

Corsi di aggiornamento  
**Progettiamo insieme**  
Teoria e pratica della progettazione strutturale

### 1. Risposta sismica delle strutture

06 - Verifica del comportamento non lineare

Spoletto  
18-19 marzo 2016  
Aurelio Ghersi

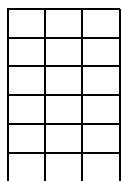
## Verifica delle strutture

- Se si ha a che fare con una struttura che non è stata progettata secondo i criteri di progettazione definiti dalla norma (o che per qualche motivo non li soddisfa a pieno) occorre valutare il comportamento non lineare della struttura ed esprimere un giudizio sulla sua capacità deformativa ancor più che sulla sua resistenza

## Comportamento non lineare la struttura

Valutare la risposta sismica di una struttura (che va oltre il limite elastico) ad un assegnato accelerogramma:

- È facile per un oscillatore semplice
- È molto complesso per strutture reali



Modello per i materiali

Legame momento-curvatura  
( $M-1/r$ ) per la sezione  
mediante modello a fibre

Modello di telaio con  
cerniere plastiche

Modello di telaio a  
fibre

## Alcuni problemi

relativi alla modellazione di struttura/materiale

Problemi (per i pilastri - telai piani)

- Resistenza e duttilità variano con lo sforzo normale
- Se lo sforzo normale è alto:
  - È difficile schematizzare il legame con una bilatera elastica-perfettamente plastica
  - C'è un ramo decrescente molto accentuato, con forte perdita di resistenza
  - La duttilità si riduce fortemente

## Alcuni problemi relativi alla modellazione di struttura/materiale

Problemi (per i pilastri - telai spaziali)

- Occorre tener conto della interazione tra  $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$
- La modellazione è difficile ed i risultati potrebbero non essere attendibili

## Comportamento non lineare gli accelerogrammi

Valutare la risposta sismica di una struttura (che va oltre il limite elastico) ad un assegnato accelerogramma

- Ma quale o quali?
- E quanti?
- Che tipo di giudizio si può tirar fuori?

## Comportamento non lineare gli accelerogrammi

La risposta è fortemente legata all'accelerogramma scelto

- Occorre utilizzare più accelerogrammi, che rispettino magnitudo, distanza epicentrale, spettro di risposta previsti per il sito  
... ma non è facile trovarli
- La normativa dice che 7 accelerogrammi consentono di usare il valore medio della risposta  
.. ma in realtà il numero minimo per analisi probabilistiche è 30 accelerogrammi

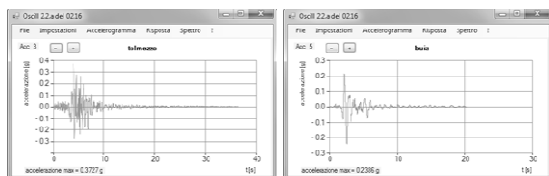
## Comportamento non lineare la risposta sismica

Il giudizio va espresso su parametri di deformazione plastica (rotazione plastica dei nodi, rotazione alla corda)

- Si può valutare quanti accelerogrammi portano al superamento del limite di rottura
- Si possono utilizzare indici di danno (da 0=nessun danno a 1=collasso)  
... ma come analizzarli statisticamente (come mettere insieme collasso e danneggiamento in un giudizio unico)?

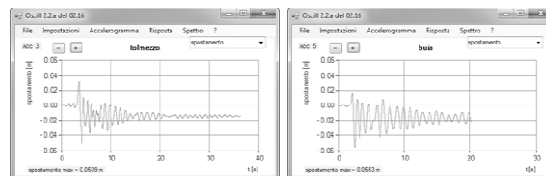
## Analisi dinamica un esempio, per oscillatore semplice

- Oscillatore semplice con periodo  $T=1.00$  s,  $\xi=0.05$ ,  $m=100$  t, resistenza 100 kN,  $u_{ult}=51$  mm
- Terremoti: 30 terremoti che forniscono uno spettro compatibile con quello di normativa



... e altri 28

## Risposta non lineare ai 30 terremoti



Spostamento di poco inferiore al limite

Spostamento superiore al limite

- In 5 terremoti su 30 viene superato il limite di spostamento

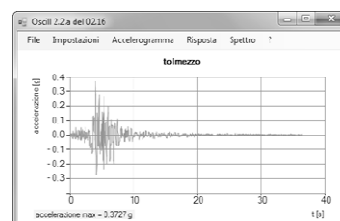
## Comportamento non lineare la risposta sismica

Può essere utile valutare la risposta sismica non lineare agli accelerogrammi facendone crescere progressivamente l'accelerazione  $a_g$   
IDA = Incremental Dynamic Analysis (Analisi dinamica incrementale)

- Si può valutare la probabilità di collasso in funzione del valore dell'accelerazione  $a_g$
- Questa può essere rappresentata mediante curve di fragilità
- Unendo curva di pericolosità e curva di fragilità si può calcolare la frequenza media annua di superamento di uno stato limite

