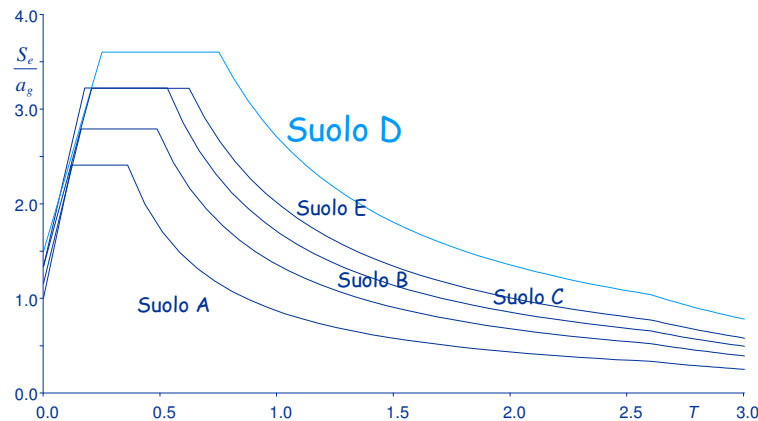
$$180 \text{ m/s} < V_{S30} < 360 \text{ m/s}$$

Per NTC08 anche:

Resistenza penetrometrica
 $15 < N_{SPT} < 50$

Coesione non drenata
 $70 < c_u < 250 \text{ kPa}$

Classificazione dei suoli e spettri di risposta



$$S = 1.45 \quad T_B = 0.25 \text{ s} \quad T_C = 0.8 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

Suolo D

Depositi di terreni a grana grossa scarsamente addensati o terreni a grana fine scarsamente consistenti, con miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità

$$V_{S30} < 180 \text{ m/s}$$

Per NTC08 anche:

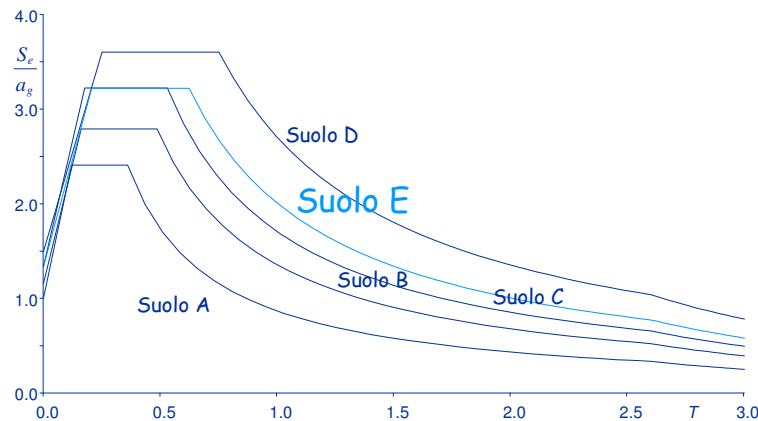
Resistenza penetrometrica

$$N_{SPT} < 15$$

Coesione non drenata

$$c_u < 70 \text{ kPa}$$

Classificazione dei suoli e spettri di risposta



$$S = 1.30 \quad T_B = 0.2 \text{ s} \quad T_C = 0.6 \text{ s}$$

Valori orientativi per terremoti
con alto periodo di ritorno

V_{S30}

Velocità media di propagazione
delle onde di taglio nei 30 m
superiori del suolo

Suolo E

Terreni con caratteristiche e
valori di velocità equivalente
riconducibili a quelle definite per
le categorie C o D, con
profondità del substrato non
superiore a 20 m

