

Corsi di aggiornamento

# Progettazione strutturale e Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni

## 3. Progetto di edifici antisismici in c.a. con struttura a telaio

22 - Combinazione dei risultati. Armatura dei pilastri

Spoletto

1-2 marzo 2018

Aurelio Ghersi

Definizione delle armature:  
armatura a flessione dei pilastri  
al piede del primo ordine

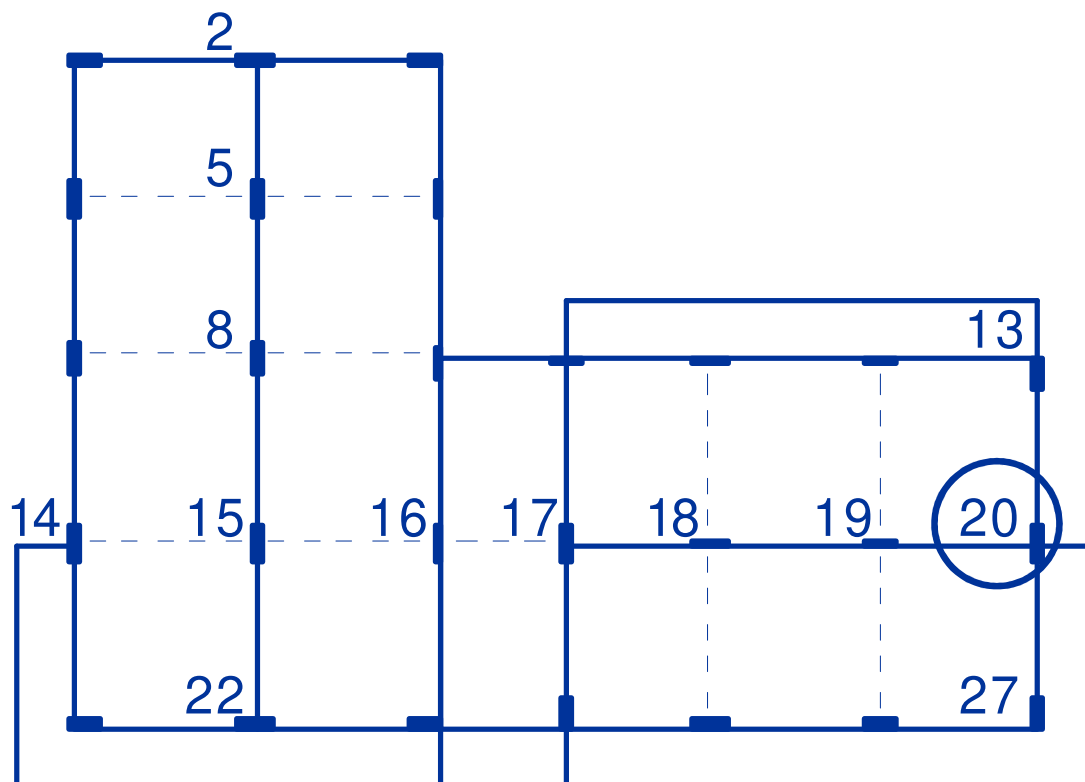
## Terzo passo

### armatura a pressoflessione dei pilastri

Per la sezione alla base e in testa all'ultimo piano si usano i valori di calcolo

# Pilastri esaminati (come esempio)

Si esamina il pilastro 20



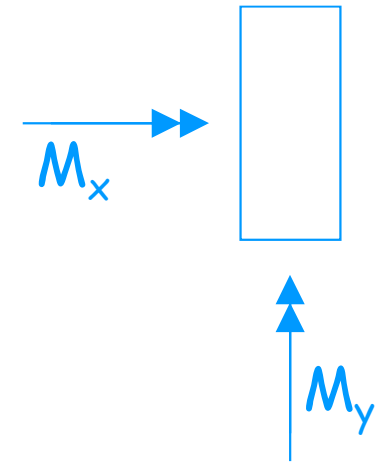
# Pilastro 20, base del I ordine (CD "A")

alla base non occorre gerarchia delle resistenze

## Schemi di carico base

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
$M_y$	-7.25	-4.34	-58.53	-14.82	-0.92	-1.36
$M_x$	0.36	0.11	72.13	-360.46	-35.46	-52.17
N	991.3	628.3	250.9	62.2	3.6	5.3

N positivo = compressione



Pilastro con rilevanti carichi verticali

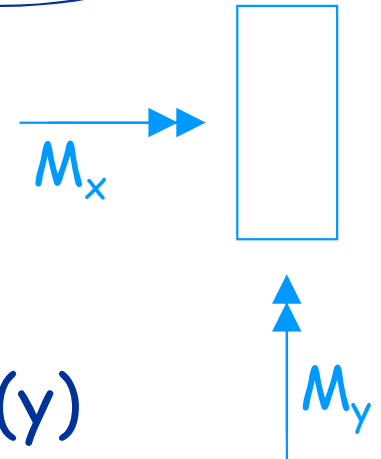
Sollecitato prevalentemente in una direzione (y)

Effetto dell'eccentricità propria ed accidentale  
abbastanza modesto

# Pilastro 20, base del I ordine (CD "A")

alla base non occorre gerarchia delle resistenze

piano		$M_y$ testa (kNm)	$M_x$ testa (kNm)	$M_y$ piede (kNm)	$M_x$ piede (kNm)	$N$ (kN)
1	$q_{\min} + \text{sisma prev. } x$	52.3	-107.9	-68.6	231.5	903.0
	$q_{\min} - \text{sisma prev. } x$	-37.8	106.8	60.0	-231.3	353.5
	$q_{\min} + \text{sisma prev. } y$	31.1	206.1	-38.3	-444.8	772.1
	$q_{\min} - \text{sisma prev. } y$	-16.6	-207.2	29.7	445.0	484.4



Pilastro con rilevanti carichi verticali

Sollecitato prevalentemente in una direzione (y)

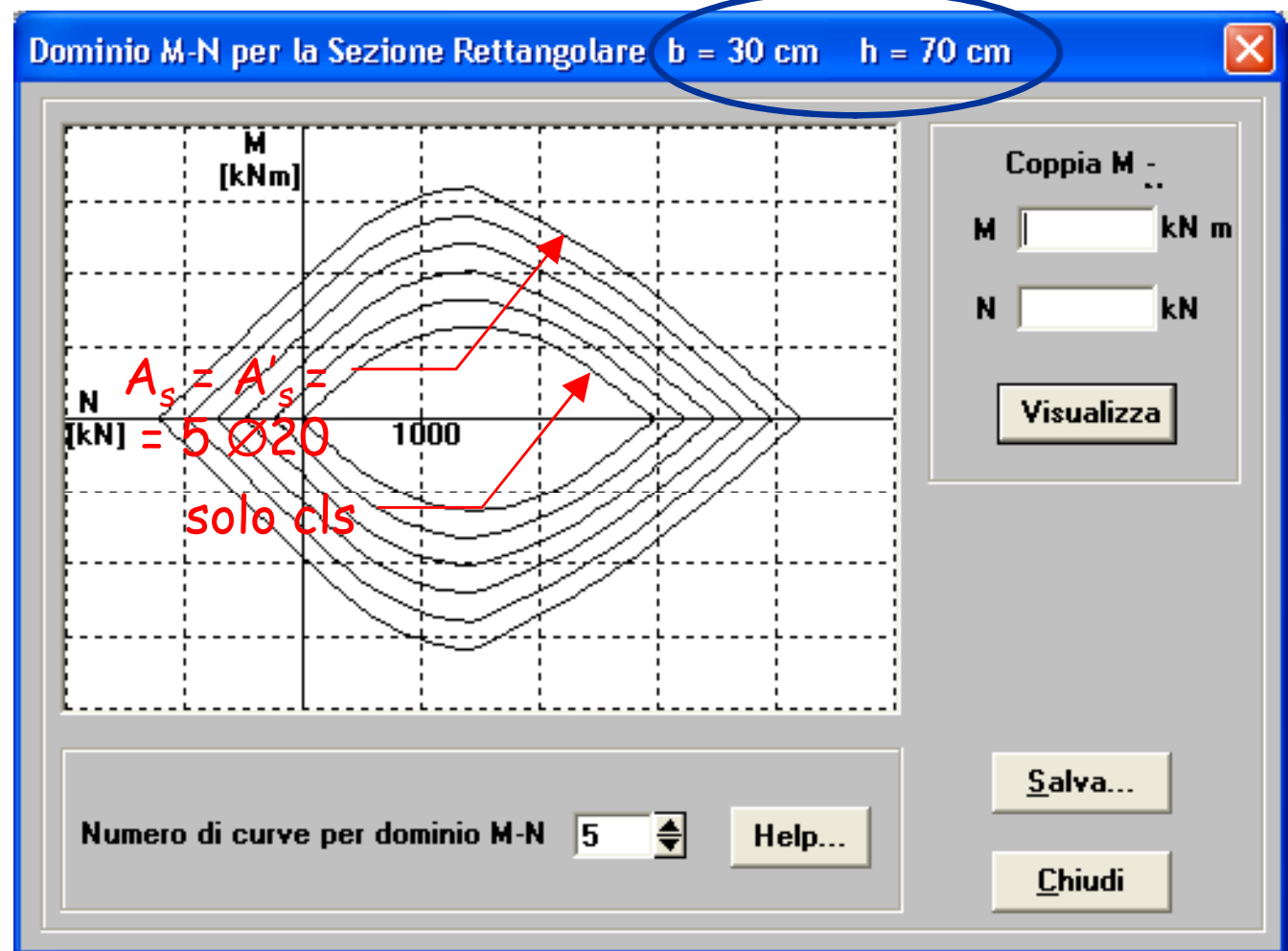
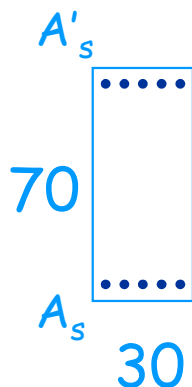
Effetto dell'eccentricità propria ed accidentale  
abbastanza modesto

