

## Il cemento armato

Le basi della progettazione strutturale  
esposte in maniera semplice ma rigorosa

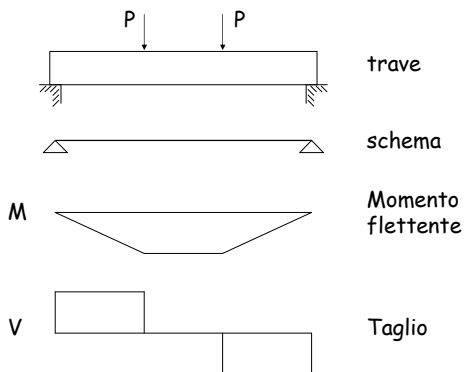
Incontro di aggiornamento  
e presentazione del libro "Il cemento armato"

4 - Taglio; cenni a torsione e punzonamento

Palazzo Gazzoli, Terni  
18-19 giugno 2010  
Aurelio Ghersi

## Taglio

### Comportamento di una trave soggetta a flessione e taglio



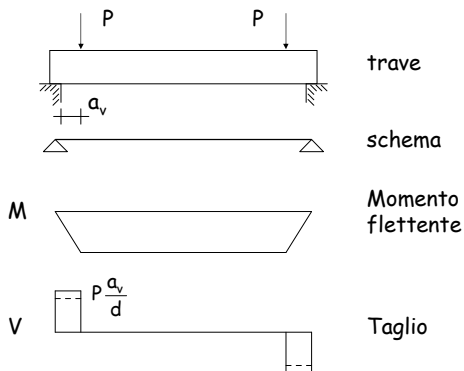
### Meccanismi di resistenza a taglio

- Il modello di trave vale solo quando si è lontani da azioni concentrate (e quindi dagli appoggi)
- In prossimità degli appoggi si ha un trasferimento diretto delle forze, con un "comportamento ad arco"

Indicazioni di normativa:

- L'effetto di carichi applicati ad una distanza  $a_v \leq 2d$  dall'appoggio può essere ridotto nel rapporto  $a_v / 2d$  [NTC08, punto 4.1.2.1.3.3]

### Comportamento di una trave soggetta a flessione e taglio



### Meccanismi di resistenza a taglio

- Il modello di trave vale solo quando si è lontani da azioni concentrate (e quindi dagli appoggi)
- In prossimità degli appoggi si ha un trasferimento diretto delle forze, con un "comportamento ad arco"

Indicazioni di normativa:

- L'effetto di carichi applicati ad una distanza  $a_v \leq 2d$  dall'appoggio può essere ridotto nel rapporto  $a_v / 2d$  [NTC08, punto 4.1.2.1.3.3]
- In presenza di carichi distribuiti il taglio non deve essere verificato ad una distanza minore di  $d$  dalla faccia dell'appoggio [EC2, punto 6.2.1 (8)]

Diagram illustrating the structural analysis of a simply supported beam under a uniformly distributed load  $q$ .

- trave**: The beam structure, showing a uniformly distributed load  $q$  acting downwards. The beam has a depth  $d$ .
- schema**: The schematic representation of the beam, showing a simply supported beam with a span length  $l$ .
- Momento flettente**: The bending moment diagram, showing a parabolic curve with a maximum value  $M$  at the center of the beam.
- Taglio**: The shear force diagram, showing a linear variation of shear force, starting at  $V_{Ed}$  at the left support and crossing zero at the center.

isostatiche

isostatische

ma questa tensione di trazione è incompatibile  
con l'ipotesi fatta per il materiale

Taglio:  
resistenza di una trave  
in assenza di armatura a taglio

## Verifica - tensioni ammissibili

Non è necessaria armatura a taglio se  $\tau < \tau_{c0}$

Vuol dire che:

- Non si accetta trazione dovuta alla flessione
- Si accettano modeste trazioni dovute al taglio

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

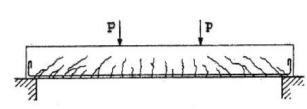
$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d$$

Nota: si devono comunque disporre armature minime a taglio, tranne che nei solai

## Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

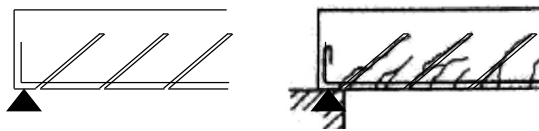
Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio



## Verifica - stato limite ultimo

Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

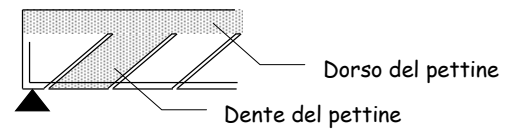


## Verifica - stato limite ultimo

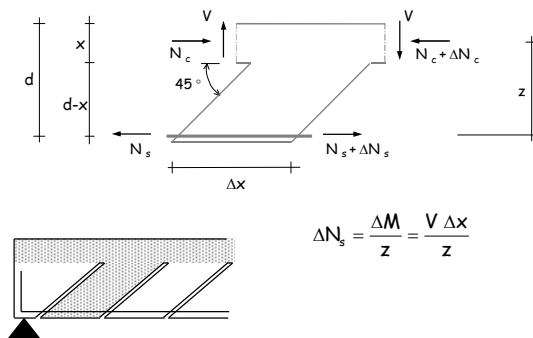
Viene proposto un modello per calcolare la resistenza in assenza di armature a taglio

Si parte dall'esame delle lesioni provocate dal taglio in una trave priva di armature a taglio

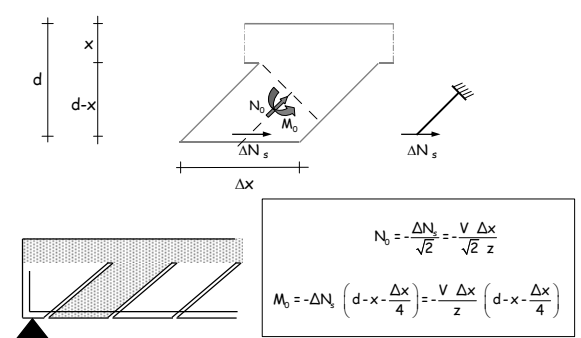
### Modello a pettine



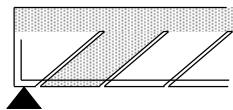
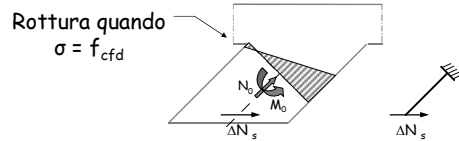
## Resistenza del dente



## Resistenza del dente



## Resistenza del dente

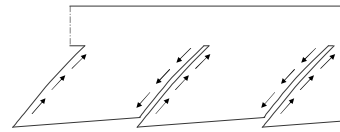


Resistenza del dente:

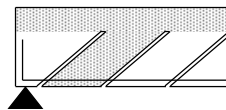
$$V_{Rd} = 0.25 f_{ctd} b d$$

Nota:  $0.25 f_{ctd}$  è ora sostituito da un altro termine, equivalente, funzione di  $f_{ck}$

## Altri contributi alla resistenza del dente



Ingranamento degli inerti

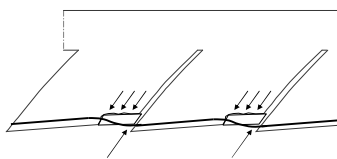


Resistenza del dente:

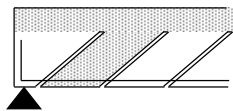
$$V_{Rd} = 0.25 f_{ctd} k b d$$

il coefficiente  $k$  è funzione dell'altezza utile  $d$  della sezione

## Altri contributi alla resistenza del dente



Effetto spinotto

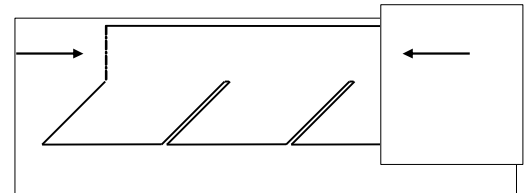


Resistenza del dente:

$$V_{Rd} = 0.25 f_{ctd} k f(\rho_l) b d$$

l'effetto spinotto dipende dalla percentuale  $\rho_l$  di armatura longitudinale

## Altri contributi alla resistenza del dente



La presenza di compressione riduce la lunghezza del dente e quindi le sollecitazioni, aumentando la resistenza a taglio

## Resistenza in assenza di armature (NTC08, punto 4.1.2.1.3.1)

$$V_{Rd,c} = \left[ 0.18 k \frac{\sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} + 0.15 \sigma_{cp} \right] b d$$

NTC08 usa  $V_{Rd}$

EC2 usa  $V_{Rd,c}$  (che preferisco)

$$\geq v_{min} = 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}} \quad \text{quando } \rho_l \text{ è molto piccolo}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0.02 f_{cd} \quad \text{positiva se compressione}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad d \text{ in mm}$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} \leq 0.02$$

## Resistenza in assenza di armature Esempio: solaio (due travetti a metro)

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm} \\ d = 22 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\phi 10 \text{ a travetto} \\ 3.14 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{220}} = 1.953$$

$$\rho_l = \frac{3.14}{20 \times 24} = 0.00654$$

$$\frac{\sqrt[3]{100 \times 0.00654 \times 25}}{1.5} = 1.692$$

$$0.18 \times 1.953 \times 1.692 = 0.595 > 0.035 \times \sqrt{1.953^3 \times 25} = 0.478$$

$$V_{Rd,c} = \left[ 0.18 k \frac{\sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} + 0.15 \sigma_{cp} \right] b d \geq 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}}$$

$$V_{Rd,c} = 0.595 \times 20 \times 22 \times 10^{-1} = 26.18 \text{ kN}$$

### Confronto con tensioni ammissibili solaio (due travetti a metro)

$$b = 20 \text{ cm} \quad h = 24 \text{ cm} \quad A_s = 2 \varnothing 10 \text{ a travetto} \\ d = 22 \text{ cm} \quad 3.1 \text{ cm}^2 \text{ a metro}$$

Il taglio al di sotto del quale non è necessaria armatura a taglio è

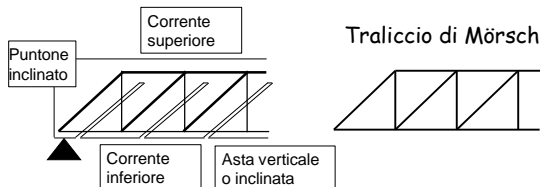
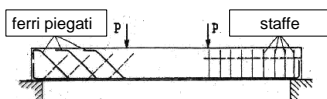
$$V_{c0} = 0.9 \tau_{c0} b d = \\ = 0.9 \times 0.60 \times 20 \times 22 \times 10^{-1} = 23.76 \text{ kN}$$

La resistenza allo SLU è 26.18 kN, di poco maggiore, ma il carico (e quindi il taglio sollecitante), è circa 1.4 volte maggiore

Taglio:  
resistenza di una trave  
con armatura a taglio

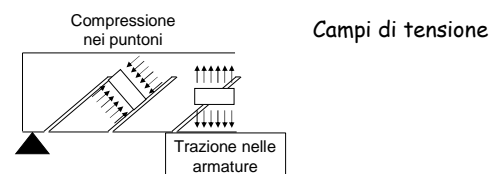
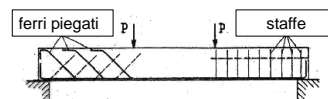
### Trave con armatura a taglio: modelli di calcolo

Possibili armature:



### Trave con armatura a taglio: modelli di calcolo

Possibili armature:



### Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata convenzionalmente col confronto  $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi:  $V_{c1} = 0.9 \tau_{c1} b d$

La resistenza dell'armatura viene valutata col traliccio di Mörsch - schema isostatico

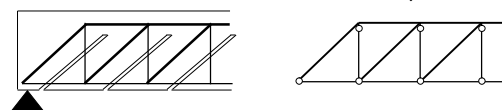
Per staffe:  $V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s$

### Verifica - stato limite ultimo

Sia la resistenza del calcestruzzo che quella dell'armatura vengono valutate col modello di traliccio

Attenzione: occorre tener conto del fatto che il traliccio è iperstatico

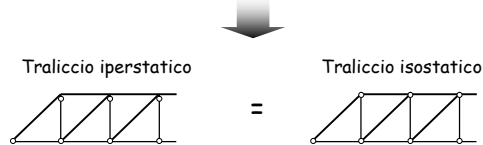
Traliccio iperstatico



## Verifica - stato limite ultimo

In campo lineare, l'iperstaticità del traliccio è irrilevante

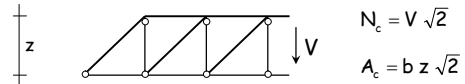
Rigidezza estensionale  $\gg$  Rigidezza flessionale



## Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza del calcestruzzo:



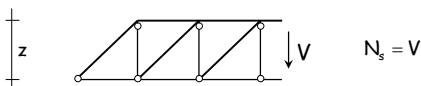
Ponendo  $\sigma_c = f'_{cd}$  si ottiene  $V_{Rd,max} = \frac{1}{2} f'_{cd} b z$

Notare:  $f_{cd} = \alpha \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$   $f_{cd} = v_1 f_{cd}$   $v_1 = 0.5$

## Verifica - stato limite ultimo

Quindi, in una prima fase elastica

Resistenza dell'armatura:



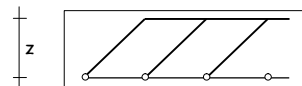
Ponendo  $\sigma_s = f_{yd}$  si ottiene  $V_{Rd,s} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z$

## Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "normale"