NTC15

profondità del substrato non
superiore a 30 m

Classificazione dei suoli e spettri di risposta

Suolo S1

Depositi con strato di almeno
10 m di argille di bassa
consistenza ed elevato indice
di plasticità e contenuto di
acqua

$$V_{S30} < 100 \text{ m/s}$$

Coesione non drenata
 $10 < c_u < 20 \text{ kPa}$

Suolo S2

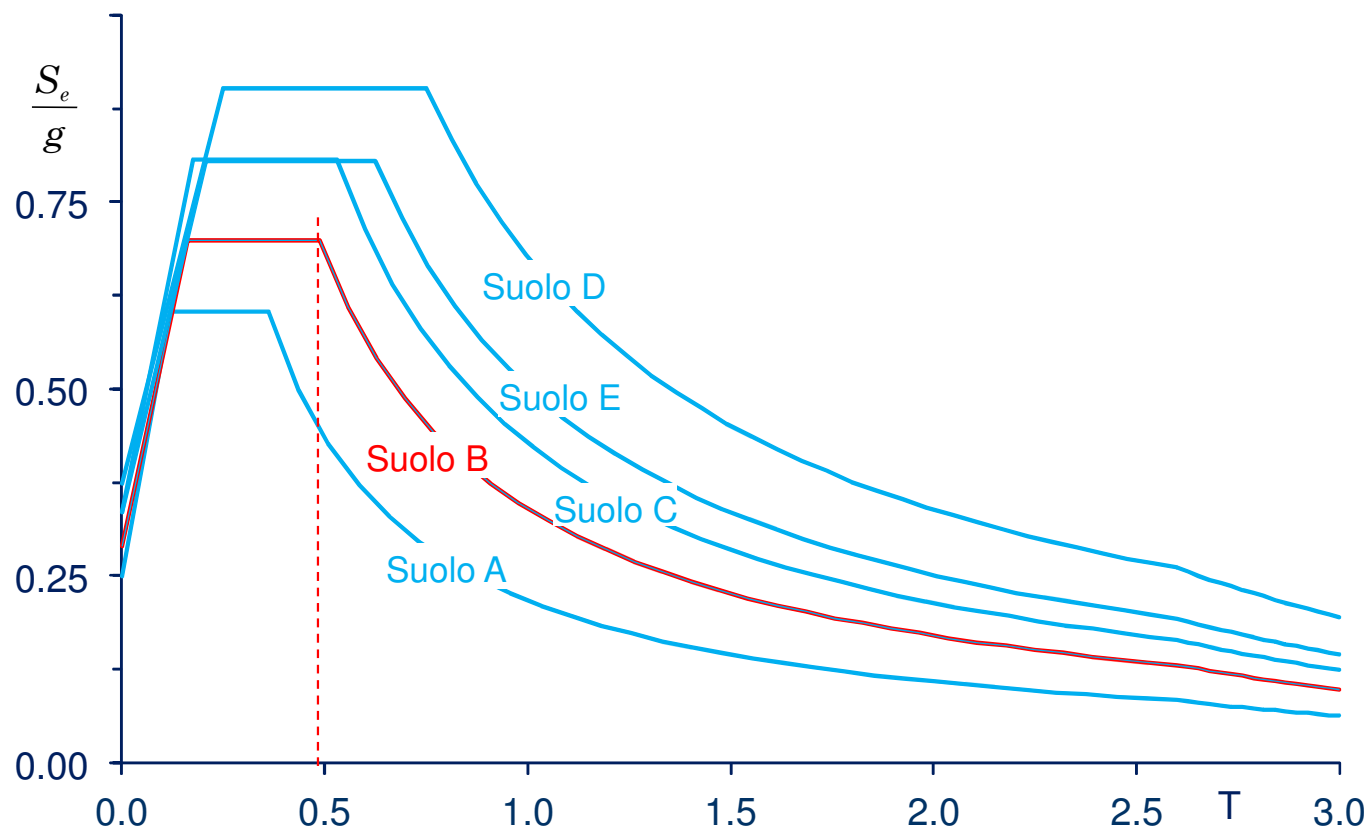
Depositi di terreni soggetti a
liquefazione