# Pilastro 20, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni

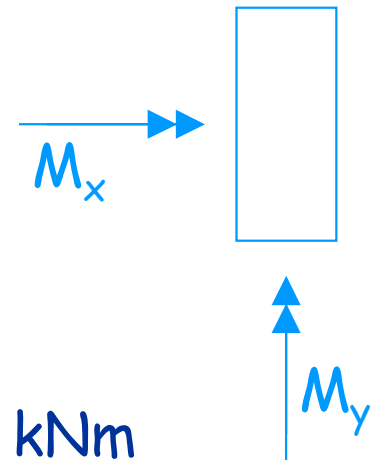
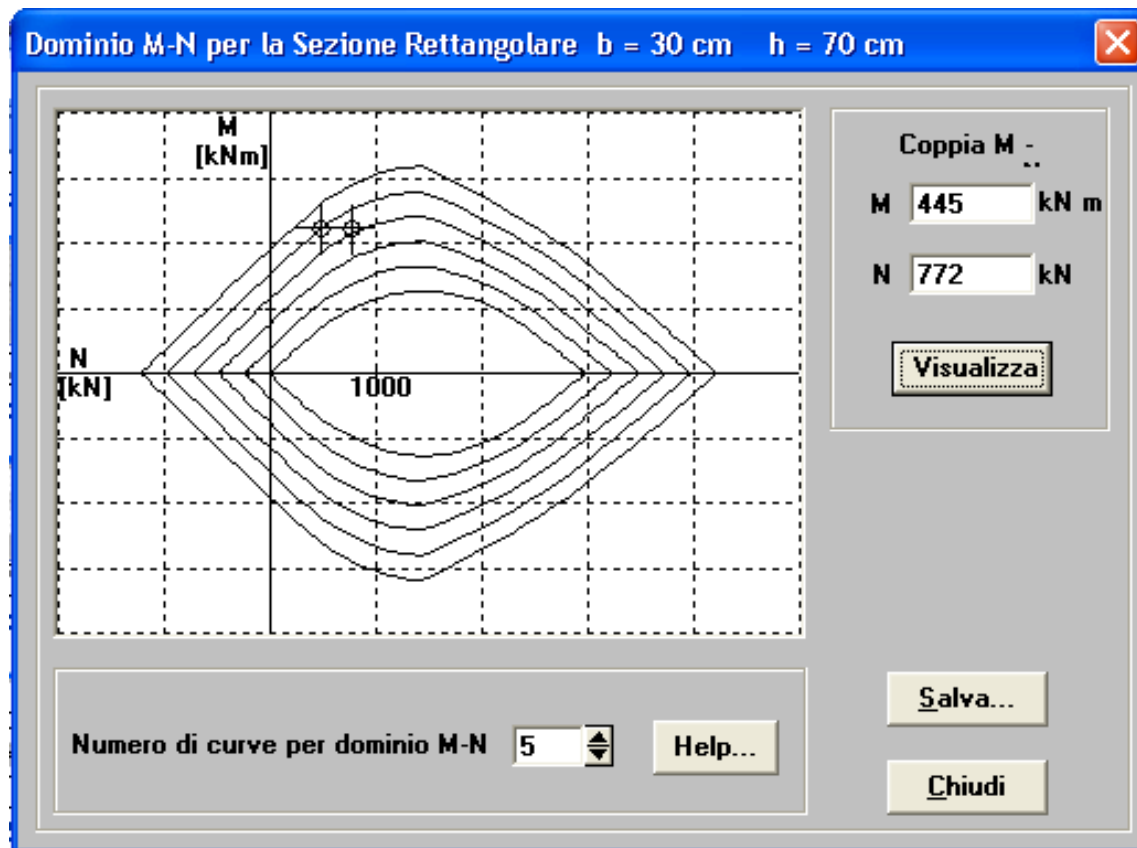
Si visualizza bene  
con domini M-N

Ad esempio col  
programma EC2



# Pilastro 20, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due  
direzioni



direzione y

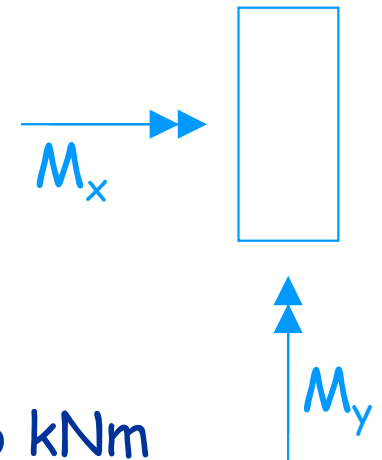
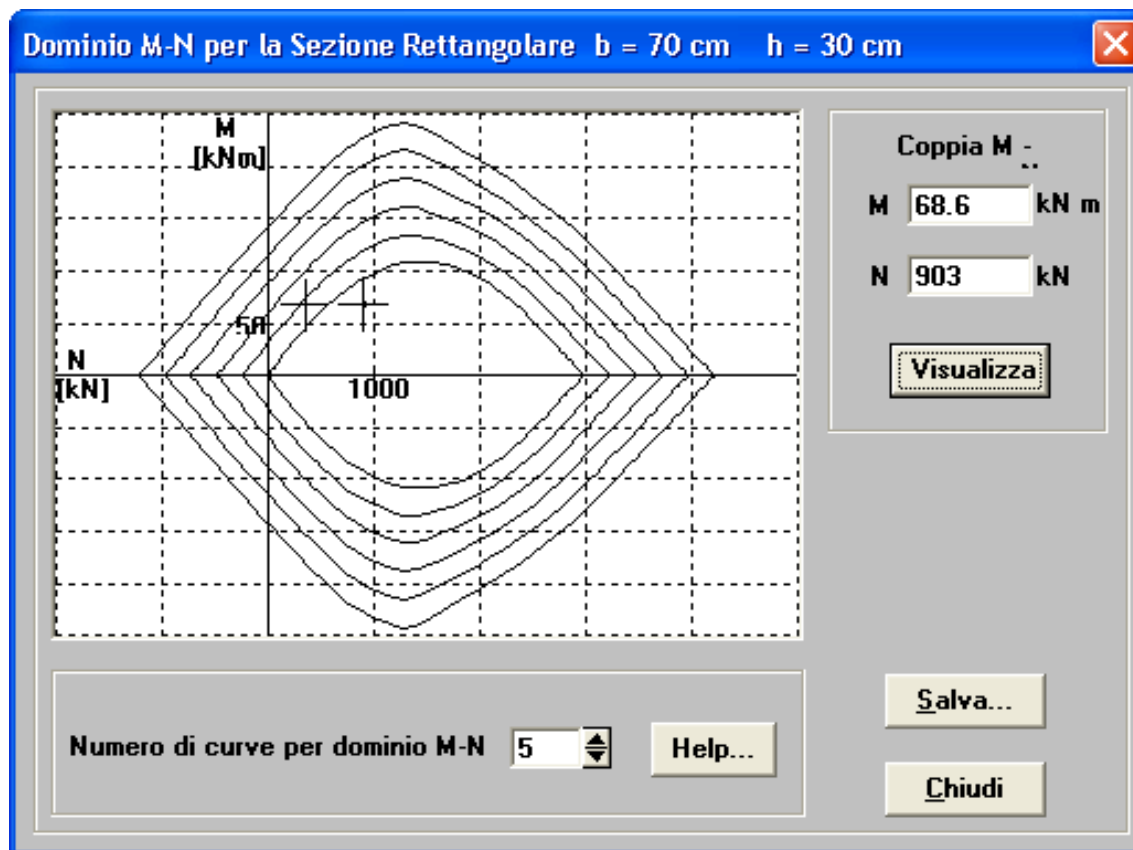
$$M_{x,\max} = 445 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = 484 \div 772 \text{ kN}$$