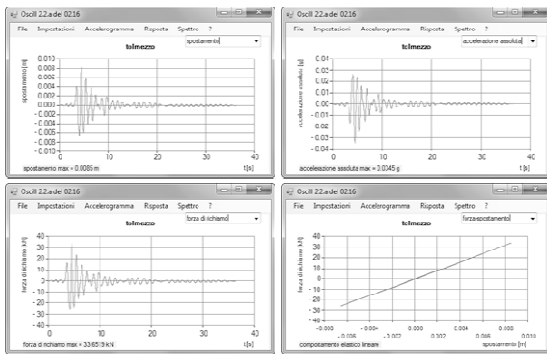
## Analisi dinamica incrementale un esempio, per oscillatore semplice

- Oscillatore semplice con periodo  $T=1.00$  s,  $\xi=0.05$ ,  $m=100$  t, resistenza 100 kN,  $u_{ult}=51$  mm
- Terremoto: Tolmezzo, scalato in modo da avere differenti valori di  $a_g$



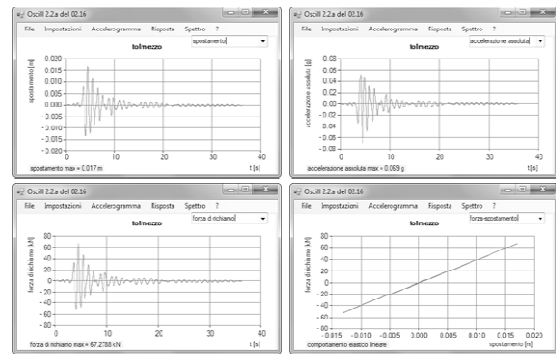
## Risposta per $a_g = 0.05 \text{ g}$

In campo  
elastico



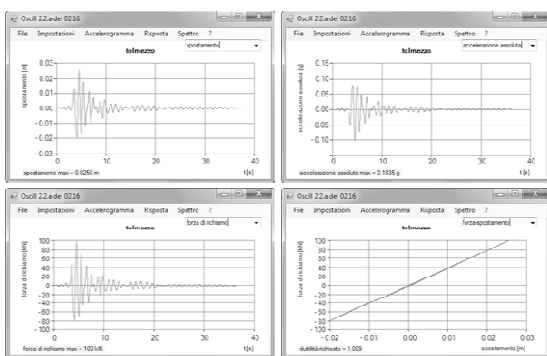
## Risposta per $a_g = 0.10 \text{ g}$

In campo  
elastico

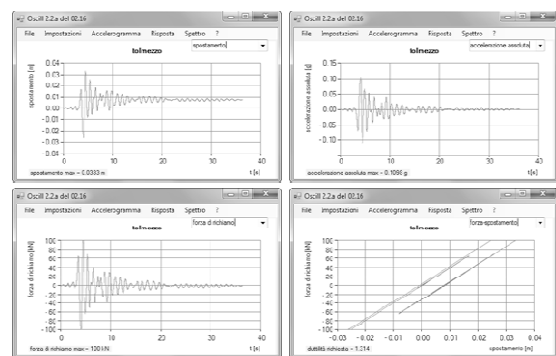


## Risposta per $a_g = 0.15 \text{ g}$

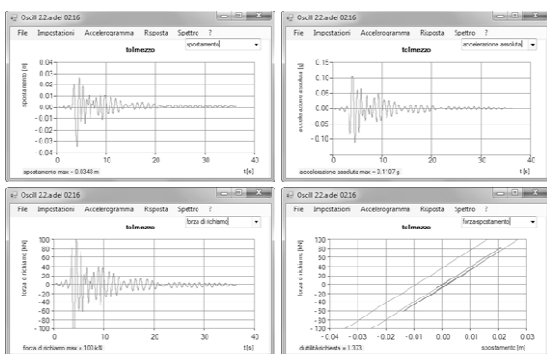
Appena oltre il  
limite elastico



## Risposta per $a_g = 0.20 \text{ g}$

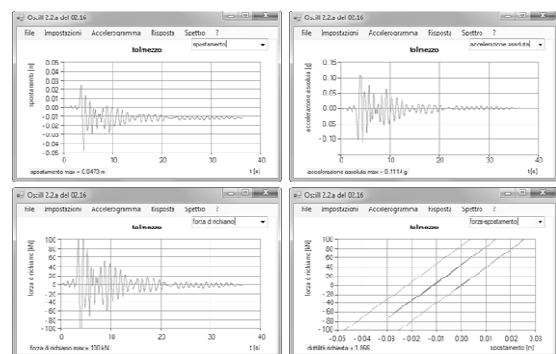


## Risposta per $a_g = 0.25 \text{ g}$

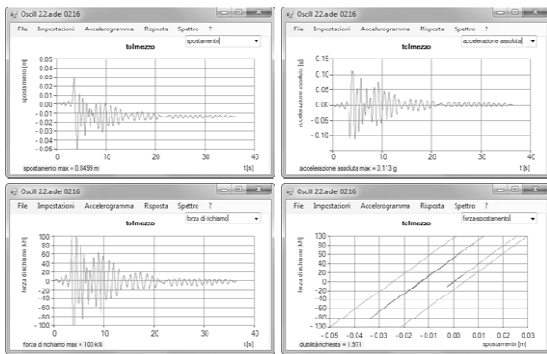


## Risposta per $a_g = 0.30 \text{ g}$

Spostamento  
residuo ben visibile

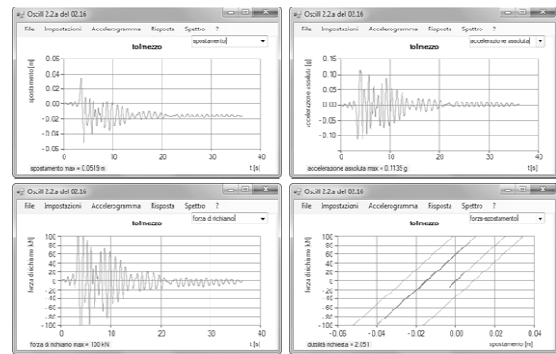


## Risposta per $a_g = 0.35 \text{ g}$

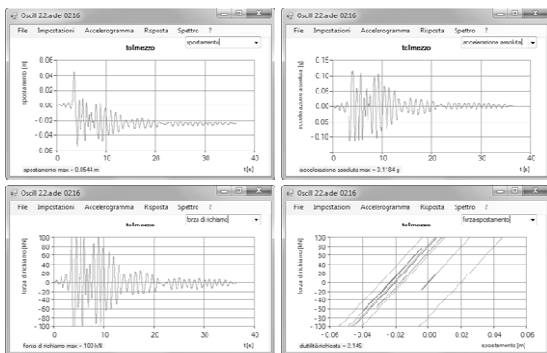