I suoli S1 e S2
non esistono più
nelle NTC15

Per questi tipi di terreno occorrono studi speciali

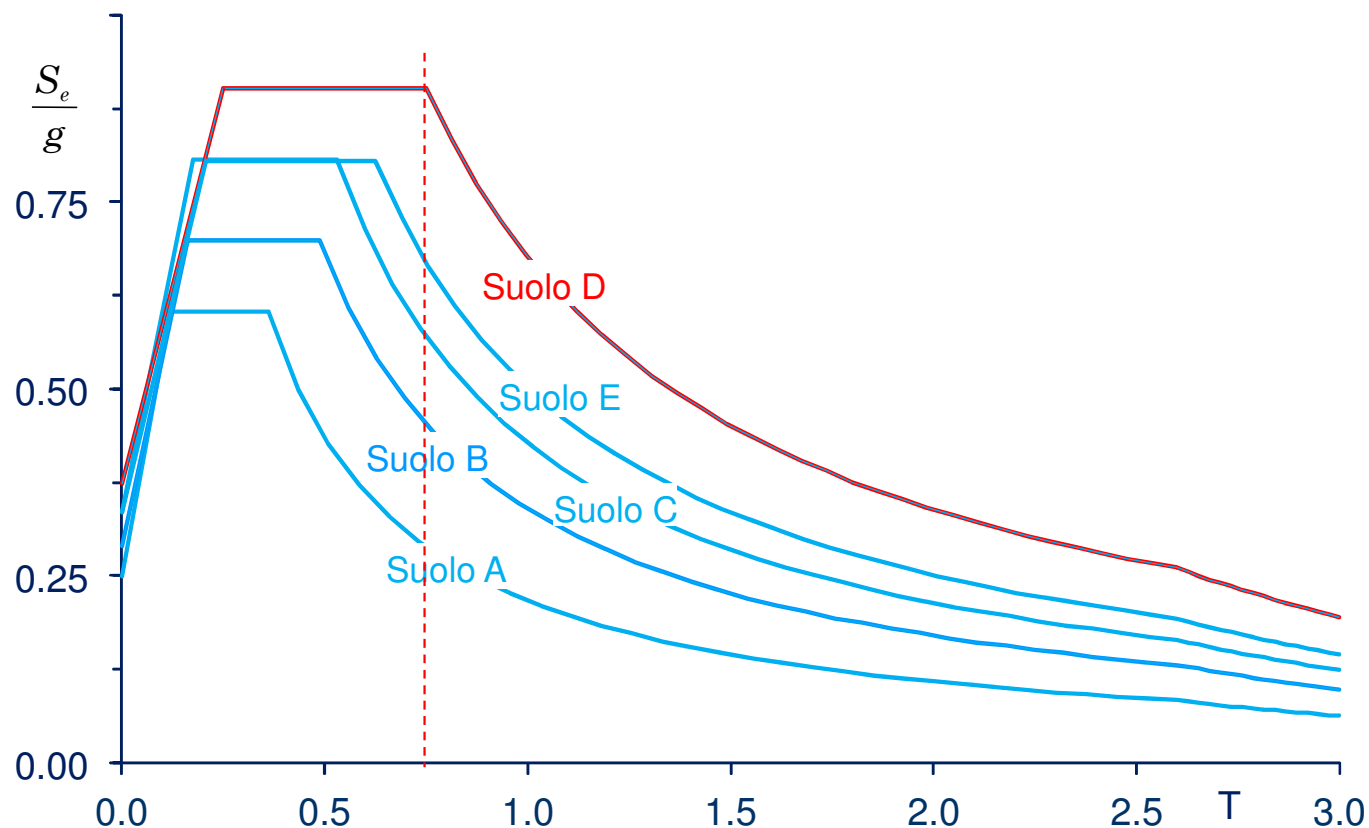
Considerazione sugli spettri

- Esaminare lo spettro di risposta nel sito, per il terreno su cui è costruito l'edificio, è fondamentale per capire quale sia l'intensità del sisma



Considerazione sugli spettri

- Esaminare lo spettro di risposta nel sito, per il terreno su cui è costruito l'edificio, è fondamentale per capire quale sia l'intensità del sisma



Classificazione sismica oggi (NTC 08)

La normativa fornisce a_g , F_o , T_c^*

A che servono?





- consentono di definire lo spettro di risposta

I valori sono forniti per ogni punto e per qualsiasi periodo di ritorno

Serve veramente tutta questa precisione?