occorrono 4  $\varnothing 20$   
su ciascun lato corto

# Pilastro 20, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



direzione x

$$M_{y,\max} = 68.6 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = 353 \div 903 \text{ kN}$$

occorrono 1  $\varnothing 20$   
su ciascun lato lungo

# Armatura longitudinale nei pilastri

## limiti di normativa

Nella sezione corrente del pilastro la percentuale di armatura longitudinale deve essere compresa tra i seguenti limiti:

$$1\% \leq \frac{A_s}{A_c} \leq 4\%$$

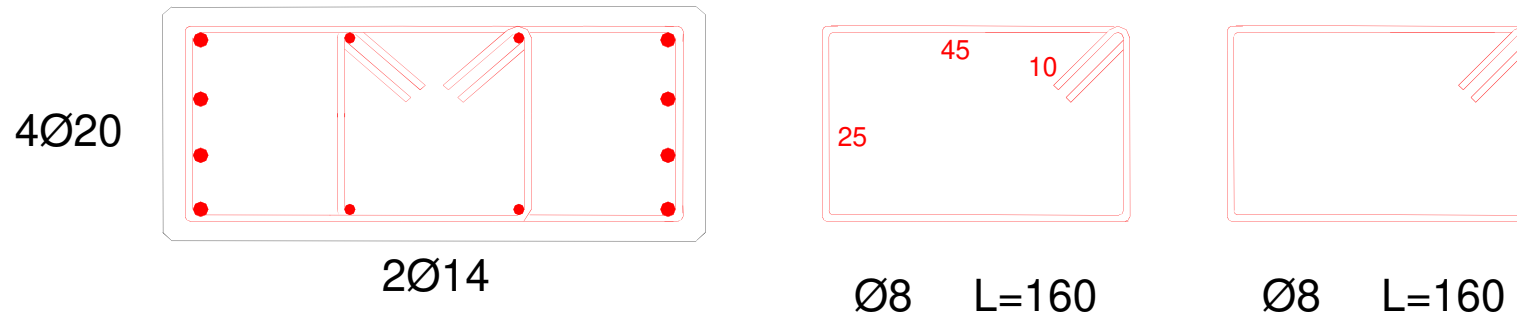
con  $A_s$  area totale dell'armatura longitudinale e  $A_c$  area della sezione lorda del pilastro

Per tutta la lunghezza del pilastro l'interasse tra le barre non deve essere superiore a 25 cm

Per una sezione 30x70:  $21 \text{ cm}^2 \leq A_s \leq 84 \text{ cm}^2$

# Pilastro 20, base del I ordine

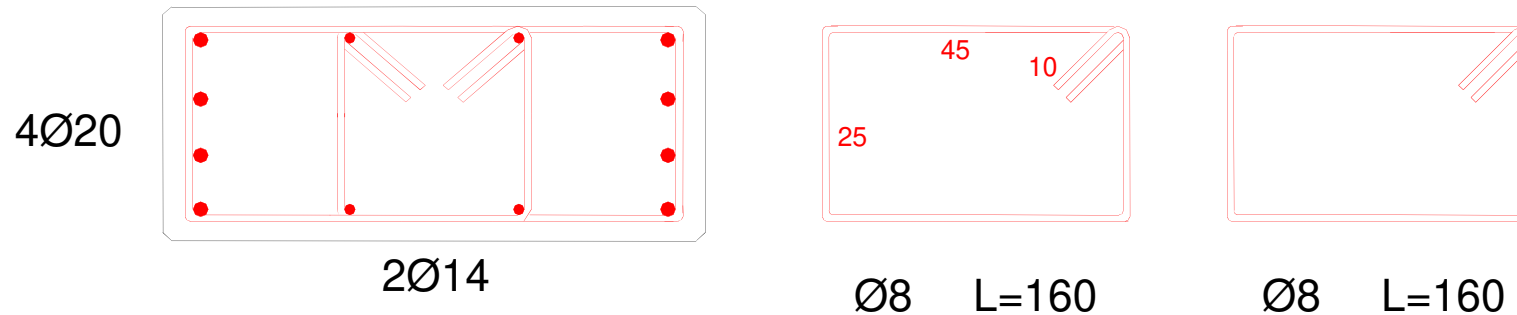
Il pilastro può essere armato con 8  $\varnothing 20$  e 4  $\varnothing 14$ , con doppia staffa



Poiché i momenti trasversali sono molto bassi in questo caso non occorre una verifica a pressoflessione deviata

# Pilastro 20, base del I ordine

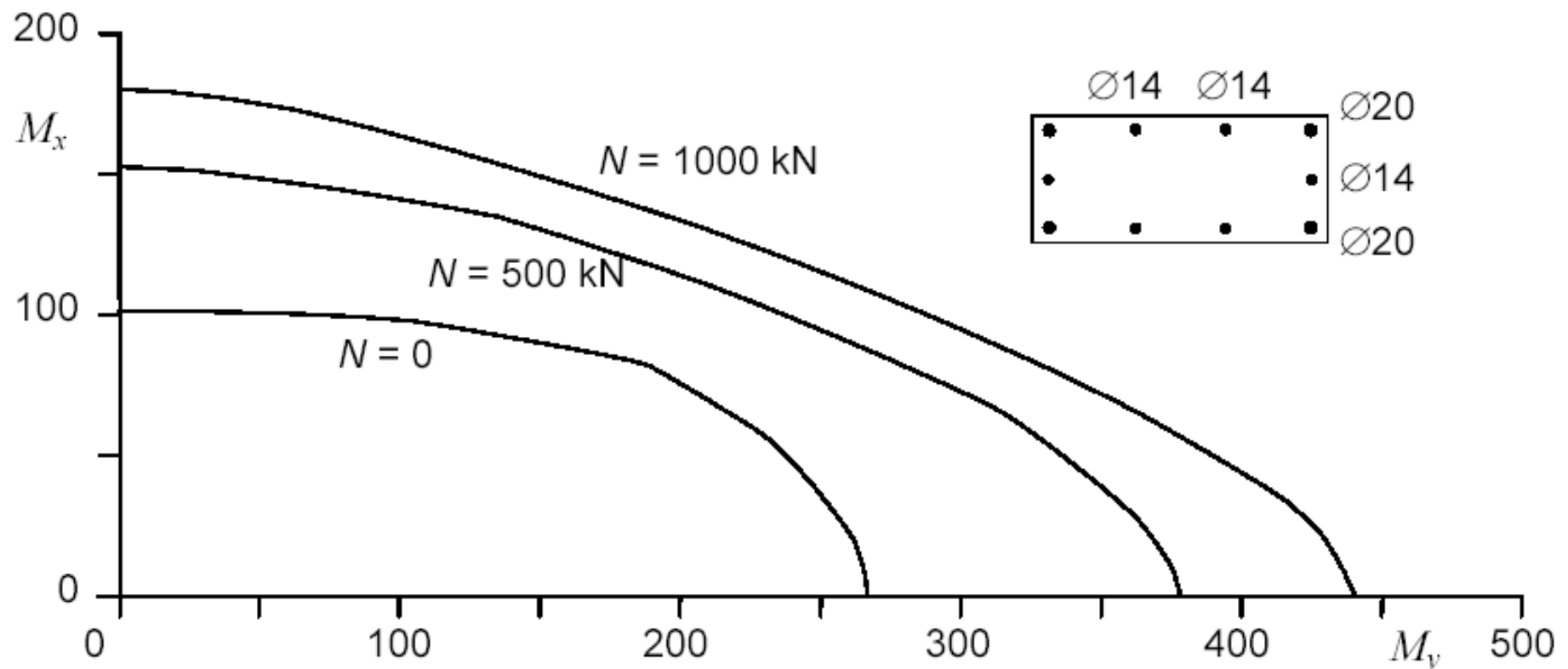
Il pilastro può essere armato con 8  $\varnothing 20$  e 4  $\varnothing 14$ , con doppia staffa