## Risposta per $a_g = 0.40 \text{ g}$

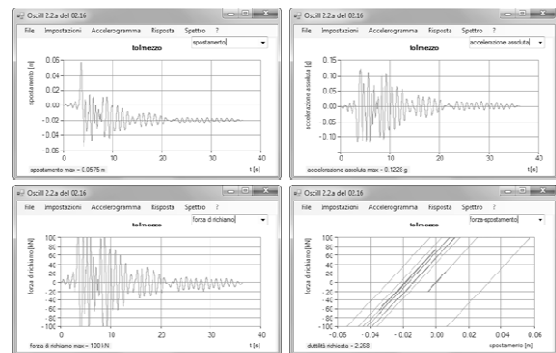
È superato il limite  
di spostamento



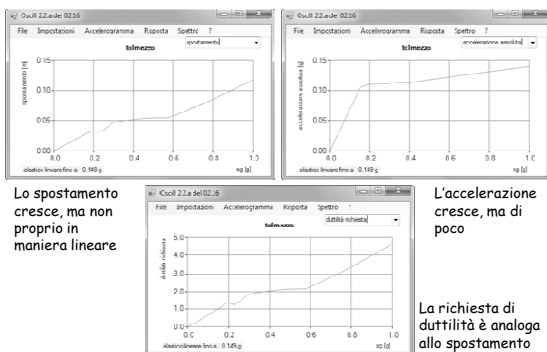
## Risposta per $a_g = 0.50 \text{ g}$



## Risposta per $a_g = 0.60 \text{ g}$



## Risposta al crescere di $a_g$

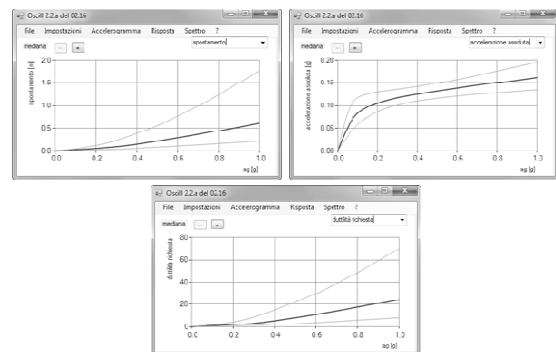


Lo spostamento  
cresce, ma non  
proprio in  
maniera lineare

L'accelerazione  
cresce, ma di  
poco

La richiesta di  
duttilità è analoga  
allo spostamento

## Analisi dinamica incrementale 30 accelerogrammi

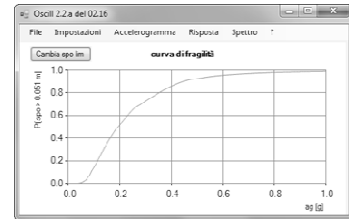


### Curva di fragilità

- Si valuta la risposta dinamica incrementale per ciascun accelerogramma
- Per ciascun valore di  $a_g$  si determina media e scarto quadratico medio del parametro (spostamento)
- Ipotizzando che la distribuzione sia lognormale, si valuta la probabilità di avere uno spostamento superiore a quello ultimo
- Si riporta in grafico (curva di fragilità) questa probabilità (numero tra 0 e 1) in funzione di  $a_g$

