

Corso di aggiornamento

Elementi strutturali e collegamenti in acciaio

6 - Flessione e taglio

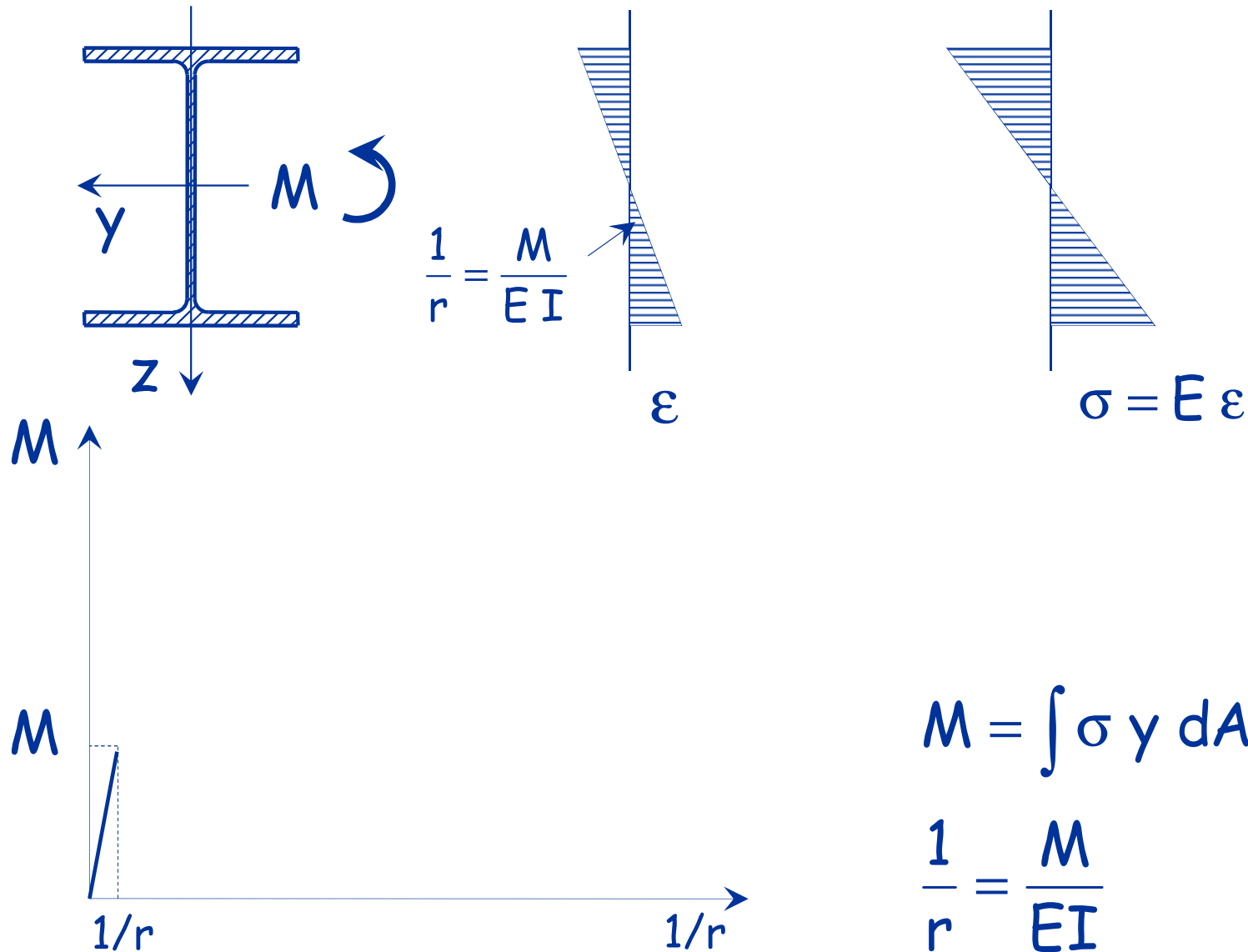
Villa Redenta, Spoleto

2-4 marzo 2017

Francesca Barbagallo

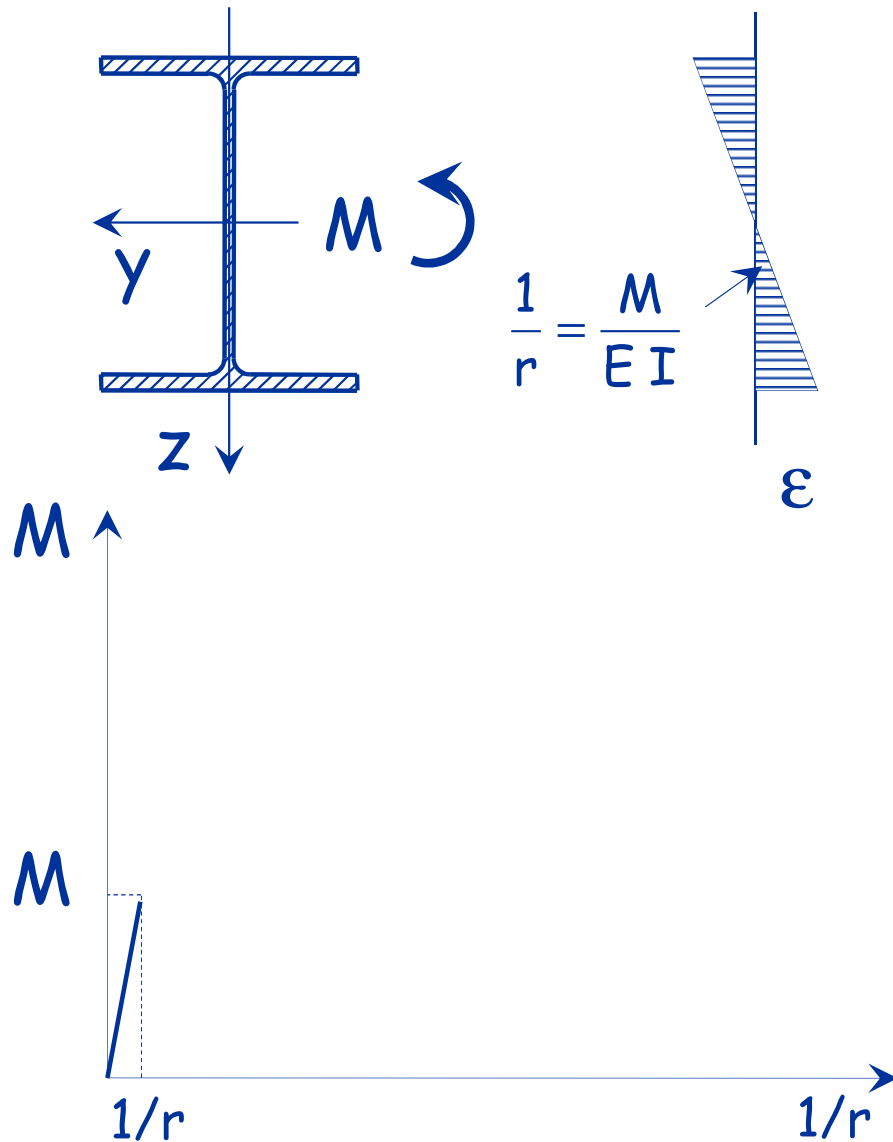
Flessione

Comportamento al crescere della curvatura



$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$$

Comportamento al crescere della curvatura



$$\frac{d\epsilon}{dz} = \chi = \frac{1}{r}$$

$$\epsilon = \epsilon_G + \chi z$$

$$\sigma = E(\epsilon_G + \chi z)$$

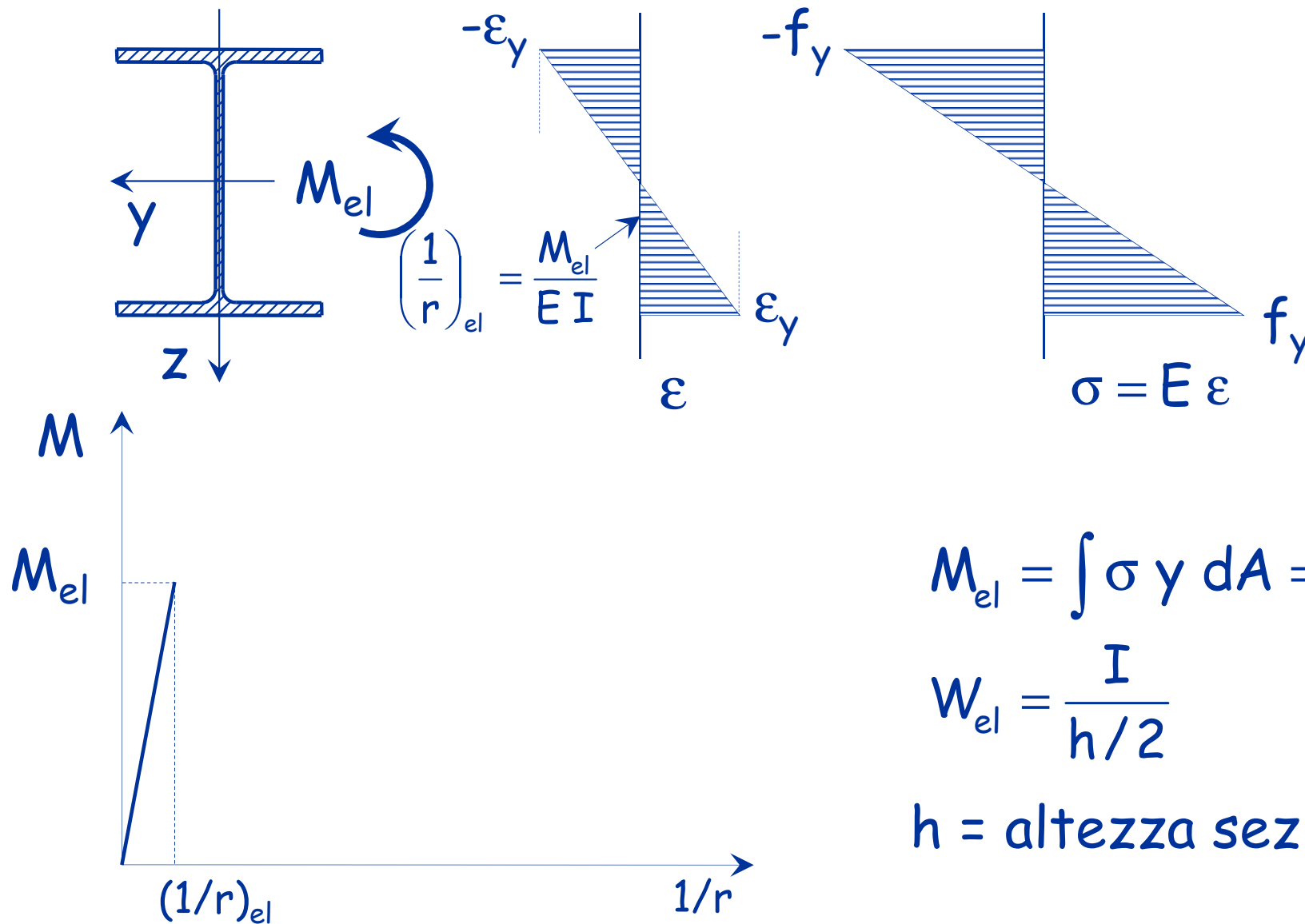
$$M = \int \sigma z dA = E\epsilon_G \int z dA + E\chi \int z^2 dA$$

