

Corsi di aggiornamento

Progettazione strutturale
e Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni

6. Progetto di strutture in acciaio

Spoletto, San Ponziano

17-19 maggio 2018

Flessione semplice e flessione composta,
inclusi problemi di instabilità

Aurelio Ghersi

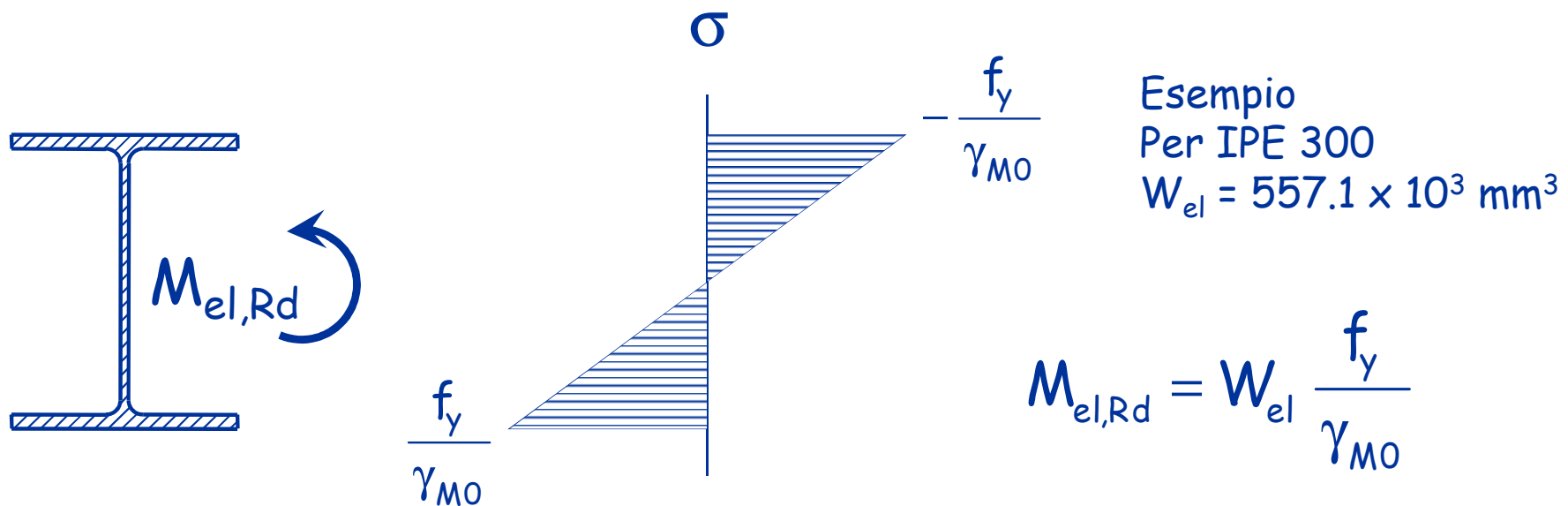
Flessione semplice

Resistenza di una sezione

Flessione semplice

sezioni di classe 3

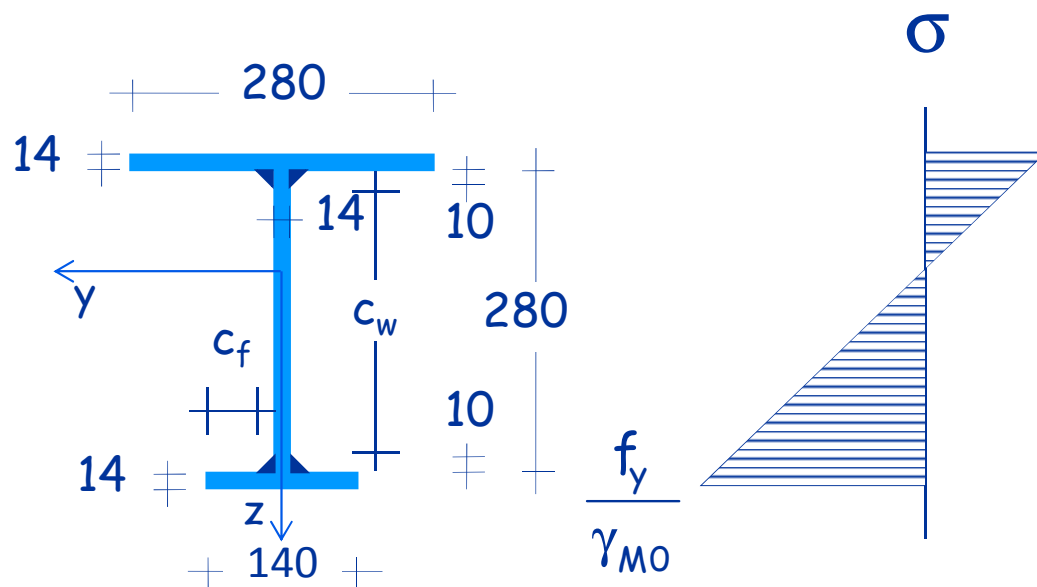
- La resistenza si valuta pensando ad un comportamento elastico lineare, fino al raggiungimento dello snervamento in un punto della sezione
 - L'asse neutro passa per il baricentro della sezione
 - Per sezioni standard il W_{el} si trova nel sagomario



Flessione semplice

sezioni di classe 3

- La resistenza si valuta pensando ad un comportamento elastico lineare, fino al raggiungimento dello snervamento in un punto della sezione
 - L'asse neutro passa per il baricentro della sezione
 - Per sezioni non standard il W_{el} deve essere calcolato



In questo esempio

$$d_{G, \text{sup}} = 124.6 \text{ mm}$$

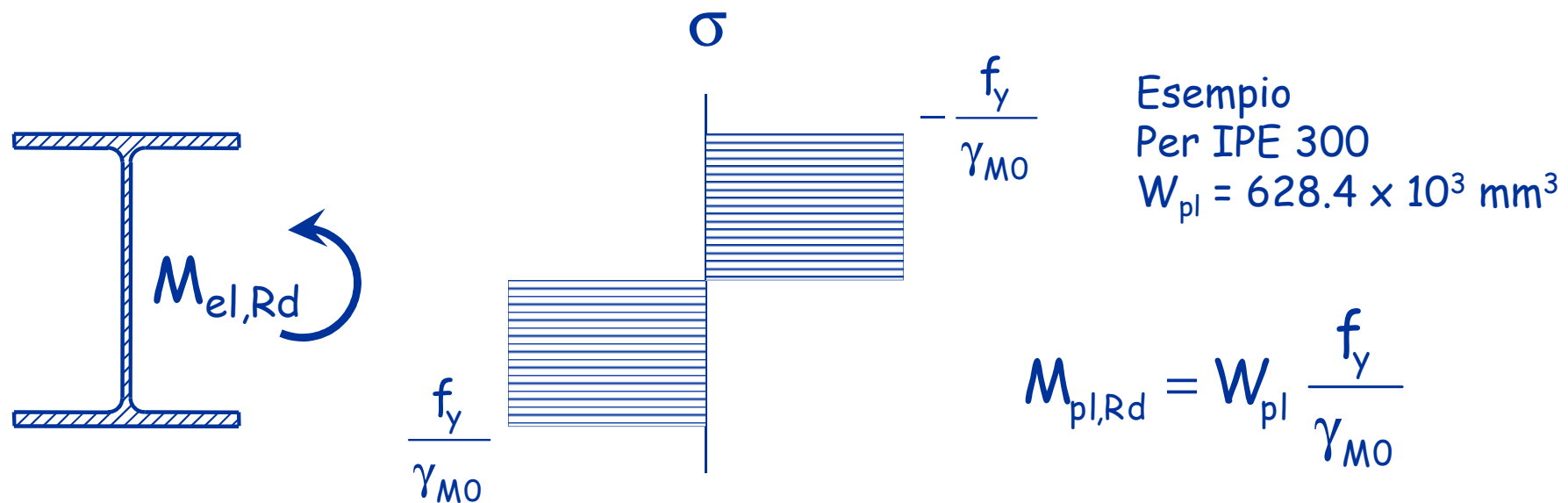
$$W_{el} = 786.8 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$M_{el, Rd} = W_{el} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Flessione semplice

sezioni di classe 1 o 2

- La resistenza si valuta pensando ad un comportamento plastico, fino alla piena plasticizzazione della sezione
 - L'asse neutro divide la sezione in due parti di area uguale
 - Per sezioni standard il W_{pl} si trova nel sagomario

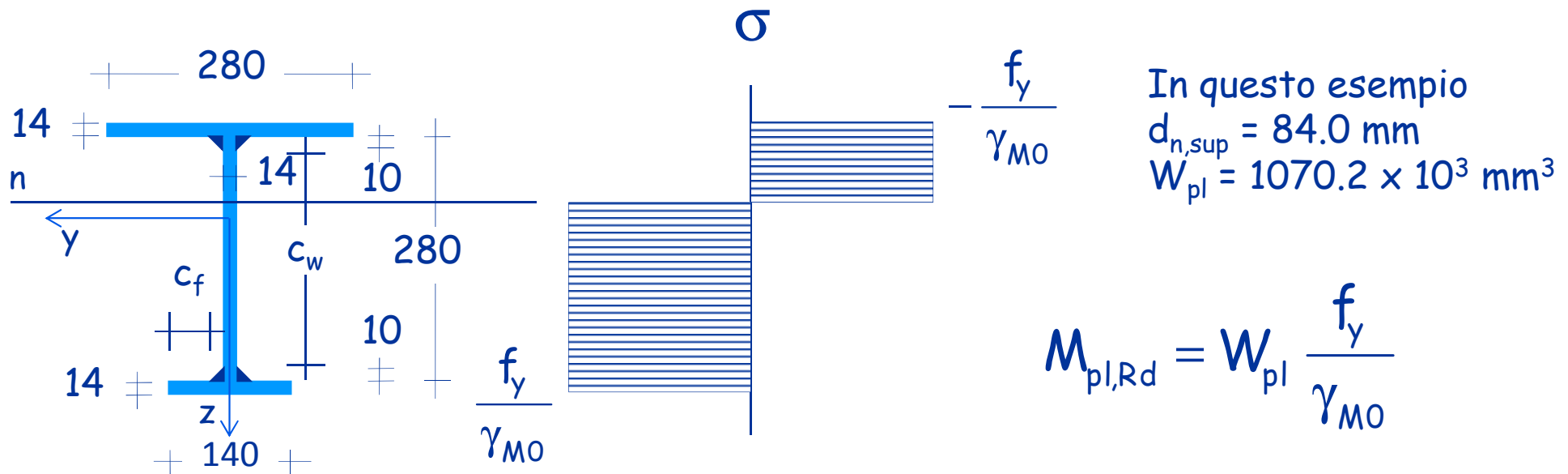


Flessione semplice

sezioni di classe 1 o 2

- La resistenza si valuta pensando ad un comportamento plastico, fino alla piena plasticizzazione della sezione
 - L'asse neutro divide la sezione in due parti di area uguale
 - Per sezioni non standard rispetto al baricentro

$$W_{pl} = 2 S_{1/2 \text{ sez}}$$

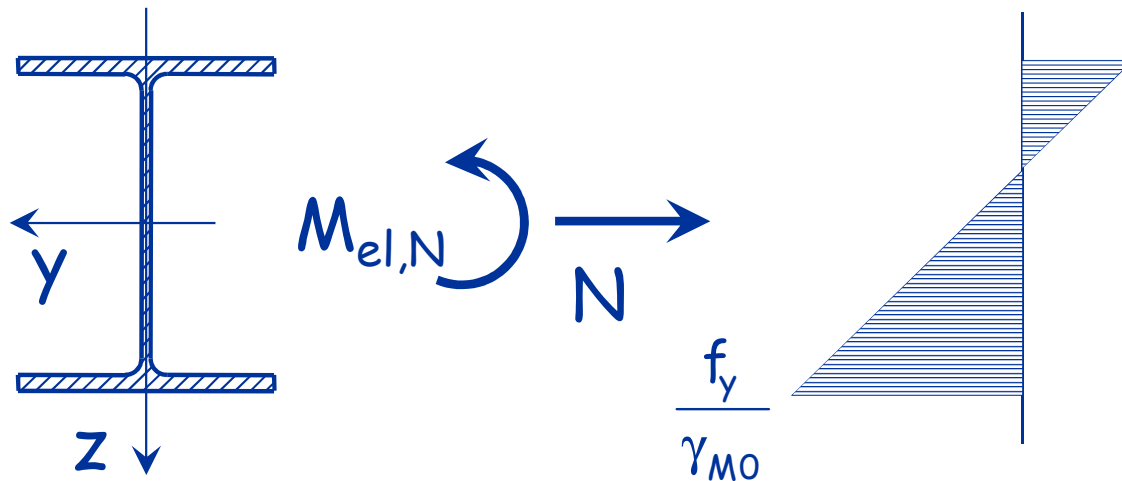


Flessione composta
Resistenza di una sezione

Flessione composta

sezioni di classe 3

- La resistenza si valuta pensando ad un comportamento elastico lineare, fino al raggiungimento dello snervamento in un punto della sezione
 - La posizione dell'asse neutro dipende dal valore di N



$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{el,N}}{I} y$$

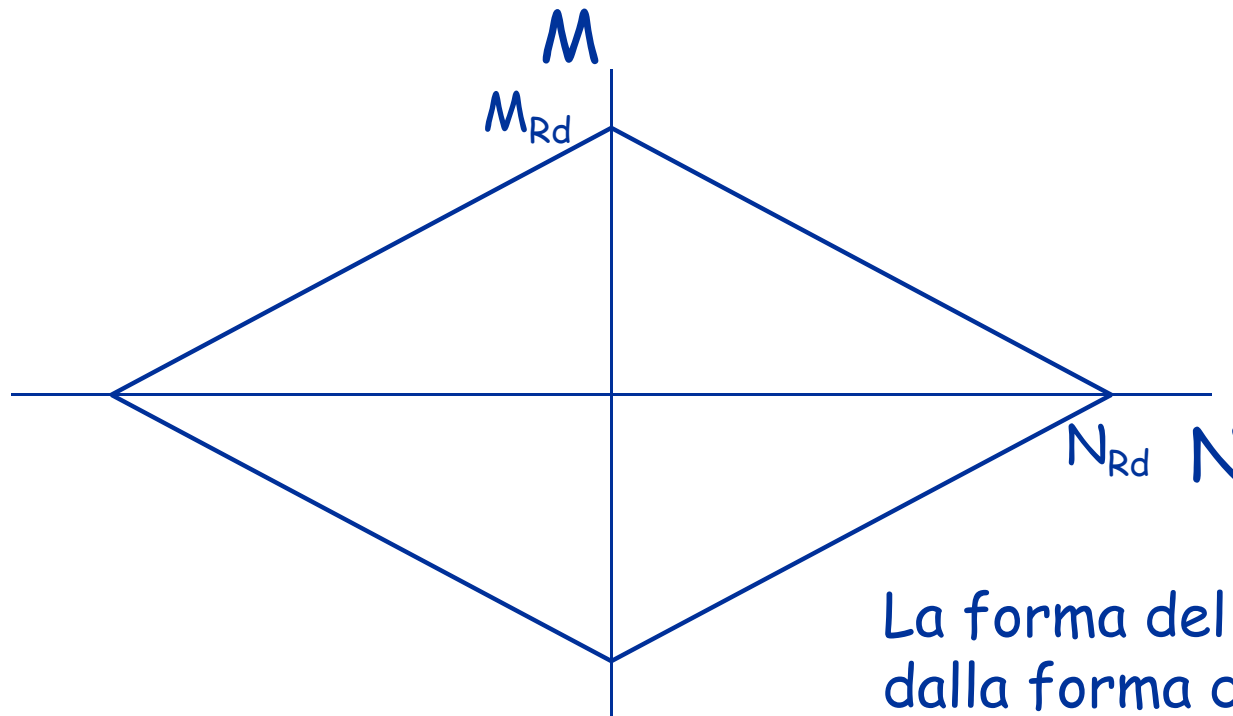
$$\frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{N}{A} + \frac{M_{el,N}}{W_{el}}$$

$$M_{el,N} = \left(\frac{f_y}{\gamma_{M0}} - \frac{N}{A} \right) W_{el}$$

Flessione composta

sezioni di classe 3

- L'insieme delle coppie M, N limite costituisce una curva nel piano M, N
 - Il dominio di resistenza (o curva di interazione $M-N$) è delimitato da tratti rettilinei perché la relazione $M-N$ è lineare



$$\frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{N}{A} + \frac{M_{el,N}}{W_{el}}$$

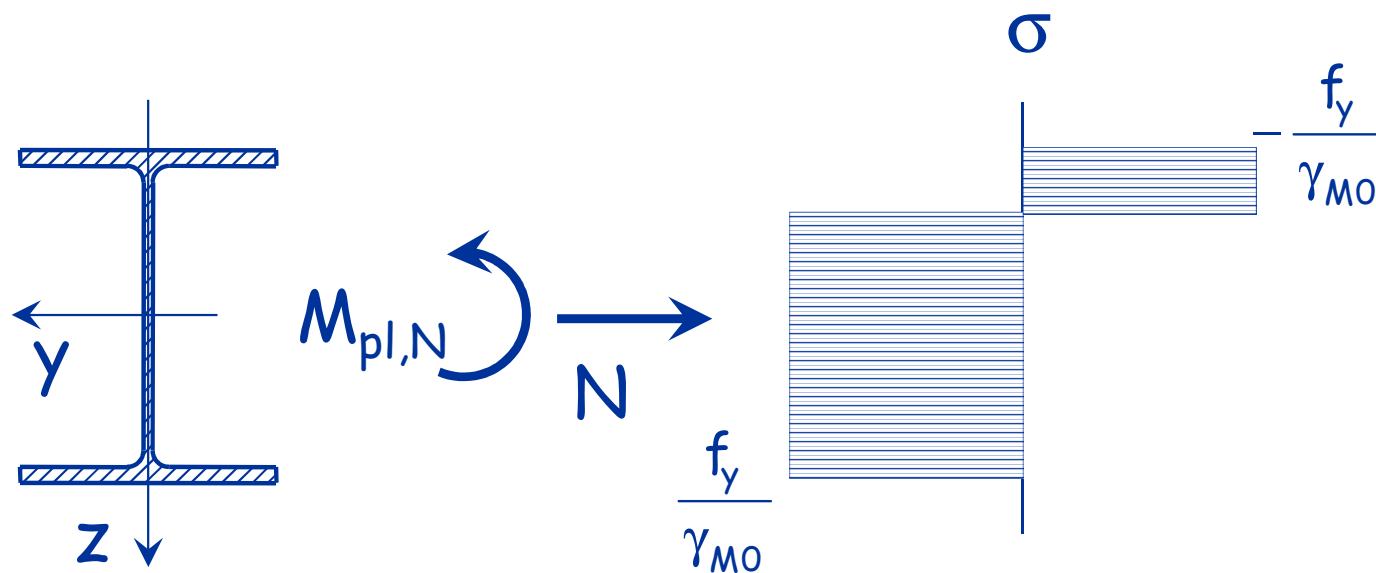
$$\frac{N}{N_{Rd}} + \frac{M_{el,N}}{M_{Rd}} = 1$$

La forma del dominio non dipende dalla forma della sezione

Flessione composta

sezioni di classe 1 o 2

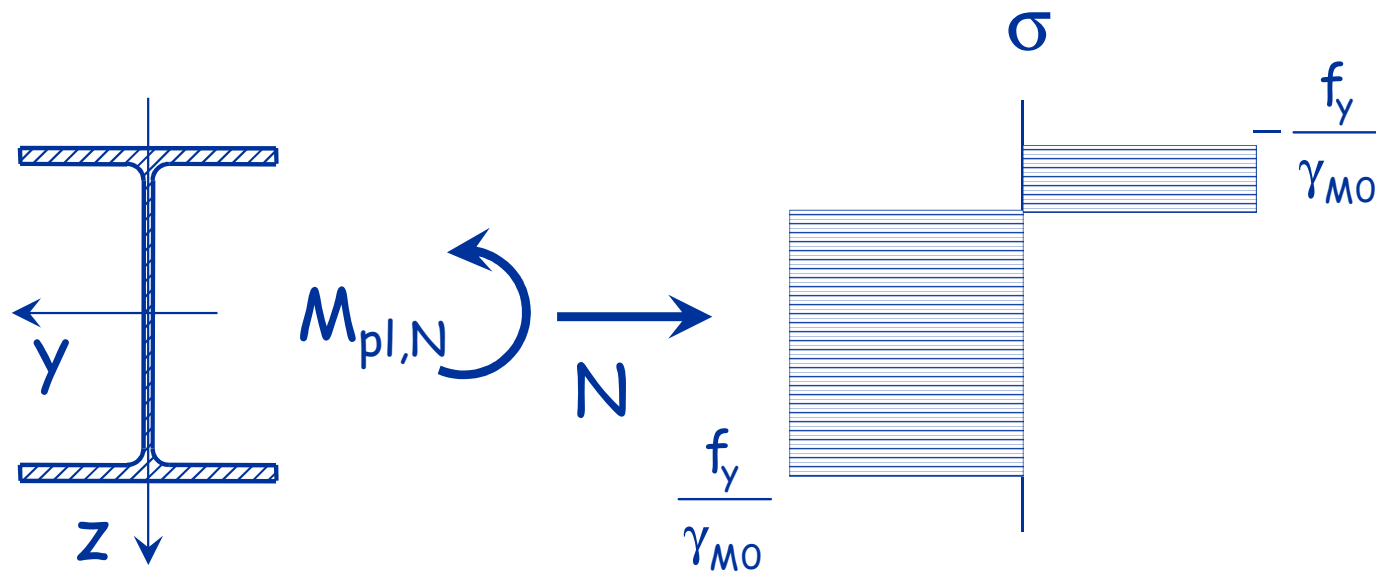
- La resistenza si valuta pensando ad un comportamento plastico, fino alla piena plasticizzazione della sezione
 - La posizione dell'asse neutro dipende dal valore di N



Flessione composta

sezioni di classe 1 o 2

- Per calcolare $M_{pl,N}$:
 - Bisogna prima determinare la posizione dell'asse neutro, dall'equilibrio alla traslazione
 - Imponendo l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse baricentrico si determina poi $M_{pl,N}$



Flessione composta

sezioni di classe 1 o 2

- Determinazione della posizione dell'asse neutro, dall'equilibrio alla traslazione

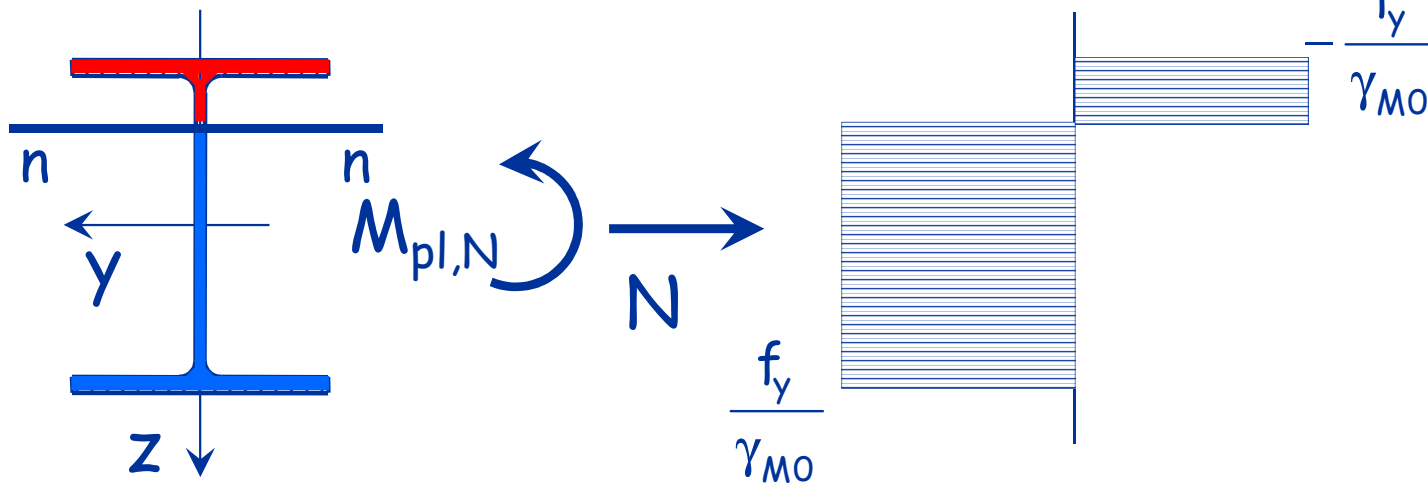
$$N_c + N_t = N$$

(equilibrio alla traslazione)

$$N_c = -A_c f_y / \gamma_{M0}$$

$$N_t = A_t f_y / \gamma_{M0}$$

$$(A_t - A_c) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = N$$



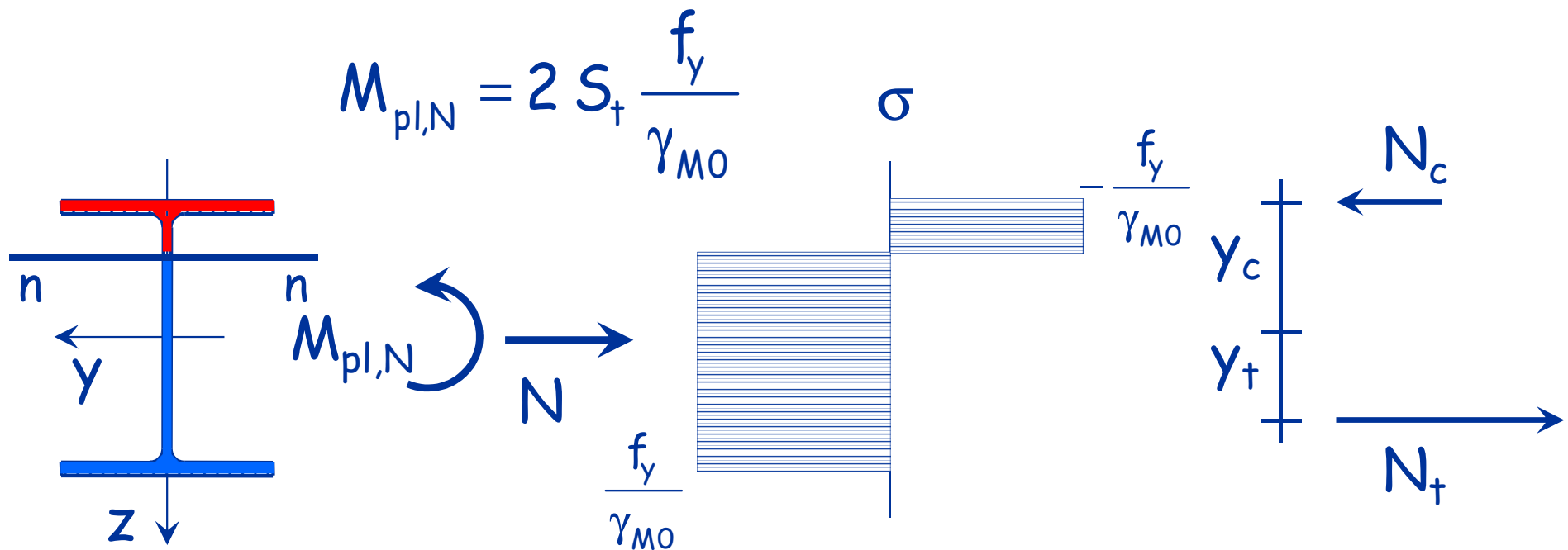
Flessione composta

sezioni di classe 1 o 2

- Determinazione di $M_{pl,N}$ dall'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse baricentrico

$$M_{pl,N} = N_t y_t - N_c y_c = f_y / \gamma_{M0} (A_t y_t - A_c y_c)$$

ma, come per la flessione semplice, i momenti statici di A_c e A_t rispetto all'asse baricentrico sono uguali

