PROFILI SOTTILI FORMATI A FREDDO

thin gauge cold formed

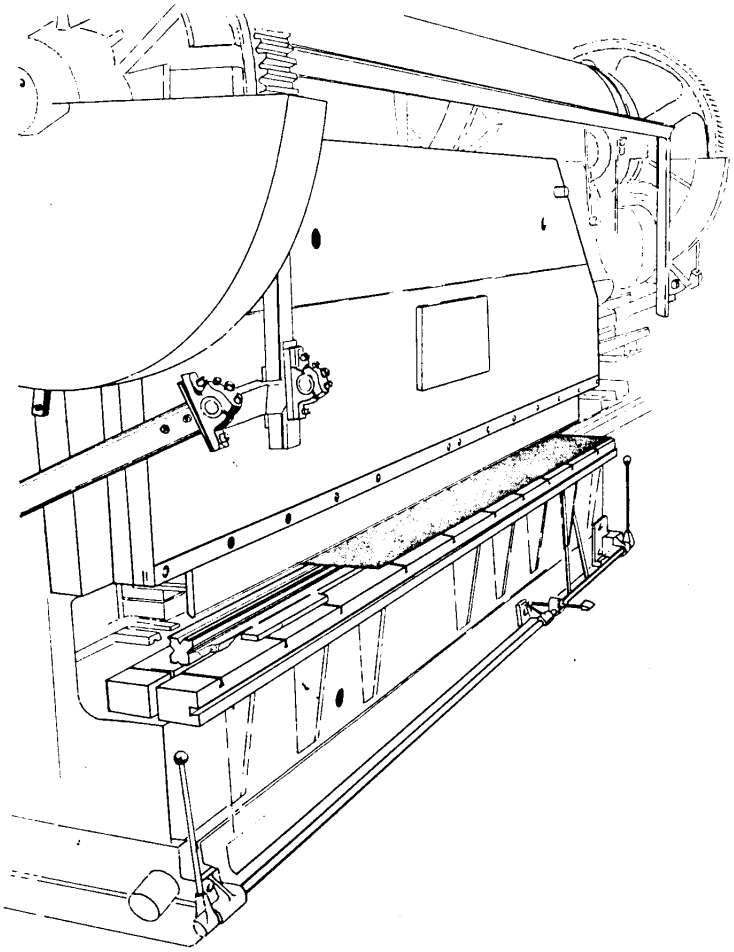
elementi ottenuti formando a freddo una lamiera d'acciaio

procedimenti per ottenerli:

- stampaggio alla pressa
- laminazione

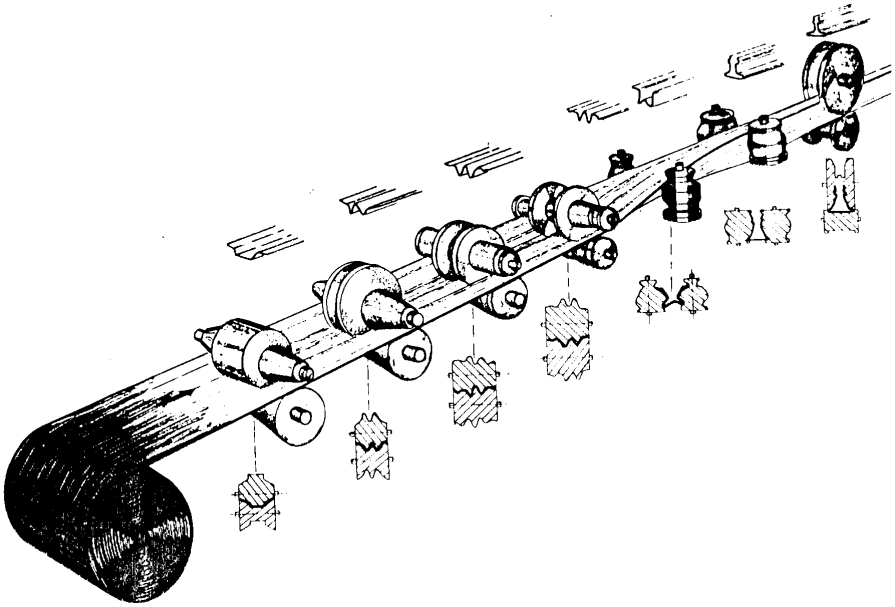
stampaggio alla pressa:

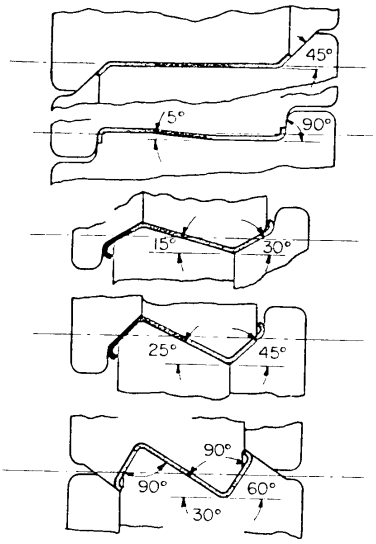
il nastro d'acciaio viene pressato, a singoli tratti, su uno stampo



laminazione a freddo:

il nastro d'acciaio viene deformato gradualmente facendolo passare attraverso coppie di rulli





vantaggi della laminazione:

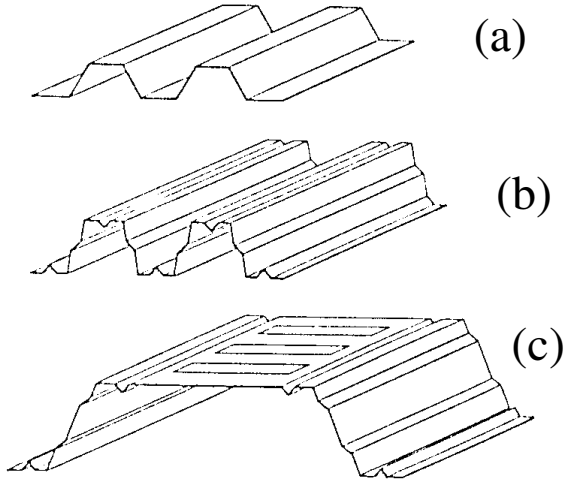
- alta capacità produttiva
- notevole precisione dimensionale
- possibilità di sagomare lamiera verniciata o rivestita

la convenienza economica del procedimento dipende soprattutto da:

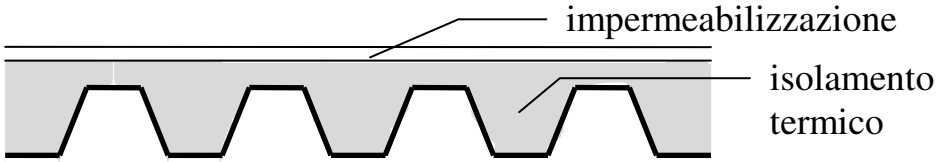
- complessità del profilo
- quantità da produrre

ELEMENTI PRODOTTI MEDIANTE FORMATURA A FREDDO

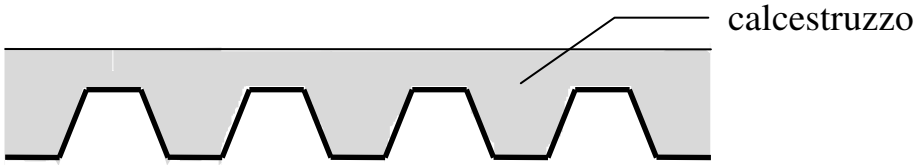
lamiere grecate spessore t $0.5 \leq t \leq 4.0$ mm



usate per coperture non praticabili (in genere già predisposte con isolamento termico e impermeabilizzazione)



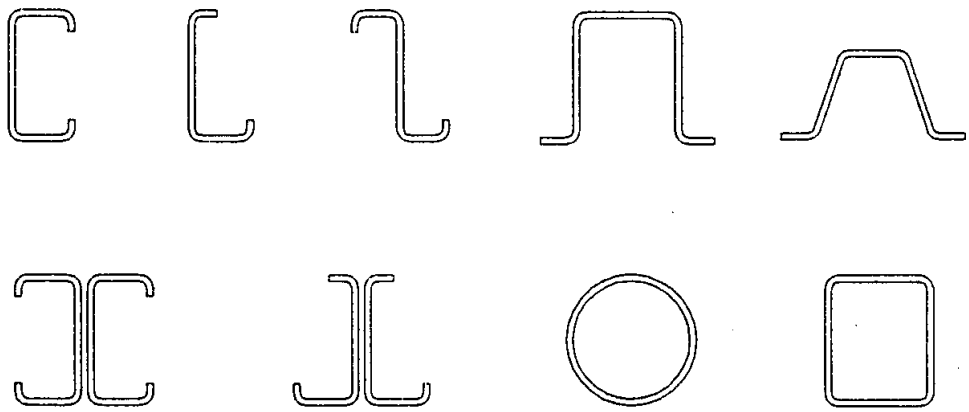
oppure per solai praticabili (in genere con soletta in calcestruzzo, eventualmente armata con una rete)



massima luce per le tipologie usuali (a)-(b): da 1.50 m a 3.00 m richiedono quindi travi secondarie (arcarecci)

dimensioni della greca molto maggiori (c) consentono di evitare le travi secondarie

elementi strutturali spessore t $1.0 \leq t \leq 8.0$ mm



elementi secondari (arcarecci) che sostengono la lamiera grecata di una copertura (di solito sezioni a C o a Z)

aste di travature reticolari (in particolare per luci non molto elevate, fino a 15 m)

travi principali (di solito sezioni a C accoppiate)

colonne (sezioni scatolari o anche sezioni a Ω accoppiate a formare uno scatolare)

N.B. aspetto critico per l'utilizzazione come travi e colonne in zona sismica è la duttilità

EFFETTI DELLA LAVORAZIONE A FREDDO

incrudimento:

– aumento del limite elastico f_y (fino al 50% in più) ed anche della tensione di rottura fu (molto di meno)

per l'Eurocodice 3, parte 1-3 [2.4 (1)]

considerare per tutta la sezione un'unica tensione di snervamento f_{ya}, maggiorata rispetto a quella del materiale base f_{yb}

$$f_{ya} = f_{yb} + \left(\frac{C\,N\,t^2}{A_g}\right)\left(f_u - f_{yb}\right) \qquad \leq \quad 0.5\left(f_u + f_{yb}\right)$$

con:

t spessore della lamiera prima della formatura (mm)

A_g area geometrica della sezione trasversale

C coefficiente funzione del tipo di processo di piegatura
- C=7 per piegatura in continuo
- C=5 per altri tipi di piegatura

N numero degli angoli a 90° presenti nella sezione aventi un raggio di curvatura minore di 5 t

– riduzione della duttilità e della resilienza

riduzione dello spessore:

l'Eurocodice non fornisce indicazioni specifiche
le norme inglesi valutano lo spessore ridotto t_{rid}

$$t_{rid} = \left(\frac{r + k\,t}{r + 0.5\,t}\right) t$$

con r raggio interno di piegatura
k = 0.35 per $r \geq 1.5\,t$

tensioni residue:

di tipo flessionale, cioè variabili lungo lo spessore e a risultante nulla nello spessore

hanno influenza sull'instabilità locale (imbozzamento) ma non direttamente sul comportamento globale

