

Corsi di aggiornamento
Progettazione strutturale
e Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni

9. Vulnerabilità e rischio sismico di edifici esistenti in c.a.

07 – Modellazione della struttura:
schema e rigidezza

Villa Redenta, Spoleto, 22-24 novembre 2018
Aurelio Ghersi

Modellazione

- Il modello della struttura deve essere tridimensionale e rappresentare in modo adeguato le effettive distribuzioni spaziali di massa, rigidezza e resistenza
- Ma non si deve dimenticare che anche il modello più complesso è solo un modello, non è l'oggetto reale
 - Più che sforzarsi a riprodurre nel modello ogni dettaglio dell'oggetto è importante capire in che modo cambiano i risultati se si modifica il modello

Modellazione

Il modello è in genere quello di telaio spaziale, ma occorre soffermarsi su alcuni aspetti:

- Presenza di tratti rigidi, o offset, introdotti (spesso automaticamente) dal programma di calcolo per poter mostrare una immagine più verosimile dell'edificio
 - Aumentano in modo rilevante la rigidezza
- Influenza della fessurazione del calcestruzzo sulla rigidezza delle aste
 - Riduce in modo rilevante la rigidezza
- Possibile descrizione degli elementi non strutturali (tamponature) nel modello
 - Cambia radicalmente la rigidezza del modello

Rigidezza

Qual è la rigidezza di un'asta in cemento armato?

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in acciaio

- Materiale: elastico lineare (fino allo snervamento)



Il comportamento è effettivamente elastico lineare

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in cemento armato

- Acciaio: elastico lineare (fino allo snervamento)
- Calcestruzzo: approssimativamente lineare, ma con **scarsa resistenza a trazione**



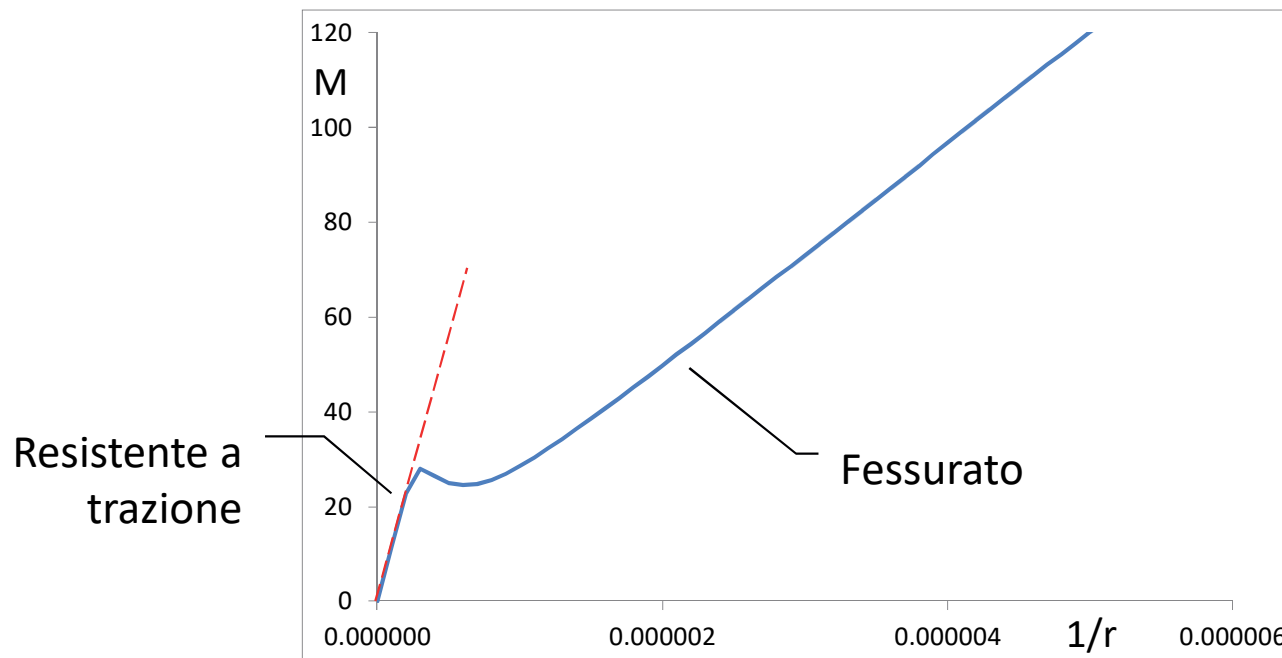
Si fa riferimento alla sezione omogeneizzata (primo stadio)
o alla sezione reagente omogeneizzata (secondo stadio di
comportamento)

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in cemento armato

- Non linearità dovuta alla fessurazione, nel caso di travi



Esempio:

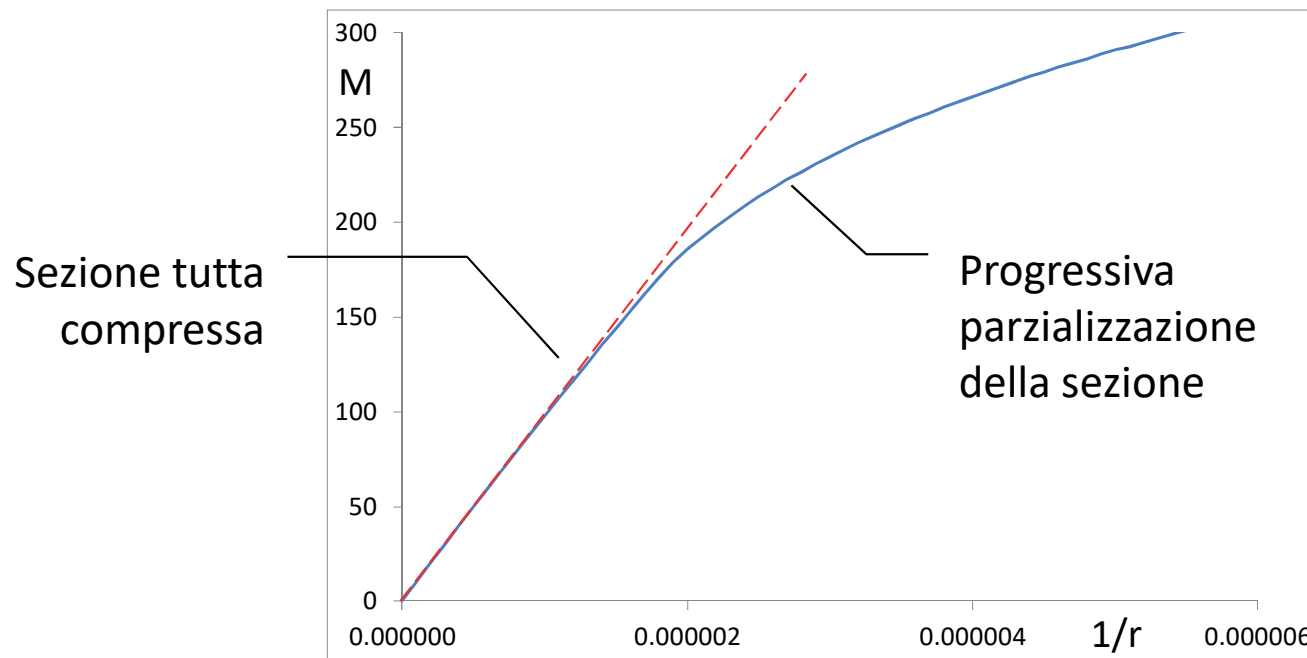
Trave
(elemento
soggetto solo a
flessione)

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in cemento armato

- Non linearità dovute alla fessurazione, in presenza di variazione non proporzionale di M e N



Esempio:
Pilastro
(elemento
soggetto a
flessione
composta)
con N costante

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in cemento armato



Il comportamento reale non è elastico lineare



E allora cosa si fa?