### Curva di fragilità

- Nel caso in esame, con spostamento ultimo  $u_{ult}=51$  mm, si ottiene la curva di fragilità qui riportata



Ad esempio, per  $a_g=0.2$  g la probabilità di superamento è poco più del 50%

### Risposta dinamica non lineare di strutture reali

### Risposta dinamica non lineare per strutture reali

Occorre:

- Definire un modello della struttura
- Definire un modello non lineare per il materiale

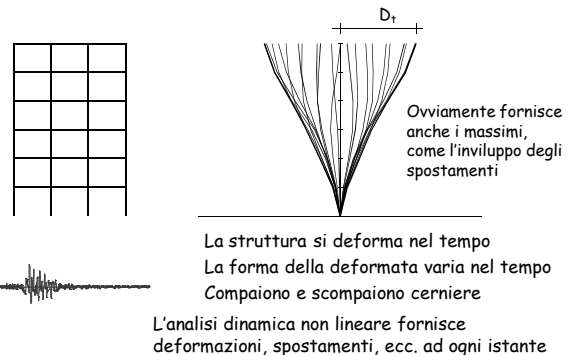
### Risposta dinamica non lineare per strutture reali

Occorre:

- Definire un modello della struttura
- Definire un modello non lineare per il materiale
- Assegnare un (o un gruppo di) accelerogramma
- Integrare (con un procedimento numerico) le equazioni del moto

Si ottiene la risposta nel tempo, istante dopo istante (time history)

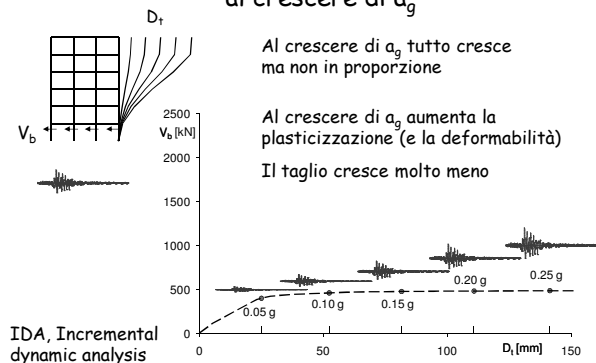
### Risposta dinamica non lineare per strutture reali



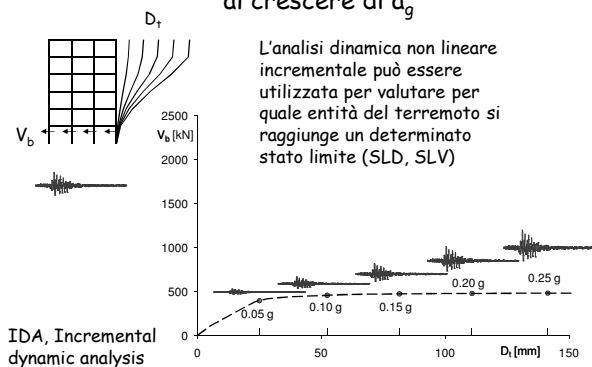
## Risposta dinamica non lineare per strutture reali

- Il giudizio sulla capacità della struttura di superare il terremoto si esprime esaminando:
  - rotazione plastica delle singole sezioni
  - rotazioni alla corda
  - spostamenti relativi tra i piani
- e non:
  - caratteristiche della sollecitazione

## Risposta dinamica non lineare al crescere di $a_g$



## Risposta dinamica non lineare al crescere di $a_g$



## Risposta dinamica non lineare per la verifica di strutture reali

Consente di valutare bene la risposta strutturale, ma:

- Va effettuata con specifici accelerogrammi - vedi NTC 08, punto 3.2.3.6  
Almeno 3? Oppure 7? O meglio 30?
- Richiede l'uso di programmi molto sofisticati ed una accurata modellazione del comportamento ciclico delle sezioni  $\Rightarrow$  possibili errori

Quindi: possibile solo a livello di ricerca

NTC 08, punto 7.3.4.2

NTC15, punto 7.3.4.1

## Risposta statica non lineare di strutture reali

## Alternative all'analisi dinamica non lineare

Si può cercare di prevedere il comportamento dinamico non lineare basandosi su una analisi statica non lineare

Effettuare una analisi statica non lineare vuol dire:

- Esaminare il comportamento non lineare della struttura soggetta a forze statiche crescenti (analisi pushover)
- Metterlo in relazione con il comportamento al crescere di  $a_g$
- Giudicare la struttura in base a quello che le accade per ciascun valore di  $a_g$

NTC 08, punto 7.3.4.1

NTC15, punto 7.3.4.2

## Analisi statica non lineare

In quali casi può essere utile?