Determinazione dei dati sismici

Periodo di riferimento V_R


Indirizzo  <http://www.acca.it/EdiLus-MS/>   Vai  Collegamenti

EdiLus-MS


Mappe Sismiche


EdiLus-MS è il software ACCA per individuare la pericolosità sismica di tutte le località italiane direttamente dalla mappa. Scrivi l'indirizzo e/o sposta il segnalino sul sito che ti interessa e otterrai dinamicamente tutti i parametri di pericolosità sismica.

ad es. "Via M. Ciandulli, 114 MONTEFALCONE"





latitudine: longitudine:

Classe dell'edificio: 

Vita Nominale: Struttura 

Periodo di Riferimento per l'azione sismica




POWERED BY  Immagini © 2008 DigitalGlobe, Spot Image, GeoEye. Map data © 2008 Tele Atlas. [Termini e condizioni d'uso](#)

42.74387633, 12.74042845

Parametri di pericolosità Sismica

"Stato Limite"	T_r [anni]	a_g [g]	F_o [-]	T^*_c [s]
Operatività	30	0.071	2.422	0.270
Danno	50	0.089	2.416	0.280
Salvaguardia Vita	475	0.222	2.385	0.320
Prevenzione Collasso	975	0.284	2.392	0.332


SOFTWARE
ACCA software S.p.A.
il software per l'edilizia
Tel.: 0827/69.504 - Fax: 0827/60.12.35
P.IVA 01883740647 - E-mail: info@acca.it

indirizzo




classe

vita
nominale

Periodo di Riferimento per l'azione sismica 50

Determinazione dei dati sismici

Periodo di riferimento V_R


Indirizzo  <http://www.acca.it/EdiLus-MS/>  Vai  Collegamenti

EdiLus-MS

Mappe Sismiche

EdiLus-MS è il software ACCA per individuare la pericolosità sismica di tutte le località italiane direttamente dalla mappa. Scrivi l'indirizzo e/o sposta il segnalino sul sito che ti interessa e otterrai dinamicamente tutti i parametri di pericolosità sismica.

ad es. "Via M. Ciandulli, 114 MONTESILVA"

via di Villa Redenta, Spoleto (PG) 

Latitudine: Longitudine:

Classe dell'edificio: II: Costruzioni il cui uso preveda normali affollamenti...

Vita Nominale: Struttura 50

Periodo di Riferimento per l'azione sismica 50

Dati corrispondenti

Stato limite e periodo di ritorno

Parametri di pericolosità Sismica

"Stato Limite"	T_r [anni]	a_g [g]	F_o [-]	T^*_c [s]
Operatività	30	0.071	2.422	0.270
Danno	50	0.089	2.416	0.280
Salvaguardia Vita	475	0.222	2.385	0.320
Prevenzione Collasso	975	0.284	2.392	0.332

42.74387633, 12.74042845

[Termini e Condizioni di utilizzo di EdilLus-MS](#)

Spettri di risposta NTC08

S - amplificazione dovuta al terreno

- Dipende da
 - S_S - Categoria di sottosuolo
 - S_T - Categoria topografica

$$S = S_S \times S_T$$

Categoria sottosuolo	S_S
A	1.00
B	$1.00 \leq 1.4 - 0.4 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.20$
C	$1.00 \leq 1.7 - 0.6 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.50$
D	$0.90 \leq 2.4 - 1.5 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.80$
E	$1.00 \leq 2.0 - 1.1 F_o \frac{a_g}{g} \leq 1.60$

Intervengono
anche F_o e a_g

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Spettri di risposta NTC08

S - amplificazione dovuta al terreno

- Dipende da

S_S - Categoria di sottosuolo

S_T - Categoria topografica

$$S = S_S \times S_T$$

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
T1	Superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $i \leq 15^\circ$
T2	Pendii con inclinazione media $i > 15^\circ$
T3	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $15^\circ \leq i \leq 30^\circ$
T4	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $i > 30^\circ$

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera	S_T
T1	---	1.0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1.2
T3	In corrispondenza della cresta del rilievo	1.2
T4	In corrispondenza della cresta del rilievo	1.4