$$M = E\chi I = \frac{EI}{r}$$

$$M = \int \sigma y dA = EI / r$$

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$$

Comportamento al crescere della curvatura

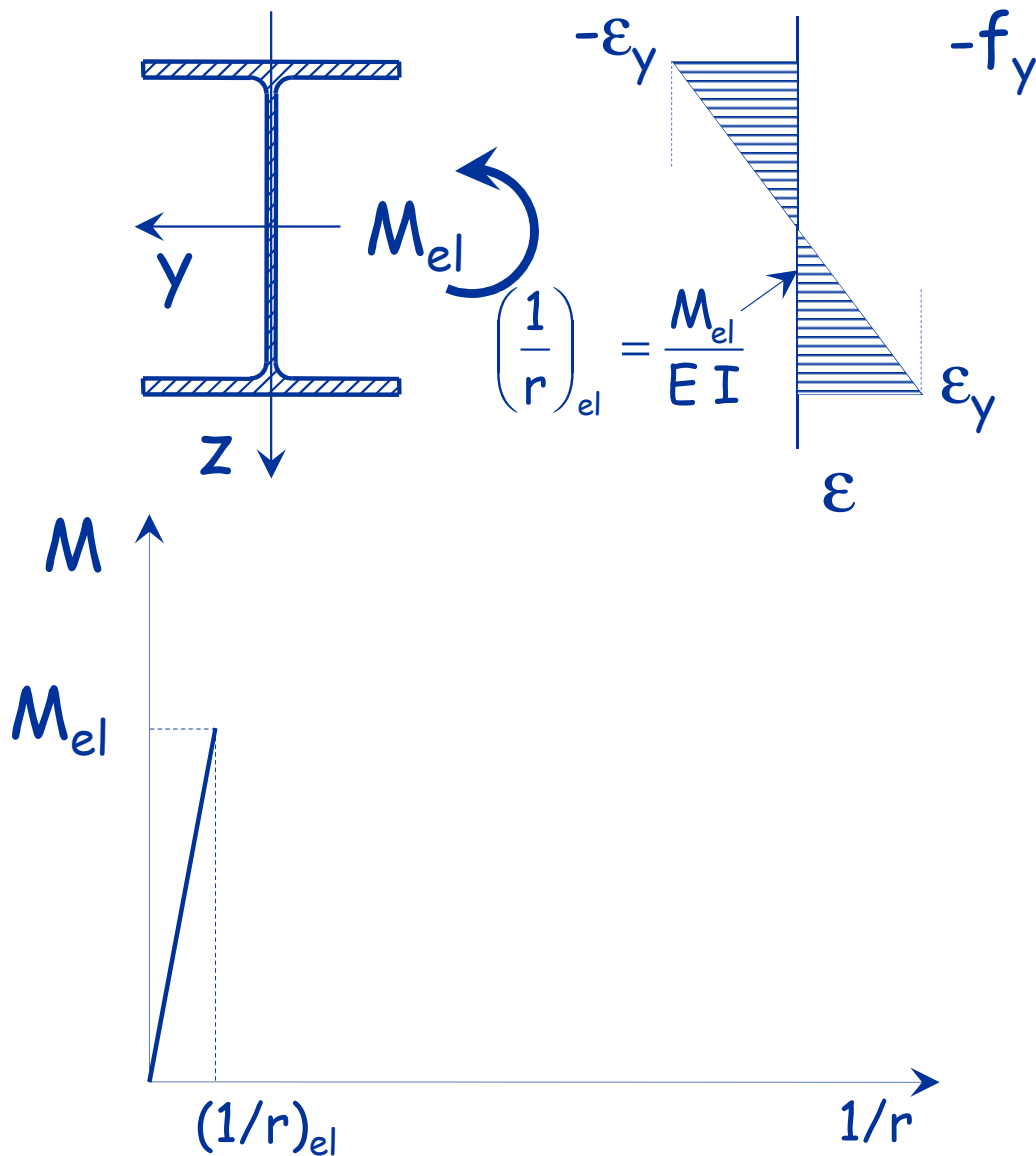


$$M_{el} = \int \sigma y dA = W_{el} f_y$$

$$W_{el} = \frac{I}{h/2}$$

h = altezza sezione

Comportamento al crescere della curvatura



$$\epsilon_{el} = \chi h / 2 \rightarrow \sigma_{el} = E \chi h / 2$$

$$\sigma = E \epsilon_{el}$$

$$\frac{1}{r_{el}} = \frac{\sigma_{el}}{E h / 2}$$

$$M_{el} = E \chi_{el} I$$

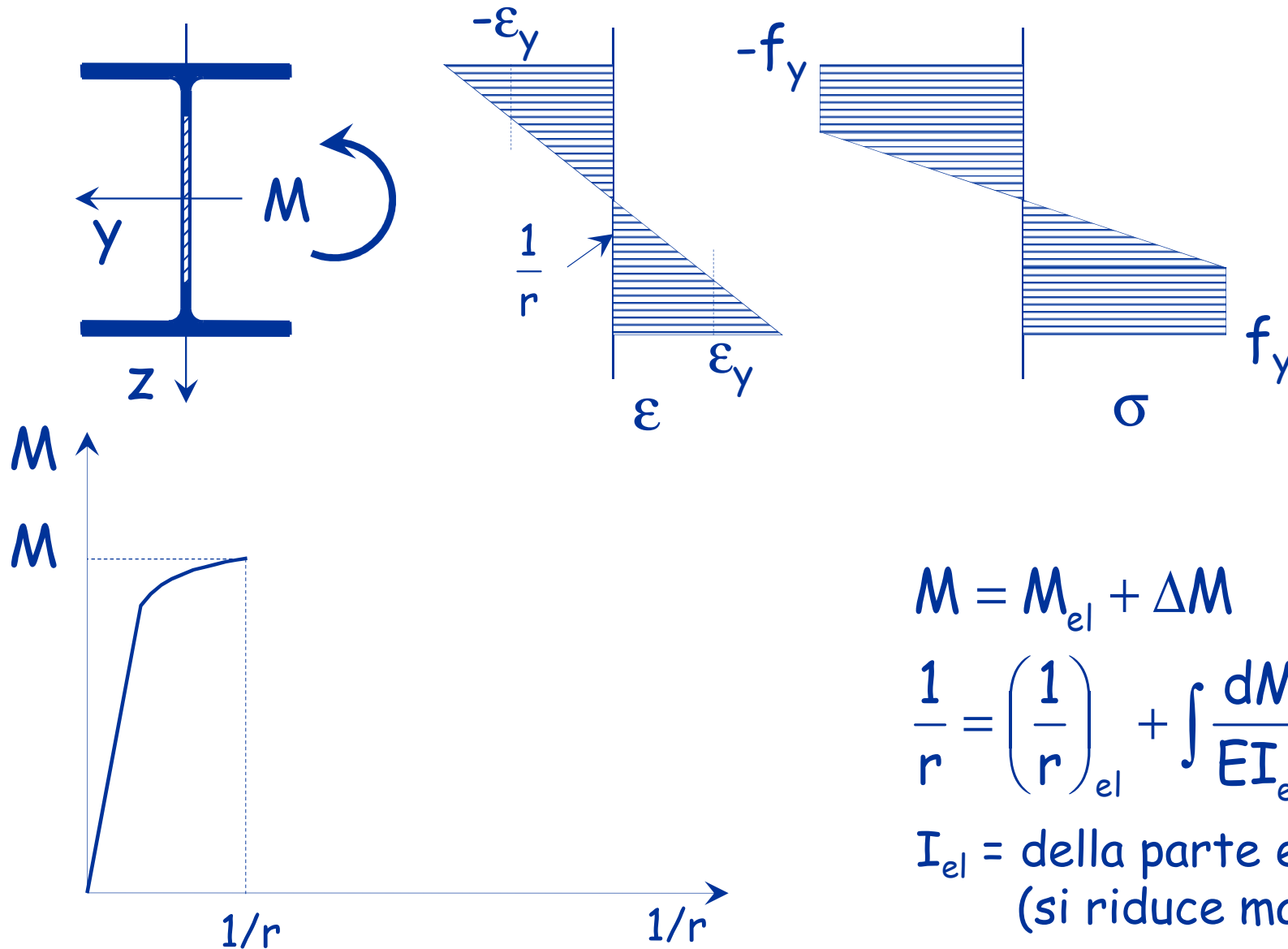
$$M_{el} = \frac{EI}{r_{el}} = \frac{\sigma_{el}}{E h / 2} EI = \frac{I}{h / 2} \sigma_{el}$$

$$M_{el} = \int \sigma y dA = W_{el} f_y$$

$$W_{el} = \frac{I}{h / 2}$$

h = altezza sezione

Comportamento al crescere della curvatura

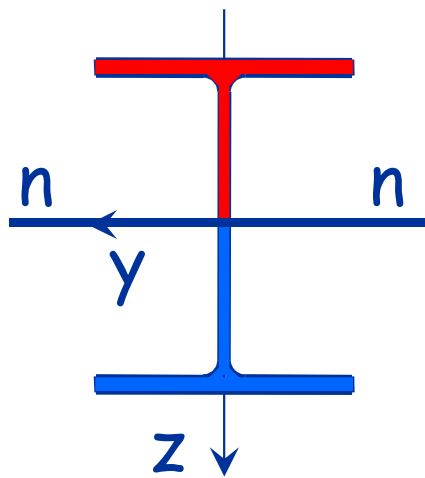


$$M = M_{el} + \Delta M$$

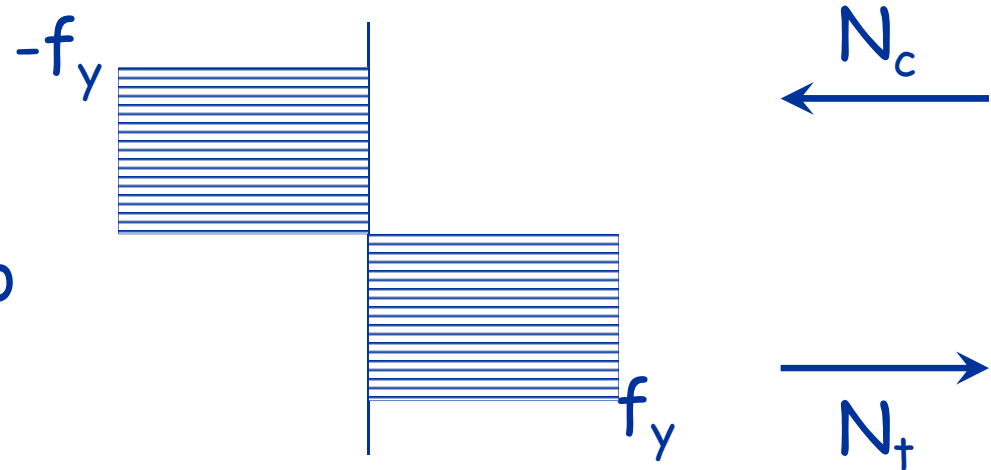
$$\frac{1}{r} = \left(\frac{1}{r} \right)_{el} + \int \frac{dM}{EI_{el}}$$

I_{el} = della parte elastica
(si riduce man mano)

Comportamento ultimo



$1/r$ tende
all'infinito



Per trovare l'asse neutro:

$$N_c + N_t = 0$$

(equilibrio alla traslazione)



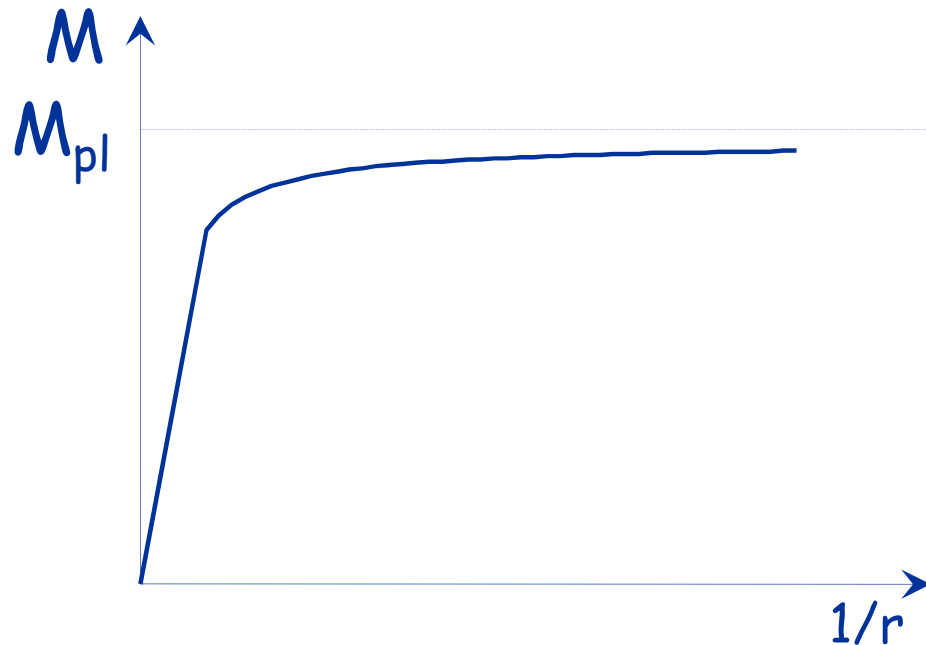
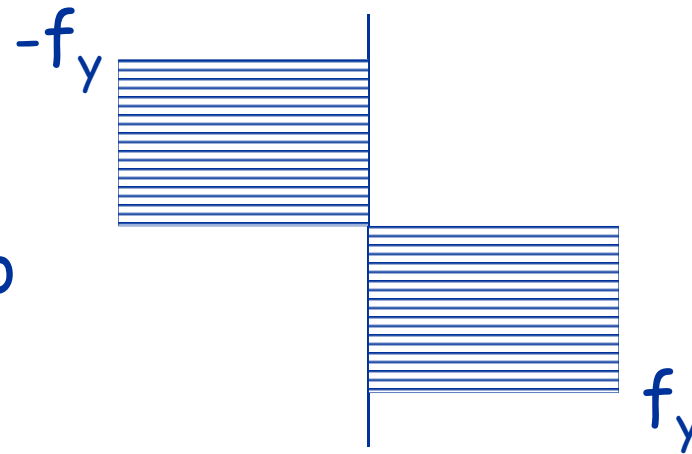
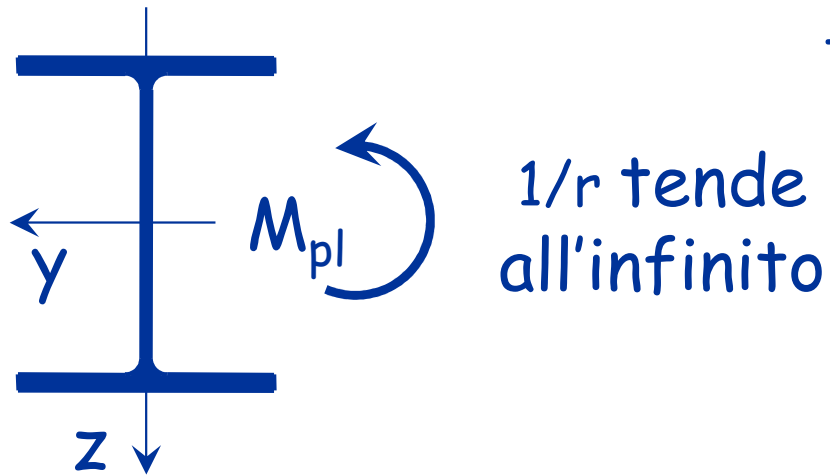
$$A_c = A_t$$