Progetto di nuove costruzioni:

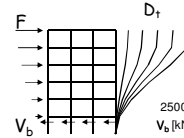
- Solo in casi particolari, se si vuole dimostrare che il superamento della resistenza in qualche sezione non porta comunque al collasso

Valutazione della vulnerabilità di costruzioni esistenti:

- Se la struttura non ha collasso fragile, l'analisi statica non lineare può essere indispensabile per tener conto correttamente della duttilità

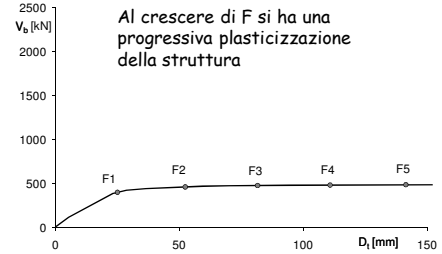
## Alternative all'analisi dinamica inelastica

### Analisi statica non lineare



Si applica una distribuzione di  $F$  e la si fa crescere

Al crescere di  $F$  si ha una progressiva plasticizzazione della struttura



## Analisi statica non lineare

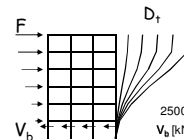
Effettuare una analisi statica non lineare vuol dire:

- Esaminare il comportamento non lineare della struttura soggetta a forze statiche crescenti (analisi pushover)
- Stimare gli spostamenti che la struttura avrà durante il terremoto (ipotesi di uguaglianza - o relazione nota - tra spostamenti dinamici in campo elastico e in campo non lineare)  
In questo modo si mette in relazione ciascun punto della pushover con un valore di  $a_g$
- Giudicare la struttura in base a quello che le accade per gli spostamenti da sisma stimati

NTC 08, punto 7.3.4.1

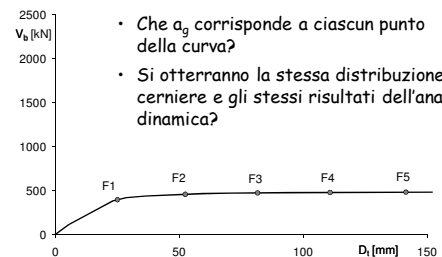
NTC15, punto 7.3.4.2

## Analisi statica non lineare



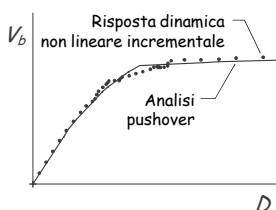
Problemi:

- Quale distribuzione di forze usare?
- Che  $a_g$  corrisponde a ciascun punto della curva?
- Si otterranno la stessa distribuzione di cerniere e gli stessi risultati dell'analisi dinamica?



## Analisi statica non lineare

- L'idea è ottima, perché riesce a tener conto in maniera esplicita della duttilità della struttura. Ma:
  - Gli spostamenti di collasso valutati con forze statiche coincidono con quelli dinamici?



Nell'esempio qui a fianco sì, ma non è sempre vero

## Analisi statica non lineare

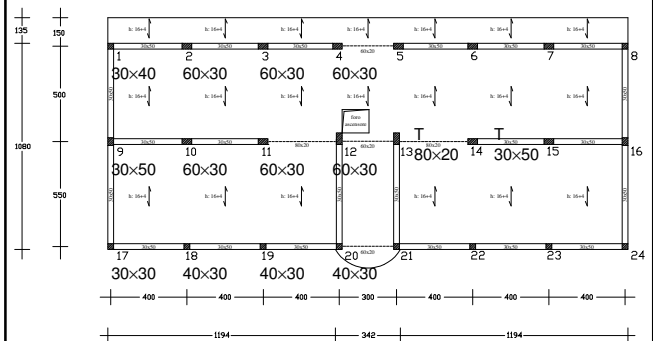
- L'idea è ottima, perché riesce a tener conto in maniera esplicita della duttilità della struttura. Ma:
  - Gli spostamenti di collasso valutati con forze statiche coincidono con quelli dinamici?
  - Quanto è affidabile la previsione degli spostamenti che la struttura subirà durante un terremoto?