Ai piani superiori le caratteristiche di sollecitazioni si riducono, ma le armature non possono scendere al di sotto di  $21 \text{ cm}^2$ , cioè 4  $\varnothing 20$  e 6  $\varnothing 14$  (quindi 2  $\varnothing 20$  e 1  $\varnothing 14$  nel lato corto)

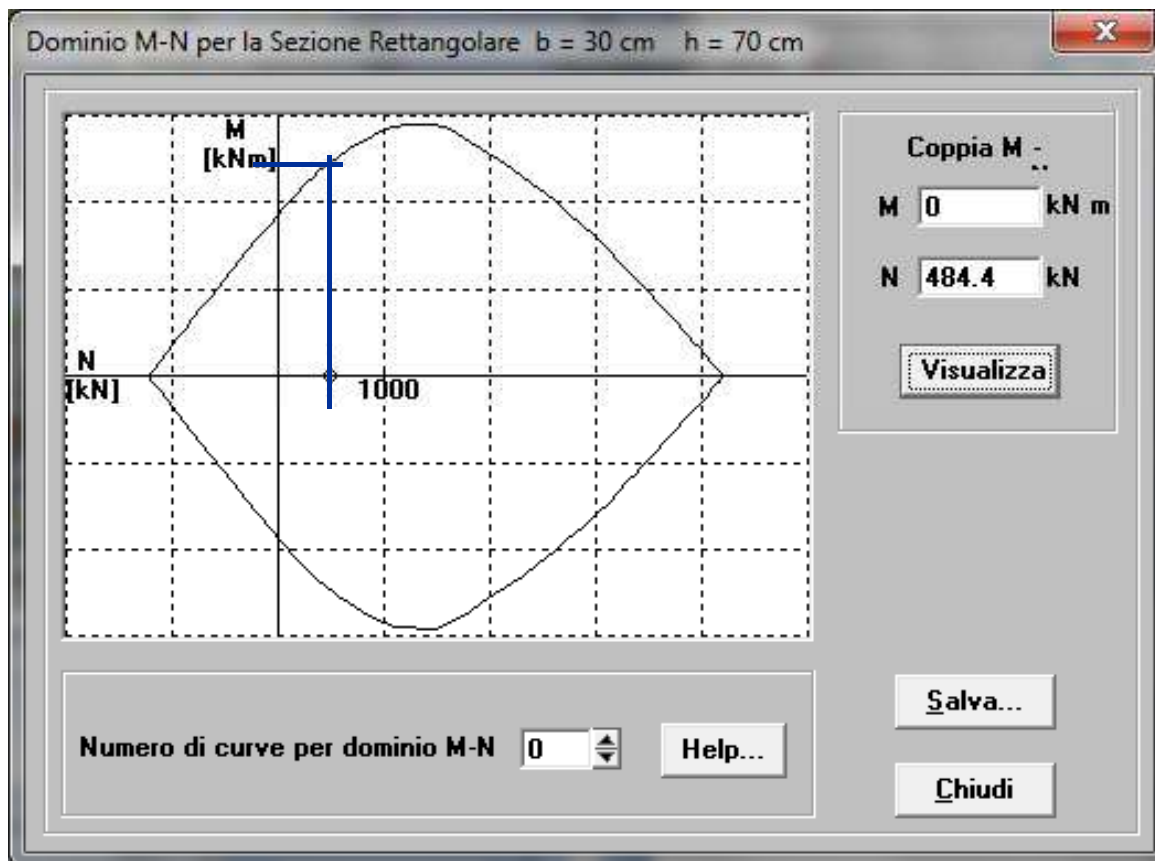
# Verifica a pressoflessione deviata

- Si possono usare domini di resistenza  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $N$



# Verifica a pressoflessione deviata

- Si possono usare domini di resistenza  $M_x$ ,  $N$  e  $M_y$ ,  $N$  per ottenere la resistenza a pressoflessione retta e poi usare formule semplificate

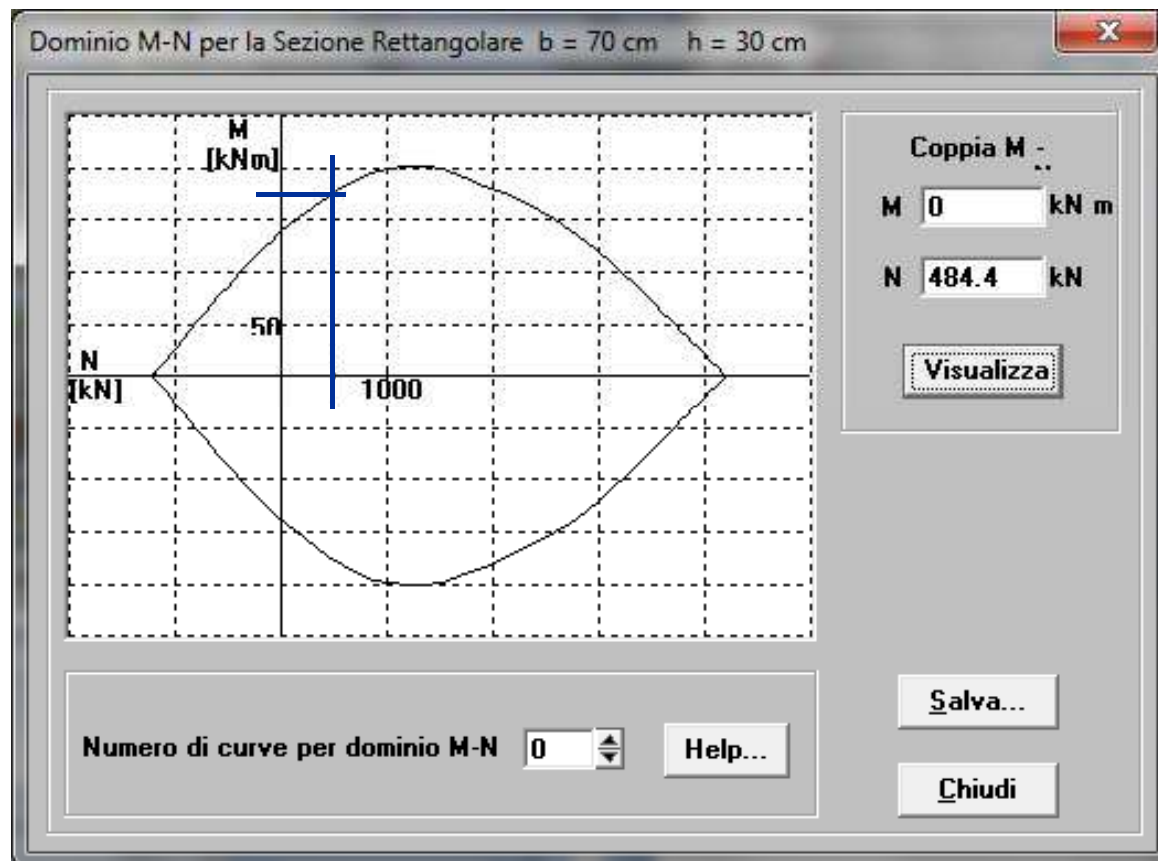


$$N = 484.4 \text{ kN}$$

$$M_{x,Rd} = 491.3 \text{ kNm}$$

# Verifica a pressoflessione deviata

- Si possono usare domini di resistenza  $M_x$ ,  $N$  e  $M_y$ ,  $N$  per ottenere la resistenza a pressoflessione retta e poi usare formule semplificate



$$N = 484.4 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rd} = 175.3 \text{ kNm}$$

# Verifica a pressoflessione deviata

- Si possono usare domini di resistenza  $M_x, N$  e  $M_y, N$  per ottenere la resistenza a pressoflessione retta e poi usare formule semplificate

$$\left( \frac{M_{x,Ed}}{M_{x,Rd}} \right)^{1.5} + \left( \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \right)^{1.5} \leq 1$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{445.0}{491.3} \right)^{1.5} + \left( \frac{29.7}{175.3} \right)^{1.5} &= 0.906^{1.5} + 0.169^{1.5} = \\ &= 0.862 + 0.069 = 0.931 < 1 \end{aligned}$$

Definizione delle armature:  
armatura a flessione dei pilastri  
in tutte le altre sezioni