VALUTAZIONE DELLE CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE (A_g, I_g)

Possibilità:

– considerare l'effettivo sviluppo, con tratti rettilinei e raccordi circolari, ciascuno col suo spessore (eventualmente ridotto nei raccordi)

  per le formule da usare si può far riferimento al manuale del programma COLDFORM, paragrafo 4.3

– considerare la sezione curvilinea costituita dalla linea media, valutarne le proprietà e poi moltiplicarle per lo spessore (assunto unico per tutti i tratti)

– considerare la sezione idealizzata ottenuta da quella curvilinea eliminando i raccordi e sostituendoli con spigoli vivi

  in questo caso l'Eurocodice 3, parte 1-3 [2.6 (3)], prescrive di ridurre le caratteristiche:

$$A'_g = A_g (1 - \delta)$$

$$I'_g = I_g (1 - 2\,\delta)$$

con

$$\delta = 0.43 \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i}{\sum_{i=1}^{m} b_i}$$

e

r_i raggio interno di curvatura

b_i lunghezza del tratto rettilineo

PROBLEMI PARTICOLARMENTE RILEVANTI
per le sezioni sottili formate a freddo

instabilità locale

si manifesta con ondulazioni delle parti della sezione soggette a compressione, con lunghezza d'onda dello stesso ordine di grandezza della larghezza della parte instabilizzata

limita la resistenza e la duttilità e riduce la rigidezza dell'asta

i suoi effetti possono cumularsi a quelli dell'instabilità globale

bassa rigidezza torsionale

è dovuta alla piccolezza dello spessore ed alla forma quasi sempre aperta della sezione

in molti casi il comportamento è ulteriormente peggiorato dalla mancanza di assi di simmetria

ridotta resistenza al rifollamento nei collegamenti bullonati

porta problemi alla progettazione dei giunti, che possono essere condizionanti nel progetto della membratura

corrosione

superabile con opportuno trattamento della superficie (zincatura, ecc.)

INSTABILITÀ LOCALE

premessa: confronto tra carico critico e comportamento post-critico di un'asta compressa e quello di una lastra compressa

ASTA COMPRESSA

asta ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

carico critico

la teoria, sviluppata da Eulero, fornisce

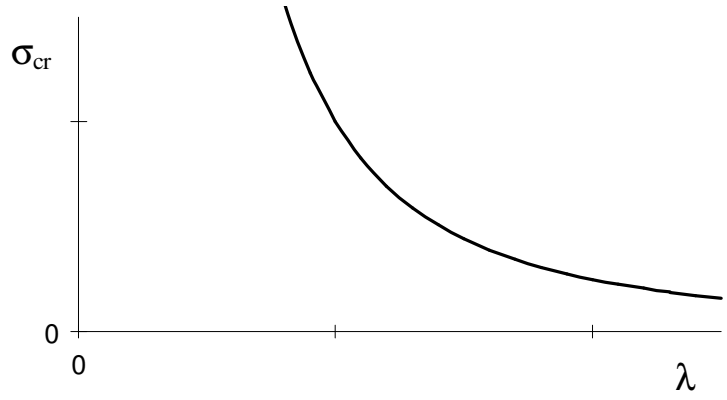
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \, E \, I}{l^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \, E \, I}{l^2 \, A} = \frac{\pi^2 \, E}{(l \, / \, i)^2} = \frac{\pi^2 \, E}{\lambda^2}$$

essendo

$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ raggio d'inerzia della sezione

$\lambda = \frac{l}{i}$ snellezza



comportamento post-critico

quando si raggiunge il carico critico si hanno spostamenti trasversali molto grandi per piccolissimi incrementi di carico

in pratica il carico non può aumentare ulteriormente e la rigidezza assiale si può considerare nulla

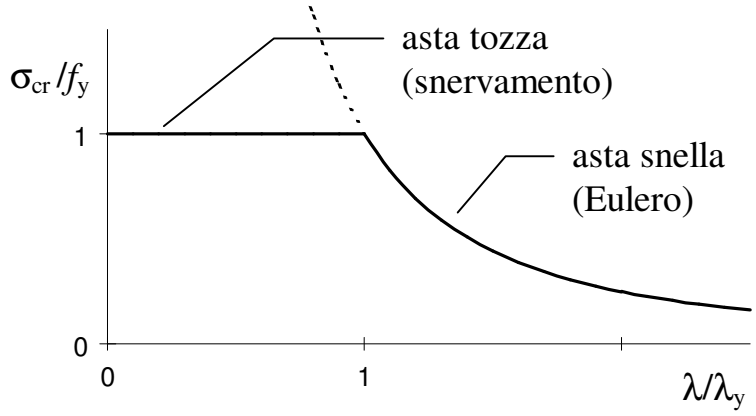
asta perfetta ma costituita da materiale elasto-plastico

la tensione critica non può superare la tensione di snervamento

si può distinguere tra aste tozze (che si snervano prima di instabilizzarsi) e aste snelle (che si instabilizzano in campo elastico)

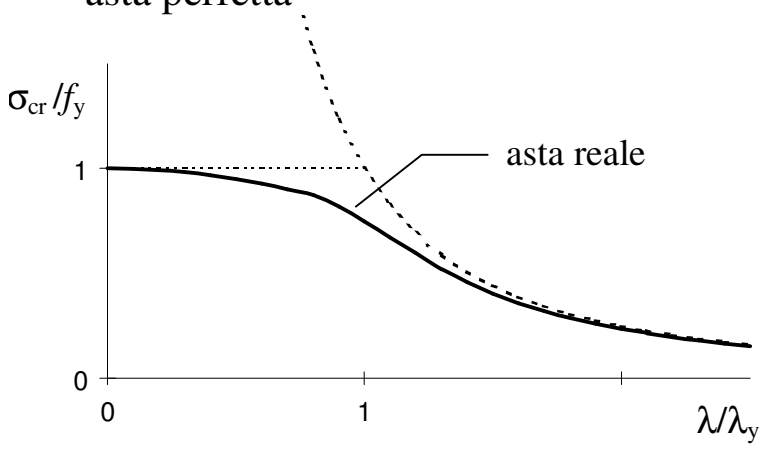
il limite è costituito dalla snellezza λ_y corrispondente alla tensione di snervamento

$$\lambda_y = \pi\sqrt{\frac{E}{f_y}}$$



asta reale con imperfezioni e costituita da materiale elasto-plastico

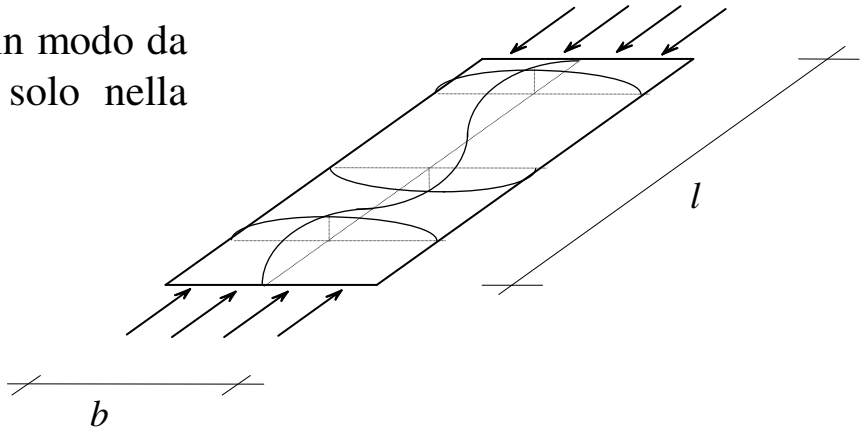
la tensione critica è minore di quella che si avrebbe nel caso di asta perfetta



il comportamento post-critico è comunque analogo a quello dell'asta perfetta

LASTRA COMPRESSA

vincolata lungo i bordi in modo da consentire spostamenti solo nella direzione del carico



lastra ideale priva di imperfezioni e costituita da materiale linearmente elastico

carico critico

le ondulazioni che si formano hanno una lunghezza d'onda comparabile con la larghezza b

la soluzione delle equazioni della superficie elastica fornisce, tenendo conto che $I = \dfrac{b\,t^3}{12}$ $A = b\,t$:

$$N_{cr} = \frac{k\,\pi^2\,E\,I}{(1-\nu^2)\,b^2} = \frac{k\,\pi^2\,E\,t^3}{12\,(1-\nu^2)\,b}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{k\,\pi^2\,E}{12\,(1-\nu^2)\,(b/t)^2}$$

con

$$k = \left(\frac{l}{m\,b}\right)^2 + 2 + \left(\frac{m\,b}{l}\right)^2$$ e m = numero di semi-onde

quando $l > 4$ si ha $k \cong 4$

comportamento post-critico

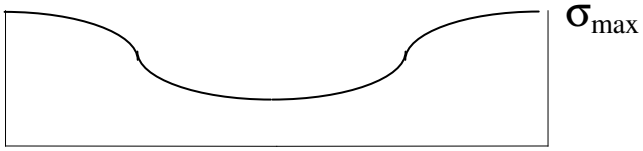
quando si raggiunge il carico critico lo sbandamento fuori piano causa l'allungamento delle fibre trasversali, che tendono quindi a limitarlo grazie alla loro rigidezza estensionale

per questo motivo:

- è possibile aumentare ulteriormente il carico
- la rigidezza assiale della lastra si riduce (fino al 40% del valore iniziale) ma non si annulla

per $N > N_{cr}$:

- le fibre longitudinali più vicine al bordo, più vincolate, sono più rigide di quelle centrali e portano un carico maggiore
- il diagramma delle tensioni in mezzeria non è uniforme, ma ha un valore massimo in prossimità dei bordi e minimo al centro



con

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{cr}} \cong \frac{N}{N_{cr}} + 2.83\left(\frac{N}{N_{cr}} - 1\right) + 0.52\left(\frac{N}{N_{cr}} - 1\right)^2$$

lastra perfetta ma costituita da materiale elasto-plastico

il carico massimo corrisponde al raggiungimento della tensione di snervamento nella fibra più sollecitata

dall'espressione precedente si ottiene

$$\frac{N_{ult}}{N_y} = 0.36 + 0.83\frac{N_{cr}}{N_y} - 0.19\frac{(N_{ult}/N_y)^2}{N_{cr}/N_y}$$

per ulteriori incrementi di deformazione il carico portato tende a diminuire

VALUTAZIONE APPROSSIMATA DEL COMPORTAMENTO POST-CRITICO

alcune vecchie normative:

poiché la tensione media è minore di quella massima, si impone alla tensione media un limite più basso della tensione di snervamento (in funzione di b/t)