## Analisi statica non lineare Un esempio

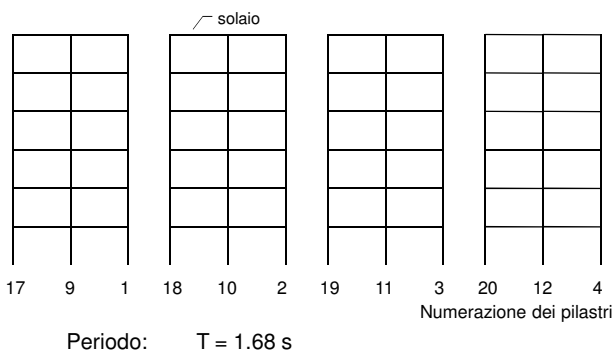
- Si prende in esame un edificio a 6 piani, progettato per soli carichi verticali
- Si riporta sinteticamente l'analisi svolta per sisma in direzione y (verticale in pianta) che è la direzione in cui la struttura appare più debole

Per maggiori dettagli si vedono le diapositive del corso tenuto a Imola, novembre 2015, nel sito [www.aghers.it](http://www.aghers.it)

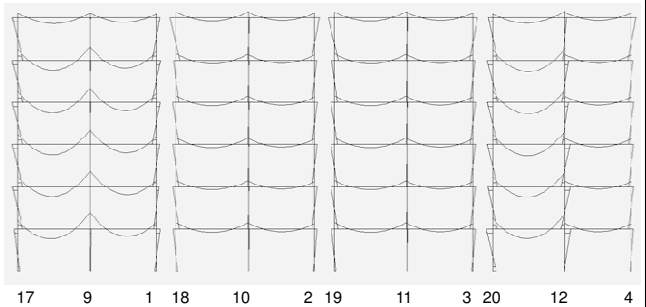
## Carpenteria dell'edificio



## Schema geometrico insieme dei telai - direzione y

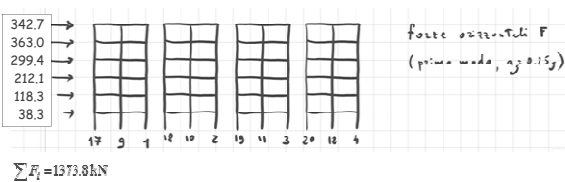


## Telai in direzione y, carichi verticali diagramma del momento flettente



## Pushover direzione y

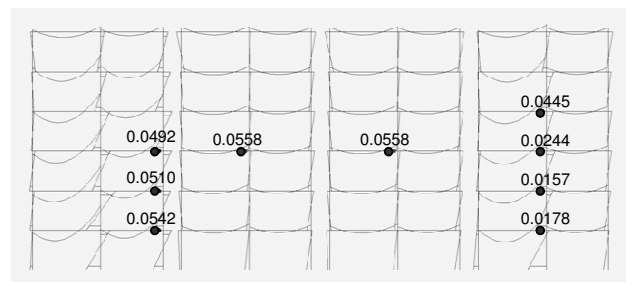
- Distribuzione di forze



- Le forze usate nell'esempio sono quelle corrispondenti al primo modo
- Nota: poiché le forze devono essere scalate, è la distribuzione (cioè i rapporti) che conta, non i valori in sé

## Pushover direzione y

- Questa è la situazione al termine dell'ottavo passo





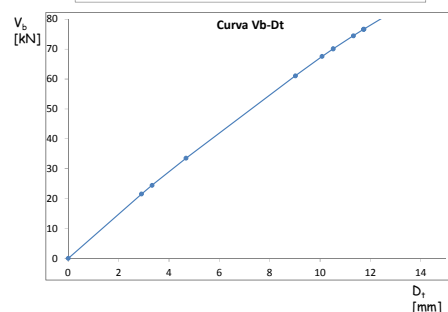
## Pushover direzione y

- Riepilogo dei risultati dei primi passi dell'analisi non lineare, fatti in maniera parzialmente manuale, ovvero con l'utilizzo di una analisi lineare e facendo variare via via lo schema

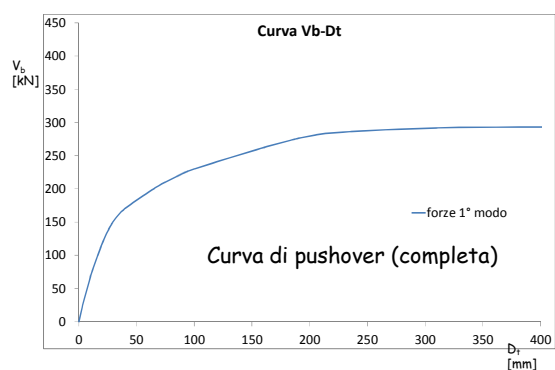
passo	$1/\rho$	$\Sigma 1/i$	$D_t - D_0$	$V_b$	sequenza eventi		
0	0	0	0.000	0			
1	1.57%	1.57%	2.907	21.52	cer	171-2	
2	0.21%	1.78%	3.327	24.44	cer	179-2	
3	0.66%	2.44%	4.678	33.52	cer	163-2	
4	2.01%	4.45%	5.018	61.06	cer	155-2	
5	0.47%	4.92%	10.071	67.55	cer	158-2	
6	0.19%	5.10%	10.518	70.1	cer	166-2	
7	0.32%	5.42%	11.322	74.48	cer	174-2	
8	0.10%	5.58%	11.729	75.03	cer	159-2	cer 101-2