Se si rompe prima il calcestruzzo: fine



$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v f_{cd} b z$$

Se si snerva l'armatura  
scompare l'armatura a taglio

rimane ancora il "pettine"  
con la sua resistenza

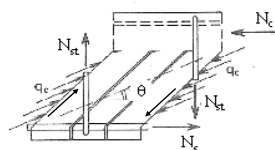
$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} \quad \text{con} \quad V_{cd} = V_{Rd1}$$

questo modello non è più considerato dalle NTC08

## Verifica - stato limite ultimo

Superata la fase elastica, si hanno due modelli

Modello "di traliccio a inclinazione variabile"



Quando si snerva l'armatura  
scompare l'armatura a taglio  
ma per l'ingranamento degli  
inerti la direzione di  
compressione si inclina

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} f'_{cd} b z$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{st}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

## Resistenza in presenza di staffe (NTC08, punto 4.1.2.1.3.2)

NTC08 usa  $V_{Rd}$

EC2 usa  $V_{Rd,max}$

(che preferisco)

$$V_{Rd,max} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f'_{cd} b z \quad z = 0.9 d$$

$$f'_{cd} = 0.5 f_{cd}$$

$$\alpha_c = 1$$

in assenza di compressione

$$\alpha_c = 1 + \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}$$

$$\text{per } 0 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 0.25$$

$$\alpha_c = 1.25$$

$$\text{per } 0.25 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 0.5$$

$$\alpha_c = 2.5 \left( 1 - \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right)$$

$$\text{per } 0.5 \leq \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \leq 1$$

### Resistenza in presenza di staffe (NTC08, punto 4.1.2.1.3.2)

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta \quad z = 0.9 d$$

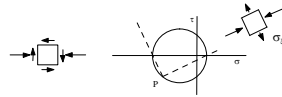
NTC08 usa  $V_{Rsd}$   
EC2 usa  $V_{Rd,s}$   
(che preferisco)  
sia per  $V_{Rd,max}$  che per  $V_{Rd,s}$

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

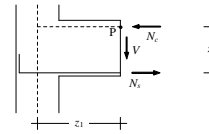
in presenza di compressione

$$\cot \theta_1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

$$\cot \theta_1 = \frac{\tau}{\sigma_t}$$

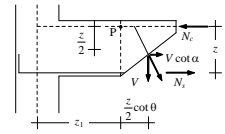


### Traslazione del diagramma del momento (NTC08, punto 4.1.2.1.3.2)



approccio tradizionale:

$$N_s = \frac{M(z_1)}{z}$$



equilibrio (con taglio inclinato):

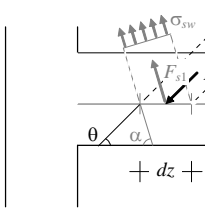
$$N_s = \frac{M(z_2)}{z} > \frac{M(z_1)}{z}$$

$$z_2 = z_1 + \frac{z}{2} (\cot \theta - \cot \alpha)$$

occorre aumentare l'armatura longitudinale

### Modello di campi di tensione

$$F_{s1} = \frac{A_{sw}}{s} dz \sigma_{sw}$$

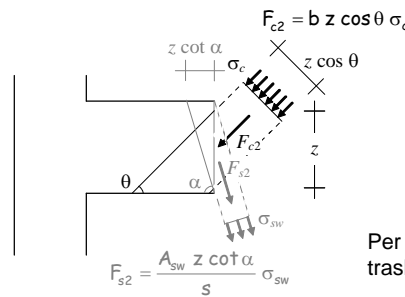


$$F_{c1} = b dz \sin \theta \sigma_c$$

Per l'equilibrio alla traslazione verticale:

$$b \sin^2 \theta \sigma_c = \frac{A_{sw}}{s} \sin \alpha \sigma_{sw}$$

### Modello di campi di tensione



Per l'equilibrio alla traslazione verticale:

$$V = b z \sin \theta \cos \theta \sigma_c + \frac{A_{sw}}{s} z \cos \alpha \sigma_s$$

### Modello di campi di tensione

Dalle due relazioni

$$b \sin^2 \theta \sigma_c = \frac{A_{sw}}{s} \sin \alpha \sigma_{sw}$$

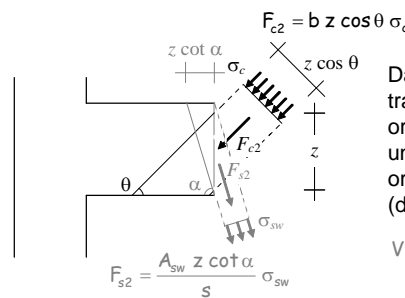
$$V = b z \sin \theta \cos \theta \sigma_c + \frac{A_{sw}}{s} z \cos \alpha \sigma_s$$

si ricavano le stesse espressioni viste in precedenza

$$V_{Rsd} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

$$V_{Rcd} = \frac{f_{cd} b z (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta}$$

### Modello di campi di tensione



Dall'equilibrio alla traslazione orizzontale rimane una componente orizzontale (da bilanciare)

$$V (\cot \theta - \cot \alpha)$$

### Componente orizzontale da equilibrare

$$V (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Scuola milanese:

- La componente è ripartita tra  $N_c$  ed  $N_s$
- Si ottiene così l'incremento di armatura tesa (traslazione del diagramma del momento)

Scuola napoletana:

- L'intera componente è assegnata ad un'apposita armatura, detta "di parete"
- Si ottiene così, in aggiunta alle staffe ( $\cot \alpha = 0$ ), l'armatura di parete

$$A_{sl} = \frac{V \cot \theta}{f_{yd}}$$

### Componente orizzontale da equilibrare

$$V (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Suggerimento:

- Posso ritenere, in accordo con la scuola milanese, che una parte (metà) della forza di trazione vada a scaricare  $N_c$  e quindi che occorra portare solo l'altra metà
- Questa metà è assegnata all'armatura "di parete"

$$A_{sl} = \frac{V \cot \theta}{2 f_{yd}}$$

- Se  $A_{sl}$  mi sembra eccessiva e ne metto di meno devo incrementare l'armatura inferiore (analogamente a traslazione diagramma momenti)

### Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rd,max} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f'_{cd} b z$$

$$\alpha_c = 1$$

$$f'_{cd} = 0.5 \times 14.17 = 7.08 \text{ MPa}$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rcd} = 439.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow V_{Rcd} = 303.2 \text{ kN}$$

### Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rsd} = 108.1 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow V_{Rsd} = 270.1 \text{ kN}$$

### Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza della sezione è il minore tra  $V_{Rd,max}$  e  $V_{Rd,s}$  calcolati con  $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

In questo caso è sempre  $V_{Rd,max} > V_{Rd,s}$

$$\text{Per } \cot \theta = 2.5 \text{ si ha } V_{Rd,s} = 270.1 \text{ kN}$$

Nota: verificare anche l'armatura longitudinale

### Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente - tensioni ammissibili