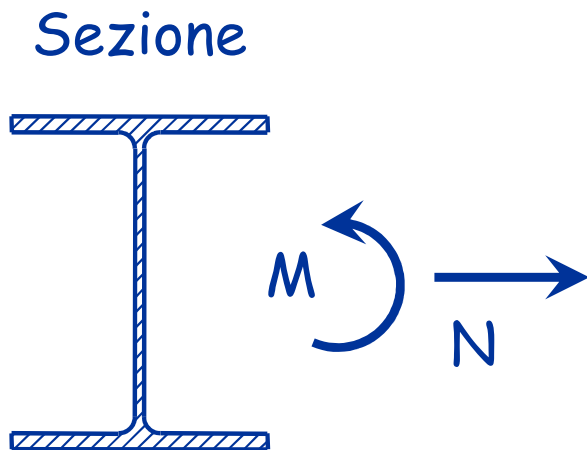


Flessione composta

sezioni di classe 1 e 2

- L'insieme delle coppie M, N limite costituisce una curva nel piano M, N
 - In questo caso il dominio di resistenza (o curva di interazione $M-N$) è delimitato da tratti curvilinei la cui forma dipende dalla forma della sezione

Per ricavare una coppia $M-N$ del dominio



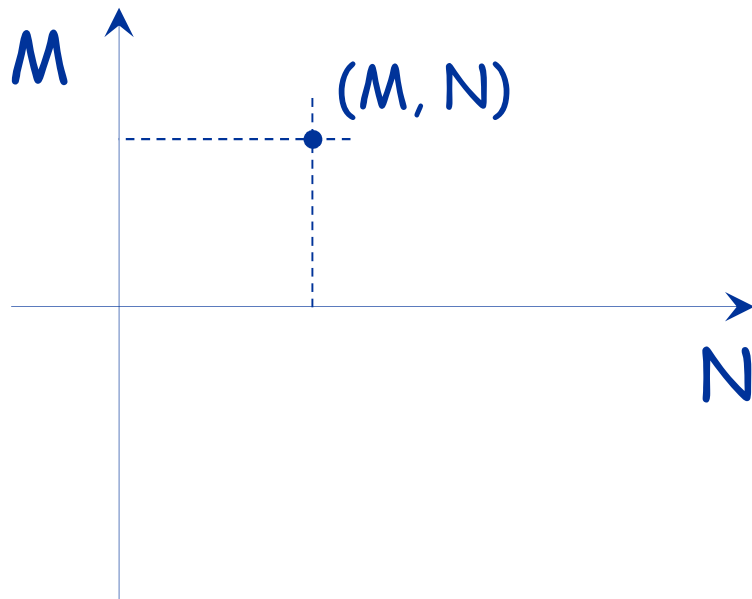
Si assegna una posizione
dell'asse neutro
Si determina N
Si determina $M_{pl,N}$

Flessione composta

sezioni di classe 1 e 2

- L'insieme delle coppie M, N limite costituisce una curva nel piano M, N
 - In questo caso il dominio di resistenza (o curva di interazione $M-N$) è delimitato da tratti curvilinei la cui forma dipende dalla forma della sezione

Per ricavare una coppia $M-N$ del dominio



Si assegna una posizione dell'asse neutro

Si determina N

Si determina $M_{pl,N}$

e si riporta la coppia $M - N$ nel diagramma

Flessione composta

sezioni di classe 1 o 2

Esempio

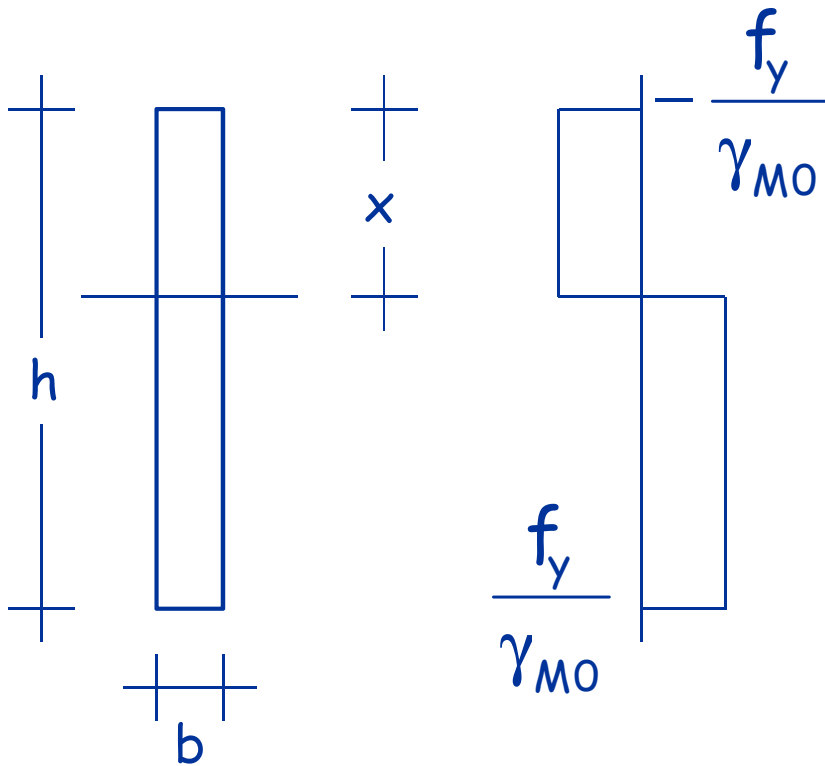
sezione rettangolare (ad esempio un piatto)

The diagram illustrates the decomposition of a rectangular cross-section into normal and moment components. On the left, a rectangular cross-section of height h and width b is shown. A dashed horizontal line represents the neutral axis, located at a distance x from the top and bottom edges. The cross-section is divided into three regions: a top flange of thickness x , a central web of height $h - 2x$, and a bottom flange of thickness x . The normal stress distribution is shown as a step function, with the top flange at $-\frac{f_y}{\gamma_{MO}}$, the web at 0 , and the bottom flange at $\frac{f_y}{\gamma_{MO}}$. This is equated to the sum of two components: a normal force N and a moment M . The normal force N is represented by a step function with the top flange at $-\frac{f_y}{\gamma_{MO}}$ and the web at 0 . The moment M is represented by a step function with the top flange at $-\frac{f_y}{\gamma_{MO}}$ and the bottom flange at $\frac{f_y}{\gamma_{MO}}$.

$$N = b (h - 2 x) \frac{f_y}{\gamma_{MO}} \quad M = b x (h - x) \frac{f_y}{\gamma_{MO}}$$

Esempio

sezione rettangolare (ad esempio un piatto)



$$N = b (h - 2x) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



$$x = \frac{1}{2} \left(h - \frac{N \gamma_{M0}}{b f_y} \right)$$



$$M = b x (h - x) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



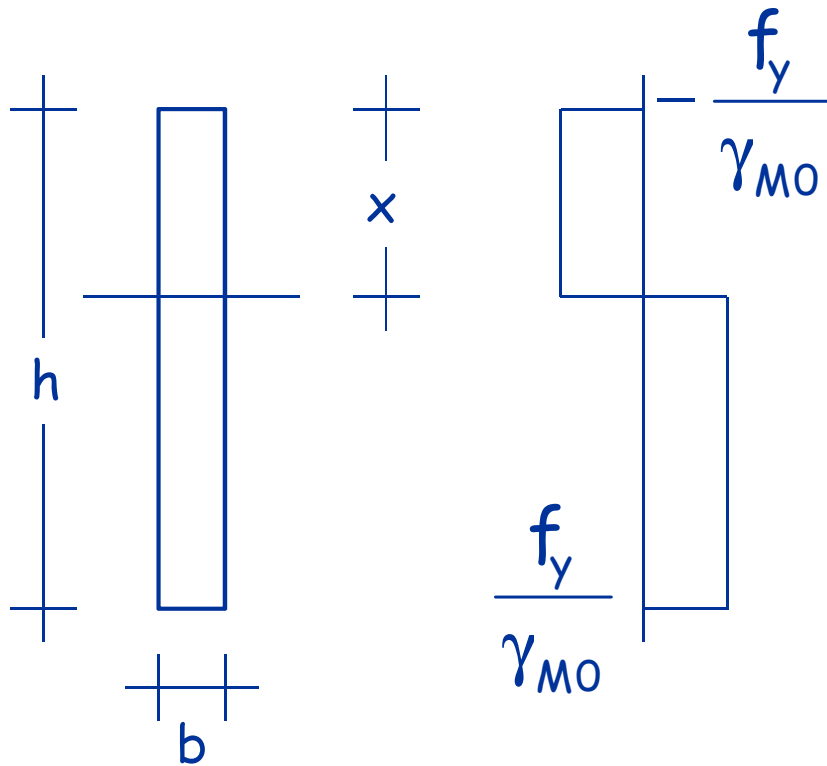
$$M_{Rd} = \frac{b h^2}{4} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$M = \frac{b h^2}{4} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \left[1 - \frac{N^2 \gamma_{M0}^2}{b^2 h^2 f_y^2} \right]$$

$$N_{Rd} = b h \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Esempio

sezione rettangolare (ad esempio un piatto)



$$N = b (h - 2 x) \frac{f_y}{\gamma_{MO}}$$



$$x = \frac{1}{2} \left(h - \frac{N \gamma_{MO}}{b f_y} \right)$$

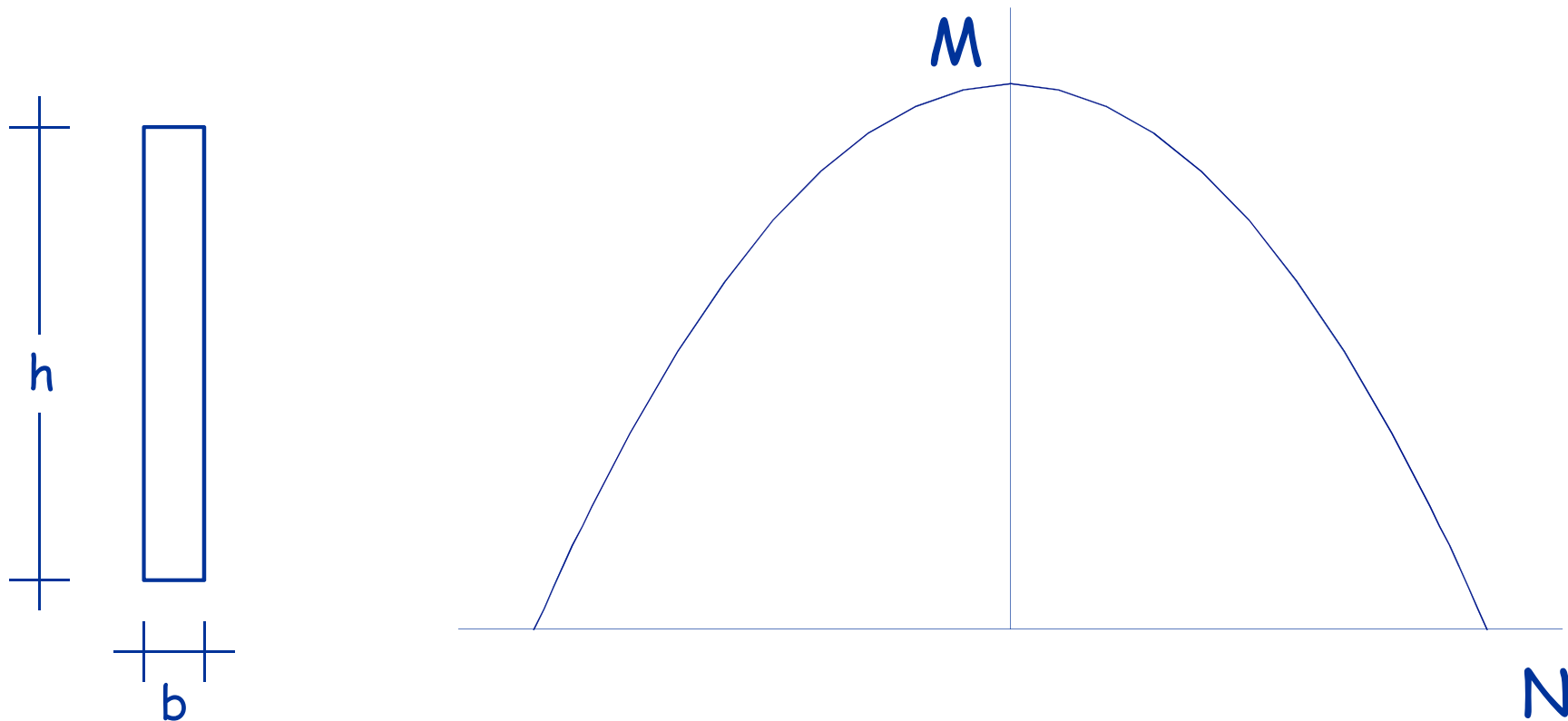


$$M = b x (h - x) \frac{f_y}{\gamma_{MO}}$$



$$M_{N,Rd} = M_{Rd} \left[1 - \frac{N^2}{N_{Rd}^2} \right]$$

Dominio di resistenza sezione rettangolare

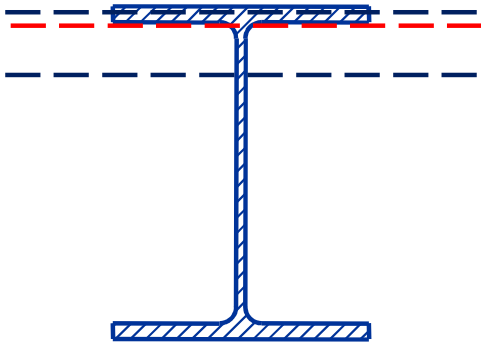


Il dominio ha un andamento parabolico

Questo vale solo per sezioni rettangolari (ad esempio un piatto)

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

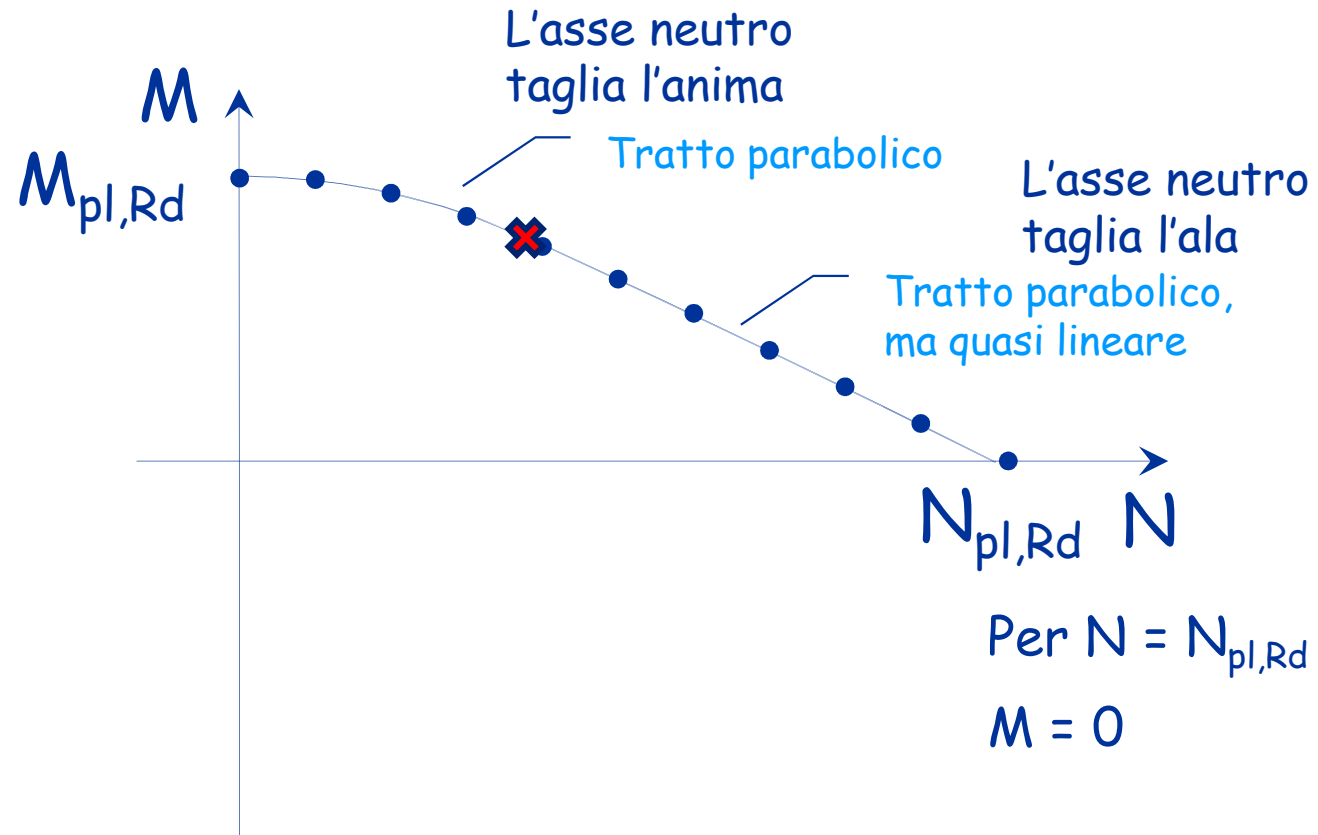


Per $N = 0$

$$M = M_{pl,Rd}$$

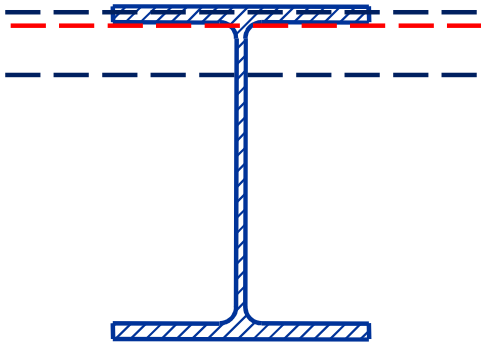
$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$



Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

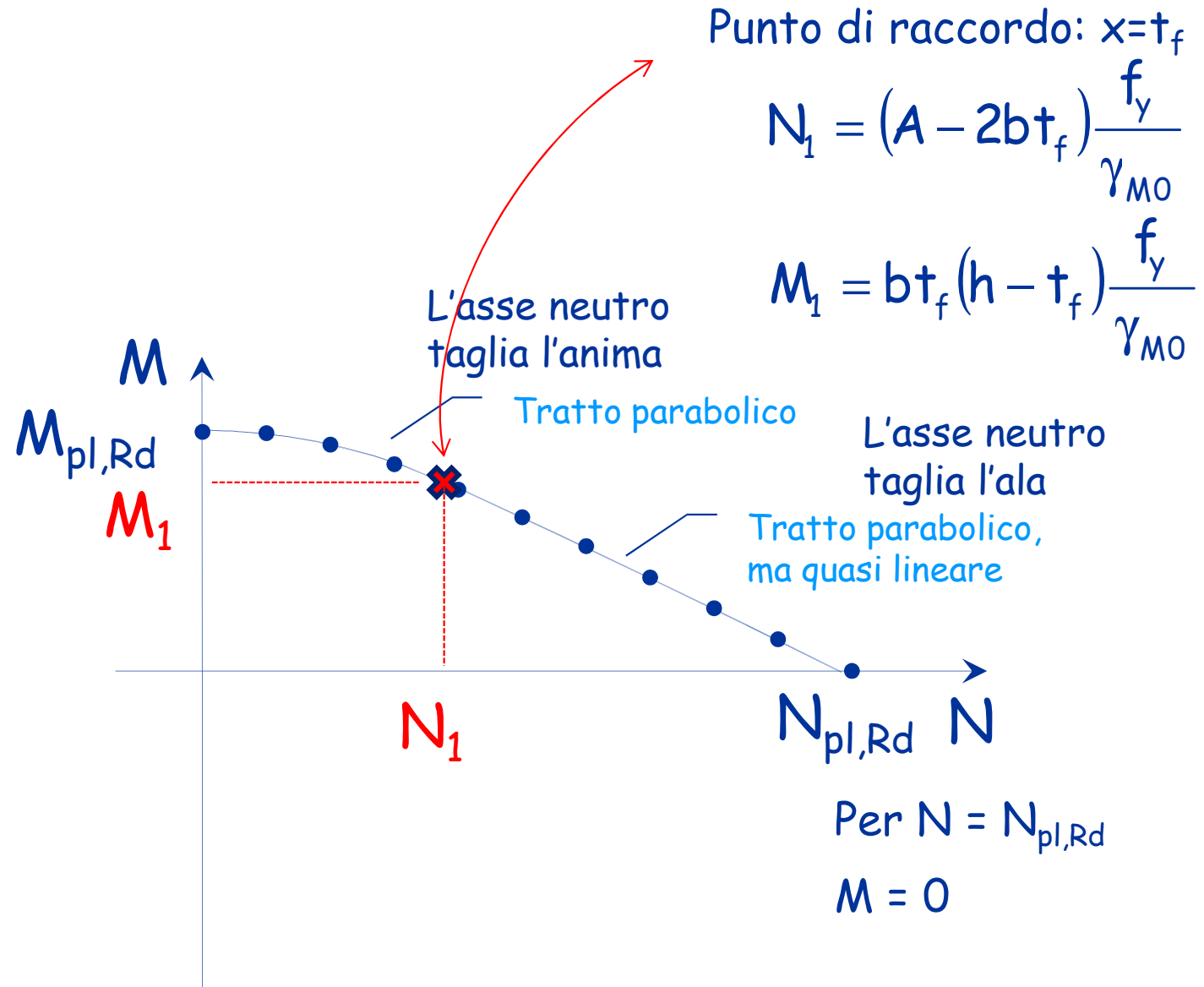


Per $N = 0$

$$M = M_{pl,Rd}$$

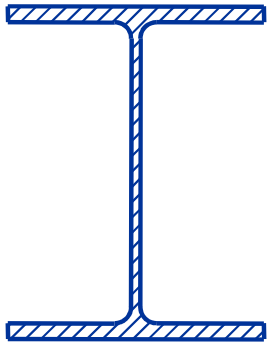
$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$



Dominio di resistenza

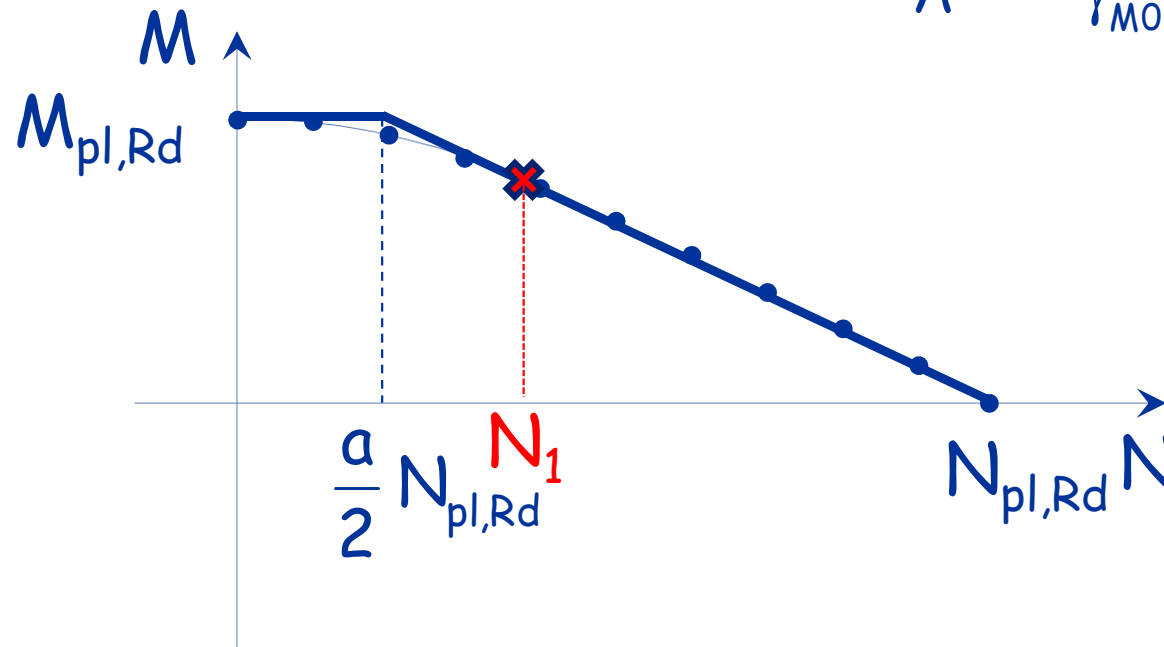
sezione a doppio T con M nell'asse forte



$$N_1 = (A - 2bt_f) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

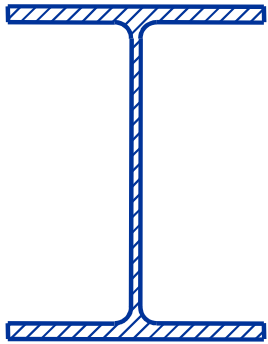
$$a = \frac{A - 2bt_f}{A} \leq 0.5$$

$$N_1 = \frac{(A - 2bt_f)}{A} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} A = a N_{Rd}$$



Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte



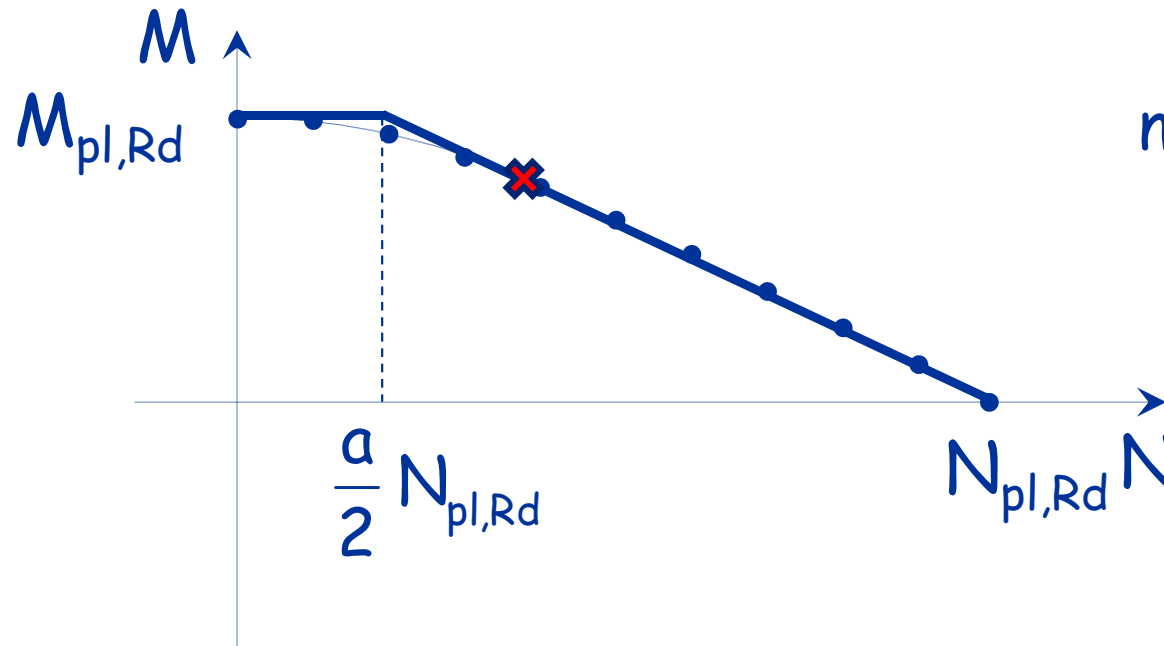
$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd}$$

$$\text{per } N \leq \frac{a}{2} N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \frac{1-n}{1-0.5a}$$

$$\text{per } N > \frac{a}{2} N_{pl,Rd}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}$$



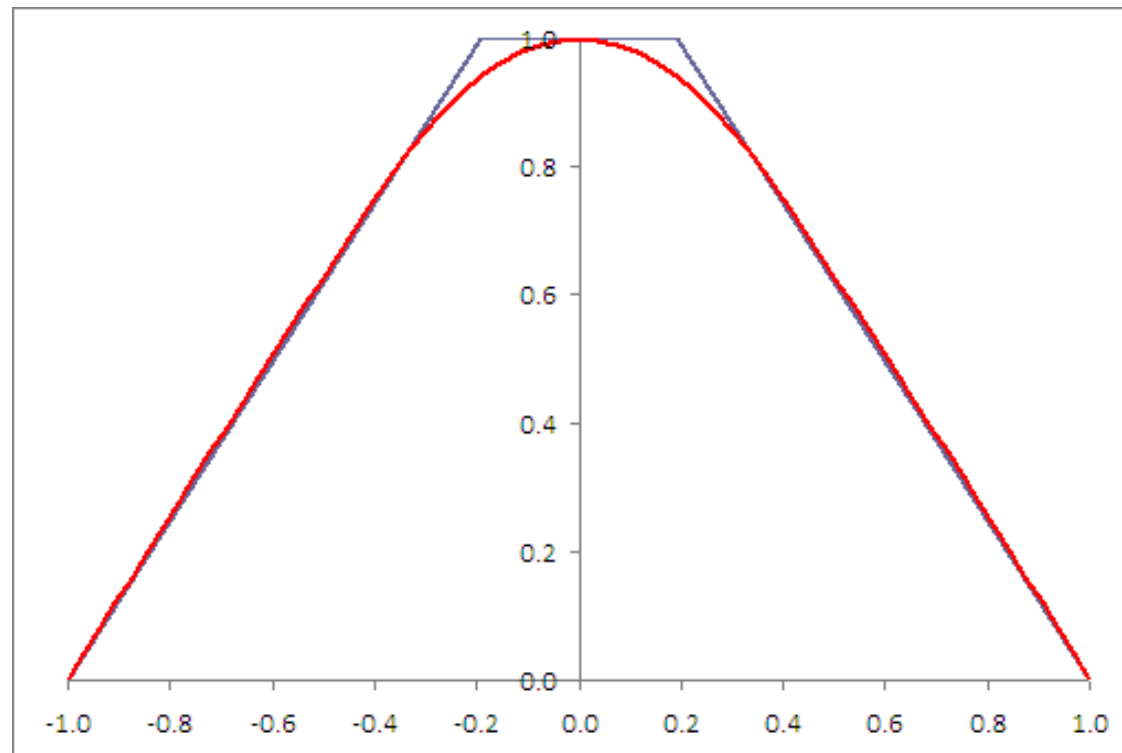
$$M_{pl,Rd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

- Per sezioni IPE (ad esempio IPE 300)



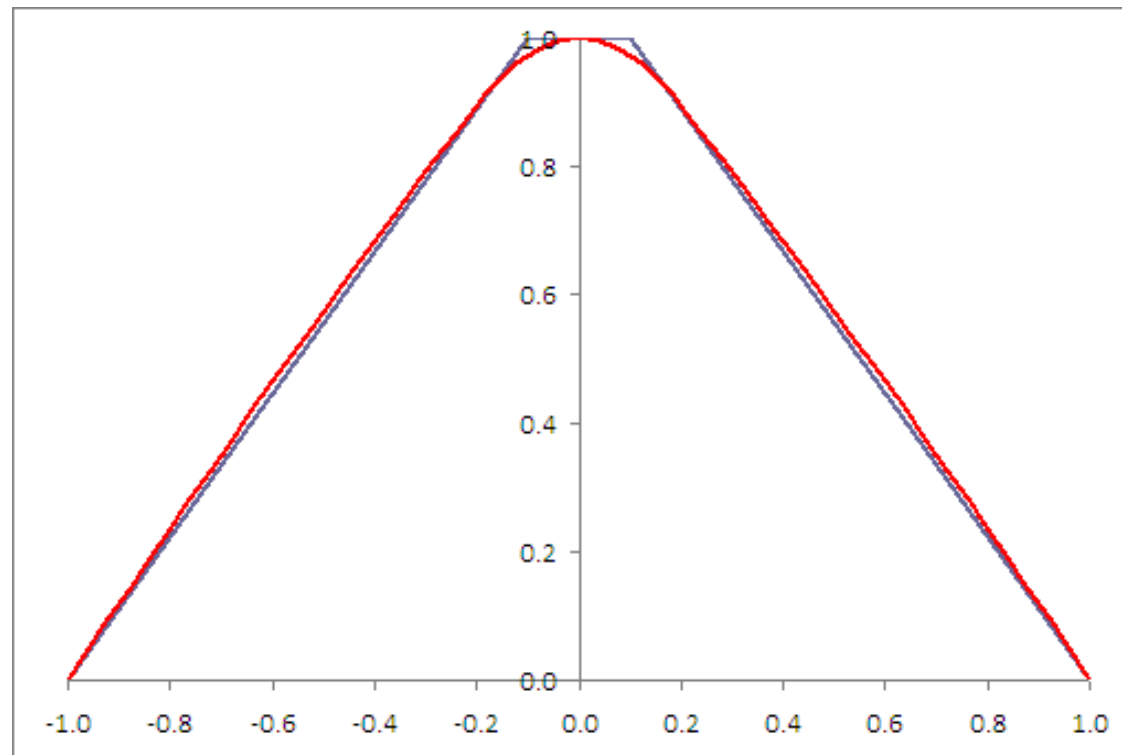
$$\frac{a}{2} \cong 0.2$$

Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

- Per sezioni HE (ad esempio HE 300 B)

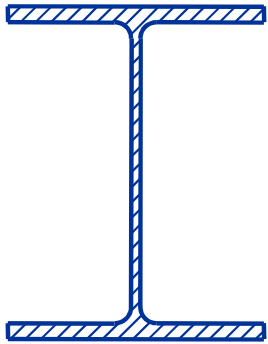


$$\frac{a}{2} \cong 0.1$$

Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

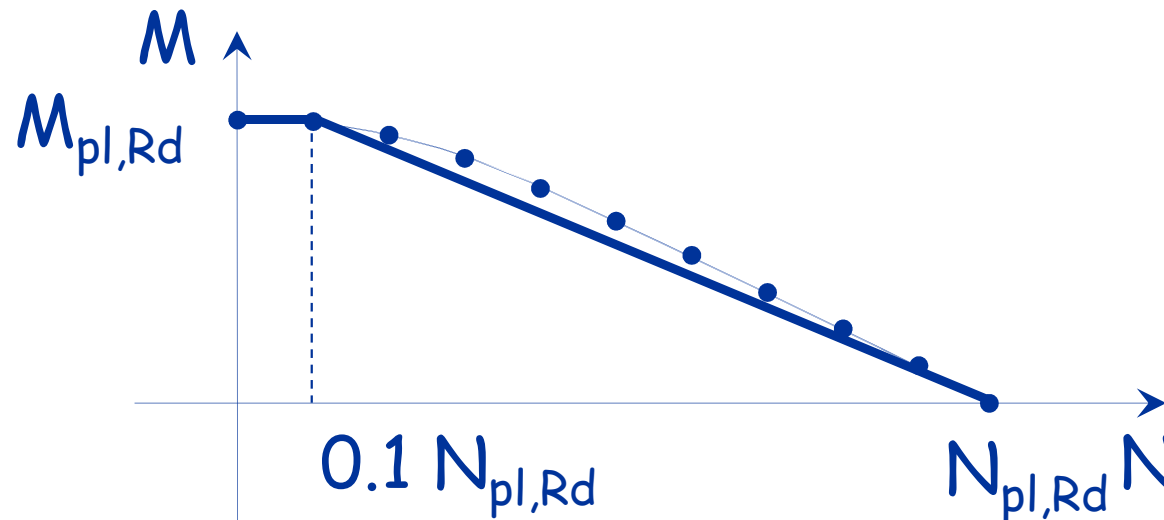


$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \quad N \leq 0.1 N_{pl,Rd}$$

$$N \leq 0.1 N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = 1.11 M_{pl,Rd} \left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}} \right) \quad N > 0.1 N_{pl,Rd}$$

$$N > 0.1 N_{pl,Rd}$$



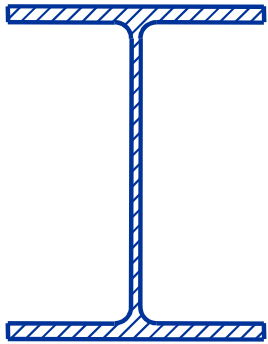
$$M_{pl,Rd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Un tempo si suggeriva questa semplificazione

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte



$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \quad N \leq 0.1 N_{pl,Rd}$$

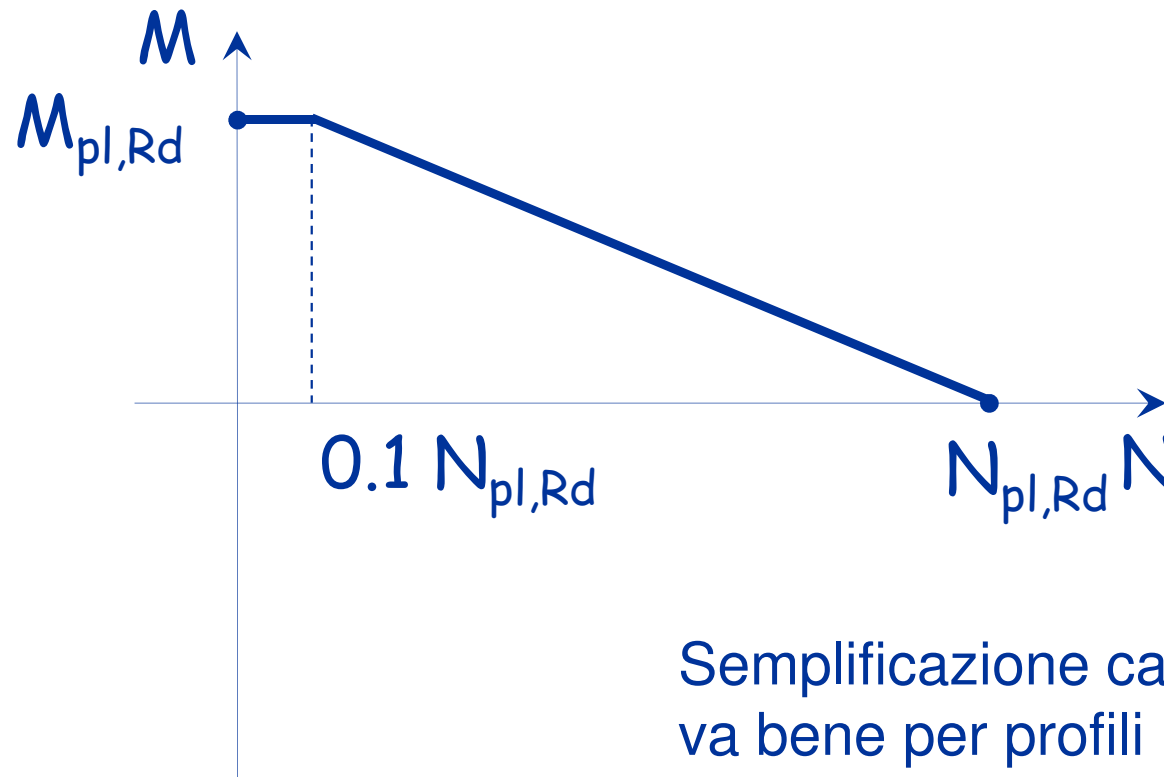
$$N \leq 0.1 N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = 1.11 M_{pl,Rd} \left(1 - \frac{N}{N_{pl,Rd}} \right) \quad N > 0.1 N_{pl,Rd}$$

$$N > 0.1 N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

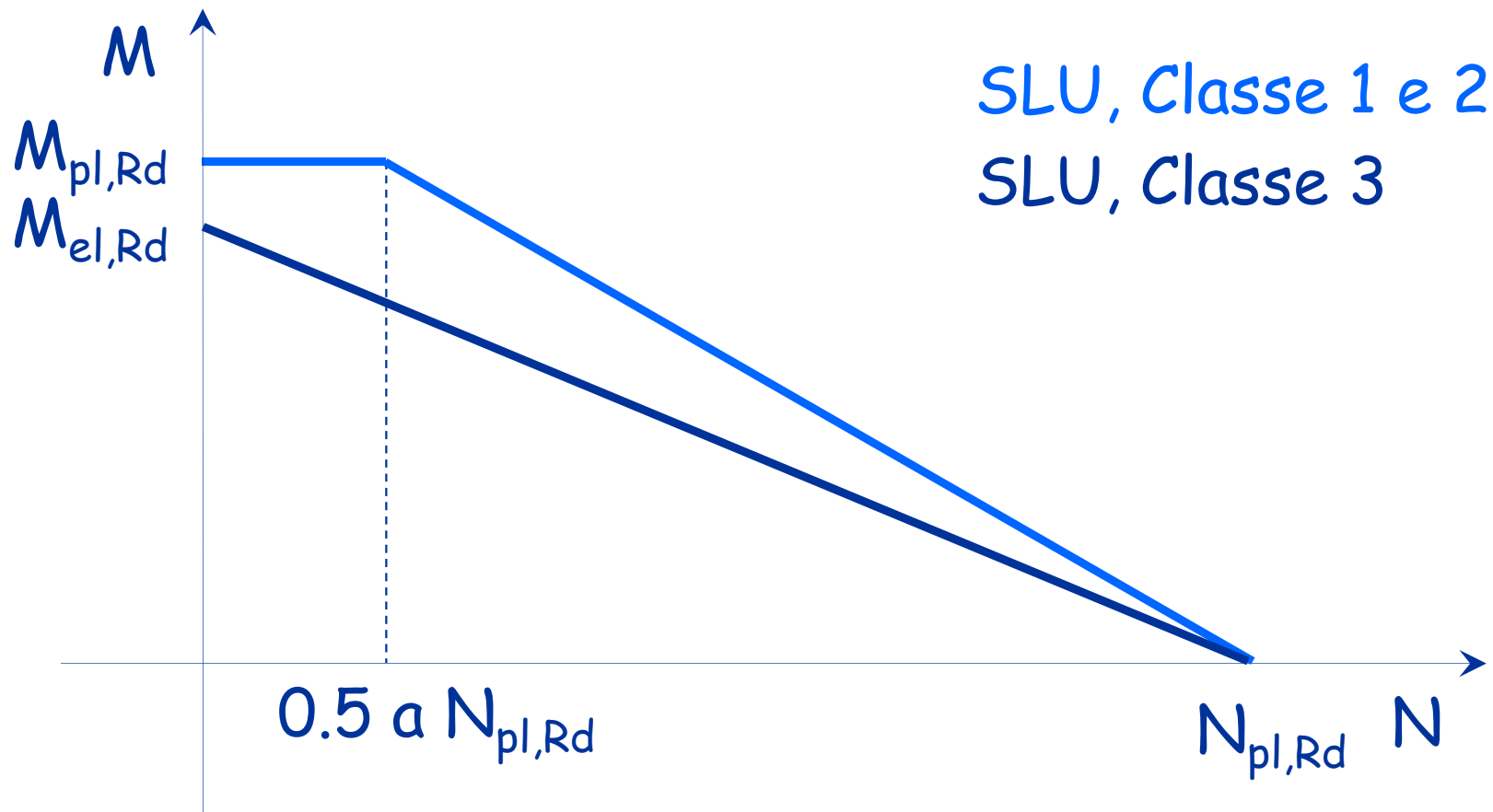


Semplificazione cautelativa,
va bene per profili HE

Dominio di resistenza

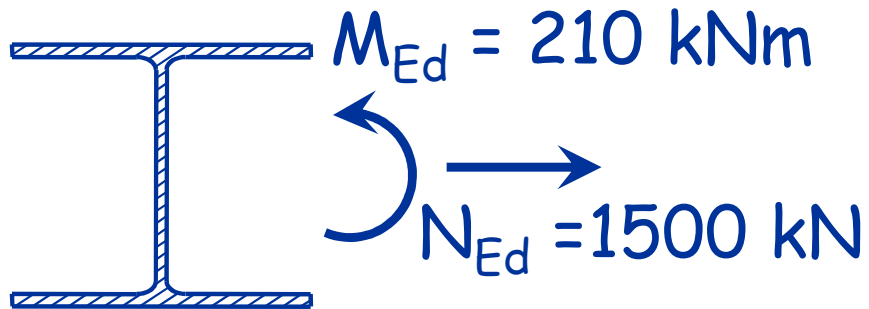
confronto tra classe 1-2 e classe 3

Sezioni a doppio T



Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235

1 - Classe della sezione

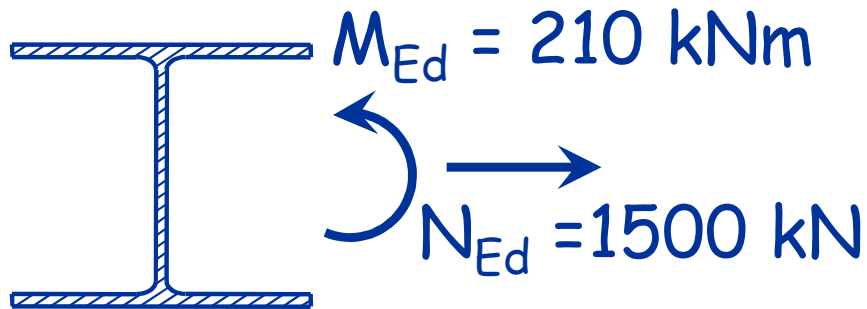
Anima: $\frac{c_w}{t_w} = \frac{208}{11} = 19 \leq 72 \quad \varepsilon = 72$

Flangia: $\frac{c}{t_f} = \frac{117.5}{19} = 6.2 \leq 9 \quad \varepsilon = 9$

La sezione appartiene alla classe 1.

Esempio

Dati:



Sezione

HEB300

A

149 cm²

W_{pl}

1868 cm³

Acciaio

S235

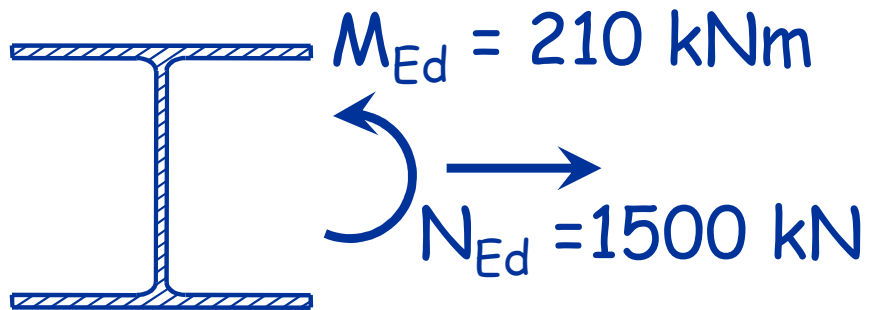
2 - Determinazione di $N_{pl,Rd}$ ed $M_{pl,Rd}$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \times 149}{1.05 \times 10} = 3334.8 \text{ kN}$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \times 1868}{1.05 \times 10^3} = 418.1 \text{ kNm}$$

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm ²
W_{pl}	1868 cm ³
Acciaio	S235
b=300 mm	t=19 mm

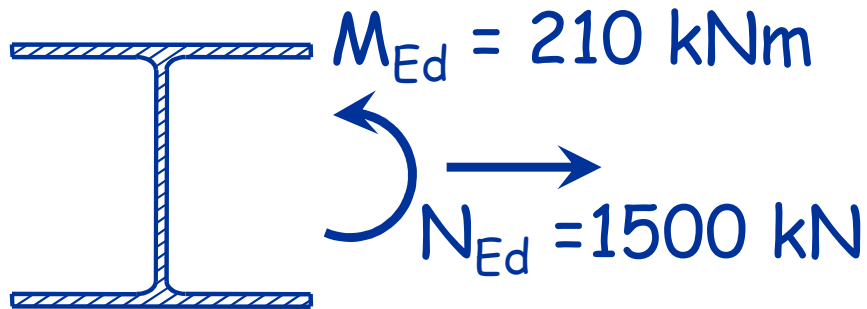
3 - Determinazione di a

$$a = \frac{A - 2 b t_f}{A} = \frac{14900 - 2 \times 300 \times 19}{14900} = 0.235$$

$$\frac{a}{2} N_{pl,Rd} = \frac{0.235}{2} 3334.8 = 391.8 \text{ kN}$$

Esempio

Dati:



Sezione	HEB300
Acciaio	S235
$N_{pl,Rd}$	3334.8 kN
$M_{pl,Rd}$	418.1 kNm

4 - Determinazione di $M_{pl,N,Rd}$ e verifica

$$N_{Ed} = 1500 \text{ kN} \geq \frac{\alpha}{2} N_{pl,Rd} = 391.8 \text{ kN}$$

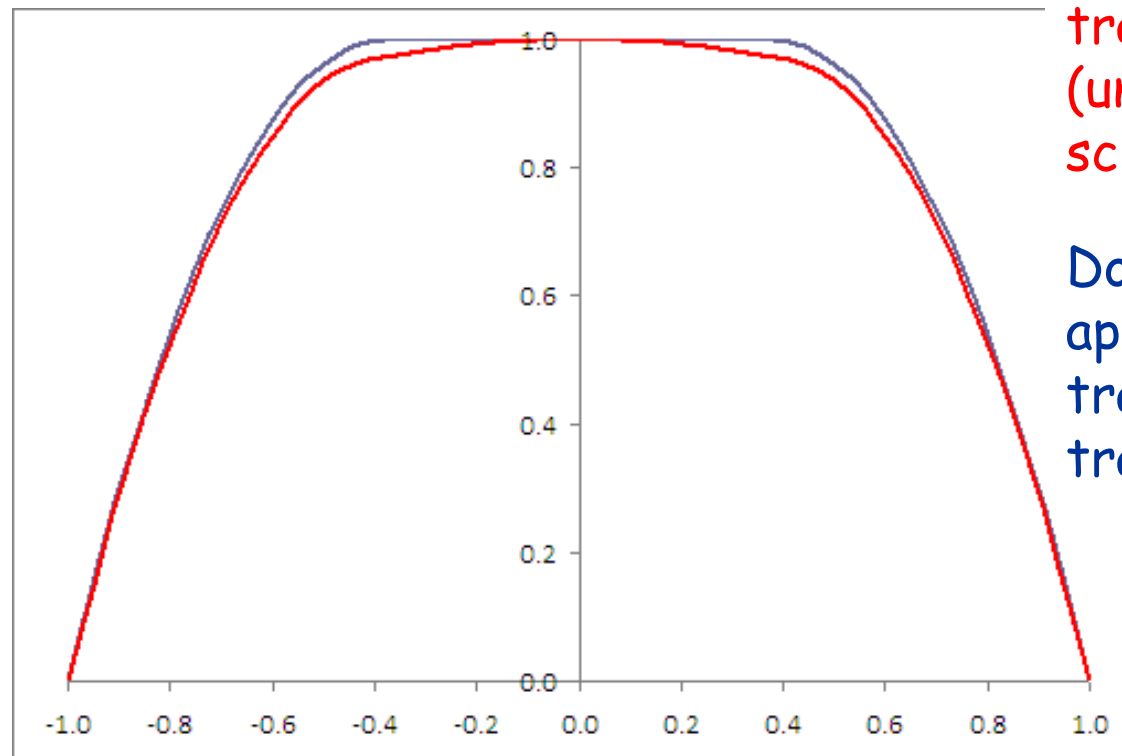
$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right) \frac{1}{1 - 0.5 \times 0.235} = 260.7 \text{ kNm} > M_{Ed} = 210.0 \text{ kNm}$$

