

Corso di aggiornamento

Elementi strutturali e collegamenti in acciaio

9 - Torsione; instabilità flessione-torsionale

Villa Redenta, Spoleto

2-4 marzo 2017

Aurelio Ghersi

Torsione

Resistenza a torsione

comportamento elastico

- La torsione, come il taglio, induce tensioni tangenziali τ
- Esistono formule specifiche, in funzione della forma della sezione

- Sezioni scatolari - formula di Bredt
i profili chiusi portano bene la torsione

$$\tau_{\max} = \frac{T}{2 A_k t_{\min}}$$

- Sezioni rettangolari ($a \times t$)
 $\psi=3$ per sezioni sottili

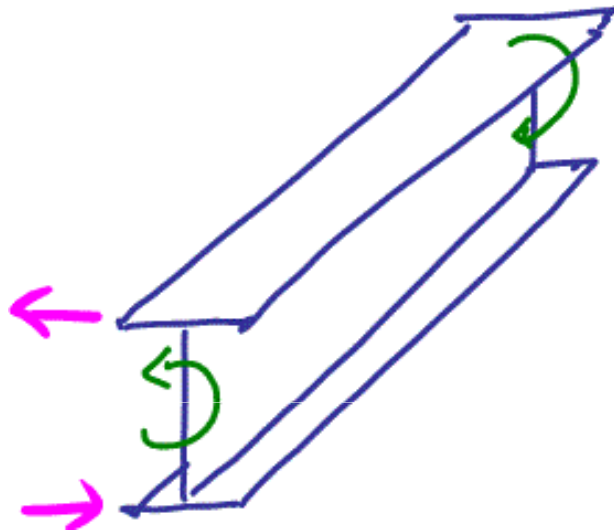
$$\tau_{\max} = \psi \frac{T}{a t^2}$$

i profili aperti non portano bene la torsione,
perché lo spessore t è piccolo e le τ sono molto forti

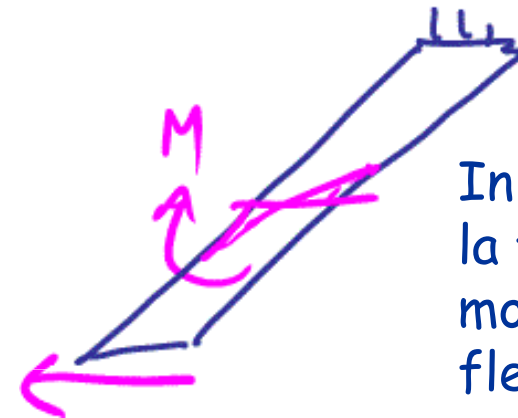
Resistenza a torsione

comportamento elastico

- Per sezioni aperte molto sottili esiste una teoria specifica (teoria di Vlasov o delle aree settoriali)



La coppia torcente può essere vista come due forze uguali e opposte che agiscono sulle due ali



In ciascuna ala la forza genera momento flettente e quindi σ

Sulle due ali ci sono momenti uguali e opposti (si parla quindi di bimomento)

Resistenza a torsione

comportamento elastico

- Per sezioni aperte molto sottili esiste una teoria specifica
(teoria di Vlasov o delle aree settoriali)
- La teoria di Vlasov consente di determinare le tensioni σ indotte da un bimomento B , in funzione di:

- una coordinata settoriale ω

$$\omega = \int_0^s h \, ds$$

- di un momento d'inerzia settoriale I_ω

$$I_\omega = \int_A \omega^2 \, dA$$

$$\sigma = \frac{B}{I_\omega} \omega$$

Resistenza a torsione

comportamento elastico

- Per sezioni aperte molto sottili esiste una teoria specifica
(teoria di Vlasov o delle aree settoriali)
- La torsione "alla Vlasov" è detta anche **torsione secondaria**, per distinguerla dalla torsione alla De Saint Venant, detta **torsione primaria**
- Nei profili reali il comportamento è intermedio e la torsione è in parte primaria e in parte secondaria

Ma in ogni caso i profili aperti non portano bene la torsione

Conviene sempre usare profili chiusi

Resistenza a torsione

stato limite ultimo

- Nel caso di profili chiusi di spessore costante, invertendo la formula di Bredt e considerando che