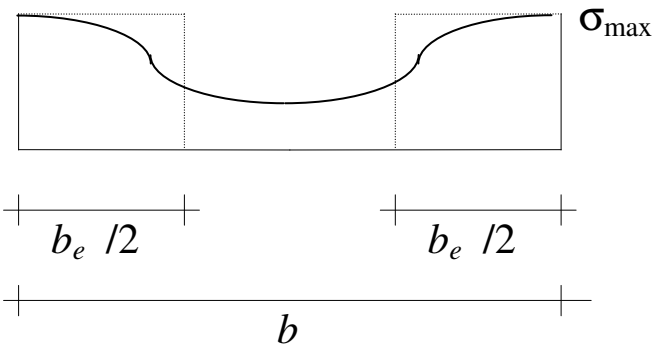
impostazione attuale (Eurocodice 3):

proposta per la prima volta da Von Karman (1932)

si considera la tensione massima agente su una parte b_{eff} della larghezza, cioè si considera

$$N = \int \sigma \, db = \sigma_{\max} \, b_{eff}$$

b_{eff} è detta ***larghezza efficace***



la larghezza efficace b_{eff} dipende da $\sigma_{\max}$

ad esempio, al collasso si avrebbe $b_{eff} / b = N_{ult} / N_y$ e si potrebbe usare l'espressione riportata in precedenza

più semplicemente, si assume per ogni assegnata tensione massima di compressione σ_{com} che b_{eff} sia la larghezza per la quale tale tensione è critica, cioè per cui è $\sigma_{com} = \sigma_{cr}$

quindi

$$\sigma_{com} = \frac{k \, \pi^2 \, E}{12 \, (1 - \nu^2) \, (b_{eff} \, / \, t)^2} = \frac{k \, \pi^2 \, E \, (b \, / \, b_{eff})^2}{12 \, (1 - \nu^2) \, (b \, / \, t)^2}$$

dall'espressione precedente si ricava (sostituendo il valore di π e ricordando che ν=0.3)

$$\frac{b}{b_{eff}} = \bar{\lambda}_p$$

avendo posto

$$\bar{\lambda}_p = 1.052 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_{com}}{E\ k}}$$

$\bar{\lambda}_p$ è denominata "snellezza relativa"

si ha allora, per una lastra perfetta:

$b_{eff} = \rho\, b$ con $\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \leq 1$

espressione che vale per $\bar{\lambda}_p \geq 1$

lastra reale con imperfezioni e costituita da materiale elasto-plastico

per tenere conto delle imperfezioni si assume

$$\rho = \frac{1 - 0.22 / \bar{\lambda}_p}{\bar{\lambda}_p} \leq 1$$

espressione da usare (perché dà valori ≤ 1) quando $\bar{\lambda}_p \geq 0.673$

i risultati sono corretti quando $\sigma_{com} = f_y$

per $\sigma_{com} < f_y$ l'espressione è troppo cautelativa

l'Eurocodice consiglia di assumere

$$\rho = \frac{1 - 0.22 / \bar{\lambda}_{pd}}{\bar{\lambda}_{pd}} + 0.18 \frac{\bar{\lambda}_{pu} - \bar{\lambda}_{pd}}{\bar{\lambda}_{pu} - 0.6} \leq 1$$

con

$$\bar{\lambda}_{pd} = 1.052 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_{com}}{E\ k}}$$

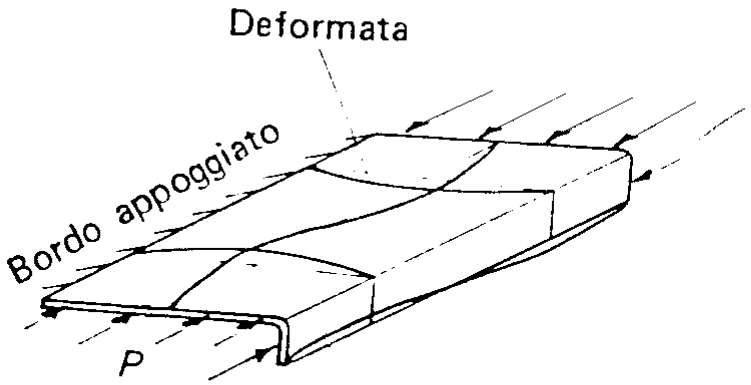
$$\bar{\lambda}_{pu} = 1.052 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E\ k}}$$

LASTRA CON UN BORDO LONGITUDINALE LIBERO

il comportamento è analogo a quello della lastra in cui entrambi i bordi longitudinali sono vincolati, ma il suo carico critico è molto più basso

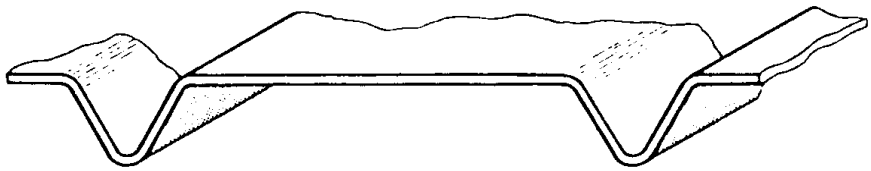
la tensione critica può essere calcolata con le stesse espressioni valide per lastra appoggiata e entrambi i bordi, ponendo però k=0.45

per annullare o limitare la riduzione del carico critico (e quindi della capacità portante) si possono aggiungere dei risvolti, denominati **irrigidimenti di bordo**



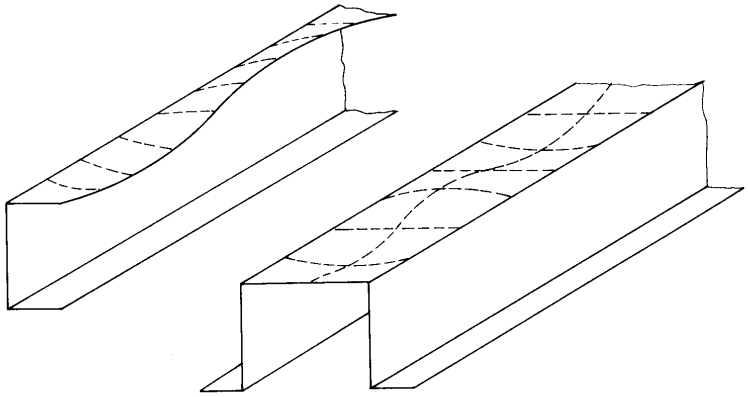
LASTRA MOLTO SNELLE

la capacità portante è molto bassa anche nei casi di lastre vincolate ad entrambi i bordi, nelle quali però il rapporto b/t è elevato. In questi casi per aumentare la capacità portante si inseriscono delle nervature, dette **irrigidimenti intermedi**



APPLICAZIONE AI PROFILI SOTTILI FORMATI A FREDDO

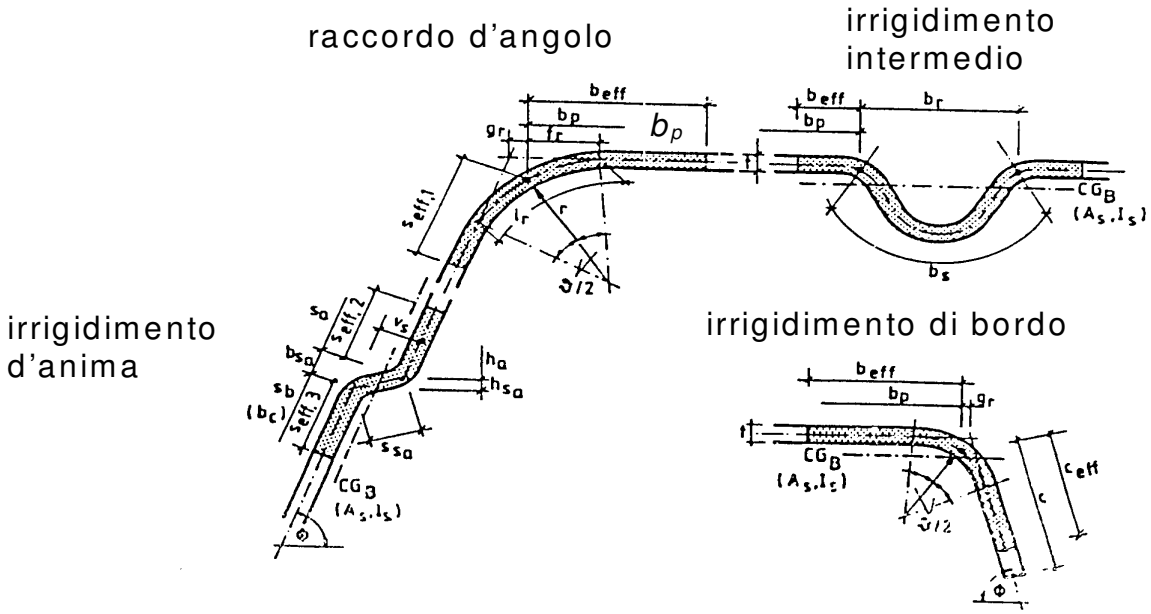
per l'analisi dell'instabilità locale i profilati a freddo si considerano composti da un insieme di lastre piane mutuamente collegate lungo i bordi comuni



per semplicità si assume che i bordi siano semplici appoggi, trascurando il possibile vincolo mutuo alla rotazione

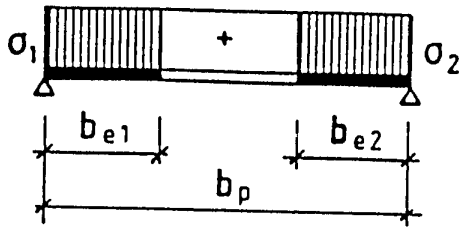
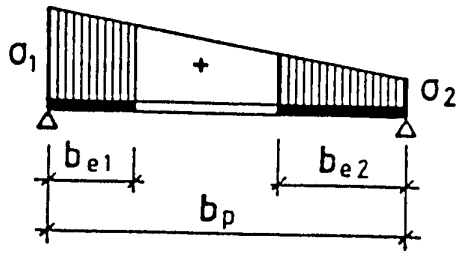
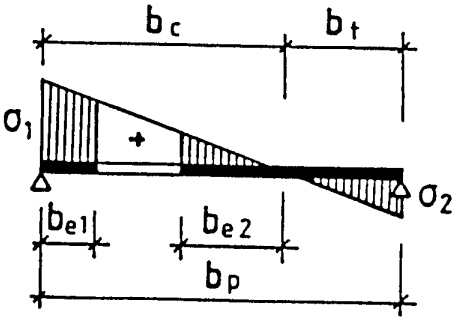
in presenza di irrigidimenti di bordo o intermedi occorre verificare l'efficacia dell'irrigidimento, cioè la sua capacità di impedire spostamenti

per l'Eurocodice 3 la larghezza geometrica è indicata col simbolo b_p ed è misurata dal punto medio del raccordo d'angolo



l'Eurocodice 3 fornisce dettagliate indicazioni sul valore di k in funzione della distribuzione di tensioni e del grado di vincolo; usa il simbolo k_σ per evidenziare la dipendenza di k dall'andamento delle tensioni

Table 3.1 Doubly supported elements (Internal compression elements)