La sezione è verificata

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse debole

- Per sezioni IPE (ad esempio IPE 300)



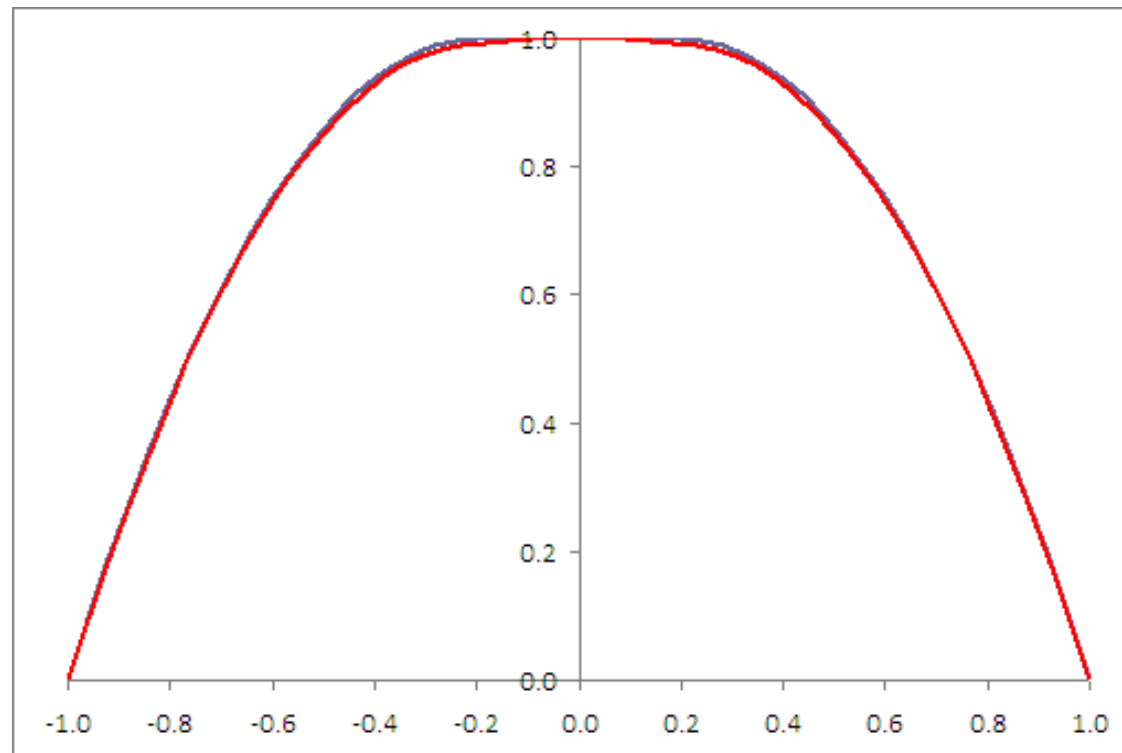
Dominio reale: due tratti parabolici (uno molto schiacciato)

Dominio approssimato: tratto costante più tratto parabolico

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse debole

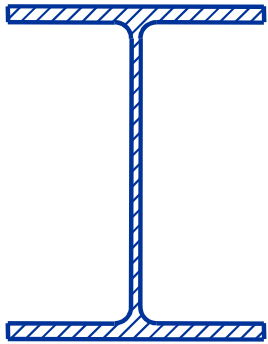
- Per sezioni HE (ad esempio HE 300 B)



Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse debole



$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \quad \text{per } N \leq a N_{pl,Rd}$$

$$\text{per } N \leq a N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \left[1 - \left(\frac{n - a}{1 - a} \right)^2 \right] \quad \text{per } N > a N_{pl,Rd}$$

$$\text{per } N > a N_{pl,Rd}$$

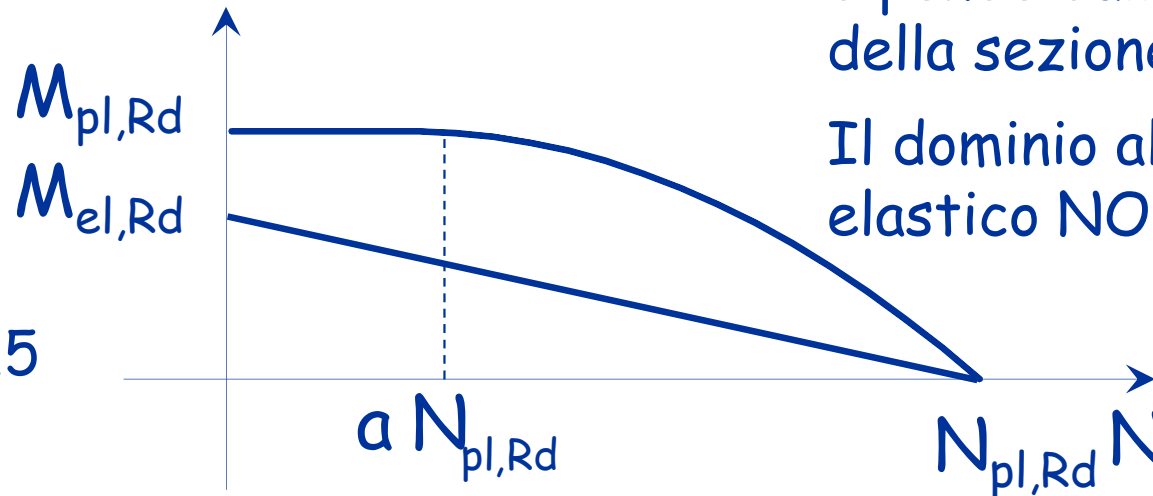
$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}$$

M

Il dominio plastico
dipende dalla forma
della sezione

Il dominio al limite
elastico NO

$$a = \frac{A - 2 b t_f}{A} \leq 0.5$$



Considerazioni di progetto

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd,1}} = \frac{W_{pl,nec}}{W_{pl,1}}$$

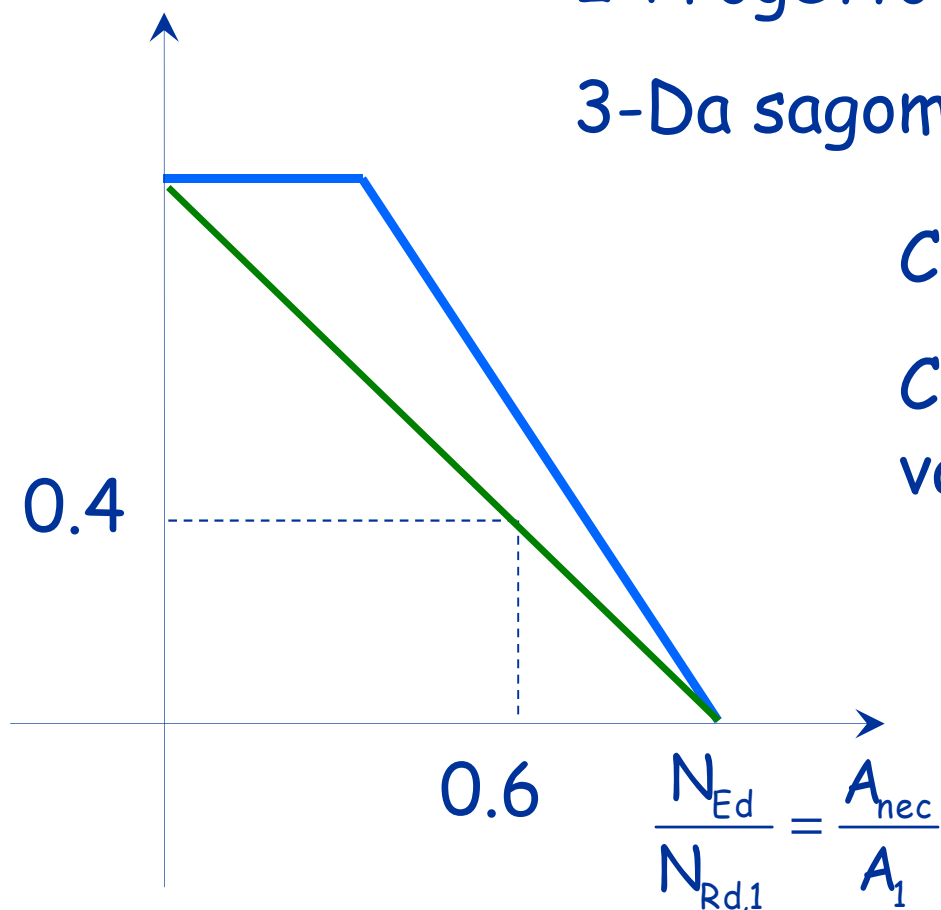
1-Progetto a flessione (M_{Ed}) $\rightarrow W_{pl,nec}$

2-Progetto a sforzo normale (N_{Ed}) $\rightarrow A_{nec}$

3-Da sagomario scelgo il profilo $\rightarrow A_1$ e $W_{pl,1}$

Come proporzionare A_1 e $W_{pl,1}$?

Considero il diagramma lineare, a vantaggio di sicurezza:



Scelta l'area $A_1 \rightarrow \frac{A_{nec}}{A_1}$

Dovrò avere: $\frac{W_{pl,nec}}{W_{pl,1}} = 1 - \frac{A_{nec}}{A_1}$

Flessione composta
Resistenza di un'asta

Flessione composta

Resistenza di un'asta

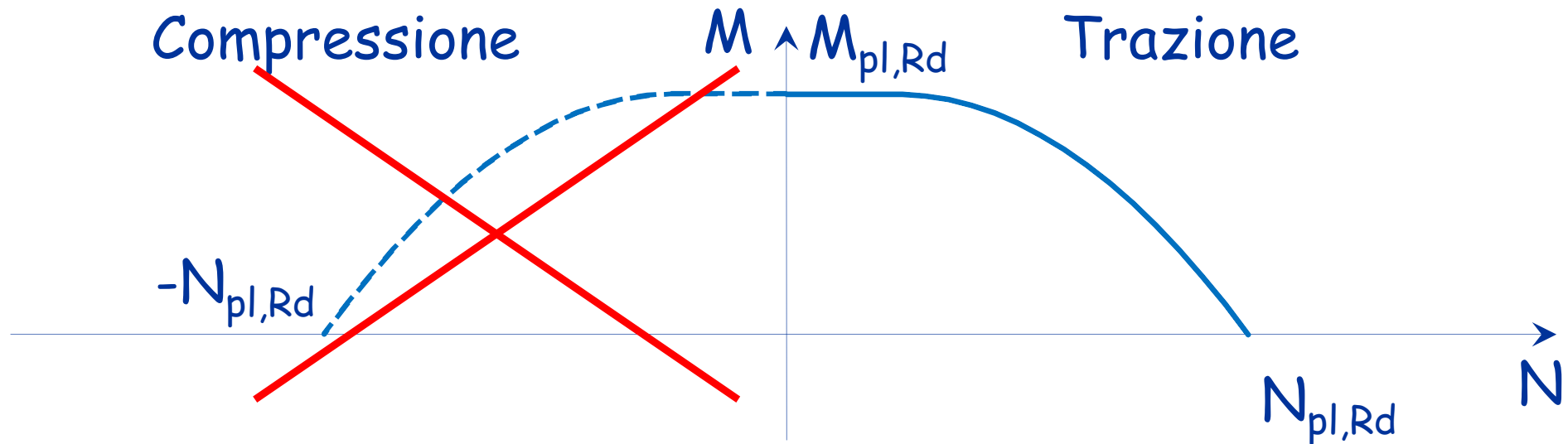
- Se l'asta è tesa:
 - Basta verificare la singola sezione
- Se l'asta è compressa
 - L'asta si può instabilizzare
 - La presenza di flessione aumenta il rischio di instabilità
 - Il rischio di instabilità è condizionato sia dal valore del momento flettente che dal suo andamento lungo l'asta

Domini di resistenza

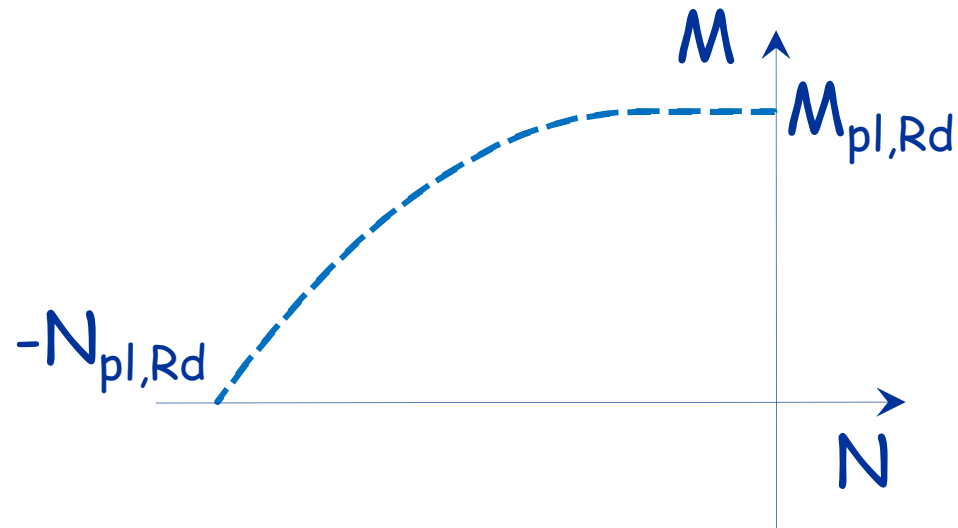
stato limite ultimo

Si possono ottenere semplicemente ribaltando il dominio M - N costruito nel caso di tenso-flessione?

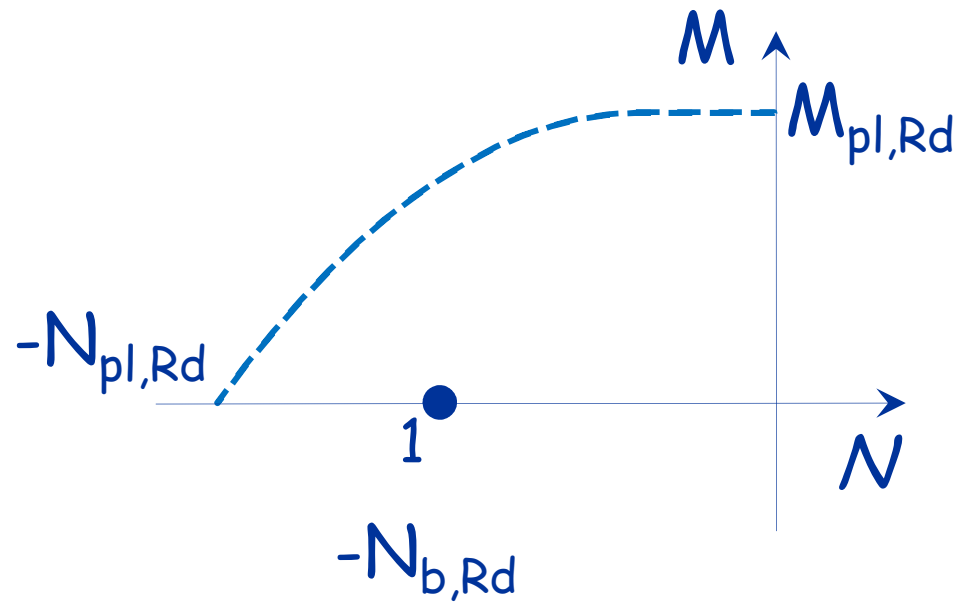
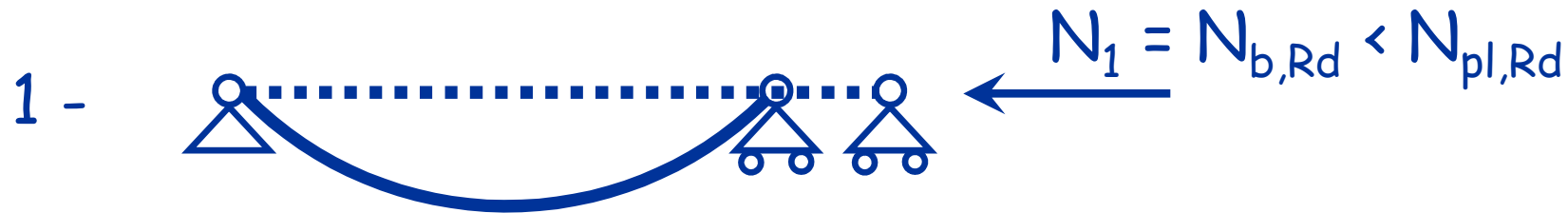
No: va bene per la singola sezione, ma per l'asta bisogna tener conto dell'instabilità



Costruzione del dominio di resistenza

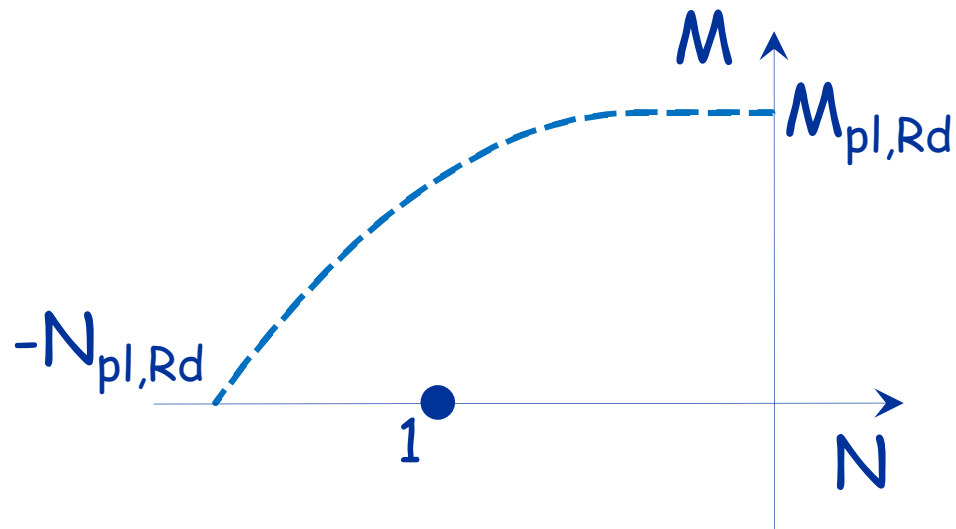
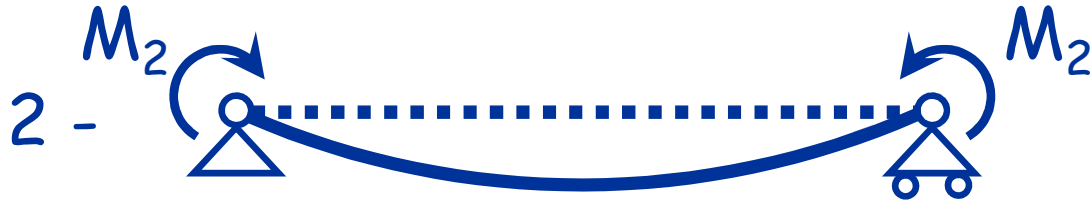


Costruzione del dominio di resistenza



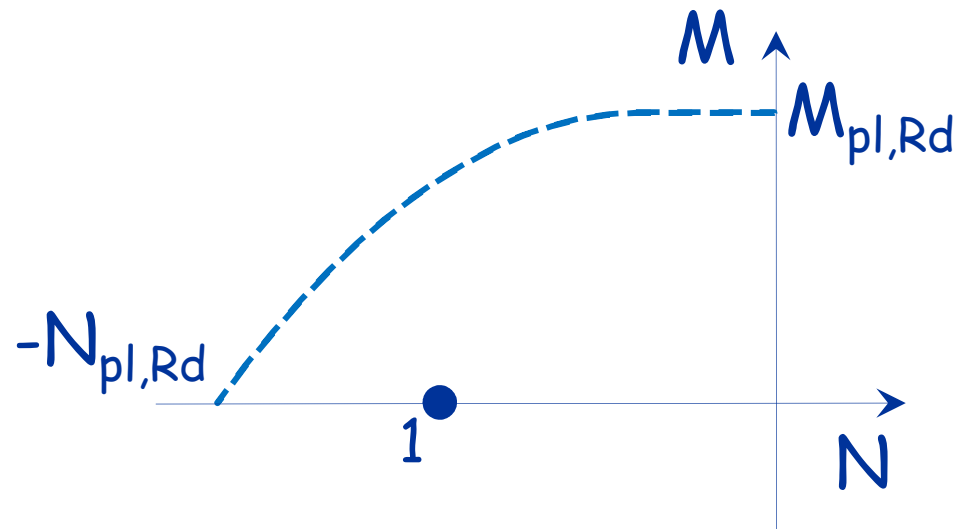
$$1 - N_1 = N_{b,Rd}, M_1 = 0$$

Costruzione del dominio di resistenza



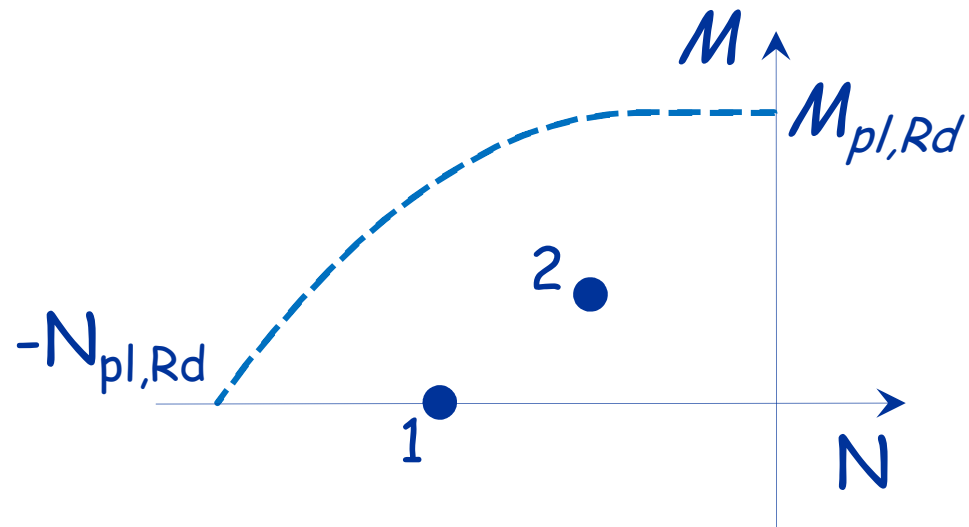
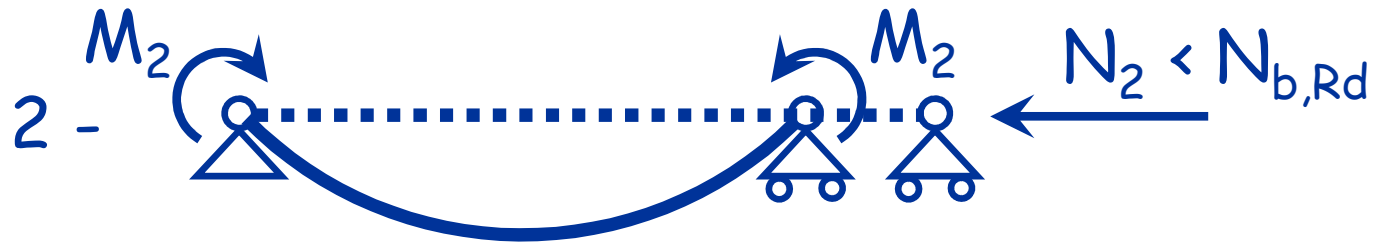
$$1 - N_1 = N_{b,Rd}, M_1 = 0$$