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad \text{staffe } \varnothing 8/15 (6.7 \text{ cm}^2/\text{m}) \\ d = 46 \text{ cm}$$

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{cl} = 0.9 \tau_{cl} b d = 0.9 \times 1.83 \times 30 \times 46 \times 10^{-1} = 227.3 \text{ kN}$$

La resistenza dell'armatura è

$$V_{st} = \frac{A_{st}}{s} 0.9 d \bar{\sigma}_s = 6.7 \times 0.9 \times 46 \times 255 \times 10^{-3} = 70.7 \text{ kN}$$



### Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente - confronto TA-SLU

b = 30 cm      h = 50 cm      staffe Ø8/15 (6.7 cm<sup>2</sup>/m)  
d = 46 cm

La resistenza dell'armatura è

- 70.7 kN      per TA
- 270.1 kN      per SLU

Anche tenendo conto della differenza di carico,  
la resistenza è oltre 2.5 volte maggiore

### Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

b = 30 cm      h = 50 cm      staffe Ø8/10 (10 cm<sup>2</sup>/m)  
d = 46 cm

La resistenza della trave a taglio è

$$V_{Rd,max} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f'_{cd} b z$$

$$\alpha_c = 1$$

$$f'_{cd} = 0.5 \times 14.17 = 7.08 \text{ MPa}$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rcd} = 439.7 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow V_{Rcd} = 303.2 \text{ kN}$$

### Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

b = 30 cm      h = 50 cm      staffe Ø8/10 (10 cm<sup>2</sup>/m)  
d = 46 cm

La resistenza dell'armatura è

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} z \cot \theta$$

$$\cot \theta = 1 \Rightarrow V_{Rsd} = 162.0 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow V_{Rsd} = 405.0 \text{ kN}$$

### Verifica in presenza di armatura a taglio trave emergente

b = 30 cm      h = 50 cm      staffe Ø8/10 (10 cm<sup>2</sup>/m)  
d = 46 cm

La resistenza della sezione è il minore tra  $V_{Rd,max}$  e  $V_{Rd,s}$

	$\cot \theta = 1$	1.5	2	2.5
$V_{Rcd}$	439.7	405.9	351.8	303.2
$V_{Rsd}$	162.0	243.0	324.0	405.0

Per  $\cot \theta = 2.1$  si ha  $V_{Rd,max} = V_{Rd,s} = 340.2 \text{ kN}$

Nota: verificare anche l'armatura longitudinale

### Progetto dell'armatura allo stato limite ultimo

Staffe: 
$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta}$$

Occorre definire  $\cot \theta$

1. Verificare la resistenza del calcestruzzo e individuare il massimo valore possibile per  $\cot \theta$

Ponendo 
$$V_{Rd,max} = \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \alpha_c f'_{cd} b z = V_{Ed}$$

si ottiene 
$$\cot \theta = \frac{\alpha_c f'_{cd} b z}{2 V_{Ed}} + \sqrt{\left( \frac{\alpha_c f'_{cd} b z}{2 V_{Ed}} \right)^2 - 1} \leq 2.5$$

### Progetto dell'armatura allo stato limite ultimo

Staffe: 
$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta}$$

Occorre definire  $\cot \theta$

2. Utilizzare il valore di  $\cot \theta$  così determinato, oppure un valore minore

Al crescere di  $\cot \theta$  si riducono le staffe necessarie, ma cresce l'armatura di parete (o longitudinale)

Consiglio di non superare  $\cot \theta = 2$

3. Calcolo l'armatura di parete o verifico l'armatura longitudinale

### Progetto dell'armatura trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad V_{Ed} = 150 \text{ kN}$$

$$c = 4 \text{ cm} \quad d = 46 \text{ cm}$$

#### 1. Calcolo

$$\cot \theta = \frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} + \sqrt{\left( \frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} \right)^2 - 1} = 5.69$$

#### 2. Posso usare $\cot \theta = 2.5$ , ma io preferisco $\cot \theta = 2$

$$\text{Ottengo } \frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta} = 4.62 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Userò  $\varnothing 8/20$

$$3. \text{ Armatura di parete } A_{sl} = \frac{V_{Ed} \cot \theta}{f_{yd}} = 7.67 \text{ cm}^2$$

### Progetto dell'armatura trave emergente

$$b = 30 \text{ cm} \quad h = 50 \text{ cm} \quad V_{Ed} = 400 \text{ kN}$$

$$c = 4 \text{ cm} \quad d = 46 \text{ cm}$$

#### 1. Calcolo

$$\cot \theta = \frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} + \sqrt{\left( \frac{\alpha_c f_{cd} b z}{2 V_{Ed}} \right)^2 - 1} = 1.555$$

#### 2. Userò $\cot \theta = 1.555$

$$\text{Ottengo } \frac{A_{st}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0.9 d f_{yd} \cot \theta} = 15.88 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Dovrei usare  $\varnothing 8/6$  (forse eccessivi)

$$3. \text{ Armatura di parete } A_{sl} = \frac{V_{Ed} \cot \theta}{f_{yd}} = 15.9 \text{ cm}^2$$

### Minimi di armature nelle travi (NTC08, punto 4.1.6.1.1)

Area minima longitudinale:

$$A_{s,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b d \geq 0.0013 b d$$

Area minima delle staffe:

$$A_{st} = 1.5 b \text{ mm}^2 / \text{m} \quad \text{può essere condizionante, in particolare per travi a spessore}$$

Inoltre: 3 staffe a metro, passo non superiore a  $0.8 d$

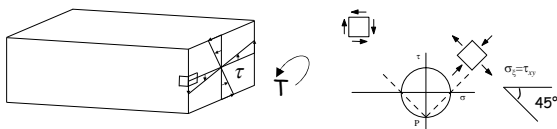
Ulteriori indicazioni (EC2):

$$\rho_w = \frac{A_{st}}{s b} \geq \rho_{w,min} = \frac{0.08 \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

versioni precedenti davano passi molto ridotti

### Torsione (fare solo cenni)

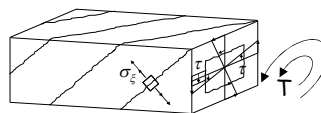
### Comportamento di una trave 1 - calcestruzzo resistente a trazione



Per bassi livelli di sollecitazioni, la torsione è fronteggiata dallo stato tensionale che si sviluppa nel calcestruzzo.

Le armature non partecipano efficacemente alla resistenza strutturale.

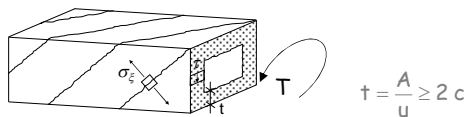
### Comportamento di una trave 2 - calcestruzzo non resistente a trazione



Aumentando il momento torcente ...