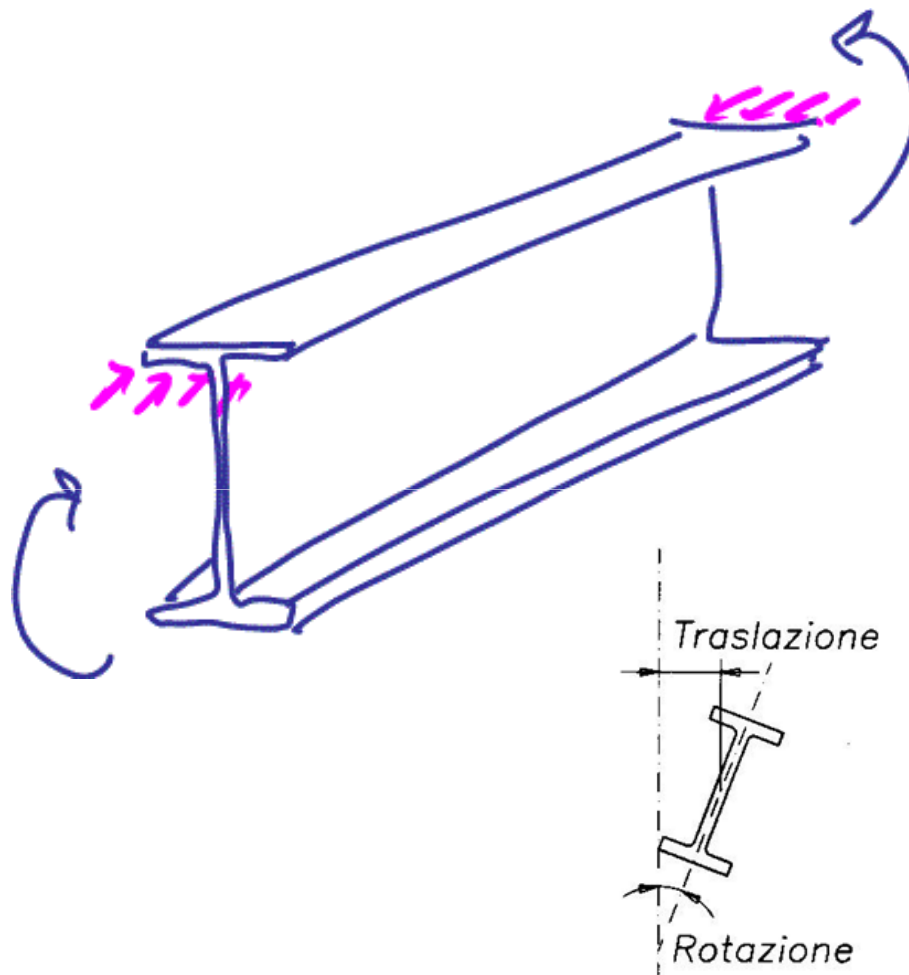
si ha:

$$\tau_{\max} \leq \frac{f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} \quad T_{Rd} = 2 A_k t \frac{f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}}$$

Instabilità flesso-torsionale (lateral-torsional)

Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)