$$N_c = -f_y A_c$$

$$N_t = f_y A_t$$

L'asse neutro divide la
sezione in due parti di
area uguale

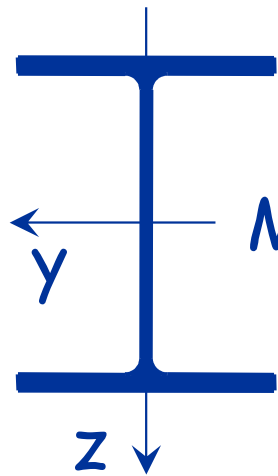
Comportamento ultimo



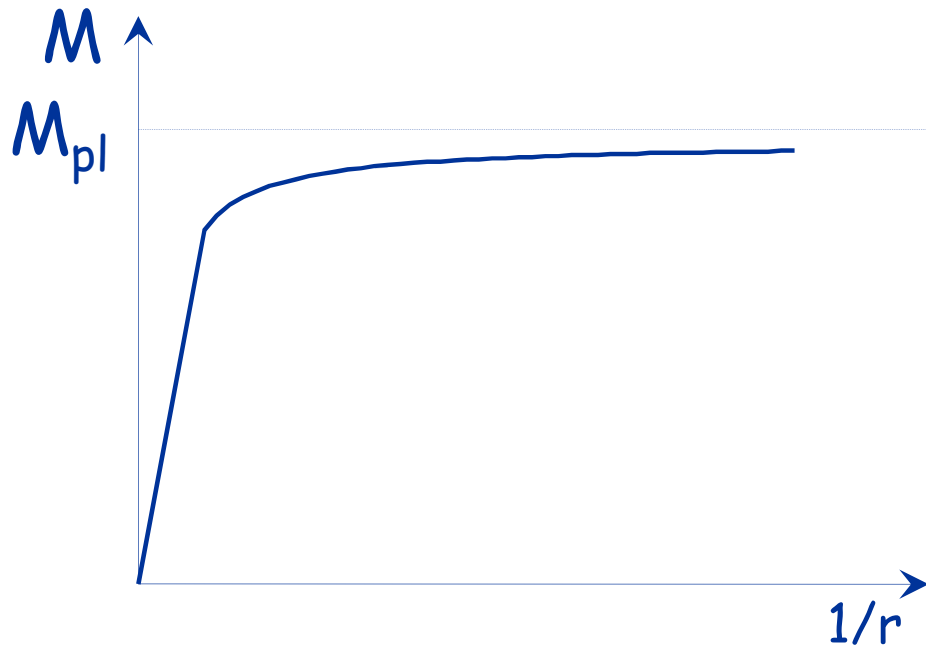
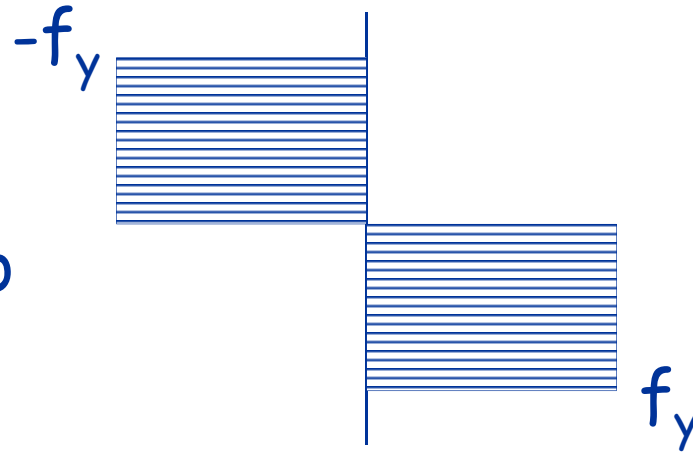
$$\begin{aligned} M_{pl} &= \int \sigma y \, dA = \\ &= \int_{A_c} -f_y y \, dA + \int_{A_c} f_y y \, dA = \\ &= 2 S_y f_y \end{aligned}$$

S_y = momento statico di
mezza sezione

Comportamento ultimo



M_{pl}
 $1/r$ tende
all'infinito



$$M_{pl} = \int \sigma y dA = W_{pl} f_y$$

S_y = momento statico di
mezza sezione

$$W_{pl} = 2 S_y$$

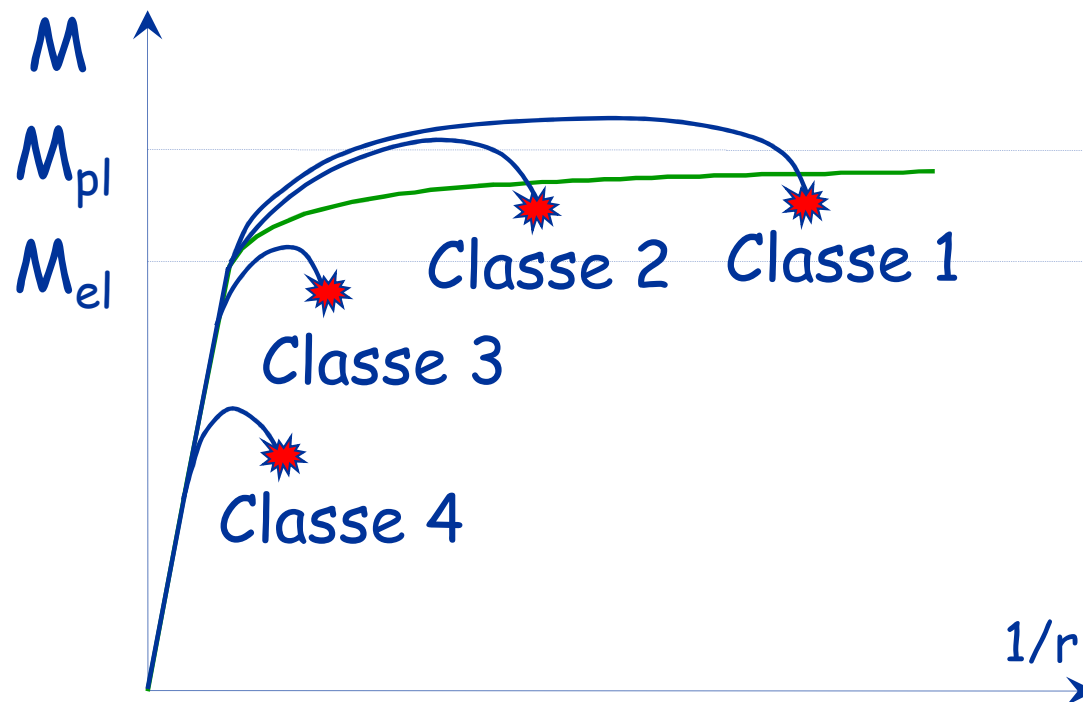
Comportamento di aste reali

Classe 1 - M supera M_{pl} e la sezione è molto duttile

Classe 2 - M supera M_{pl} ma la sezione è meno duttile

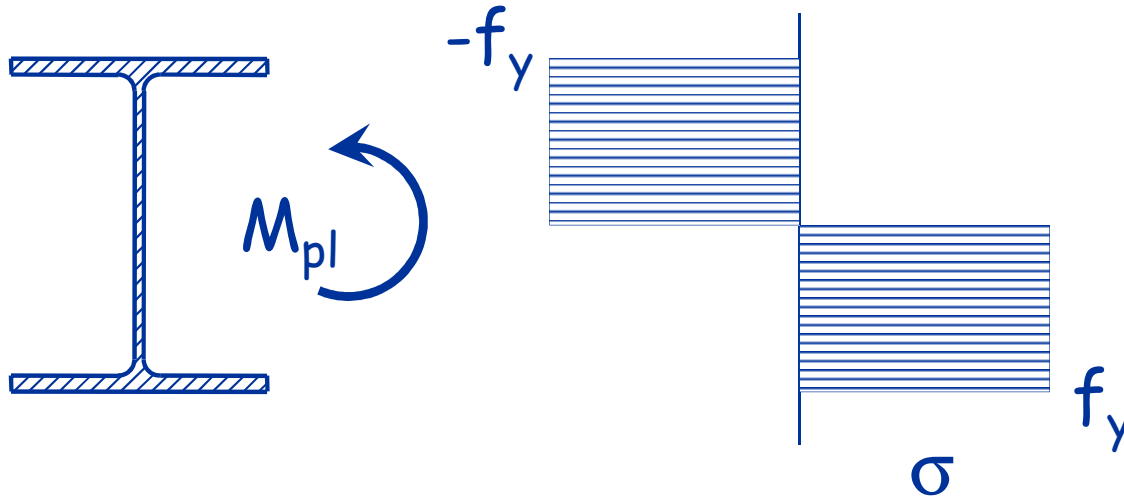
Classe 3 - La rottura avviene per $M \approx M_{el}$