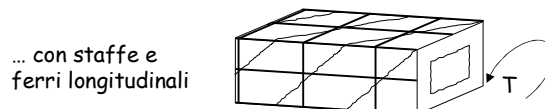
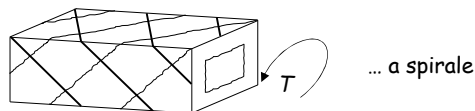
... il calcestruzzo si fessura

## Comportamento di una trave 2 - calcestruzzo non resistente a trazione

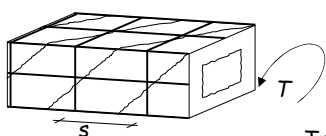


La parte interna della sezione non dà contributo ...  
... si considera una sezione cava

## Armatura a torsione

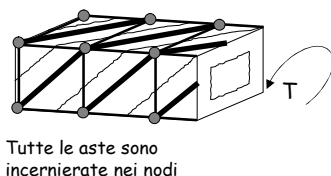


## Modello di calcolo



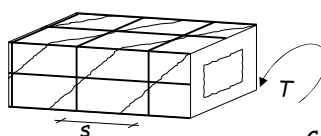
Traliccio di Rausch

Barre longitudinali =  
correnti tesi  
Staffe = montanti tesi  
Calcestruzzo =  
diagonali compresse

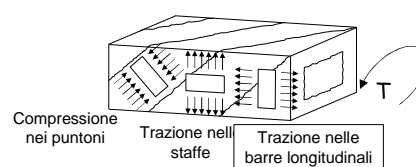


Tutte le aste sono  
incernierate nei nodi

## Modello di calcolo



Campi di tensione



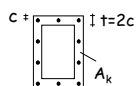
Compressione  
nei puntoni  
Trazione nell  
staffe  
Trazione nelle  
barre longitudinali

## Verifica - tensioni ammissibili

La resistenza del calcestruzzo viene valutata  
convenzionalmente col confronto  $\tau \leq \tau_{c1}$

Quindi:

$$T_{c1} = 2 A_k \tau_{c1}$$



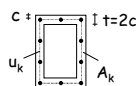
La resistenza dell'armatura viene valutata col  
traliccio di Rausch

Per le staffe:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s$$

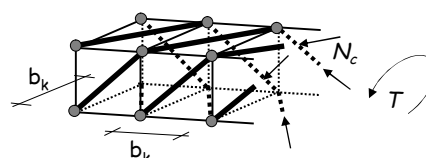
Per i ferri longitudinali:

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s$$



## Resistenza a torsione - SLU con puntoni inclinati a 45°

Resistenza del calcestruzzo:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$

$$A_c = \frac{t b_k}{\sqrt{2}}$$

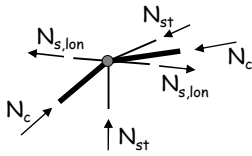
con  $t = 2c$

Ponendo  $\sigma_c = f'_{cd}$  si ottiene  $T_{Rcd} = f'_{cd} A_k$

$$f'_{cd} = 0.5 f_{cd}$$

### Resistenza a torsione - SLU con puntoni inclinati a 45°

Resistenza dell'armatura:



$$N_c = \frac{T}{\sqrt{2} b_k}$$

$$N_{st} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

$$N_{s,lon} = \frac{N_c}{\sqrt{2}}$$

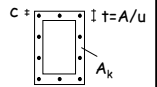
Ponendo  $\sigma_{st} = f_{yd}$  si ottiene  $T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd}$

Ponendo  $\sigma_{s,lon} = f_{yd}$  si ottiene  $T_{Rld} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} f_{yd}$

### Resistenza a torsione - SLU con puntoni inclinati a 45°

Resistenza del calcestruzzo

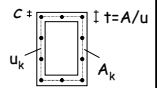
$$T_{Rcd} = A_k + f'_{cd}$$



Resistenza dell'armatura

Staffe:  $T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd}$

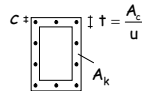
Ferri longitudinali:  $T_{Rld} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} f_{yd}$



### Resistenza a torsione - SLU con puntoni ad inclinazione variabile (NTC08, 4.1.2.1.4)

Resistenza del calcestruzzo

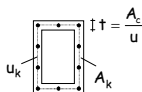
$$T_{Rcd} = 2 A_k + f'_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$



Resistenza dell'armatura

Staffe:  $T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd} \cot \theta$

Ferri longitudinali:  $T_{Rld} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} f_{yd} \frac{1}{\cot \theta}$



Per effetto dell'ingranamento degli inerti i puntoni di calcestruzzo si inclinano ( $0.4 \leq \cot \theta \leq 2.5$ )

### Resistenza a torsione trave emergente

$b = 30 \text{ cm}$   $h = 50 \text{ cm}$   $A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$   
 $c = 4 \text{ cm}$   $d = 46 \text{ cm}$   $\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.33 cm}^2\text{/m)}$

$t = \frac{30 \times 50}{2(30 + 50)} = 9.38 \text{ cm}$   $A_k = (30 - 9.38) \times (50 - 9.38) = 838 \text{ cm}^2$   
 $f'_{cd} = 7.08 \text{ MPa}$

La resistenza della trave a torsione è

$$T_{Rcd} = 2 A_k + f'_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$

$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rcd} = 55.7 \text{ kN m}$

$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow T_{Rcd} = 38.4 \text{ kN m}$

### Resistenza a torsione trave emergente

$b = 30 \text{ cm}$   $h = 50 \text{ cm}$   $A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$   
 $c = 4 \text{ cm}$   $d = 46 \text{ cm}$   $\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.33 cm}^2\text{/m)}$

La resistenza dell'armatura è

Staffe:  $T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd} \cot \theta$

$\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rsd} = 21.8 \text{ kN m}$

$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow T_{Rsd} = 54.5 \text{ kN m}$

Ferri longitudinali:  $T_{Rld} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} f_{yd} \frac{1}{\cot \theta}$

$u_k = 122.5 \text{ cm}$   $\cot \theta = 1 \Rightarrow T_{Rld} = 65.9 \text{ kN m}$

$\cot \theta = 2.5 \Rightarrow T_{Rld} = 26.3 \text{ kN m}$

### Resistenza a torsione trave emergente

$b = 30 \text{ cm}$   $h = 50 \text{ cm}$   $A_{s,lon} = 8\text{Ø}14 \text{ (12.3 cm}^2\text{)}$   
 $c = 4 \text{ cm}$   $d = 46 \text{ cm}$   $\text{staffe } \text{Ø}8/15 \text{ (3.33 cm}^2\text{/m)}$

La resistenza della sezione è il minore tra  $T_{Rcd}$   $T_{Rsd}$   $T_{Rld}$

	$\cot \theta = 1$	1.5	2	2.5
$T_{Rcd}$	55.7	51.4	44.6	38.4
$T_{Rsd}$	21.8	32.7	43.6	54.5
$T_{Rld}$	65.9	43.9	32.9	26.3