# Continua ...

## armatura a pressoflessione dei pilastri

Per la sezione alla base e in testa all'ultimo piano si usano i valori di calcolo

Per le altre sezioni, i momenti flettenti con cui armare si ricavano dai **momenti resistenti delle travi**

Per ciascuna direzione e ciascun verso di applicazione delle azioni sismiche, si devono proteggere i pilastri dalla plasticizzazione prematura adottando opportuni momenti flettenti di calcolo; tale condizione si consegue qualora, per ogni nodo trave-pilastro ed ogni direzione e verso dell'azione sismica, la resistenza complessiva dei pilastri sia maggiore della resistenza complessiva delle travi amplificata del coefficiente  $\gamma_{Rd}$ , in accordo con la formula:

$$\sum M_{C,Rd} \geq \gamma_{Rd} \cdot \sum M_{b,Rd} \quad (7.4.4)$$

dove:

$\gamma_{Rd} = 1,30$  per le strutture in CD "A" e  $\gamma_{Rd} = 1,10$  per le strutture in CD "B",

# Nelle sezioni diverse da quella di base

I valori di progetto si ottengono dal criterio di gerarchia delle resistenze

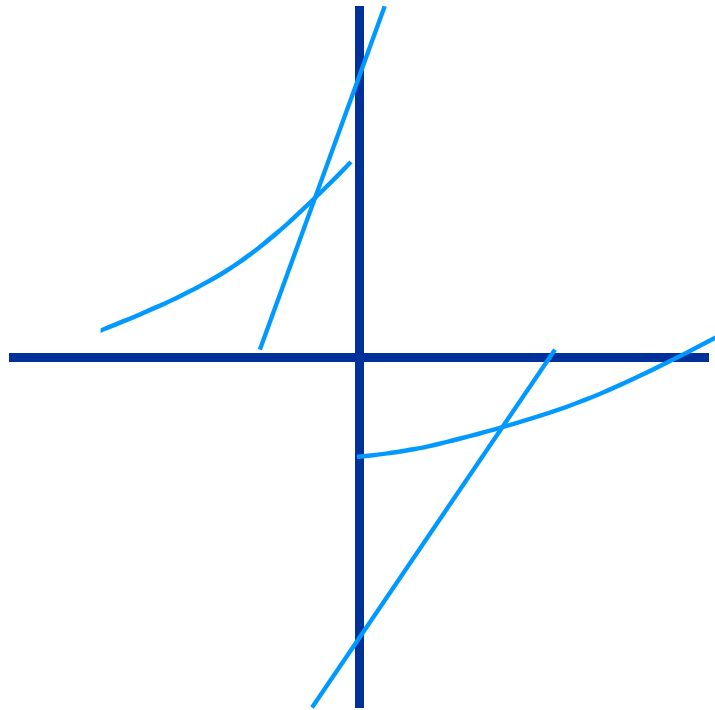
“per ogni nodo trave-pilastro ed ogni direzione e verso dell'azione sismica, la resistenza complessiva dei pilastri deve essere maggiore della resistenza complessiva delle travi amplificata del coefficiente  $\gamma_{Rd}$  in accordo con la formula  $\sum M_{c,Rd} \geq \gamma_{Rd} \sum M_{b,Rd}$ ”

Nota: non è precisato come ripartire il momento tra pilastro superiore e inferiore

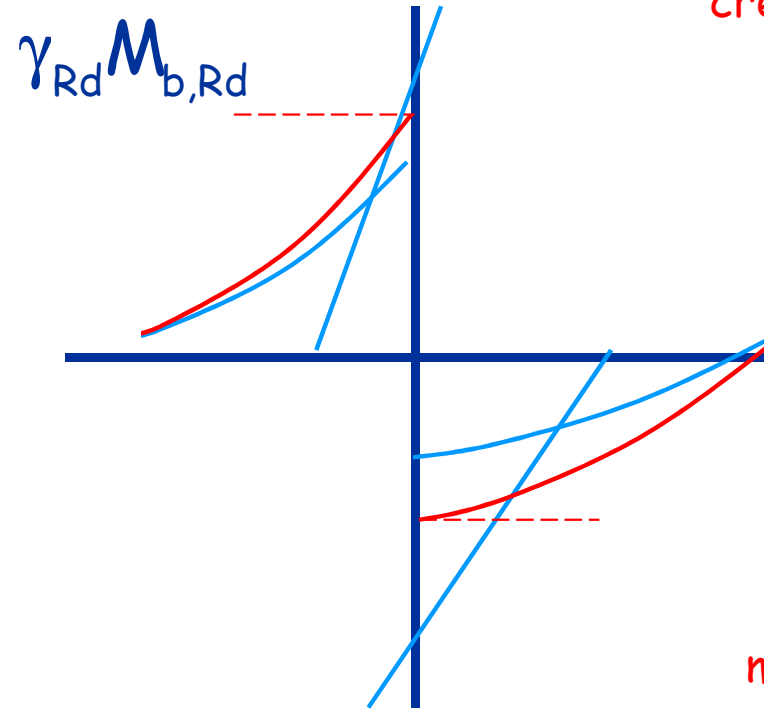
# Gerarchia delle resistenze

## pilastro - trave

I momenti  
nelle travi  
possono  
crescere



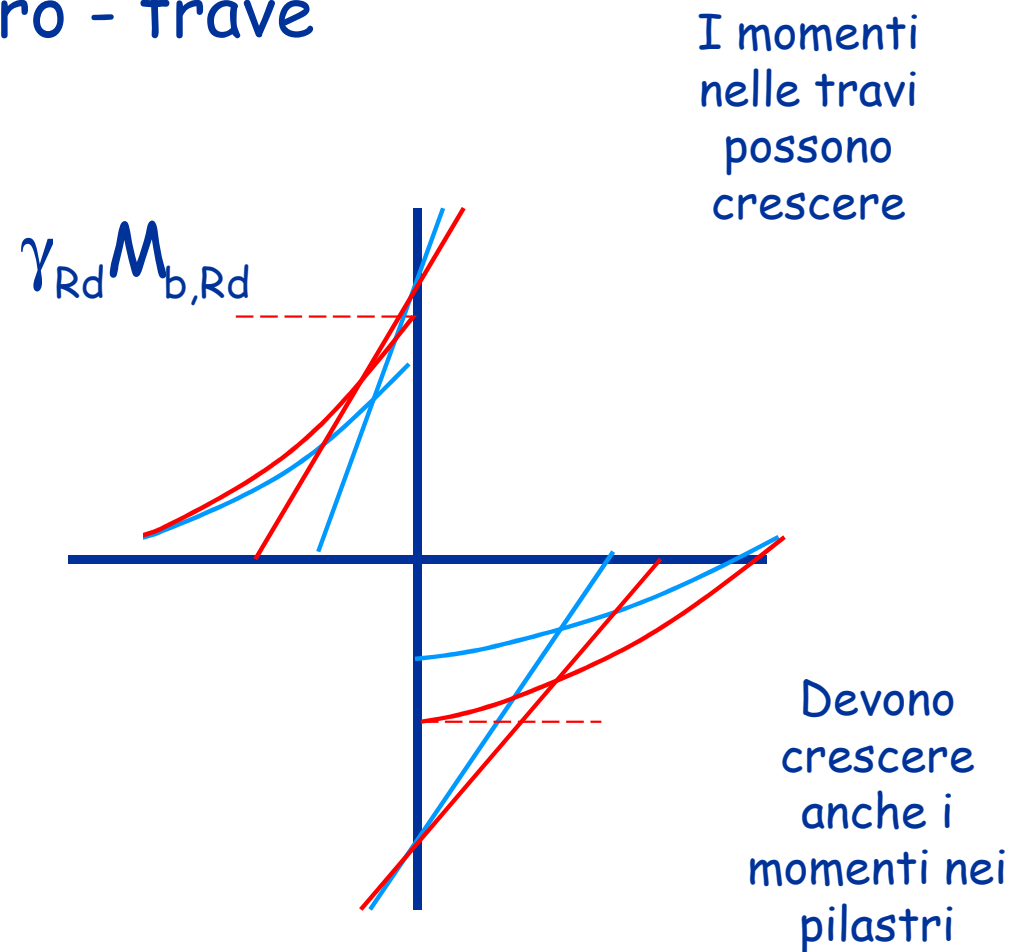
Nodo  
(momenti  
in equilibrio)



Devono  
crescere  
anche i  
momenti nei  
pilastri

# Gerarchia delle resistenze

## pilastro - trave



Se il comportamento fosse elastico, i momenti crescerebbero in proporzione  
Ma la struttura va in campo plastico e non ha  
senso parlare di proporzione