Classe 4 - La rottura avviene per $M < M_{el}$



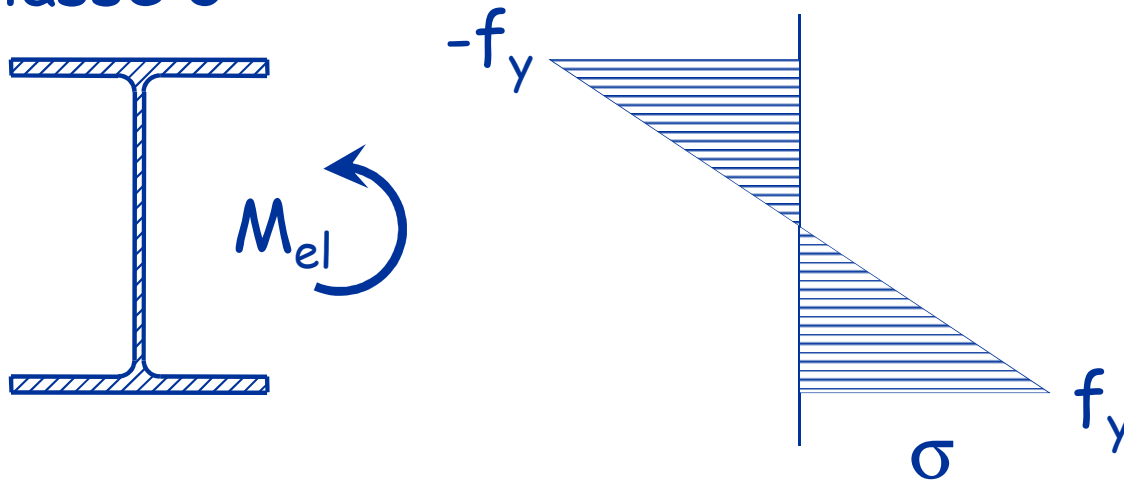
Verifica

Classe 1 e 2



$$M_{pl} = W_{pl} f_y$$

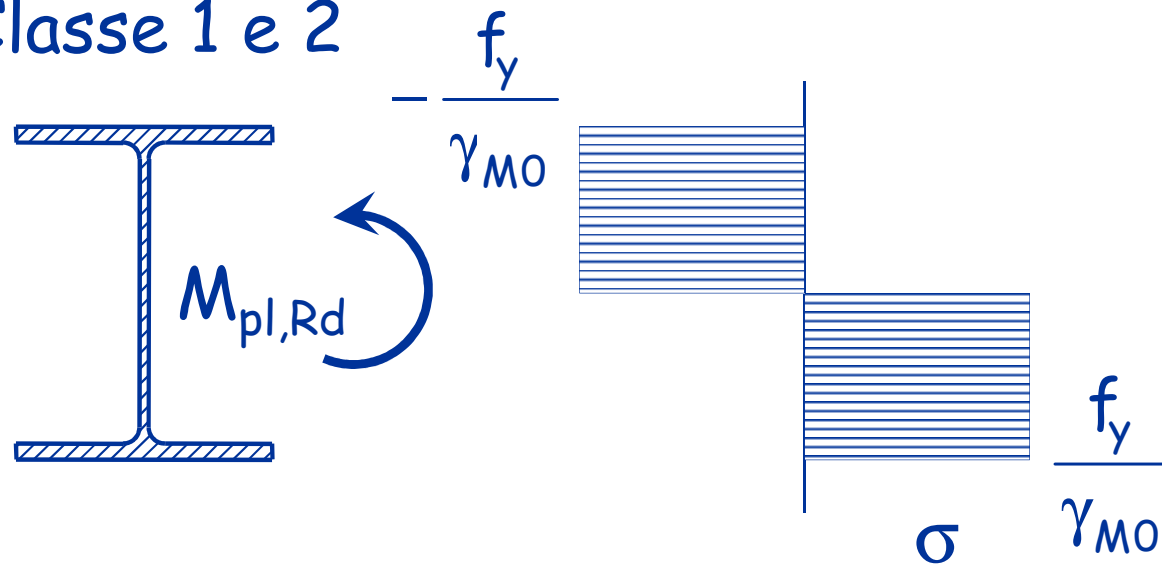
Classe 3



$$M_{el} = W_{el} f_y$$

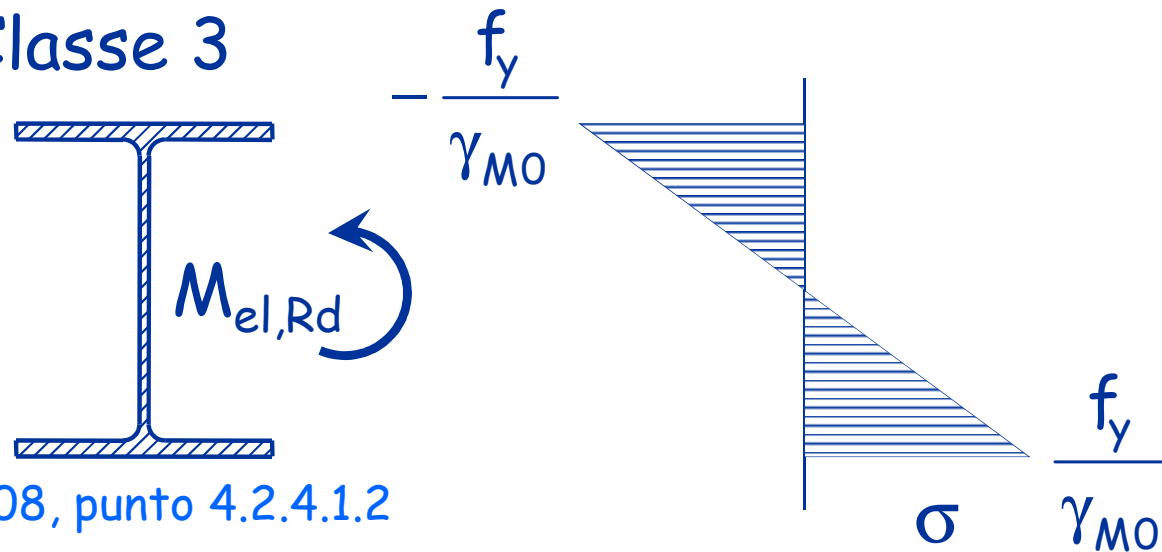
Verifica

Classe 1 e 2



$$M_{Ed} \leq M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

Classe 3



$$M_{Ed} \leq M_{el,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}}$$

Confronto tra classi 1-2 e 3

W_{pl}/W_{el} = Fattore di forma



$$I_y = bh^3/12$$

$$Z_{max} = h/2$$

$$W_{el} = bh^2/6$$

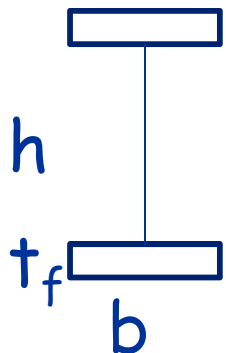
$$2S_{1/2} = 2 bh^2/8$$

$$W_{pl} = bh^2/4$$

$$W_{pl}/W_{el} = 1.5$$

Per sezioni a doppio T

$$W_{pl} \cong 1.15 W_{el}$$



$$I_y = 2 bt_f (h/2)^2$$

$$Z_{max} = h/2$$

$$W_{el} = bt_f h$$

$$2S_{1/2} = 2 bt_f h/2$$

$$W_{pl} = bt_f h$$

$$W_{pl}/W_{el} = 1.0$$

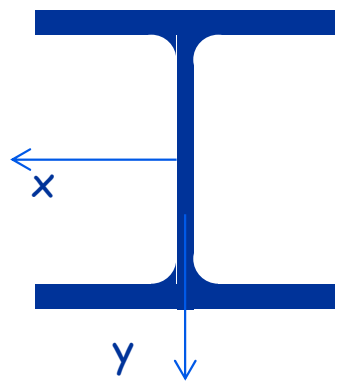
Confronto tra classi

A parità di W_{el} , la resistenza di sezioni di classe 1 e 2 è circa il 15% maggiore rispetto a quelle di classe 3

Per sezioni di classe 4 occorre valutare la sezione efficace ed utilizzare il W_{el} di tale sezione. La resistenza sarà quindi minore

Esempio - profilato

Dati:



HE 240 A

$M_{Ed} = 125 \text{ kNm}$

Acciaio S235

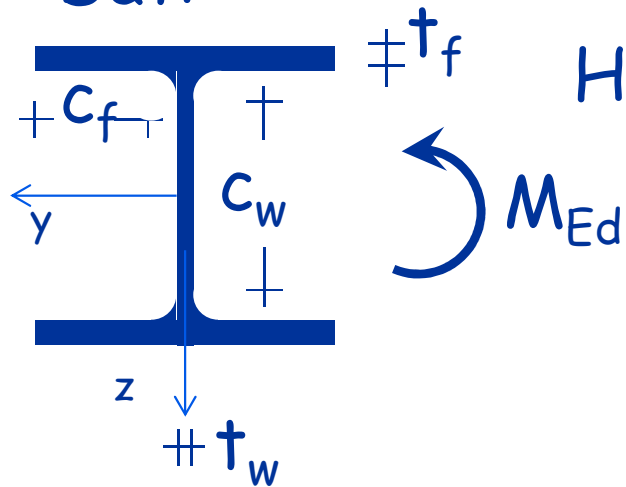


Procedura

- 1 - Si determina la classe del profilato (la peggiore tra quella dell'anima e della flangia).
- 2 - Si calcola il momento resistente M_{Rd} .
- 3 - Si verifica che $M_{Ed} < M_{Rd}$.

Esempio - profilato

Dati:



HE 240 A

$M_{Ed} = 125 \text{ kNm}$

Acciaio S235

1 - Classe del profilato

$$c_w = 164 \text{ mm} \quad t_w = 7.5 \text{ mm}$$

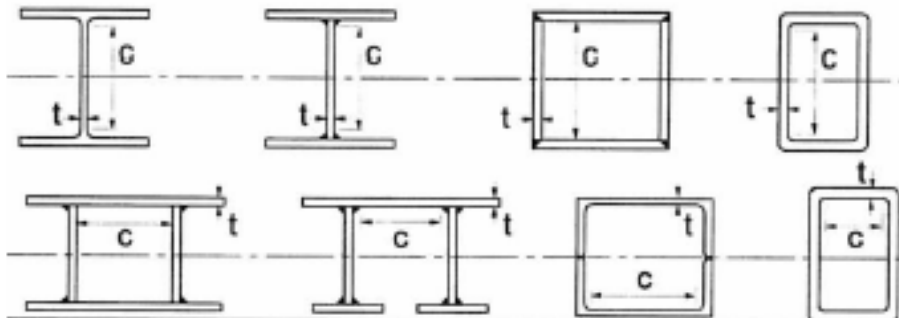
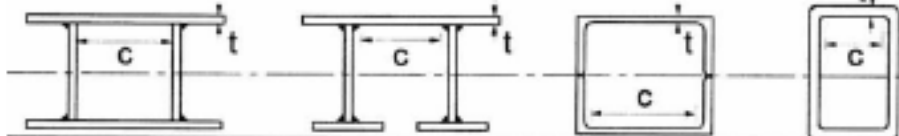
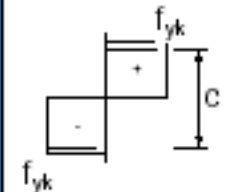
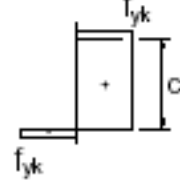
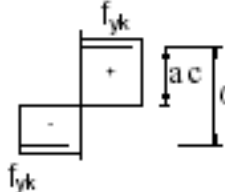
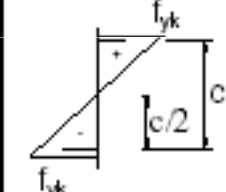
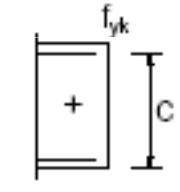
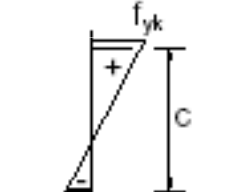
$$c_f = 95.3 \text{ mm} \quad t_f = 12 \text{ mm}$$

Anima: $\frac{c_w}{t_w} = \frac{164}{7.5} = 21.9$

Ala: $\frac{c_f}{t_f} = \frac{95.3}{12} = 7.9$

Parti interne compresse

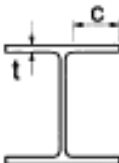
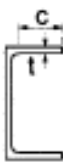
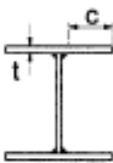
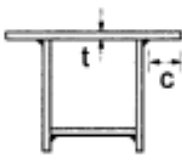
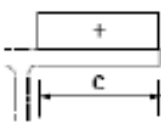
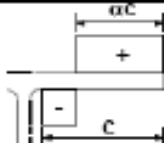
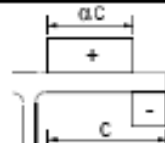
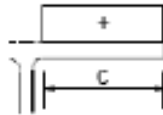
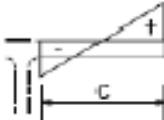
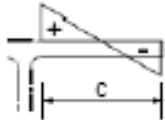
$$\frac{c}{t} \leq 72 \varepsilon$$

				Inflessione intorno all'asse		
				Inflessione intorno all'asse		
Parti interne compresse						
Classe	Parte soggetta a flessione	Parte soggetta a compressione		Parte soggetta a flessione e a compressione		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$		quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$		
2	$c/t \leq 65\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$		quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$		quando $\psi > -1: c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ quando $\psi \leq -1: c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$		
$\varepsilon = \sqrt{235 / f_{yk}}$	f_{yk}	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

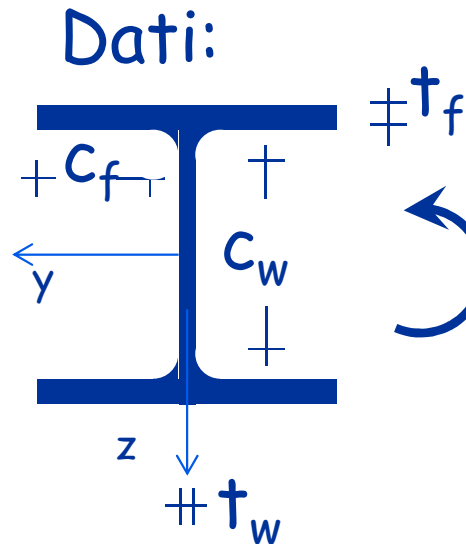
*) $\psi \leq -1$ si applica se la tensione di compressione $\sigma \leq f_{yk}$ o la deformazione a trazione $\varepsilon_y > f_{yk}/E$

Parti esterne compresse

$$\frac{c}{t} \leq 9 \varepsilon$$

Piattabande esterne						
						
Profilati laminati a caldo						
						
			Sezioni saldate			
Classe	Piattabande esterne soggette a compressione	Piattabande esterne soggette a flessione e a compressione				
		Con estremità in compressione		Con estremità in trazione		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
1	$c/t \leq 9\varepsilon$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
2	$c/t \leq 10\varepsilon$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
3	$c/t \leq 14\varepsilon$	$c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$ Per k_σ vedere EN 1993-1-5				
$\varepsilon = \sqrt{235/f_{yk}}$	f_{yk}	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Esempio - profilato



HE 240 A

$$M_{Ed} = 125 \text{ kNm}$$

Acciaio S235

Il profilato è di classe 1

1 - Classe del profilato

$$c_w = 164 \text{ mm} \quad t_w = 7.5 \text{ mm}$$

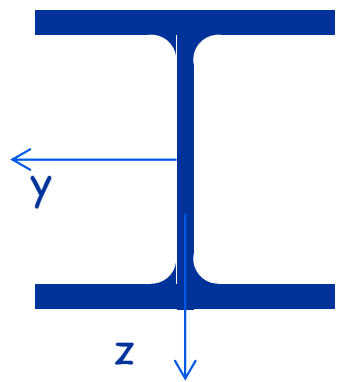
$$c_f = 95.3 \text{ mm} \quad t_f = 12 \text{ mm}$$

Anima: $\frac{c_w}{t_w} = \frac{164}{7.5} = 21.9 \leq 72 \quad \varepsilon = 72 \quad (\varepsilon = \sqrt{235 / f_y} = 1)$

Ala: $\frac{c_f}{t_f} = \frac{95.3}{12} = 7.9 \leq 9 \quad \varepsilon = 9$

Esempio - profilato

Dati:



HE 240 A

$M_{Ed} = 125 \text{ kNm}$

Acciaio S235

Il profilato è di classe 1

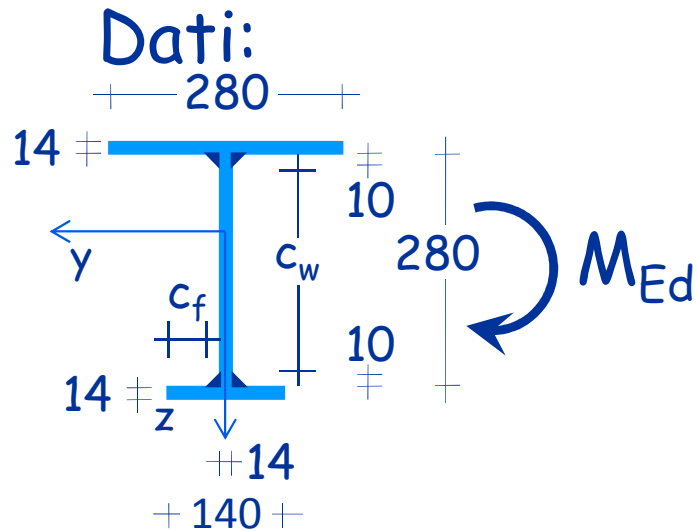
2 e 3 - Momento resistente e verifica

Dal sagomario: $W_{pl,x} = 744.6 \text{ cm}^3$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{744.6 \times 235}{1.05 \times 10^3} = 166.6 \text{ kNm}$$

Sezione verificata

Esempio - sezione composta



$$M_{Ed} = -250 \text{ kNm}$$

Acciaio S235

1 - Classe della sezione

$$c_w = 260 \text{ mm} \quad t_w = 14 \text{ mm}$$

$$c_f = 53 \text{ mm} \quad t_f = 14 \text{ mm}$$

Anima:

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{260}{14} = 18.5$$

Ala:

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{53}{14} = 3.8$$

Parti interne compresse

A favore di
sicurezza

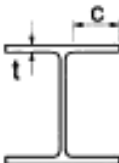
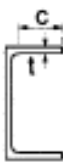
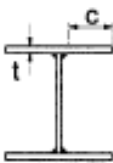
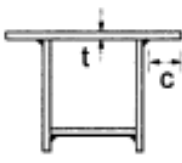
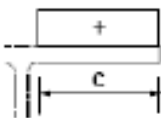
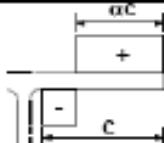
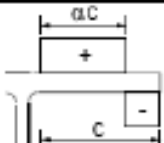
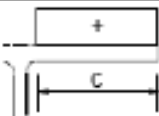
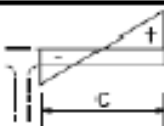
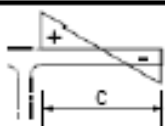
$$\frac{c}{t} \leq 33 \varepsilon$$

				Inflessione intorno all'asse		
				Inflessione intorno all'asse		
Parti interne compresse						
Classe	Parte soggetta a flessione	Parte soggetta a compressione	Parte soggetta a flessione e a compressione			
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{406\varepsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$			
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	quando $\psi > -1: c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ quando $\psi \leq -1: c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$			
$\varepsilon = \sqrt{235 / f_{yk}}$	f_{yk}	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

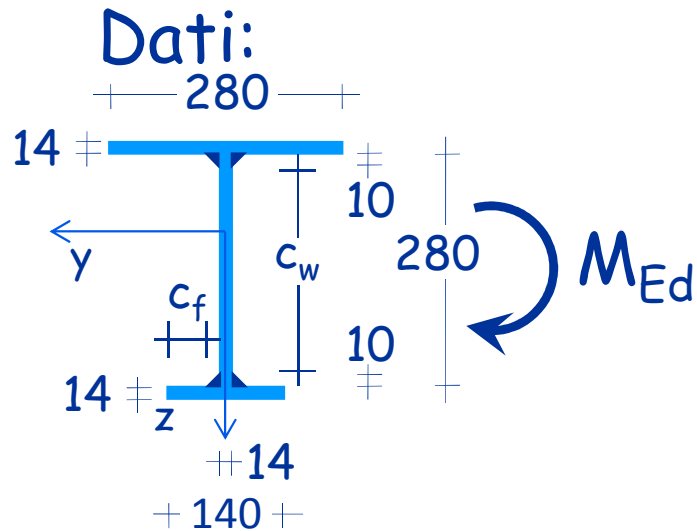
*) $\psi \leq -1$ si applica se la tensione di compressione $\sigma \leq f_{yk}$ o la deformazione a trazione $\varepsilon_y > f_{yk}/E$

Parti esterne compresse

$$\frac{c}{t} \leq 9 \varepsilon$$

Piattabande esterne						
						
Profilati laminati a caldo						
						
			Sezioni saldate			
Classe	Piattabande esterne soggette a compressione	Piattabande esterne soggette a flessione e a compressione				
		Con estremità in compressione		Con estremità in trazione		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
1	$c/t \leq 9\varepsilon$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
2	$c/t \leq 10\varepsilon$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
3	$c/t \leq 14\varepsilon$	$c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$ Per k_σ vedere EN 1993-1-5				
$\varepsilon = \sqrt{235/f_{yk}}$	f_{yk}	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Esempio - sezione composta



$$M_{Ed} = -250 \text{ kNm}$$

Acciaio S235

La sezione è di classe 1

1 - Classe della sezione

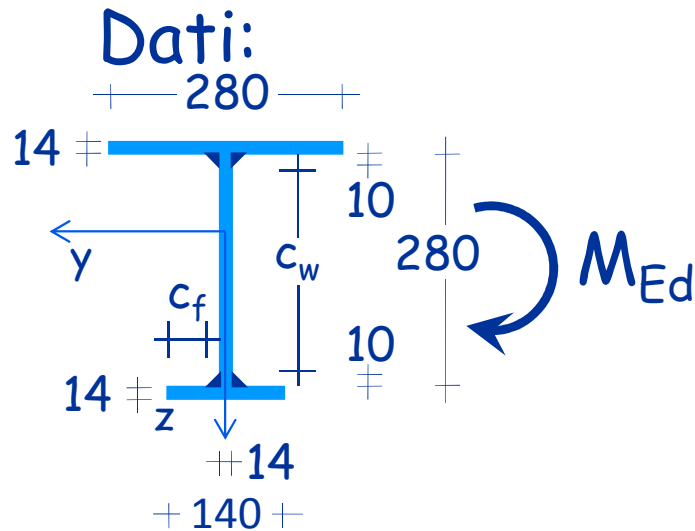
$$c_w = 260 \text{ mm} \quad t_w = 14 \text{ mm}$$

$$c_f = 53 \text{ mm} \quad t_f = 14 \text{ mm}$$

Anima: $\frac{c_w}{t_w} = \frac{260}{14} = 18.5 < 33 \varepsilon = 33 \quad (\varepsilon = \sqrt{235 / f_y} = 1)$

Ala: $\frac{c_f}{t_f} = \frac{53}{14} = 3.8 < 9 \varepsilon = 9$

Esempio - sezione composta



$$M_{Ed} = -250 \text{ kNm}$$

Acciaio S235

La sezione è di classe 1

2 - Momento resistente

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

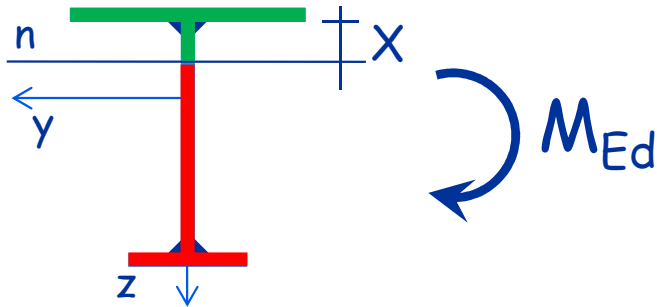
$$W_{pl} = 2 S_y$$

S_y = momento statico di mezza sezione
(parte tesa o compressa)

Bisogna trovare l'asse neutro ed il baricentro

Esempio - sezione composta

Dati:



$$M_{Ed} = -250 \text{ kNm}$$

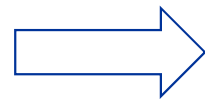
Acciaio S235

La sezione è di classe 1

2.1 - Asse neutro

Divide la sezione in due parti di area uguale

$$A_t = 14 \times 280 + 14 \times X = \frac{A}{2}$$

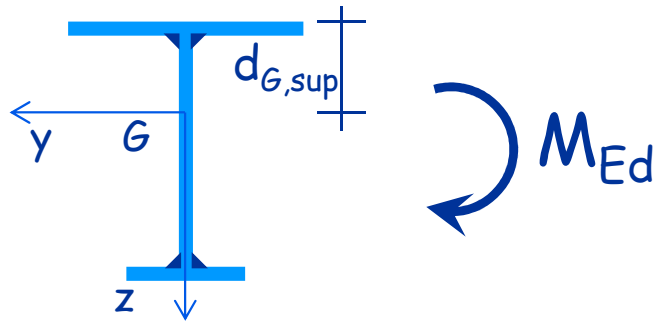


$$X = 70 \text{ mm}$$

$$A = 9800 \text{ mm}^2$$

Esempio - sezione composta

Dati:



$$M_{Ed} = -250 \text{ kNm}$$

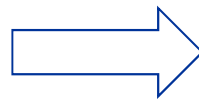
Acciaio S235

La sezione è di classe 1

2.2 - Baricentro

Calcolo il momento statico della sezione rispetto al bordo superiore:

$$S_{sup} = 1221080 \text{ mm}^3$$

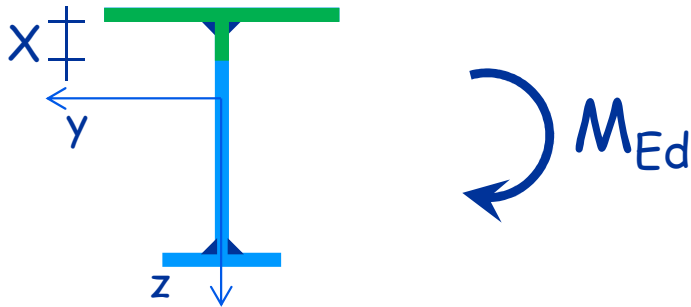


$$d_{G, sup} = 124.7 \text{ mm}$$

$$S_{sup} = A d_{G, sup}$$

Esempio - sezione composta

Dati:



$$M_{Ed} = -250 \text{ kNm}$$

Acciaio S235

La sezione è di classe 1

2.3 - Modulo di resistenza

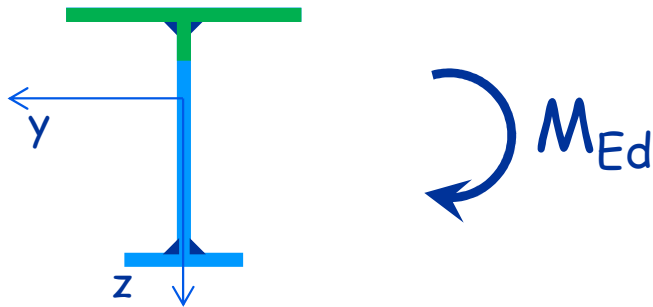
Calcolo il momento statico della parte tesa o della parte compressa rispetto all'asse baricentrico:

$$W_{pl} = 2 S_y = 1070.2 \text{ cm}^2$$

$$S_y = 535.1 \text{ cm}^2$$

Esempio - sezione composta

Dati:



$$M_{Ed} = -250 \text{ kNm}$$

Acciaio S235

La sezione è di classe 1

2.4 - Momento resistente

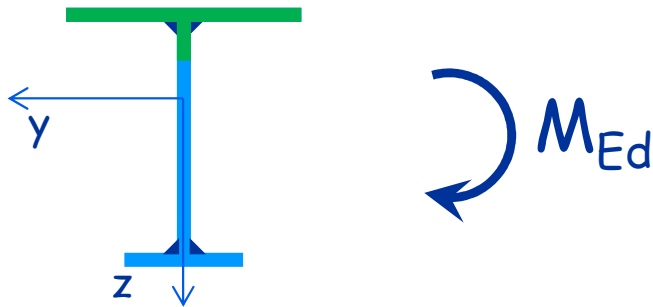
$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1070.2 \times 235}{1.05 \times 10^3} = 239.5 \text{ kNm}$$

$$W_{pl} = 2 S_y = 1070.2 \text{ cm}^2$$

$$S_y = 535.1 \text{ cm}^2$$

Esempio - sezione composta

Dati:



$$M_{Ed} = -250 \text{ kNm}$$

Acciaio S235

La sezione è di classe 1

3 - Verifica

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1070.2 \times 235}{1.05 \times 10^3} = 239.5 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 250 \text{ kNm} > M_{Rd} = 239.5 \text{ kNm}$$

La sezione non è verificata

Progetto

1 - Si assume la classe della sezione (1, 2 o 3).

2 - Invertendo l'espressione di verifica si ottiene la formula di progetto della sezione.

Classe 1 e 2: $M_{Ed} \leq M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{pl} = \frac{M_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}$

Classe 3: $M_{Ed} \leq M_{el,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow W_{el} = \frac{M_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}$

3 - Si sceglie il profilato.

4 - Si verifica la classe del profilato.

Esempio

Dati:

$$G_d + Q_d = 2.56 \text{ kN/m}$$



$$L = 7.8 \text{ m}$$

Acciaio

S235

Sezione

serie HEA

M_{Ed}

19.5 kNm

1 - Classe della sezione.

Suppongo che la sezione appartenga alla classe 1 o 2.

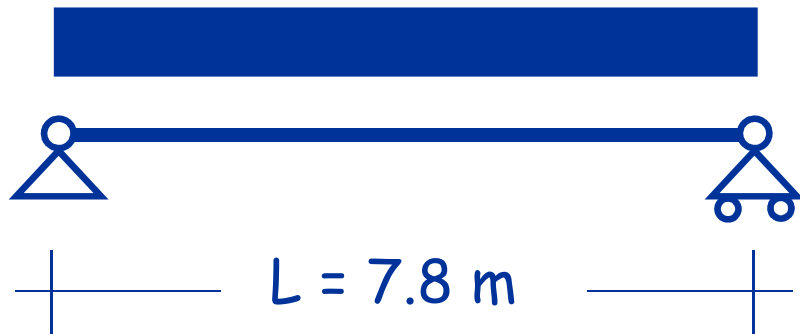
2 - Determinazione del modulo plastico.

$$W_{pl} = \frac{M_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} = \frac{19.5 \times 10^3}{235 / 1.05} = 87.1 \text{ cm}^3$$

Esempio

Dati:

$$G_d + Q_d = 2.56 \text{ kN/m}$$



Acciaio
Sezione

M_{Ed}

W_{pl}

S235

serie HEA

19.5 kNm

$\geq 87.1 \text{ cm}^3$

3 - Scelta della sezione.