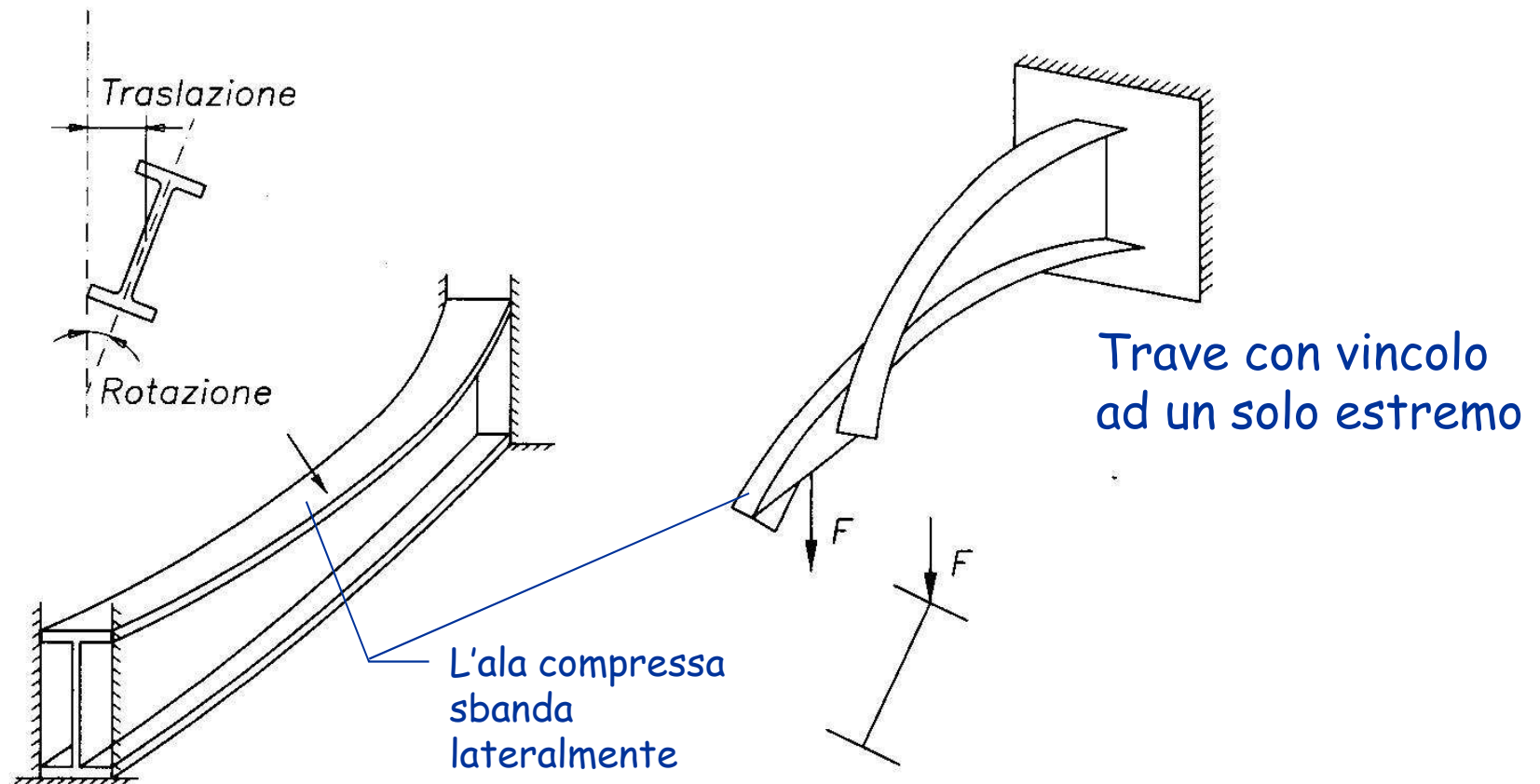
L'ala, compressa, non può sbandare in verticale per la presenza dell'anima ... ma può sbandare in orizzontale



Ala superiore (vista dall'alto)

Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)