Spettri di risposta NTC08

T_B, T_C, T_D - periodi

- T_C dipende dal suolo e da T_C^*

Categoria sottosuolo	C_C
A	1.00
B	$1.10 (T_C^*)^{-0.20}$
C	$1.05 (T_C^*)^{-0.33}$
D	$1.25 (T_C^*)^{-0.50}$
E	$1.15 (T_C^*)^{-0.40}$

$$T_C = C_C \times T_C^*$$

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Spettri di risposta NTC08

T_B, T_C, T_D - periodi

- T_C dipende dal suolo e da T_C^*

- T_B dipende da T_C

$$T_B = T_C / 3$$

- T_D dipende da a_g

$$T_D = 4.0 \times \frac{a_g}{g} + 1.6$$

Vedere foglio
Excel "Spettri"
per applicazioni

Spettri di risposta NTC 08

Esempio: Messina (sito di riferimento per l'esempio)

Per $T_r=475$ anni $a_g=0.250\text{ g}$ $F_o=2.410$ $T_C^*=0.360\text{ s}$

Per $T_r=50$ anni $a_g=0.082\text{ g}$ $F_o=2.316$ $T_C^*=0.292\text{ s}$

Valori che definiscono lo spettro di risposta elastico

Accelerazioni orizzontali, terremoto con $T_r=475$ anni (SLV)

Categoria suolo	PGA su roccia a_g	S	$S a_g$	F_o	T_B	T_C	T_D
A	0.250 g	1.000	0.250 g	2.410	0.120 s	0.360 s	2.600 s
B		1.159	0.290 g		0.162 s	0.486 s	2.600 s
C		1.339	0.335 g		0.177 s	0.530 s	2.600 s
D		1.496	0.374 g		0.250 s	0.750 s	2.600 s
E		1.337	0.334 g		0.208 s	0.623 s	2.600 s

Spettri di risposta NTC 08

Esempio: Messina (sito di riferimento per l'esempio)

Per $T_r=475$ anni $a_g=0.250 \text{ g}$ $F_o=2.410$ $T_C^*= 0.360 \text{ s}$

Per $T_r=50$ anni $a_g=0.082 \text{ g}$ $F_o=2.316$ $T_C^*= 0.292 \text{ s}$

Valori che definiscono lo spettro di risposta elastico

Accelerazioni orizzontali, terremoto con $T_r=50$ anni (SLD)

Categoria suolo	PGA su roccia a_g	S	$S a_g$	F_o	T_B	T_C	T_D
A	0.082 g	1.000	0.082 g	2.316	0.097 s	0.292 s	1.928 s
B		1.200	0.098 g		0.137 s	0.411 s	1.928 s
C		1.500	0.123 g		0.153 s	0.460 s	1.928 s
D		1.800	0.148 g		0.225 s	0.675 s	1.928 s
E		1.600	0.131 g		0.183 s	0.549 s	1.928 s