Si potrebbe usare un **HE 120 A**

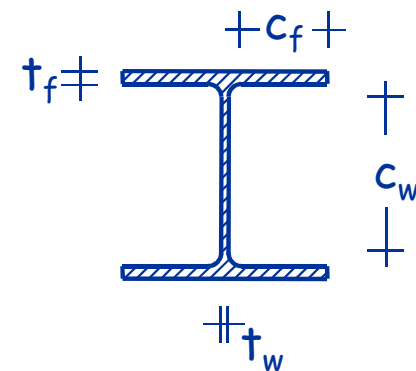
$$W_{pl} = 119.5 \text{ cm}^3$$

$$c_w = 74 \text{ mm}$$

$$t_w = 5 \text{ mm}$$

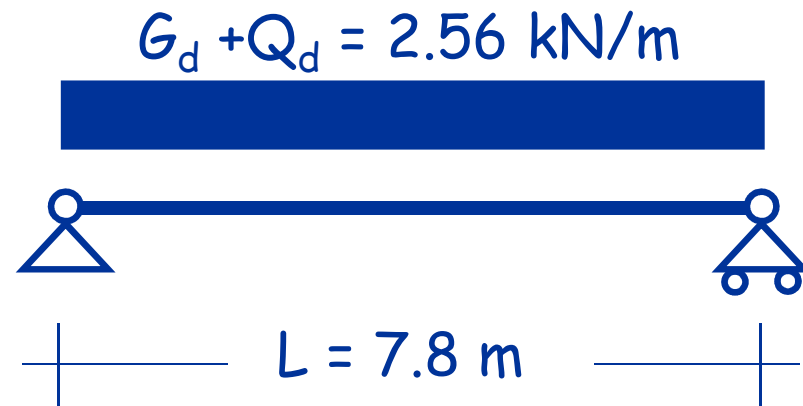
$$c_f = 60 \text{ mm}$$

$$t_f = 8 \text{ mm}$$



Esempio

Dati:



Acciaio	S235
Sezione	serie HEA
M_{Ed}	19.5 kNm
W_{pl}	$\geq 87.1 \text{ cm}^3$

4 - Determinazione della classe della sezione.

Anima: $\frac{c_w}{t_w} = \frac{74}{5} = 14.8 \leq 72 \varepsilon = 72$ ($\varepsilon = \sqrt{235 / f_y} = 1$)

Ala: $\frac{c_f}{t_f} = \frac{40.5}{8} = 5.1 \leq 9 \varepsilon = 9$

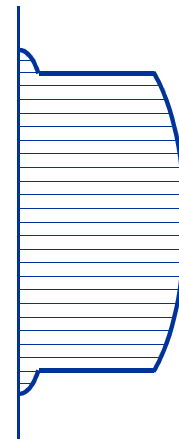
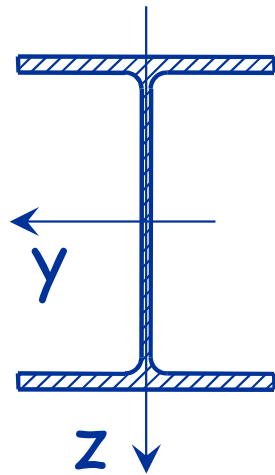
La sezione è realmente di classe 1

Esempio

- Si deve però verificare anche lo stato limite di esercizio
- Il calcolo è stato fatto in un esempio precedente (SLE)
- Si è visto che è necessaria una sezione parecchio più grande (HE 160 A, HE 140 B, IPE 180)
- Si consiglia di procedere sempre effettuando contemporaneamente le due verifiche (o meglio usando le due condizioni per il progetto)

Taglio

Comportamento al crescere del taglio



$$\tau = \frac{V_z S_y}{I_y b}$$

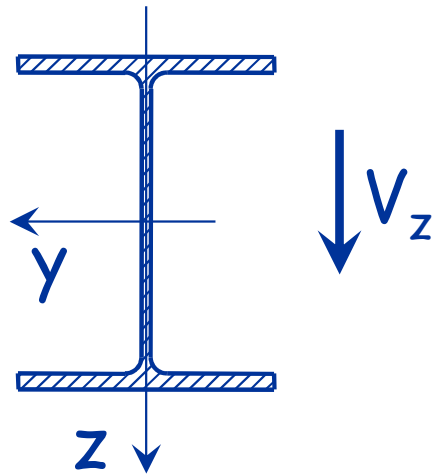
In campo lineare le tensioni si valutano con la formula di Jouraski:

S_y momento statico della sezione al di sopra (o al di sotto) della corda rispetto all'asse baricentrico;

I_y momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse baricentrico;

b ampiezza della corda.

Comportamento al crescere del taglio

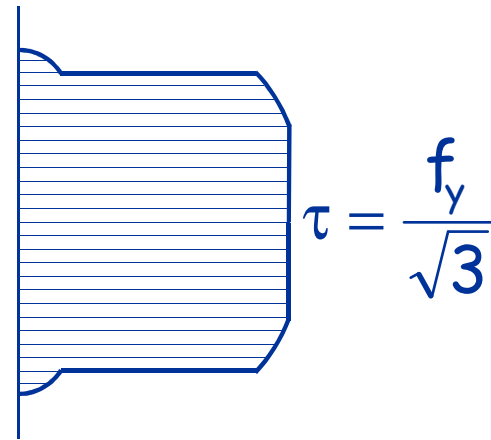
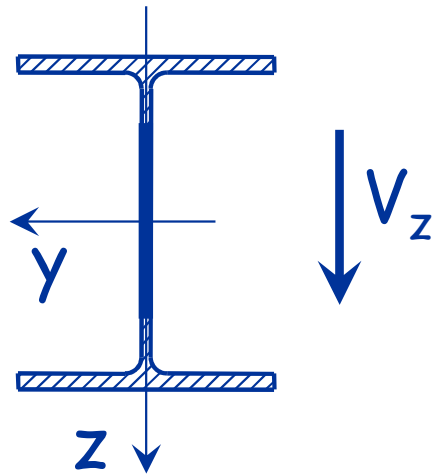


A diagram of a rectangular cross-section showing the distribution of shear stress τ . The distribution is parabolic, with the maximum value at the neutral axis. The area is shaded with horizontal lines.

$$\tau = \frac{V_z S_y}{I_y b}$$
$$\tau = \frac{f_y}{\sqrt{3}}$$

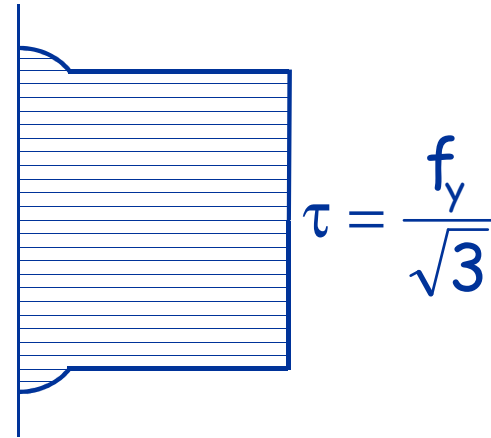
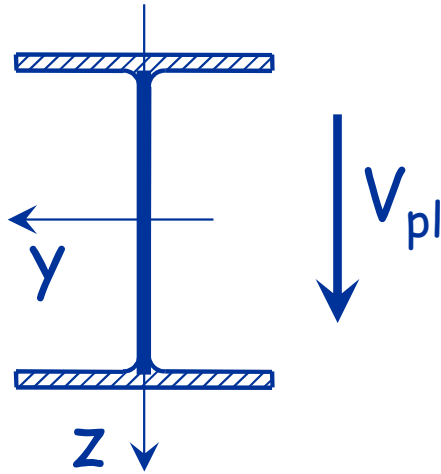
Facendo crescere il taglio, la fibra che sta sull'asse baricentrico (la più sollecitata) si plasticizza.

Comportamento al crescere del taglio



La plasticizzazione si propaga fino a che ...

Comportamento ultimo



... si plasticizza tutta l'anima.

$$V_{pl} = A_{anima} \frac{f_y}{\sqrt{3}}$$

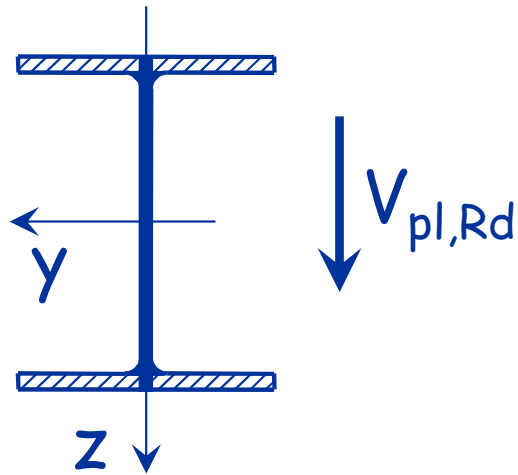
$$V_{pl} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3}}$$

per sezioni a doppio T

in generale

area resistente a taglio

Verifica



Per profili a doppio T

Si plasticizza tutta l'anima ed i raccordi circolari

Taglio resistente secondo NTC08 ed Eurocodice 3

$$V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}}$$

A_v area resistente a taglio

Area resistente a taglio

- Precedenti versioni suggerivano di valutare l'area resistente a taglio in maniera approssimata

$$A_v = 1.04 h t_w$$

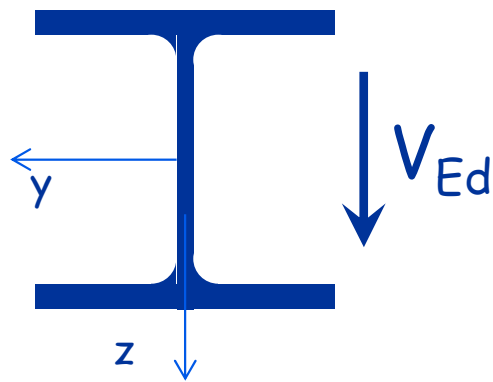
- Ora sono suggerite formule più dettagliate:
per travi a doppio T, caricate nel piano dell'anima

$$A_v = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$$

- Altre formule sono fornite per sezioni di forma diversa

Esempio

Dati:



HE 120 A

$V_{Ed} = 10 \text{ kN}$

(dalla trave progettata)

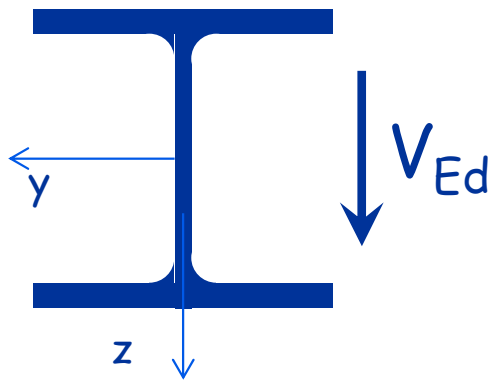
Acciaio S235

Procedura

- 1 - Si determina l'area resistente a taglio A_v
- 2 - Si calcola il taglio resistente $V_{pl,Rd}$.
- 3 - Si verifica che $V_{Ed} < V_{pl,Rd}$.

Esempio

Dati:



HE 120 A

$$V_{Ed} = 10 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$b = 120 \text{ mm} \quad t_f = 8 \text{ mm}$$

$$h = 114 \text{ mm} \quad t_w = 5 \text{ mm}$$

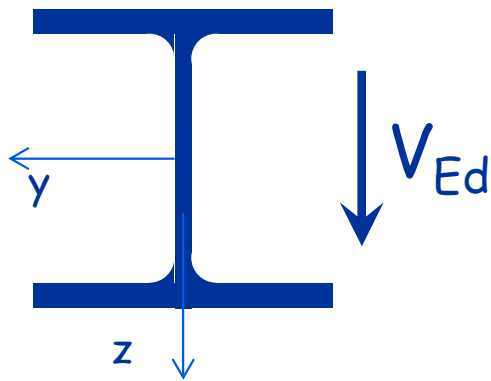
$$r = 12 \text{ mm} \quad A = 2534 \text{ mm}^2$$

1- Area resistente a taglio A_v

$$A_v = 2534 - 2 \times 120 \times 8 + (5 + 2 \times 12) \times 8 = 846 \text{ mm}^2$$

Esempio

Dati:



HE 120 A

$$V_{Ed} = 10 \text{ kN}$$

(dalla trave progettata)

Acciaio S235

2 e 3 - Taglio resistente e verifica

$$A_v = 846 \text{ mm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{846 \times 235 / \sqrt{3}}{1.05} \times 10^{-3} = 109.3 \text{ kN}$$

Sezione verificata

Taglio - considerazioni

- In genere i profilati sono tali da avere una resistenza a taglio più che sufficiente
- Procedimento usuale:
progettare a flessione - verificare a taglio

Interazione Taglio - Momento flettente

Modello lineare (classe 3)

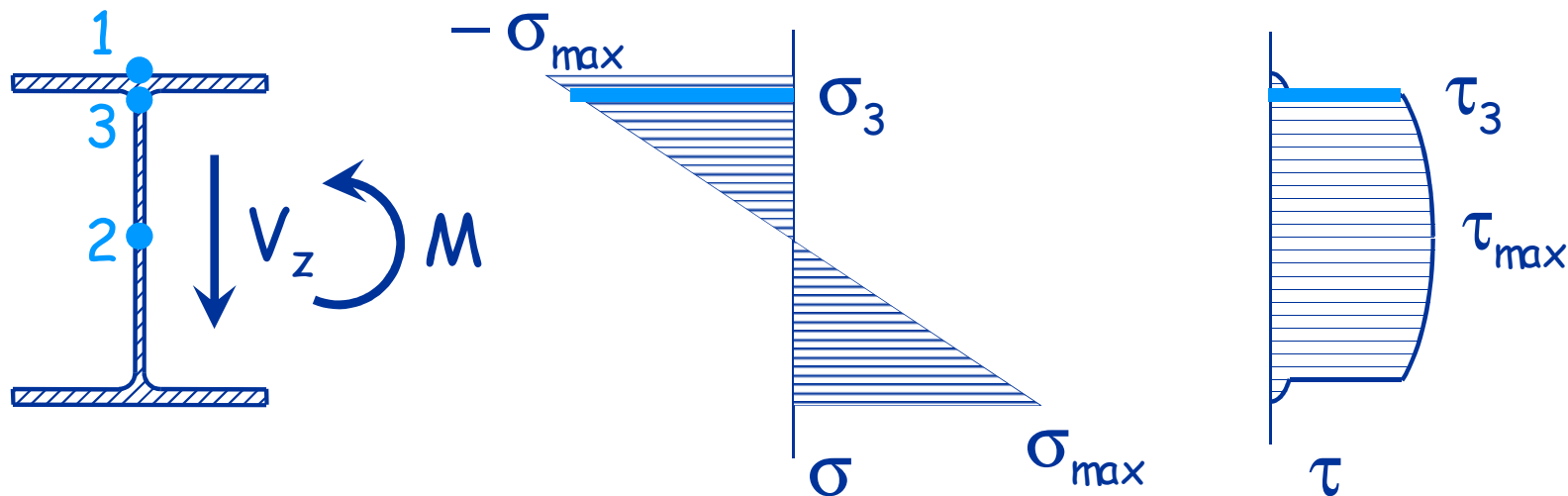
Generalmente la sezione è sottoposta a taglio e flessione. In questo caso, esiste interazione?