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in cemento armato

- Prime idee (ad esempio per volte in c.a.):
 - Determinare lo stato tensionale nell'ipotesi di materiale omogeneo a comportamento lineare
 - Disporre armatura diffusa dove il calcestruzzo teso non è in grado di portare tensioni

Non perfettamente identico a livello deformativo, ma abbastanza corretto in termini di resistenza

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in cemento armato

- Successivamente (ad esempio per travi):
 - Disporre armatura non diffusa bensì concentrata agli estremi, per massimizzarne il contributo a flessione
 - Risolvere gli schemi strutturali con modello lineare (per comodità operativa si fa riferimento alla sola sezione geometrica)

Non corretto a livello deformativo, ma garantisce adeguata resistenza

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in cemento armato

- La scelta di usare un **modello lineare** nel cemento armato è solo una comoda **semplificazione**
 - Per strutture isostatiche nessun dubbio, perché basta garantire adeguata resistenza
 - Per strutture iperstatiche non si valuta correttamente la distribuzione delle azioni tra i singoli elementi ...
... ma gli effetti viscosi (che possono ridistribuire le azioni) e plastici (col teorema statico dell'analisi limite) garantiscono la sicurezza della struttura

Comportamento delle strutture

Sotto i carichi di esercizio

Strutture in cemento armato

- Per una valutazione più corretta delle deformazioni (ma anche delle sollecitazioni in strutture molto iperstatiche) occorre tener conto della fessurazione
 - Per le travi si può fare riferimento alla sezione reagente omogeneizzata
 - Per i pilastri occorre tener conto del rapporto M/N , perché da questo dipende l'estensione della zona fessurata
- In condizioni sismiche questo può essere rilevante per la verifica SLD

Comportamento delle strutture

Per carichi più forti

Strutture in acciaio

- Materiale: elasto-plastico, con incrudimento
(di solito trascurato)



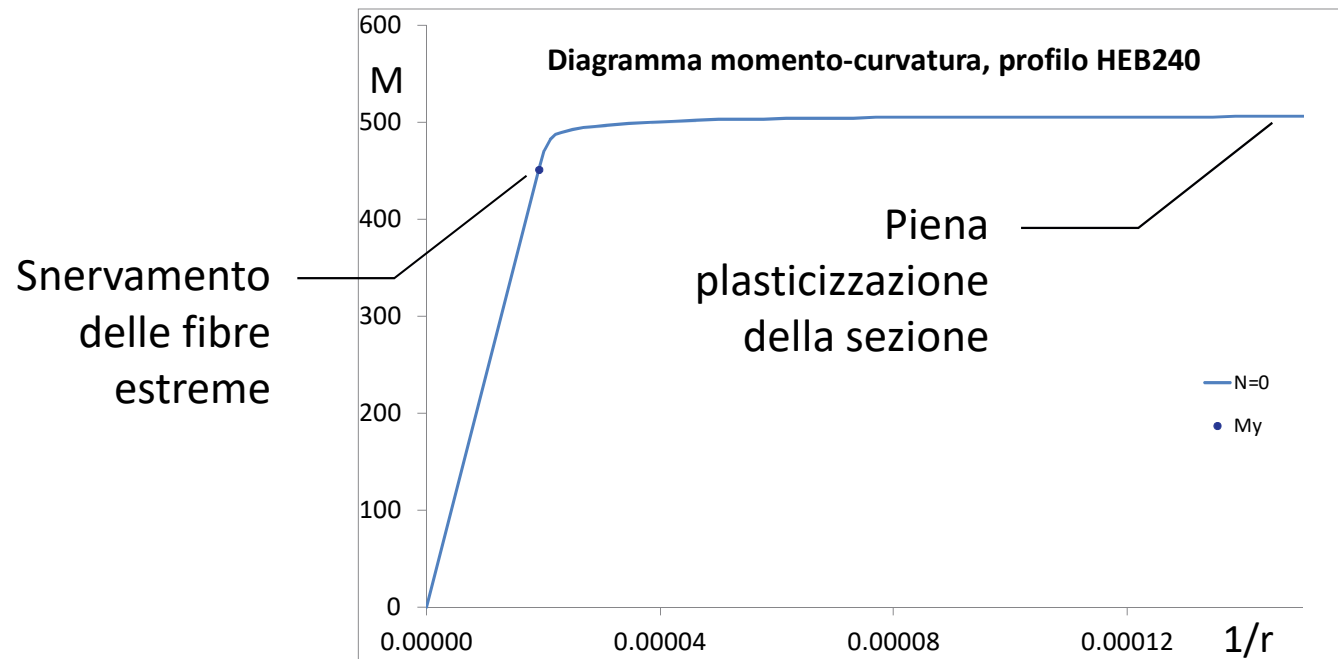
Il comportamento non è più elastico lineare

Comportamento delle strutture

Per carichi più forti

Strutture in acciaio

- Non linearità dovute al legame σ - ϵ



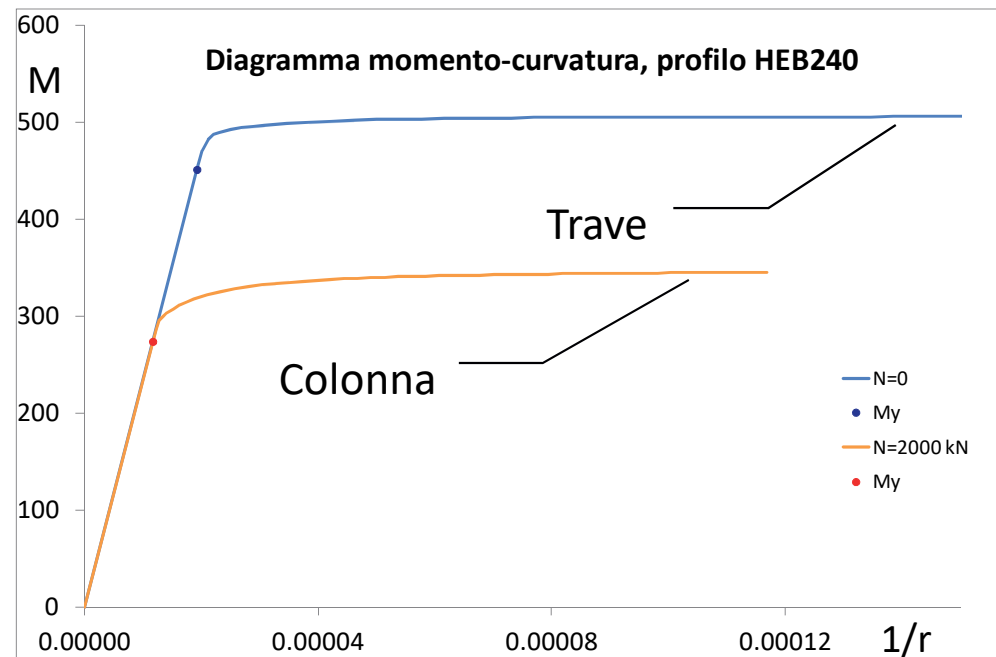
Esempio:
Trave
(elemento
soggetto solo a
flessione)

Comportamento delle strutture

Per carichi più forti

Strutture in acciaio

- Non linearità dovute al legame σ - ϵ



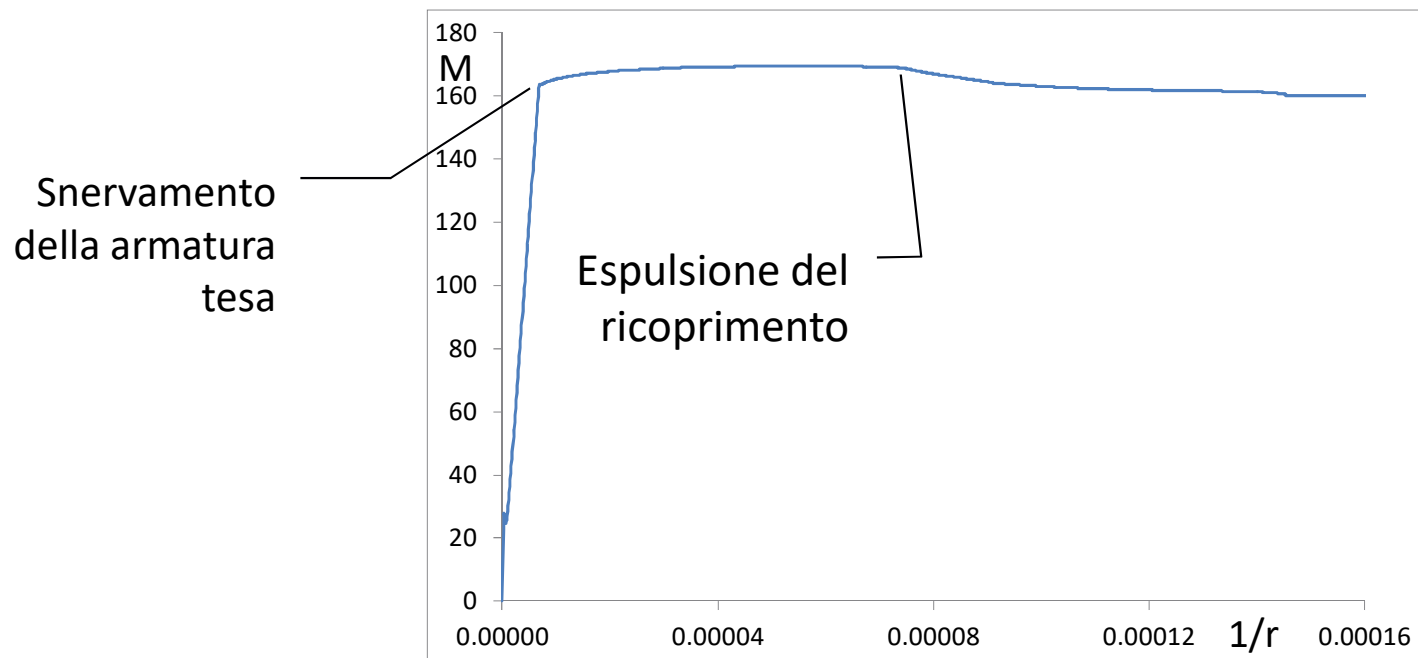
Comportamento analogo anche in presenza di flessione composta