Si ha  $T_{Rsd} = T_{Rld}$  per  $\cot \theta = \sqrt{\frac{A_{s,lon}/u_k}{A_{st}/s}} = 1.736$

Per tale valore  $T_{Rsd} = T_{Rld} = 37.8 \text{ kNm}$   
 $T_{Rcd} = 48.2 \text{ kNm}$

### Resistenza a torsione trave emergente - tensioni ammissibili

b = 30 cm      h = 50 cm       $A_{s,lon} = 8\varnothing 14$  (12.3 cm<sup>2</sup>)  
c = 4 cm      d = 46 cm      staffe  $\varnothing 8/15$  (3.33 cm<sup>2</sup>/m)

La resistenza della trave a torsione è       $t = 2c = 8$  cm

$$T_{cl} = 2 A_k t \tau_{cl} =$$

$$= 2 \times (22 \times 42) \times 8 \times 1.83 \times 10^{-3} = 27.1 \text{ kNm}$$

La resistenza dell'armatura è

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s =$$

$$= 2 \times (22 \times 42) \times 3.4 \times 255 \times 10^{-5} = 16 \text{ kNm}$$

$$T_{s,lon} = 2 A_k \frac{A_{s,lon}}{u_k} \bar{\sigma}_s$$

$$= 2 \times (22 \times 42) \times 0.096 \times 255 \times 10^{-3} = 45 \text{ kNm}$$

### Resistenza a torsione trave emergente - confronto SLU-TA

Tensioni ammissibili:

$$T_{st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} \bar{\sigma}_s = 16 \text{ kNm}$$

Stato limite ultimo ( $\cot \theta = 1.736$ ):

$$T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{st}}{s} f_{yd} \cot \theta = 37.8 \text{ kNm}$$

Anche se i carichi allo SLU sono circa 1.4 volte maggiori, la resistenza è notevolmente maggiore (nell'esempio circa 1.7 volte)

### Dimensionamento della sezione allo stato limite ultimo

1. Scegliere un valore per  $\cot \theta$  ed ipotizzare un valore per  $t$  (almeno pari a 2 c)

2. Invertendo l'espressione di  $T_{Rcd}$  calcolare  $A_k$

$$A_k = \frac{T_{Ed}}{2 t f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}}$$

3. Definire una sezione  $b \times h$  che garantisca  $A_k$  e calcolare  $t$

$$t = \frac{A}{u} \geq 2c$$

4. Ricalcolare  $A_k$  e controllare che vada bene

$$A_k = (b - t)(h - t)$$

### Dimensionamento della sezione esempio

Dati:  $T_{Ed} = 26 \text{ kNm}$

1. Assumo  $\cot \theta = 2$  e  $t = 10 \text{ cm}$

$$2. A_k = \frac{T_{Ed}}{2 t f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}} = \frac{26 \times 10^3}{2 \times 10 \times 7.08 \times \frac{2}{1 + 2^2}} = 459 \text{ cm}^2$$

3. Potrei usare una sezione  $30 \times 40$  che (per  $t = 10 \text{ cm}$ ) ha  $A_k = 600 \text{ cm}^2$   
Preferisco  $30 \times 50$        $t = \frac{1500}{160} = 9.38 \text{ cm}$

$$4. A_k = (30 - 9.38)(50 - 9.38) = 838 \text{ cm}^2$$

va bene

### Progetto di staffe e barre longitudinali allo stato limite ultimo

1. Verificare la resistenza del calcestruzzo e individuare il massimo valore possibile per  $\cot \theta$

Ponendo       $T_{Rcd} = 2 A_k t f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = T_{Ed}$

si ottiene       $\cot \theta = \frac{A_k t f_{cd}}{T_{Ed}} + \sqrt{\left( \frac{A_k t f_{cd}}{T_{Ed}} \right)^2 - 1} \leq 2.5$

2. Utilizzare il valore di  $\cot \theta$  così determinato, oppure un valore minore, per calcolare staffe e barre longitudinali

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{T_{Ed}}{2 A_k f_{yd} \cot \theta} \quad A_{s,lon} = \frac{T_{Ed} u_k \cot \theta}{2 A_k f_{yd}}$$

3. Distribuire le barre longitudinali in proporzione ai lati

### Progetto di staffe e barre longitudinali esempio

Dati:  $T_{Ed} = 26 \text{ kNm}$

Si è scelta una sezione  $30 \times 50$

$$1. \cot \theta = \frac{A_k t f_{cd}}{T_{Ed}} + \sqrt{\left( \frac{A_k t f_{cd}}{T_{Ed}} \right)^2 - 1} =$$

$$= \frac{838 \times 9.38 \times 7.08}{26 \times 10^3} + \sqrt{(2.14)^2 - 1} = 4.03$$

2. Si può usare anche  $\cot \theta = 2.5$ ; scelgo  $\cot \theta = 2$

$$\frac{A_{st}}{s} = \frac{26 \times 10^3}{2 \times 838 \times 391.3 \times 2} = 1.98 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad \varnothing 8/25$$

$$A_{s,lon} = \frac{26 \times 122.5 \times 2}{2 \times 838 \times 391.3} \times 10^3 = 9.71 \text{ cm}^2$$

## Progetto di staffe e barre longitudinali esempio

Dati:  $T_{Ed} = 26 \text{ kNm}$

Si è scelta una sezione  $30 \times 50$

Se però si decide di usare  $\varnothing 8/20 = 2.5 \text{ cm}^2/\text{m}$   
questo corrisponde a

$$\cot \theta = \frac{T_{Ed}}{2 A_k f_{yd} A_{st} / s} = 1.586$$

L'armatura longitudinale necessaria è

$$A_{s,lon} = \frac{26 \times 122.5 \times 1.586}{2 \times 838 \times 391.3} \times 10^3 = 7.70 \text{ cm}^2$$

## Torsione e taglio

Calcestruzzo:

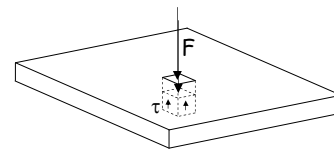
$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rcd}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rcd}} \leq 1$$

Staffe:

- si progettano separatamente, per la torsione e per il taglio e si sommano.
- l'angolo  $\theta$  deve essere uguale per la torsione e per il taglio.