Costruzione del dominio di resistenza



$$1 - N_1 = N_{b,Rd}, M_1 = 0$$

Costruzione del dominio di resistenza



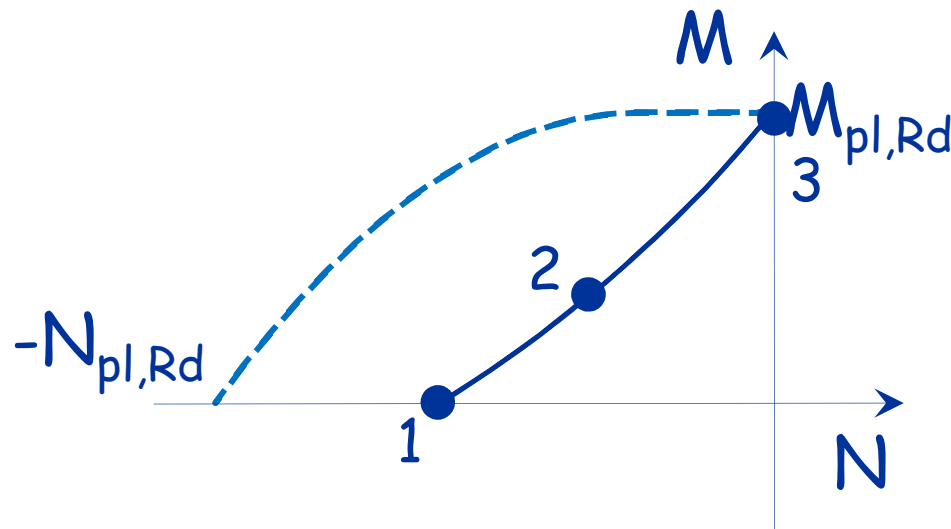
$$1 - N_1 = N_{b,Rd}, M_1 = 0$$

$$2 - N_2 < N_{b,Rd}, M_2 < M_{pl,Rd}$$

Costruzione del dominio di resistenza



L'asta si plasticizza e
collassa in assenza di
sforzo normale



$$1 - N_1 = N_{b,Rd}, M_1 = 0$$

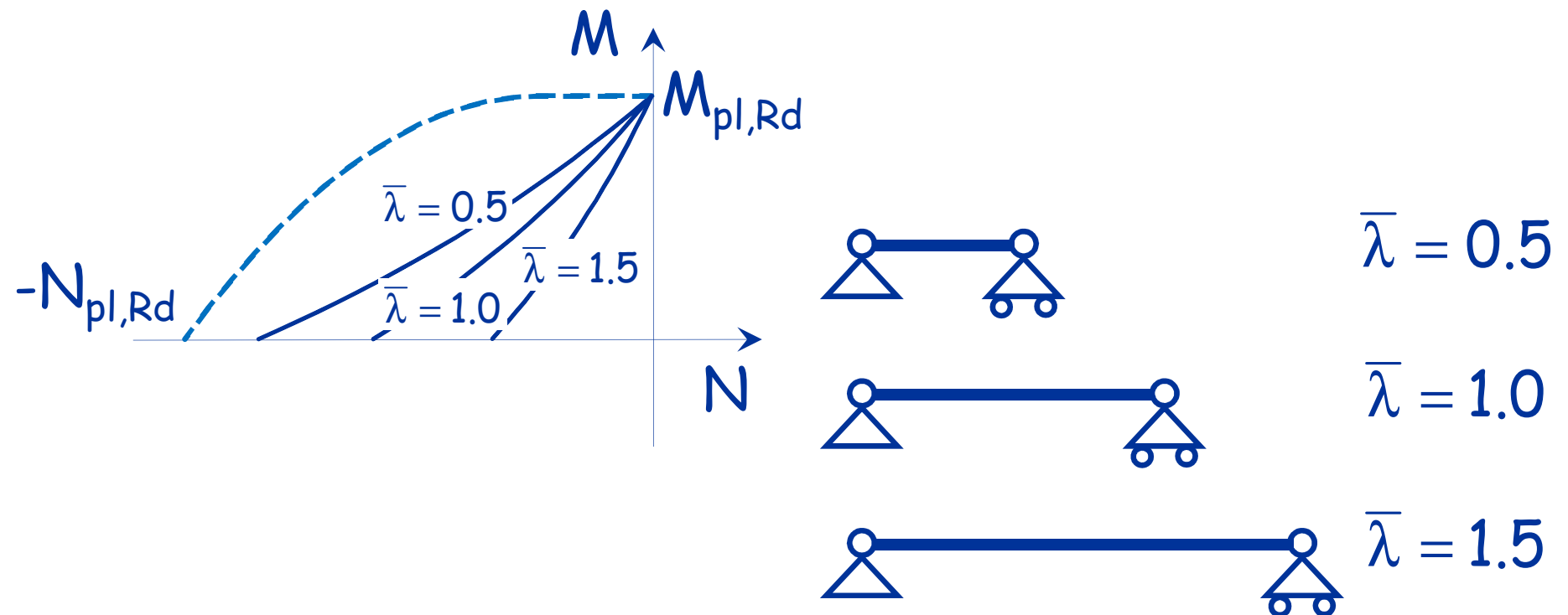
$$2 - N_2 < N_{b,Rd}, M_2 < M_{pl,Rd}$$

$$3 - N_3 = 0, M_3 = M_{pl,Rd}$$

Collegando i punti si ottiene il dominio

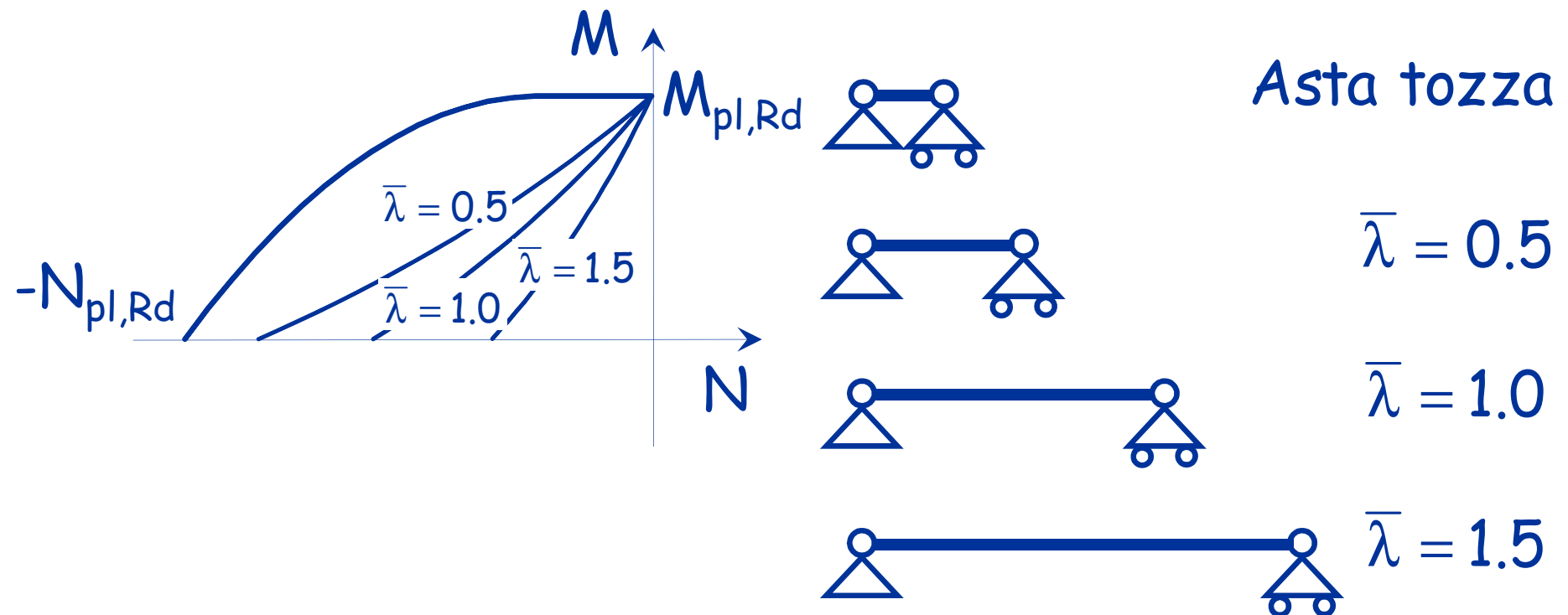
Influenza della snellezza

- Il dominio dipende dalla snellezza dell'asta:
 - L'ampiezza del dominio si riduce all'aumentare della snellezza



Influenza della snellezza

- Il dominio dipende dalla snellezza dell'asta:
 - Nel caso di aste tozze coincide con quello per pressoflessione della sezione



Dominio di resistenza pressoflessione (con instabilità)

- Dipende dalla distribuzione del momento flettente
 - Inizio a mostrare come si procede per momento flettente costante lungo l'asta
 - Poi mostro cosa cambia per momento flettente non costante
- La normativa italiana consente due approcci distinti
 - Metodo A (previsto solo dalla norma italiana) più cautelativo
 - Metodo B (previsto anche dall'Eurocodice) e quindi consigliato

Dominio di resistenza pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone due formule:

- Metodo A

$$\frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_{min} \cdot f_{yk} \cdot A} + \frac{M_{yeq,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{f_{yk} \cdot W_y \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)} + \frac{M_{zeq,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{f_{yk} \cdot W_z \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)} \leq 1$$

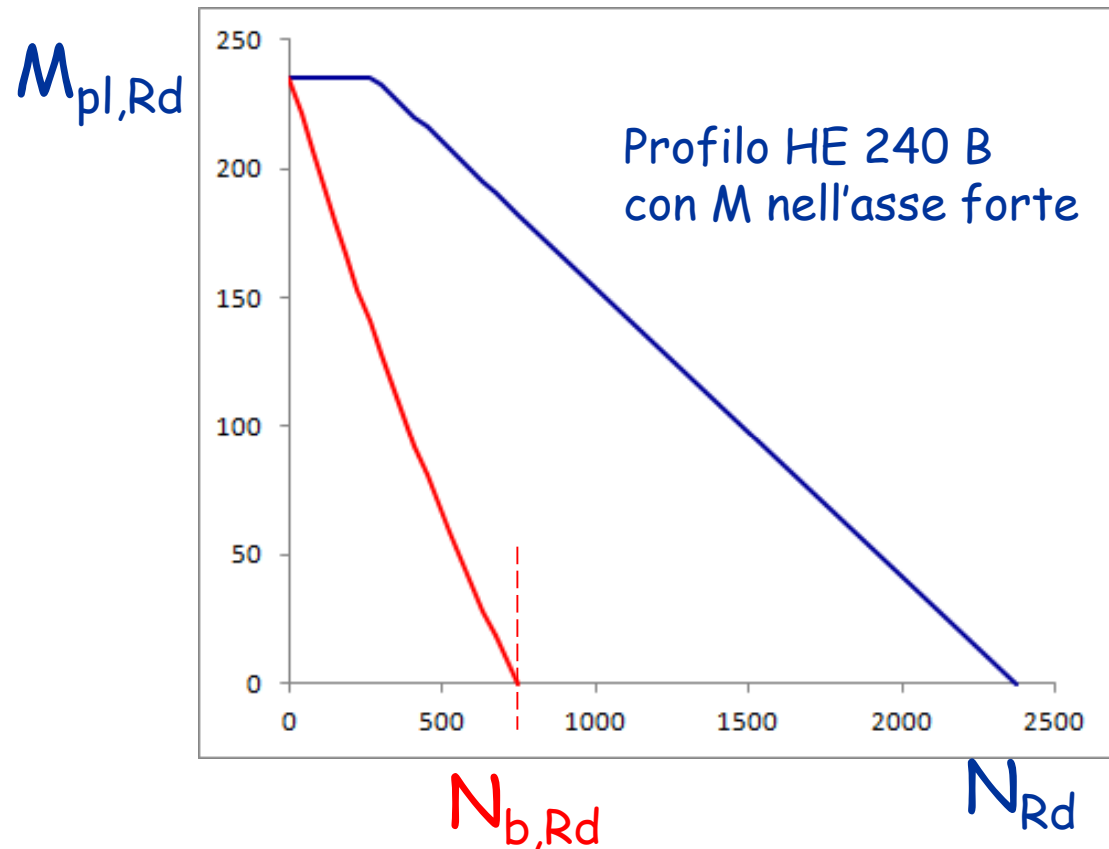
o, in sostanza:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)} \leq 1$$

N_{cr} è il carico
critico Euleriano

Dominio di resistenza metodo A

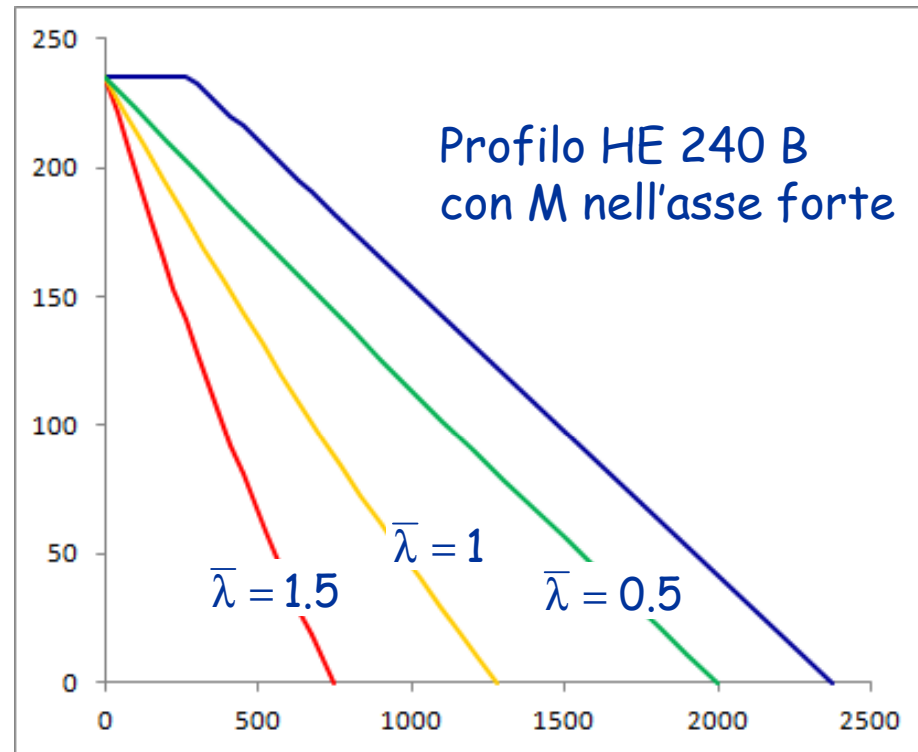
- Si ottiene la curva mostrata sotto
 - Si noti che l'andamento è quasi lineare



Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza metodo A

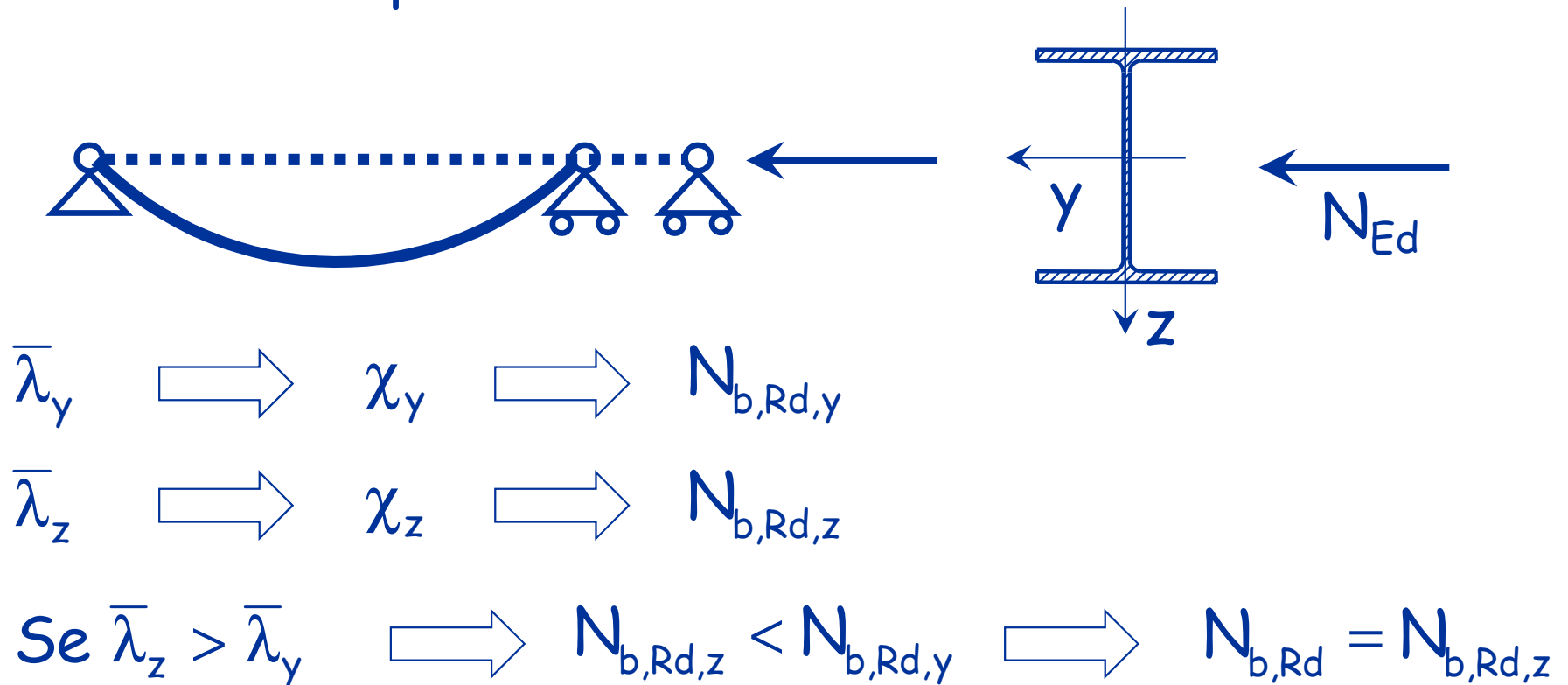
- Al variare di λ si ottengono le curve mostrate sotto



Vedi foglio Excel Flessione composta

Considerazioni su domini di resistenza

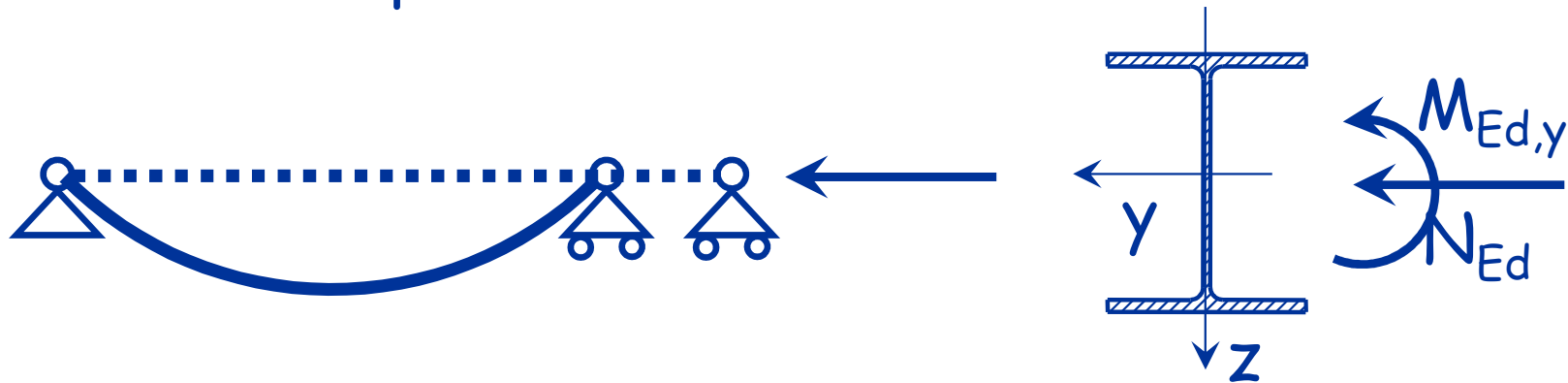
Un'asta in acciaio soggetta a compressione si instabilizza nel piano con minor resistenza



L'instabilità si verifica nel piano ortogonale all'asse z

Considerazioni su domini di resistenza

Un'asta in acciaio soggetta a compressione si instabilizza nel piano con minor resistenza



$$\bar{\lambda}_z > \bar{\lambda}_y \quad \Rightarrow \quad N_{b,Rd,z} < N_{b,Rd,y} \quad \Rightarrow \quad N_{b,Rd} = N_{b,Rd,z}$$

L'instabilità si verifica nel piano ortogonale all'asse z

La presenza di un momento M_{Edy} favorisce l'instabilità dell'asta quanto un momento M_{Edz} ? Probabilmente NO

Dominio di resistenza pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone quindi una seconda formula:

- Metodo B

$$\frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{yk}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{W_z \cdot f_{yk}} \leq 1$$
$$\frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_z \cdot A \cdot f_{yk}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{yk}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{W_z \cdot f_{yk}} \leq 1$$

o, in sostanza:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$
$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

Dominio di resistenza pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone due formule:

- Metodo B

si noti che in questo caso le verifiche sono due e il denominatore di N è diverso a seconda del piano in cui agisce M

è meno gravoso quando c'è solo momento rispetto all'asse forte, mentre l'asta sbanda intorno all'asse debole

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$
$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

Dominio di resistenza pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone due formule:

- Metodo B

I coefficienti k si calcolano con apposite formule

k	Tipi di sezione	Sezioni di classe 3 e 4 (proprietà delle sezioni calcolate in campo elastico)	Sezioni di classe 1 e 2 (proprietà delle sezioni calcolate in campo plastico)
k_{yy}	I, H, Sezioni cave	$\alpha_{my} \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right) \leq \alpha_{my} \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right)$	$\alpha_{my} \cdot \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right) \leq \alpha_{my} \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right)$
k_{yz}	I, H, Sezioni cave	k_{zz}	$0,6 \cdot k_{zz}$
k_{zy}	I, H, Sezioni cave	$0,8 \cdot k_{yy}$	$0,6 \cdot k_{yy}$
k_{zz}	I, H	$\alpha_{mz} \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right) \leq \alpha_{mz} \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right)$	$\alpha_{mz} \cdot \left(1 + (2\bar{\lambda}_y - 0,6) \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right) \leq \alpha_{mz} \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right)$
	Sezioni cave		$\alpha_{mz} \cdot \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right) \leq \alpha_{mz} \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}} \right)$
Per pressoflessione retta, $M_{y,Ed} \neq 0$, , $k_{zy} = 0$ ($M_{z,Ed}=0$).			

Dominio di resistenza pressoflessione (con instabilità)

La normativa italiana propone due formule:

- Metodo B

In particolare, per momento solo nell'asse forte
($M_{y,Ed} \neq 0$, $M_{z,Ed} = 0$) si ha

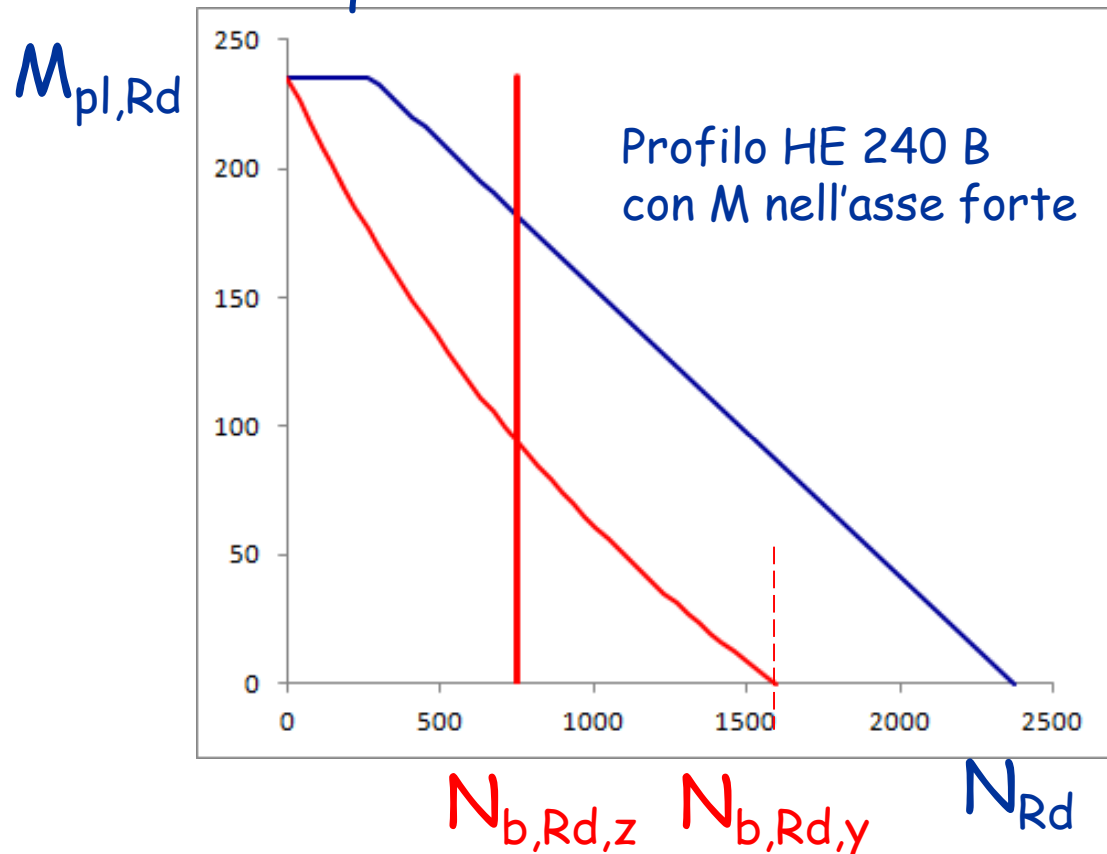
$$k_{yy} = 1 + (\bar{\lambda} - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} \leq 1 + 0.8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}}$$

$$k_{yz} = 0$$

e la seconda equazione pone solo il limite $N \leq N_{b,Rd,z}$

Dominio di resistenza metodo B

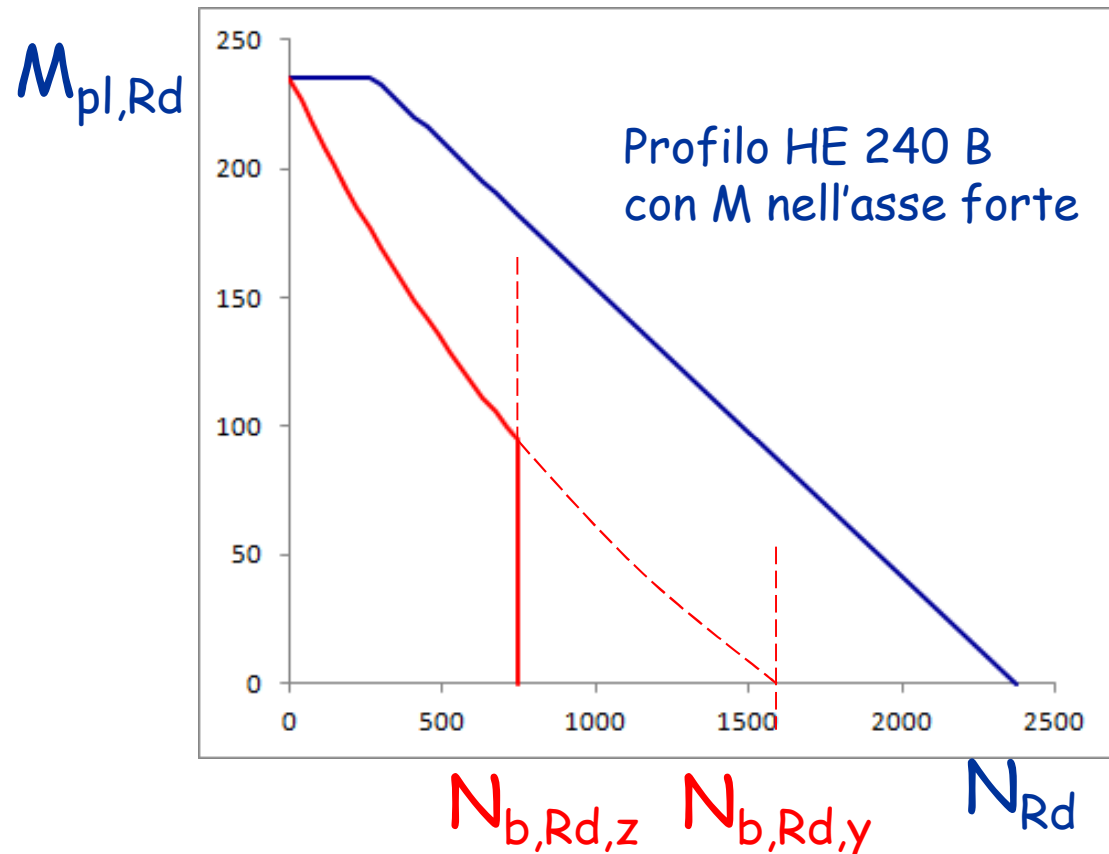
- Le due equazioni forniscono le curve qui mostrate
 - Si noti che una è una retta e l'altra ha comunque un andamento è quasi lineare



Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza metodo B

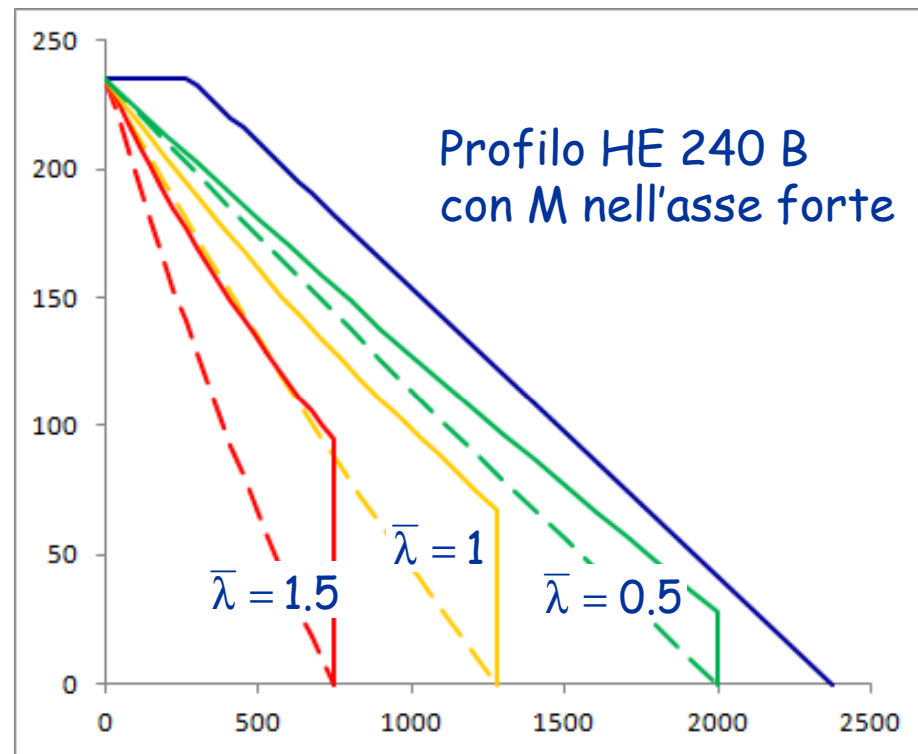
- Le due equazioni forniscono le curve qui mostrate
 - Questo con linea continua è il dominio complessivo



Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza metodo B

- Al variare di λ si ottengono le curve mostrate sotto (con tratteggio sono indicate le curve del metodo A)



In questo
caso il
metodo A è
molto
cautelativo

Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza pressoflessione (con instabilità)

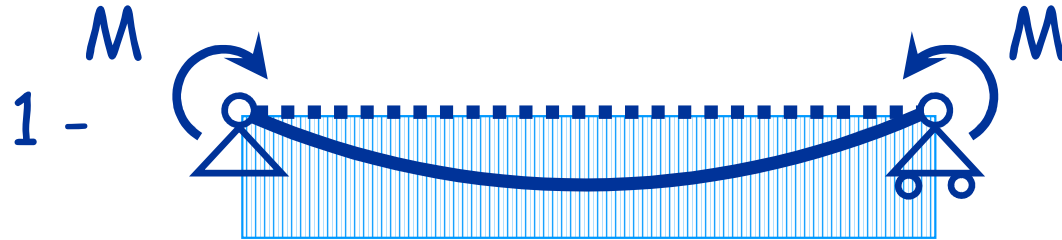
- Le curve mostrate in precedenza si riferiscono al caso di momento flettente costante lungo l'asta
- Se il momento flettente varia, si considera un momento equivalente

$$M_{eq,Ed} = \alpha_m M_{Ed,max}$$

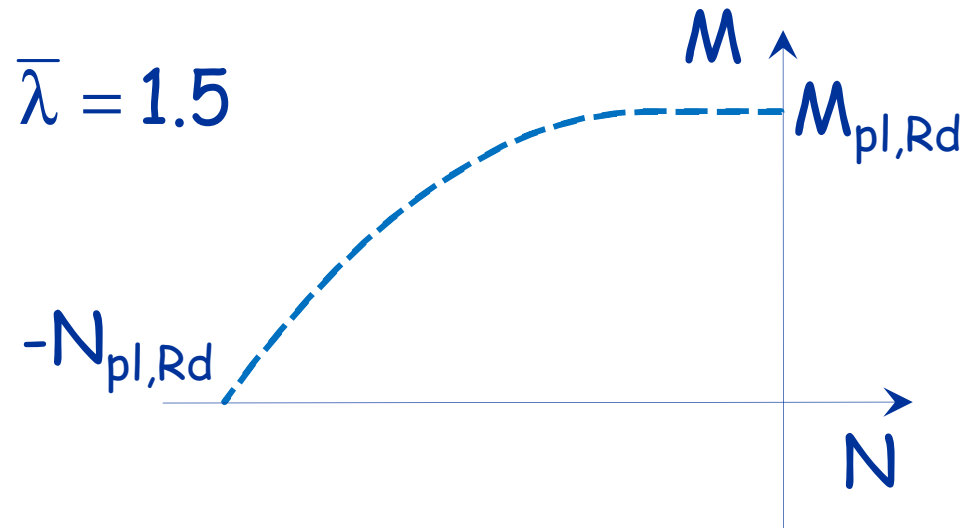
con $\alpha_m \leq 1$ che dipende dalla distribuzione di M

Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento



Distribuzione di
momenti tipo 1
(costante)

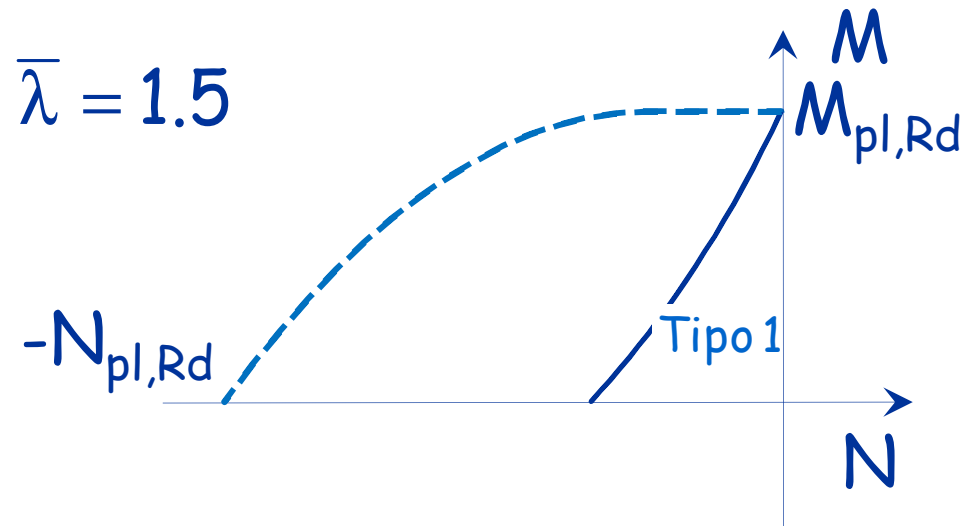


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

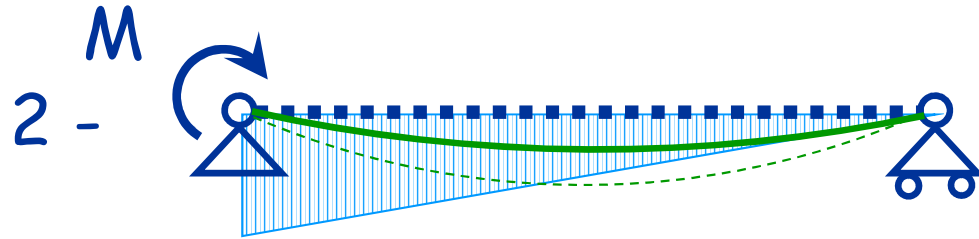


Distribuzione di
momenti tipo 1
(costante)

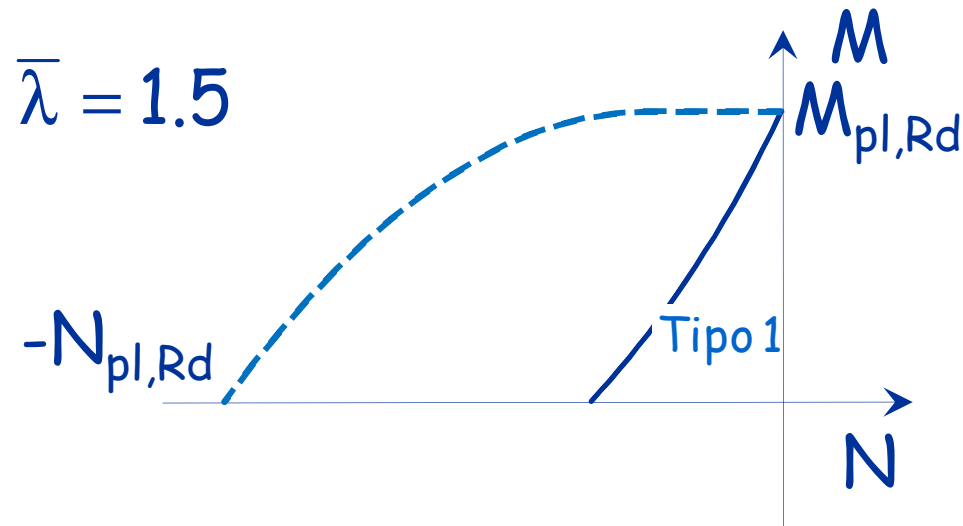


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

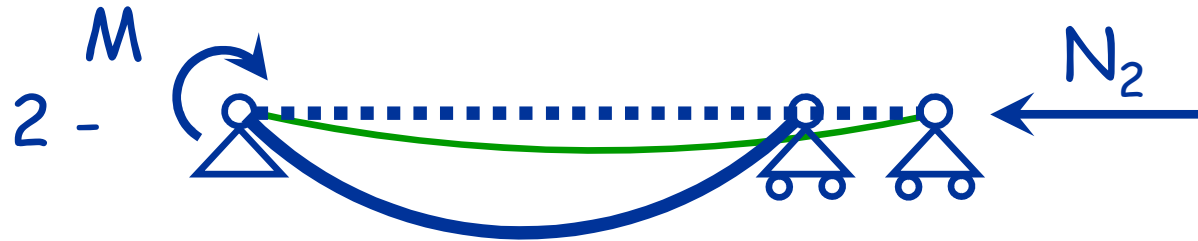


Distribuzione di
momenti tipo 2
(lineare)

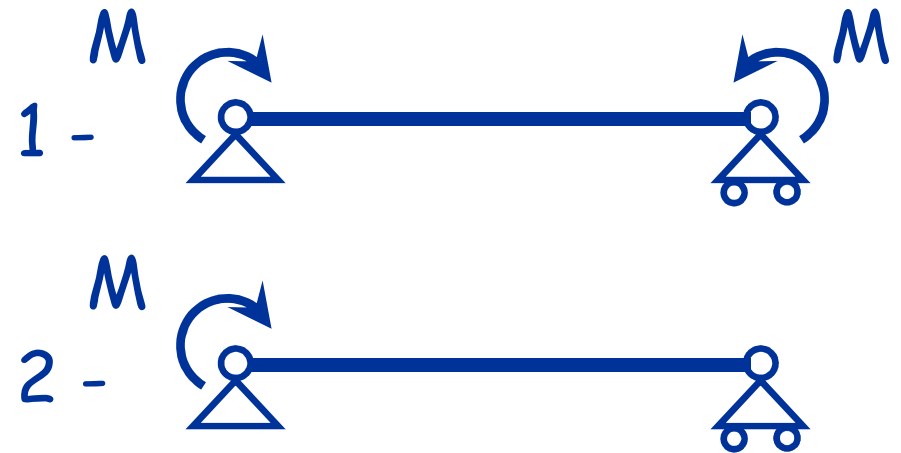
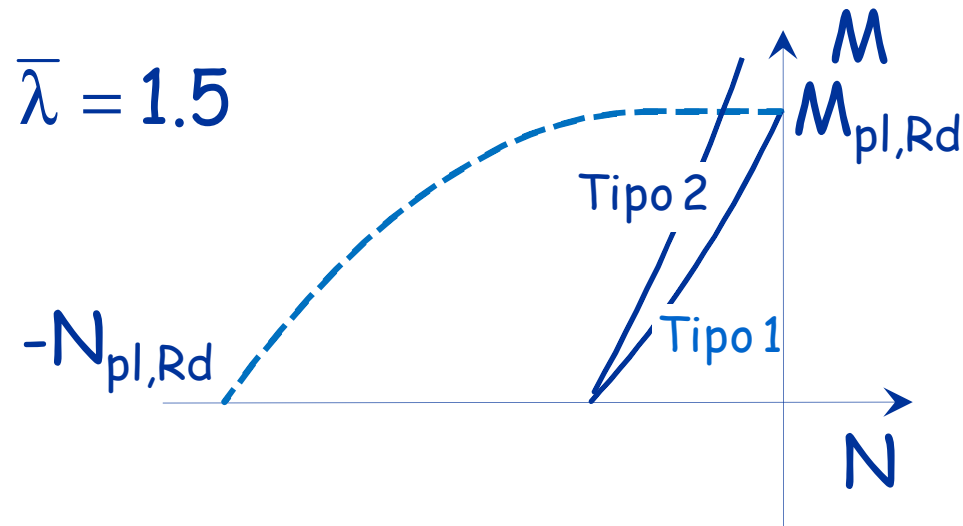


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

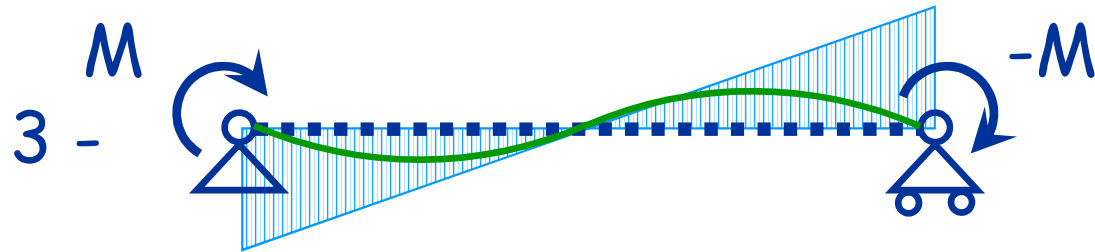


Distribuzione di
momenti tipo 2
(lineare)

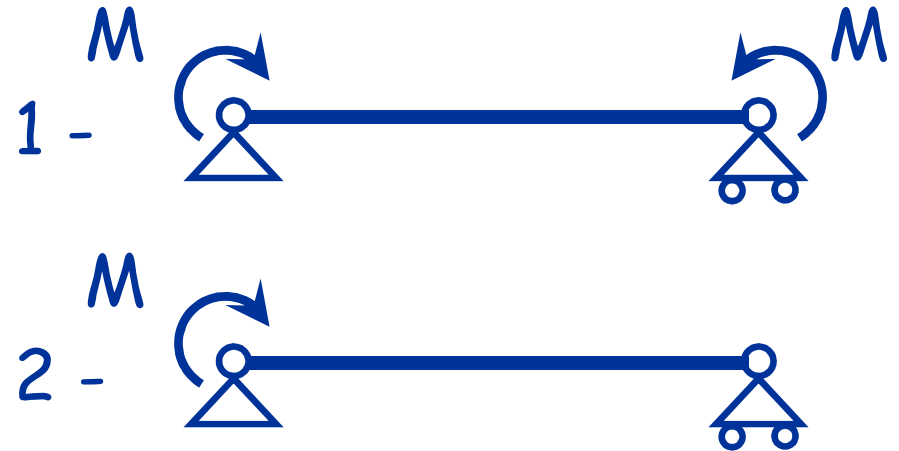
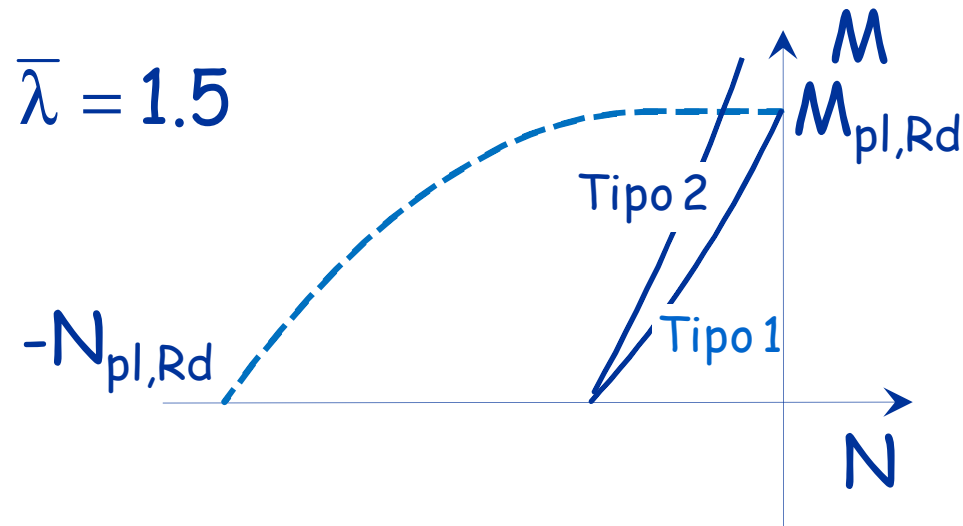


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

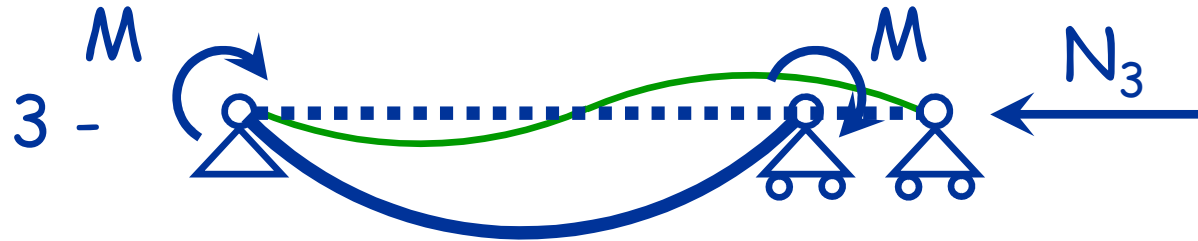


Distribuzione di
momenti tipo 3
(a farfalla)

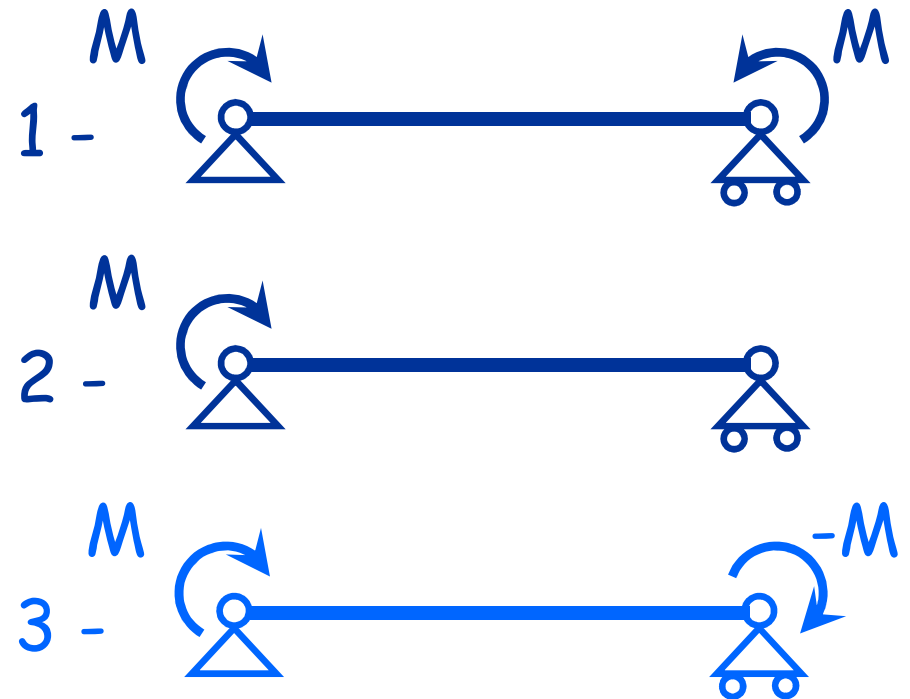
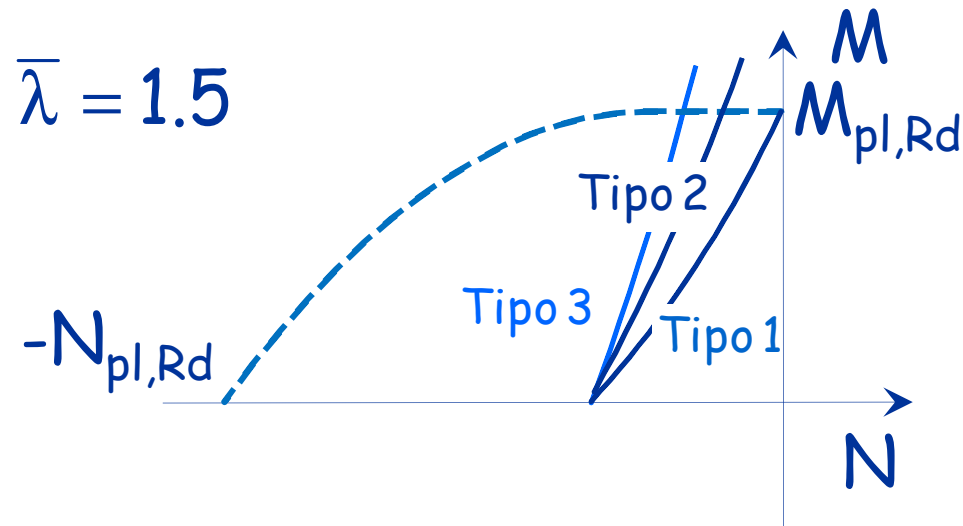


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento



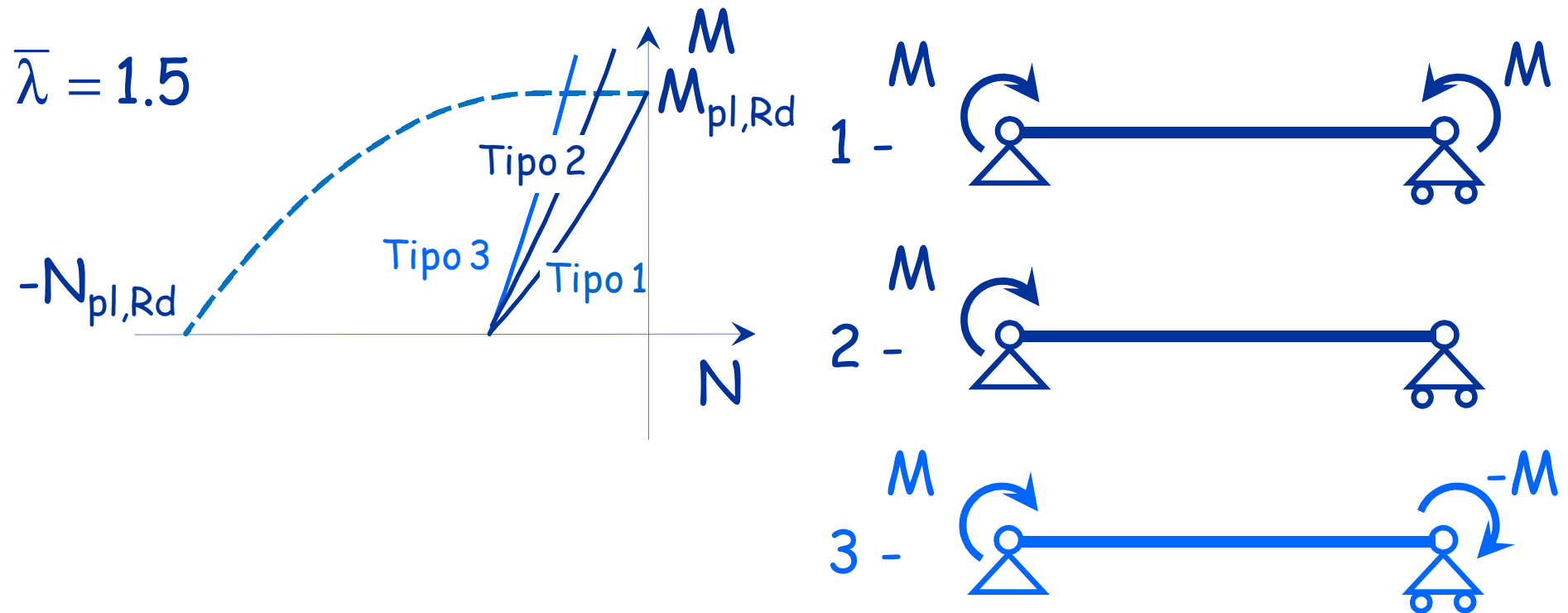
Distribuzione di
momenti tipo 3
(a farfalla)



Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

- Il dominio dipende dall'andamento del diagramma del momento flettente:
 - L'ampiezza del dominio aumenta passando dal diagramma di tipo 1 a quello di tipo 3



Dominio di resistenza

influenza del diagramma di M (modello A)

- Il momento equivalente $M_{eq,Ed}$ tiene conto della variazione del momento nell'asta e può essere preso pari a

$$M_{eq,Ed} = 1.3 M_{m,Ed}$$

assumendo comunque $0.75 M_{max,Ed} \leq M_{eq,Ed} \leq M_{max,Ed}$

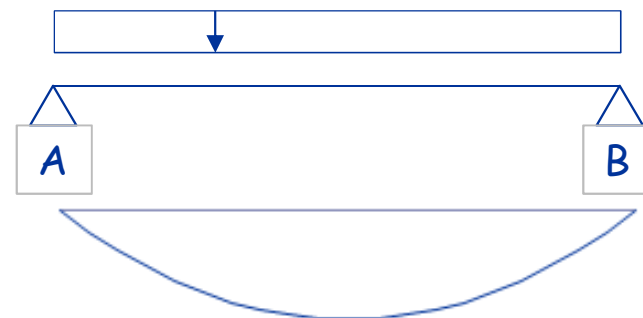
$M_{m,Ed}$ è il valore medio del momento nell'asta

- Esempio: carico uniforme

$$M_{max,Ed} = q l^2 / 8$$

$$M_{m,Ed} = 2/3 M_{max}$$

$$M_{eq,Ed} = 1.3 \times 2/3 q l^2 / 8 = 0.867 q l^2 / 8$$



Dominio di resistenza

influenza del diagramma di M (modello A)

- Per asta vincolata agli estremi con momento variabile linearmente si può assumere

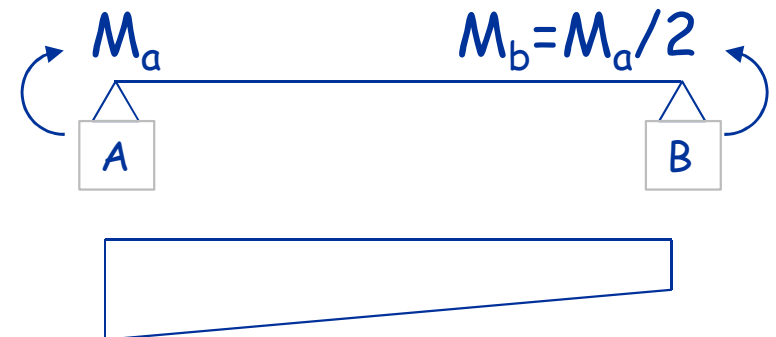
$$M_{eq,Ed} = 0.6 M_a - 0.4 M_b$$

assumendo comunque $M_{eq,Ed} \geq 0.4 M_a$

M_a è il massimo tra i due ed il segno si riferisce al verso della coppia M (se $M_a = -M_b$ il diagramma di M è costante e $M_{eq,Ed} = M_a$)

- Esempio: coppia a due estremi


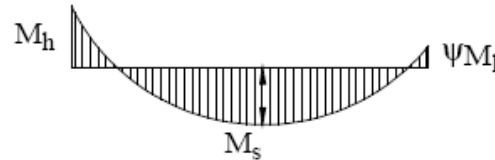
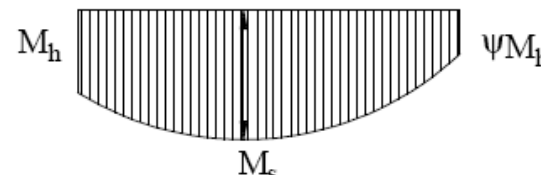
$$\begin{aligned} M_{eq,Ed} &= 0.6 M_a - 0.4 (-M_a / 2) = \\ &= 0.8 M_a \end{aligned}$$



Dominio di resistenza

influenza del diagramma di M (modello B)


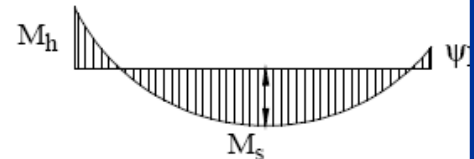
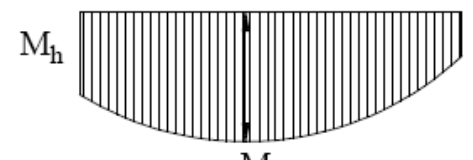
- Se si usa il metodo B sono fornite espressioni più complesse

Diagramma del momento	Intervallo		Coefficienti α_{my} , α_{mz} , α_{mLT}	
			Carico uniforme	Carico concentrato
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s / M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi \leq 0$	$0,1(1 - \psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
 $\alpha_h = M_h / M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi \leq 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1 + 2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h(1 + 2\psi)$

Dominio di resistenza

influenza del diagramma di M (modello B)

- Se si usa il metodo B sono fornite espressioni più complesse

Diagramma del momento	Intervallo	Coefficienti α_{my} , α_{mz} , α_{mLT}		
		Carico uniforme	Carico concentrato	
 M_h ψM_h			$0,5 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 M_h M_s $\alpha_s = M_s/M_h$			$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	
			$-0,8\alpha_s \geq 0,4$	
			$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	
 M_h M_s $\alpha_h = M_h/M_s$			$0,90 + 0,10\alpha_h$	
			$0,90 + 0,10\alpha_h$	
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$-1 \leq \psi \leq 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h (1 + 2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h (1 + 2\psi)$

Nota: M_s è il momento in mezzzeria, non il massimo momento in campata

(queste figure possono trarre in inganno, l'EC3 è più chiaro)

Nota: M_s è il momento in mezzzeria, non il massimo momento in campata

(queste figure possono trarre in inganno, l'EC3 è più chiaro)

Nell'Eurocode 3

Interaction factors	Type of sections	Design assumptions	
		elastic cross-sectional properties class 3, class 4	plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{xx}	I-sections RHS-sections	$C_{mx} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_x \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mx} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mx} \left(1 + (\bar{\lambda}_x - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mx} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{xy}	I-sections RHS-sections	k_{yy}	$0,6 k_{yy}$
k_{yx}	I-sections RHS-sections	$0,8 k_{xx}$	$0,6 k_{xx}$
k_{yy}	I-sections	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (2\bar{\lambda}_y - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	RHS-sections		$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
For I- and H-sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{x,Ed}$ the coefficient k_{yx} may be $k_{yx} = 0$.			


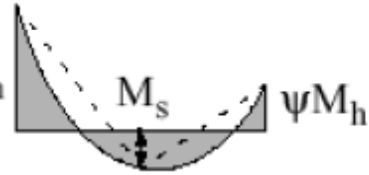
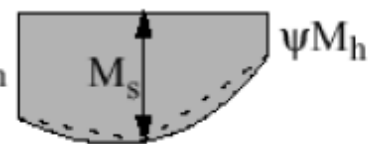
Nell'Eurocodice 3

Interaction factors	Type of sections	Design assumptions	
		elastic cross-sectional properties class 3, class 4	plastic cross-sectional properties class 1, class 2
k_{xx}	I-sections RHS-sections	$C_{mx} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_x \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mx} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mx} \left(1 + (\bar{\lambda}_x - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mx} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_x N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{xy}	I-sections RHS-sections	k_{yx}	$0,6 k_{yy}$
k_{yx}	I-sections RHS-sections		$0,6 k_{xx}$
k_{yy}	I-sections	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
	RHS-sections		$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$

Nota: nella Circolare è indicato con α_m quello che qui (sull'EC3) è indicato con C_m

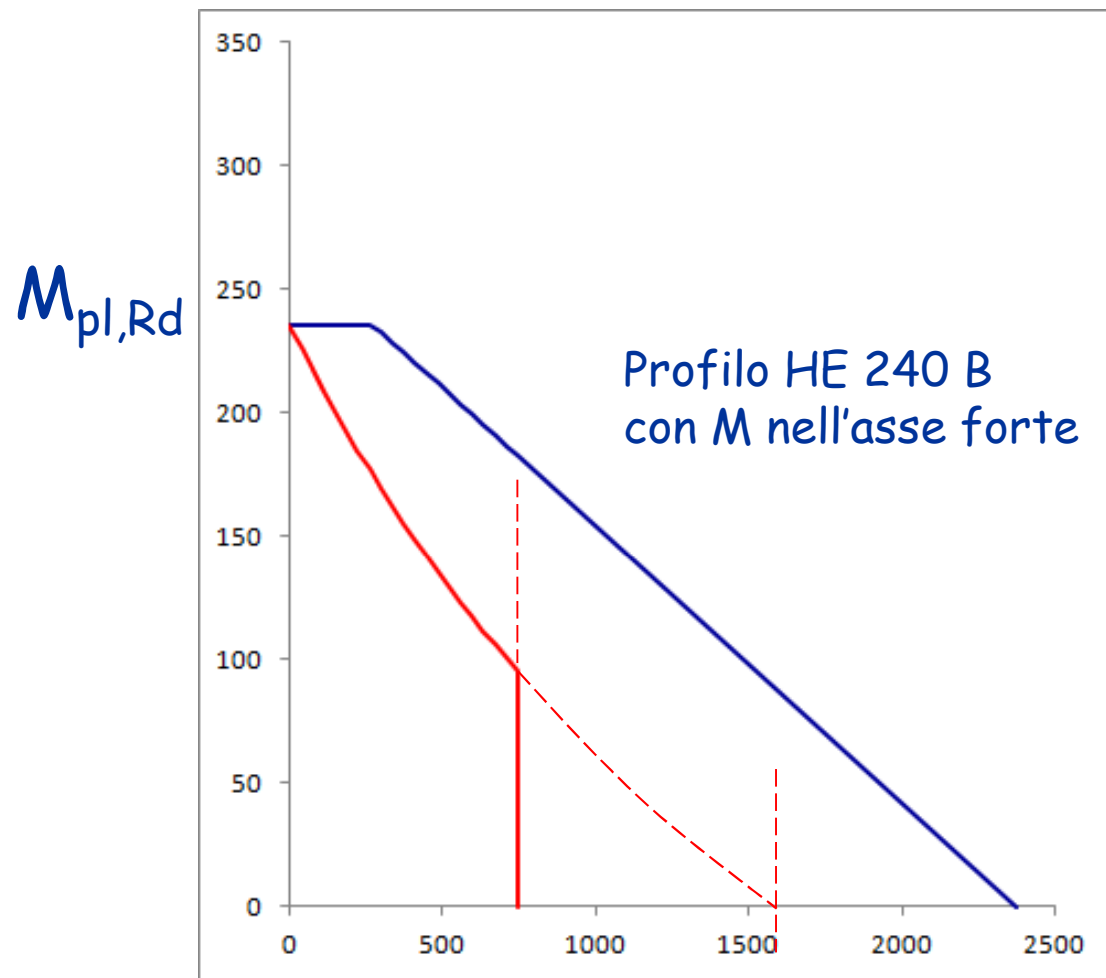
For I- and H-sections and rectangular hollow sections under axial compression and uniaxial bending $M_{x,Ed}$ the coefficient k_{yx} may be $k_{yx} = 0$.

Nell'Eurocodice 3

Moment diagram	range		C _{mx} and C _{my} and C _{mLT}	
			uniform loading	concentrated load
 M ψM	-1 ≤ ψ ≤ 1		0,6 + 0,4ψ ≥ 0,4	
 α _s = M _s /M _h	0 ≤ α _s ≤ 1	-1 ≤ ψ ≤ 1	0,2 + 0,8α _s ≥ 0,4	0,2 + 0,8α _s ≥ 0,4
	-1 ≤ α _s < 0	0 ≤ ψ ≤ 1	0,1 - 0,8α _s ≥ 0,4	-0,8α _s ≥ 0,4
		-1 ≤ ψ < 0	0,1(1-ψ) - 0,8α _s ≥ 0,4	0,2(-ψ) - 0,8α _s ≥ 0,4
 α _h = M _h /M _s	0 ≤ α _h ≤ 1	-1 ≤ ψ ≤ 1	0,95 + 0,05α _h	0,90 + 0,10α _h
	-1 ≤ α _h < 0	0 ≤ ψ ≤ 1	0,95 + 0,05α _h	0,90 + 0,10α _h
		-1 ≤ ψ < 0	0,95 + 0,05α _h (1+2ψ)	0,90 - 0,10α _h (1+2ψ)
For members with sway buckling mode the equivalent uniform moment factor should be taken C _{mx} = 0,9 or C _{my} = 0,9 respectively.				
C _{mx} , C _{my} and C _{mLT} should be obtained according to the bending moment diagram between the relevant braced points as follows:				
moment factor	bending axis	points braced in direction		
C _{mx}	x-x	y-y		
C _{my}	y-y	x-x		
C _{mLT}	x-x	x-x		

Dominio di resistenza metodo B

- Questo si ha quando $M = \text{costante}$



Vedi foglio Excel Flessione composta

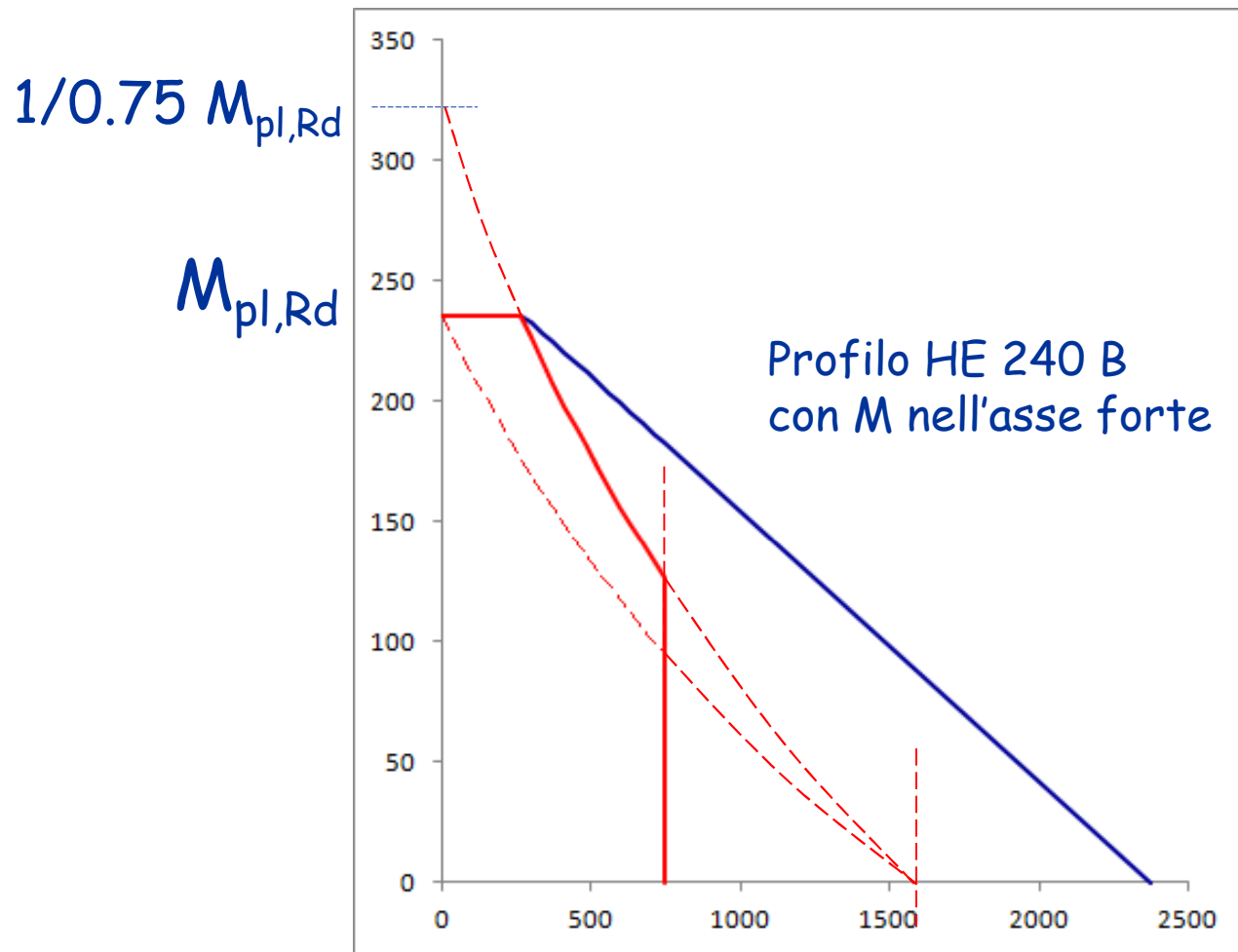
$N_{b,Rd,z}$

$N_{b,Rd,y}$

N_{Rd}

Dominio di resistenza metodo B

- Questo si ha quando $M_{eq} = 0.75 M_{max}$



Vedi foglio Excel Flessione composta

$N_{b,Rd,z}$

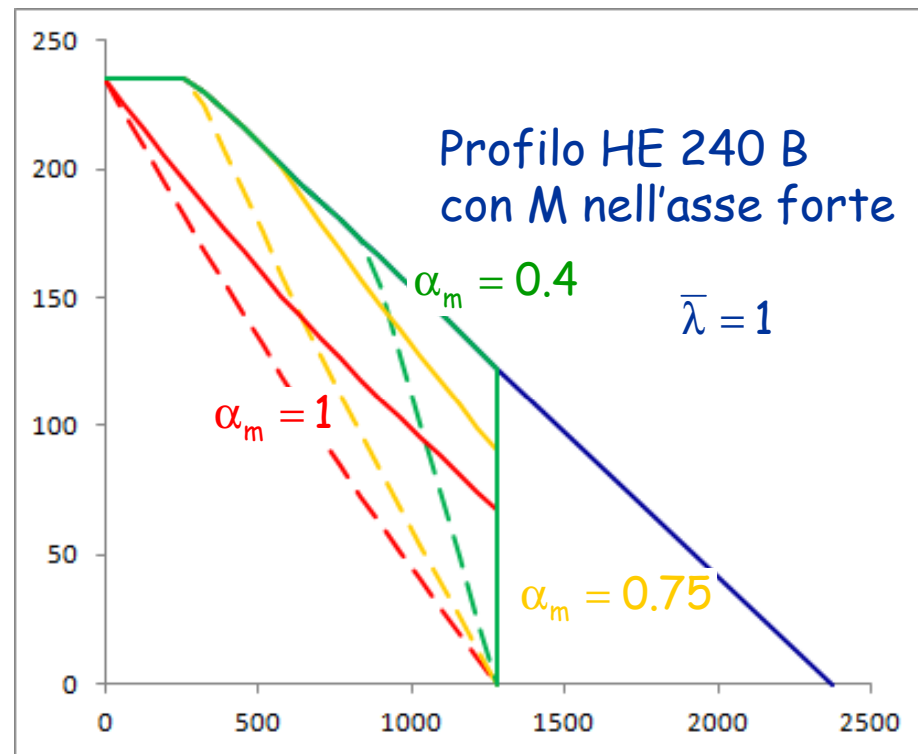
$N_{b,Rd,y}$

N_{Rd}

Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

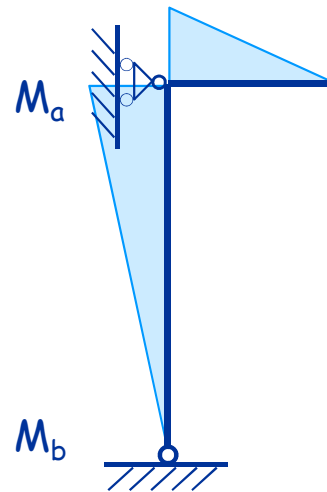
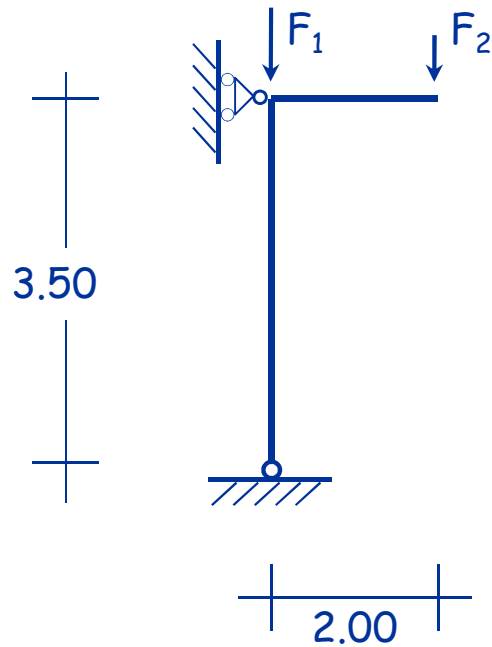
- Si ottengono le curve mostrate sotto
(con tratteggio sono indicate le curve del metodo A)



Anche in
questo caso
il metodo A
è molto
cautelativo

Vedi foglio Excel Flessione composta

Esempio



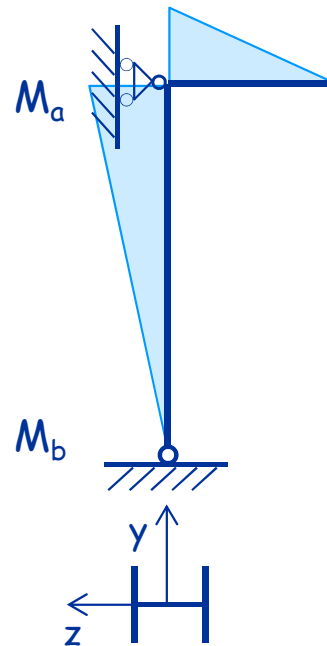
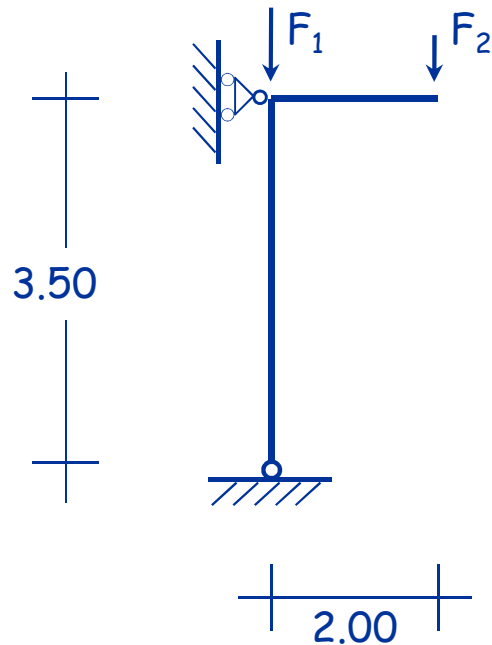
$$F_1 = 800 \text{ kN}$$
$$F_2 = 60 \text{ kN}$$

$$M_a = 120 \text{ kNm}$$
$$M_b = 0 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 860 \text{ kN}$$

$$M_{eq,Ed} = 0.6 \times 120 - 0.4 \times 0 = 72 \text{ kNm}$$

Esempio



Sezione	HEB300
A	149 cm ²
W _{pl}	1868 cm ³
Acciaio	S235

$$M_{y,Rd} = 418.1 \text{ kNm}$$

$$N_{bRd} = 2826.8 \text{ kN}$$



instabilità intorno a z

$$l_0 = 3.50 \text{ m}$$

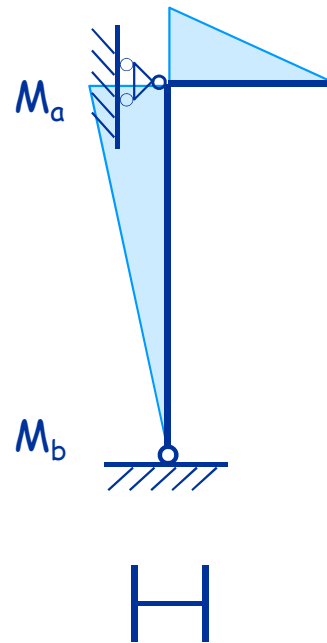
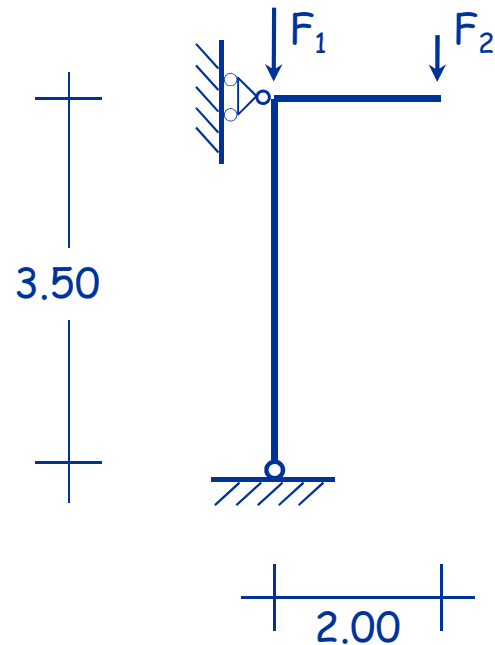
$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2}$$



instabilità intorno a y

$$N_{cr,y} = 42586 \text{ kN}$$

Esempio (metodo A)