## Pushover direzione y

Curva di pushover (parte iniziale)

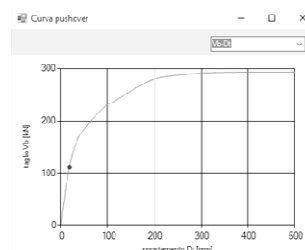


## Pushover direzione y



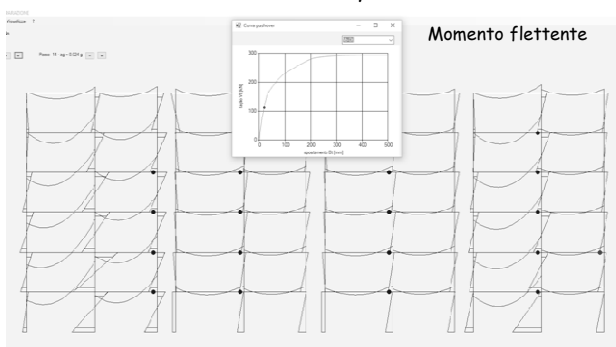
## Pushover direzione y

A ciascun punto della pushover corrispondono tante informazioni:



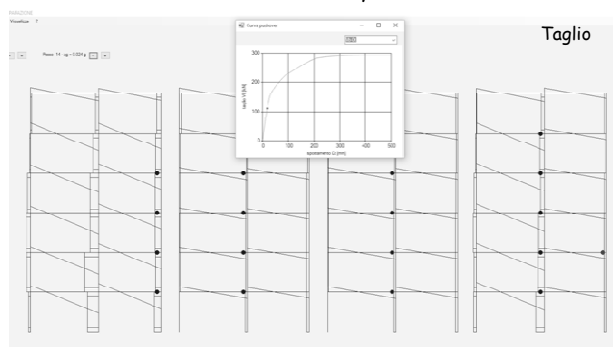
## Pushover direzione y

Momento flettente

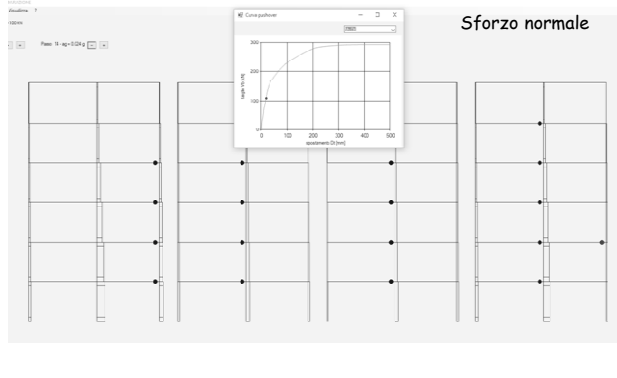


## Pushover direzione y

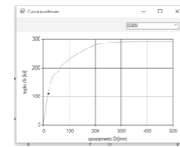
Taglio



### Pushover direzione y



### Pushover direzione y



E inoltre:

- Spostamento e rotazione dei nodi
- Spostamento assoluto e relativo degli impalcati
- Rotazione plastica delle sezioni plasticizzate

Ed anche:

- Capacità deformativa delle sezioni plasticizzate (che dipende anche da N, che varia durante il processo di carico)

### Corrispondenza tra punti della pushover e accelerazione sismica

Impostazione suggerita dalle norme europee:

- Metodo N2, proposto da Fajfar

Alternativa, sostanzialmente equivalente:

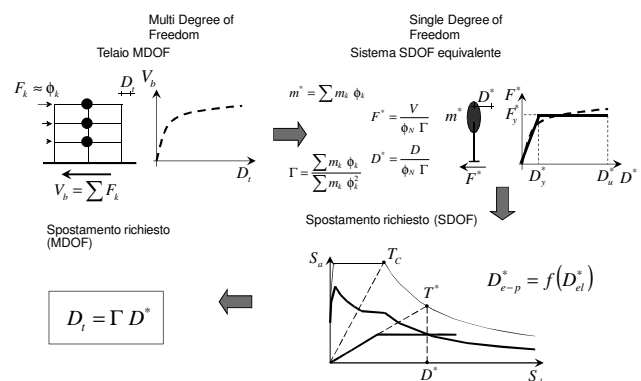
- Metodo N1, di Gheresi et al.