Spettri di risposta NTC08

accelerazioni verticali

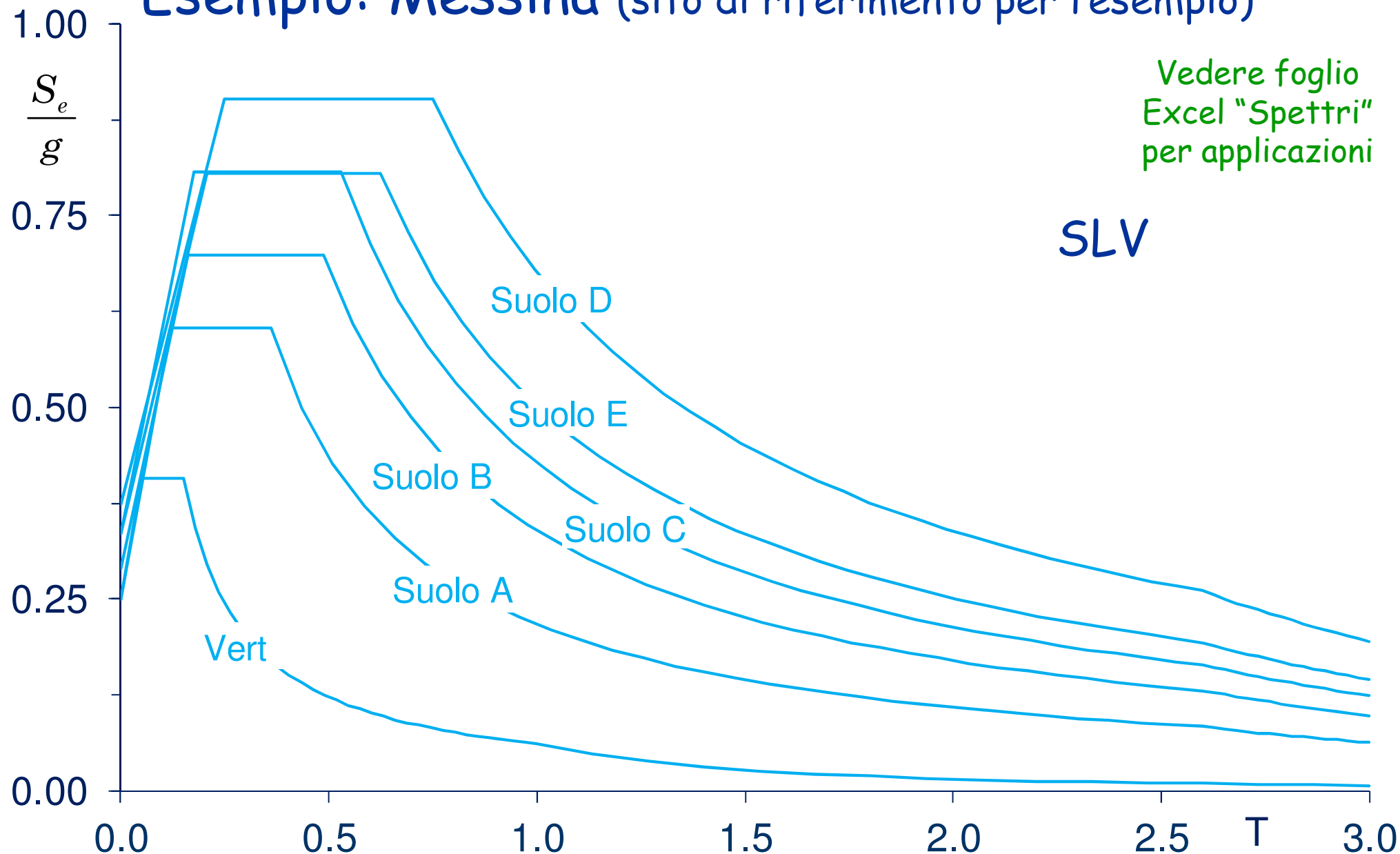
- Lo spettro ha la stessa forma, cambiano i parametri