Sezione	HEB300
A	149 cm ²
W _{pl}	1868 cm ³
Acciaio	S235

$$M_{y,Rd} = 418.1 \text{ kNm}$$

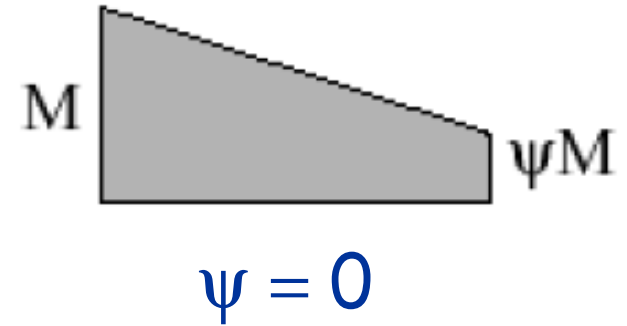
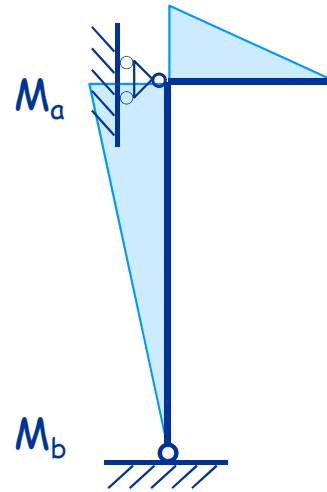
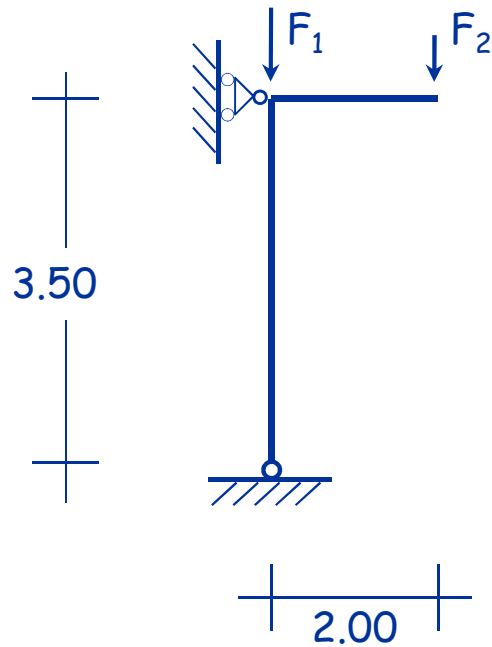
$$N_{bRd} = 2826.8 \text{ kN}$$

$$N_{bRd,y} = 3231.2 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} + \frac{M_{y,eq,Ed}}{M_{y,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} \right)} = \frac{860}{2826.8} + \frac{72}{418.1 \left(1 - \frac{860}{42586} \right)} =$$

$$= 0.304 + 0.176 = 0.480 \leq 1$$

Esempio (metodo B)



$$F_1 = 800 \text{ kN}$$
$$F_2 = 60 \text{ kN}$$

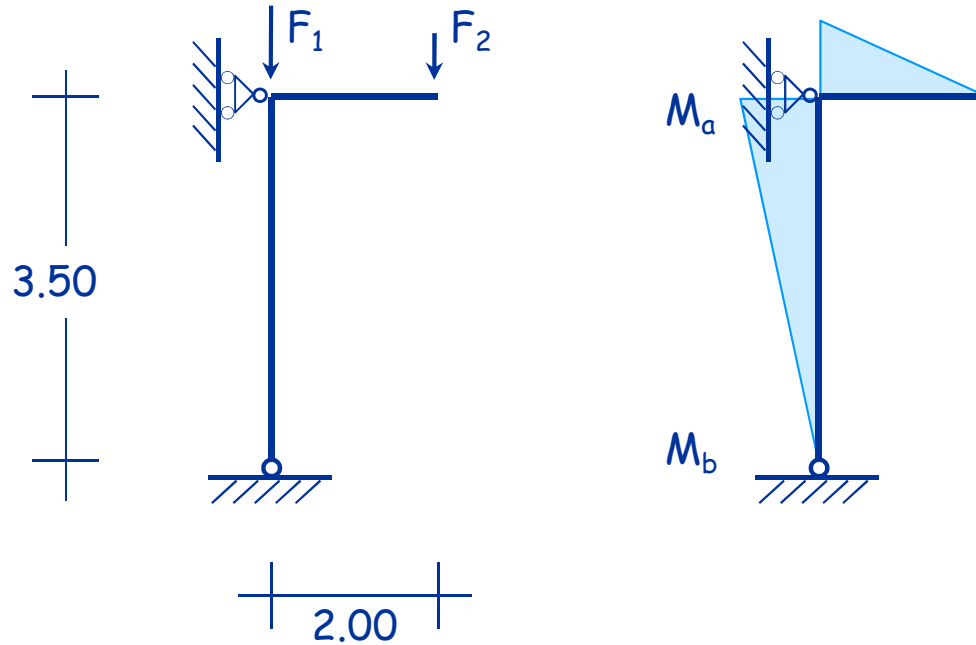
$$M_a = 120 \text{ kNm}$$
$$M_b = 0 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 860 \text{ kN}$$

$$C_{mx} = 0.6 + 0.4 \psi = 0.6$$

Esempio (metodo B)

prima condizione



$$\bar{\lambda}_y = 0.287$$

$$\chi_y = 0.9689$$

$$\bar{\lambda}_z = 0.492$$

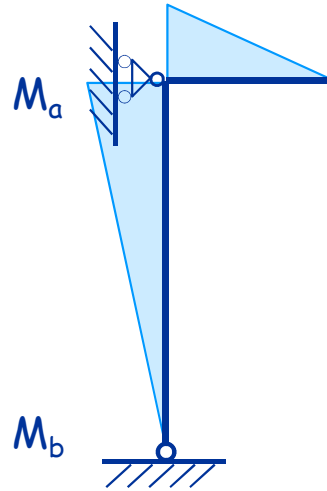
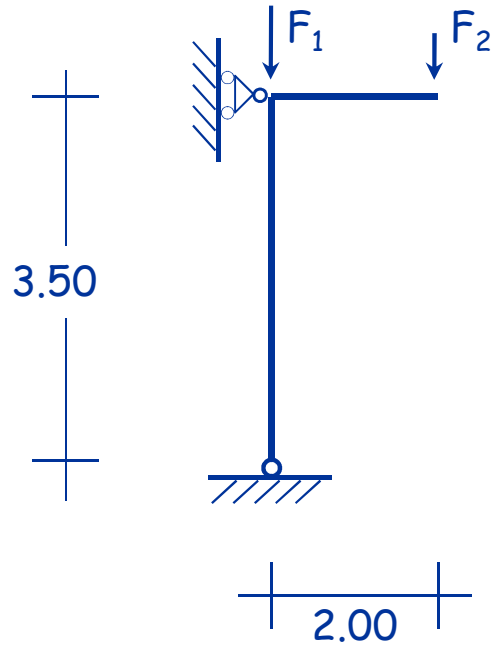
$$\chi_z = 0.8477$$

$$k_{yy} = C_{my} \left[1 + (\bar{\lambda}_y - 0.2) \frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi_y A f_y} \right] = 0.6 \left[1 + (0.287 - 0.2) \frac{860}{3231.2} \right] = 0.614$$

$N_{bRd,y}$

Esempio (metodo B)

prima condizione



$$\bar{\lambda}_y = 0.287$$

$$\chi_y = 0.9689$$

$$\bar{\lambda}_z = 0.492$$

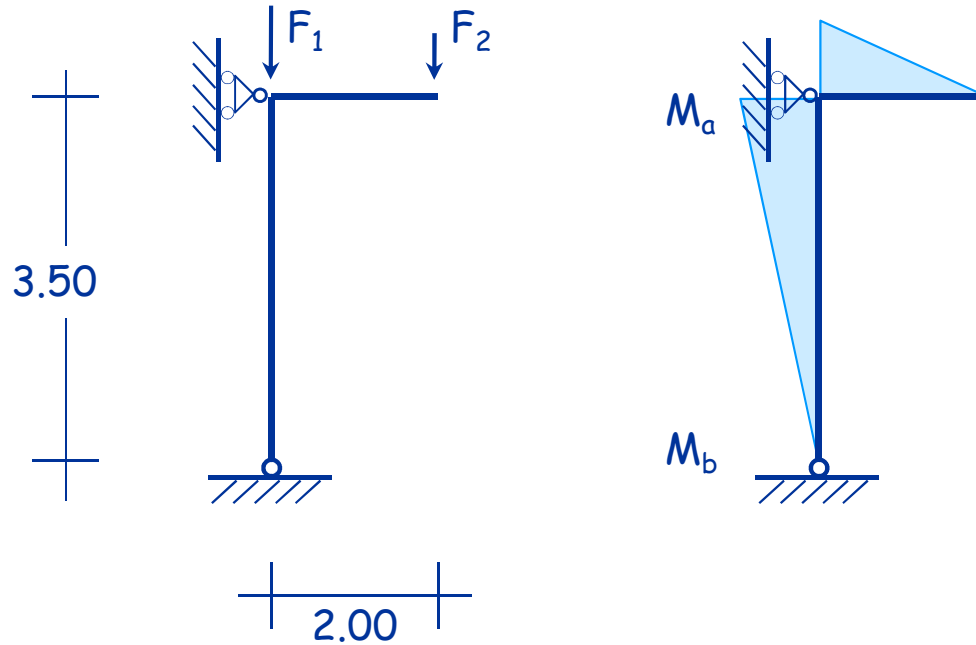
$$\chi_z = 0.8477$$

$$k_{yy} \leq C_{my} \left[1 + 0.8 \frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi_y A f_y} \right] = 0.6 \left[1 + 0.8 \frac{860}{3231.2} \right] = 0.728$$

Ok, quindi $k_{yy} = 0.614$

Esempio (metodo B)

prima condizione



$$\frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi_y A f_y} + \frac{k_{yy} M_{y,Ed} \gamma_{M1}}{W_{pl,y} f_y} = \frac{860}{3233.2} + \frac{0.614 \times 120}{418.1} =$$

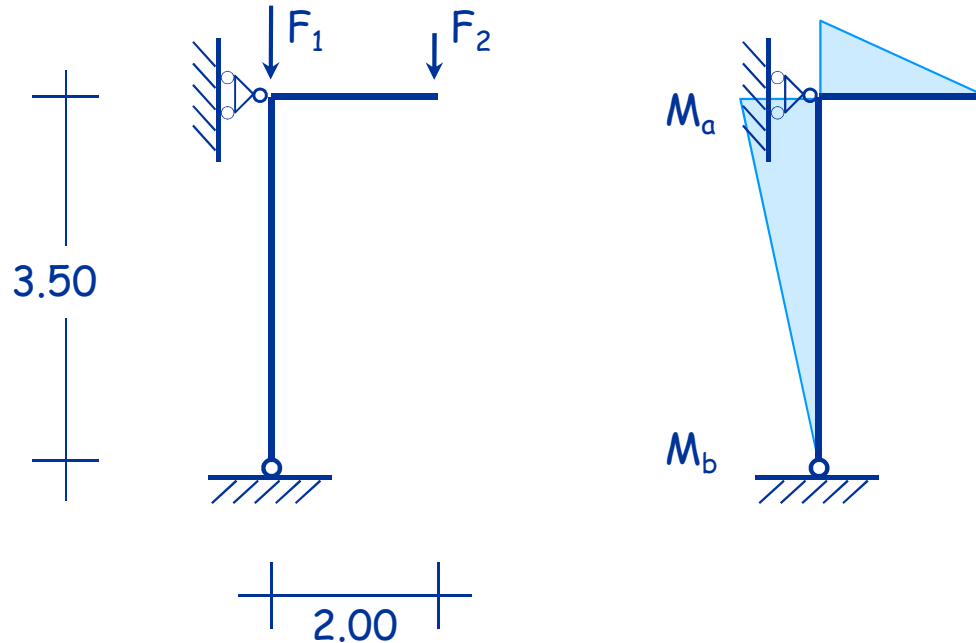
$$= 0.266 + 0.176 = 0.442 < 1$$

$N_{bRd,y}$
 $M_{pl,Rd,y}$

Con il Metodo A era 0.480,
un po' più gravoso

Esempio (metodo B)

seconda condizione



Perché $k_{zy} = 0$

$$\underbrace{\frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi_z A f_y}}_{N_{bRd,z}} + \cancel{\frac{k_{zy} M_{y,Ed} \gamma_{M1}}{W_{pl,y} f_y}} = \frac{860}{2828.6} = 0.304$$

meno gravosa

Verifica di stabilità con sforzo normale centrato

Flessione semplice
Resistenza di un'asta

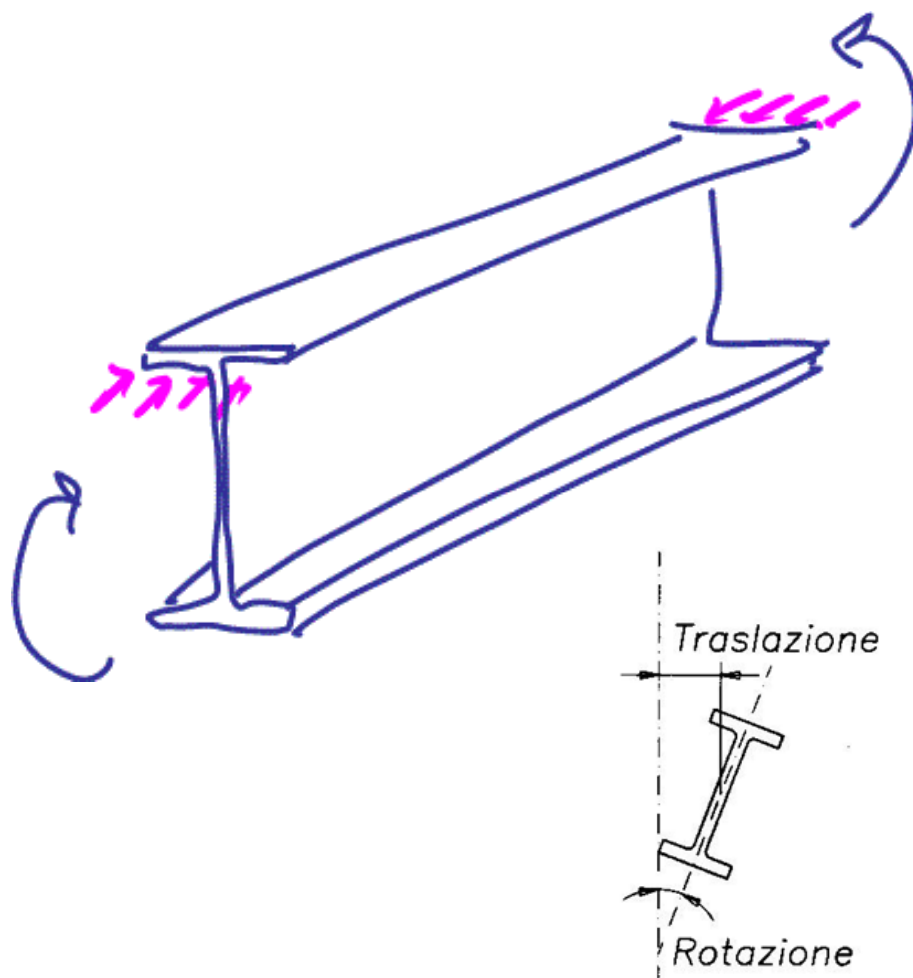
Flessione semplice

Resistenza di un'asta

- Nel caso di un'asta soggetta a flessione, si può verificare l'instabilità flesso-torsionale (lateral-torsional buckling)
 - Questa instabilità è innescata dallo sbandamento dell'ala compressa
 - Nel caso di trave vincolata con appoggi che sostiene il solaio, lo sbandamento dell'ala compressa è impedito dal solaio stesso, se rigido nel suo piano e ben collegato alla trave
 - Se l'ala compressa non è vincolata è necessario effettuare una verifica nei confronti di questa instabilità

Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)



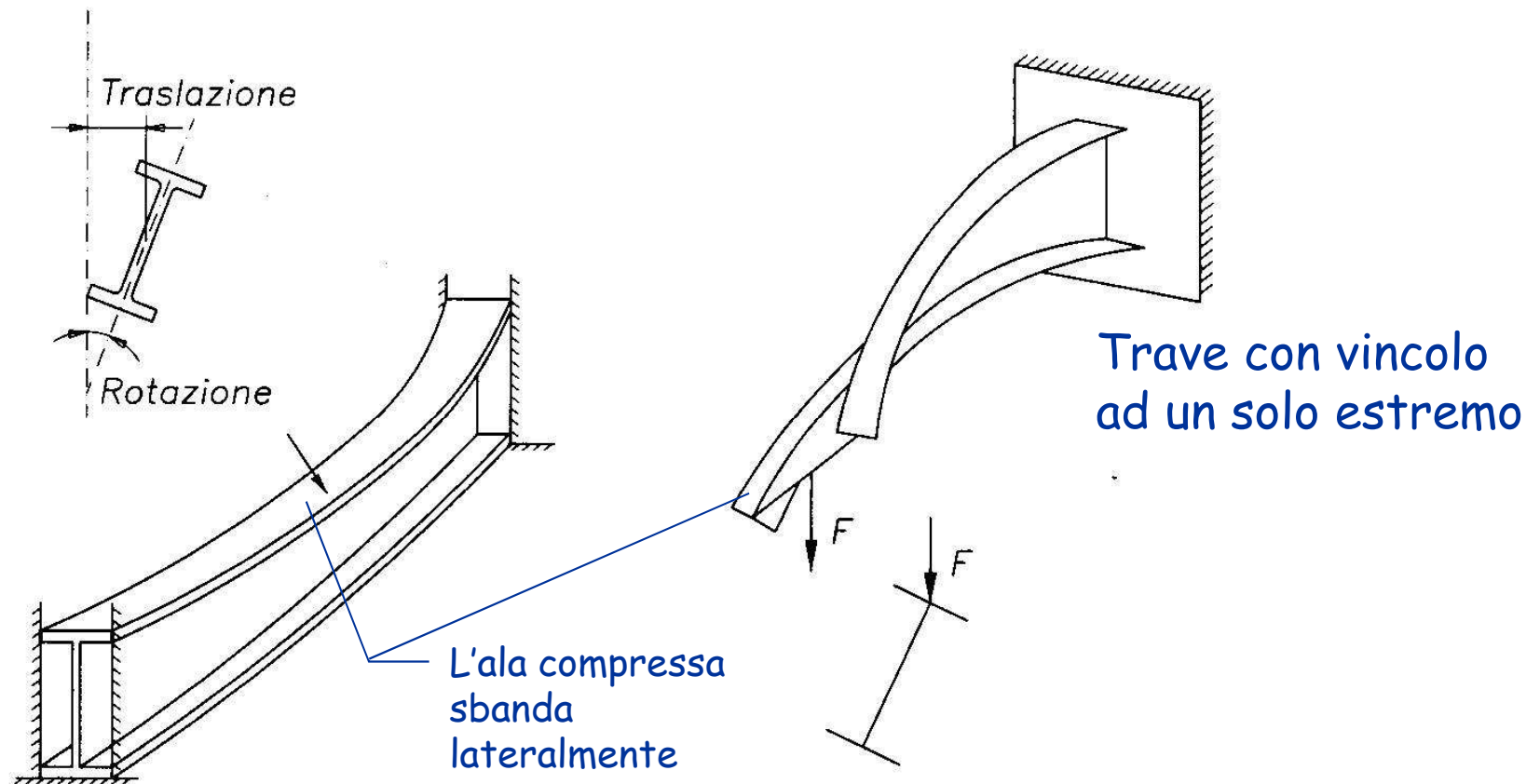
L'ala, compressa, non può sbandare in verticale per la presenza dell'anima ... ma può sbandare in orizzontale



Ala superiore (vista dall'alto)

Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)

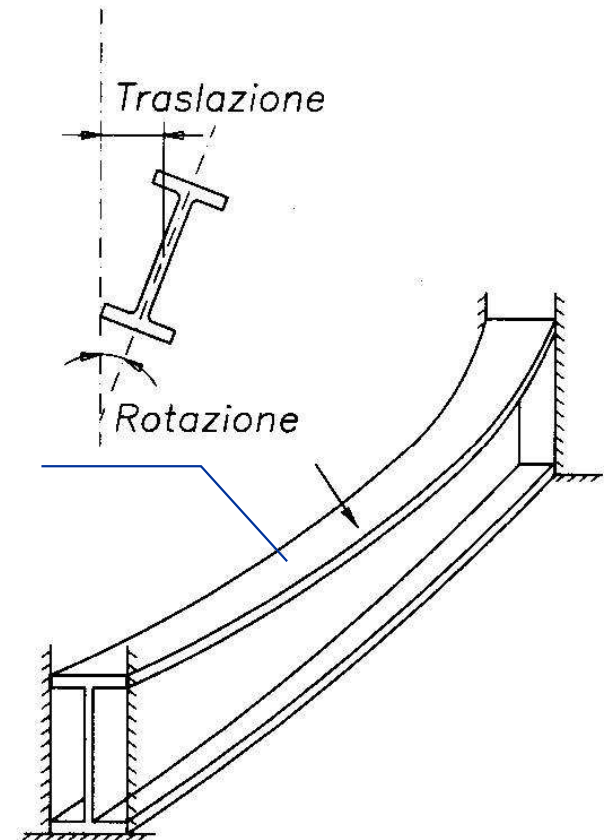


Trave con vincoli ai due estremi

Instabilità flessio-torsionale

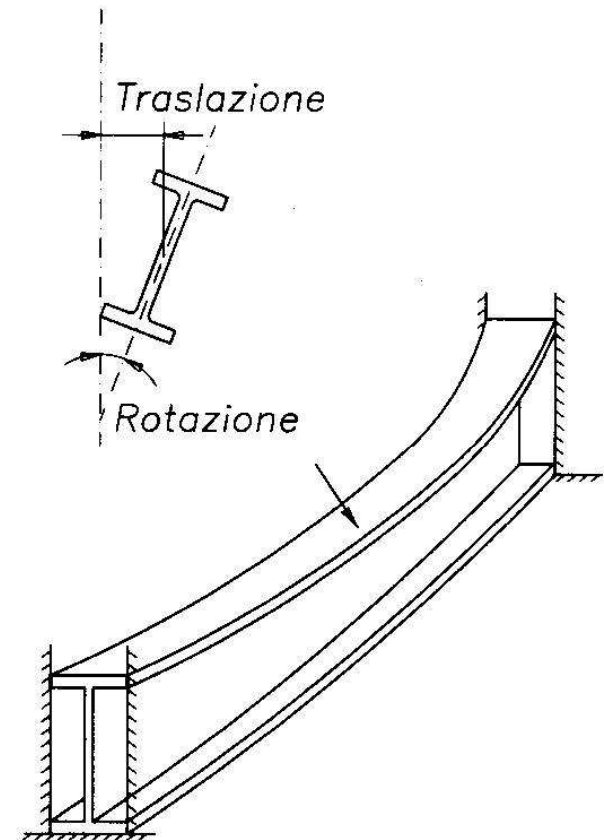
- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)
- L'instabilità può essere evitata con opportuna disposizione di elementi strutturali

Un solaio rigido evita
lo sbandamento
laterale



Instabilità flessio-torsionale

- Le travi inflesse possono sbandare trasversalmente, con rotazione intorno al loro asse (torsionale)
- L'instabilità può essere evitata con opportuna disposizione di elementi strutturali
- Se non può essere evitata, bisogna ridurre il momento resistente



Instabilità flessione-torsionale in campo elastico

- Il momento flettente M_{cr} che provoca l'instabilità è dato dalla formula

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_t}{E I_z}}$$

con

I_z momento d'inerzia flessionale

I_t momento d'inerzia torsionale (da teoria di De S.V.)

I_ω momento d'inerzia settoriale (da teoria di Vlasov)

Instabilità flessio-torsionale in campo elastico

- Esempio 1: IPE 160 di acciaio S275
lunghezza $l_0 = 4.00$ m

$$I_z = 68.31 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{\perp} = 3.60 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{\omega} = 3.96 \times 10^9 \text{ mm}^6$$

$$E = 210000 \text{ MPa}, G = 80770 \text{ MPa}$$

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_{\omega}}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_{\perp}}{E I_z}} = 18.9 \text{ kNm}$$

mentre la resistenza a flessione sarebbe

$$M_{Rd} = 32.5 \text{ kNm}$$

Instabilità flessione-torsionale in campo elastico

- Esempio 2: HE 120 A di acciaio S275
lunghezza $l_0 = 4.00$ m

$$I_z = 230.9 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{\perp} = 5.99 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{\omega} = 4.84 \times 10^9 \text{ mm}^6$$

$$E = 210000 \text{ MPa}, G = 80770 \text{ MPa}$$

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_{\omega}}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_{\perp}}{E I_z}} = 44.6 \text{ kNm}$$

mentre la resistenza a flessione sarebbe

$$M_{Rd} = 31.3 \text{ kNm}$$

Instabilità flessione-torsionale allo stato limite ultimo

- Bisogna ridurre il momento resistente per tener conto dell'instabilità flessione-torsionale
- Le espressioni usate sono simili a quelle dell'instabilità Euleriana

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$\Phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$$\Phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

Il secondo valore è consigliato
per sezioni laminate e per sezioni
composte mediante saldatura

\downarrow \downarrow
 0.2 ÷ 0.4 1 ÷ 0.75

Instabilità flessio-torsionale allo stato limite ultimo

- Esempio 1: IPE 160 di acciaio S275
lunghezza $l_0 = 4.00$ m

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_t}{E I_z}} = 18.9 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = 1.344$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = 0.406$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M1}} = 13.2 \text{ kNm}$$

mentre la resistenza a flessione
sarebbe stata $M_{Rd} = 32.5 \text{ kNm}$

Instabilità flessio-torsionale allo stato limite ultimo

- Esempio 2: HE 120 A di acciaio S275
lunghezza $l_0 = 4.00$ m

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_0^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{l_0^2}{\pi^2} \frac{G I_t}{E I_z}} = 44.6 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = 0.858$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = 0.688$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M1}} = 21.5 \text{ kNm}$$

mentre la resistenza a flessione
sarebbe stata $M_{Rd} = 31.3 \text{ kNm}$

Instabilità flessio-torsionale

allo stato limite ultimo

- Le espressioni usate e gli esempi svolti sono riferite ad aste con momento costante
- Quando il momento varia lungo l'asta si utilizzano fattori correttivi analoghi a quelli già visti per la flessione composta in aste compresse