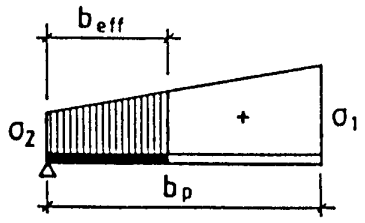
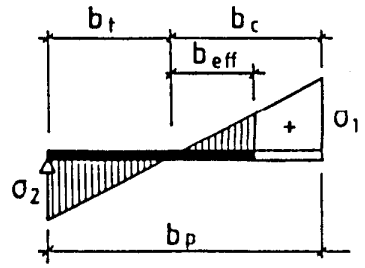
Stress distribution (compression positive)	Effective width b_{eff}
	$\psi = +1$: $b_{eff} = \rho \cdot b_p$ $b_{e1} = 0.5 \cdot b_{eff}$ $b_{e2} = 0.5 \cdot b_{eff}$
	$1 > \psi \geq 0$: $b_{eff} = \rho \cdot b_p$ $b_{e1} = \frac{2 b_{eff}}{5-\psi}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$
	$\psi < 0$: $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot b_p/(1-\psi)$ $b_{e1} = 0.4 \cdot b_{eff}$ $b_{e2} = 0.6 \cdot b_{eff}$

$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Buckling factor k_σ	4.0	$\frac{8.2}{1.05+\psi}$	7.81	$7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2$	23.9	$5.98 \cdot (1-\psi)^2$

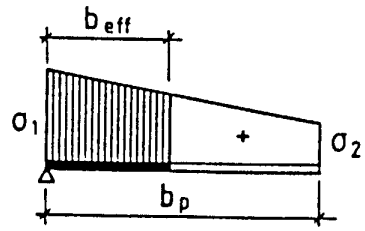
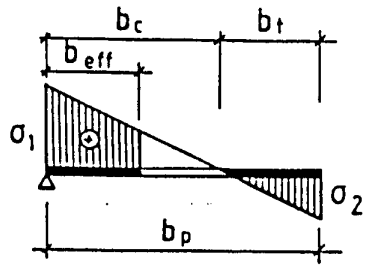
Alternatively, for $1 \geq \psi \geq -1$:

$$k_\sigma = \frac{16}{[(1+\psi)^2 + 0.112(1-\psi)^2]^{0.5} + (1+\psi)}$$

Table 3.2 Singly supported elements
(Outstand compression elements)

Stress distribution (compression positive)	Effective width b_{eff}
	$\underline{1 > \psi \geq 0:}$ $b_{eff} = \rho \cdot b_p$
	$\underline{\psi < 0:}$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot b_p/(1-\psi)$

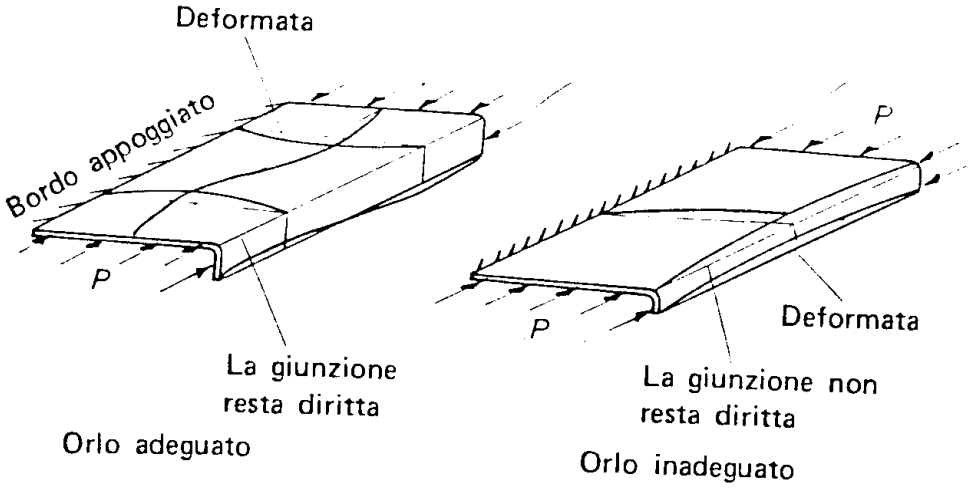
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	0	-1	$+1 \geq \psi \geq -1$
Buckling factor k_σ	0.43	0.57	0.85	$0.57 - 0.21\psi + 0.07\psi^2$

	$\underline{1 > \psi \geq 0:}$ $b_{eff} = \rho \cdot b_p$
	$\underline{\psi < 0:}$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \rho \cdot b_p/(1-\psi)$

$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Buckling factor k_σ	0.43	$\frac{0.578}{\psi + 0.34}$	1.70	$1.70 - 5\psi + 17.1\psi^2$	23.8

EFFICACIA DEGLI IRRIGIDIMENTI DI BORDO

un elemento vincolato da un irrigidimento di bordo fornisce la stessa resistenza di un elemento con bordo fisso solo se l'irrigidimento si mantiene rettilineo



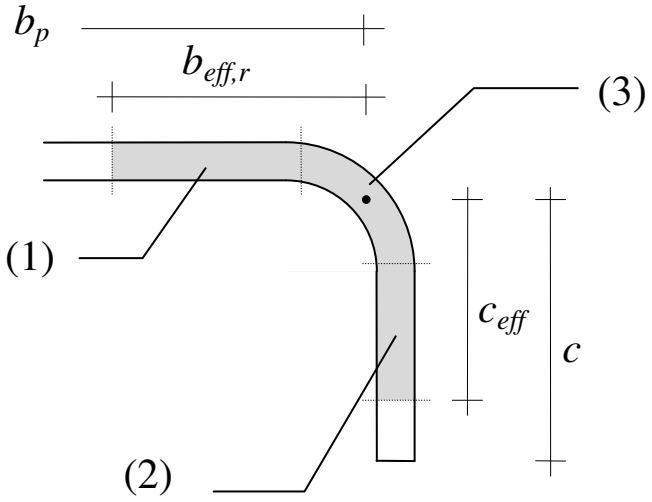
dimensione c consigliata dell'irrigidimento affinché sia efficace:

$$c \geq b / 5 \qquad \text{e} \qquad c \leq 10\, t$$

l'irrigidimento può essere considerato come un'asta compressa, che potrebbe instabilizzarsi; essa è però vincolata elasticamente al resto del profilo e ciò riduce il rischi di instabilità

nel valutare l'efficacia (e il rischio di instabilità) dell'irrigidimento, lo si deve vedere come un'asta la cui sezione è costituita da tre parti:

(1) parte efficace dell'elemento dal lato dell'irrigidimento
(2) parte efficace dell'irrigidimento
(3) raccordo circolare tra elemento e irrigidimento



si usano i seguenti simboli:

A_r area della sezione dell'irrigidimento

I_r momento d'inerzia della sezione dell'irrigidimento

CARICO CRITICO DELL'IRRIGIDIMENTO

visto come trave elastica su suolo elastico

il carico critico vale

$$N_{cr,r} = 2\sqrt{C_r\ E\ I_r}$$

e quindi la tensione critica è

$$\sigma_{cr,r} = \frac{2\sqrt{C_r\ E\ I_r}}{A_r}$$

dove C_r è la costante elastica del suolo che può essere posta pari a

– per sezioni a C o Z irrigidite

$$C_r = \frac{0.25\ E\ t^3}{b^2\ (1-\nu^2)\ (b+1.5h)}$$ in caso di compressione

$$C_r = \frac{0.25\ E\ t^3}{b^2\ (1-\nu^2)\ (b+h)}$$ in caso di flessione

– per sezioni a L irrigidite

$$C_r = \frac{0.25\ E\ t^3}{b^2\ (1-\nu^2)\ (b+h)}$$ in caso di flessione nel piano *x-z*, con fibre superiori tese

$$C_r = \frac{0.25\ E\ t^3}{h^2\ (1-\nu^2)\ (b+h)}$$ in caso di flessione nel piano *x-y*, con fibre di destra tese

– per sezioni a omega e per lamiera grecata

$$C_r = \frac{0.25\ E\ t^3}{h^2\ (1-\nu^2)\ (b+1.5h)}$$ in caso di compressione

$$C_r = \frac{0.25\ E\ t^3}{h^2\ (1-\nu^2)\ (b+h)}$$ in caso di flessione

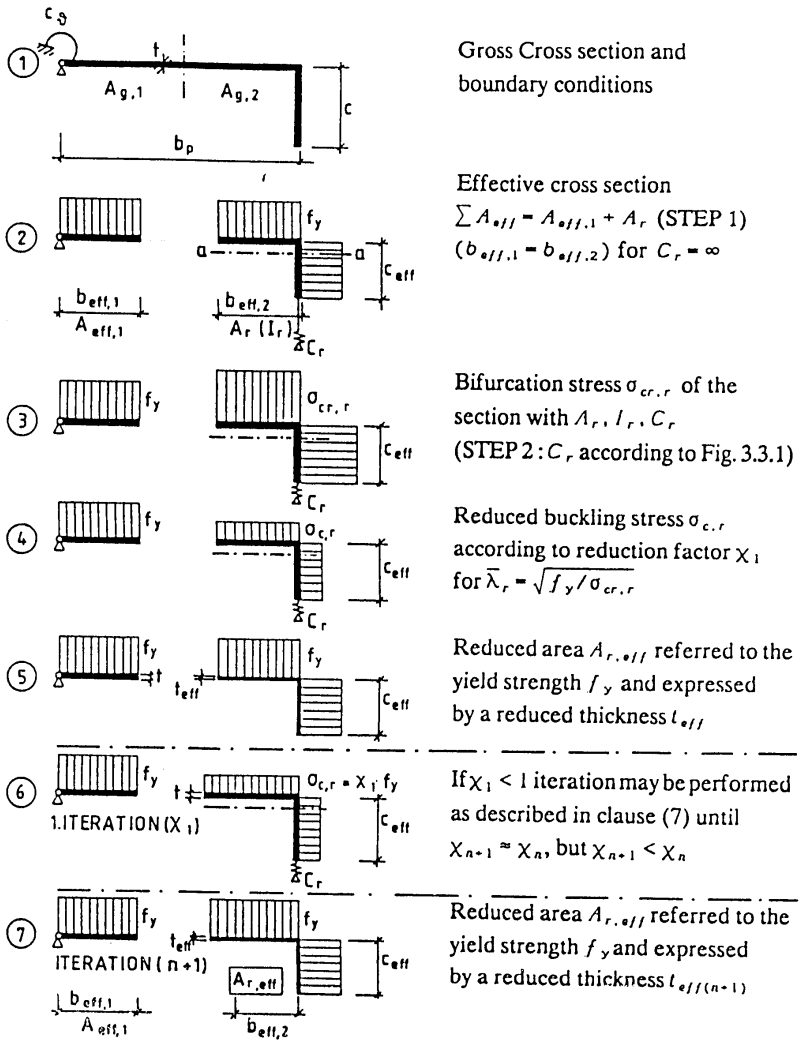
RIDUZIONE DELLA CAPACITÀ PORTANTE DELL'IRRIGIDIMENTO

analogamente a quanto si deve fare per un'asta (vedi in seguito) si determina un coefficiente riduttivo χ in funzione della snellezza relativa adimensionalizzata $\bar{\lambda}_r = \sqrt{f_y / \sigma_{cr,r}}$ con un coefficiente di imperfezione α=0.13

poiché l'irrigidimento fa parte della sezione ed occorre aggiungere il suo contributo (ridotto) a quello degli altri elementi, si considera convenzionalmente che questa riduzione di capacità portante si trasforma in una riduzione di spessore

si considera quindi per le tre parti che compongono l'irrigidimento (visto come asta) uno spessore efficace $t_{eff} = \chi\, t$

questa riduzione può modificare lo stato tensionale e quindi rendere necessario un procedimento iterativo