## Punzonamento (fare solo cenni)

## Il fenomeno

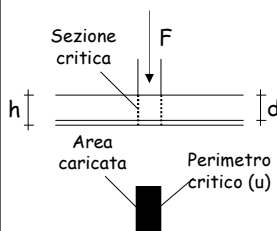


Le  $\tau$  equilibrano la forza concentrata F

La forza massima che le  $\tau$  possono contrastare è la resistenza a punzonamento dell'elemento in calcestruzzo

Se la forza F supera la resistenza a punzonamento si dispone un'armatura a punzonamento (barre piegate a  $45^\circ$ )

## Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

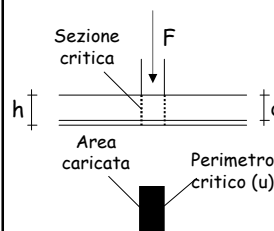
$$\tau_{max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

$$\tau_{max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

Non è necessaria armatura a punzonamento se  $\tau_{max} < \tau_{c0}$

## Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

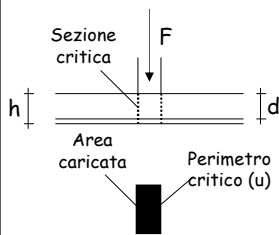
$$\tau_{max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

$$\tau_{max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

È necessario aumentare lo spessore della soletta  
se  $\tau_{max} > \tau_{c1}$

## Verifica - tensioni ammissibili



Sezione tutta reagente

$$\tau_{\max} = \frac{1.5 F}{d u}$$

Sezione parzializzata

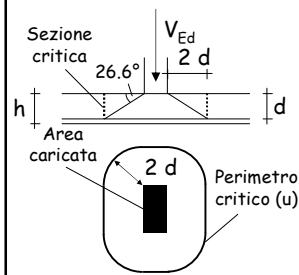
$$\tau_{\max} = \frac{F}{0.9 d u}$$

È necessario disporre un'armatura a punzonamento se

$$\tau_{c0} < \tau_{\max} < \tau_{c1}$$

$$A_{s,pun} = \frac{\sqrt{2} F}{\sigma_s}$$

## Verifica - stato limite ultimo



La resistenza a punzonamento deve essere verificata lungo il perimetro critico  $u$

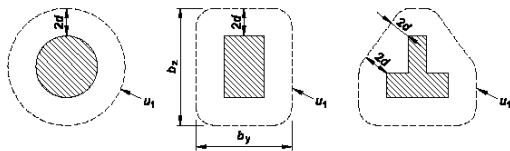
Se è disposta un'armatura a punzonamento, è opportuno ripetere la verifica per un ulteriore perimetro  $u_{out,ef}$  individuato dove l'armatura a punzonamento non è più presente

EC2, punto 6.4.1

## PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Il perimetro di verifica di base  $u_1$  può generalmente essere collocato a una distanza  $2.0d$  dall'area caricata e si raccomanda che sia definito come quello di minima lunghezza.



EC2, punto 6.4.2

## PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

L'altezza utile della soletta è supposta costante e può generalmente essere assunta pari a:

$$d_{eff} = \frac{d_y + d_z}{2}$$

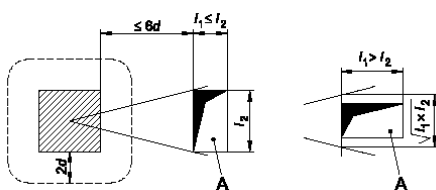
dove  $d_y$  e  $d_z$  sono le altezze utili relative alle armature poste nelle due direzioni ortogonali.

EC2, punto 6.4.2

## PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Per aree caricate in prossimità di aperture, se la minor distanza fra il perimetro dell'area caricata e il bordo dell'apertura non supera  $6d$ , si ritiene inefficace la parte del perimetro di verifica contenuta entro le due tangenti tracciate dal centro dell'area caricata fino al contorno del foro

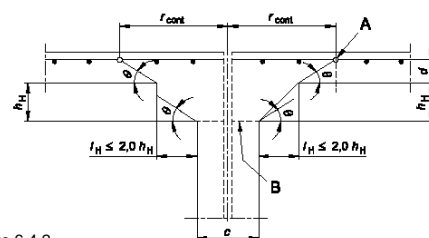


EC2, punto 6.4.2

## PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Per piastre con pilastri muniti di capitello circolare per le quali  $l_H < 2.0h_H$ , una verifica delle tensioni di taglio-punzonamento è richiesta solo sulla sezione di verifica al di là del capitello.



EC2, punto 6.4.2

## PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

La distanza di questa sezione dal centro del pilastro  $r_{\text{cont}}$  può essere assunta come:

$$r_{\text{cont}} = 2d + l_H + 0,5c$$

dove:

$l_H$  è la distanza della faccia del pilastro dal bordo del capitello;

$c$  è il diametro del pilastro circolare.

EC2, punto 6.4.2

## PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Nel caso di un pilastro rettangolare con un capitello rettangolare con  $l_H < 2,0d$

e le dimensioni complessive  $l_1$  e  $l_2$  ( $l_1 = c_1 + 2l_{H1}$ ,  $l_2 = c_2 + 2l_{H2}$ ,  $l_1 \leq l_2$ ), per il valore  $r_{\text{cont}}$  può essere assunto il minore fra:

$$r_{\text{cont}} = 2d + 0,56 (l_1 l_2)^{0,5}$$

$$\text{e}$$

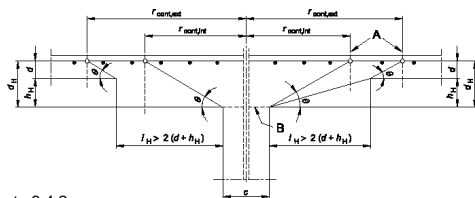
$$r_{\text{cont}} = 2d + 0,69 l_1$$

EC2, punto 6.4.2

## PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Nel caso di piastre con capitello allargato dove  $l_H > 2h_H$  si raccomanda che siano verificate entrambe le sezioni, quella nel capitello e quella nella piastra.



EC2, punto 6.4.2

## PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

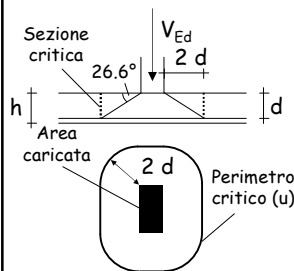
Nel caso di pilastri circolari le distanze dal centro del pilastro alle sezioni di verifica possono essere assunte uguali a:

$$r_{\text{cont,ext}} = l_H + 2d + 0,5c$$

$$r_{\text{cont,int}} = 2(d + h_H) + 0,5c$$

EC2, punto 6.4.2

## Verifica a punzonamento stato limite ultimo



Tensione

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u d}$$

per carichi eccentrici

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u d}$$

EC2, punto 6.4

## Verifica a punzonamento stato limite ultimo

Se la reazione d'appoggio è eccentrica rispetto al perimetro di verifica, si raccomanda di assumere come tensione massima di taglio il valore:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d}$$

dove:

$d$  è l'altezza utile media della piastra, che può assumersi come  $(d_y + d_z)/2$

dove:

$d_y, d_z$  sono le altezze utili nelle direzioni y e z della sezione di verifica;

$u_i$  è la lunghezza del perimetro di verifica considerato;