Evita il passaggio, avanti e indietro, tra schema reale e schema a un grado di libertà

Procedimento preferito negli Stati Uniti

- Metodo di Freeman o dello spettro di capacità  
Tiene conto in maniera differente (con variazione dello smorzamento) della variazione di dissipazione dovuta al progressivo danneggiamento della struttura

### Corrispondenza punti pushover - $a_g$ metodo N2, Fajfar



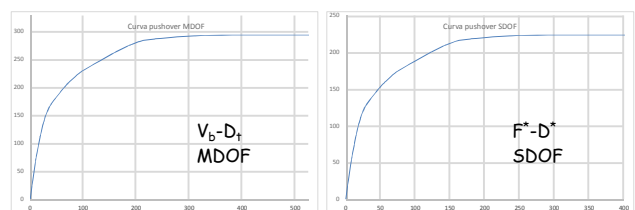
### Corrispondenza punti pushover - $a_g$

In sostanza, con riferimento alla curva di pushover fino ad un punto P qualsiasi (con spostamento  $D_{t,p}$ ):

- Si considera un oscillatore semplice elastico-perfettamente plastico equivalente alla struttura reale
- Per questo oscillatore, dallo spettro si ricava l'accelerazione  $a_{g,p}$  corrispondente allo spostamento assegnato
- Di conseguenza lo stato della struttura corrispondente allo spostamento  $D_{t,p}$  è associato all'accelerazione  $a_{g,p}$

### Corrispondenza punti pushover - $a_g$ metodo N2

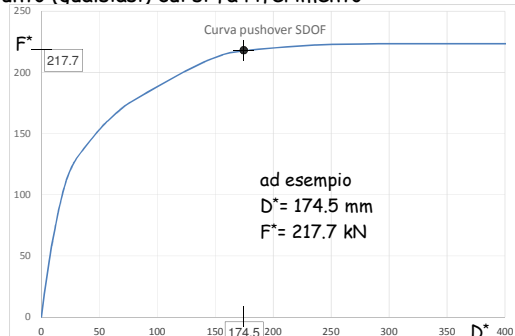
Passaggio da MDOF a SDOF



I due grafici sono perfettamente proporzionali

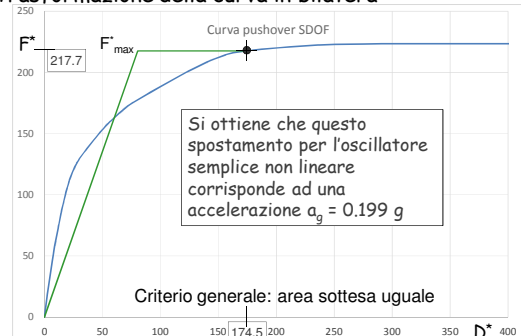
### Corrispondenza punti pushover - $a_g$ metodo N2

Punto (qualsiasi) cui si fa riferimento



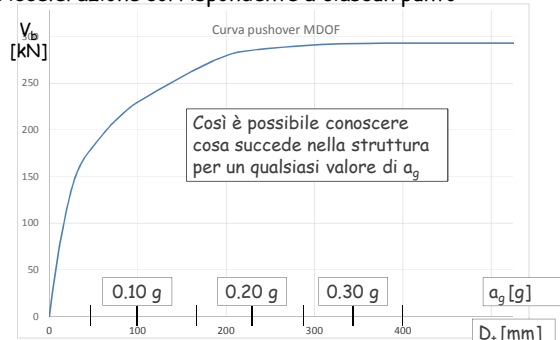
### Corrispondenza punti pushover - $a_g$ metodo N2

Trasformazione della curva in bilatera



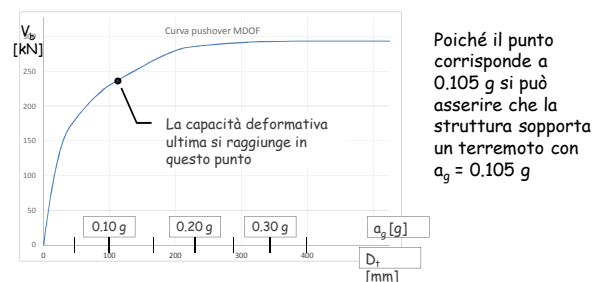
### Corrispondenza punti pushover - $a_g$ metodo N2

Accelerazione corrispondente a ciascun punto



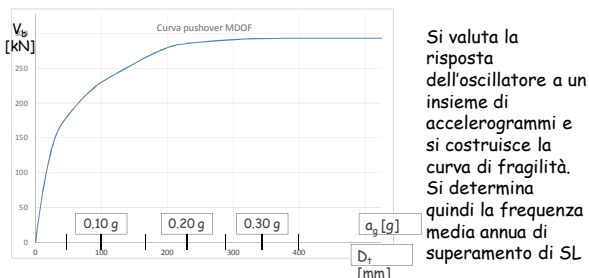
### Analisi statica non lineare Giudizio sulla struttura

Spesso si usa l'analisi statica non lineare per esprimere un giudizio complessivo (sintetico) sulla struttura



### Analisi statica non lineare Giudizio sulla struttura

Può essere usata anche per dare un giudizio probabilistico (analisi "affidabilistica", Istruzioni CNR-DT 212)



### Analisi statica non lineare Giudizio sulla struttura

È molto più utile usare l'analisi per giudicare come evolve il comportamento al crescere di  $a_g$