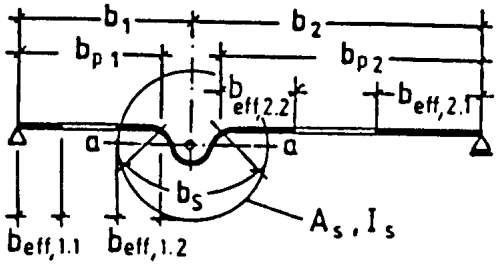


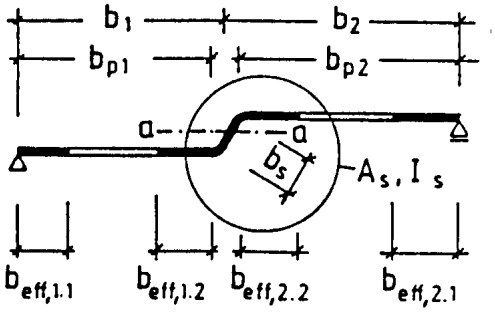
EFFICACIA DEGLI IRRIGIDIMENTI INTERMEDI

anche in questo caso l'irrigidimento può essere considerato come un'asta compressa, vincolata elasticamente

la sua sezione è costituita da tre parti:

(1) parte efficace dell'elemento da un lato dell'irrigidimento
(2) parte efficace dell'elemento dall'altro lato dell'irrigidimento
(3) irrigidimento vero e proprio





si usano i seguenti simboli:

A_s area della sezione dell'irrigidimento
I_s momento d'inerzia della sezione dell'irrigidimento

la tensione critica, che corrisponde all'instabilizzazione dell'irrigidimento è anche in questo caso

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2\sqrt{C_s\ E\ I_s}}{A_s}$$

dove la costante elastica C_s può essere posta pari a

$$C_r = \frac{0.25\ E\ t^3\ (b_1 + b_2)}{(1-\nu^2)\ b_1^2\ b_2^2}$$

con b_1 e b_2 distanza dell'irrigidimento dai due bordi adiacenti

in funzione della tensione critica si calcola la snellezza relativa

$$\bar{\lambda}_s = \sqrt{f_y\ /\ \sigma_{cr,s}}$$

e quindi, assumendo un coefficiente di imperfezione α=0.13, il coefficiente riduttivo χ e lo spessore efficace $t_{eff} = \chi\ t$

CALCOLO DELLE CARATTERISTICHE LIMITE

TRAZIONE **[4.2]**

in questo caso non esistono problemi di instabilità locale

la resistenza limite a trazione è fornita dalla relazione

$$N_{t,Rd} = \frac{f_{ya} \; A_g}{\gamma_{M0}}$$

essendo

f_{ya}	la tensione di snervamento media nella sezione
A_g	l'area della sezione geometrica del profilo
γ_{M0}	il coefficiente parziale di sicurezza (γ_{M0}=1.1)

in presenza di fori la resistenza limite sarà il minore tra il valore innanzi definito e la resistenza ultima della sezione netta, che dipende dall'area netta della sezione e dal tipo di collegamento

COMPRESSIONE (in assenza di problemi di stabilità globale) **[4.3]**

l'instabilità locale può giocare un ruolo molto rilevante

la resistenza limite a compressione è fornita dalla relazione

$$N_{c,Rd} = \frac{f_y \, A_{eff}}{\gamma_{M1}}$$

essendo

f_y	la tensione di snervamento caratteristica nella sezione, pari a f_{ya} quando la sezione è tutta efficace, f_{yb} quando la sezione lo è solo parzialmente
A_{eff}	l'area della sezione efficace del profilo
γ_{M1}	il coefficiente parziale di sicurezza (γ_{M1} =1.1)

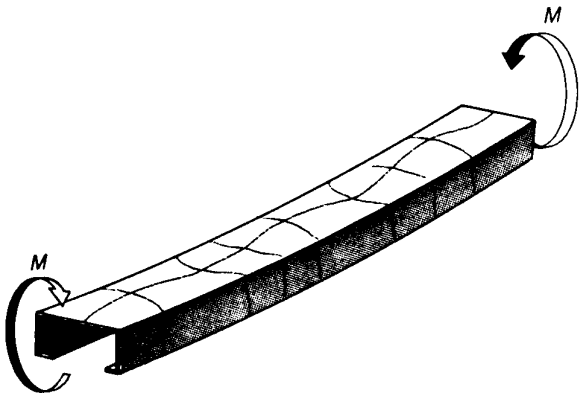
si procede quindi nel modo seguente:

- si calcola la larghezza efficace per tutti gli elementi che costituiscono la sezione, tenendo conto per ciascuno di essi del rapporto b_p / t e delle condizioni di vincolo agli estremi e considerando un diagramma di tensioni uniforme e pari a f_{ya}
- se per tutti gli elementi $b_{eff} = b$ si ha che $A_{eff} = A_g$
- in caso contrario si assume che la tensione sia pari a f_{yb} e si calcola di conseguenza la sezione efficace

ATTENZIONE: per sezioni che non hanno un doppio asse di simmetria vi può essere una eccentricità e_N tra il baricentro della sezione efficace e il baricentro della sezione geometrica. In questo caso andrà considerata la presenza di un momento flettente addizionale $\Delta M = N_{Sd} \, e_N$ il che comporta la necessità di verificare la sezione a pressoflessione

FLESSIONE (in assenza di problemi di stabilità globale) **[4.4]**

anche in questo caso l'instabilità locale può giocare un ruolo rilevante



occorre procedere in maniera iterativa:

- si valuta la posizione del baricentro della sezione geometrica
- si assegna un diagramma di deformazioni ε con valore nullo in corrispondenza all'asse baricentrico e pari a ε_y all'estremo compresso (accettando l'eventuale superamento della deformazione limite elastica all'estremo teso) ed il corrispondente diagramma di tensioni $\sigma = E\,\varepsilon$
- si calcola la larghezza efficace per tutti gli elementi che costituiscono la sezione, tenendo conto per ciascuno di essi del rapporto b_p / t e delle condizioni di vincolo agli estremi e considerando il diagramma di tensioni precedentemente definito (uniforme nelle ali, variabile linearmente nelle anime)
- si valuta la posizione del baricentro della sezione efficace, che sarà variata rispetto alla precedente
- si determina la risultante del diagramma di tensioni sulla sezione efficace; essa porta in genere a uno sforzo normale non nullo; occorre quindi assegnare un nuovo diagramma di deformazioni e di tensioni e iterare il procedimento, fino ad ottenere una posizione dell'asse neutro cui corrisponde solo momento flettente

se la parte tesa rimane in campo elastico, la condizione sopra riportata equivale a dire che l'asse neutro deve essere baricentrico per la sezione efficace; la resistenza limite a flessione è fornita dalla relazione

$$M_{c,Rd} = \frac{f_y \, W_{eff}}{\gamma_{M1}}$$

essendo

f_y	la tensione di snervamento caratteristica nella sezione, pari a f_{ya} quando la sezione è tutta efficace, f_{yb} quando la sezione lo è solo parzialmente
W_{eff}	il modulo di resistenza della sezione efficace del profilo
γ_{M1}	il coefficiente parziale di sicurezza (γ_{M1}=1.1)

in caso di parziale plasticizzazione della parte tesa della sezione, occorre utilizzare le espressioni che forniscono le caratteristiche di sollecitazione per una sezione in regime elastico-perfettamente plastico

si veda il manuale del programma COLDFORM, paragrafo 5.4

in determinate condizioni [4.4 (5)] l'Eurocodice 3 consente di tenere conto anche delle riserve plastiche del materiale in zona compressa. Si parla in questo caso di "calcolo plastico" [4.4.3]. Il momento limite è quello per il quale la deformazione al lembo compresso raggiunge un valore massimo pari a $C_y \, \varepsilon_y$, con C_y che dipende dal rapporto b_p / t e delle condizioni di vincolo agli estremi e può essere al più pari a 3

TENSOFLESSIONE **[4.5]**

occorre rispettare la condizione

$$\frac{N_{Sd}}{A_g f_y / \gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Sd}}{W_{eff,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{M_{z,Sd}}{W_{eff,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

nella quale

A_g	è l'area della sezione geometrica
$W_{eff,y}$ e $W_{eff,z}$	sono i moduli di resistenza della sezione efficace, per flessione nei due piani *xy* e *xz*

PRESSOFLESSIONE (in assenza di problemi di stabilità globale) **[4.6]**

occorre rispettare la condizione

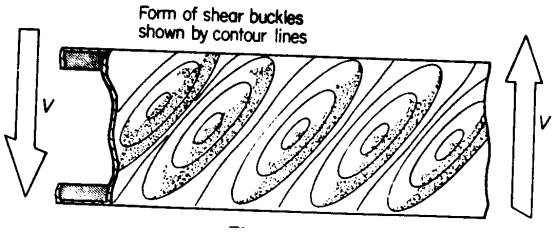
$$\frac{N_{Sd}}{A_{eff} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Sd} + \Delta M_{y,Sd}}{W_{eff,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{M_{z,Sd} + \Delta M_{z,Sd}}{W_{eff,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

nella quale

A_g	è l'area della sezione geometrica
$W_{eff,y}$ e $W_{eff,z}$	sono i moduli di resistenza della sezione efficace, per flessione nei due piani *xy* e *xz*
$\Delta M_{y,Sd}$ e $\Delta M_{z,Sd}$	sono gli eventuali valori del momento flettente dovuti alla non coincidenza tra baricentro della sezione geometrica e baricentro della sezione efficace

TAGLIO [4.8]

il problema dell'instabilità dell'anima viene preso in considerazione in funzione della snellezza relativa dell'anima $\bar{\lambda}_w$



la resistenza limite a taglio è fornita dalla relazione

$$V_{w,Rd} = \frac{\tau_w \, s_w \, t}{\gamma_{M1}}$$

essendo

τ_w la resistenza media a taglio, dipendente dalla snellezza relativa dell'anima

s_w la distanza tra i punti di intersezione dell'anima con le ali del profilo

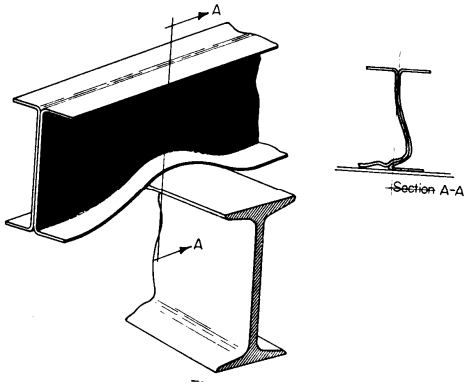
$$\bar{\lambda}_w = 0.346 \frac{s_w}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$$ in assenza di irrigidimenti d'anima

$$\tau_w = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \text{per} \quad \bar{\lambda}_w \le 0.84$$

$$\tau_w = 0.48 \frac{f_y}{\bar{\lambda}_w} \quad \text{per} \quad 0.84 < \bar{\lambda}_w \le 1.38$$

$$\tau_w = 0.67 \frac{f_y}{\bar{\lambda}_w^{\,2}} \quad \text{per} \quad 1.38 < \bar{\lambda}_w$$

occorre inoltre prevenire l'instabilità dell'anima in corrispondenza dell'appoggio o di carichi concentrati