Si può dare un qualsiasi aumento, purché logico e nel rispetto dell'equilibrio

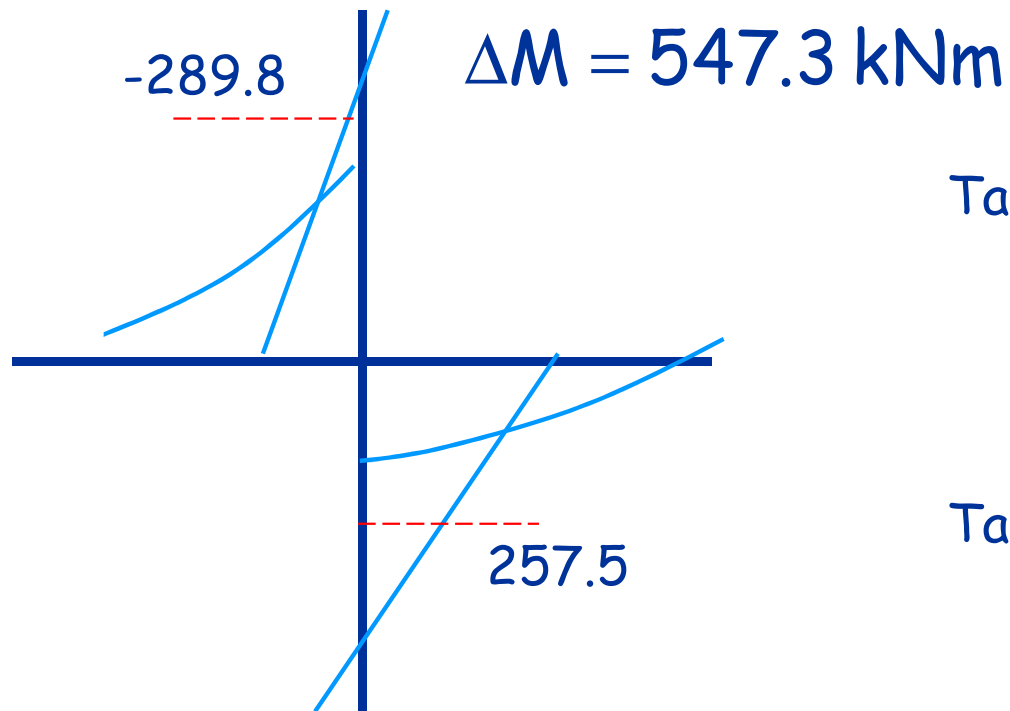
# Per la gerarchia delle resistenze: momenti resistenti delle travi

Tab. 6. Momenti resistenti nelle travi adiacenti al pilastro 20 (kNm)

piano		direzione $x$			direzione $y$			rip.
		sin	des	$\Sigma M$	sin	des	$\Sigma M$	
4	$M^-_{Rd}$	-97.3	---	97.3	-160.0	-160.0	321.2	0.38
	$M^+_{Rd}$	97.3	---		161.2	161.2		0.62
3	$M^-_{Rd}$	-128.6	---	128.6	-225.0	-225.0	450.0	0.42
	$M^+_{Rd}$	97.3	---		225.0	225.0		0.58
2	$M^-_{Rd}$	-161.2	---	161.2	-289.8	-289.8	547.3	0.46
	$M^+_{Rd}$	161.2	---		257.5	257.5		0.54
1	$M^-_{Rd}$	-161.2	---	161.2	-289.8	-289.8	547.3	0.50
	$M^+_{Rd}$	161.2	---		257.5	257.5		0.50

Poiché i pilastri mantengono la stessa sezione ai vari piani, ho ripartito il momento (per tutti i pilastri) in proporzione al rapporto tra i tagli globali di piano

# Equilibrio del nodo



Nodo del 2° impalcato  
in direzione y

Taglio piano 3: 1285 kN

$$\frac{1285}{1285 + 1501} = 0.46$$

Taglio piano 2: 1501 kN

$$\frac{1501}{1285 + 1501} = 0.54$$

Ovviamente è una  
scelta soggettiva

# Per la gerarchia delle resistenze: valori di calcolo dei pilastri

Tab. 7. Pilastro 20, valori per il progetto delle armature o la verifica delle sezioni

piano	$M_y$ (kNm)	$M_x$ (kNm)	$N$ (kN)		$M_y$ (kNm)	$M_x$ (kNm)	$N$ (kN)	
5	<b>48.1</b>	53.7	74.7	105.2	28.5	<b>158.7</b>	81.7	98.2
4	<b>78.4</b>	93.7	178.1	288.7	31.4	<b>258.9</b>	204.2	262.7
3	<b>97.0</b>	123.7	260.1	492.4	37.7	<b>339.3</b>	315.5	437.0
2	<b>113.2</b>	151.3	325.4	713.8	42.2	<b>384.2</b>	418.0	621.1
1 testa	<b>104.8</b>	107.9	353.6	903.0	<b>31.4</b>	<b>355.7</b>	484.4	772.1
1 piede	68.6	231.5			38.4	445.0		

Ho usato in una direzione i valori da gerarchia delle resistenze e nell'altra i valori di calcolo (o, se maggiore, 0.3 x valori ger. resist. nell'altra direzione)

# Per la gerarchia delle resistenze: valori di calcolo dei pilastri

## Considerazioni:

- I pilastri "di piatto" possono essere considerati secondari, se portano una aliquota molto bassa del taglio di piano  
Esempio: pilastro 20 direzione x porta 1.7÷2.5% del taglio di piano
- In tal caso non sarebbe necessario tener conto della gerarchia delle resistenze
- Io in genere l'ho fatto comunque, perché mi bastava l'armatura minima

# Per la gerarchia delle resistenze: valori di calcolo dei pilastri

## Considerazioni:

- Uno dei pilastri "di piatto" (il 24) è più sollecitato perché compreso tra due pilastri "di coltello"  
Il pilastro 24 direzione x porta  $2.1 \div 4.4\%$  del taglio di piano, mentre i pilastri di coltello portano  $6 \div 7\%$  del taglio di piano
- Comunque non è tanto sollecitato e potrei non tener conto della gerarchia delle resistenze
- Io l'ho fatto in parte, nel senso che ho fatto il calcolo e ho messo un'armatura maggiore della minima ma non pienamente rispettosa della gerarchia delle resistenze

# Tabella dei pilastri

ordine		V	IV	III	II	I	dalla fon- dazione
pilastro	sezione	armatura					
1	70×30	A	A	A	B	C	C
2	70×30	A	A	A	B	C	C
3	70×30	A	A	A	B	C	C
4	30×70	A	A	A	B	B	B
5	30×70	A	A	A	B	B	B
6	30×70	A	A	A	B	B	B
7	30×70	A	A	A	B	B	B
8	30×70	A	A	A	B	B	B
9	30×70	A	A	A	B	B	B
10	70×30	A	A	A	B	B	B
11	70×30	A	A	A	B	B	B
12	70×30	A	A	A	B	B	B
13	30×70	A	A	C	C	D	D
14	30×70	A	A	A	B	B	B

# Tabella dei pilastri

ordine		V	IV	III	II	I	dalla fon- dazione
pilastro	sezione	armatura					
15	30×70	A	A	A	B	B	B
16	30×70	A	A	A	B	B	B
17	70×30	A	A	A	B	B	B
18	70×30	A	A	A	B	B	B
19	70×30	A	A	A	B	B	B
20	30×70	A	A	C	C	D	D
21	70×30	A	A	A	B	B	B
22	70×30	A	A	A	B	B	B
23	70×30	A	A	A	B	B	B
24	70×30	A	A1	A1	B1	B1	B1
25	70×30	A	A	A	B	B	B
26	70×30	A	A	A	B	B	B
27	30×70	A	A	C	C	D	D