Comportamento delle strutture

Per carichi più forti

Strutture in cemento armato

- Non linearità dovute al legame σ - ϵ per elemento soggetto solo a flessione



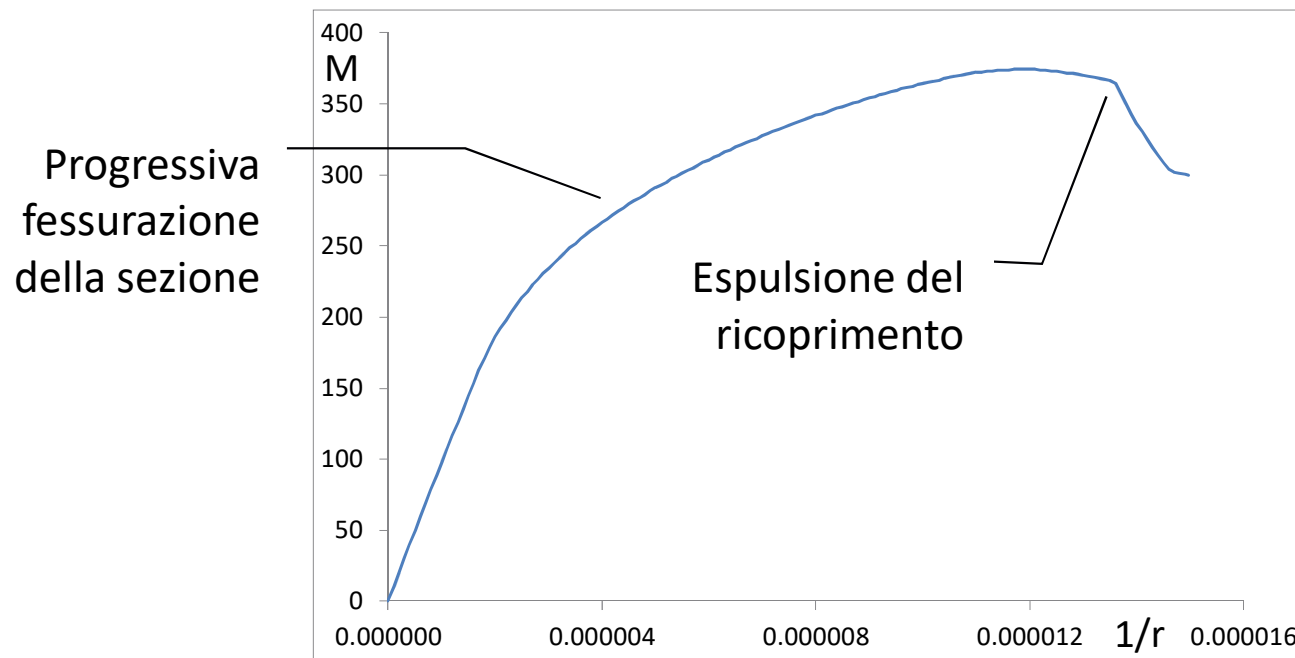
Esempio:
Trave

Comportamento delle strutture

Per carichi più forti

Strutture in cemento armato

- Non linearità dovute al legame σ - ϵ
per elemento soggetto a flessione composta



Esempio:
Pilastro
con N costante

Comportamento delle strutture

Per carichi più forti

Strutture in cemento armato

- Non linearità dovute al legame σ - ε

Per una valutazione numerica occorre:

- definire un legame σ - ε per il calcestruzzo
(ne esistono tanti, ma è possibile selezionarne uno)
- tener conto dell'effetto del confinamento sulla resistenza e duttilità del calcestruzzo
- definire un legame σ - ε per l'acciaio
(in genere elastico-perfettamente plastico)

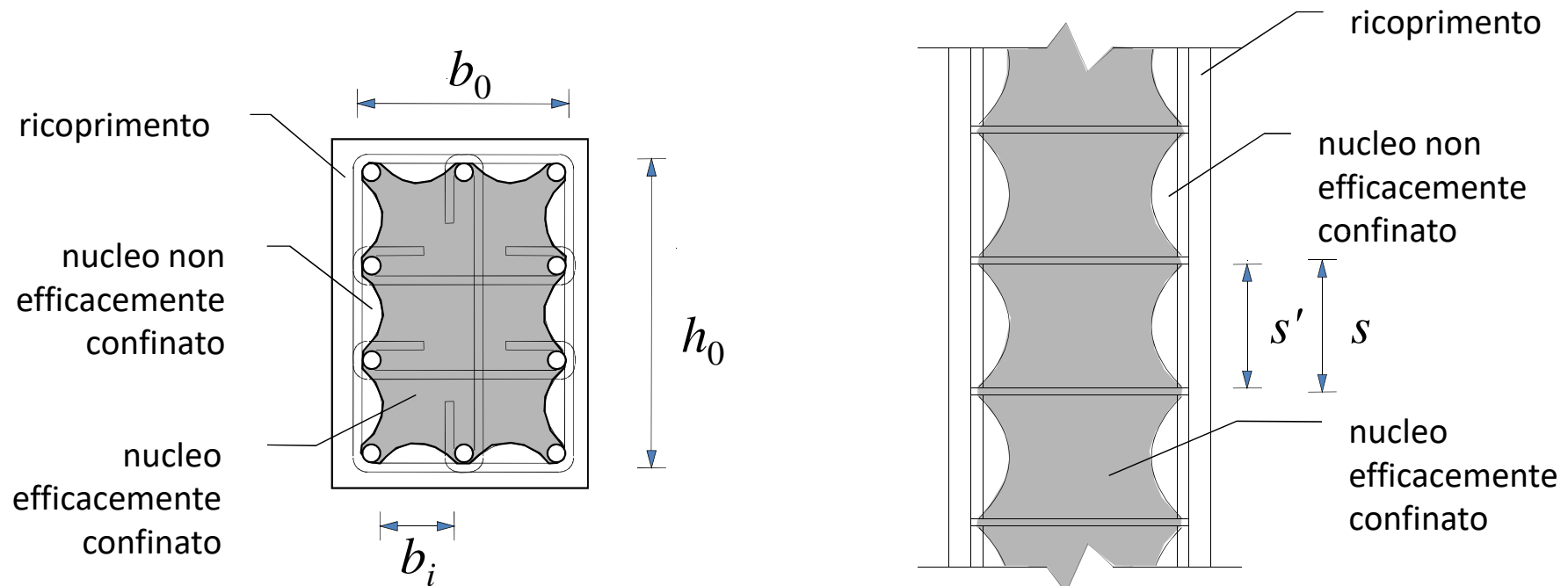
Modellazione

del comportamento di una sezione

Modello per i materiali calcestruzzo

Problemi:

- Distinzione tra ricoprimento e nucleo confinato
- Valutazione dell'effetto del confinamento
- Efficacia del confinamento



Modello per i materiali calcestruzzo

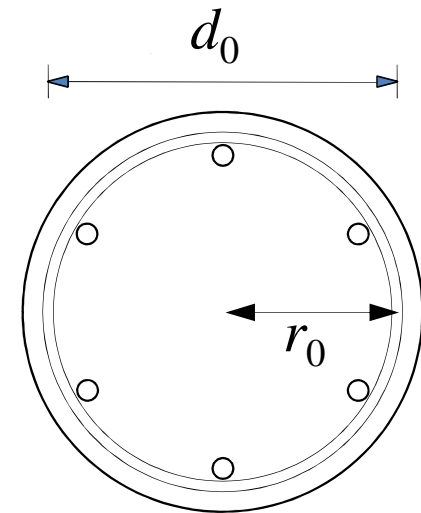
Effetto del confinamento:

- Staffe in una sezione circolare

Quando il calcestruzzo compresso si dilata le staffe danno una compressione trasversale

$$\sigma_{c,transv} = 0.5 \omega_{st} f_c$$

con
$$\omega_{st} = \frac{2 A_{st}}{s r_0} \frac{f_y}{f_c}$$



La compressione trasversale
migliora il comportamento del
calcestruzzo

Modello per i materiali calcestruzzo

Efficacia del confinamento:

- Staffe in una sezione circolare

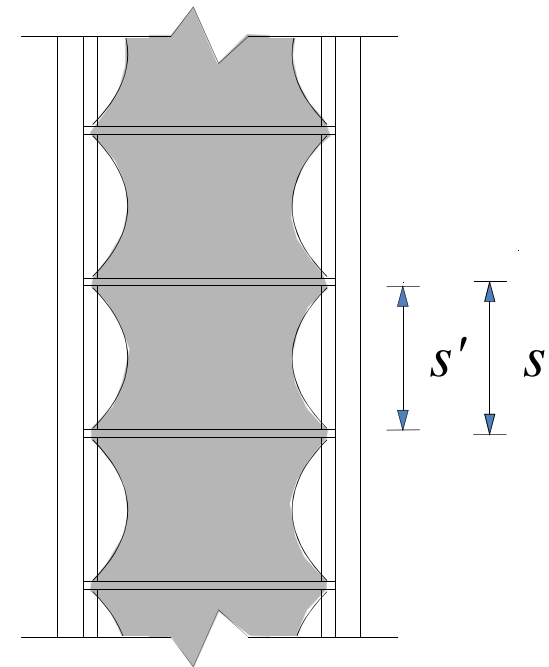
Allontanandosi dalla staffa, la zona
confinata si riduce

Si considera un **coefficiente di efficacia**
pari al rapporto tra volume
effettivamente confinato e volume
idealmente racchiuso dalle staffe

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s'}{3d_0}\right)^2$$

quindi

$$\sigma_{c,trasv} = 0.5 \alpha_s \omega_{st} f_c$$



Modello per i materiali calcestruzzo

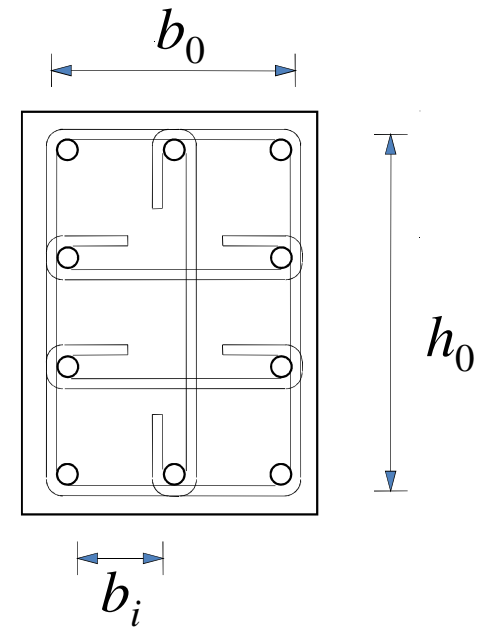
Effetto del confinamento:

- Staffe in una sezione rettangolare

Quando il calcestruzzo compresso si dilata le staffe danno una compressione trasversale

$$\sigma_{c,transv} = 0.5 \omega_{st} f_c$$

con
$$\omega_{st} = \frac{\sum A_{st} l_{st}}{b_0 h_0 s} \frac{f_y}{f_c}$$



Modello per i materiali calcestruzzo

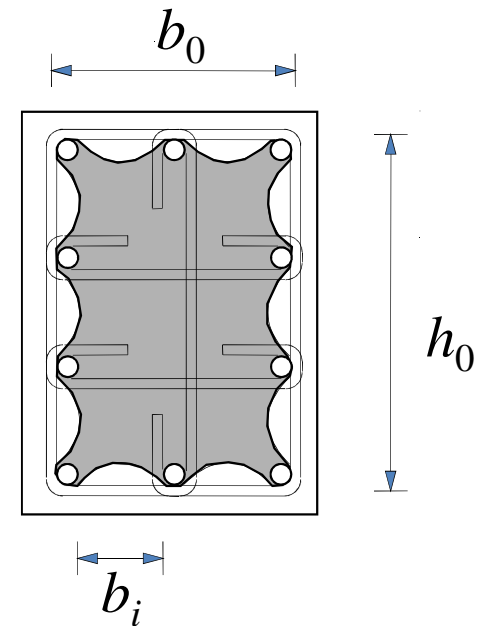
Efficacia del confinamento:

- Staffe in una sezione rettangolare

Staffe e tirantini sono meno efficaci
quando ci si allontana dai punti ben
bloccati

Si considera un **coefficiente di efficacia**

$$\alpha_n = 1 - \sum_n \frac{b_i^2}{6 b_0 h_0}$$



Modello per i materiali calcestruzzo

Efficacia del confinamento:

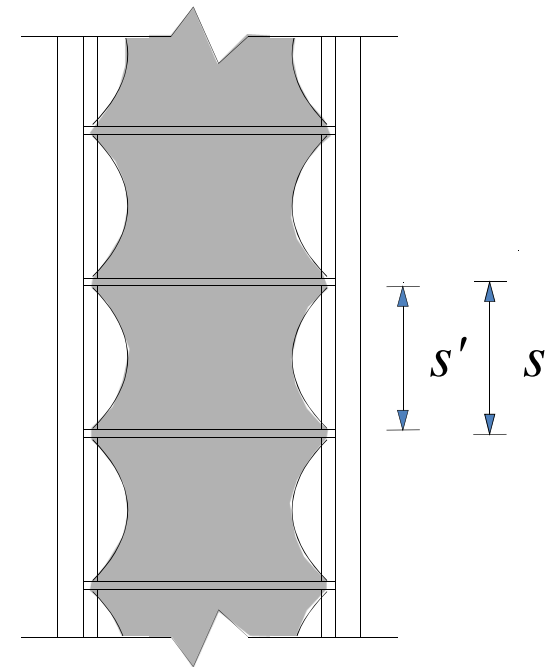
- Staffe in una sezione rettangolare

Anche in senso longitudinale c'è una riduzione dell'efficacia del confinamento

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s'}{3b_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{3h_0}\right)$$

quindi $\sigma_{c,trasv} = 0.5 \alpha \omega_{st} f_c$

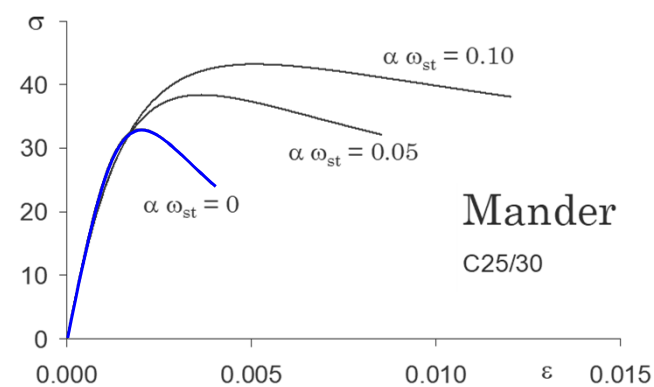
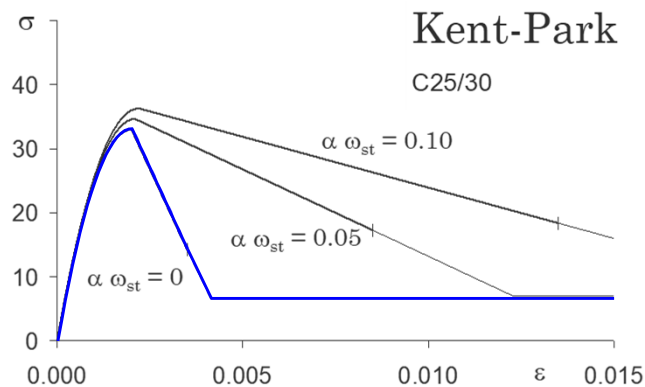
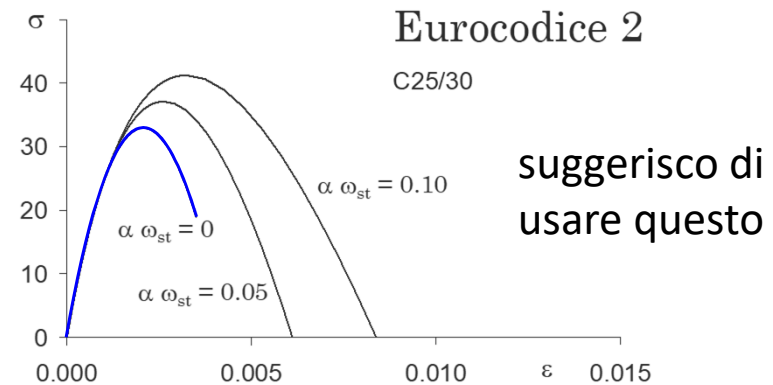
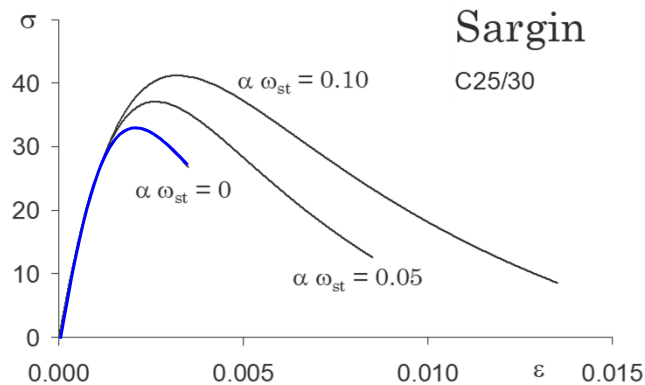
con $\alpha = \alpha_s \alpha_n$