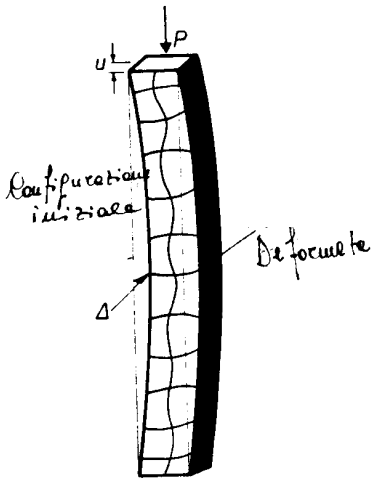


INSTABILITÀ GLOBALE DI ASTE COMPRESSE

si possono avere tre tipi di instabilità:

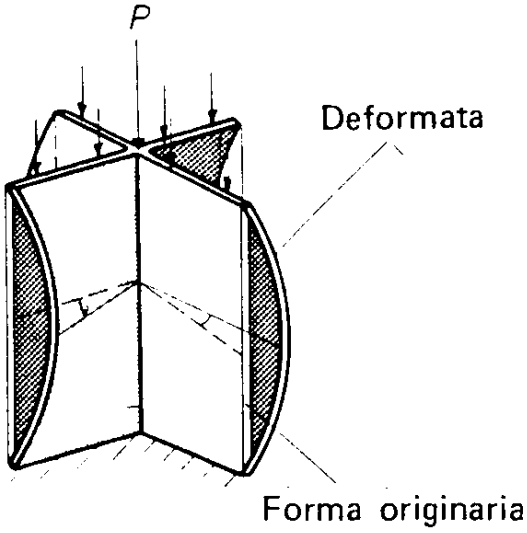
– instabilità Euleriana o instabilità flessionale

è il classico caso studiato da Eulero, nel quale l'asse dell'asta sbanda trasversalmente nel piano di minor rigidezza flessionale



– instabilità torsionale

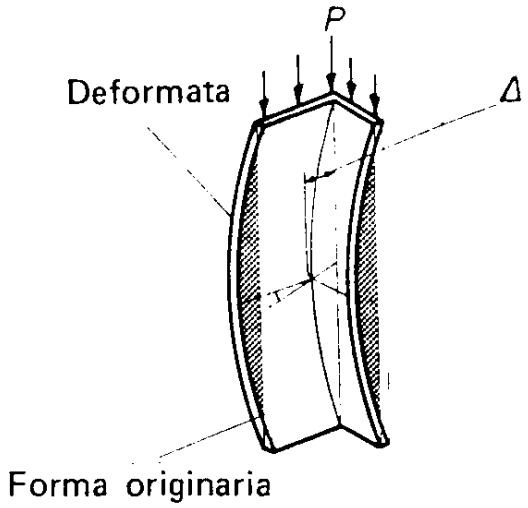
in questo caso la deformata critica dell'asta è puramente torsionale ed il suo asse si mantiene rettilineo



si può manifestare in aste con sezione poco resistente a torsione e quindi in sezioni sottili di forma aperta (in particolare se tutti gli elementi che compongono la sezione convergono in un unico punto, come nel caso di sezioni a croce)

– instabilità flesso-torsionale

in questo caso la deformata critica dell'asta è contemporaneamente flessionale e torsionale, cioè l'asta si torce ma nello stesso tempo il suo asse sbanda trasversalmente



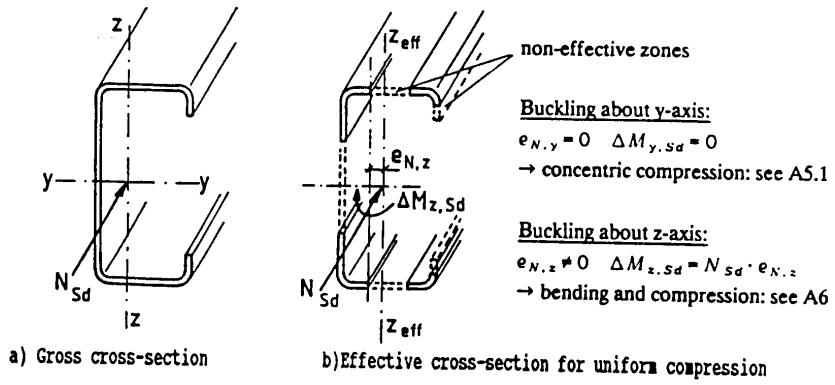
si può manifestare in sezioni poco resistenti a torsione che non hanno due assi di simmetria (ad esempio sezioni ad L)

INSTABILITÀ LOCALE E GLOBALE NEI PROFILI SOTTILI

l'instabilità locale delle parti compresse riduce la dimensione efficace di tali parti e quindi fa diminuire il carico critico globale

se ne tiene conto valutando il carico critico con riferimento alla sezione efficace e non alla sezione geometrica

quando il baricentro della sezione efficace non coincide con quello della sezione geometrica nasce, anche se siamo in presenza di sforzo normale centrato, un momento flettente ΔM; l'asta deve essere trattata come asta soggetta a sforzo normale e momento flettente (e non semplicemente sforzo normale)



se ne tiene conto in generale riducendo lo sforzo normale limite mediante un coefficiente χ (rapporto tra sforzo normale critico e sforzo normale di snervamento) che dipende dalla snellezza dell'asta e dalle imperfezioni

l'approccio è sostanzialmente analogo a quello della normativa italiana, ma formalmente diverso; la norma italiana amplifica le tensioni mediante il coefficiente ω (rapporto tra sforzo normale di snervamento e sforzo normale critico) anziché ridurre il limite accettabile

la resistenza di progetto di un'asta compressa nei confronti dell'instabilità globale di tipo flessionale è determinata mediante la relazione

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi\, f_y\, A_{eff}}{\gamma_{M1}} = \chi\, N_{c,Rd}$$

con

$$\chi = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]} \qquad \text{ma} \qquad \chi \le 1$$

$$\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

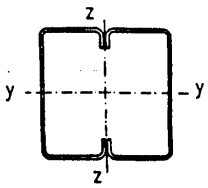
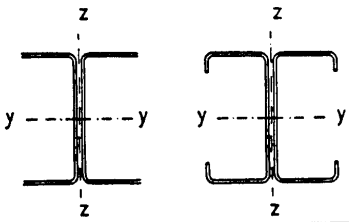
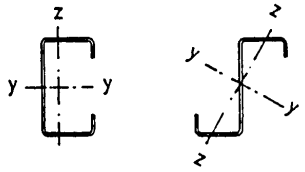
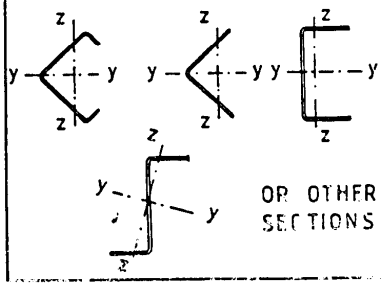
$$\bar{\lambda} = [A_{eff} \cdot f_y / N_{cr}]^{1/2} = (\lambda/\lambda_1) \cdot [\beta_A]^{1/2}$$

essendo:

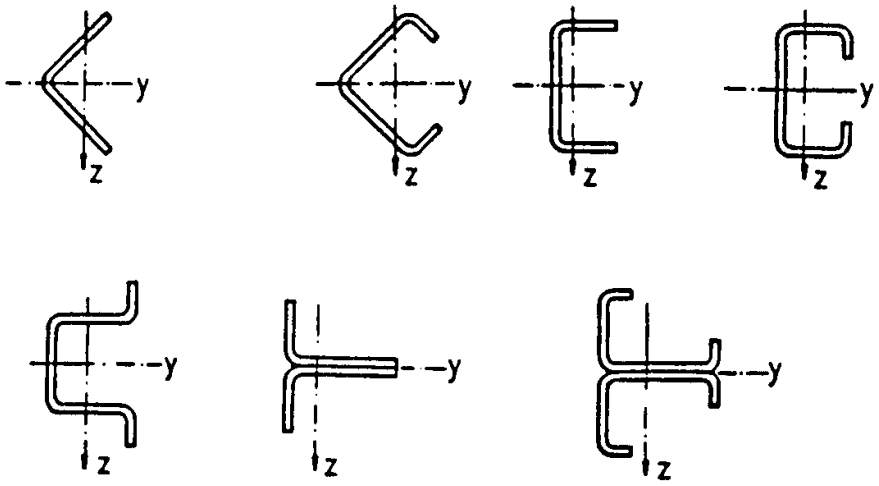
f_y	la tensione di snervamento del materiale;
A_g	l'area della sezione geometrica;
A_{eff}	l'area della sezione efficace del profilo calcolata con riferimento ad una compressione uniforme pari a f_y;
$\bar{\lambda}$	snellezza adimensionale;
$\lambda = l/i_g$	snellezza nel piano di inflessione considerato;
$\lambda_1 = \pi[E/f_y]^{1/2}$	snellezza limite;
$\beta_A = A_{eff}/A_g$	rapporto tra l'area efficace e quella geometrica
i_g	raggio d'inerzia della sezione geometrica secondo il piano di inflessione considerato;
N_{cr}	carico critico euleriano della sezione geometrica;
α	parametro di imperfezione funzione della geometria della sezione trasversale [tab. 5.2];
γ_{M1}	il coefficiente parziale di sicurezza.

il parametro di imperfezione α corrisponde a curve di instabilità dipendenti dalla forma della sezione

curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

TYPE OF CROSS SECTION		BUCKLING ABOUT AXIS	BUCKLING CURVE
BUILT-UP CLOSED SECTIONS 	IF f_{yb} IS USED	ANY	b
	IF f_{ya} IS USED	ANY	c
I, H - SECTIONS 		y - y z - z	a b
		ANY	b
 OR OTHER SECTIONS		ANY	c

sono soggette a instabilità flesso-torsionale le sezioni che non hanno due assi di simmetria



la resistenza di progetto di un'asta compressa nei confronti dell'instabilità globale di tipo torsionale e flesso-torsionale è determinata mediante il seguente procedimento:

– si calcola il carico critico flessionale $N_{cr,T}$ e quello flesso-torsionale $N_{cr,FT}$ considerando la sezione geometrica; le formule valide per sezione con un asse di simmetria sono riportate nell'Eurocodice 3, parte 1.3 [5.2.3 (3)]