# Tabella dei pilastri

## SEZIONI



A 30x70  
4Ø20 + 6Ø14



B 30x70  
6Ø20 + 4Ø14



C 30x70  
8Ø20 + 4Ø14



A1 30x70  
8Ø20 + 2Ø14

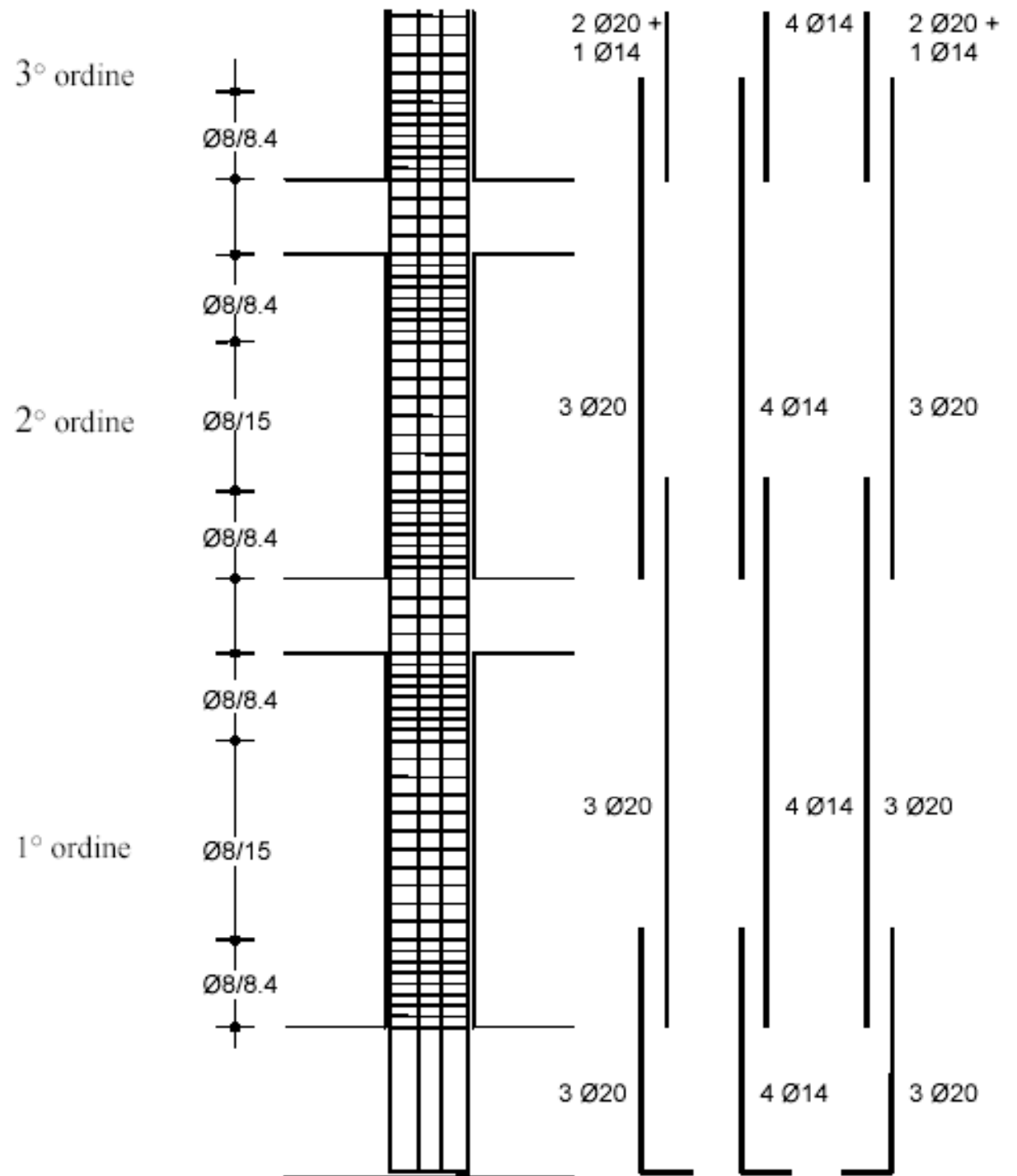


B1 30x70  
10Ø20



D 30x70  
10Ø20 + 4Ø14

# Pilastri: sezione verticale



## Quarto passo armatura a taglio dei pilastri

- I valori del taglio vanno calcolati con lo stesso criterio mostrato per le travi

Definizione delle armature:  
armatura a taglio dei pilastri

# Armatura trasversale nei pilastri

## limiti di normativa

Zona critica:

dall'estremità del pilastro un tratto pari alla maggiore delle seguenti quantità:

Per EC8,  
5.5.3.2.2  
in CD "H"

- il lato maggiore della sezione trasversale 1.5 h
- un sesto dell'altezza netta del pilastro
- 45 cm 60 cm
- tutto il pilastro, se la sua altezza è inferiore a 3 volte il lato maggiore della sezione

Per il pilastro 30x70:

70 cm

# Armatura trasversale nei pilastri

## limiti di normativa

Nelle zone critiche devono essere rispettate le condizioni seguenti:

- le barre disposte sugli angoli della sezione devono essere contenute dalle staffe;
- almeno una barra ogni due, di quelle disposte sui lati, dovrà essere trattenuta da staffe interne o da legature;
- le barre non fissate devono trovarsi a meno di 20 cm (CD"B") o 15 cm (CD"A") da una barra fissata

Le staffe disegnate vanno bene

# Armatura trasversale nei pilastri

## limiti di normativa

Il diametro delle staffe di contenimento e legature non deve essere inferiore a 6 mm.

suggerisco 8 mm  
per le staffe

Nelle zone critiche esse saranno disposte ad un passo pari alla più piccola delle quantità seguenti:

per CD "B"

1/2 lato minore sezione

175 mm

8  $\varnothing_{\min, \text{lon}}$

per CD "A"

1/3 lato minore sezione

125 mm

6  $\varnothing_{\min, \text{lon}}$

Nei tratti di estremità si devono quindi disporre  $\varnothing 8 / 8.4$

Nella parte centrale si metteranno  $\varnothing 8 / 15$

# Armatura trasversale nei pilastri

## limiti di normativa

Per le staffe viene inoltre indicato come valore minimo

per CD "B"  
per CD "A", zona non critica      per CD "A", zona critica

$$\frac{A_{st}}{s} \geq 0.08 \frac{f_{cd} b_{st}}{f_{yd}}$$

$$\frac{A_{st}}{s} \geq 0.12 \frac{f_{cd} b_{st}}{f_{yd}}$$

Per pilastro 30x70, calcestruzzo C25/30, acciaio B450C, CD "A"

$$b_{st} = 25 \text{ cm} \quad A_{st} \geq 7.24 - 10.86 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad \text{ovvero} \quad \emptyset 8 / 13.8 - 9.2$$

$$b_{st} = 65 \text{ cm} \quad A_{st} \geq 18.82 - 28.24 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad \text{ovvero} \quad 2\emptyset 8 / 10.6 - 7.1$$

Questi valori sembrano eccessivi e non trovano riscontro nell'Eurocodice 8

# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa europea ed italiana:  
"le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche"
- La domanda di duttilità può essere espressa, in termini di curvatura, con

$$\mu_{\phi} \geq \begin{cases} 2 q_0 - 1 & \text{per } T_1 \geq T_c \\ 1 + 2(q_0 - 1)T_c / T_1 & \text{per } T_1 < T_c \end{cases}$$

- Questa deriva dall'ipotesi che la duttilità in termini di spostamento  $\mu_{\delta}$  sia legata a quella in termini di curvatura da

$$\mu_{\phi} = 2 \mu_{\delta} - 1 \quad \text{e} \quad \mu_{\delta} \geq \begin{cases} q & \text{per } T_1 \geq T_c \\ 1 + (q - 1)T_c / T_1 & \text{per } T_1 < T_c \end{cases}$$