EC2, punto 6.4.3



## Verifica a punzonamento stato limite ultimo

$\beta$  è dato da:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1}$$

dove:

$u_1$  è la lunghezza del perimetro di verifica di base;

$k$  è un coefficiente che dipende dal rapporto fra le dimensioni del pilastro  $c_1$  e  $c_2$ : il suo valore è funzione delle proporzioni del momento sbilanciato trasmesso da taglio non uniforme e da flessione e torsione

$c_1/c_2$	$\leq 0.5$	1.0	2.0	$\geq 3.0$
$k$	0.45	0.60	0.70	0.80

EC2, punto 6.4.3

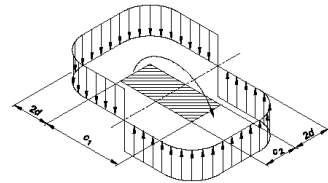
## Verifica a punzonamento stato limite ultimo

$W_1$  corrisponde a una distribuzione di taglio ed è funzione del perimetro di verifica di base  $u_1$ :

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl$$

$dl$  è la lunghezza infinitesima del perimetro;

$e$  è la distanza di  $dl$  dall'asse intorno al quale agisce  $M_{Ed}$ .



EC2, punto 6.4.3

## Verifica a punzonamento stato limite ultimo

Per un pilastro rettangolare:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4 c_2 d + 16 d^2 + 2 \pi d c_1$$

dove:

$c_1$  è la dimensione del pilastro parallela all'eccentricità del carico;  
 $c_2$  è la dimensione del pilastro perpendicolare all'eccentricità del carico.

Per un pilastro circolare interno:

$$\beta = 1 + 0.6 \pi \frac{e}{D + 4d}$$

dove

$D$  è il diametro del pilastro circolare.

EC2, punto 6.4.3

## Verifica a punzonamento stato limite ultimo

Per un pilastro rettangolare interno,

se il carico è eccentrico in entrambe le direzioni :

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_c}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}$$

dove:

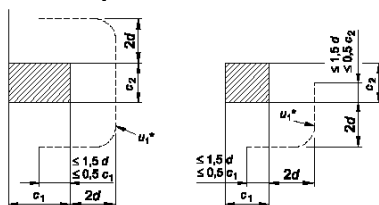
$e_y, e_z$  sono le eccentricità  $M_{Ed}/V_{Ed}$  secondo gli assi  $y$  e  $z$ ;

$b_y, b_z$  sono le dimensioni del perimetro di verifica.

EC2, punto 6.4.3

## Verifica a punzonamento stato limite ultimo

Nel caso dei pilastri di bordo, in cui l'eccentricità perpendicolare al bordo della piastra (risultante da un momento rispetto a un asse parallelo al bordo della piastra) è verso l'interno e non vi è eccentricità parallela al bordo, la forza di punzonamento può considerarsi uniformemente distribuita lungo il perimetro di verifica  $u_1^*$ .



EC2, punto 6.4.3

## Verifica a punzonamento stato limite ultimo

Nel caso dei pilastri di bordo, se vi sono eccentricità in entrambe le direzioni ortogonali,  $\beta$  può essere determinato con la seguente espressione:

$$\beta = \frac{u_1}{u_*} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par}$$

dove:

$u_1$  è il perimetro di verifica di base;

$u_{1*}$  è il perimetro di verifica di base ridotto;

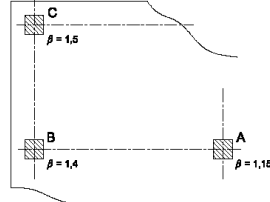
$e_{par}$  è l'eccentricità parallela al bordo della piastra prodotta da un momento rispetto a un asse perpendicolare al bordo della piastra;

EC2, punto 6.4.3

### Verifica a punzonamento stato limite ultimo

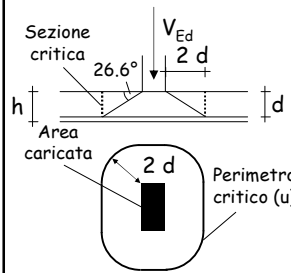
Per strutture la cui stabilità trasversale non dipende dal funzionamento a telaio del complesso piastra-pilastri, e se le luci adiacenti non differiscono in lunghezza più del 25%, per  $\beta$  si possono adottare valori approssimati.

Nota: Valori di  $\beta$  da adottare in uno Stato possono essere reperiti nella sua appendice nazionale. I valori raccomandati sono dati nella figura.



EC2, punto 6.4.3

### Verifica - stato limite ultimo



Bisogna verificare  
che  $v_{Ed} < v_{Rd}$

EC2, punto 6.4

Tensione

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u d}$$

per carichi eccentrici

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u d}$$

$\beta$  può essere calcolato in funzione di  $M_{Ed}$  e  $V_{Ed}$

Valori approssimati:

$\beta = 1.5$ ,  $\beta = 1.4$  e  $\beta = 1.15$   
per pilastri posti allo spigolo, lungo il bordo o all'interno della piastra

### Verifica - stato limite ultimo

Si definiscono le seguenti tensioni resistenti:

$v_{Rd,c}$  Resistenza in assenza di armatura a punzonamento

$v_{Rd,max}$  Resistenza della sezione in calcestruzzo in presenza di armatura a punzonamento

$v_{Rd,cs}$  Resistenza dell'armatura a punzonamento  
preferisco  
 $v_{Rd,s}$

EC2, punto 6.4.3

### Verifica - stato limite ultimo

Devono essere effettuate le seguenti verifiche:

Se  $v_{Ed} < v_{Rd,c}$  non occorre armatura a punzonamento

Se  $v_{Rd,c} < v_{Ed} < v_{Rd,max}$  la sezione di calcestruzzo va bene, ma è necessario disporre armatura a punzonamento

Se  $v_{Ed} < v_{Rd,cs}$  l'armatura a punzonamento è sufficiente

EC2, punto 6.4.3

### Resistenza in assenza di armature (EC2, punto 6.4.4)

$$v_{Rd,c} = 0.18 k \frac{\sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} + 0.1 \sigma_{cp}$$

$$\geq v_{min} = 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}} \quad \text{quando } \rho_l \text{ è molto piccolo}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cp,x} + \sigma_{cp,y}}{2}$$

$$\sigma_{cp,x} = \frac{N_{Edx}}{A_{cx}} \quad \sigma_{cp,y} = \frac{N_{Edy}}{A_{cy}}$$

positiva se compressione

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

d in mm

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \rho_{ly}} \leq 0.02$$

### Resistenza in presenza di armature (EC2, punto 6.4.5)

Resistenza del calcestruzzo:

$$v_{Rd,max} = \frac{1}{2} f'_{cd} = \frac{1}{2} 0.5 f_{cd}$$

Resistenza dell'armatura:

$$v_{Rd,cs} = 0.75 v_{Rd,c} + 1.5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{s,pun} f_{yd} \sin \alpha}{u d}$$