Modello per i materiali calcestruzzo

Modelli:

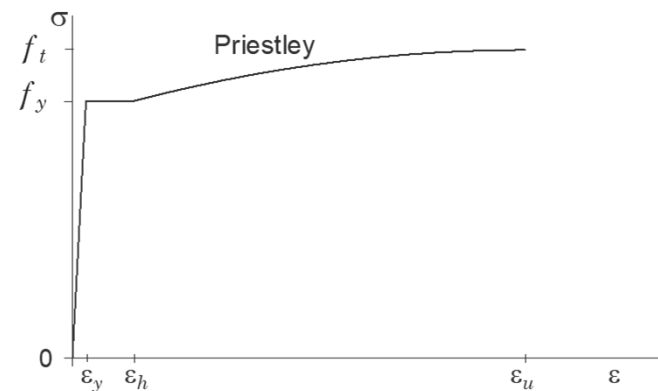
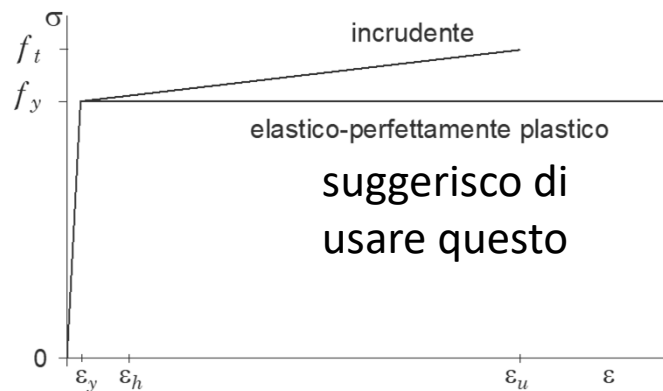
- Esistono numerose proposte, molto diverse



Modello per i materiali acciaio

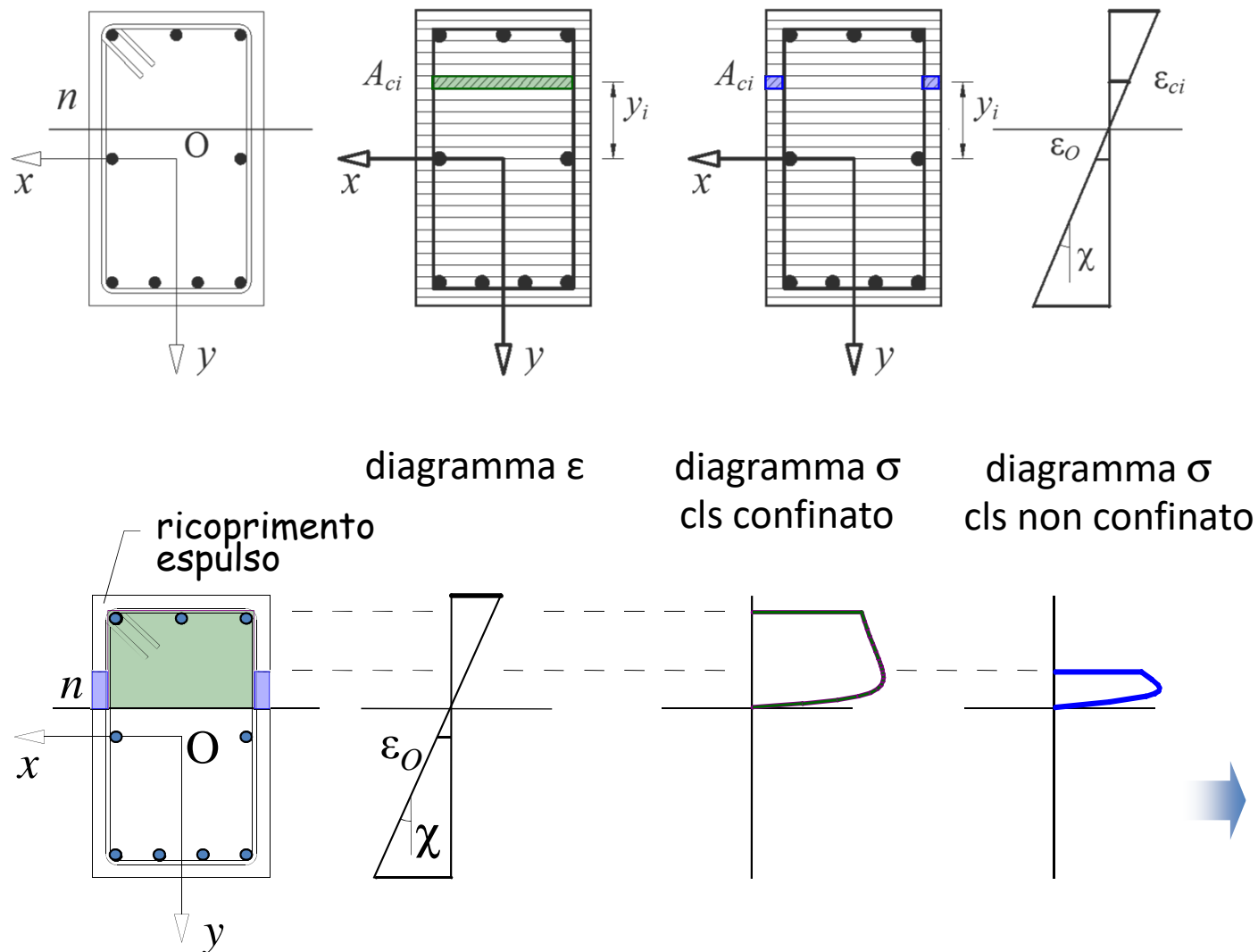
Modelli:

- Esistono alcune proposte, leggermente diverse

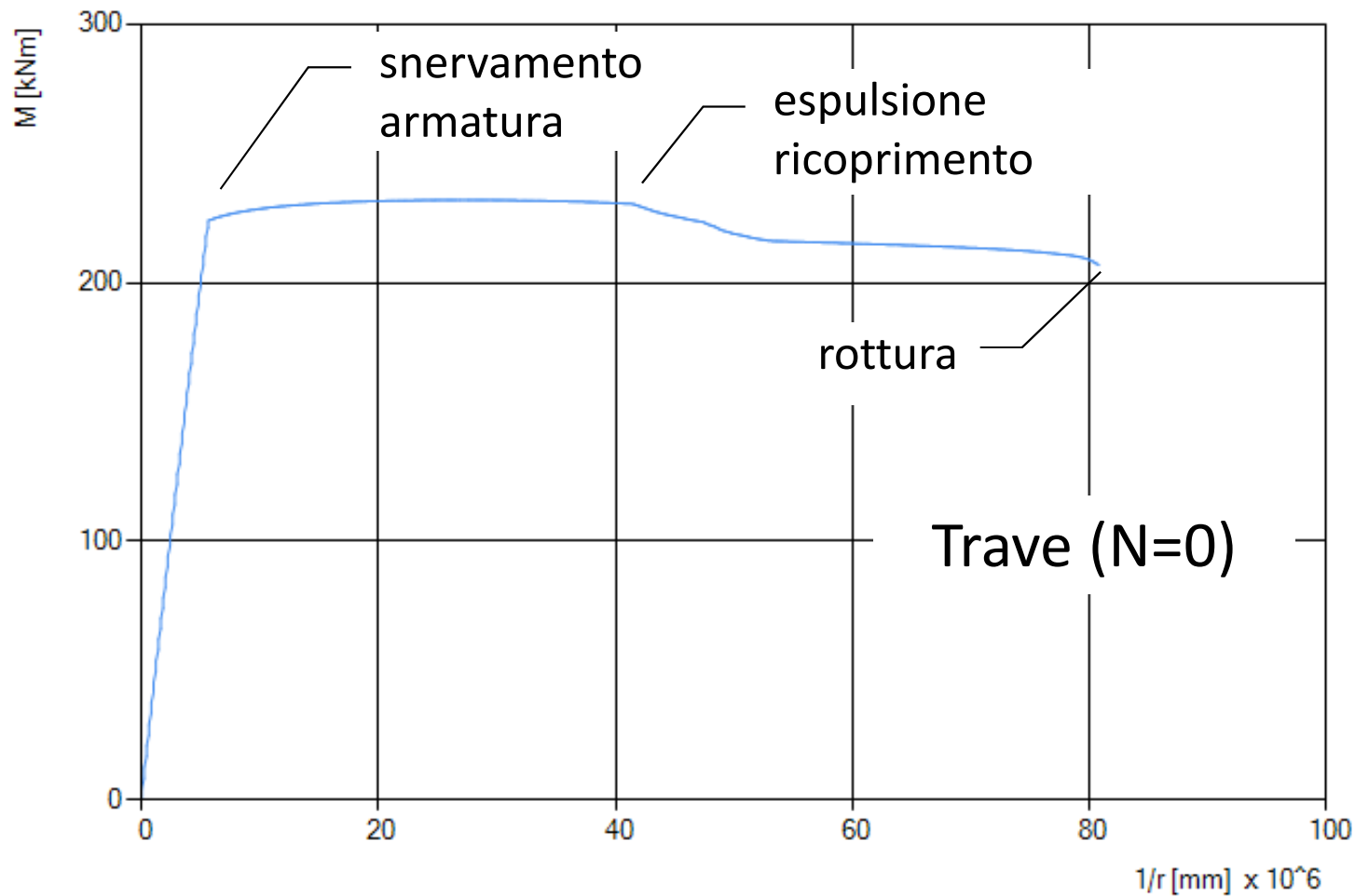


Un confronto con dati sperimentali indica che il modello EC2 per il calcestruzzo ed elastico-perfettamente plastico per l'acciaio forniscono risultati numerici compatibili e cautelativi