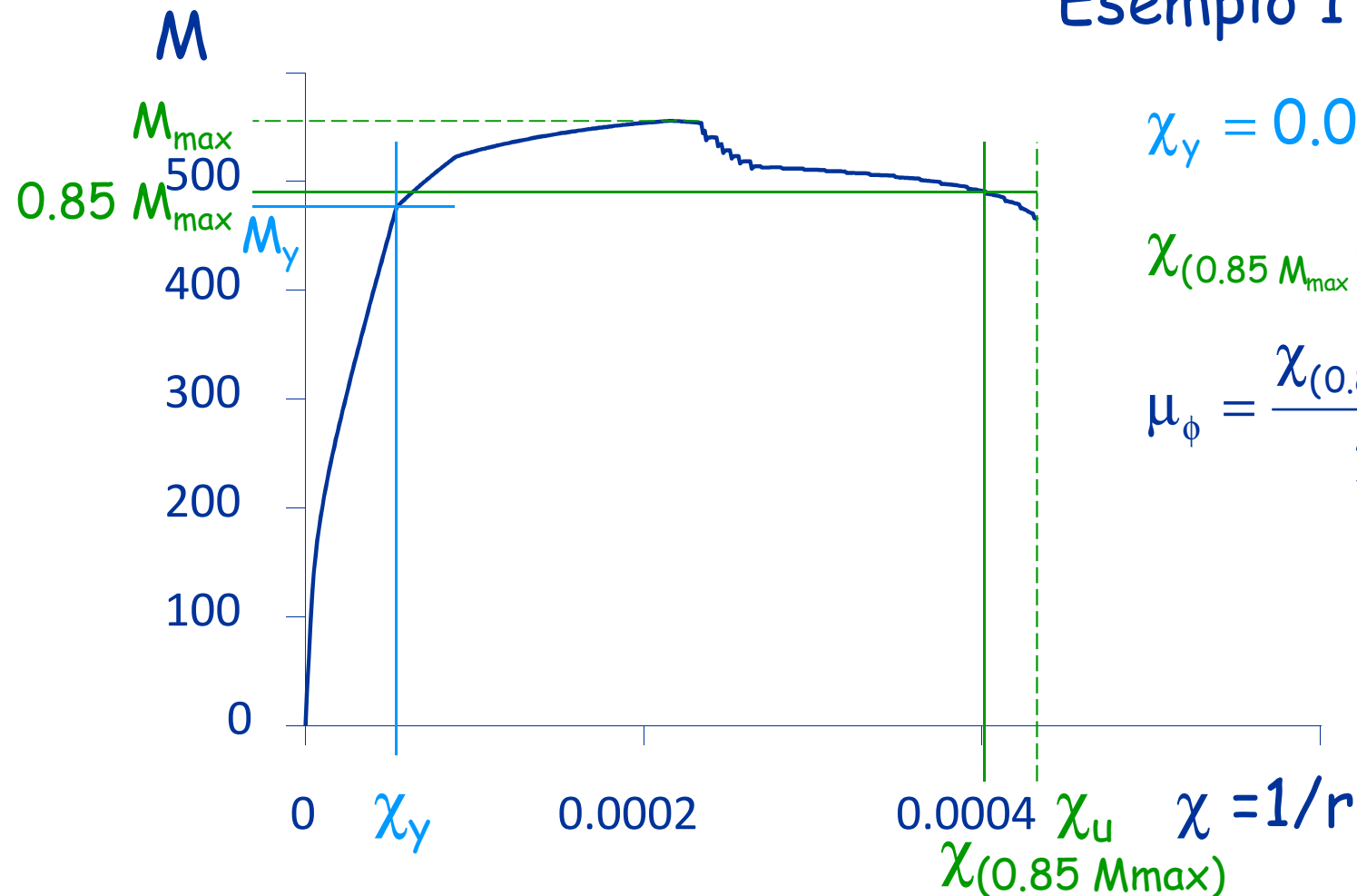
# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa europea ed italiana:  
"le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche"
- La duttilità disponibile, in termini di curvatura, può essere valutata come rapporto tra
  - Curvatura corrispondente al raggiungimento della deformazione ultima del calcestruzzo confinato (o dell'acciaio) oppure ad una riduzione del 15% della resistenza massima
  - Curvatura al limite dello snervamento

La deformazione ultima del calcestruzzo dipende dal confinamento fornito dalle staffe

# Duttilità e armatura trasversale

- Duttilità disponibile



Esempio 1 (N medio)

$$\chi_y = 0.000054$$

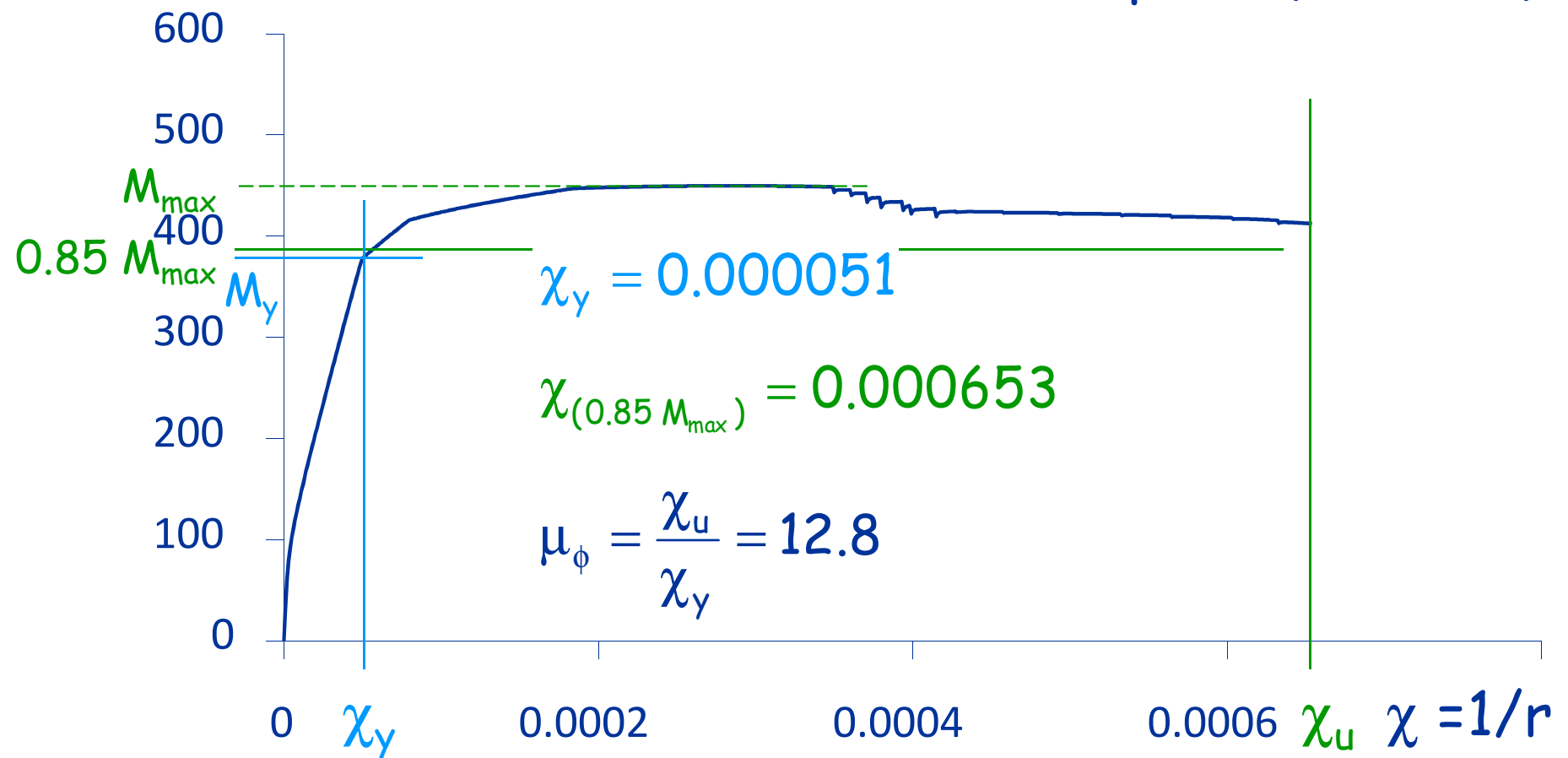
$$\chi_{(0.85 M_{\max})} = 0.000405$$

$$\mu_\phi = \frac{\chi_{(0.85 M_{\max})}}{\chi_y} = 7.5$$

# Duttilità e armatura trasversale

- Duttilità disponibile

Esempio 2 (N basso)



# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa europea ed italiana:  
"le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche"
- In alternativa si può controllare che la quantità di staffe sia tale da avere

$$\alpha \omega_{wd} \geq 30 \mu_{\phi} v_d \varepsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_o} - 0.35$$

con

$\alpha$  coefficiente di efficacia del confinamento

$\omega_{wd}$  percentuale meccanica di staffe

$v_d$  forza assiale normalizzata

$b_c$  dimensione minima della sezione

$b_o$  dimensione minima del nucleo confinato

$$\omega_{wd} = \frac{\sum A_{st} l_{st}}{b_o h_o s} \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

$$v_d = N_{Ed} / b h f_{cd}$$

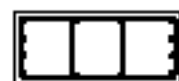
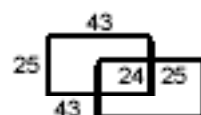
# Possibile dettaglio costruttivo

staffe Ø8 (B)

2 Ø20 (C)  
aggiuntivi

staffe Ø14 (A)

staffe Ø8 L = 160



staffe Ø8 L = 70