Oltre alle verifiche:

1. $\sigma_{\max} \leq f_y / \gamma_{M0}$
2. $\tau_{\max} \leq f_y / \gamma_{M0} / \sqrt{3}$

Si controlla che:

3. $\sqrt{\sigma_3^2 + 3 \tau_3^2} \leq f_y / \gamma_{M0}$

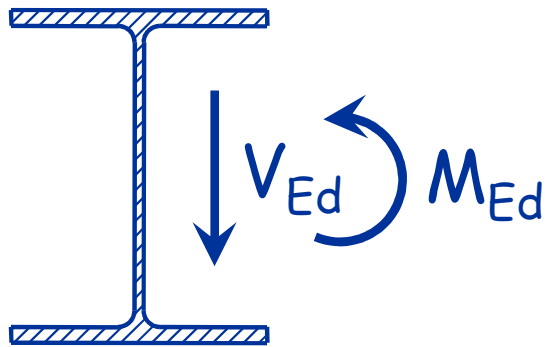


Interazione Taglio - Momento flettente

Stato limite ultimo per classe 1 e 2

Come tener conto dell'interazione taglio - momento flettente?

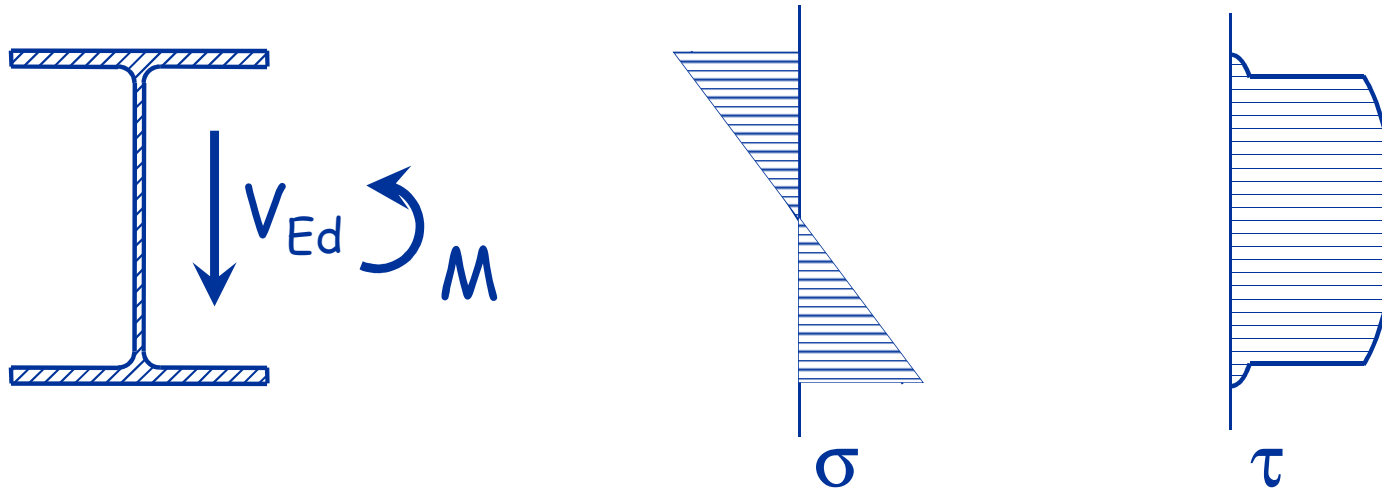
- La sezione impegna parte delle sue risorse per portare il taglio
- Allora il momento resistente risulterà ridotto e pari a $M_{V,Rd}$



Si verifica: $M_{Ed} \leq M_{V,Rd}$

Ma come calcolare $M_{V,Rd}$?

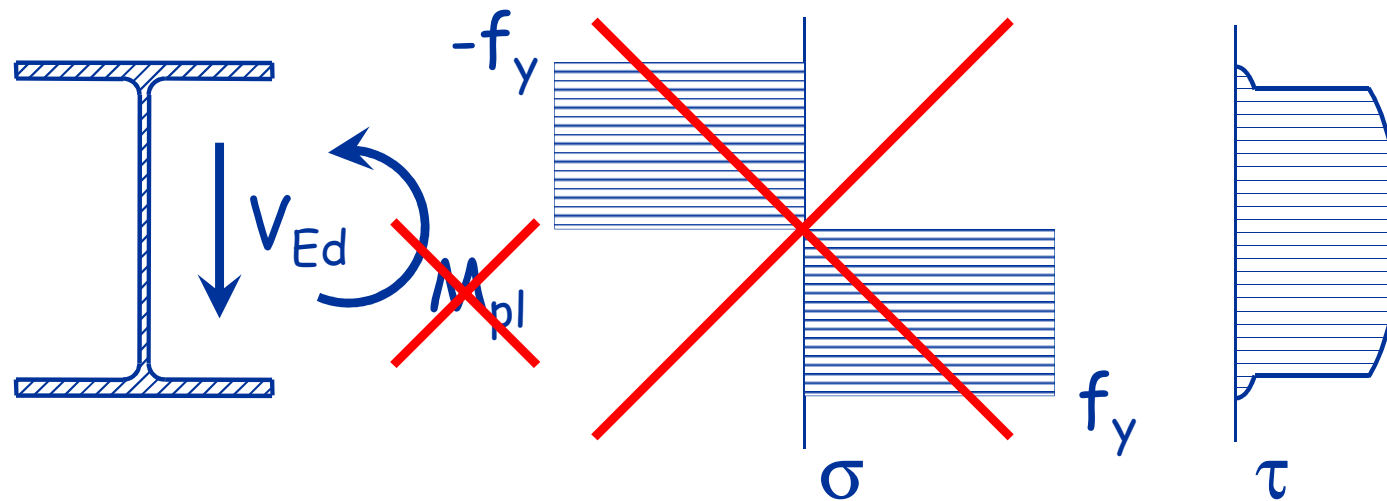
Momento resistente ridotto per Taglio



Faccio crescere il momento fino al collasso della sezione

(Se la sezione è di classe 1 o 2 corrisponde alla completa plasticizzazione)

Momento resistente ridotto per Taglio

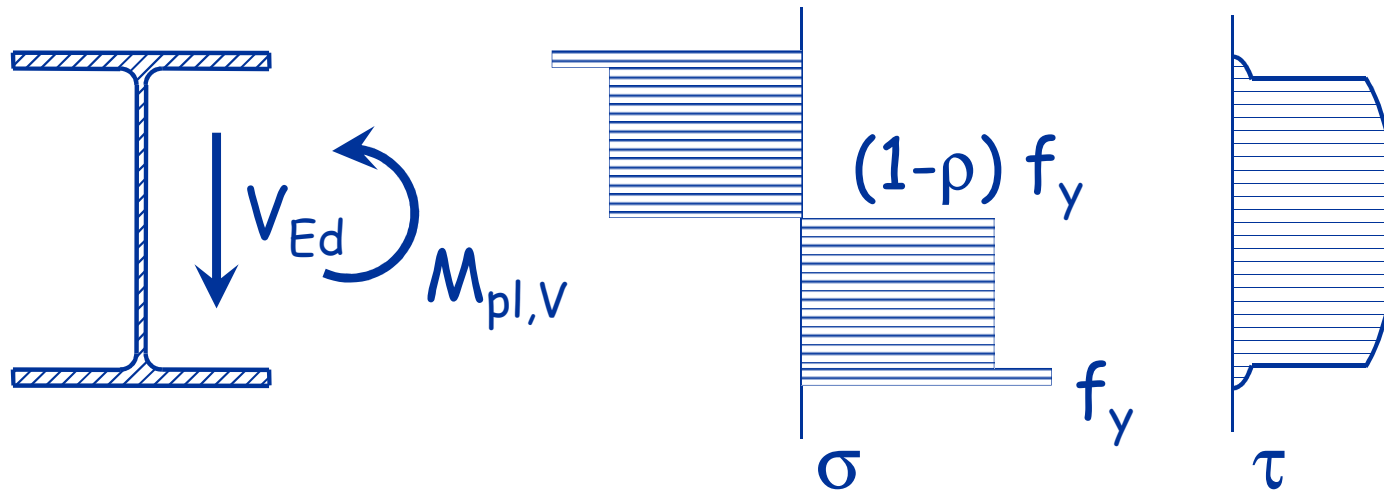


È possibile ottenere questo diagramma delle tensioni σ ?

NO, dove le τ sono elevate lo snervamento avverrà per valori di σ più bassi pari a:

$$\sigma = (1-\rho) f_y \quad \text{con } \rho < 1$$

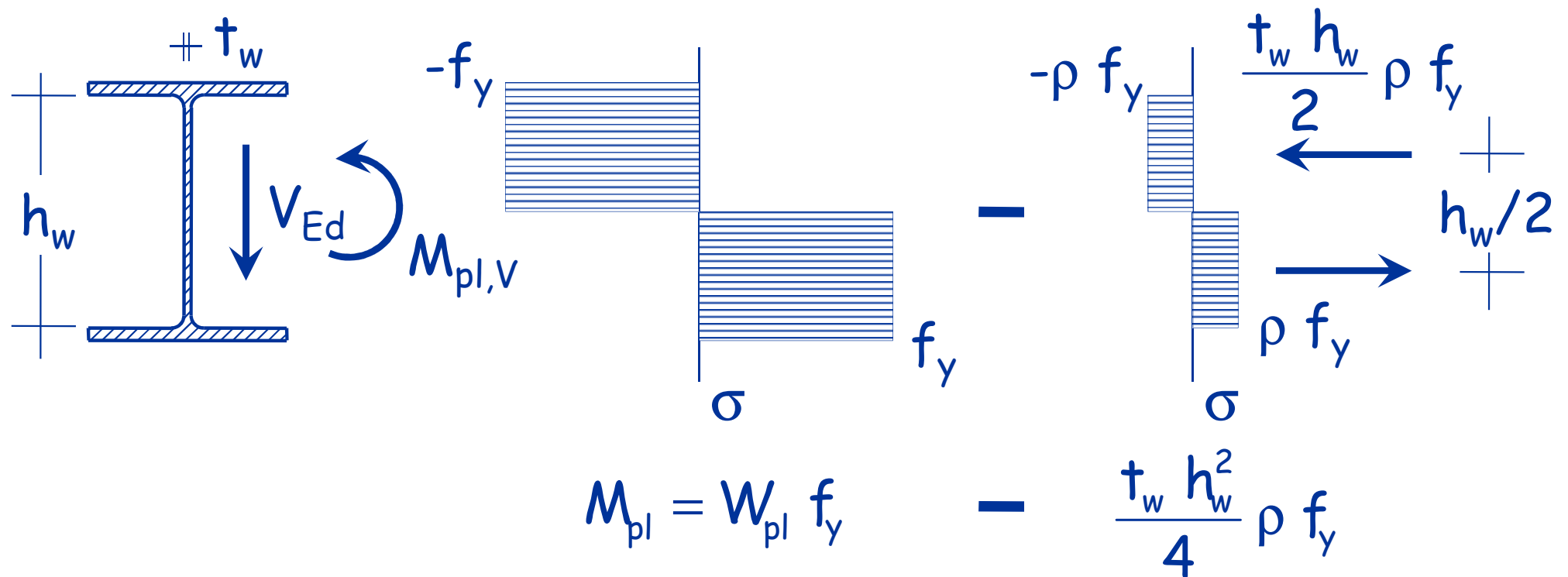
Momento resistente ridotto per Taglio



Per una sezione a doppio T la tensione verrà ridotta nell'anima?