Legame momento-curvatura mediante modello a fibre



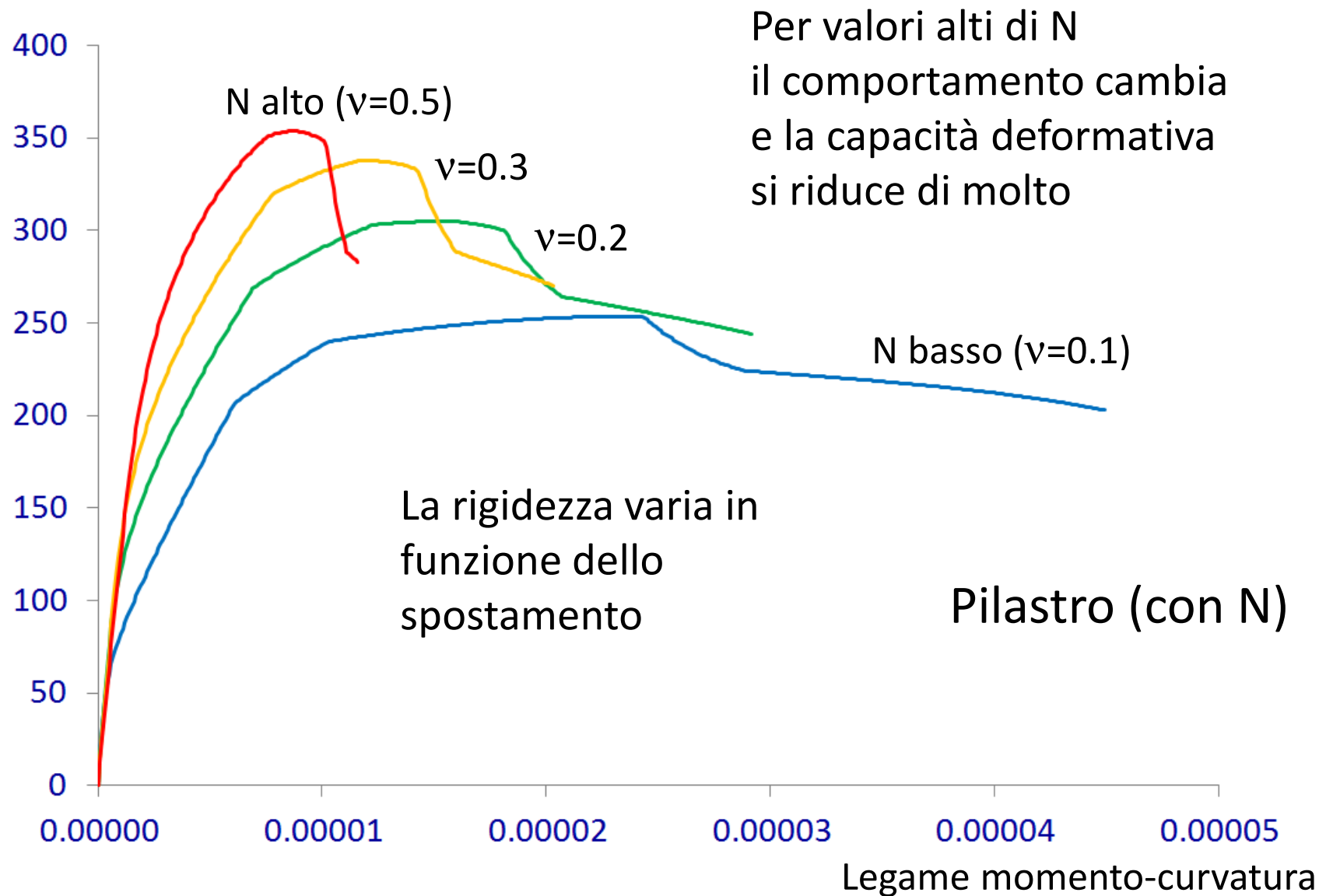
Legame momento-curvatura mediante modello a fibre



La rigidezza è sostanzialmente
quella della sezione fessurata

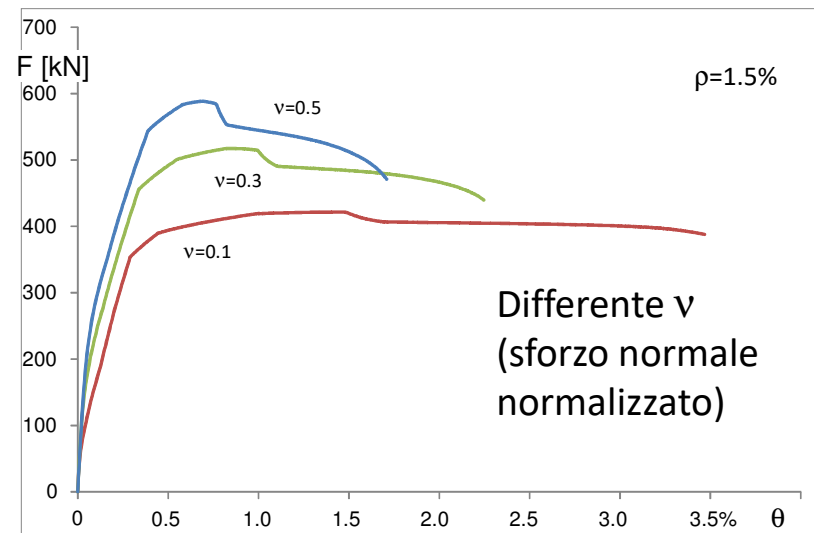
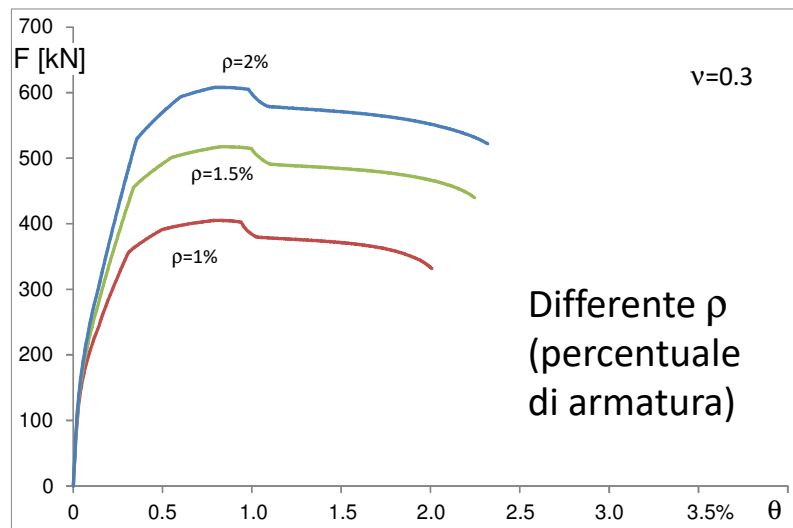
Legame momento-curvatura

Legame momento-curvatura mediante modello a fibre



Legame forza-spostamento mediante modello a fibre

- In maniera analoga si ottiene il diagramma forza-spostamento (o momento-rotazione) per un'asta



Diagrammi riferiti a pilastri con differente percentuale di armatura e differente sforzo normale

Nelle ascisse lo spostamento è normalizzato dividendolo per la lunghezza dell'asta

Rigidezza

- Rigidezza è la pendenza del diagramma (momento-curvatura o forza-spostamento)
 - La rigidezza “tangente” varia da punto a punto, quindi varia durante la risposta sismica della struttura
 - Usare la rigidezza “secante” può consentire di cogliere la risposta sismica media, ma deve essere tarata in funzione dello spostamento massimo
- Non dimentichiamo che nelle strutture intelaiate il nodo trave-pilastro non è puntiforme e la sua rigidezza può influire notevolmente su quella della struttura
 - Il modello di calcolo può prevedere (oppure no) tratti rigidi nel nodo