Categoria di sottosuolo	S_S	T_B	T_C	T_D
A, B, C, D, E	1.0	0.05	0.15	1.00

$$F_v = 1,35 \cdot F_o \cdot \left(\frac{a_g}{g} \right)^{0,5}$$

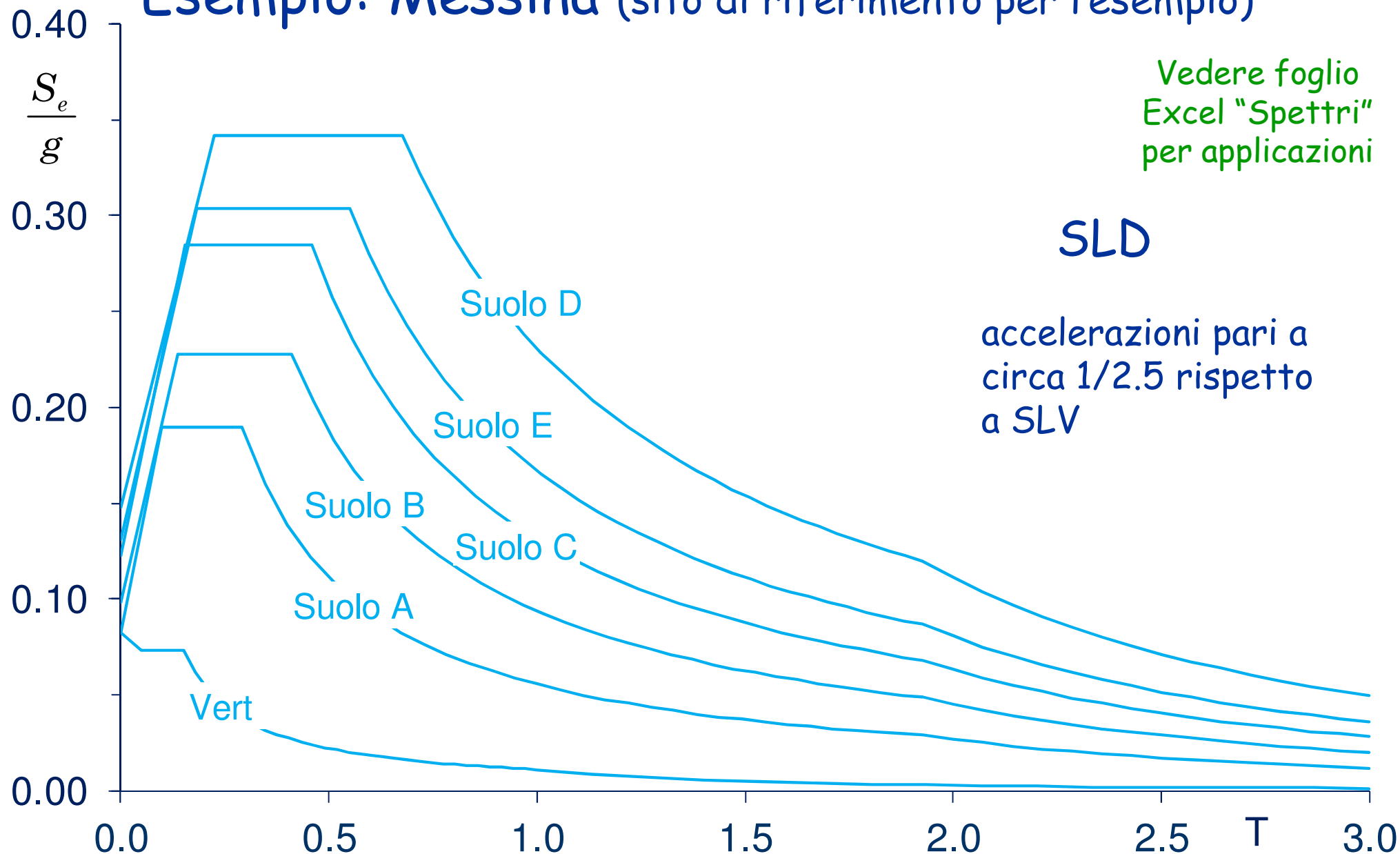
Spettri di risposta NTC08

Esempio: Messina (sito di riferimento per l'esempio)



Spettri di risposta NTC08

Esempio: Messina (sito di riferimento per l'esempio)