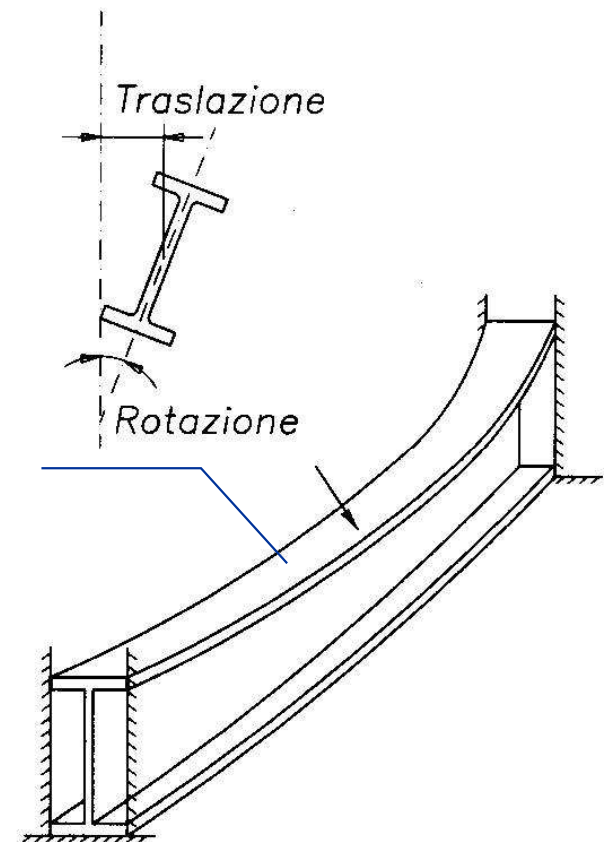


Trave con vincoli ai due estremi

Instabilità flessio-torsionale

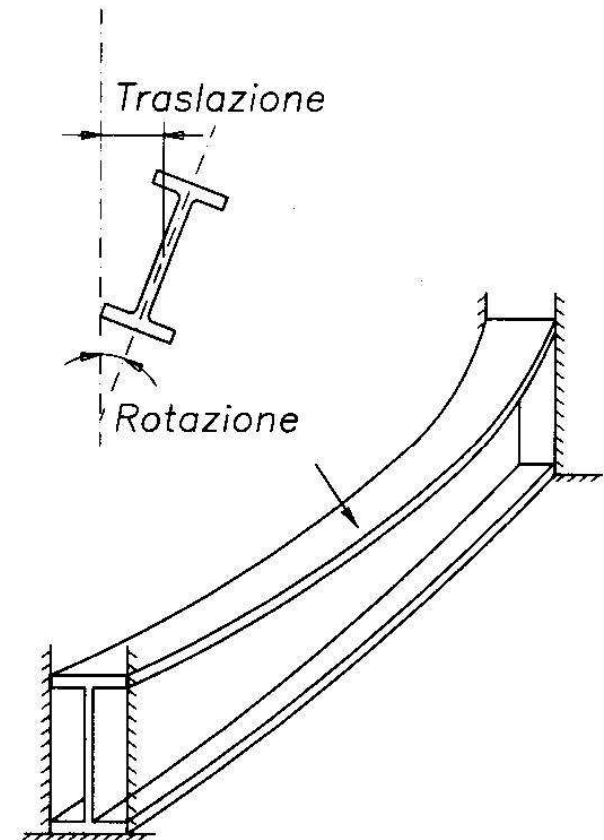
- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)
- L'instabilità può essere evitata con opportuna disposizione di elementi strutturali

Un solaio rigido evita lo sbandamento laterale



Instabilità flessione-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)
- L'instabilità può essere evitata con opportuna disposizione di elementi strutturali
- Se non può essere evitata, bisogna ridurre il momento resistente



Instabilità flessio-torsionale

in campo elastico

- Il momento flettente M_{cr} che provoca l'instabilità è dato dalla formula

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_t}{E I_z}}$$

con

I_z momento d'inerzia flessionale

I_t momento d'inerzia torsionale (da teoria di De S.V.)

I_ω momento d'inerzia settoriale (da teoria di Vlasov)

Instabilità flessio-torsionale

in campo elastico

- Esempio 1: IPE 160 di acciaio S275
lunghezza $l_0 = 4.00$ m

$$I_z = 68.31 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{\text{t}} = 3.60 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{\omega} = 3.96 \times 10^9 \text{ mm}^6$$

$$E = 210000 \text{ MPa}, G = 80770 \text{ MPa}$$

$$M_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_{\omega}}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_{\text{t}}}{E I_z}} = 18.9 \text{ kNm}$$

mentre la resistenza a flessione sarebbe

$$M_{\text{Rd}} = 32.5 \text{ kNm}$$

Instabilità flessione-torsionale

in campo elastico

- Esempio 2: HE 120 A di acciaio S275
lunghezza $l_0 = 4.00$ m

$$I_z = 230.9 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{\text{t}} = 5.99 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{\omega} = 4.84 \times 10^9 \text{ mm}^6$$

$$E = 210000 \text{ MPa}, G = 80770 \text{ MPa}$$

$$M_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_{\omega}}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_{\text{t}}}{E I_z}} = 44.6 \text{ kNm}$$

mentre la resistenza a flessione sarebbe

$$M_{\text{Rd}} = 31.3 \text{ kNm}$$

Instabilità flessio-torsionale

allo stato limite ultimo

- Bisogna ridurre il momento resistente per tener conto dell'instabilità flessio-torsionale
- Le espressioni usate sono simili a quelle dell'instabilità Euleriana

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$\Phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$$\Phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

Il secondo valore è consigliato
per sezioni laminate e saldate

↓ ↓
0.2 ÷ 0.4 1 ÷ 0.75

Instabilità flessio-torsionale

allo stato limite ultimo

- Esempio 1: IPE 160 di acciaio S275
lunghezza $l_0 = 4.00$ m

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_t}{E I_z}} = 18.9 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = 1.344$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = 0.406$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M1}} = 13.2 \text{ kNm}$$

mentre la resistenza a flessione
sarebbe stata $M_{Rd} = 32.5 \text{ kNm}$

Instabilità flessio-torsionale

allo stato limite ultimo

- Esempio 2: HE 120 A di acciaio S275
lunghezza $l_0 = 4.00$ m

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_t}{E I_z}} = 44.6 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = 0.858$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = 0.688$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M1}} = 21.5 \text{ kNm}$$

mentre la resistenza a flessione
sarebbe stata $M_{Rd} = 31.3 \text{ kNm}$

Instabilità flessio-torsionale

allo stato limite ultimo

- Le espressioni usate e gli esempi svolti sono riferite ad aste con momento costante
- Quando il momento varia lungo l'asta si utilizzano fattori correttivi analoghi a quelli già visti per la flessione composta in aste compresse