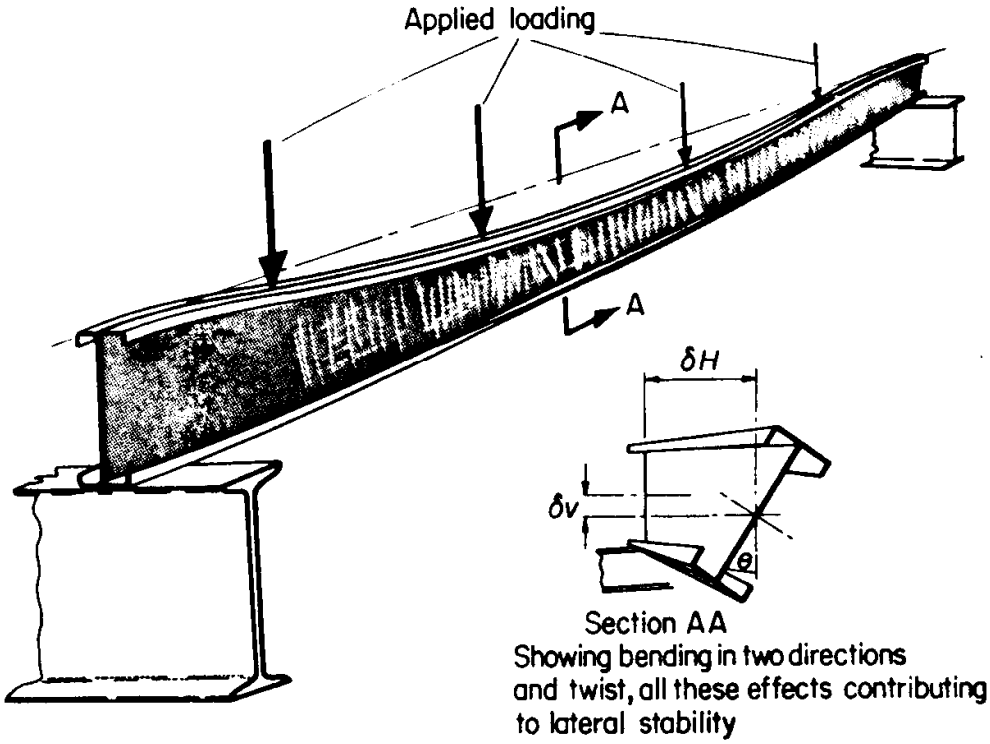
– si determina la snellezza

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}}$$

usando come N_{cr} il minore tra $N_{cr,T}$ e $N_{cr,FT}$

– si utilizzano le espressioni indicate per l'instabilità flessionale, con questo valore di $\bar{\lambda}$ e facendo riferimento alla curva di instabilità b

si può avere una instabilità latero-torsionale dovuta allo sbandamento laterale dell'ala compressa



la resistenza di progetto di un'asta inflessa nei confronti dell'instabilità globale di tipo latero-torsionale è determinata mediante la relazione

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT}\ f_y\ W_{eff}}{\gamma_{M1}} = \chi_{LT}\ M_{c,Rd}$$

dove χ_{LT} dipende dalla snellezza relativa

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{eff}\ f_y}{M_{cr}}}$$

mediante relazioni analoghe a quelle dell'instabilità flessionale di aste compresse

INSTABILITÀ GLOBALE DI ASTE PRESSOINFLESSE [6.2]

se si prende in considerazione la sola possibilità di instabilità di tipo flessionale, la verifica dell'asta richiede il soddisfacimento della seguente condizione

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \cdot A_{eff} \cdot f_y/\gamma_{M1}} + \frac{k_y \cdot (M_{y,Sd} + N_{Sd} \cdot e_{N,y})}{W_{eff,y} \cdot f_y/\gamma_{M1}} + \frac{k_z \cdot (M_{z,Sd} + N_{Sd} \cdot e_{N,z})}{W_{eff,z} \cdot f_y/\gamma_{M1}} \leq 1$$

con:

$k_y = 1 - \dfrac{\mu_y \cdot N_{Sd}}{\chi_y \cdot A_{eff} \cdot f_y}$ ma $k_y \leq 1.5$

$\mu_y = \bar{\lambda}_y(2\beta_{M,y} - 4)$ ma $\mu_y \leq 0.90$

$k_z = 1 - \dfrac{\mu_z \cdot N_{Sd}}{\chi_z \cdot A_{eff} \cdot f_y}$ ma $k_z \leq 1.5$

$\mu_z = \bar{\lambda}_z(2\beta_{M,z} - 4)$ ma $\mu_z \leq 0.90$

essendo:

χ_{min} il più piccolo tra χ_y e χ_z, essendo questi ultimi i fattori di riduzione per instabilità flessionale intorno agli assi *y-y* e *z-z*;

$\beta_{M,y}$, $\beta_{M,z}$ fattori di momento equivalente uniforme [par. 6.3];

A_{eff} l'area della sezione efficace del profilo calcolata con riferimento ad una compressione uniforme pari a f_y;

$W_{eff,y}$ modulo di resistenza della sezione efficace valutata nell'ipotesi di flessione intorno all'asse *y-y*;

$W_{eff,z}$ modulo di resistenza della sezione efficace valutata nell'ipotesi di flessione intorno all'asse *z-z*;

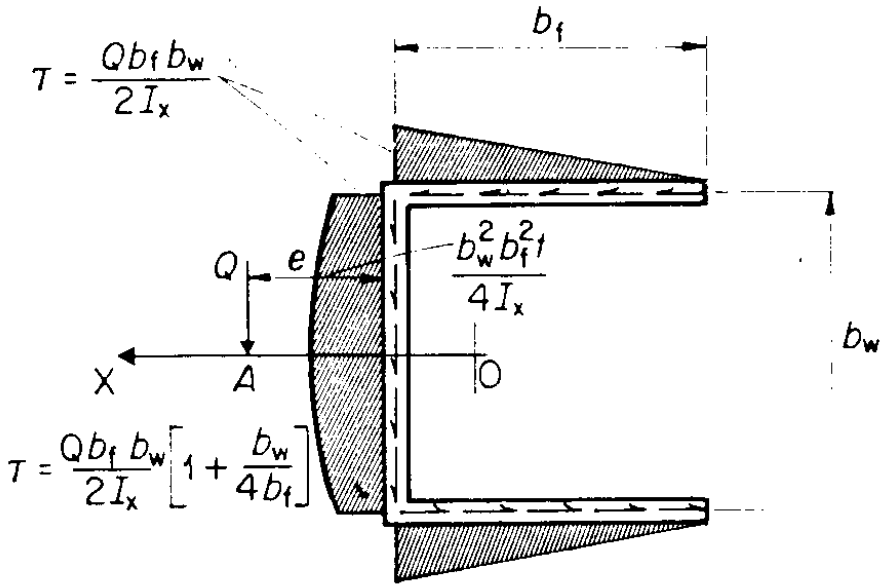
$e_{N,y}$ eccentricità tra il baricentro della sezione efficace corrispondente ad una compressione uniforme e quello della sezione geometrica misurata in direzione ortogonale all'asse *y*;

$e_{N,z}$ eccentricità tra il baricentro della sezione efficace corrispondente ad una compressione uniforme e quello della sezione geometrica misurata in direzione ortogonale all'asse *z*;

γ_{M1} il coefficiente parziale di sicurezza.

TORSIONE NEI PROFILI SOTTILI

il carico verticale genera nelle travi esclusivamente flessione e taglio solo se esso è applicato in corrispondenza del centro di taglio; ciò in genere non avviene quando si utilizzano sezioni che non hanno due assi di simmetria (ad esempio sezioni a C)



in questi casi occorre sovrapporre gli effetti di un carico passante per il centro di taglio (che produce flessione e taglio) e di un carico torcente pari al prodotto del carico verticale per la distanza del suo punto di applicazione dal centro di taglio

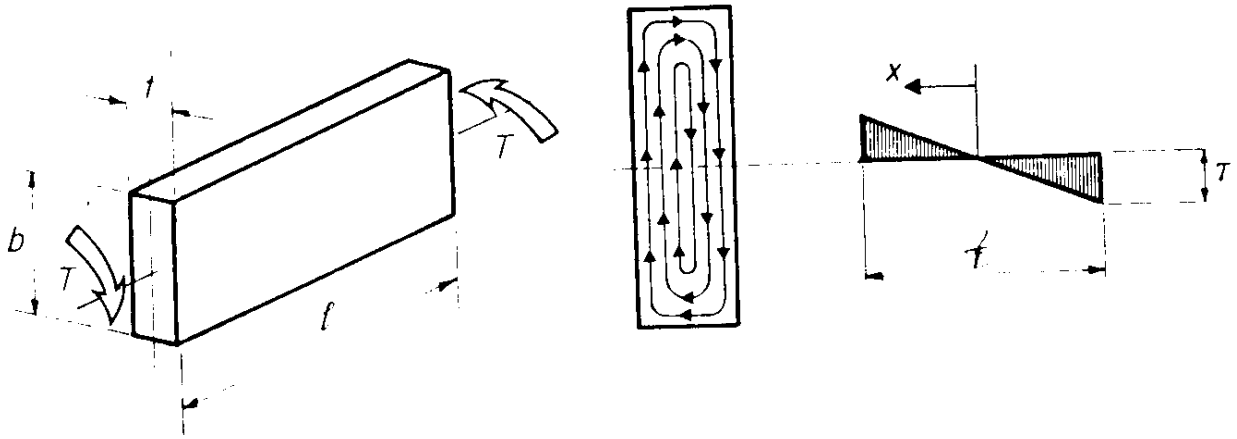
i profili sottili non rispettano rigorosamente le ipotesi alla base della teoria della trave di De Saint Venant perché lo spessore ha un valore notevolmente minore delle dimensioni della sezione trasversale

nel valutare l'effetto della torsione occorre considerare due impostazioni teoriche, che coesistono

- teoria di De Saint Venant, che considera quella che viene denominata torsione pura o torsione uniforme
- teoria delle aree settoriali, proposta da Vlasov, che considera quella che viene denominata torsione non uniforme o torsione da svergolamento impedito

TORSIONE PURA (DE SAINT VENANT)

le tensioni tangenziali variano linearmente attraverso lo spessore t e sono costanti nella larghezza b (eccetto in prossimità degli spigoli)



l'angolo unitario di torsione è proporzionale al momento torcente T ed inversamente proporzionale al modulo di elasticità tangenziale G e al momento d'inerzia torsionale I_T