Normativa europea considerazioni

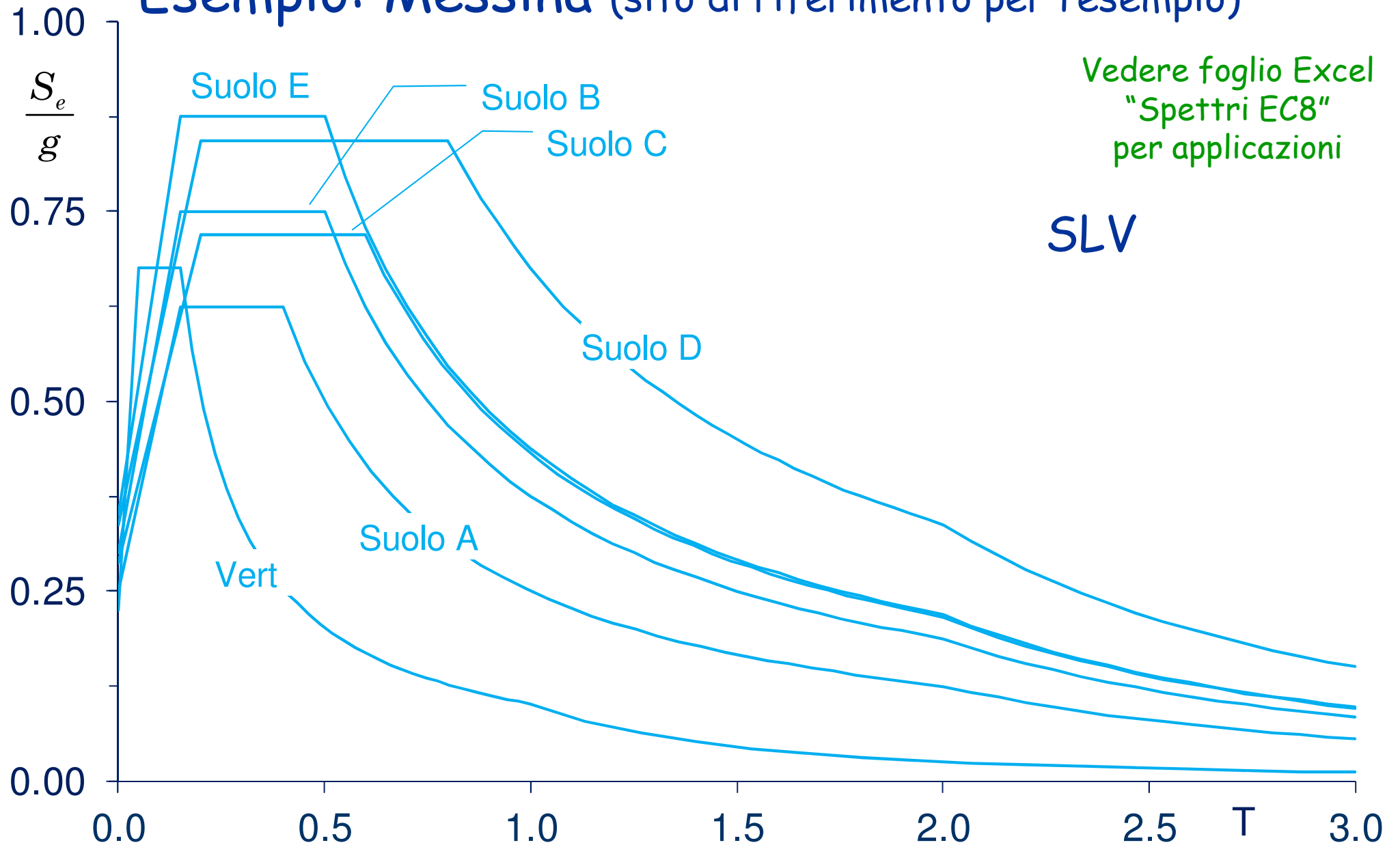
I valori di S , F_o , T_B , T_C , T_D sono definiti indipendentemente dal sito. Per terremoti con magnitudo superiore a 5.5 si utilizza uno spettro Tipo 1, con parametri sotto indicati

Valori che definiscono lo spettro di risposta elastico (Messina)
Accelerazioni orizzontali, terremoto con $T_r=475$ anni (SLV)

Categoria suolo	PGA su roccia a_g	S	$S a_g$	F_o	T_B	T_C	T_D
A	0.250 g	1.00	0.250 g	2.5	0.15 s	0.40 s	2.00 s
B		1.20	0.300 g		0.15 s	0.50 s	2.00 s
C		1.15	0.288 g		0.20 s	0.60 s	2.00 s
D		1.35	0.338 g		0.20 s	0.80 s	2.00 s
E		1.40	0.350 g		0.15 s	0.50 s	2.00 s

Esempio: Messina (sito di riferimento per l'esempio)

SLV



Normativa europea considerazioni