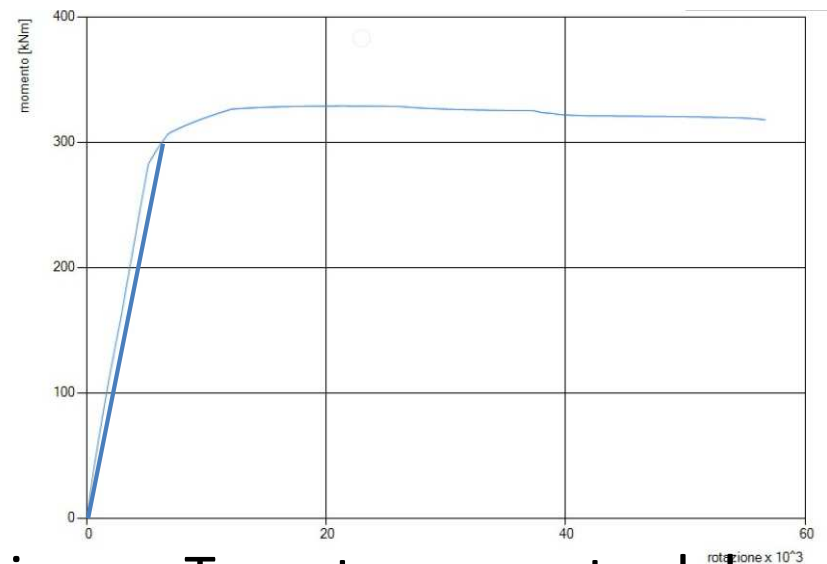
Rigidezza

in analisi lineari

- Sarebbe opportuno fare riferimento alla rigidezza secante, valutata tenendo conto che in genere le analisi lineari sono usate per sollecitazioni abbastanza inferiori alle massime

TRAVE

- Per una trave la rigidezza secante è molto prossima a quella con modello di “secondo stadio”
 - Ma è opportuno considerare la sezione a T per tener conto del contributo del solaio



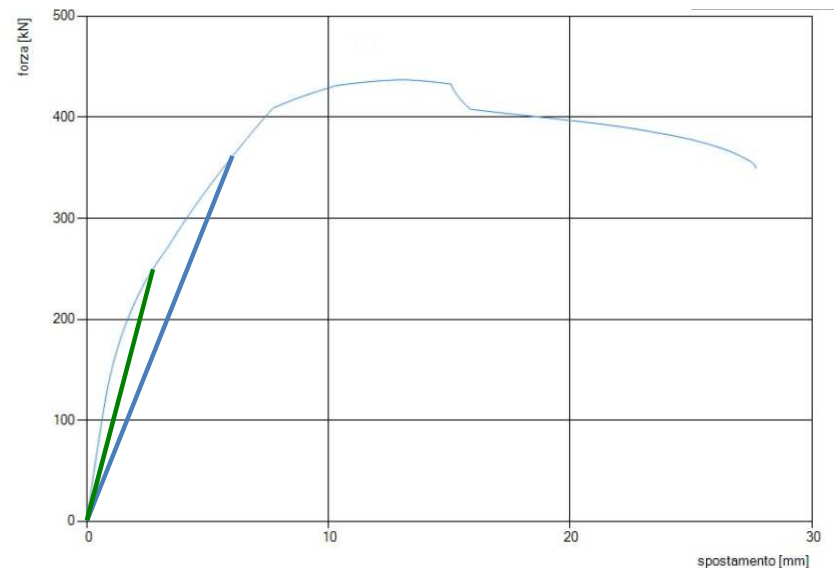
Rigidezza

in analisi lineari

- Sarebbe opportuno fare riferimento alla rigidezza secante, valutata tenendo conto che in genere le analisi lineari sono usate per sollecitazioni abbastanza inferiori alle massime

PILASTRO

- Per un pilastro la rigidezza secante dipende molto dall'entità dello spostamento



Rigidezza

in analisi lineari

- Si dovrebbe tener conto della fessurazione e quindi **ridurre** opportunamente la rigidezza
 - Per le travi è sempre molto minore di quella nominale (cioè riferita alla sezione geometrica)
 - Per i pilastri è spesso minore ma a volte anche maggiore di quella nominale (cioè riferita alla sezione geometrica, senza armature), ma questo dipende molto dal valore di N (oltre che dall'entità dello spostamento)
- Se il modello di calcolo non tiene conto (con offset) dei tratti di incrocio trave-pilastro occorre **aumentare** la rigidezza
 - La rigidezza varia in funzione del cubo del rapporto tra luce teorica e luce netta

Rigidezza

in analisi non lineari

Si possono usare due modelli differenti:

- Modelli a plasticità concentrata
 - Sono i modelli usati normalmente nell'attività professionale
 - Relativamente semplici, l'uso richiede comunque una certa esperienza
- Modelli a plasticità diffusa
 - Sono i modelli più usati a livello di ricerca
 - Molto potenti ma molto pesanti nel calcolo, possono presentare problemi

Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità concentrata

- Modelli a plasticità concentrata
 - Si valuta il comportamento della sezione (legame momento-curvatura)
 - Si schematizza il legame con un andamento elastico-perfettamente plastico
 - Quando si raggiunge il momento di plasticizzazione la sezione può ruotare liberamente, come se ci fosse una cerniera
Quindi si incrementa progressivamente il carico, variando via via lo schema con formazione di cerniere
- Programmi che usano modelli a plasticità concentrata
 - La maggior parte dei programmi commerciali
 - È possibile usare il programma Tel 2016 (www.agheresi.it)

Rigidezza

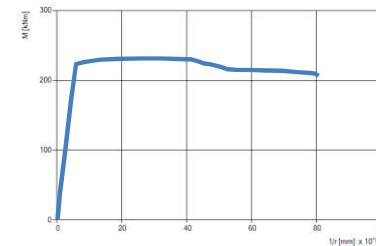
in analisi non lineari – plasticità concentrata

- Modelli a plasticità concentrata

Esempio – trave incastrata e appoggiata

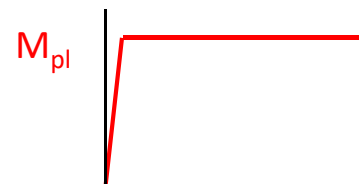


1. Legame momento-curvatura



momento-curvatura

2. Bilinearizzazione del legame

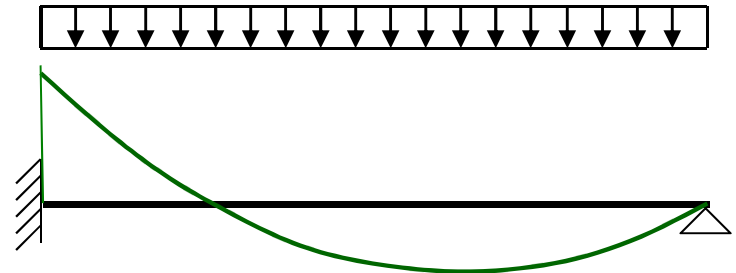


Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità concentrata

- Modelli a plasticità concentrata

Esempio – trave incastrata e appoggiata



3. Applicazione carico

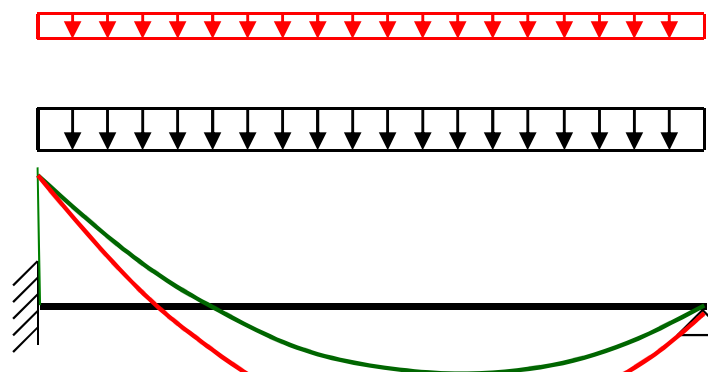
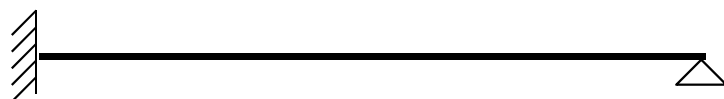
Il carico viene fatto crescere progressivamente,
fino a raggiungere M_{pl}

Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità concentrata

- Modelli a plasticità concentrata

Esempio – trave incastrata e appoggiata



3. Applicazione carico

Per l'ulteriore incremento di carico si usa uno schema variato, con cerniera

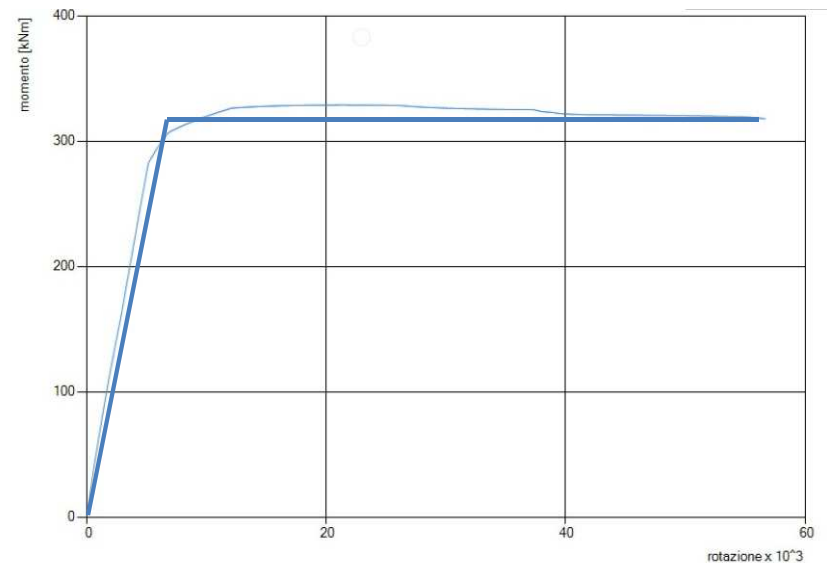
Il risultato complessivo è somma dei due schemi



Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità concentrata

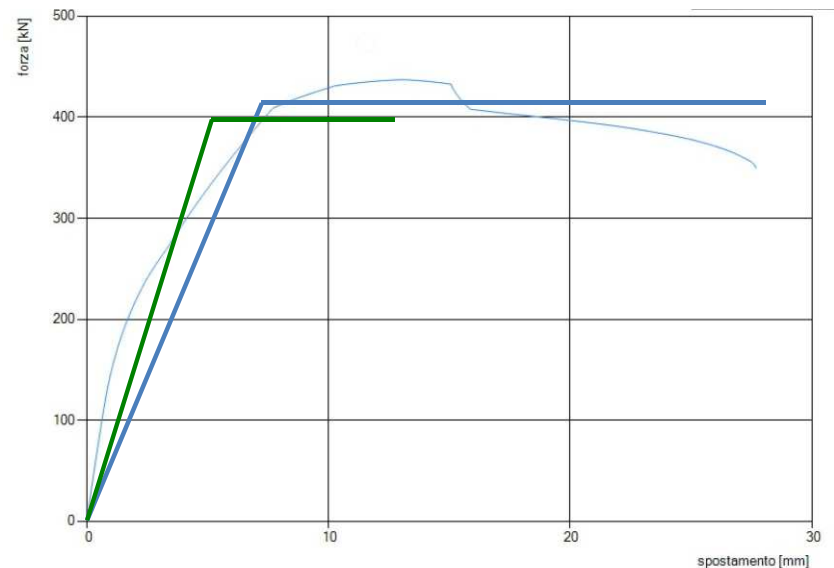
- Si può schematizzare il legame forza-spostamento (o momento-rotazione) con una bilatera
 - La pendenza del primo tratto fornisce la rigidezza
 - Il valore finale di questo tratto è il momento di plasticizzazione, per cui si forma la cerniera
- Per una trave la rigidezza è quasi indipendente dalla deformazione



Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità concentrata

- Si può schematizzare il legame forza-spostamento (o momento-rotazione) con una bilatera
 - La pendenza del primo tratto fornisce la rigidezza
 - Il valore finale di questo tratto è il momento di plasticizzazione, per cui si forma la cerniera
- Per un pilastro la rigidezza dipende molto dall'entità dello spostamento



Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità diffusa

- Modelli a plasticità diffusa
 - Ogni asta è divisa in conci
 - Ciascun concio è descritto con un modello a fibre, con comportamento non lineare (analogo a quanto visto come legame momento-curvatura)
 - Nel progredire dell'analisi al crescere della deformazione varia la rigidezza e variano in maniera non lineare caratteristiche di sollecitazione e deformazioni
- Programmi che usano modelli a plasticità diffusa
 - A livello di ricerca si usa principalmente OpenSees
 - Ora presente anche in qualche programma commerciale

Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità diffusa

- Modelli a plasticità diffusa

Esempio semplificato (solo per mostrare come si può esaminare una singola trave)

- Si valuta il comportamento della sezione (legame momento-curvatura) e quindi di un concio di trave (legame momento-rotazione)
- Si divide ogni trave in conci
- Assegnato un diagramma del momento flettente, si integra la curvatura (ovvero la rotazione relativa tra gli estremi dei conci) per determinare la deformazione dell'asta

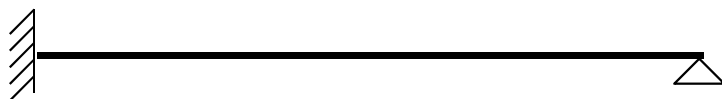
Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità diffusa

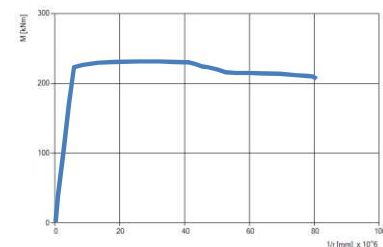
- Modelli a plasticità diffusa

Esempio semplificato (solo per mostrare come si può esaminare una singola trave)

Esempio – trave incastrata e appoggiata

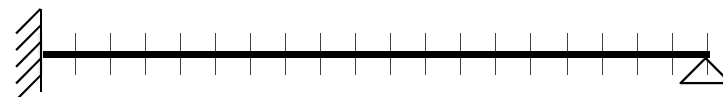


1. Legame momento-curvatura



momento-curvatura

2. Divisione in conci



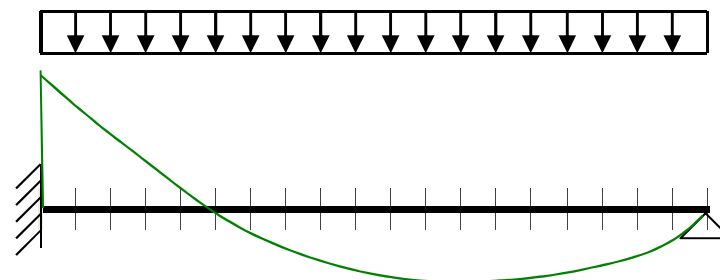
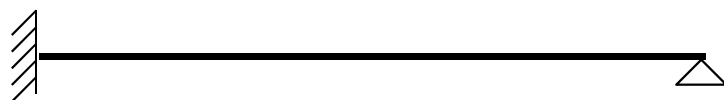
Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità diffusa

- Modelli a plasticità diffusa

Esempio semplificato (solo per mostrare come si può esaminare una singola trave)

Esempio – trave incastrata e appoggiata



3. Applicazione carico

Poiché lo schema è iperstatico, il momento all'incastro è una incognita

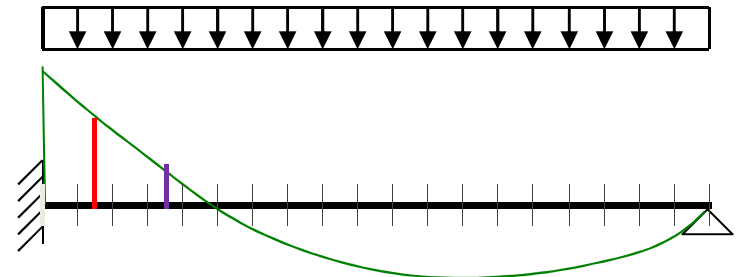
Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità diffusa

- Modelli a plasticità diffusa

Esempio semplificato (solo per mostrare come si può esaminare una singola trave)

Esempio – trave incastrata e appoggiata

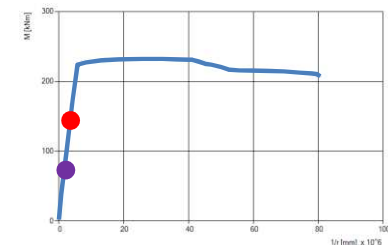


4. Integrazione

Ad ogni momento corrisponde una curvatura e quindi una deformazione del concio

Integrando si trova la deformazione dell'asta

Con condizioni di congruenza si trova il momento all'incastro, incognito



momento-curvatura

Rigidezza

in analisi non lineari – plasticità diffusa

- Il modello tiene automaticamente conto della variazione progressiva della rigidezza al variare dei carichi
- È necessario che tutta l'asta sia modellata come elemento a plasticità diffusa
 - A volte per ridurre l'onere computazionale si considera a plasticità diffusa solo i tratti di estremità, ma questo vanifica in parte l'esattezza
- È necessario tener conto della maggior rigidezza dei tratti nodali
 - Non inserire tratti rigidi in corrispondenza dei nodi falsa il risultato