$$M_{pl,V} = \int \sigma y dA$$

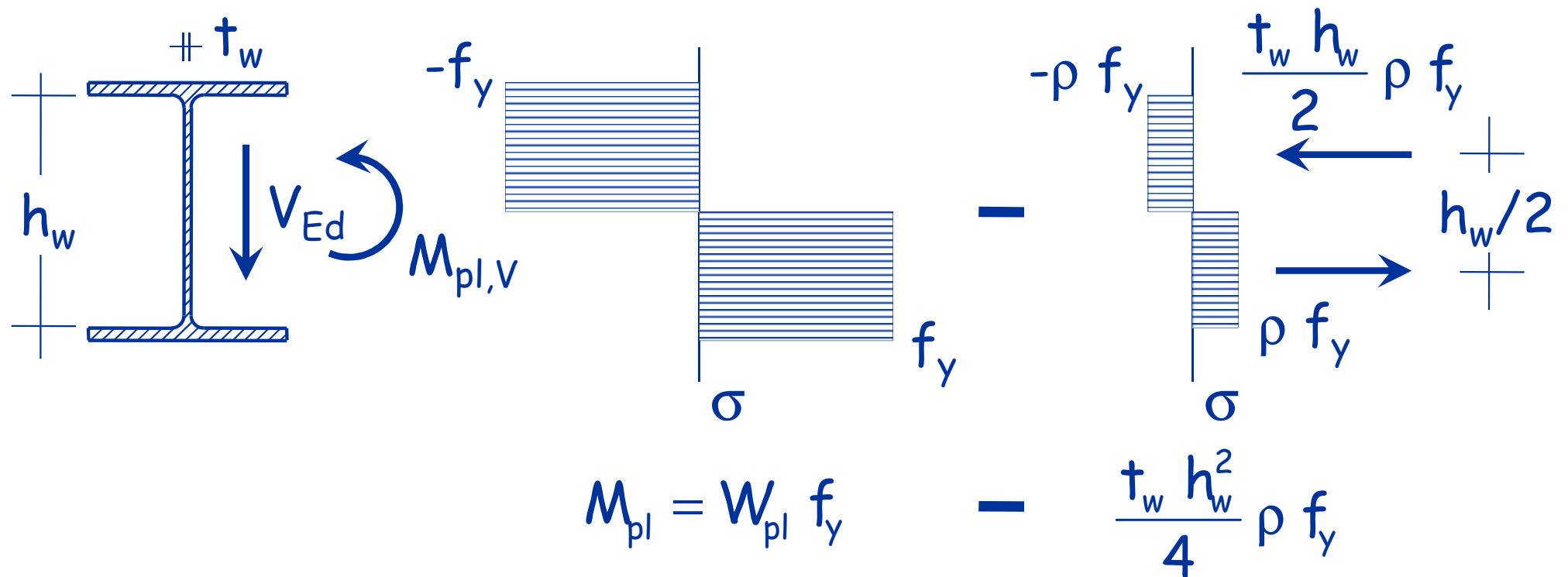
Momento resistente ridotto per Taglio



$$M_{pl,V} = \left(W_{pl} - \rho \frac{t_w h_w^2}{4} \right) f_y \quad \text{se si considera che } h_w t_w \approx A_V \dots$$

Questo è il W_{pl}
dell'anima

Momento resistente ridotto per Taglio



se si considera che $h_w t_w \approx A_v \dots$

$$M_{pl,V} = \left(W_{pl} - \rho \frac{A_v^2}{4 t_w} \right) f_y$$

Taglio - considerazioni

- Finché il taglio sollecitante è piccolo rispetto a quello resistente (meno della metà) non c'è problema di interazione flessione-taglio
- Se il taglio è più grande occorre ridurre la resistenza a flessione

Flessione e taglio

(prescrizioni di normativa)

- Quando $V_{Ed} > 0.5 V_{pl,Rd}$

con $M_{V,Rd} = \frac{\left(W_{pl} - \frac{\rho A_v^2}{4 t_w} \right) f_y}{\gamma_{M0}}$

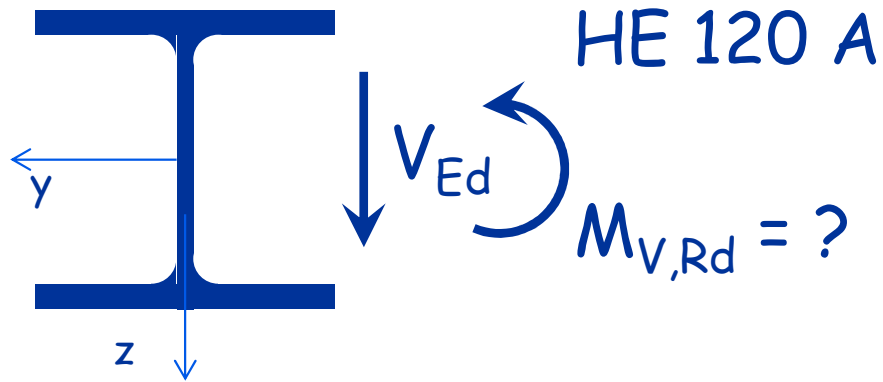
Questo è il W_{pl} dell'anima

$$\rho = \left(\frac{2 V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

A_v = Area resistente a taglio

Esempio

Dati:



$M_{V,Rd}$ = da determinare

$V_{Ed} = V_{pl,Rd} = 109.3$ kN
(dalla trave progettata)

Acciaio S235

$$M_{V,Rd} = \frac{\left(W_{pl} - \frac{\rho A_V^2}{4 t_w} \right) f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{\left(119.4 - \frac{1 \times 8.46^2}{4 \times 0.5} \right) \times \frac{235}{10^3}}{1.05} = 18.7 \text{ kNm}$$

$$\rho = \left(\frac{2 V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \times 109.3}{109.3} - 1 \right)^2 = 1$$

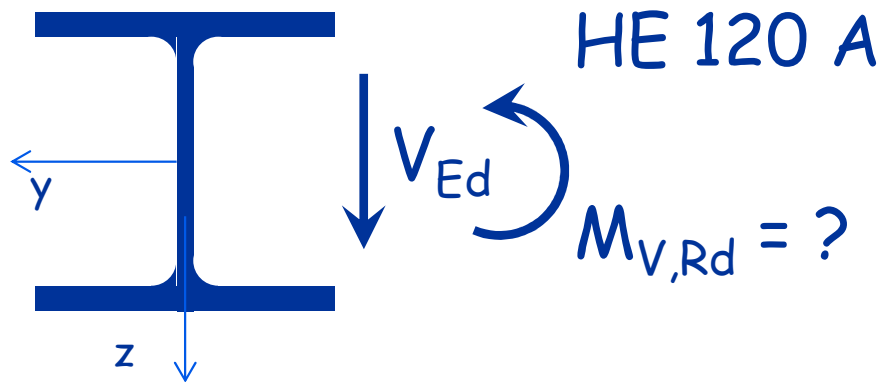
$$t_w = 5 \text{ mm}$$

$$A_V = 8.46 \text{ cm}^2$$

$$W_{pl} = 119.4 \text{ cm}^3$$

Esempio

Dati:



$M_{V,Rd}$ = da determinare

$V_{Ed} = V_{pl,Rd} = 109.3 \text{ kN}$
(dalla trave progettata)

Acciaio S235

$$M_{V,Rd} = \frac{\left(W_{pl} - \frac{\rho A_V^2}{4 t_w} \right) f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{\left(119.4 - \frac{1 \times 8.46^2}{4 \times 0.5} \right) \times \frac{235}{10^3}}{1.05} = 18.7 \text{ kNm}$$

Solo flessione

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{119.4 \times 235}{1.05 \times 10^3} = 26.7 \text{ kNm}$$

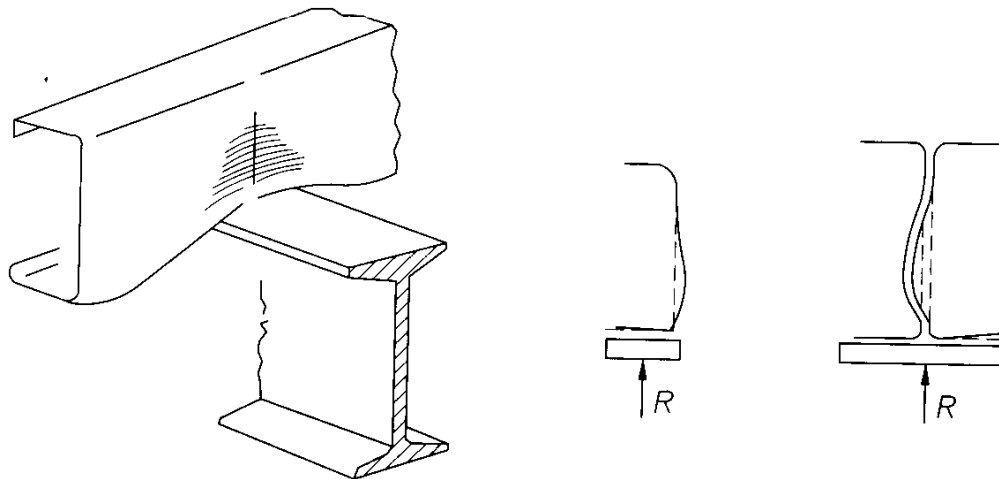
Riduzione del 30% per un taglio molto forte

Taglio

Resistenza dell'anima ad azioni locali

In presenza di azioni concentrate o di taglio molto elevato si può avere:

- Schiacciamento dell'anima in prossimità della pialtabanda caricata
- Imbozzamento dell'anima sotto forma di instabilità localizzata e schiacciamento dell'anima in prossimità della pialtabanda caricata
- Instabilità dell'anima estesa a gran parte dell'altezza della membratura



Taglio

Resistenza dell'anima ad azioni locali

In presenza di azioni concentrate o di taglio molto elevato si può avere:

- Schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Imbozzamento dell'anima sotto forma di instabilità localizzata e schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Instabilità dell'anima estesa a gran parte dell'altezza della membratura

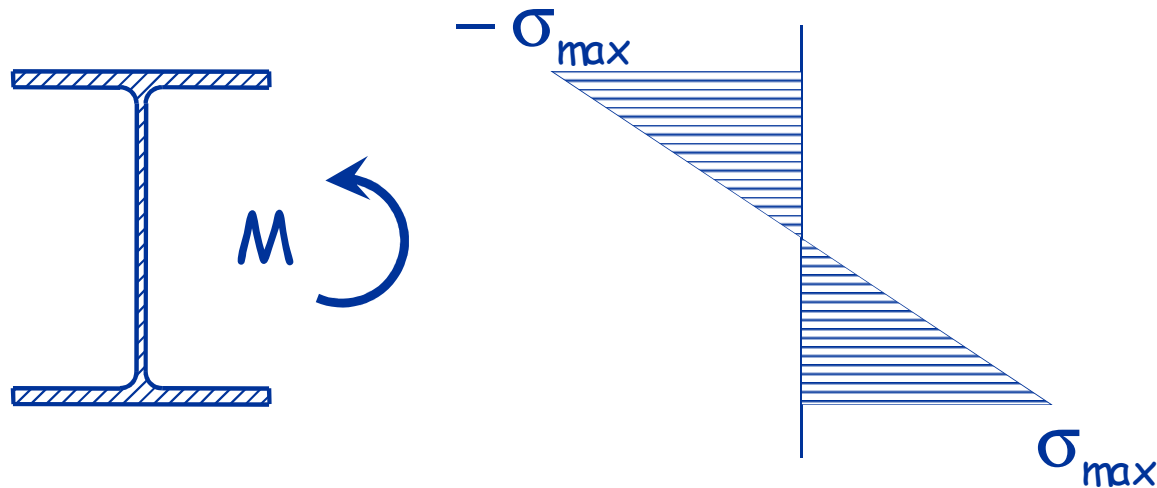
Il problema si può risolvere disponendo costole di irrigidimento in corrispondenza dell'applicazione del carico o degli appoggi

La necessità cresce all'aumentare del taglio e della snellezza dell'anima

In alternativa, occorre verificare la trave nei confronti dei fenomeni innanzi citati (vedere Eurocodice 3, parte 1-5)

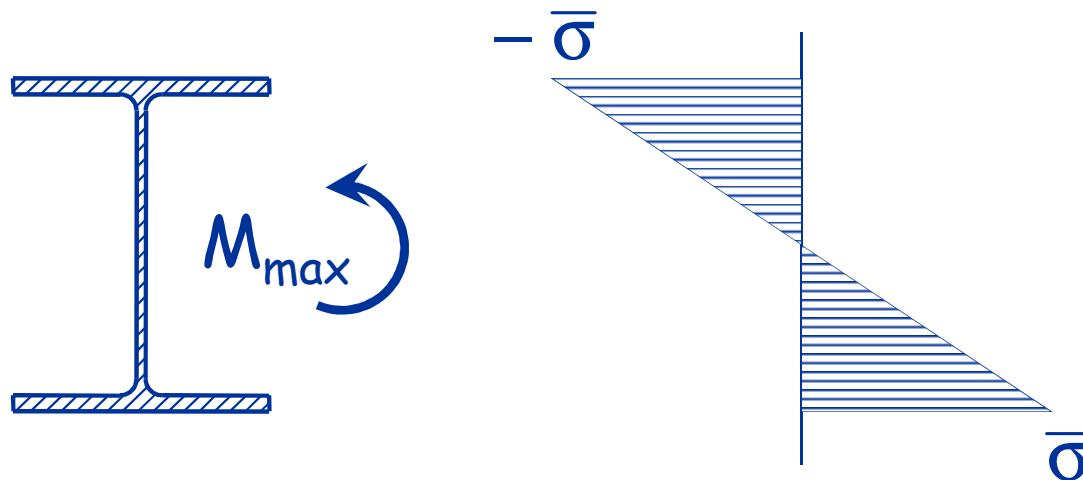
Confronto tra
tensioni ammissibili e SLU
(lasciato solo per documentazione)

Verifica a flessione - tensioni ammissibili



$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_{el}} \leq \bar{\sigma}$$

oppure



$$M_{\max} = \bar{\sigma} W_{el} \geq M$$

Verifica - confronto TA-SLU

Classe 1 e 2

Classe 3

TA

$$M_{\max} = \bar{\sigma} W_{el}$$

$$M_{\max} = \bar{\sigma} W_{el}$$

160 MPa

Per sezioni a doppio T

$$160 \times 1.4 = 224 \text{ MPa}$$

$$W_{pl} \cong 1.15 W_{el}$$

SLU

$$M_{pl,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} W_{pl}$$

$$M_{el,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} W_{el}$$

$$235 / 1.05 = 224 \text{ MPa}$$

Acciaio S235 (Fe 360)

Verifica - commento

Tenendo conto delle differenze tra i carichi agenti, la resistenza a flessione valutata allo stato limite ultimo è:

- Circa il 15% maggiore per sezioni di classe 1 e 2;
- Sostanzialmente simile per sezioni di classe 3.