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{G\, I_T}$$

per profili sottili il momento d'inerzia torsionale I_T vale

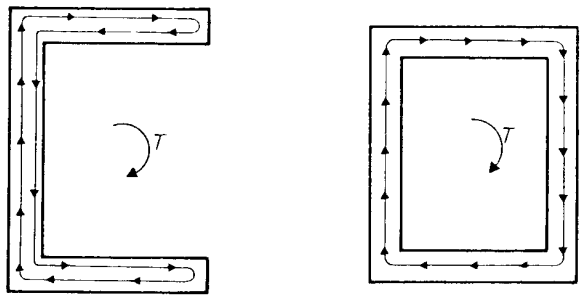
$$I_T = \frac{1}{3} \sum b_i \; t_i^3$$

la tensione tangenziale massima vale

$$\tau_{\max} = \frac{T\, t}{I_T} = \frac{3\, T}{t^2 \sum b_i}$$

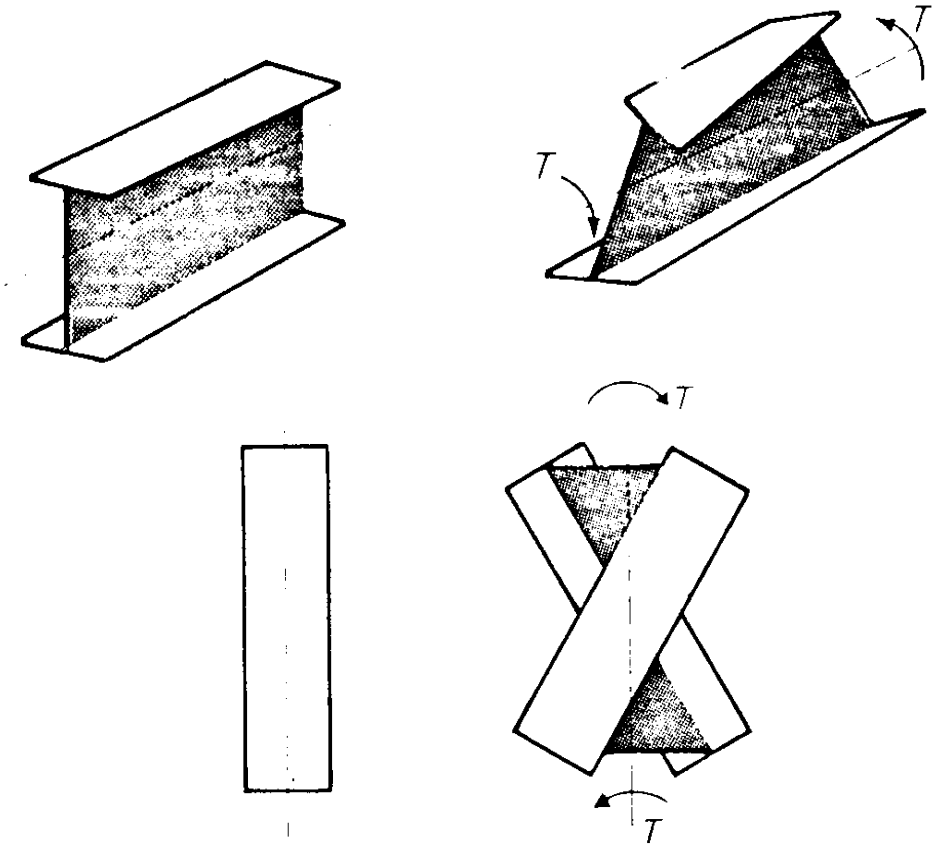
le tensioni tangenziali sono molto elevate a causa del basso valore di I_T, tranne che nel caso di sezioni di forma chiusa per le quali si ha

$$\tau_{\max} = \frac{T}{2\, A\, t}$$

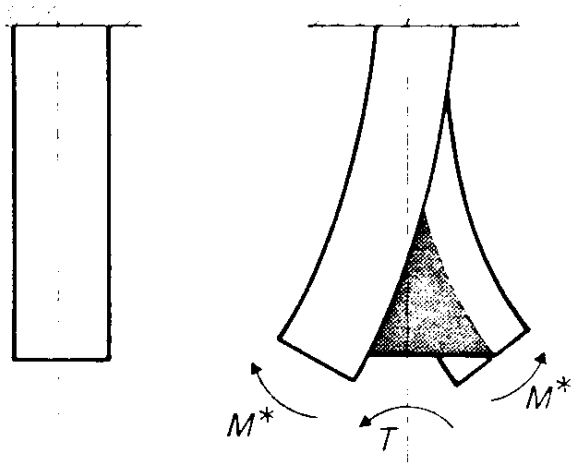


TORSIONE NON UNIFORME (VLASOV)

quando si applica un momento torcente uniforme su un'asta con profilo sottile che non ha vincoli longitudinali agli estremi essa si torce e le sezioni piane non rimangono tali; le ali ruotano in blocco in due versi opposti e questo movimento è detto svergolamento

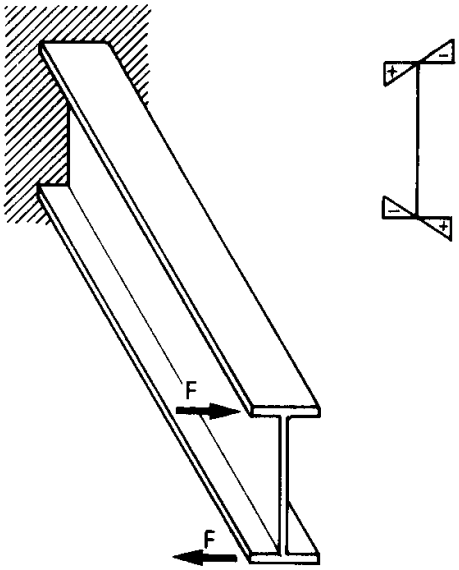


se esiste un vincolo che impedisce lo spostamento longitudinale di punti della sezione (ad esempio un incastro a un estremo) le aste sono obbligate ad assumere una curvatura in direzione longitudinale



è come se lo svergolamento fosse impedito da due momenti flettenti uguali ma opposti applicati alle ali nel loro piano

si può in un certo senso considerare come se la coppia torcente T fosse costituita da due forze uguali e opposte $F = T / h$, che generano flessione nelle ali



il sistema di momenti (apparenti) che nascono a causa dello svergolamento impedito viene denominato **bimomento**; lo si può considerare come il prodotto dei momenti per la loro distanza (altezza della sezione) ed ha le dimensioni di un momento per una lunghezza

le tensioni longitudinali provocate da un bimomento B sono fornite dall'espressione

$$\sigma = \frac{B}{\Gamma}\omega$$

dove

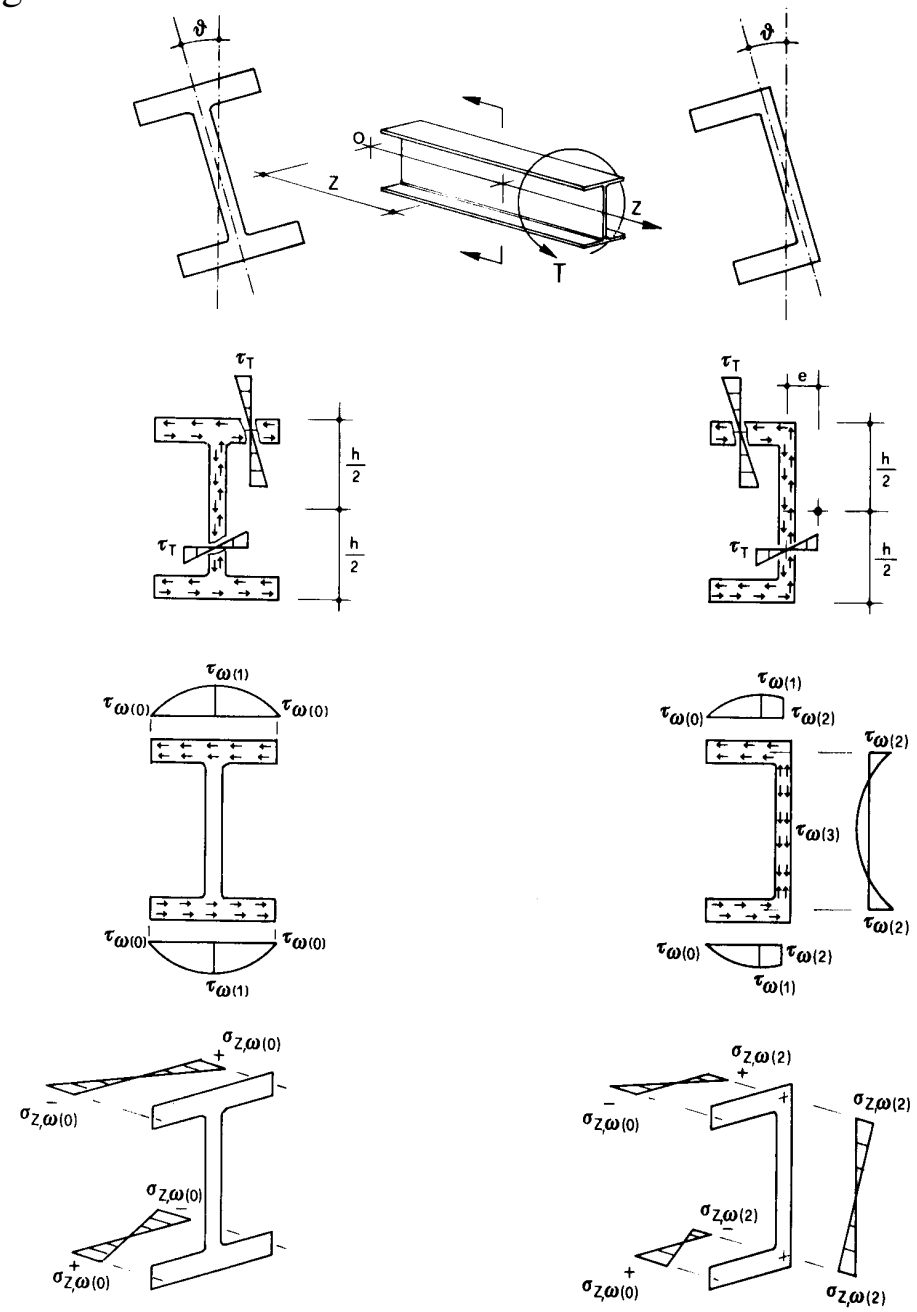
$\omega = \int_0^s h\, ds$ è detta coordinata settoriale ed è funzione del punto in cui si calcola la tensione σ; h è la distanza di ds dal centro di taglio (perpendicolarmente alla tangente nel punto)

$\Gamma = \int_A \omega^2\, dA$ è detta costante di svergolamento o momento d'inerzia settoriale ed è funzione delle dimensioni trasversali della sezione

l'espressione è analoga a quella che fornisce le tensioni provocate da un momento flettente M

$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

in generale occorre valutare quale aliquota di torsione è sopportata come torsione pura e quale come torsione non uniforme, sovrapponendone quindi gli effetti



nei profili sottili con sezione di forma aperta è preponderante l'influenza della torsione non uniforme

valori del bimomento in mezzeria di una singola campata, con differenti schemi di carico e di vincolo:

	estremi appoggiati	estremi incastrati
carico torcente distribuito m	$m\,l^2\,/\,8$	$m\,l^2\,/\,24$
coppia torcente T in mezzeria	$T\,l\,/\,4$	$T\,l\,/\,8$

Bibliografia

1. Von Karman, E. Sechker, L. Donnel, The strength of thin plates in compression, Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Vol.54, 1932

2. Timoshenko, J.M. Gere, Theory of Elastic Stability, Mc-Graw-Hill, 1961

3. Vlasov, Thin-walled elastic beams, Israel Program for Scientific Translations, 1961

4. Walker, Design and Analysis of Cold-Formed Sections, International Sections Textbook Company Limited, 1975

5. Ballio, F.M. Mazzolani, Strutture in acciaio, Hoepli, 1979, 1982

6. Eurocode 3, Part 1.3, Cold Formed Thin Gauge Members and Sheetings, 1993

7. A. Ghersi, R. Landolfo, Coldform, versione 2.0, manuale d'uso, CUEN, Napoli, 1993

8. A. Ghersi, R. Landolfo, F. M. Mazzolani, Design of metallic cold-formed thin-walled members, SPON Press, London and New York, 2002